

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ  
АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ  
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«САМАРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ АЭРОКОСМИЧЕСКИЙ  
УНИВЕРСИТЕТ имени академика С.П.КОРОЛЕВА  
(НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)» (СГАУ)

*И.Н. Хаймович, Е.Г. Демьяненко*

## МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ МАТЕРИАЛОВ И ПРОЦЕССОВ

Рекомендовано редакционно-издательским советом федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего образования «Самарский государственный аэрокосмический университет имени академика С.П. Королева (национальный исследовательский университет)» в качестве учебного пособия для студентов, обучающихся по программе высшего образования по направлению подготовки бакалавров 22.03.02 Metallургия

САМАРА  
Издательство СГАУ  
2015

УДК СГАУ 519.6(075)

ББК 22.я7

X155

Рецензенты: д-р техн. наук, проф. А.А. Макаров,

д-р техн. наук, доц. А.И. Хаймович

*Хаймович И.Н.*

X155 **Математическое моделирование материалов и процессов:** учеб. пособие / И.Н. Хаймович, Е.Г. Демьяненко. – Самара: Изд-во СГАУ, 2015. – 82 с.

**ISBN 978-5-7883-1034-3**

Рассмотрен материал для проведения занятий по курсам, связанным с моделированием материалов и процессов в металлургии и обработке металлов давлением методами планирования экспериментов и математического моделирования. Приведены варианты заданий к курсовому проектированию, методические указания по их выполнению, а также список рекомендуемой литературы.

Учебное пособие предназначено для студентов дневного, заочного и вечернего отделений СГАУ, обучающихся по инженерно-технологическим специальностям.

УДК СГАУ 519.6(075)

ББК 22.я7

# СОДЕРЖАНИЕ

<b>1. Математическое моделирование материалов и процессов на основе планирования экспериментов с использованием факторных планов</b> .....	<b>4</b>
1.1. <i>Использование полного факторного эксперимента <math>2^4</math> с равномерным дублированием опытов</i> .....	5
1.2. <i>Использование дробной реплики <math>2^{4-1}</math> с неравномерным дублированием опытов и крутое восхождение</i> .....	14
<b>2. Моделирование процессов</b> .....	<b>29</b>
2.1. <i>Моделирование операции свободнойковки с помощью программы Deform 2D</i> .....	30
2.2. <i>Моделирование процесса штамповки зубчатого колеса в системе SuperForge</i> .....	51
<b>Задания для курсовой работы</b> .....	<b>68</b>
<b>Контрольные вопросы</b> .....	<b>74</b>
<b>Список литературы</b> .....	<b>76</b>
<b>Приложение 1</b> .....	<b>77</b>
<b>Приложение 2</b> .....	<b>78</b>
<b>Приложение 3</b> .....	<b>79</b>
<b>Приложение 4</b> .....	<b>81</b>

# **1. МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ МАТЕРИАЛОВ И ПРОЦЕССОВ НА ОСНОВЕ ПЛАНИРОВАНИЯ ЭКСПЕРИМЕНТОВ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ФАКТОРНЫХ ПЛАНОВ**

Использование различных планов иллюстрируется примерами. Из многочисленных задач технологии металлов, решенных с помощью планирования эксперимента, выбрано несколько, имеющих типовую постановку и методические особенности решения. Основное внимание уделяется методическим вопросам и в меньшей степени содержательному анализу полученных данных.

Решение любой задачи с помощью методов планирования последовательно проходит через неформализованные этапы и более или менее формализованные. Примерами неформализованных являются этапы постановки задач, принятия решения при выборе зависимых и независимых переменных, выборе плана и стратегии эксперимента, при интерпретации полученных моделей и т. д. К формализованным этапам можно отнести процедуры составления выбранного плана эксперимента, расчета коэффициентов моделей, проверки статистических гипотез, реализации методик тех или иных способов оптимизации и т. п.

Опыт применения методов планирования для решения самых разных задач, в том числе и технологии металлов, показал, что успех чаще всего определяется действиями все-таки на этапах неформализованных. Это важно иметь в виду, поскольку в приведенных ниже примерах неформализованные этапы подробно рассматриваться не будут. Цель этих примеров показать способы действий на формализованных этапах. Решения же на неформализованных этапах в каждом конкретном случае свои, они определяются физико-химическим смыслом решаемой задачи. Описать их для всех случаев невозможно, да и интерес они представляют только для специалистов в данной конкретной области техники. Вряд ли, например, литейщику интересно читать подробное описание различных аспектов решения задачи из области обработки металлов давлением.

## **1.1. Использование полного факторного эксперимента $2^4$ с равномерным дублированием опытов**

Использование планов полного факторного эксперимента типа  $2^4$  проиллюстрируем следующим примером.

Изучали зависимость некоторых литейных и механических свойств синтетического чугуна, предназначенного для литья в кокиль, от состава сплава по основным компонентам, условий перегрева и модифицирования. В качестве независимых переменных были выбраны: содержание в чугуне кремния ( $X_1$ ), углерода ( $X_2$ ); температура перегрева ( $X_3$ ) и модифицирования, она же заливки ( $X_4$ ). Зависимыми переменными являлись различные литейные и механические свойства чугунов, но будет рассмотрено построение модели только для их жидкотекучести, определявшейся по спиральной пробе ( $y$ ). Локальную область определения факторов установили из априорных соображений. Было решено варьировать каждый из факторов на двух уровнях. Интервалы варьирования факторов и их значения в натуральном масштабе на основном, верхнем и нижнем уровнях указаны в табл. 1.1.

**Таблица 1.1. Уровни факторов**

Факторы	$X_1$ (Si,%)	$X_2$ (C,%)	$X_3$ ( $t_{пер}$ , °C)	$X_4$ ( $t_{мод}$ , °C)
Основной уровень ( $X_{i0}$ )	0,75	3,0	1575	1450
Интервал варьирования ( $\Delta X_i$ )	0,25	0,5	25	50
Верхний уровень ( $x_i=1$ )	1,0	3,5	1600	1500
Нижний уровень ( $x_i=-1$ )	0,5	2,5	1550	1400

В соответствии с формулой, связывающей значение факторов в кодированном масштабе ( $x_i$ ) с их значениями в натуральном масштабе ( $X_i$ )

$$\begin{cases} x_i = \frac{X_i - X_{i0}}{\Delta X_i}; \\ X_i = X_{i0} + \Delta X_i x_i, \end{cases} \quad (1)$$

где  $\Delta X_i = \frac{X_{i\max} - X_{i\min}}{2}$  называют интервалом варьирования (иногда полуинтервалом), перейдем к кодированным значениям факторов (см. табл. 1.1). В итоге имеем следующие кодированные значения:

$$x_1 = \frac{X_1 - 0,75}{0,25}; x_2 = \frac{X_2 - 3}{0,5}; x_3 = \frac{X_3 - 1575}{25}; x_4 = \frac{X_4 - 1450}{50}.$$

Для получения возможно более полной информации об изучаемых зависимостях решили воспользоваться полным факторным экспериментом  $2^4$ . План эксперимента в кодовом и натуральном масштабах записан в табл. 1.2. В соответствии с выбранным планом было выполнено во времени 16 опытов; порядок реализации указан в табл. 1.2. Каждый опыт повторяли 3 раза. Шихтой для приготовления чугунов служили отходы углеродистых сталей. Плавки вели в набивных тиглях с кислой футеровкой в высокочастотной индукционной печи МГП -50; продолжительность каждой плавки примерно 1,5 ч; время перегрева не превышало 10 мин. Во всех случаях шихту науглероживали электродным порошком, загружавшимся вместе с шихтой в холодную печь. Чугуны модифицировали в ковше силикокальцием (0,5% Si).

Результаты экспериментов (средние из трех опытов) приведены в последних столбцах (см. табл. 1.2).

Таблица 1.2. Результаты экспериментов

№ опыта	Порядок реализации	Кодовый масштаб				Натуральный масштаб				у (жидко-текучесть, мм)
		$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$X_1$ (Si,%)	$X_2$ (C,%)	$X_3$ ( $t_{пер}$ , °C)	$X_4$ ( $t_{мод}$ , °C)	
1	9	+	+	+	+	1	3,5	1600	1500	970
2	2	-	+	+	+	0,5	3,5	1600	1500	800
3	7	+	-	+	+	1	2,5	1600	1500	640
4	1	-	-	+	+	0,5	2,5	1600	1500	550
5	13	+	+	-	+	1	3,5	1550	1500	890
6	14	-	+	-	+	0,5	3,5	1550	1500	750
7	3	+	-	-	+	1	2,5	1550	1500	600
8	6	-	-	-	+	0,5	2,5	1550	1500	500
9	11	+	+	+	-	1	3,5	1600	1400	420
10	16	-	+	+	-	0,5	3,5	1600	1400	680
11	10	+	-	+	-	1	2,5	1600	1400	380
12	12	-	-	+	-	0,5	2,5	1600	1400	340
13	8	+	+	-	-	1	3,5	1550	1400	390
14	4	-	+	-	-	0,5	3,5	1550	1400	620
15	5	+	-	-	-	1	2,5	1550	1400	300
16	15	-	-	-	-	0,5	2,5	1550	1400	320

Покажем последовательность обработки результатов эксперимента, в данном случае равномерного дублирования опытов.

### 1. Расчет дисперсии опыта

В табл.1.3 приведены результаты определения жидкотекучести во всех трижды повторенных 16 опытах. Для каждого опыта по формуле расчета дисперсии для неравномерного дублирования опытов

$$S_{y_u}^2 = \frac{\sum_{g=1}^{n_u} (y_{u_g} - \bar{y}_u)^2}{f_u}, \quad (2)$$

где  $y_{u_g}$  – результат  $g$ -го повторения  $u$ -го опыта;  $\bar{y}_u$  – среднее арифметическое значение всех  $n_u$  дублей  $u$ -го опыта;  $f_u$  – число степеней свободы при определении  $u$ -й построчной дисперсии  $S_{y_u}^2$ ;  $f_u = n_u - 1$ , может быть рассчитана построчная дисперсия  $S_{y_u}^2$ .

Проверили однородность ряда построчных дисперсий, для чего рассчитали величину критерия Кохрена по следующей формуле:

$$G^{расч} = \frac{S_{y_u \max}^2}{\sum_{u=1}^N S_{y_u}^2},$$

где  $S_{y_u \max}^2$  – наибольшая в ряду дисперсия, которую сравнивают со значением  $G$  – критерия, взятым из таблиц (см. приложение I) в зависимости от уровня значимости  $\alpha$ , числа степеней свободы  $f = n - 1$  и числа опытов  $N$ . Ряд дисперсий считается однородным, если

$$G^{расч} < G^{табл}. \quad (3)$$

В данном случае  $\sum_{u=1}^N S_{y_u}^2 = 2950$ ;  $S_{y_u \max}^2 = 475$ ; поэтому  $G^{расч} = 475 / 2950 = 0,16$ . При  $\alpha = 0,05$ , числе степеней свободы  $f = n - 1 = 2$  и числе опытов  $N = 16$  табличное значение  $G$ -критерия:  $G_{0,05;2;16}^{табл} = 0,322$  (взято из приложения I линейной интерполяцией). Поскольку выполняется условие (3), т. е.  $G^{расч} = 0,16 < 0,322 = G_{0,05;2;16}^{табл}$ , ряд дисперсий можно считать одно-

родным. Поэтому по формуле расчета дисперсии в случае равномерного дублирования

$$S_y^2 = \frac{\sum_{u=1}^N S_{y_u}^2}{N}$$

рассчитали дисперсию опыта  $S_y^2 = 2950/16 = 184,4$  и по формуле расчета числа степеней свободы при определении дисперсии в случае равномерного дублирования  $f_1 = N(n-1)$  можем рассчитать число степеней свободы для нашего случая  $f_1 = 16(3-1) = 32$ .

## 2. Расчет коэффициентов регрессии

В данном случае можно построить модель:

$$y = b_0 + \sum_{1 \leq i \leq 4} b_i x_i + \sum_{1 \leq i < j \leq 4} b_{ij} x_i x_j + \sum_{1 \leq i < j < l \leq 4} b_{ijl} x_i x_j x_l + b_{1234} x_1 x_2 x_3 x_4.$$

Таблица 1.3. Расчет дисперсии опыта

Номер опыта u	Номер дублия g	Жидко-теку- честь y, мм	$\bar{y}$	$S_{y_u}^2$	Номер опыта u	Номер дублия g	Жидко- текучесть y, мм	$\bar{y}$	$S_{y_u}^2$
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	1	990	970	300	9	1	410	420	100
	2	960				2	420		
	3	960				3	430		
2	1	785	800	175	10	1	655	680	475
	2	810				2	695		
	3	805				3	690		
3	1	640	640	100	11	1	385	380	175
	2	650				2	390		
	3	630				3	365		
4	1	565	550	175	12	1	350	340	100
	2	545				2	340		
	3	540				3	330		



1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
5	1	895	890	175	13	1	405	390	225
	2	875				2	375		
	3	890				3	390		
6	1	765	750	175	14	1	635	620	175
	2	745				2	615		
	3	740				3	610		
7	1	610	600	100	15	1	290	300	175
	2	590				2	315		
	3	600				3	295		
8	1	500	500	225	16	1	330	320	100
	2	515				2	320		
	3	485				3	310		

Для расчета коэффициентов этой модели (см. табл. 1.4) приведена расширенная матрица планирования и результаты опытов (средние из трех). Коэффициенты подсчитали по формуле

$$b_i = \frac{\sum_{u=1}^N x_{i_u} y_u}{\sum_{u=1}^N x_{i_u}^2}, i = 0, 1, 2, \dots, k, \quad (4)$$

где  $x_{i_u}$  – элементы матрицы условий эксперимента,  $y_u$  – элементы матрицы результатов опыта.

Их значения оказались следующими:

$$b_0 = 571,9; b_1 = 1,9; b_2 = 118,1; b_3 = 25,6;$$

$$b_4 = 140,6; b_{12} = -24,4; b_{13} = 3,1; b_{14} = 60,6; b_{23} = 1,9;$$

$$b_{24} = 21,9; b_{34} = 1,9; b_{123} = -3,1; b_{124} = 39,4;$$

$$b_{134} = -0,6; b_{234} = 3,1; b_{1234} = 8,1.$$

Таблица 1.4. Расширенная матрица плана  $2^4$

№ опыта	$x_0$	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$x_1x_2$	$x_1x_3$	$x_1x_4$	$x_2x_3$	$x_2x_4$	$x_3x_4$	$x_1x_2x_3$	$x_1x_2x_4$	$x_1x_3x_4$	$x_2x_3x_4$	$x_1x_2x_3x_4$	у (жидко- текучесть, мм)
1	+	+	+	+	+	+	+		+	+	+	+	+	+	+	+	970
2	+	-	+	+	+	-	-	-	+	+	+	-	-	-	+	-	800
3	+	+	-	+	+	-	+	+	-	-	+	-	-	+	-	-	640
4	+	-	-	+	+	+	-	-	-	-	+	+	+	-	-	+	550
5	+	+	+	-	+	+	-	+	-	+	-	-	+	-	-	-	890
6	+	-	+	-	+	-	+	-	-	+	-	+	-	+	-	+	750
7	+	+	-	-	+	-	-	+	+	-	-	+	-	-	+	+	600
8	+	-	-	-	+	+	+	-	+	-	-	-	+	+	+	-	500
9	+	+	+	+	-	+	+	-	+	-	-	+	-	-	-	-	420
10	+	-	+	+	-	-	-	+	+	-	-	-	+	+	-	+	680
11	+	+	-	+	-	-	+	-	-	+	-	-	+	-	+	+	380
12	+	-	-	+	-	+	-	+	-	+	-	+	-	+	+	-	340
13	+	+	+	-	-	+	-	-	-	-	+	-	-	+	+	+	390
14	+	-	+	-	-	-	+	+	-	-	+	+	+	-	+	-	620
15	+	+	-	-	-	-	-	-	+	+	+	+	+	+	-	-	300
16	+	-	-	-	-	+	+	+	+	+	+	-	-	-	-	+	320

### 3. Проверка статистической значимости коэффициентов

Поскольку в данном случае использовали равномерное дублирование опытов, дисперсию оценок коэффициентов будем рассчитывать по формуле

$$S_{b_i}^2 = \frac{S_y^2}{nN},$$

где  $n$  – число дублей.

Получаем:  $S_{b_i}^2 = 184,4/3 * 16 = 3,84$ . Соответственно среднеквадратичная ошибка  $S_{b_i} = 1,96$ . Далее выбрали уровень значимости  $\alpha = 0,05$  и, взяв при числе степеней свободы  $f_1 = 32$  из приложения 2 табличное значение  $t$ -критерия  $t_{0,0,5;32} = 2,04$ , по формуле рассчитываем доверительный интервал:

$$\Delta_{b_i} = t_{\alpha; f_1} S_{b_i},$$

где  $t$  – критерий Стьюдента, берется из таблиц (см. приложение 2) в зависимости от уровня значимости  $\alpha$  и числа степеней свободы  $f_1$  при определении дисперсии опыта  $S_y^2$ ;

$S_{b_i}$  – среднеквадратичная ошибка в определении коэффициента регрессии.

В итоге подсчитали доверительный интервал коэффициентов регрессии для нашего примера:  $\Delta_{b_i} = 2,04 * 1,96 = 4,0$ .

Коэффициенты, абсолютная величина которых равна доверительному интервалу или больше его, следует признать статистически значимыми. В данном случае это  $b_0, b_2, b_3, b_4, b_{12}, b_{14}, b_{24}, b_{124}$  и  $b_{1234}$ . Статистически незначимые коэффициенты (в данном случае  $b_1, b_{13}, b_{23}, b_{34}, b_{123}, b_{134}$  и  $b_{234}$ ) из модели можно исключить.

Итак, после реализации полного факторного эксперимента  $2^4$  получено следующее уравнение регрессии:

$$y = 571,9 + 118,1 x_2 + 25,6 x_3 + 140,6 x_4 - 24,4 x_1 x_2 + 60,6 x_1 x_4 + 21,9 x_2 x_4 + 39,4 x_1 x_2 x_4 + 81 x_1 x_2 x_3 x_4 \quad (5)$$

#### 4. Проверка адекватности модели

Прежде всего определили с помощью построенного уравнения (5) расчетные значения отклика. Напомним, что все  $x_i$  в данное уравнение входят в кодовом масштабе. Поэтому, если, например, условия 4-го опыта (см. табл. 1.4)  $x_1 = -1, x_2 = -1, x_3 = +1, x_4 = +1$ , то расчетное значение жидкотекучести в этом опыте

$$y_{(4)} = 571,9 - 118,1 + 25,6 + 140,6 - 24,4 - 60,6 - 21,9 + 39,4 + 8,1 = 561 \text{ мм.}$$

Подсчитанные таким образом значения жидкотекучести приведены в табл. 1.5. Данные этой же таблицы использовали для определения дисперсии неадекватности. Поскольку дублирование опытов было равномерным, использовали формулу для расчета дисперсии неадекватности следующего вида:

$$S_{\text{неад}}^2 = \frac{\sum (y_{\text{ирасч}} - y_{\text{изксп}})^2}{f_2} = \frac{SS_{\text{неад}}}{f_2}, \quad (6)$$

где  $y_{\text{ирасч}}$  и  $y_{\text{изксп}}$  – значения отклика в  $i$ -м опыте, соответственно рассчитанные по уравнению регрессии и определенные экспериментально;  $f_2$  – число степеней свободы, определяемое как

$$f_2 = N - k', \quad (7)$$

где  $k'$  – число оставленных коэффициентов уравнения (включая  $b_0$ ),  $N$  – число опытов плана. Для нашего примера дисперсия неадекватности будет иметь следующее значение:  $S_{неад}^2 = 3 \cdot 664 / 7 = 284,6$ .

Таблица 1.5. Сопоставление экспериментальных и рассчитанных данных

Номер опыта и	$y_{и\text{эксп}}$	$y_{и\text{расчет}}$	$ \Delta y $	$\Delta y^2$	Номер опыта и	$y_{и\text{эксп}}$	$y_{и\text{расчет}}$	$ \Delta y $	$\Delta y^2$
1	970	962	8	64	9	420	421	1	1
2	800	795	5	25	10	680	686	6	36
3	640	636	4	16	11	380	372	8	64
4	550	561	11	121	12	340	350	10	100
5	890	895	5	25	13	390	386	4	16
6	750	759	9	81	14	620	618	2	4
7	600	601	1	1	15	300	305	5	25
8	500	493	7	49	16	320	314	6	36
					$\Sigma$				664

Построенная модель (5) включает девять коэффициентов, поэтому по формуле (7) число степеней свободы  $f_2 = 16 - 9 = 7$ .

Гипотезу об адекватности модели (5) проверим по критерию Фишера. Его расчетное значение считается по следующей формуле:

$$F_{f_2; f_1}^{расч} = \frac{S_{неад}^2}{S_y^2}, \quad (8)$$

где в знаменателе этого выражения  $S_y^2$  – дисперсия опыта, определенная с  $f_1$  – числом степеней свободы, в числителе – дисперсия неадекватности, измеряемая по формуле (6). Для нашего примера значение критерия Фишера получается:  $F_{7;32}^{расч} = 284,6/184,4 = 1,54$ .

При уровне значимости  $\alpha = 0,05$  табличное значение  $F$  – критерия (см. приложение 3)  $F_{0,05;7;32}^{табл} = 2,34$ .

Поскольку  $F^{расч} < F^{табл}$ , гипотеза об адекватности модели (5) при 5%-ном уровне значимости не отвергается.

### 5. Анализ модели

Прежде всего отметим, что все соображения о направлении и силе влияния изученных факторов на жидкотекучесть чугуна можно высказать только для выбранных в работе интервалов их изменения. В этих интервалах оказалось заметно слабым влияние на жидкотекучесть содержания кремния самого по себе, соотношений между температурой перегрева и содержанием углерода, кремния и температурой модифицирования, а также всех тройных эффектов, в которые входила температура перегрева. В целом из всех изученных факторов эту температуру можно считать, пожалуй, самой слабо влияющей.

Относительную силу влияния остальных эффектов легче всего представить себе на диаграмме, где величина каждого коэффициента обозначена столбиком соответствующей высоты. Заштрихованы здесь столбики, для которых коэффициенты положительны, не заштрихованы – для коэффициентов отрицательных.

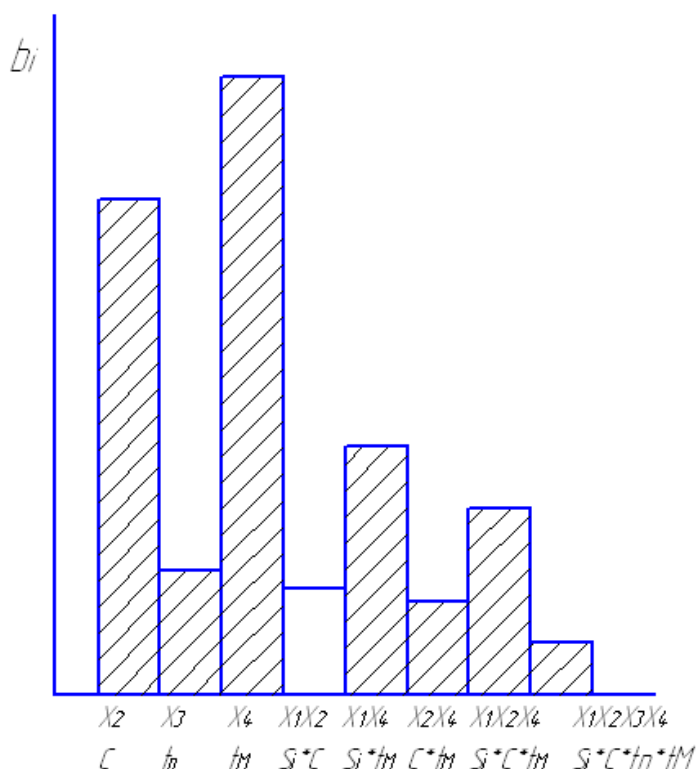


Рисунок 1.1. Относительная сила влияния факторов и их взаимодействий (заштриховано для положительных коэффициентов, не заштриховано – для отрицательных)

Из анализа (см. рис. 1.1) видно, что наиболее сильно жидкотекучесть изученных чугунов зависит от температуры модифицирования ( $x_4$ ) и содержания в чугуне углерода ( $x_2$ ). Заметно влияют соотношения между количеством кремния и температурой модифицирования ( $x_1x_4$ ) и тройное взаимодействие между содержанием кремния, углерода и той же температурой ( $x_1x_2x_4$ ). Остальные эффекты слабы.

Если бы теперь, например, требовалось выбрать уровни факторов, обеспечивающие в изученной области их изменения, возможно более высокую жидкотекучесть чугуна, то проще всего это было бы сделать с помощью того же рис. 1.1. Действительно, как следует из этого рисунка, наиболее высокая жидкотекучесть будет в том случае, когда все факторы окажутся на уровне +1. Такой опыт был уже реализован в матрице планирования (табл. 1.2, опыт 1). Синтетический чугун с 1,5% Si (0,5% Si введено при модифицировании) и 3,5% C, перегретый до температуры 1600° C, а затем модифицированный и разлитый с температуры 1500° C, имел жидкотекучесть 970 мм.

### ***1.2. Использование дробной реплики $2^{4-1}$***

#### ***с неравномерным дублированием опытов и крутое восхождение***

Изучали влияние режимов термической обработки на жаропрочность никелевого сплава ХН77ТЮР (ЭИ437Б). В качестве факторов выбрали температуру закалки ( $X_1$ ), время выдержки при нагреве под закалку ( $X_2$ ), температуру ( $X_3$ ) и время ( $X_4$ ) старения. Зависимой переменной ( $y$ ) служило время до разрушения цилиндрических образцов, испытываемых на растяжение при температуре 700°С и напряжении 3,33 ГПа (34 кгс/мм<sup>2</sup>). Локальную область определения факторов выбрали, основываясь на известных данных о термической обработке рассматриваемого сплава. Было решено варьировать факторы на двух уровнях. Эти уровни, а также значения основных уровней и интервалов варьирования приведены в табл. 1.6. В соответствии с формулой (1) в данном случае кодированные значения факторов ( $x_i$ ) связаны с натуральными ( $X_i$ ) соотношениями:

$$x_1 = \frac{X_1 - 1030}{30}; x_2 = \frac{X_2 - 6}{2}; x_3 = \frac{X_3 - 700}{50}; x_4 = \frac{X_4 - 16}{2}.$$

Полный факторный эксперимент для четырех факторов должен включать 16 опытов. Для сокращения объема экспериментальной работы решили воспользоваться полурепликой  $2^{4-1}$ , содержащей 8 опытов. Выбрали план  $2^{4-1}$  с определяющим контрастом  $I \equiv x_1x_2x_3x_4$ , который обеспечивает получение оценок линейных эффектов факторов, смешанных с эффектами тройных взаимодействий; эффекты парных взаимодействий смешаны между собой. Таким образом, после реализации выбранного плана можно построить следующую линейную модель:

$$y = b_0 + \sum_{i=1}^4 b_i x_i. \quad (9)$$

План эксперимента в кодовом масштабе указан в табл. 1.6. Здесь для факторов  $x_1$ ,  $x_2$  и  $x_3$  записан полный факторный эксперимент  $2^3$ , а  $x_4 \equiv x_1x_2x_3$ . В соответствии с этим планом было выполнено восемь опытов, причем большинство из них дублировали табл. 1.6. Опыты дублировали неравномерно. Первый опыт повторили 3 раза, третий – 2, пятый – 4 и т. д.

Технология изготовления изделий из этого сплава предусматривает дополнительную операцию между закалкой и старением, состоящую в нагреве до  $1000^\circ\text{C}$  и выдержке при этой температуре в течение 20 ч, что способствует коагуляции карбидных частиц как по границам, так и в теле зерна. Режим указанной операции во всех опытах был постоянным. Испытания осуществляли на специальной установке, позволяющей очень быстро нагревать образцы до рабочей температуры.

С учетом дублирования всего провели 20 опытов. Их результаты приведены в табл. 1.6. Здесь указаны как результаты всех дублей, так и средние значения для каждого опыта. Покажем последовательность обработки результатов эксперимента при использовавшемся в данном случае неравномерном дублировании опытов.

## 1. Расчет дисперсии опыта

Схема расчета дисперсии опыта показана в табл. 1.7.

Таблица 1.6. Планирование эксперимента при выборе режима термической обработки сплава ХН77ТЮР

Факторы		Температура закалки, °С ( $X_1$ )	Время выдержки при закалке, ч ( $X_2$ )	Температура старения, °С ( $X_3$ )	Время старения, ч ( $X_4$ )	Время до разрушения в часах при 700°С и 3,33 гПа (34кгс/мм <sup>2</sup> )	
Основной уровень ( $X_{i_0}$ )		1030	6	700	16		
Интервалы варьирования ( $\Delta X_i$ )		30	2	50	2		
Верхний уровень ( $x_i = +1$ )		1060	8	750	18		
Нижний уровень ( $x_i = -1$ )		1000	4	650	14		
Номер опыта $u$	Номер дубля $g$	Код				$y_{ug}$	$\bar{y}_u$
		$(x_1)$	$(x_2)$	$(x_3)$	$(x_4)$		
1	1	+	+	+	+	210	240
	2	+	+	+	+	230	
	3	+	+	+	+	280	
2	-	-	+	+	-	180	180
3	1	+	-	+	-	230	200
	2	+	-	+	-	170	
4	-	-	-	+	+	90	90
5	1	+	+	-	-	280	240
	2	+	+	-	-	220	
	3	+	+	-	-	240	
	4	+	+	-	-	220	
6	1	-	+	-	+	200	170
	2	-	+	-	+	150	
	3	-	+	-	+	160	
7	1	+	-	-	+	260	230
	2	+	-	-	+	200	
8	1	-	-	-	-	110	110
	2	-	-	-	-	90	
	3	-	-	-	-	150	
	4	-	-	-	-	90	



Таблица 1.7. Расчет дисперсии опыта

Номер опыта $u$	Номер дубля	$y_{ug}$	$\bar{y}_u$	$ y_{ug} - \bar{y}_u $	$f_u$	$S_{y_u}^2$	$f_u \lg S_{y_u}^2$
1	1	210	240	30	2	1300	6,2279
	2	230		10			
	3	280		40			
3	1	230	200	30	1	900	2,9542
	2	170		30			
5	1	280	240	40	3	800	8,7093
	2	220		20			
	3	240		0			
	4	220		20			
6	1	200	170	30	2	700	5,6902
	2	150		20			
	3	160		10			
7	1	260	230	30	1	900	2,9542
	2	200		30			
8	1	110	110	0	3	800	8,7093
	2	90		20			
	3	150		40			
	4	90		20			
$\Sigma$							35,2451

Вначале для каждого опыта по формуле (2) рассчитали построчную дисперсию  $S_{y_u}^2$ , затем дисперсию опыта по следующей формуле:

$$S_y^2 = \frac{\sum_{u=1}^N f_u S_{y_u}^2}{\sum_{u=1}^N f_u}.$$

В нашем примере имеем следующую дисперсию опыта:

$$S_y^2 = \frac{2 \cdot 1300 + 900 + 3 \cdot 800 + 2 \cdot 700 + 900 + 3 \cdot 800}{12} = 883,9.$$

Далее проверили однородность ряда построчных дисперсий, для чего по следующей формуле рассчитываем критерий Бартлетта при неравномерном дублировании:

$$B = 2,3026(\lg S_y^2 \sum_{u=1}^N f_u - \sum_{u=1}^N f_u \lg S_{y_u}^2),$$

где  $S_y^2$  – дисперсия,  $S_{y_u}^2$  – построчная дисперсия для  $u$ -го опыта, определенная с числом степеней свободы  $f_u$ .

В нашем примере расчет критерия Бартлетта следующий:

$$\lg S_y^2 = 2,9461; \sum_{u=1}^N f_u = 12; \sum_{u=1}^N f_u \lg S_{y_u}^2 = 35,2451,$$

поэтому,  $B = 2,3026 (2,9461 \cdot 12 - 35,2451) = 0,25$ .

При  $\alpha = 0,05$ , числе степеней свободы  $f = (N' - 1) = 6 - 1 = 5$  (дублировали только шесть из восьми сделанных опытов) табличное значение  $\chi^2$ -критерия, взятое из приложения 4,  $\chi_{0,05;5}^2 = 11,1$ . Поскольку выполняется условие однородности ряда дисперсий ( $B \leq \chi_{\alpha; N'-1}^2$ ), т.е.  $0,25 < 11,1$ , ряд дисперсий можно считать однородным. Итак, дисперсия опыта  $S_y^2 = 883,3$  при  $f_1 = 12$ .

## 2. Расчет коэффициентов регрессии

Использовать для расчета коэффициентов модели (9) формулу (4) в данном случае нельзя, поскольку опыты дублировались неравномерно. В связи с этим пришлось воспользоваться формулой

$$B = (X^T P X)^{-1} (X^T P \bar{Y}).$$

Введем вначале матрицу весов  $P$ :

$$P = \begin{pmatrix} n_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & n_2 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & n_N \end{pmatrix},$$

на диагонали которой стоят числа повторных опытов (дублей):

$$P = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 4 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 4 \end{pmatrix}.$$

Образует теперь последовательно матрицы:

$$X = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & -1 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & -1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & -1 & -1 \\ 1 & -1 & 1 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 & -1 & 1 \\ 1 & -1 & -1 & -1 & -1 \end{pmatrix};$$

$$X^T = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & -1 & 1 & -1 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & -1 & -1 & 1 & 1 & -1 & -1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & -1 & -1 & -1 & -1 \\ 1 & -1 & -1 & 1 & -1 & 1 & 1 & -1 \end{pmatrix};$$

$$X^T P = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 2 & 1 & 4 & 3 & 2 & 4 \\ 3 & -1 & 2 & -1 & 4 & -3 & 2 & -4 \\ 3 & 1 & -2 & -1 & 4 & 3 & -2 & -4 \\ 3 & 1 & 2 & 1 & -4 & -3 & -2 & -4 \\ 3 & -1 & -2 & 1 & -4 & 3 & 2 & -4 \end{pmatrix};$$

$$X^T P X = \begin{vmatrix} 20 & 2 & 2 & -6 & -2 \\ 2 & 20 & 4 & 4 & 0 \\ 2 & 4 & 20 & 0 & 4 \\ -6 & 4 & 0 & 20 & 4 \\ -2 & 0 & 4 & 4 & 20 \end{vmatrix}.$$

Основная вычислительная трудность связана с получением обратной матрицы  $(X^T P X)^{-1}$ . Покажем способ получения обратной матрицы с помощью расчленения на подматрицы. Представим матрицу  $(X^T P X)$  в виде

$$X^T P X = \begin{vmatrix} A & B \\ C & D \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 20 & 2 & 2 & -6 & -2 \\ 2 & 20 & 4 & 4 & 0 \\ 2 & 4 & 20 & 0 & 4 \\ -6 & 4 & 0 & 20 & 4 \\ -2 & 0 & 4 & 4 & 20 \end{vmatrix} = 2 \begin{vmatrix} 10 & 1 & 1 & -3 & -1 \\ 1 & 10 & 2 & 2 & 0 \\ 1 & 2 & 10 & 0 & 2 \\ -3 & 2 & 0 & 10 & 2 \\ -1 & 0 & 2 & 2 & 10 \end{vmatrix}.$$

(A и D – обязательно квадратные подматрицы).

Тогда обратная матрица  $(X^T P X)^{-1}$  имеет вид

$$(X^T P X)^{-1} = \begin{vmatrix} T & U \\ V & W \end{vmatrix},$$

где  $T = (A - BD^{-1}C)^{-1}$ ;  $U = -TBD^{-1}$ ;  $V = -D^{-1}CT$ ;  $W = D^{-1} - VBD^{-1}$ .

Проводить расчеты по этим формулам лучше всего последовательно, определяя матрицы

$$D^{-1}; D^{-1}C; BD^{-1}C; (A - BD^{-1}C); T = (A - BD^{-1}C)^{-1}; BD^{-1}; U = -TBD^{-1};$$

$$V = -D^{-1}CT; VBD^{-1}; W = (D^{-1} - VBD^{-1}).$$

Выполним эту последовательность:

А) Матрица  $D^{-1}$ ; найдем ее по формуле

$$A^{-1} = (X^T X)^{-1} = \frac{(X^T X)^\nabla}{|X^T X|}, \quad (10)$$

где  $(X^T X)^\nabla$  – присоединенная матрица, т.е. матрица, в которой элементы замещены их алгебраическими дополнениями, а затем произведено транспонирование,  $|X^T X|$  – определитель матрицы  $(X^T X)$ .

Матрица  $D = \begin{vmatrix} 10 & 0 & 2 \\ 0 & 10 & 2 \\ 2 & 2 & 10 \end{vmatrix}$  имеет определитель  $|D| = 920$ . Заменяем каж-

дый элемент матрицы  $D$  его алгебраическими дополнениями:

$$\begin{vmatrix} 96 & 4 & -20 \\ 4 & 96 & -20 \\ -20 & -20 & 100 \end{vmatrix}$$

и транспонируя ее, получим присоединенную матрицу  $D^\nabla$ :

$$D^\nabla = \begin{vmatrix} 96 & 4 & -20 \\ 4 & 96 & -20 \\ -20 & -20 & 100 \end{vmatrix}.$$

Таким образом, по формуле для расчета обратной матрицы имеем:

$$D^{-1} = \frac{1}{|D|} D^\nabla = \frac{1}{920} \begin{vmatrix} 96 & 4 & -20 \\ 4 & 96 & -20 \\ -20 & -20 & 100 \end{vmatrix} = \frac{1}{230} \begin{vmatrix} 24 & 1 & -5 \\ 1 & 24 & -5 \\ -5 & -5 & 25 \end{vmatrix}.$$

Б) Матрица  $D^{-1}C$ :

$$D^{-1}C = \frac{1}{230} \begin{vmatrix} 24 & 1 & -5 \\ 1 & 24 & -5 \\ -5 & -5 & 25 \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} 2 & 4 \\ -6 & 4 \\ -2 & 0 \end{vmatrix} = \frac{1}{230} \begin{vmatrix} 52 & 100 \\ -132 & 100 \\ -30 & -40 \end{vmatrix} \cdot \frac{1}{115} \begin{vmatrix} 26 & 50 \\ -66 & 50 \\ -15 & -20 \end{vmatrix}.$$

В) Матрица  $BD^{-1}C$ :

$$BD^{-1}C = 2 \begin{vmatrix} 1 & -3 & -1 \\ 2 & 2 & 0 \end{vmatrix} \cdot \frac{1}{115} \begin{vmatrix} 26 & 50 \\ -66 & 50 \\ -15 & -20 \end{vmatrix} = \frac{2}{115} \begin{vmatrix} 239 & -80 \\ -80 & -200 \end{vmatrix}.$$

Г) Матрица  $(A - BD^{-1}C)$ :

$$(A - BD^{-1}C) = 2 \begin{vmatrix} 10 & 1 \\ 1 & 10 \end{vmatrix} - \frac{2}{115} \begin{vmatrix} 239 & -80 \\ -80 & 200 \end{vmatrix} = \frac{2}{115} \begin{vmatrix} 911 & 195 \\ 195 & 950 \end{vmatrix}.$$

Д) Матрица  $(A - BD^{-1}C)^{-1}$ .

Определитель прямой матрицы

$$(A - BD^{-1}C) = \frac{2^2 \cdot 827425}{115^2};$$

присоединенная матрица:

$$(A - BD^{-1}C)^\nabla = \frac{2}{115} \begin{vmatrix} 950 & -195 \\ -195 & 911 \end{vmatrix},$$

поэтому по формуле (10)

$$T = (A - BD^{-1}C)^{-1} = \frac{(A - BD^{-1}C)^\nabla}{|A - BD^{-1}C|} = \frac{115}{2 \cdot 827425} \begin{vmatrix} 950 & -195 \\ -195 & 911 \end{vmatrix} = \frac{1}{14390} \begin{vmatrix} 950 & -195 \\ -195 & 911 \end{vmatrix}$$

Или  $T = \begin{vmatrix} 0,0660 & -0,0136 \\ -0,0136 & 0,0633 \end{vmatrix}.$

Е) Матрица  $BD^{-1}$ :

$$BD^{-1} = 2 \begin{vmatrix} 1 & -3 & -1 \\ 2 & 2 & 0 \end{vmatrix} \cdot \frac{1}{230} \begin{vmatrix} 24 & 1 & -5 \\ 1 & 24 & -5 \\ -5 & -5 & 25 \end{vmatrix} = \frac{1}{115} \begin{vmatrix} 26 & -66 & -15 \\ 50 & 50 & -20 \end{vmatrix}.$$

Ж) Матрица  $U = -TBD^{-1}$ :

$$U = -TBD^{-1} = \frac{1}{14390} \begin{vmatrix} 950 & -195 \\ -195 & 911 \end{vmatrix} \cdot \frac{1}{115} \begin{vmatrix} 26 & -66 & -15 \\ 50 & 50 & -20 \end{vmatrix} = \frac{1}{14390} \begin{vmatrix} -130 & 630 & 90 \\ -352 & -508 & 133 \end{vmatrix}$$

Или  $U = \begin{vmatrix} -0,0090 & 0,0438 & 0,0063 \\ -0,0245 & -0,0353 & 0,0092 \end{vmatrix}.$

З) Матрица  $V = -D^{-1}CT$ :

$$V = -D^{-1}CT = -\frac{1}{115} \begin{vmatrix} 26 & 50 \\ -66 & 50 \\ -15 & -20 \end{vmatrix} \cdot \frac{1}{14390} \begin{vmatrix} 950 & -195 \\ -195 & 911 \end{vmatrix} =$$
$$= \frac{1}{14390} \begin{vmatrix} -130 & -352 \\ 630 & -508 \\ 90 & 133 \end{vmatrix}$$

$$\text{или } V = \begin{vmatrix} -0,0090 & -0,0245 \\ 0,0438 & -0,0353 \\ 0,0063 & 0,0092 \end{vmatrix}.$$

И) Матрица  $VBD^{-1}$ :

$$\begin{aligned} VBD^{-1} &= \frac{1}{14390} \begin{vmatrix} -130 & -352 \\ 630 & -508 \\ 90 & 133 \end{vmatrix} \cdot \frac{1}{115} \begin{vmatrix} 26 & -66 & -15 \\ 50 & 50 & -20 \end{vmatrix} = \\ &= \frac{1}{14390 \cdot 115} \begin{vmatrix} -20980 & -9020 & 8990 \\ -9020 & -66980 & 710 \\ 8990 & 710 & -4010 \end{vmatrix}. \end{aligned}$$

К) Матрица  $W = D^{-1} - VBD^{-1}$ :

$$\begin{aligned} W = D^{-1} - VBD^{-1} &= \frac{1}{230} \begin{vmatrix} 24 & 1 & -5 \\ 1 & 24 & -5 \\ -5 & -5 & 25 \end{vmatrix} - \frac{1}{14390 \cdot 115} \begin{vmatrix} -20980 & -9020 & 8990 \\ -9020 & -66980 & 710 \\ 8990 & 710 & -4010 \end{vmatrix} = \\ &= \frac{1}{14390} \begin{vmatrix} 1684 & 141 & -391 \\ 141 & 2084 & -319 \\ -391 & -319 & 1599 \end{vmatrix} \\ &W = \begin{vmatrix} 0,1170 & 0,0098 & -0,0272 \\ 0,0098 & 0,1448 & -0,0222 \\ -0,0272 & -0,0222 & 0,1111 \end{vmatrix}. \end{aligned}$$

Таким образом, обратная матрица  $(X^T P X)^{-1}$  имеет вид

$$(X^T P X)^{-1} = \begin{vmatrix} 0,0660 & -0,0136 & -0,0090 & 0,0438 & 0,0063 \\ -0,0136 & 0,0633 & -0,0245 & -0,0353 & 0,0092 \\ -0,0090 & -0,0245 & 0,1170 & 0,0098 & -0,0272 \\ 0,0438 & -0,0353 & 0,0098 & 0,1448 & -0,0222 \\ 0,0063 & 0,0092 & -0,0272 & -0,0222 & 0,1111 \end{vmatrix}.$$

Структура этой матрицы четко свидетельствует о нарушении ортогональности плана, а потому о невозможности применять в данном случае стандартные формулы для расчета коэффициентов в случае ортогонального планирования формулы:

$$b_i = \frac{\sum_{u=1}^N x_{i_u} y_u}{\sum_{u=1}^N x_{i_u}^2}, i = 0, 1, 2, \dots, k,$$

где  $i$  – номер фактора или  $b_i = \frac{\sum_{u=1}^N x_{i_u} y_u}{N}$ ,  $i = 0, 1, 2, \dots, k$ , если  $\sum_{u=1}^N x_{i_u}^2 = N$ .

Наконец, матрица  $X^T P \bar{Y}$  имеет вид

$$X^T P \bar{Y} = \begin{pmatrix} 3\bar{y}_1 + \bar{y}_2 + 2\bar{y}_3 + \bar{y}_4 + 4\bar{y}_5 + 3\bar{y}_6 + 2\bar{y}_7 + 4\bar{y}_8 \\ 3\bar{y}_1 - \bar{y}_2 + 2\bar{y}_3 - \bar{y}_4 + 4\bar{y}_5 - 3\bar{y}_6 + 2\bar{y}_7 - 4\bar{y}_8 \\ 3\bar{y}_1 + \bar{y}_2 - 2\bar{y}_3 - \bar{y}_4 + 4\bar{y}_5 + 3\bar{y}_6 - 2\bar{y}_7 - 4\bar{y}_8 \\ 3\bar{y}_1 + \bar{y}_2 + 2\bar{y}_3 + \bar{y}_4 - 4\bar{y}_5 - 3\bar{y}_6 - 2\bar{y}_7 - 4\bar{y}_8 \\ 3\bar{y}_1 - \bar{y}_2 - 2\bar{y}_3 + \bar{y}_4 - 4\bar{y}_5 + 3\bar{y}_6 + 2\bar{y}_7 - 4\bar{y}_8 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3760 \\ 1320 \\ 980 \\ -980 \\ -200 \end{pmatrix}.$$

В результате имеем:

$$B = (X^T P X)^{-1} (X^T P \bar{Y}) = \begin{pmatrix} 0,0660 & -0,0136 & -0,0090 & 0,0438 & 0,0063 \\ -0,0136 & 0,0633 & -0,0245 & -0,0353 & 0,0092 \\ -0,0090 & -0,0245 & 0,1170 & 0,0098 & -0,0272 \\ 0,0438 & -0,0353 & 0,0098 & 0,1448 & -0,0222 \\ 0,0063 & 0,0092 & -0,0272 & -0,0222 & 0,1111 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 3760 \\ 1320 \\ 980 \\ -980 \\ -200 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} b_0 = 177,2 \\ b_1 = 41,2 \\ b_2 = 44,3 \\ b_3 = -9,8 \\ b_4 = 8,7 \end{pmatrix}. \quad (11)$$

Для сравнения рассчитаем коэффициенты по стандартной формуле (2) без учета дублирования опытов. Получившиеся при этом величины  $b_0 = 182,5; b_1 = 45,0; b_2 = 25,0; b_3 = -5,0; b_4 = 0$  заметно отличаются от значений (11).

Общая схема обработки данных предполагает после расчета коэффициентов оценку их доверительных интервалов и проверку статистической значимости. В данном случае матрица  $(X^T P X)^{-1}$  недиагональна, поэтому установление доверительных интервалов коэффициентов непросто. Указанное обстоятельство привело к решению включить в модель все коэффициенты.

Итак, было получено следующее уравнение регрессии:

$$y = 177,2 + 41,2x_1 + 44,3x_2 - 9,8x_3 + 8,7x_4. \quad (12)$$



### 3. Проверка адекватности модели

Дисперсия неадекватности в данном случае неравномерного дублирования опытов подсчитали по формуле (6), числитель которой считали по формуле  $SS_{неад} = \sum_{u=1}^N n_u (y_{u_{расч}} - \bar{y}_{u_{эксп}})^2$ ,  $\bar{y}_{u_{эксп}}$  - среднее из  $n_u$  дублей  $u$  - того опыта (13).

Значения  $y_{u_{расч}}$ , определенные по полученному уравнению, указаны в табл. 1.8. Там же приведены все данные, необходимые для расчета  $S_{неад}^2$ .

Таблица 1.8. Сравнение экспериментальных данных с расчетными

№ опыта	$\bar{y}_{эксп}$	$y_{расч}$	$ \Delta y $	$\Delta y^2$	$n_u$	$n_u \Delta y^2$
1	240	262	22	484	3	1452
2	180	162	18	324	1	324
3	200	156	44	1936	2	3872
4	90	91	1	1	1	1
5	240	264	24	576	4	2304
6	170	199	29	841	3	2523
7	230	193	37	1369	2	2738
8	110	93	17	289	4	1156
$\Sigma$						14370

Поскольку модель (12) включает  $k' = 5$  коэффициентов, число степеней свободы по формуле:  $f_2 = N - k'$ , где  $k'$  - число оставленных коэффициентов уравнения (включая  $b_0$ ),  $N$ - число опытов плана, будет следующим:  $f_2 = 8 - 5 = 3$ .

Таким образом, дисперсия неадекватности равна  $S_{неад}^2 = 14370/3 = 4790$ .

Расчетное значение F-критерия по формуле (8)  $F_{3;12}^{расч} = 4790/883,3 = 5,42$ .

При уровне значимости  $\alpha = 0,01$  табличное значение F-критерия  $F_{0,01;3;12}^{табл} = 6,10$  (определено линейной интерпретацией из приложения 3).

Поскольку  $F^{расч} < F^{табл}$ , гипотеза об адекватности модели (12) при 1%-ном уровне значимости не отвергается.

#### 4. Крутое восхождение по поверхности отклика

Анализ уравнения (12) показывает, что жаропрочность сплава в изученных условиях в основном определяется режимом закалки. Старение при температурах 650-750°C в течение 14-18 ч влияет на время до разрушения заметно меньше. Далее методом крутого восхождения была предпринята попытка повысить жаропрочность сплава.

Было доказано, что движение из некоторой точки внутри изученной области в направлении наибольшей производной функции отклика по направлению, т. е. в направлении градиента – кратчайший путь к экстремуму. При наличии линейной модели для осуществления движения по градиенту значения факторов необходимо изменять пропорционально величинам коэффициентов  $b_1, b_2, \dots, b_k$  с учетом их знака. Шаги в изменении факторов рассчитывают в натуральном масштабе. Для этого вначале определяют произведения коэффициентов на соответствующие интервалы варьирования факторов, т. е.  $b_i \Delta X_i$ , а затем уже назначают шаги пропорционально этим произведениям.

Величины  $b_i \Delta X_i$  для данного случая подсчитаны в табл. 1.9. Здесь же указаны все последующие этапы крутого восхождения. Пользуясь величинами  $b_i \Delta X_i$ , определили шаги в изменении факторов следующим образом. Из технологических соображений выбрали шаг в изменении температуры закалки 10°C ( $\Delta_1 = 10$ ). Шаги для остальных факторов получили из пропорций:

$$\frac{b_1 \Delta X_1}{b_2 \Delta X_2} = \frac{\Delta_1}{\Delta_2}; \Delta_2 = \frac{88,6 \cdot 10}{1236} = 0,72ч \approx 0,75ч;$$
$$\frac{b_1 \Delta X_1}{b_3 \Delta X_3} = \frac{\Delta_1}{\Delta_3}; \Delta_3 = \frac{490 \cdot 10}{1236} = 3,96^\circ C \approx 5^\circ C;$$
$$\frac{b_1 \Delta X_1}{b_4 \Delta X_4} = \frac{\Delta_1}{\Delta_4}; \Delta_4 = \frac{17,4 \cdot 10}{1236} = 0,14ч \approx 0,2ч.$$

Затем, прибавляя (со своими знаками) шаги к значениям факторов на основном уровне, записали серию опытов (их часто называют «мысленными»), в которых ожидалось увеличение времени до разрушения сплава ХН77ТЮР при температуре 700°C и напряжении 3,33 ГПа (34 кгс/мм<sup>2</sup>). При записи условий мысленных опытов учтено то обстоятельство, что из физико-химических соображений температуру закалки не имеет смысла

повышать выше 1150°C, время выдержки при закалке не должно быть более 10-11 ч, а температуру старения нельзя снижать ниже 650 °С. По достижении указанных уровней соответствующие факторы переставали менять.

Таблица 1.9. Крутое восхождение

Факторы	Температура закалки, °С (X <sub>1</sub> )	Время выдержки при закалке, ч (X <sub>2</sub> )	Температура старения, °С (X <sub>3</sub> )	Время старения, ч (X <sub>4</sub> )	Время (ч) до разрушения при 700°С и 3,33 ГПа (34 кгс/мм <sup>2</sup> )
$b_i$	41,2	44,3	- 9,8	8,7	
$b_i \Delta X_i$	1236	88,6	- 490	17,4	
Шаг	10	0,72	- 3,96	0,14	
Шаг после округления	10	0,75	- 5	0,2	
$X_{i0}$	1030	6	700	16	
Мысленный опыт	1040	6,75	695	16,2	
Реализованный опыт 1	1050	7,5	690	16,4	220
Мысленный опыт	1060	8,25	685	16,6	
То же	1070	9	680	16,8	
«	1080	9,75	675	17	
«	1090	10,5	670	17,2	
Реализованный опыт 2	1100	10,5	665	17,4	280
« « 5	1110	10,5	660	17,6	310
« « 4	1120	10,5	655	17,8	260
Мысленный опыт	1130	10,5	650	18	
То же	1140	10,5	650	18,2	
Реализованный опыт 3	1150	10,5	650	18,4	110

Некоторые из мысленных опытов реализовали. Порядок реализации виден (см. табл. 1.9). Цель (экстремум) как бы брали в вилку. Из выполненных вначале опытов 1, 2 и 3 лучшим оказался опыт 2. В нем уже было получено значение времени до разрушения выше, чем в лучших опытах

матрицы планирования (см. табл. 1.6). Реализованные затем опыты 4 и 5 показали, что при закалке с температуры 1110°С после 10,5-часовой выдержки и старении при температуре 660° С в течение 17,6 ч время до разрушения сплава ХН77ТЮР при температуре 700°С и напряжении 3,33 ГПа (34 кгс/мм<sup>2</sup>) оказалось равным 310 ч, что существенно больше по сравнению с опытами, указанными в табл. 1.6.

## 2. МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССОВ

Далее рассмотрим анализ и разработку технологических процессов, позволяющих обеспечивать изготовление поковок и готовых деталей требуемой формы. Для разработки технологического процесса необходимо знать:

- закономерности формоизменения заготовки на основных операцияхковки и штамповки;
- виды, особенности, преимущества и недостатки основных и вспомогательных операций типовых технологических процессов;
- конструктивно-технологические особенности основных типов кузнечно-штамповочного оборудования;
- типовые методики расчёта технологических параметров распространённых процессовковки и объёмной штамповки и их связь с конструктивными особенностями применяемого оборудования.

На большинстве предприятий нашей страны проектирование инструмента и выбор режимов обработки для выполнения операций штамповки и формирования всего технологического процесса все еще проводится методом проб и ошибок. С точки зрения достижения необходимых качеств конечного продукта такой метод зачастую не является ни оптимальным, ни экономичным. Однако существует и альтернативный метод – численное моделирование процесса штамповки в специализированных программных пакетах (САЕ-системах), которые позволяют представить особенности процесса до принятия окончательных решений по технологической оснастке и организации самого процесса. В плане экономии времени и затрат этот метод обладает значительными преимуществами.

Для описания широкого набора технологических задач САЕ-системы предусматривают различные модели, описывающие поведение материала, задание взаимодействия контактных поверхностей, методы расчета конечно-элементной модели. Приводимые в пособии примеры позволяют продемонстрировать возможность использования САЕ-систем для моделирования процессовковки и объёмной горячей штамповки. Каждая из

таких программ имеет свои особенности задания исходных данных и исследования полученных результатов.

Deform и SuperForge являются наиболее «дружелюбными» системами, позволяющими технологам в кратчайшие сроки освоить и быстро получить требуемое решение, при этом от технолога не требуется фундаментальных знаний в области метода конечных элементов и умения программировать. Для использования Deform и SuperForge достаточно лишь базовых навыков работы на персональном компьютере и знания специфики обработки металлов давлением.

Проектирование процессов ОМД не толькоковки или штамповки прежде всего основывается на рассмотрении отдельных операций. В данном пособии рассматриваются вопросы, связанные с моделированием операцииковки и штамповки с помощью CAE-систем.

Первый раздел пособия посвящен проектированию операцииковки в программе Deform 2D, второй – операции штамповки зубчатого колеса в системе SuperForge. Оба раздела содержат информацию о последовательности действий, которые необходимо выполнить для моделирования рассматриваемой операции.

После ознакомления студентов с приводимыми ниже примерами расчета возможно осуществление ими самостоятельного расчета отдельных технологических операций, рассчитываемых в курсовом проектировании.

### ***2.1. Моделирование операции свободнойковки с помощью программы Deform 2D***

Рассмотрим создание новой задачи. Запустите Deform 2D, указав левой кнопкой мыши (ЛКМ) последовательно ПУСК/ПРОГРАММЫ/Deform 2D. Будет вызвано **Главное окно** Deform 2D, показанное на рис. 2.1.

Рассмотрите расположение панелей и кнопок. В верхней части окна находится **Панель меню**, содержащая меню: **Файл**, **Моделирование**, **Инструменты**, **Вид**, **Настройки**, **Справка**. Рассмотрим наиболее часто используемые меню – **Файл** и **Моделирование**.

Меню **Файл** содержит команды, используемые для создания новых задач и перемещения между директориями каталога операционной системы.

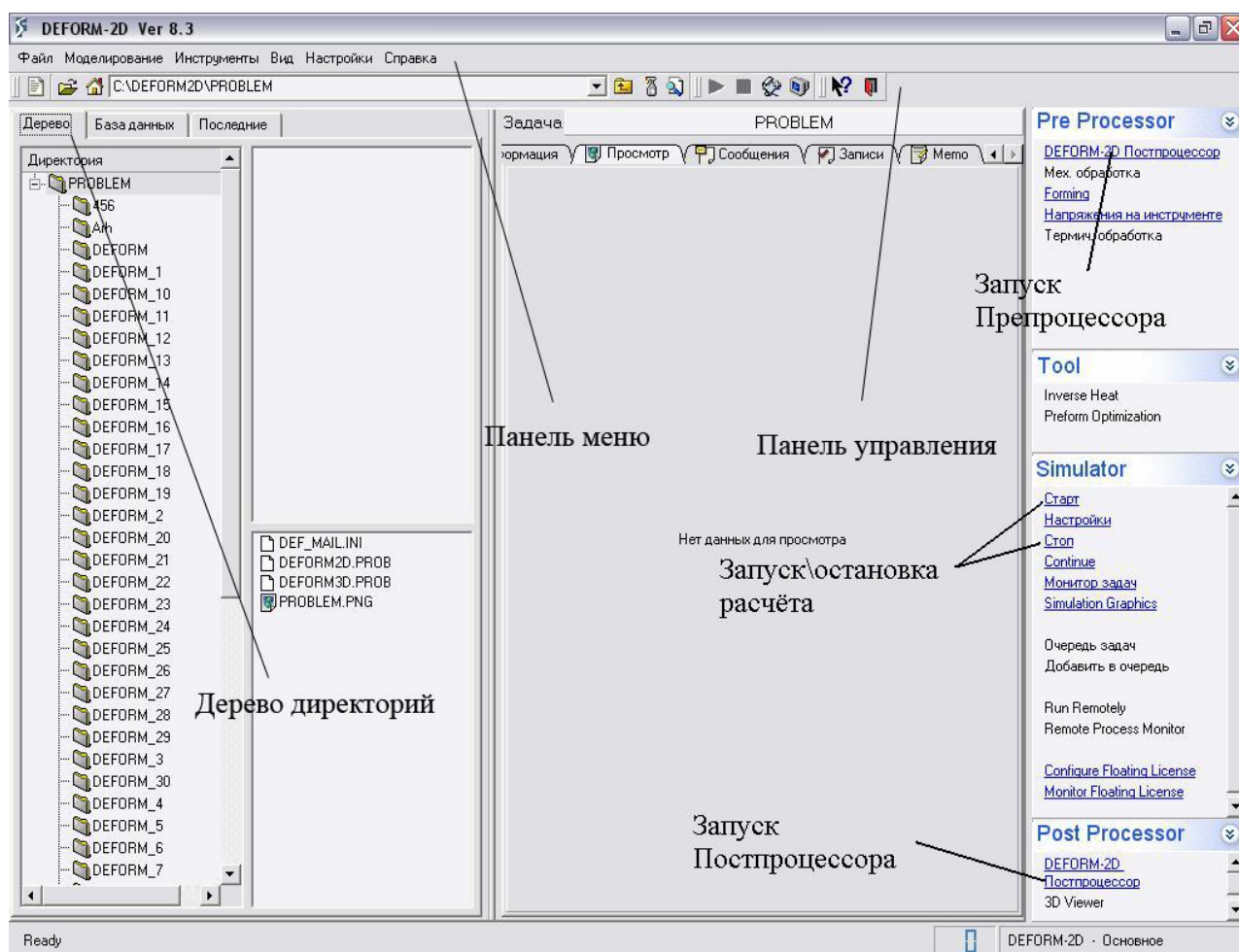




Рис. 2.1. Главное окно Deform 2D

Команда **Новая задача** (New Problem, ) позволяет создать новую задачу и запустить препроцессор, позволяющий задавать исходные данные.

Команда изменить **Директорию в дереве**  позволяет перемещаться по различным директориям операционной системы.

Команда **Выход**  позволяет выйти из программы.

Меню **Моделирование** необходимо для запуска задачи на расчет и управления задачами в ходе расчета. Для запуска задачи на расчет и аварийной остановки расчета используются команды **Старт** [Старт](#) и **Стоп** [Стоп](#).

Команды этих меню для более быстрого доступа вынесены на **Панель управления**, расположенную непосредственно под **Панелью меню**.

В левой части экрана в **Главном окне** расположено **Дерево директорий**, которое отражает текущее расположение задачи по отношению к **Дереву каталогов**, используемому в операционной системе.

Создайте новую задачу, выбрав из меню **Файл** пункт *Новая задача* или нажав кнопку *Новая задача* на **Панели управления**.

Появится окно **Параметры задачи**, в котором необходимо определить особенности моделируемого процесса. Не указывая тип решаемой задачи, нажмите кнопку **Next >**, для того чтобы запустить препроцессор (тип задачи можно определить в препроцессоре).

В следующем активном окне снова нажмите на кнопку **Next >**, приняв, что задача создается в “домашней” директории (по умолчанию это директория PROBLEM, расположенная в папке Deform 2D).

Название задачи должно быть набрано арабскими цифрами. Допускается набор названия английскими литерами без пробелов. Вместо пробелов можно использовать символ подчеркивания.

Дайте название задачи, набрав номер группы. Нажмите кнопку **Finish**.

Произойдет запуск препроцессора Deform 2D. Рассмотрим его интерфейс (рис. 2.2).

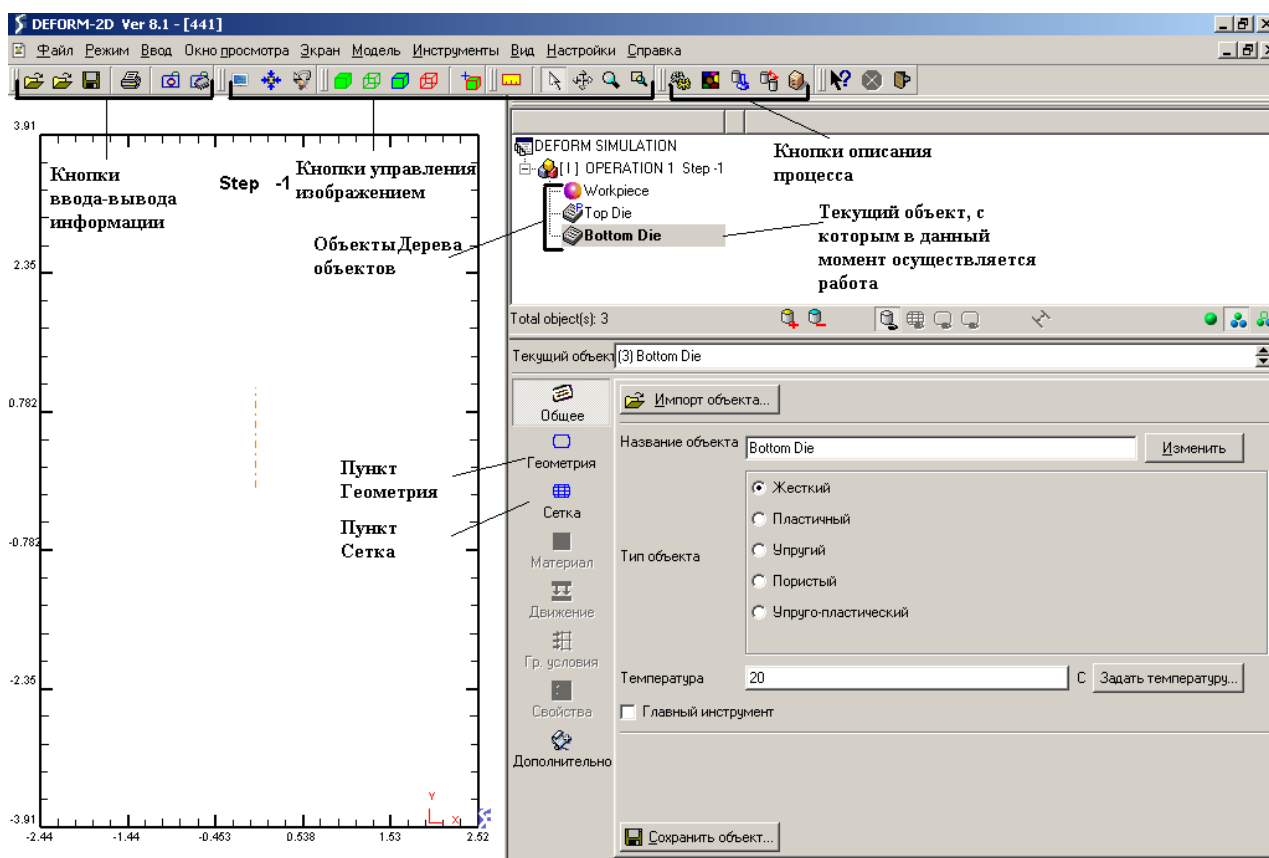


Рис. 2.2. Интерфейс препроцессора





Интерфейс препроцессора состоит из нескольких частей, а именно: Окна Дисплей (DISPLAY window), Деревя Объектов (Object Tree) и области Данные Объекта (Object Data). Также вверху экрана находится **Панель меню** и **Панель управления**, содержащие ряд кнопок.

Наиболее часто используемые кнопки, расположенные на **Панели управления**, представлены в табл. 2.1.

Таблица 2.1. Кнопки **Панели управления**

Кнопка		Название	Назначение
Версия 8.0	Версия 8.3		
		<b>Настройки задачи</b>	Обеспечивает доступ к меню, в котором осуществляется задание параметров моделирования и определение критериев его остановки
		<b>Материал</b>	Обеспечивает доступ к меню, в котором определяются свойства материалов
		<b>Расположение объектов</b>	Обеспечивает доступ к меню, в котором осуществляется управление расположением объектов относительно начала координат и друг друга
		<b>Связи объектов</b>	Обеспечивает доступ к меню, в котором определяются отношения между объектами (контактные поверхности и их характеристики)
		<b>Создание базы данных</b>	Обеспечивает доступ к меню, в котором создается база данных, требующаяся для расчёта задачи
		<b>Выход</b>	Выход из препроцессора и возврат в <b>Главное окно</b>

Рассмотрим предварительную установку настроек препроцессора. Нажмите кнопку **Настройки задачи**  (). Появится окно **Настройка задачи**, в котором по умолчанию будет активна закладка **Основное** (рис. 2.3). Убедитесь в том, что в качестве системы измерения установлена система СИ (напротив надписи “СИ” должен стоять флажок), выбран режим расчета деформаций (галочка напротив надписи “Деформирование”), а решаемая задача обладает геометрической осевой симметрией (флажок напротив “Осесимметричная”).

Для завершения работы с окном **Настройки задачи** нажмите кнопку **ОК**  .

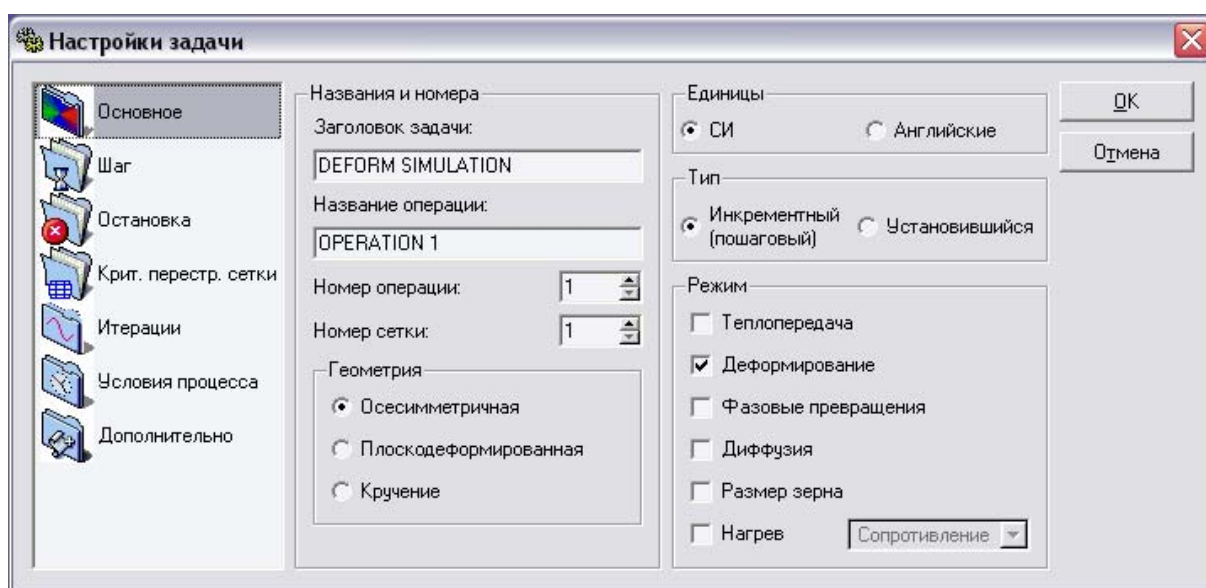


Рис. 2.3. Окно **Настройки задачи**

Далее рассмотрим работу с объектами. Обратите внимание на то, что в **Дереве объектов** после создания задачи был создан всего один исходный объект, а именно **Заготовка** (Workpiece). Этот объект выделен в **Дереве объектов** и на **Панели инструментов** активен пункт **Общее** (рис. 2.4). Рассмотрим данный пункт более подробно.

Пункт **Общее** позволяет:

- выбрать тип объекта, участвующего в расчете (жесткий, упругий, пластичный, пористый и упругопластичный);
- указать исходную температуру объекта;
- сохранять в отдельном файле и импортировать объект из задач, которые решались ранее.

Измените имя объекта с **Workpiece** на **Billet**, для этого в строке **Название объекта** вместо “**Workpiece**” наберите “**Billet**” и нажмите на клавиатуре клавишу **Enter**. Измените тип объекта на “Жёсткий”, обратите внимание на изменение значка, находящегося справа от надписи **Billet** в **Дереве объектов**. Измените тип объекта на “Пластичный”.

Под “пластичным” объектом понимается объект, испытывающий только пластические деформации. По аналогии могут быть заданы “упругий” и “упругопластичный” объекты.

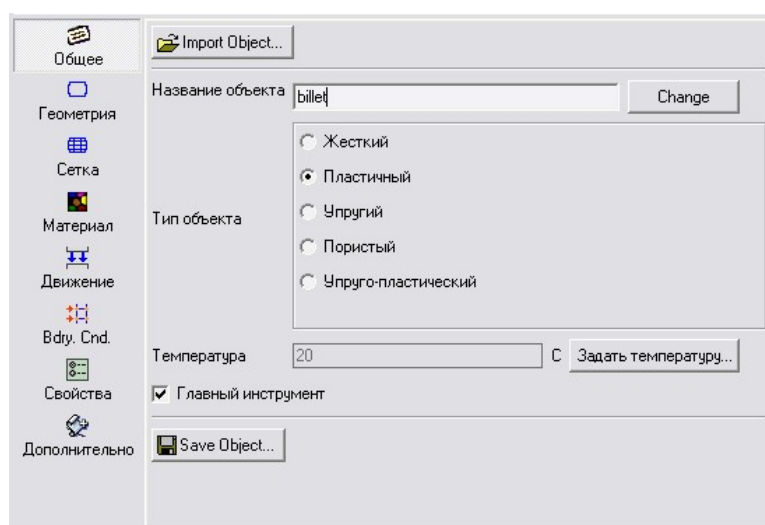


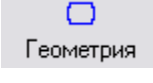



Рис. 2.4. Пункт **Общее** из **Панели Инструментов**


Все типы объектов, используемые в Deform 2D, кроме жесткого объекта, должны иметь сетку конечных элементов.

Непосредственно под пунктом **Общее**  на **Панели инструментов** располагается пункт **Геометрия** , позволяющий работать с геометрией моделируемых объектов. Геометрия объекта может быть создана в Deform 2D или импортирована как из \*.dxf или \*.igs файла.

Рассмотрим задание геометрии объекта. Пункт **Геометрия**  содержит три закладки. По умолчанию осуществляется переход на закладку **Инструмент**, которая позволяет импортировать геометрию объекта из других программ, сохранять уже имеющуюся геометрию и т.д. Для создания и редактирования геометрии с помощью средств Deform 2D служит закладка **Edit (Редактирование)** , содержащая **Поле ввода геометрии** (пустая табличка) и вспомогательные кнопки. Построение геометрии

может осуществляться по точкам (формата ввода XYR) или с помощью отрезков-дуг (формата ввода line-arc).

Перейдите к закладке **Edit** (рис. 2.5). Нажмите ЛКМ на верхнюю левую ячейку **Поля ввода геометрии**, после чего последовательно введите значения, представленные на рис. 2.6. После ввода очередного значения, соответствующего данной ячейке, нажимайте на клавишу **Enter**, для перехода к следующей ячейке. Разделение десятых долей осуществляется с помощью точки. При правильном вводе информации введенные ранее значения должны выравниваться по правому краю ячейки. После окончания ввода данных нажмите ЛКМ на кнопку **Применить**.

Нажмите ЛКМ на кнопку **Во весь экран**  для автоматического масштабирования изображения (функция этой команды будет объяснена ниже).

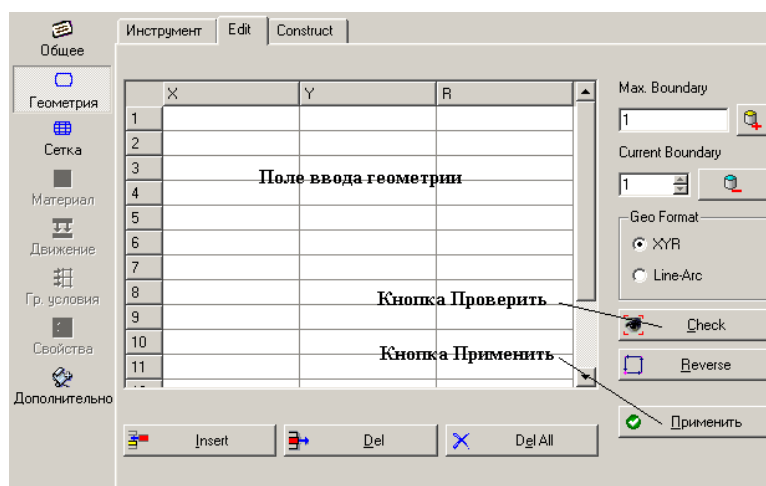


Рис. 2.5. Пункт Геометрия из Панели инструментов

Рассмотрите полученную геометрию заготовки (рис. 2.7).

	X	Y	R	
1	0	0	0	0
2	1.5	0	0.12	
3	1.5	4	0.12	
4	0	4	0	
5				

Рис. 2.6. Данные для ввода

Обратите внимание на то, что с внешней стороны поверхности располагается серая полоса, которая показывает направление обхода от начальной точки к конечной (определяет внутреннюю область объекта). В случае



правильного ввода геометрии серая полоса должна располагаться внутри объекта. После того как геометрия импортирована, ее необходимо проверить. Нажмите кнопку **Проверить**  и в появившемся окне нажмите на кнопку **Проверить и исправить геометрию** . Появится сообщение “Geometry is legal”, которое сообщает о том, что геометрия была построена верно. Для возвращения к пункту **Геометрия** нажмите последовательно в активных окнах ЛКМ клавишу **ОК**.



Рис. 2.7. Геометрия построенной заготовки

Автоматическое исправление геометрии не только устранил любые проблемы с неточностями, возникающими при построении геометрии, но также и исправит ориентацию геометрии, если необходимо. В Deform 2D принято, что правильным направлением является направление против часовой стрелки.

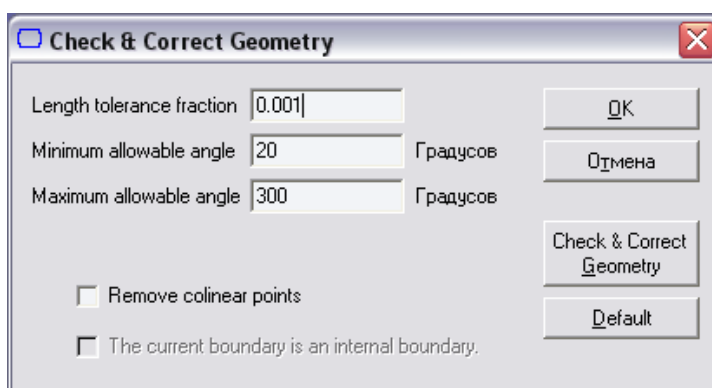


























Рис. 2.8. Окно **Проверить и исправить геометрию**

Рассмотрим работу с изображением модели. Краткое описание команд, позволяющее работать с изображением модели, представлено в табл. 2.2.

Самостоятельно разберитесь с их использованием. Большинство команд работы с изображением имеет “кнопки быстрого доступа”, позволяющие с клавиатуры вызвать требуемую команду.



Таблица 2.2. Кнопки управления изображением на экране


Кнопка		Название	Назначение	Быстрый доступ
Версия 8.0	Версия 8.3			
		Панорама (Pan)	Позволяет динамически перемещать объекты в окне DISPLAY вверх, вниз, влево или вправо, с помощью перемещения мыши при удерживании левой кнопки мыши	Shift + ЛКМ
		Масштабировать (Zoom)	Позволяет динамически масштабировать окно DISPLAY, при удержании левой кнопки мыши и перемещении мыши вверх или вниз	Alt + ЛКМ
		Приблизить (Magnify)	Часть окна DISPLAY может быть увеличена. Для этого необходимо щелкнуть левой кнопкой мыши и, не отпуская ее растянуть рамку на всю увеличиваемую область	Ctrl + Alt + ЛКМ
		Заштрихованные (View shaded objects)	Полутоновое изображение объектов без сетки	
		Только сетка (View mesh only)	Изображаются только контуры объектов и сетка	
		Заштрихованные и сетка (View shaded mesh)	Полутоновое изображение объектов с наложением сетки	
		Только грани (View surface patch)	Изображаются только контуры объектов	

		Обновить (Refresh)	Перерисовать окно DISPLAY и отчистить экран от предыдущих линий измерения	
		Вписать (View Fit)	Вписать все объекты в окно DISPLAY	
		Предыдущий вид (View Back)	Возврат к предыдущему виду	
		Захват экрана (Capture Image)	Копировать содержимое окна DISPLAY и сохранить его в файл	
		Печать (Print)	Вывести содержимое окна DISPLAY на принтер	


В ходе работы иногда возникает необходимость осуществить замер расстояния между различными элементами или указать объект для этого служат команды, приведенные в табл. 2.3.





Таблица 2.3. Команды, используемые для работы с объектами

Кнопка	Название	Описание
	<b>Измерить (Measure)</b>	Позволяет осуществлять замер расстояния между любыми двумя точками. Линия измерения останется на экране до тех пор, пока не будет нажата кнопка <b>Обновить (Refresh)</b>
	<b>Выбор (Select)</b>	Это основной режим работы, он используется для выбора и получения информации о гранях элемента и узлах. Это также режим, используемый при измерении

Рассмотрим, как проходит сохранение данных. Сохраните Ваши данные. Для сохранения данных выберете из меню **Файл** команду **Сохранить** или нажмите кнопку **Сохранить** , которая располагается на **Панели Управления** (верхняя часть экрана). Отличие команды **Сохранить**, расположенной на **Панели Управления**, от команды **Сохранить объект**, расположенной на **Панели инструментов**, заключается в том, что в пер-

вом случае сохраняется информация о всех объектах, присутствующих в моделируемом процессе, в то время как во втором случае сохраняется информация только об объекте, активном на текущий момент (т.е. выделенном в **Дереве Объектов**).

Рассмотрим процесс создания новых объектов и импортирование геометрии для них. Обратите внимание на то, что в **Дереве объектов** после создания задачи был создан всего один исходный объект, а именно заготовка (**Billet**). Для добавления в решаемую задачу дополнительного объекта воспользуйтесь кнопкой **Вставить объект** (*Insert object*) , которая находится под **Деревом объектов**. После добавления объекта в **Дереве объектов** появится объект **TopDie** (Верхний инструмент).

Нажмите кнопку **Геометрия** на **Панели инструментов**, затем кнопку **Импорт геометрии**, укажите путь к файлу **Spike\_TopDie.IGS**, который расположен в директории **C:\DEFORM2D\V8\_1\LABS**. Для поиска и открытия этого файла пользуйтесь стандартными командами Windows **открыть**  и **Подняться выше на директорию** . Проверьте правильность геометрии и убедитесь в ее корректности (см. пункт **Задание геометрии объекта**). По аналогии, нажав ЛКМ на кнопку **Вставить объект** , создайте **Bottom Die** (нижний инструмент) в **Дереве объектов** и создайте для него геометрию, загрузив файл **Spike\_BottomDie.IGS** расположенный по адресу **C:\DEFORM2D\V8\_1\LABS**. Укажите ЛКМ на надпись **Billet** в **Дереве объектов**. Обратите внимание, что серая полоса, указывающая на то, что текущим объектом является **Bottom Die**, “перескочила” на **Billet**, при этом произошло выделение геометрии заготовки в окне **Display** с помощью желтых уголков. Укажите ЛКМ на **Top Die** в **Дереве объектов**. Обратите внимание на то, что текущим стал верхний инструмент, и стали доступны для редактирования свойства именно этого объекта. Вызовите для редактирования заготовку (укажите ЛКМ в **Дереве объектов** заготовку **Billet**) и убедитесь в том, что в пункте **Общее** стоит тип объекта “Пластичный”. Выберите пункт **Сетка** и нажмите на кнопку **Сгенерировать**, для того чтобы создать сетку конечных элементов с атрибутами, установленными по умолчанию. Обратите внимание на то, что после создания сетки конечных элементов напротив надписи **Billet** появилась надпись “**Undefined**”. Значок  (**undefined**) означает, что необходимо присвоить материал заготовке (определить свойства материала заготовки).








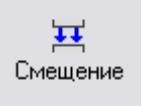
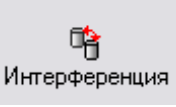

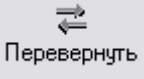
Нажмите на кнопку **Материал** , расположенную на **Панели инструментов** под **Деревом объектов**. Выберите из меню, разворачивающихся нажатием на значок “+”, алюминиевый сплав Al-1100, после этого нажмите ЛКМ на кнопку **Задание материала** , расположенную под **Деревом объектов**. Обратите внимание на то, что вместо надписи “undefined” в **Дереве объектов** появилось название марки материала. Рассмотрим позиционирование объектов. Для расположения объектов по отношению друг к другу необходимо воспользоваться пунктом **Позиционирование объектов**, который располагается на **Панели управления**. Описание команд данного пункта приведено в табл. 2.4. Для наиболее точного и быстрого расположения объектов так, как это показано на рис. 2.9, воспользуйтесь командой **Интерференция**. Для использования команды необходимо нажать на кнопку **Интерференция**, затем нужно выбрать объект, относительно которого будут размещены другие объекты. В качестве такого объекта в нашем случае удобно использовать заготовку (**Billet**). Определите объект, который будет размещаться или позиционироваться нажатием ЛКМ на треугольник  в пункте **Позиционируемый объект**  и выберите **Top Die**.

Таблица 2.4. Команды, используемые для перемещения объекта

Кнопка	Название	Описание
 Мышкой	Перемещение мышкой	Размещение объекта осуществляется с помощью мышки
 Смещение	Смещение	Объекты перемещаются на заданное расстояние определением вектора перемещения или с помощью указания начального и конечного значений перемещаемой точки объекта
 Интерференция	Интерференция	Перемещение объектов до создания наложения их друг на друга. Данная команда используется для быстрого определения контактных поверхностей
 Вращение	Вращение	Позволяет поворачивать объекты относительно заданной точки на любой угол
 Перевернуть	Перевернуть	Позволяет зеркально отразить объекты относительно осей X, Y или какой-либо заданной оси

В пункте “**Относительно**” с помощью меню, вызываемого нажатием ЛКМ на треугольнике ▾, выберите объект **Billet**. Далее необходимо определить часть позиционируемого объекта, которая касается объекта, относительно которого осуществляется позиционирование (часть **Top Die**, которая касается **Billet**). Поскольку **Верхний инструмент** (Top Die) касается заготовки (**Billet**) своей нижней частью, то необходимо поставить флажок напротив надписи “-Y”. Нажмите ЛКМ кнопку **Применить**.

Аналогично осуществляется позиционирование нижнего инструмента (**Bottom Die**). Только за направление выбирается “Y”, а в качестве позиционируемого объекта **Bottom Die**.

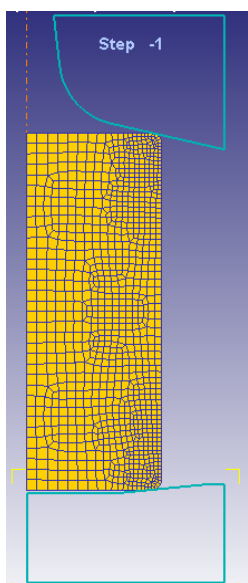


Рис. 2.9. Правильное расположение объектов

По окончании позиционирования объектов нажмите кнопку **ОК**. Изображение на экране должно принять вид, показанный на рис. 2.9.

Рассмотрим назначение контактных поверхностей. Нажмите на кнопку **Взаимодействие объектов** расположенную на **Панели управления** и на запрос системы о необходимости создания контактных пар, в появившемся окне ответьте положительно. В появившемся окне **Взаимодействие объектов** (рис. 2.10) нажмите кнопку **Изменить**, в появившемся окне поставьте флажок напротив надписи “Coulomb” (закон трения по Кулону) и укажите коэффициент трения 0,3 (рис. 2.11).

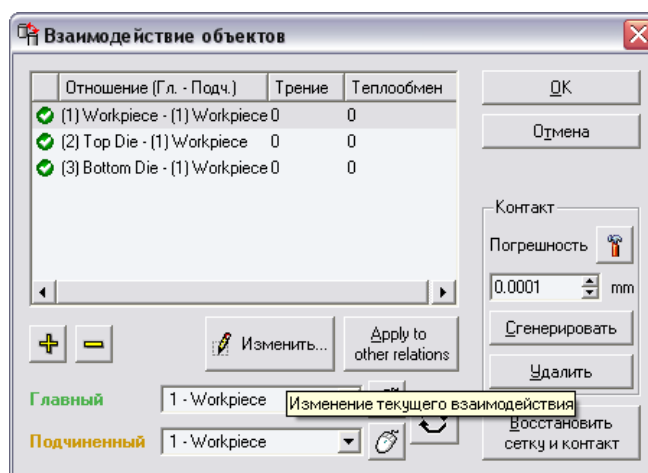


Рис. 2.10. Окно **Взаимодействие объектов** до задания исходных данных

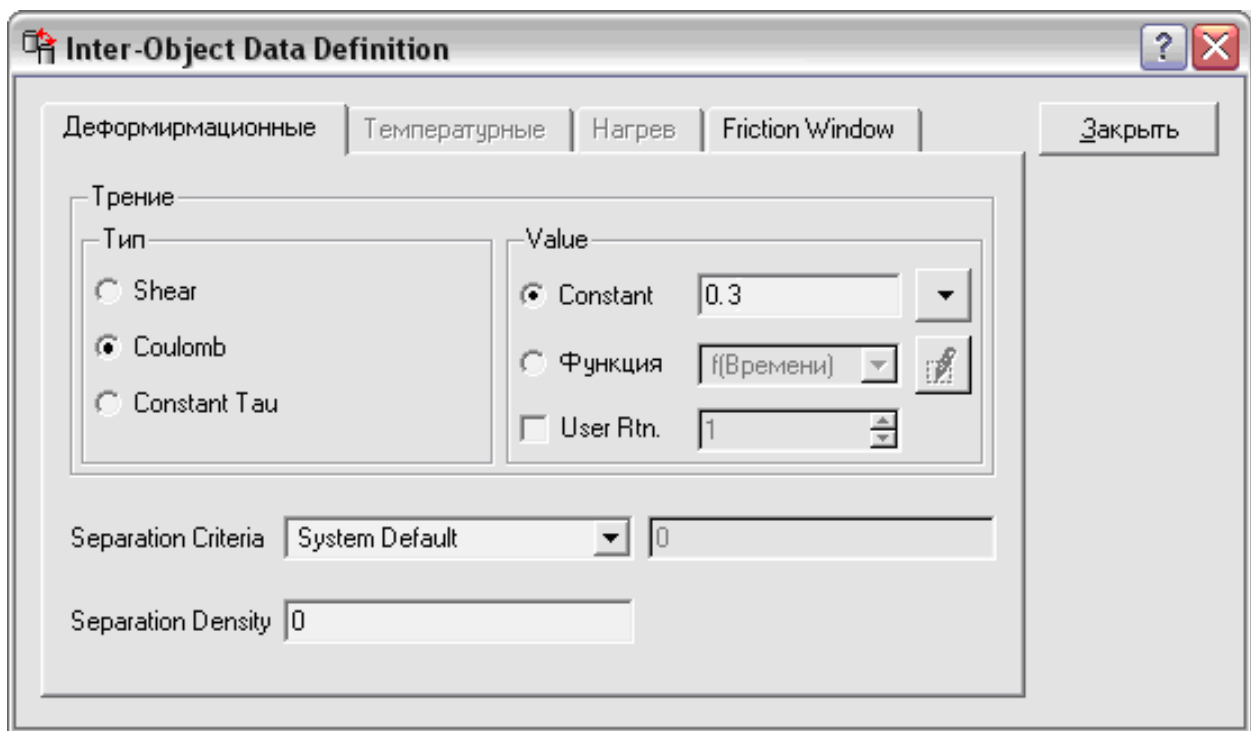
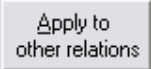




Рис. 2.11. Окно Inter-Object Data Definition

Нажмите кнопку **Закреть** в окне Взаимодействия объектов. Нажмите на кнопку,  для того чтобы присвоить значения коэффициента трения (условия взаимодействия объектов) всем контактным парам.

Для генерации величины точности, с которой компьютер может создать контактные пары, нажмите на кнопку **Погрешность** , после этого нажмите кнопку **Сгенерировать** для создания поверхности контакта, при этом в окне **Display** появится изображение мест контакта (появятся разноцветные точки в местах взаимодействия объектов). Нажмите ЛКМ на кнопку **ОК** для выхода из окна **Взаимодействие объектов**.

Рассмотрим задание движения верхнего инструмента. Сделайте активным **Верхний Инструмент** (Top Die) для задания характеристики приложенного к верхнему инструменту усилия (укажите **Top Die** в **Дереве Объектов**). В программе Deform 2D двигаться может любой объект, причём нет ограничений по количествудвигающихся объектов. Двигаться объекты могут как под действием приложенного усилия (т.е. двигаться с определённым усилием), так и с заданной скоростью. По умолчанию все объекты являются неподвижными, т.к. приложенные к ним усилия и скорость равны нулю. Если в программе рассматривается процесс деформи-

рования, то обязательно необходимо определить перемещение **Главного инструмента**. **Главным инструментом** называется инструмент, под непосредственным перемещением которого осуществляется деформация заготовки. В рассматриваемой нами задаче **Главным инструментом** является **Top Die**, о чём свидетельствует значок в виде буквы “P”, расположенный рядом со значком **Top Die** в **Дереве объектов**. При необходимости сделать **Главным инструментом** можно любой объект с помощью постановки галочки в пункте **Главный инструмент** на закладке **Общее** . Нажмите кнопку **Движение**  на **Панели инструментов**. Убедитесь, что напротив надписи **Скорость** стоит флажок, введите в активное окно, расположенное чуть ниже, 1 мм/с (рис. 2.12).

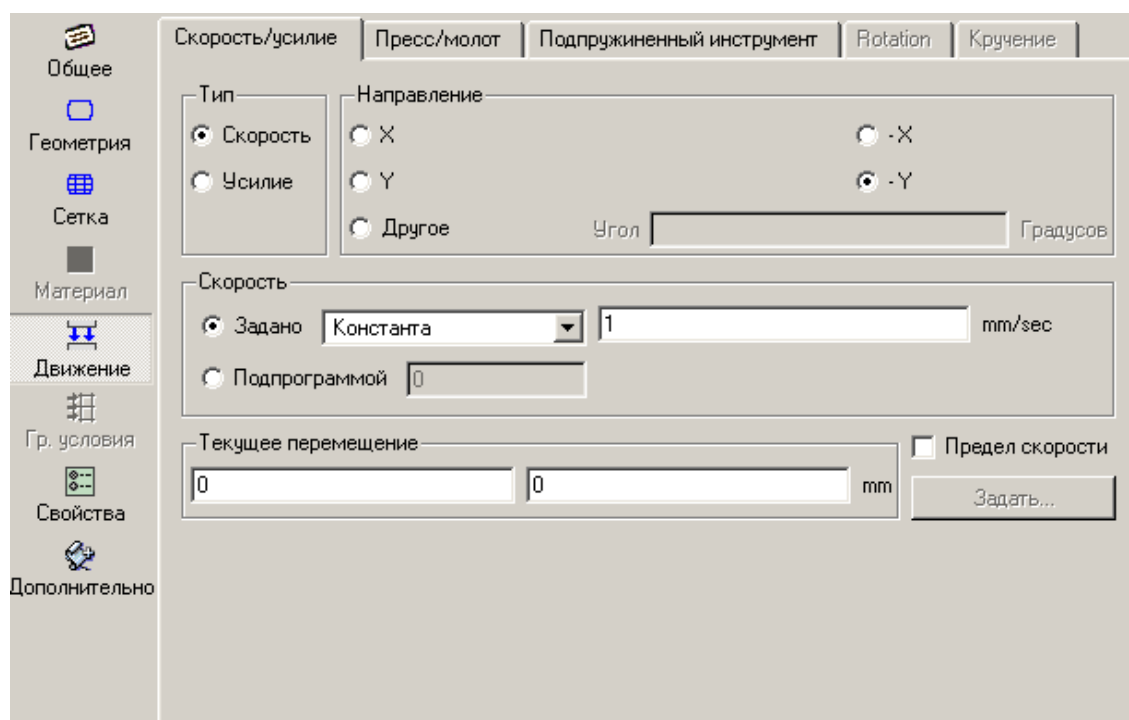





Рис. 2.12. Закладка **Движение**

В соответствии с заданными условиями нагружения верхний инструмент будет перемещаться вниз с постоянной скоростью 1 мм/с. Рассмотрим установку настроек задачи. Нажмите на кнопку **Настройки задачи**  (  ) и в появившемся окне **Настройки задачи** перейдите на закладку **ШАГ** для того, чтобы задать шаг квазистатической задачи. Задание шага решения задачи может быть ограничено по времени и по перемещению главного инструмента. Для задания величины шага решения по переме-

щению **Главного инструмента** необходимо произвести замер наименьшего размера сетки конечных элементов заготовки, данное значение разделить на три и ввести частное от деления в ячейку, расположенную правее надписи “With Equal Die Displacement”. В нашем случае будем считать, что верхний инструмент сместится на 2 мм. Размер ребра конечного элемента измеряем при помощи **Линейки** . Этот размер будет зависеть от построенной сетки и в каждом случае будет свой. Пример заполнения закладки **ШАГ** приведён ниже. По аналогии с данным примером выполните заполнение этой закладки, но вместо приводимых в примере значений введите свои.

Рассмотрим пример заполнения закладки **ШАГ**. В результате замеров ребер конечных элементов сетки получилось, что длина наименьшего ребра равна 1 мм. Следовательно, шаг по перемещению инструмента будет равен 0,33 мм. Это значение и необходимо внести в ячейку напротив фразы “With Equal Die Displacement” (рис. 2.13).

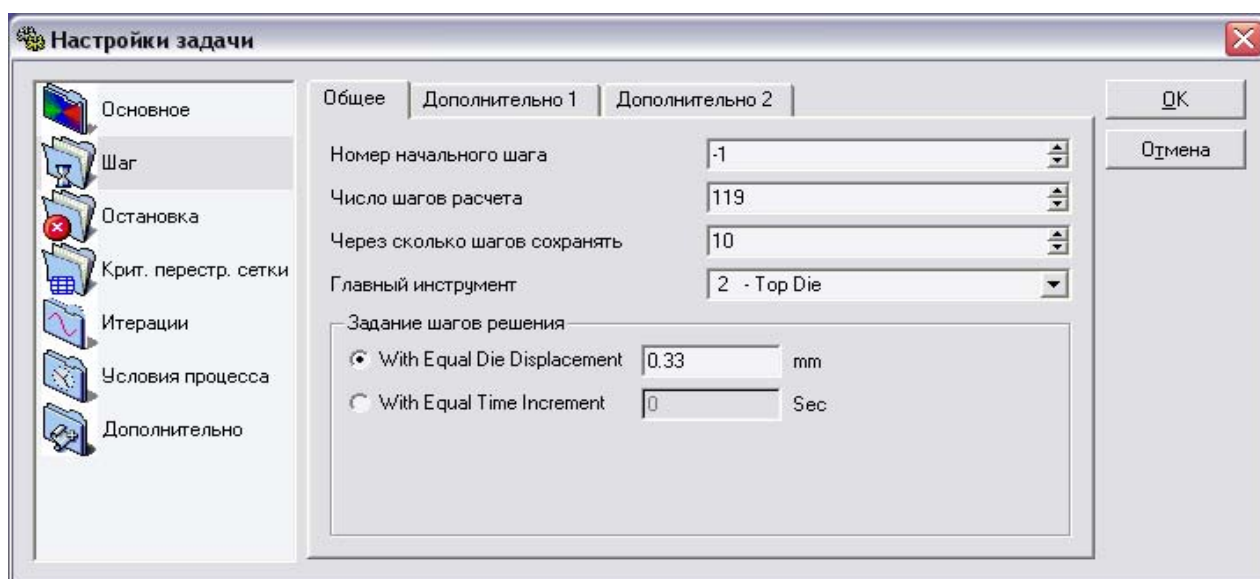




Рис. 2.13. Окно **Настройки задачи**

Для того чтобы задать **Число шагов расчета**, необходимо перемещение **Главного инструмента** разделить на размер шага по перемещению и полученное значение внести в ячейку напротив надписи **Число шагов расчета** (см. рис. 2.13). Допустим, что для полного деформирования заготовки необходимо переместить инструмент на 39 мм, тогда 39 делим на 0,33 и получаем примерно 119 шагов. Данное значение вносим в соответствующую ячейку (см. рис. 2.13).

Рассмотрим создание файла базы данных. Нажмите кнопку **Генерация базы данных**  (). В появившемся окне **Генерация базы данных** нажмите на кнопку **Проверить**. В случае если постановка задачи произведена корректно, то после проверки заданных данных появится сообщение “База данных может быть сгенерирована” (рис. 2.14).

Нажмите ЛКМ на кнопку **Заккрыть** для выхода из окна **Генерация базы данных**.

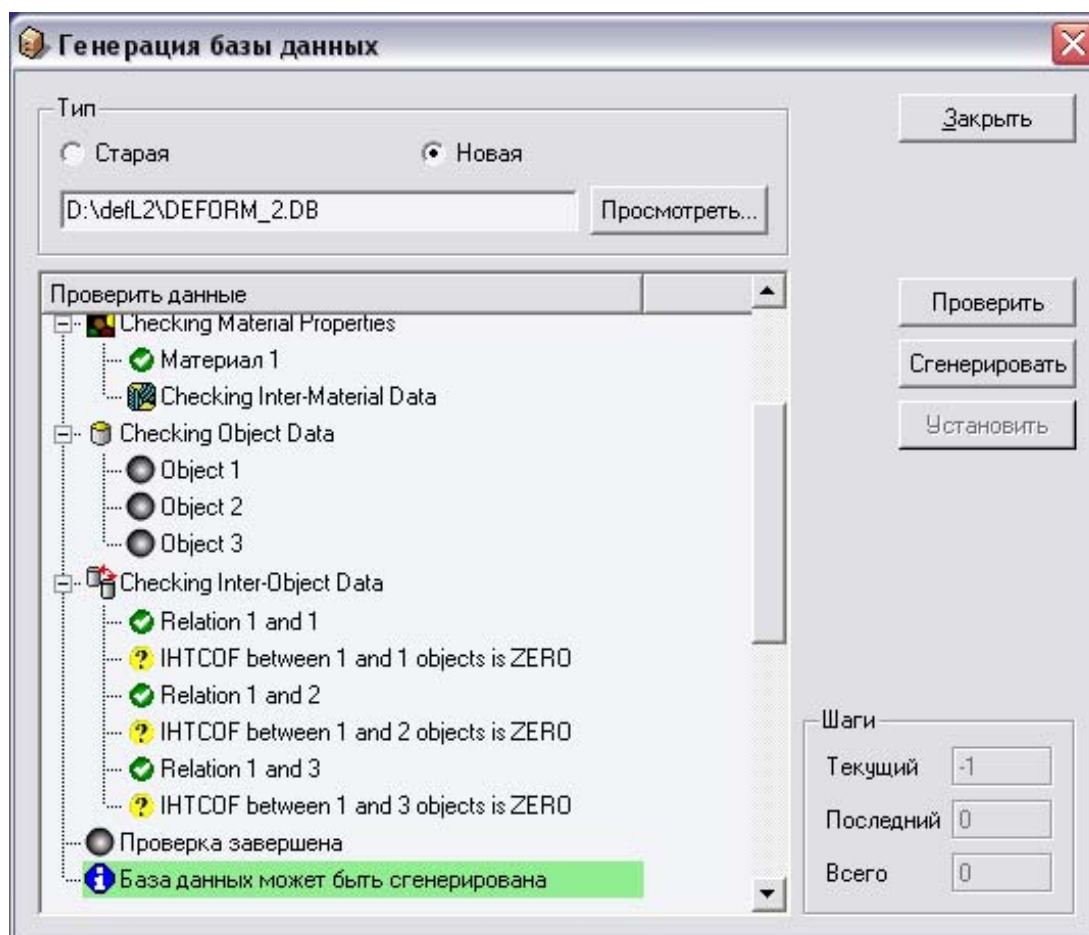




Рис. 2.14. Окно **Генерация базы данных** после проверки исходных данных

Сохраните данные, нажав на кнопку **Сохранить** , расположенную в верхней левой части экрана. Выйдите из **Препроцессора**, нажав ЛКМ на кнопку **Выход** . Обратите внимание на то, что работа осуществлялась только с файлом с расширением “key” (он показан на рис. 2.15 стрелкой). Название файла будет соответствовать тому названию, которое вы давали задаче при создании новой задачи. На рис. 2.15 файл назван DEFORM\_2.KEY.

Для расчета задаваемых в препроцессоре программы данных необходимо сохранить их в виде файла базы данных, который имеет расширение \*.db. Особенности работы с файлом расширения \*.db будут рассмотрены в следующих лабораторных работах.

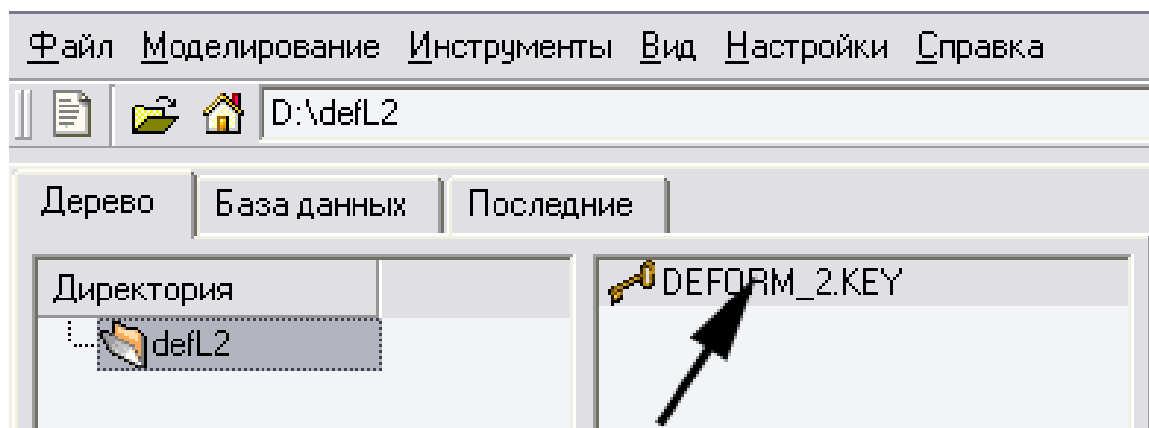




Рис. 2.15. Файл с расширением “Key”

Откройте в препроцессоре решаемую ранее задачу. Для этого нужно в правой верхней части экрана нажать на надпись “Постпроцессор” расположенную непосредственно под надписью **Pre Processor**. Нажмите кнопку **Генерация базы данных**  (). В появившемся окне **Генерация базы данных** нажмите на кнопку **Сгенерировать**, произойдет автоматическое создание базы данных (рис. 2.16), в поле создания базы данных появится сообщение “Запись базы данных завершена”, свидетельствующее о том, что база данных была успешно создана. Выйдете из препроцессора и убедитесь в том, что рядом с файлом с расширением “Key” появился файл с расширением “Db”.

Проведем запуск задачи на расчет. В пункте **Simulator** в **Главном окне** нажмите кнопку **Старт**. В появившемся окне с сообщением “The simulation has been submitted” Нажмите ЛКМ на кнопку **ОК**.

Нажмите на закладку **Сообщения** для вывода информации о том, какой шаг рассчитывается в настоящий момент. Обратите внимание на то, что файл базы данных (файл с расширением \*.db) скрыт зелёной полосой с красной надписью **“Running...”**, которая означает, что в данный момент задача рассчитывается. Прежде чем перейти к следующему пункту работы, дождитесь, пока расчет закончится, т.е. исчезнет зелёная полоска и надпись **“Running...”**.

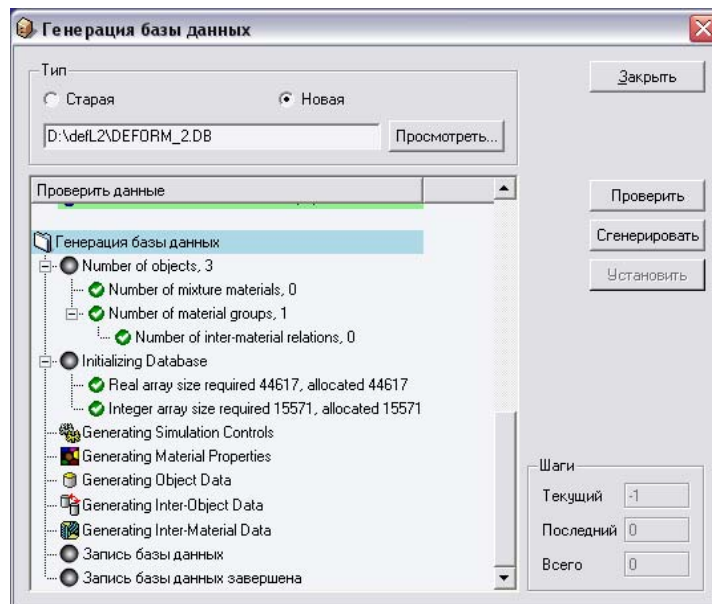



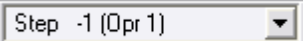




Рис. 2.16. Окно **Генерация базы данных** после создания базы данных

Проведем оценку полученных результатов. Для вывода информации, полученной в ходе расчёта, используется **Постпроцессор**. Чтобы открыть решаемую задачу в постпроцессоре, нажмите ЛКМ в пункте “Post Processor” на надпись “Deform-2D Постпроцессор”. После загрузки задачи в **Постпроцессор** с помощью кнопок, показанных в табл. 2.5, оцените полученные результаты.

Таблица 2.5. **Команды, используемые для управления анимацией**

Кнопка	Описание
	Воспроизведение анимации назад / вперёд
	Пошаговое воспроизведение анимации назад / вперёд
	Перемещение в начало и конец последовательности рассчитанных шагов
	Окно доступа к произвольному шагу базы данных
	Настройка последовательности вывода шагов расчета из базы данных

Для вывода интересующих данных, полученных в результате расчета, используется команда **Параметры** , которая позволяет вызвать окно Параметры (рис. 2.17).



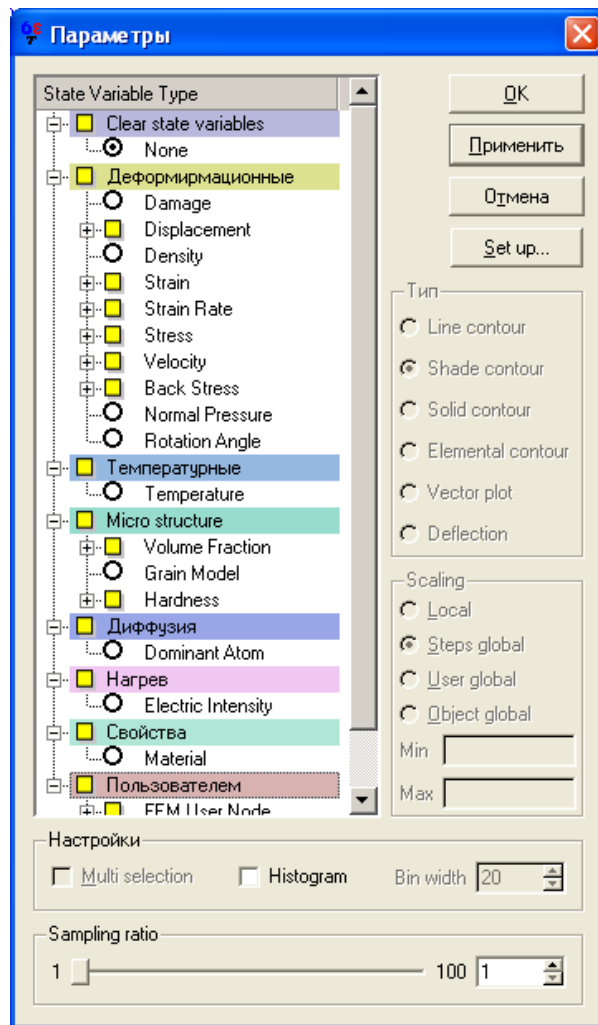



Рис.2.17. Окно Параметры

Список наиболее часто используемых при исследовании задач обработки металлов давлением параметров представлен в табл. 2.6.

Таблица 2.6. Параметры процессов ОМД

Величина	Перевод	Параметр	Перевод
Stain	Деформация	Effective	Интенсивность
Stain Rate	Скорость деформации	Mean	Среднее значение
Stress	Напряжение	Max Principal	Главное наибольшее
Velocity	Скорость	Min Principal	Главное наименьшее
Temperature	Температура	X/R	Действующее в направлении X в декартовой системе координат или R, если система координат полярная

Для просмотра интересующего параметра его необходимо указать в окне **Параметры** и нажать ЛКМ на кнопку **Применить** (Apply) После этого, используя кнопки, представленные в табл. 2.5, можно отследить изменение рассматриваемого параметра по мере протекания процесса деформирования заготовки. Для того чтобы отследить изменение положения точки деформируемого тела, используется команда, расположенная на **Панели инструментов Point Tracing** , после вызова которой открывается окно **Отслеживание точек**, в котором необходимо указать координату точки деформируемого тела, положение которой будет отслеживаться (рис. 2.18). Задание координаты точки можно осуществить непосредственным указанием ее положения в окне **Display** с помощью ЛКМ. В общем случае таких точек может быть несколько. По окончании ввода точек необходимо нажать ЛКМ на кнопку **Next**.

Результатом выполнения команды **Point Tracing** станет появление на экране графика, на котором будет отображаться текущее значение указанной в окне **Параметры** величины. Число выводимых графиков будет соответствовать числу указанных точек.

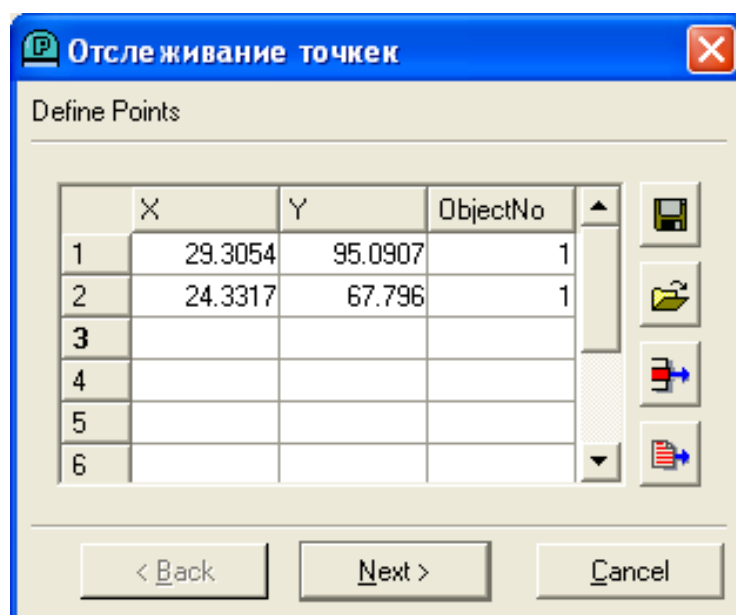



Рис. 2.18. Окно **Отслеживание точек**

Для вывода данных по усилию процесса, действующего на объекты, используется команда **График Усилие-перемещение** , после вызова которой появляется окно **Graf (Load-Stroke)** (рис. 2.19).

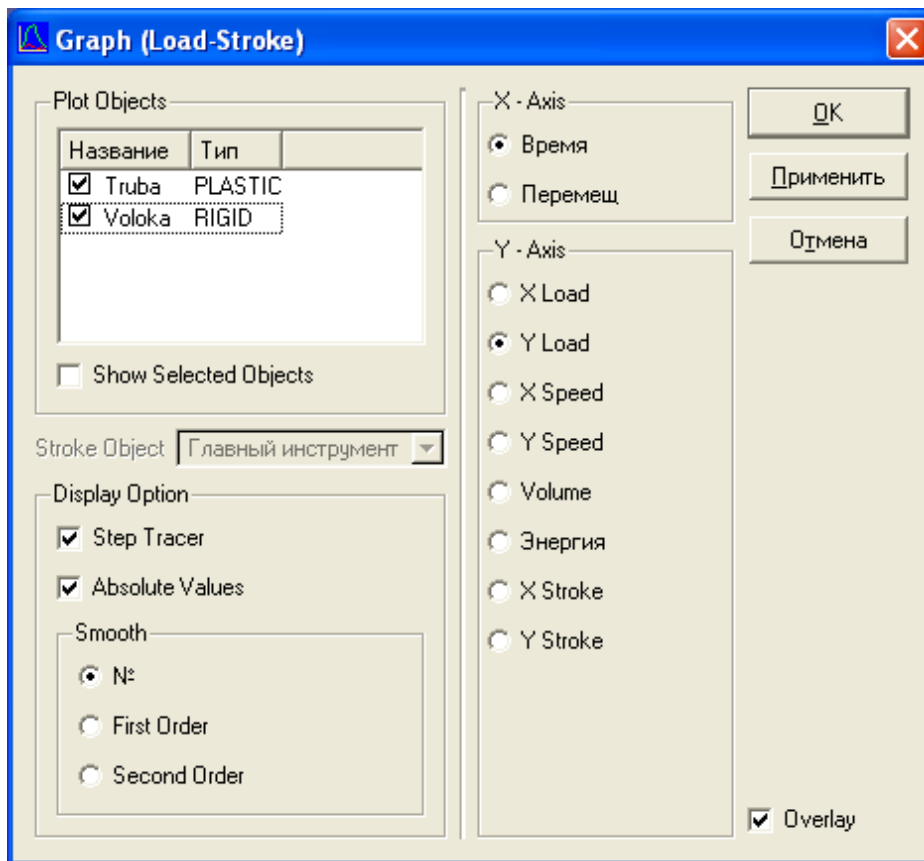


Рис. 2.19. Окно **Graf (Load-Stroke)**

В окне **Graf (Load-Stroke)** необходимо указать:

- объект, с которого будет сниматься усилие,
- по какой оси интересует усилие,
- в зависимости от чего (времени или перемещения) необходимо осуществить построение графика.

По окончании указания данных необходимо нажать ЛКМ на кнопку ОК, после чего в окне **Display** появится график.

## ***2.2. Моделирование процесса штамповки зубчатого колеса в системе SuperForge***

Проведем описание данных, используемых для расчета в программе SuperForge. Сначала необходимо определить температуру заготовки. На рис. 2.20 показано окно, используемое для задания температуры заготовки. Ниже описаны данные задания, которые необходимы для расчета задачи.

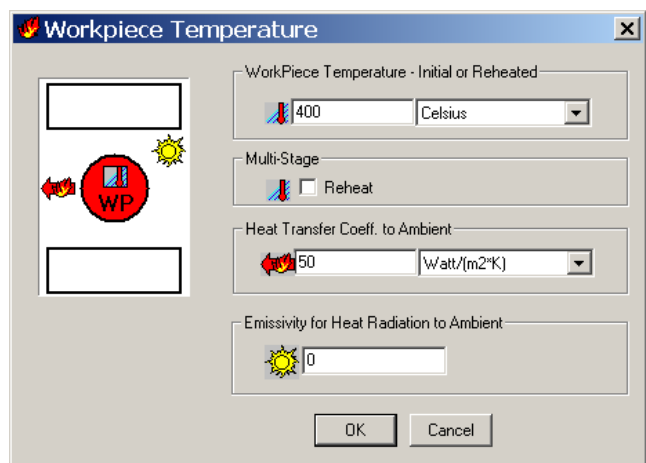


Рис. 2.20. Ввод данных о температуре заготовки

**НАЧАЛЬНАЯ ТЕМПЕРАТУРА ЗАГОТОВКИ (WP TEMPERATURE 1 – Initial or reheated).** Начальная температура нагрева заготовки зависит от вида сплава и особенностей технологического процесса. В первом приближении необходимо выбрать рекомендуемый температурный интервал штамповки сплава и задать температуру начала деформации (наибольшее значение). Однако для получения мелкой, нерекристаллизованной структуры в поковке для быстротечных процессов иногда целесообразно снижать температуру нагрева заготовки, чтобы закончить процесс при температуре, близкой к нижнему пределу деформации. Выбрать рациональный температурный интервал можно путем моделирования процесса, варьируя температурой нагрева заготовки.

**ПОВТОРНЫЙ (МНОГОСТУПЕНЧАТЫЙ) НАГРЕВ (MULTI-STAGE).** Промежуточный нагрев (подогрев) заготовок чаще всего применяется при свободной ковке, что объясняется длительностью операций и, следовательно, остыванием заготовки до нижнего предела. При штамповке обычно процесс проходит с одного нагрева, поэтому эту позицию не открывают.

**КОЭФФИЦИЕНТ ТЕПЛООТДАЧИ В ОКРУЖАЮЩУЮ СРЕДУ (HEAT TRANSFER COEFF. To Ambient).** До начала деформации и в паузах между операциями нагретая заготовка остывает при контакте с воздухом. Интенсивность остывания зависит от величины коэффициента теплоотдачи. Численные значения коэффициента зависят от материала и могут быть приняты  $\alpha \approx (6-15)$  (Вт/м<sup>2</sup> \*К).

**КОЭФФИЦИЕНТ ТЕПЛООВОГО ИЗЛУЧЕНИЯ В ОКРУЖАЮЩУЮ СРЕДУ (EMISSIVITY FOR ...).** Излучательная способность тела зависит от

марки материала, шероховатости поверхности, слоя окалины и других факторов. Ориентировочно можно пользоваться следующими данными:

Алюминиевые сплавы – 0,08...0,15;

Стальные сплавы – 0,4...0,6.

Далее определим температуру инструмента (Die Temperature). На рис. 2.21 показано окно, используемое для задания температуры инструмента. Ниже описаны данные задания, которые необходимы для расчета задачи.

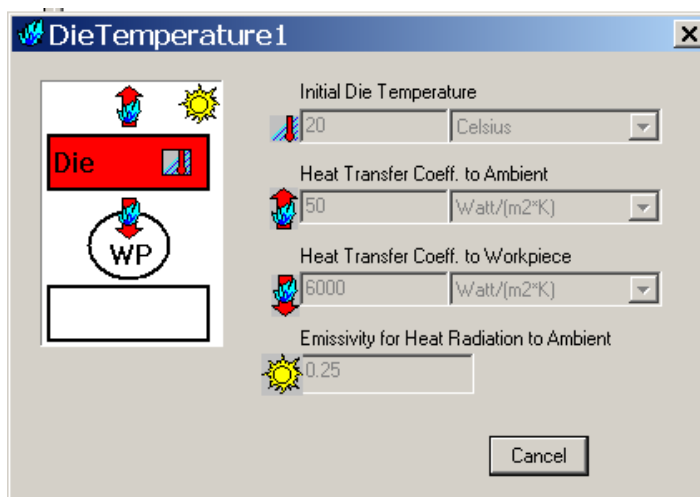


Рис. 2.21. Ввод данных о температуре штампа

### ***НАЧАЛЬНАЯ ТЕМПЕРАТУРА ШТАМПА (INITIAL DIE TEMP).***

Предварительный подогрев штампов необходим для повышения их стойкости и создания оптимальных условий деформации заготовки. Штампы ПВМ (паровоздушных молотов) и КГШП (кривошипных горячештамповочных прессов) нагревают до 200-400°C, гидравлических прессов – до 300-400°C, ГКМ и ковочных валцов – до 150 – 200°C. Штампы из сталей 5ХНМ, 5ННВ, ТХЗ и других относительно пластичных сталей нагревают до 200-300°C. Из сталей 3Х2В8Ф, 4Х2В5ФМ и других менее пластичных сталей можно нагревать до 500°C.

***КОЭФФИЦИЕНТ ТЕПЛОТДАЧИ В ОКРУЖАЮЩУЮ СРЕДУ (HEAT TRANSFER ...).*** Эта величина аналогична описанному коэффициенту для заготовки. В данном случае он несколько выше, что связано с движением штампов во время деформации. Для определения его величины можно воспользоваться выражением

$$\alpha = 5,6+4V,$$

где  $V$  – скорость движения штампа (м/с).

Для некоторых типов оборудования скорость можно принять в следующих пределах:

- гидравлические пресса – 0,01-0,1 м/с;
- кривошипные пресса – 0,5-0,7 м/с;
- паровоздушные молота – 5-7 м/с.

**КОЭФФИЦИЕНТ ТЕПЛОПЕРЕДАЧИ ОТ ОБРАБАТЫВАЕМОЙ ЗАГОТОВКИ (HEAD TRANSFER COEFF ...).** Это наиболее интенсивный путь обмена теплом между заготовкой и штампом. Величина этого коэффициента (измеряемого в Вт/м<sup>2</sup>\*К) зависит от большого числа факторов: вид смазки, ее обильность, плотность контакта, окалина, величина нормальных давлений и др., в литературе мало данных о численных значениях этих коэффициентов для различных условий. В реальных процессах коэффициент теплопередачи изменяется в широких пределах: от (20000...30000) Вт/м<sup>2</sup>\*К при эффективном экранировании смазкой (например, стеклянная смазка постоянной толщины) до (75000 ...80000) Вт/м<sup>2</sup>\*К – при отсутствии смазки.

**КОЭФФИЦИЕНТ ТЕПЛООВОГО ИЗЛУЧЕНИЯ В ОКРУЖАЮЩУЮ СРЕДУ (EMISSIVITY FOR...).** Численные значения аналогичны приведенным выше для заготовки.

Определим условия трения на контактных поверхностях. Для расчета с помощью программы могут быть использованы три вида законов трения (рис. 2.22).

**ПЕРЕМЕННОЕ ТРЕНИЕ1.** В этом случае касательные напряжения пропорциональны нормальному давлению, т.е.  $\tau = \mu * p_n$ . Такая зависимость обычно используется при небольших нормальных давлениях.

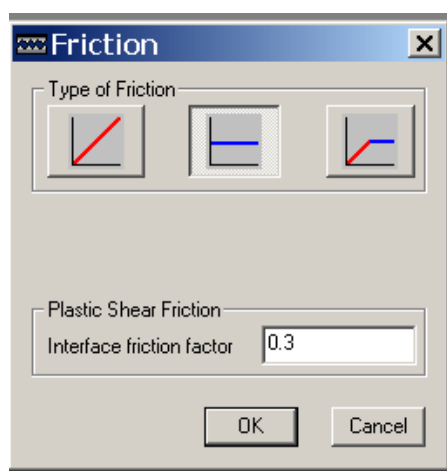


Рис. 2.22. Окно ввода законов трения: Plastic Shear Friction – пластическое сдвигающее трение; Interface friction factor – коэффициент трения

**ПОСТОЯННОЕ ТРЕНИЕ.** Задается выражением

$$\tau = \mu * \sigma_s,$$

где  $\mu$  – коэффициент трения,  $\sigma_s$  – истинный предел текучести деформируемого материала при заданных термомеханических условиях.

**ПЕРЕМЕННОЕ ТРЕНИЕ2.** Принимается комбинированное распределение касательных напряжений на различных участках деформируемой заготовки.

При горячей объемной штамповке практически всегда принимается постоянное трение. Величина коэффициента трения может изменяться в зависимости от марки штампуемого материала и типа смазки.

Рассмотрим задание параметров используемого оборудования (условий силового воздействия на заготовку). Программа позволяет моделировать процессы, осуществляемые на различных видах оборудования. Выбор вида оборудования осуществляется заданием его требуемых технических данных.

**ГИДРАВЛИЧЕСКИЙ ПРЕСС.** На рис. 2.23 приведено окно, позволяющее определить параметры гидравлического пресса.

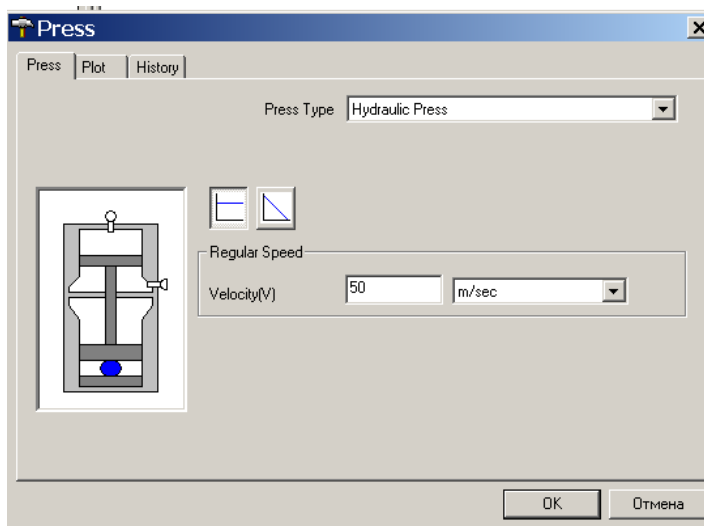


Рис. 2.23. Параметры гидравлического пресса

Необходимо задать скорость движения ползуна. Обычно скорость принимается постоянной в соответствии с паспортными данными оборудования.

**КРИВОШИПНЫЙ ПРЕСС.** На рис. 2.24 приведено окно, позволяющее определить параметры кривошипного пресса. Длина кривошипа

R может быть принята как половина величины хода ползуна. Длина шатуна L принимается из паспорта оборудования или из соотношения  $L = K \cdot R$ . Скорость вращения кривошипа равна числу ходов пресса в минуту. Исходя из этого, выбирается наиболее удобный способ ввода скорости вращения.

После ввода данных можно посмотреть график изменения скорости движения ползуна в течение рабочего хода, выраженного в секундах (рис. 2.25).

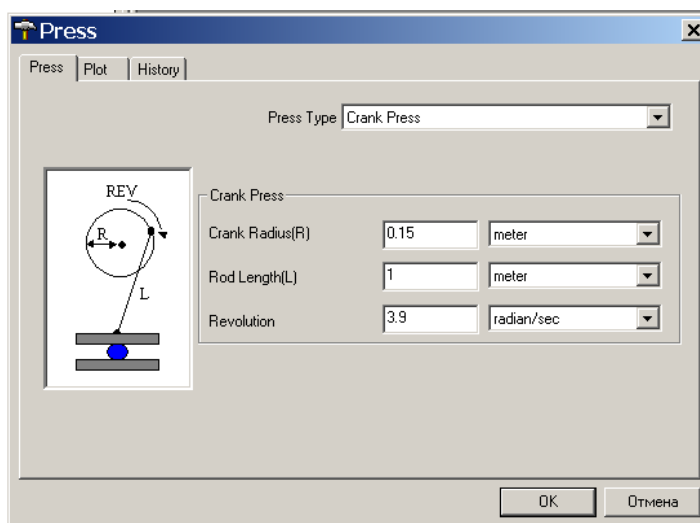


Рис. 2.24. Параметры для кривошипного пресса

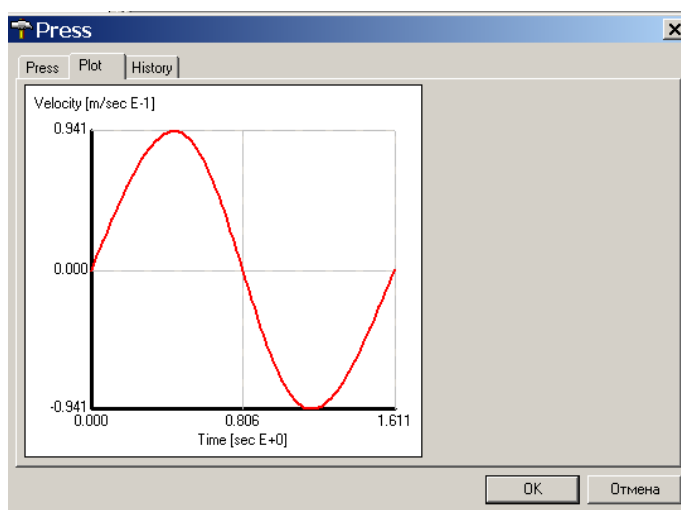


Рис. 2.25. График изменения скорости движения ползуна

**МЕХАНИЧЕСКИЕ ЭКСЦЕНТРИКОВЫЕ ПРЕССА.** На рис. 2.26 приведено окно, позволяющее определить параметры механического эксцентрового пресса.



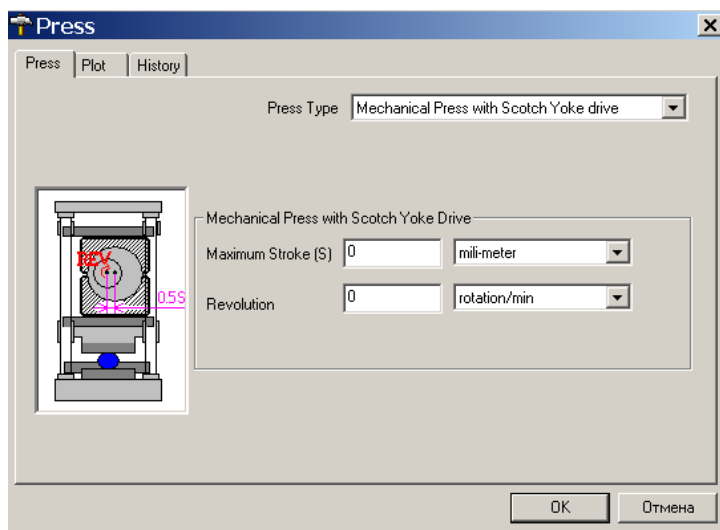


Рис. 2.26. Параметры для механического эксцентрикового пресса

Из паспортных данных задается максимальный ход пресса  $S$ , численно равный удвоенному значению эксцентриситета. Скорость вращения, эквивалентная числу ходов пресса в минуту, вводится в удобном наименовании. Определим последовательность действий, осуществляемых при моделировании процесса штамповки в программе SuperForge. В меню **FILE** выберите команду новый проект **New Project**. В меню **INSERT** последовательно укажите Model-From File, затем выделите файлы с расширением STL VERH4713, NIZ, ZAG200X4713, расположенные в папке STL. ЛКМ нажмете на кнопку **Открыть**. Эти файлы появятся в панели **NAME**.

Для того чтобы добавить материал штампа в меню **INSERT**, последовательно укажите **MATERIAL-LIBRARY-TOOLSTEEL** (сталь идентичная 5ХНМ) – **L6- LOAD**.

Добавьте материал для заготовки (алюминиевый сплав), который можно нагреть до температуры 400 градусов. Для этого в меню **INSERT** укажите **MATERIAL – LIBRARY- ALUMINIUM – AA- 5052** [T=240-480 градусов] – **LOAD**. Материалы появятся в панели **NAME**. Для задания свойств используемого оборудования в меню **INSERT** последовательно укажите **PRESS – MANUAL**.

В появившемся окне заполните следующие поля:

**PRESS TYPE** (тип пресса) – **HYDRAULIC** (гидравлический). Постоянная подача.

**VELOCITY(V)** (скорость) – 0.1 м/с.

Для задания условий трения вызовите окно **FRICTION**, для этого последовательно укажите **INSERT – FRICTION – MANUAL**.

В появившемся окне задайте:

**TYPE OF FRICTION** – постоянный.

**INTERFACE FRICTION FACTOR** (коэффициент трения) – 0,3.

Задайте температуру для штампа, для этого в меню **INSERT** укажите **TEMPERATURE – DIE** (штамп) – **MANUAL – 400 CELSIUM – ОК**.

По аналогии задайте температуру заготовки:

**INSERT – TEMPERATURE –WORKPIECE** (заготовка) – **MANUAL – 400 CELSIUM – ОК**.

В случае верного выполнения пункта в панели **NAME** появятся поля:

**DIE TEMPERATURE1**

**WP TEMPERATURE1**.

Окно задания температуры должно принять вид, показанный на рис. 2.27:

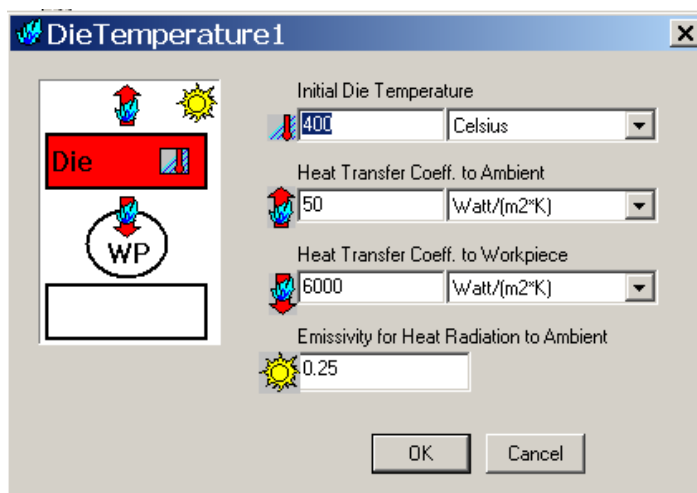


Рис. 2.27. Параметры температуры

Добавьте требуемые свойства к объектам процесса горячей штамповки, для этого:

- в панели **PROCESSES** (процессы) к **UPPER DIE** (верхний штамп) добавьте объекты VERH4713, PRESS1, FRICTION, DIE Temperature1, материал DB.L6, перетаскивая их мышью из панели **NAME**;
- в панели **PROCESSES** (процессы) к **LOWER DIE** (нижний штамп) добавьте объекты NIZ, FRICTION1, DIE Temperature1, материал DB.L6, перетаскивая их мышью из панели **NAME**;
- в панели **PROCESSES** (процессы) к **WORKPIECE** (заготовка) добавьте объекты 200x4713 (модель заготовки), WP Temperature1,

материал DB.AA\_5052 (T=240-480), перетаскивая их мышью панели **NAME**.

По окончании добавления свойств объектов панель **PROCESSES** должна принять вид, показанный на рис. 2.28.

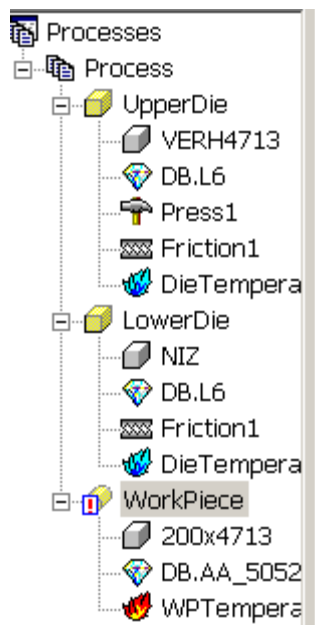


Рис. 2.28. Панель **PROCESSES** после присвоения свойств объектам

В окне **PROCESS** должен появиться вид штампа с заготовкой (рис. 2.29).

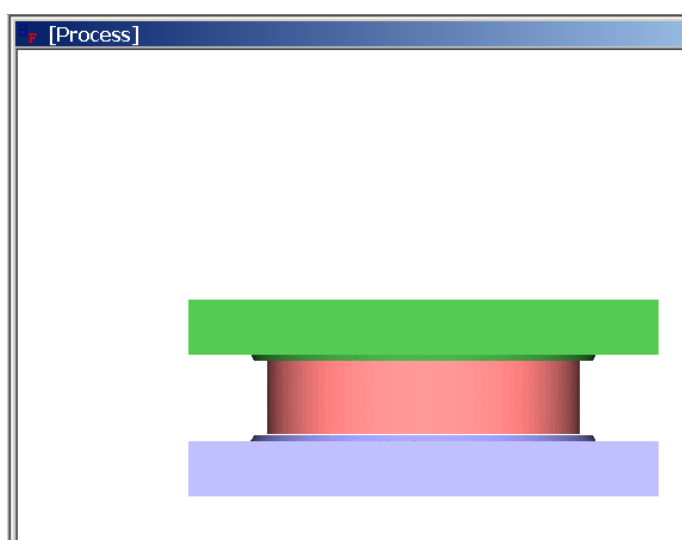


Рис. 2.29. Вид штампа с заготовкой

Если между заготовкой и штампом существует зазор (рис. 2.30), то требуется провести позиционирование.



Рис. 2.30. Зазор между штампом и заготовкой

Для осуществления позиционирования в верхней **Панели инструментов** выбираем меню **TOOLS** команду **POSITIONER** (рис. 2.31).

В выпадающем окне выбираем стрелку вниз, программа автоматически перемещает заготовку к нижнему штампу.

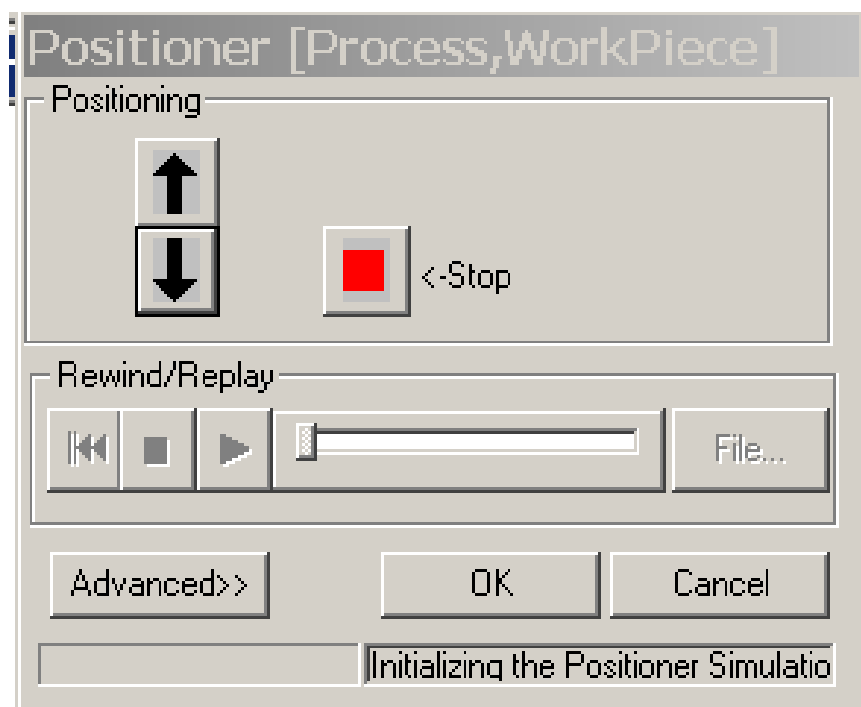


Рис. 2.31. Позиционирование заготовки

Задайте параметры для процесса штамповки. Для этого в **Панели инструментов** на объект **Process** нажимаем правую клавишу мыши и в выпадающем меню последовательно выбираем следующие пункты: **INSERT – SIMULATION CONTROL – FORMING** (Решение), так как это сделано на рис. 2.32.

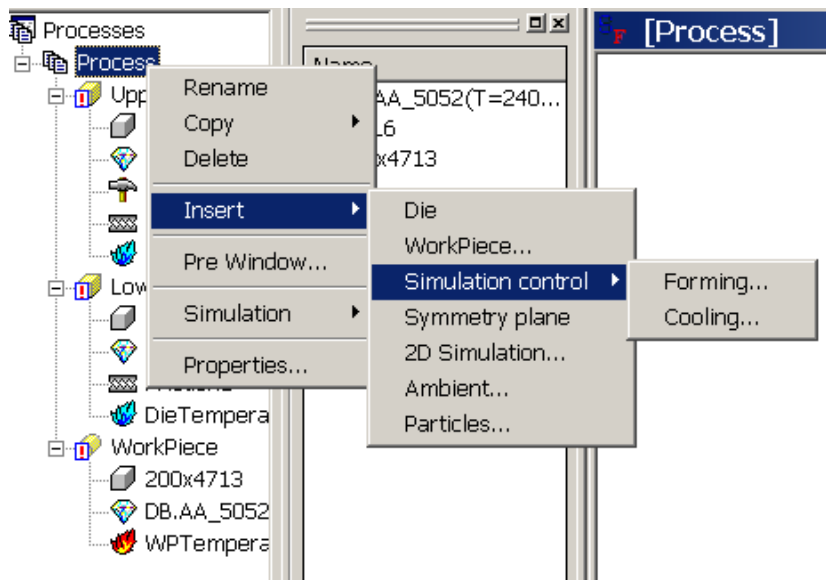


Рис. 2.32. Выбор параметров расчета

В окне **STROKE** (ход и направление штампа, рис. 2.33) задайте: **DIRECTION** (направление) **DOWN** (вниз); **STROKE** (ход штампа).

Ход штампа можно рассчитать из следующего условия:

$$\text{Ход\_штампа} = \frac{\text{Исходное\_расстояние}}{\text{между\_штампами}} - \frac{\text{Высота облойного мостика}}$$

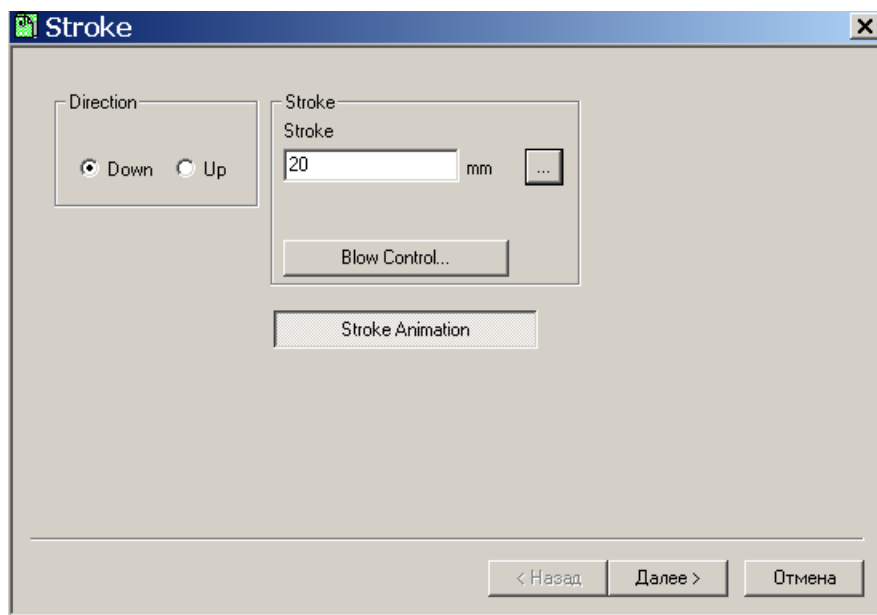


Рис. 2.33. Окно Stroke (перемещение)

Далее нажмите ЛКМ на кнопку **STROKE ANIMATION** (анимация). В окне **PROCESS** произойдет перемещение штампа с указанным ходом. При необходимости величину хода можно скорректировать.

Нажмите на кнопку **Далее** и задайте размеры конечных элементов по 5 мм, для инструмента и заготовки (рис. 2.34). Нажмите ЛКМ на кнопку **Далее**.

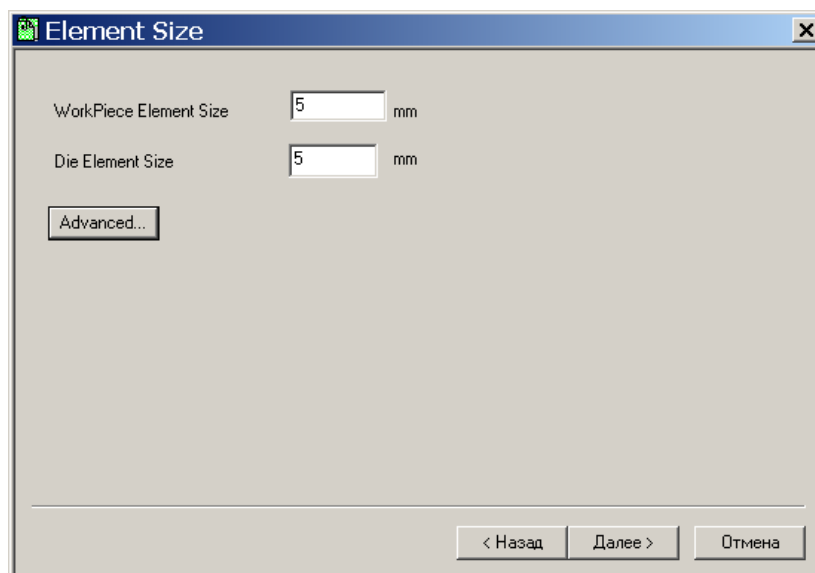


Рис. 2.34. Окно Element Size

В окне **ADVANCED** (установки) необходимо выбрать метод вычисления (рис. 2.35):

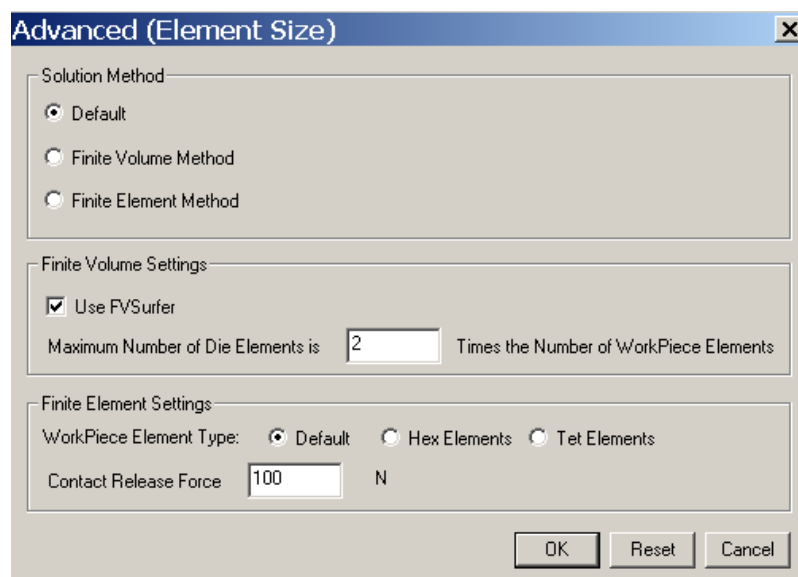


Рис. 2.35. Окно Advanced (установки расчета)

- устанавливаемый по умолчанию метод расчета (**DEFAULT**), это значит, программа сама выберет оптимальный метод решения для данного процесса;
- метод конечных объемов (**FINITE VOLUME METHOD**);
- метод конечных элементов (**FINITE ELEMENT METHOD**).

Выберите установки по умолчанию, нажмите ЛКМ кнопку **ОК**.

Выберите в окне **OUTPUT RESULTS** (вывод результатов)– **EQUAL DIVINATION** (равные измерения) (рис. 2.36).

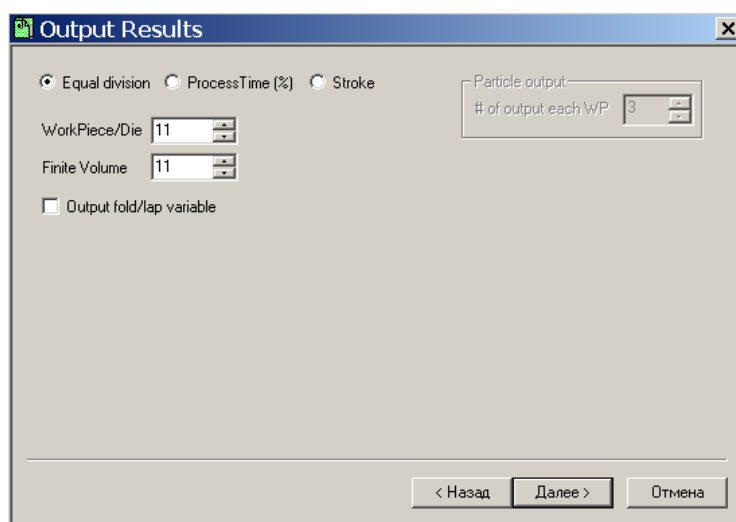


Рис. 2.36. Окно **OUTPUT RESULTS**

В окне **PROBLEM TYPE** (тип штамповки) выберите:

**HOT FORGING** (горячая штамповка), **Open Die** (открытый штамп), нажмите ЛКМ на кнопку **Далее**.

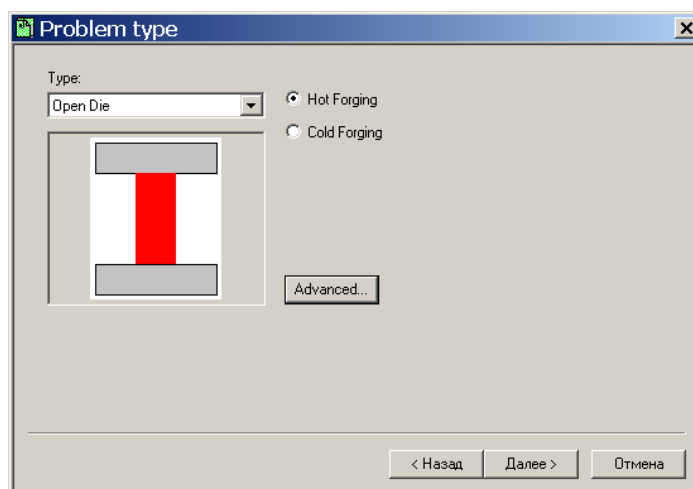


Рис. 2.37. Окно **Problem type** (тип штамповки)

Установите точки контроля для процесса решения, т.е. точки, через которые должны формироваться результаты (графики и модели):

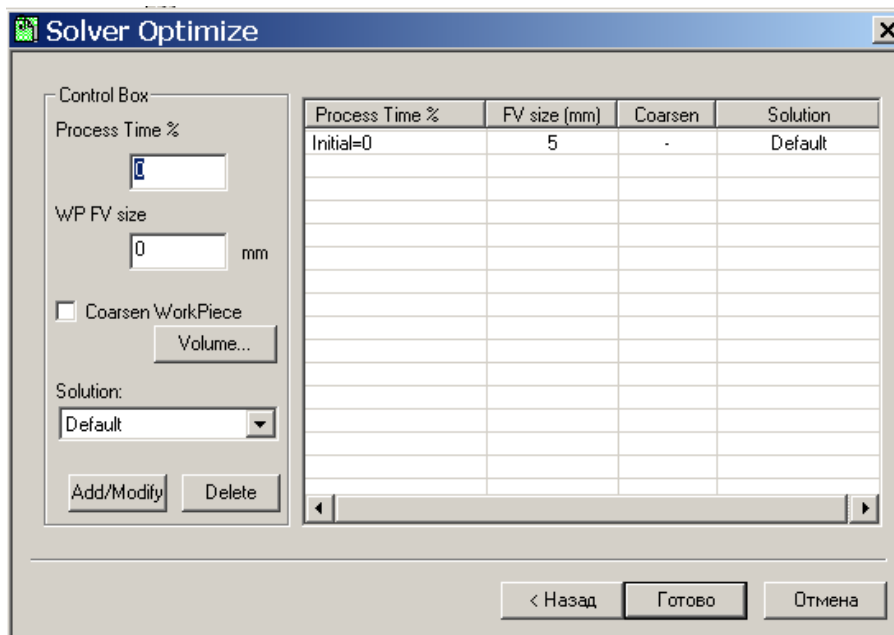


Рис. 2.38. Окно Solver optimize

Задайте параметр **Process Time** равным 10% (результаты расчета будут отображаться через каждые 10% процесса штамповки); или **FV size** равным 20 mm (в этом случае результаты будут отображаться через каждые 20 мм хода штампа), нажмите кнопку **ADD** (добавить).

По окончании ввода данных нажмите ЛКМ кнопку **ГОТОВО**.

По умолчанию расчет осуществляется в 3D (объемном) моделировании, но для некоторых моделей штампов достаточно и расчетов при 2D моделировании. Это условие может быть задано с помощью вызова команды **2D Simulation** из меню **PROCESS** пакета INSERT. В окне **2DCUT PLANE** задайте угол для штампа (**ANGLE**) – 90 градусов и центр штампа – 0 мм по оси X, 0 мм по оси Y.

После задания всех параметров выполните проверку данных. Внизу экрана на **Панели инструментов** выберите **CHECK DATA** (проверка данных). Если ошибок нет, то программа выдает сообщение “The process is correctly definered”.

Для запуска расчета нажмите кнопку **RUN**, которая расположена в нижней части экрана на **Панели инструментов**, и программа автоматически выполнит расчет.



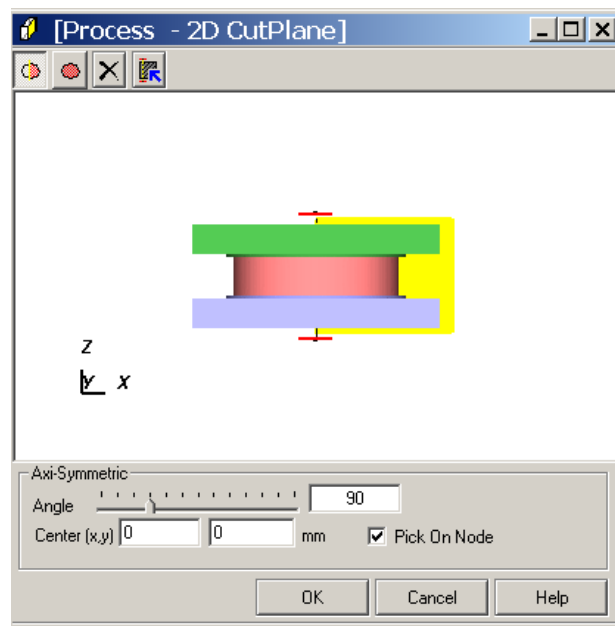


Рис. 2.39. Окно **Process-2D CutPlane**

Проведем оптимизационный расчет размеров заготовки. Откройте проект под названием **180X5819** (диаметр заготовки 180 мм).

Выберите расчет **MATERIAL FLOW** (течение металла)-**ANIMATION** (анимацию). Результаты представлены на рис. 2.40.

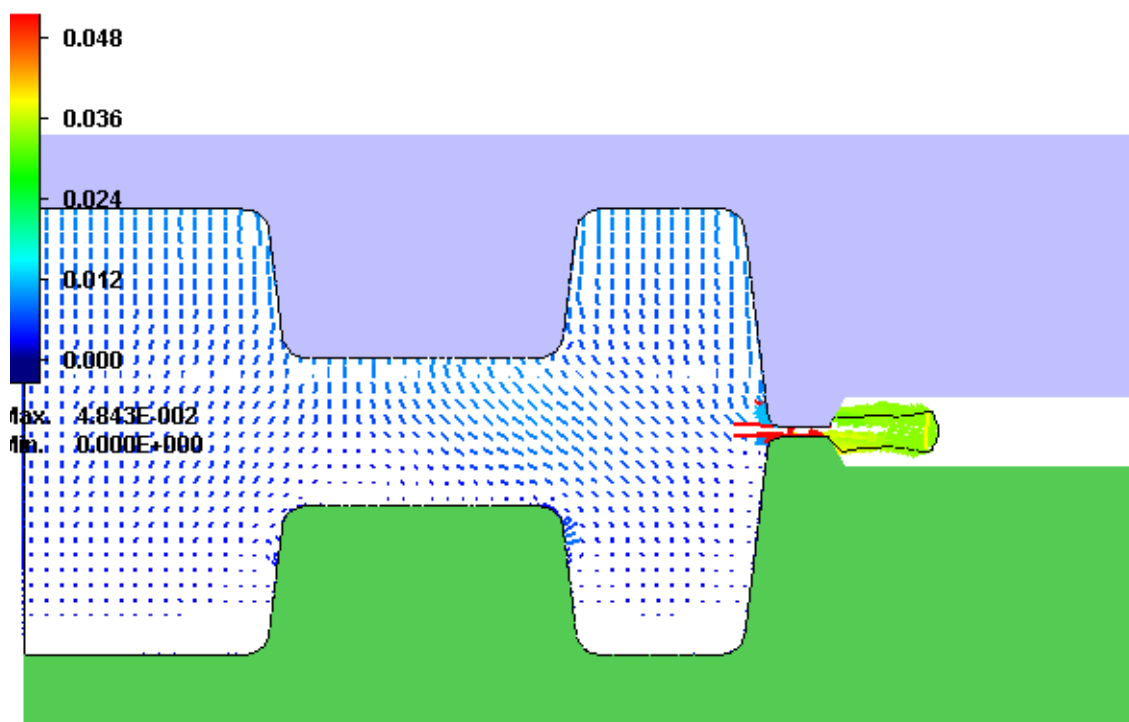


Рис. 2.40. Направление сечения металла на различных участках заготовки в момент окончания деформирования

Измерьте величину облоя, указав на **Панели инструментов** пункт **MEASURING** (Измерения). Появится окно **MEASURING**.

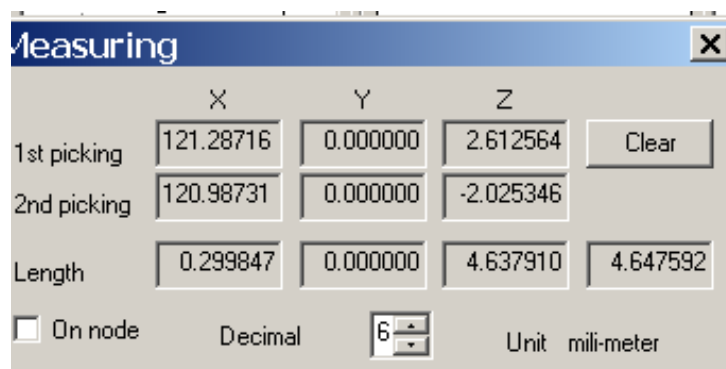


Рис.2.41. Окно **MEASURING**

Укажите первую точку на облое, затем вторую, в поле **LENGTH** (длина) по оси **У** будет нужная величина. Откройте проект 200X4713, измеряем в нем величину облоя. Если при визуализации результатов пропадает изображение, надо в панели **PROCESSES** выбрать из выпадающего меню опцию **PRE WINDOW**. Для изменения величины измерений надо выбрать в **Главном меню** опцию **TOOLS – OPTIONS** и указать нужный параметр измерений и требуемую величину (рис. 2.42).

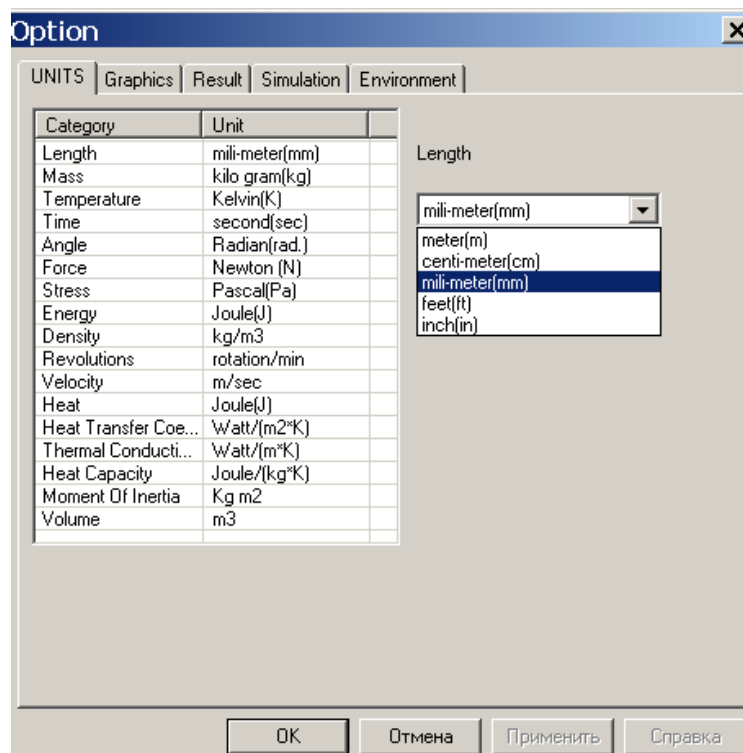


Рис. 2.42. Окно **Option** на закладке **Units** (единица измерения)

В настоящее время в развитых странах мира проектирование технологии изготовления изделий методами обработки металлов осуществляется только с помощью САЕ-систем, при этом ручные расчеты либо не выполняются, либо выполняются на этапе эскизного проектирования или создания концепции изделия. Окончательные расчеты обязательно осуществляются с помощью соответствующего программного обеспечения.

Кроме того, использование современных программных продуктов позволяет значительно упростить проектирование технологического процесса, сделать его более наглядным и избежать ошибок, возникающих вследствие неточностей допускаемых по вине технологов.

Как показано в пособии, используемые для технологического проектирования программы (САЕ-системы) обладают очень простым интерфейсом, что способствует их быстрому освоению.

Deform и SyperForge представляют собой современные компьютерные системы для моделирования штамповки, которые уже нашли успешное применение в области анализа трехмерных процессов объемной формовки. Эти программные продукты могут быть эффективно использованы для оценки влияния выбора инструмента и режима обработки на типичные характеристики процесса, такие как пластические деформации материала, окончательные формы и свойства обрабатываемой детали, а также участки образования облоя.

Эффективность моделирования процесса штамповки подтверждает опыт нескольких ведущих промышленных компаний Японии, включая Toyota Motor Co. и DENSO. Deform и SyperForge представляют собой самодостаточные продукты, включающие свои собственные графические пре- и постпроцессорные функции для подготовки модели, а также для визуализации результатов моделирования.

## ЗАДАНИЯ ДЛЯ КУРСОВОЙ РАБОТЫ

### *Вариант 1*

Изучали процесс жидкостного борирования цементированной железной металлокерамики. Целью этой химико-термической обработки является повышение поверхностной твердости и износостойкости металлокерамических изделий, изготовленных из порошка и использующихся главным образом в инструментальной оснастке. Предварительная цементация проводится с целью повышения общего комплекса свойств.

В качестве факторов выбрали температуру борирования ( $X_1$ ); количество силикокальция марки СК10, который вводили в расплав  $\text{Na}_2\text{B}_4\text{O}_7 + \text{B}_2\text{O}_3 + \text{NaCl}$  сверх 100% ( $X_2$ ); размер гранул силикокальция ( $X_3$ ); количество  $\text{B}_2\text{O}_3$  ( $X_4$ ); количество  $\text{NaCl}$  ( $X_5$ ); время насыщения ( $X_6$ ). Зависимой переменной ( $y$ ) служила характеристика износа образцов, определяемая на машине Шкода-Савина по стандартной методике. Было решено варьировать факторы на двух уровнях. Значение факторов на основном, верхнем и нижнем уровнях, а также интервалы варьирования приведены в табл. 1, также там указаны данные эксперимента, причем для факторов  $X_1$ ,  $X_2$  и  $X_3$  записан полный факторный эксперимент  $2^3$ , а  $x_4 = x_1 x_2 x_3$ ,  $x_5 = -x_1 x_3$ ,  $x_6 = -x_2 x_3$ . Проведите обработку результатов эксперимента при отсутствии дублирования основных опытов плана и при повторении опытов только в центре. Сделайте технологические выводы по построенной модели. Спланируйте эксперименты для повышения износостойкости борированного покрытия методом крутого восхождения.

Таблица 1. Планирование эксперимента при изучении борирования металлокерамики

Факторы	Тем- ра, °С	Кол-во СК10,%	Размер гранул СК10, мм	Кол-во $\text{B}_2\text{O}_3$ ,%	Кол-во $\text{NaCl}$ ,%	Время насы- щения, ч	Износ, $\text{мм}^3$
Основной уро- вень ( $X_{i0}$ )	1000	20	0,50	25	15	3	
Интервал варь- рования ( $\Delta X_i$ )	50	10	0,25	25	5	1	

Верхний уровень ( $x_i=1$ )		1050	30	0,75	50	20	4	
Нижний уровень ( $x_i=-1$ )		950	10	0,25	0	10	2	
Код		$X_1$	$X_2$	$X_3$	$X_4$	$X_5$	$X_6$	$y$
№ опыта	Порядок реализации	+	+	+	+	-	-	0,60
		-	+	+	-	+	-	0,55
1	6	+	-	+	-	-	+	0,80
2	2	-	-	+	+	+	+	0,85
3	5	+	+	-	-	+	+	0,60
4	1	-	+	-	+	-	+	0,95
5	7	+	-	-	+	+	-	1,50
6	8	-	-	-	-	-	-	1,00
7	3							
8	4							
Опыты в центре плана	1 2 3 4	0 0 0 0	0 0 0 0	0 0 0 0	0 0 0 0	0 0 0 0	0 0 0 0	$\bar{y}_0 =$ 0,90 0,80 0,80 0,90

### Вариант 2

Изучали влияние химического состава на стойкость против высоко-температурного окисления сплавов на основе ниобия. Меняли содержание в сплавах следующих элементов химического состава:  $Ti$  ( $X_1$ ),  $W$  ( $X_2$ ),  $Al$  ( $X_3$ ),  $Cr$  ( $X_4$ ),  $Mn$  ( $X_5$ ),  $V$  ( $X_6$ ) и  $Zr$  ( $X_7$ ). В зависимости от состава сплавов изучали их привес за 100 ч испытаний в воздушной среде при температуре 1000 °С.

Локальную область определения факторов выбрали так, чтобы изучить возможно большее число известных ниобиевых сплавов. Факторы варьировали на двух уровнях. Намеченные интервалы и уровни варьирования переменных приведены в табл. 2, также там указаны данные эксперимента, причем для факторов  $X_1$ ,  $X_2$  и  $X_3$  записан полный факторный эксперимент  $2^3$ , а  $x_4 = x_1x_2$ ,  $x_5 = x_1x_3$ ,  $x_6 = x_2x_3$ ,  $x_7 = x_1x_2x_3$ .

Проведите обработку результатов эксперимента при отсутствии дублирования основных опытов плана. Сделайте технологические выводы по построенной модели.

**Таблица 2. Планирование эксперимента  
при изучении жаропрочности ниобиевых сплавов**

Факторы	Ti,%	W,%	Al,%	Cr,%	Mn,%	V,%	Zr,%	Пример при 1000° за 100 ч, мг/см <sup>2</sup>
Основной уровень ( $X_{i0}$ )	40	10	5	4	0,5	2	0,5	$\bar{y}_0 = 77$
Интервал варьирования ( $\Delta X_i$ )	5	5	1	1	0,5	2	0,5	
Верхний уровень ( $x_i=1$ )	45	15	6	5	1	4	1	
Нижний уровень ( $x_i=-1$ )	35	5	4	3	0	0	0	
Код	$X_1$	$X_2$	$X_3$	$X_4$	$X_5$	$X_6$	$X_7$	
№опыта								
1	+	+	+	+	+	+	+	30
2	-	+	+	-	-	+	-	45
3	+	-	+	-	+	-	-	60
4	-	-	+	+	-	-	+	85
5	+	+	-	+	-	-	-	70
6	-	+	-	-	+	-	+	95
7	+	-	-	-	-	+	+	120
8	-	-	-	+	+	+	-	90

### ***Вариант 3***

Изучали влияние на механические свойства, в частности на  $\sigma_b(y)$ , содержания Mg ( $X_1$ ), Zn ( $X_2$ ), Cu ( $X_3$ ) в одном из литейных алюминиевых сплавов. Был выполнен полный факторный эксперимент  $2^3$ . Факторы варьировали на двух уровнях. Намеченные интервалы и уровни варьирования переменных приведены в табл. 3, также там указаны данные эксперимента.

Проведите обработку результатов, постройте и проанализируйте соответствующие модели. Сделайте технологические выводы по построенной модели.

Таблица 3. План 23

Факторы		Mg,%	Zn,%	Cu,%					$\sigma$ , кгс/мм <sup>3</sup>
Основной уровень ( $X_{i0}$ )		40	10	5					
Интервал варьирования ( $\Delta X_i$ )		5	5	1					
Верхний уровень ( $x_i=+1$ )		45	15	6					
Нижний уровень ( $x_i=-1$ )		35	5	4					
Код	$X_0$	$X_1$	$X_2$	$X_3$	$X_1 X_2$	$X_1 X_3$	$X_2 X_3$	$X_1 X_2 X_3$	$y$
№ опыта									
1	+	+	+	+	+	+	+	+	21,3
2	+	-	+	+	-	-	+	-	19,3
3	+	+	-	+	-	+	-	-	18,3
4	+	-	-	+	+	-	-	+	17,6
5	+	+	+	-	+	-	-	-	23,6
6	+	-	+	-	-	+	-	+	20,9
7	+	+	-	-	-	-	+	+	18,9
8	+	-	-	-	+	+	+	-	19,0

#### **Вариант 4**

Требовалось получить возможно более мелкое зерно ( $y$ ) в штампованных заготовках из никелевого жаропрочного сплава ХН75ВМЮ в зависимости от типа штампа ( $X_1$ ), температуры штамповки ( $X_2$ ), температуры промежуточного рекристаллизационного отжига ( $X_3$ ), способа охлаждения после рекристаллизации ( $X_4$ ), температуры закалки ( $X_5$ ) и температуры старения ( $X_6$ ). Факторы и уровни их варьирования были выбраны с учетом литературных данных и некоторых предварительных экспериментов. Уровни факторов в натуральном масштабе, а также поставленные им в соответствие уровни  $F_i$  приведены в табл. 4.

**Таблица 4. Факторы и уровни их варьирования**

I	Фактор	$X_i$	$F_i$
1	Тип штампа	I II III IV	0 1 2 3
2	Температура штамповки	1100°C 1150 °C 1200 °C	0 1 2
3	Температура рекристаллизации	1100°C 1140 °C 1170 °C	0 1 2
4	Способ охлаждения после рекристаллизации	С печью на воздухе	0
5	Температура закалки	1200 °C 1250 °C	0 1
6	Температура старения	850 °C 950 °C	0 1

Данные экспериментов приведены в табл. 5 в натуральном масштабе. Проведите обработку результатов, постройте и проанализируйте соответствующие модели. Сделайте технологические выводы по построенной модели.

**Таблица 5. Матрица плана в натуральном масштабе**

№ опыта	Порядок реализации	$X_1$	$X_2$	$X_3$	$X_4$	$X_5$	$X_6$	Величина зерна ( $y$ ), мм
1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	3	0	1100	1100	0	1250	950	0,94
2	4	2	1100	1140	1	1200	950	0,66
3	13	3	1100	1170	0	1200	750	0,80
4	2	1	1100	1100	1	1250	750	0,76
5	11	0	1150	1140	0	1200	750	0,80
6	1	2	1150	1100	1	1250	750	0,64



Окончание табл. 5

1	2	3	4	5	6	7	8	9
7	9	3	1150	1100	0	1250	950	0,82
8	10	1	1150	1170	1	1200	950	0,60
9	5	0	1200	1170	1	1250	750	0,89
10	12	2	1200	1100	0	1200	750	0,92
11	8	3	1200	1100	1	1200	950	0,76
12	7	1	1200	1140	0	1250	950	0,97
13	16	0	1100	1100	1	1200	950	0,68
14	14	2	1100	1170	0	1250	950	0,87
15	6	3	1100	1140	1	1250	750	0,71
16	15	1	1100	1100	0	1200	750	0,82

## КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Какие основные особенности работы в САЕ-системах вы знаете?
2. Можно ли построить геометрию объекта в Deform 2D?
3. Какие кнопки управления изображением Вы знаете?
4. Как используется команда **Измерение**?
5. Каковы особенности **Контекстного меню**, вызываемого правой кнопкой мыши при использовании команды **Измерение**?
6. Как определить направление обхода?
7. Зачем нужна автоматическая корректировка геометрии?
8. Как создать дополнительный объект?
9. Где указывается тип моделируемого объекта?
10. Какие типы моделируемых объектов используются в программе?
11. Как осуществляется построение **Сетки конечных элементов**?
12. Как определить, какой объект является текущим?
13. Как изменить имя объекта?
14. Где задаются свойства материала?
15. За что отвечает окно **Настройка задачи**?
16. Какие данные задаются в пункте **Общее**?
17. Как осуществляется расположение объектов по отношению друг к другу?
18. Как определяется размер шага задачи по перемещению?
19. Зачем нужно создавать базу данных?
20. Как создать контактные поверхности и определить условия трения?
21. Какие данные необходимо задать для осуществления расчета?
22. Как осуществляется задание температуры заготовки?
23. Какие параметры оборудования необходимо задать для осуществления расчета?
24. Какие законы трения могут использоваться для моделирования технологического процесса?
25. Какова последовательность действий, осуществляемая при описании процесса в программе SuperForge?

26. Как осуществляется позиционирование заготовки?

27. Какая система, Deform или SuperForge, Вам показалась более удобной при работе? Обоснуйте свой ответ.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Новик, Ф.С. Оптимизация процессов технологии металлов методами планирования экспериментов / Ф.С. Новик, Я.Б. Арсов. – М.: Машиностроение, 2008. – 304 с.
2. Корн, Г. Справочник по математике для научных работников и инженеров / Г. Корн, Т. Корн. – М.: Наука, 2004. – 832 с.
3. Мальцев, М.В. Металлография тугоплавких, редких и радиоактивных металлов и сплавов / М.В. Мальцев. – М.: Metallurgia, 1991. – 487 с.
4. Материалы в машиностроении.– М.: Машиностроение, 1998. – Т. 3. – 446 с.
5. Харламов, А. Deform – программный комплекс для моделирования процессов обработки металлов давлением / А. Харламов, А. Уваров // САПР и графика. – 2003. – № 6.
6. Компьютерные технологии в науке, технике и образовании: учеб. пособие / под ред. А.И. Промтова. – Иркутск: Изд-во Иркутского государственного ун-та, 2000. – 426 с.
7. Норенков, И.П. Основы автоматизированного проектирования: учеб. для вузов / И.П. Норенков. – 2-е изд. – М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2002. – 336 с.
8. Краснов, М. Unigraphis для профессионалов / М. Краснов, Ю. Чигишев. – М.: Изд-во ЛОРИ, 2004. – 319 с.

## Приложение 1

### Критические значения G-критерия при уровне значимости $\alpha = 0,05$

Число опытов №	Число степеней свободы													
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	16	36	144	$\infty$
2	0,999	0,975	0,939	0,906	0,858	0,853	0,833	0,816	0,801	0,788	0,734	0,660	0,581	0,500
3	0,967	0,871	0,798	0,746	0,707	0,677	0,653	0,633	0,617	0,603	0,547	0,475	0,403	0,333
4	0,907	0,768	0,684	0,629	0,590	0,560	0,537	0,518	0,502	0,488	0,437	0,372	0,309	0,250
5	0,841	0,684	0,598	0,544	0,506	0,478	0,456	0,439	0,424	0,412	0,365	0,307	0,251	0,200
6	0,781	0,616	0,532	0,480	0,445	0,418	0,398	0,382	0,368	0,357	0,314	0,261	0,212	0,167
7	0,727	0,561	0,480	0,431	0,391	0,373	0,356	0,338	0,325	0,315	0,276	0,228	0,183	0,143
8	0,680	0,516	0,438	0,391	0,360	0,336	0,319	0,304	0,293	0,283	0,246	0,202	0,162	0,125
9	0,640	0,478	0,403	0,358	0,329	0,307	0,290	0,277	0,266	0,257	0,223	0,182	0,145	0,111
10	0,602	0,445	0,373	0,331	0,303	0,282	0,267	0,254	0,244	0,235	0,203	0,166	0,131	0,100
12	0,541	0,392	0,326	0,288	0,262	0,244	0,230	0,219	0,210	0,202	0,174	0,140	0,110	0,083
15	0,471	0,335	0,335	0,242	0,220	0,203	0,191	0,182	0,174	0,167	0,143	0,114	0,089	0,067
20	0,389	0,271	0,276	0,192	0,174	0,160	0,150	0,142	0,136	0,130	0,111	0,088	0,068	0,050
24	0,343	0,235	0,221	0,166	0,149	0,137	0,129	0,121	0,116	0,111	0,094	0,074	0,057	0,042
30	0,293	0,198	0,159	0,138	0,124	0,114	0,106	0,100	0,096	0,092	0,077	0,060	0,046	0,033
40	0,237	0,158	0,126	0,108	0,097	0,089	0,083	0,078	0,075	0,071	0,060	0,046	0,035	0,025
60	0,174	0,113	0,090	0,077	0,068	0,062	0,058	0,055	0,052	0,050	0,041	0,032	0,023	0,017
120	0,100	0,063	0,050	0,042	0,037	0,034	0,031	0,029	0,028	0,027	0,022	0,017	0,012	0,008
$\infty$	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000

Критические значения t-критерия

Число степеней свободы $f$	Уровни значимости $\alpha$			Число степеней свободы $f$	Уровни значимости $\alpha$		
	0,1	0,05	0,01		0,1	0,05	0,01
1	6,31	12,7	63,66	16	1,75	2,12	2,92
2	2,92	4,30	9,93	17	1,74	2,11	2,90
3	2,35	3,18	5,84	18	1,73	2,10	2,88
4	2,13	2,78	4,60	19	1,73	2,09	2,86
5	2,02	2,57	4,03	20	1,73	2,08	2,85
6	1,94	2,45	3,71	21	1,72	2,08	2,83
7	1,90	2,37	3,50	22	1,72	2,07	2,82
8	1,86	2,31	3,36	23	1,71	2,07	2,81
9	1,83	2,26	3,25	24	1,71	2,06	2,80
10	1,81	2,23	3,17	25	1,71	2,06	2,79
11	1,80	2,20	3,11	26	1,71	2,06	2,78
12	1,78	2,18	3,06	27	1,70	2,05	2,77
13	1,77	2,16	3,01	28	1,70	2,05	2,76
14	1,76	2,15	2,98	29	1,70	2,04	2,76
15	1,75	2,13	2,95	30	1,70	2,04	2,75
				$\infty$	1,64	1,96	2,58

## Приложение 3

### Значения F-критерия для уровней значимости 0,05 (верхняя строка) и 0,01 (нижняя строка)

Число степеней свободы в знаменателе	Число степеней свободы в числителе								
	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	161	200	216	225	230	234	237	239	241
	4052	4999	5403	5625	5764	5859	5928	5981	6022
2	18,51	19,00	19,16	19,25	19,30	19,33	19,36	19,37	19,38
	98,49	99,01	99,17	99,25	99,30	99,33	99,94	99,36	99,38
3	10,13	9,55	9,28	9,12	9,01	8,94	8,88	8,84	8,81
	34,12	30,81	29,46	28,71	28,24	27,91	27,67	27,29	27,34
4	7,71	6,59	6,59	6,39	6,26	6,16	6,09	6,04	6,00
	21,20	18,00	16,69	15,98	15,52	15,51	14,98	14,80	14,66
5	6,61	5,79	5,41	5,19	5,05	4,95	4,88	4,82	4,78
	16,26	13,27	12,06	11,39	10,97	10,67	10,45	10,27	10,15
6	5,99	5,14	4,76	4,53	4,39	4,28	4,21	4,15	4,10
	13,74	10,92	9,98	9,15	8,75	8,47	8,26	8,10	7,98
7	5,59	4,74	4,35	4,12	3,98	3,87	3,79	3,73	3,68
	12,25	9,55	8,45	7,85	7,46	7,19	7,00	6,84	6,71
8	5,32	4,46	4,07	3,84	3,69	3,58	3,50	3,44	3,39
	11,26	8,65	7,59	7,01	6,63	6,37	6,19	6,03	5,91
9	5,12	4,26	3,86	3,63	3,48	3,37	3,29	3,23	3,18
	10,56	8,02	6,99	6,42	6,06	5,80	5,62	5,47	5,35
10	4,96	4,10	3,71	3,48	3,33	3,22	3,14	3,07	3,02
	10,04	7,56	6,55	5,99	5,64	5,39	5,21	5,06	4,95
15	4,54	3,68	3,29	3,06	2,90	2,79	2,70	2,64	2,59
	8,68	6,36	5,42	4,89	4,56	4,32	4,14	4,00	3,89
20	4,35	3,49	3,10	2,87	2,71	2,60	2,52	2,45	2,40
	8,10	5,85	4,94	4,43	4,10	3,87	3,71	3,56	3,45
30	4,16	3,32	2,92	2,69	2,53	2,42	2,34	2,27	2,21
	7,56	5,39	4,51	4,02	3,70	3,47	3,30	3,17	3,06
50	4,03	3,18	2,79	2,56	2,40	2,29	2,20	2,13	2,07
	7,17	5,06	4,20	3,72	3,41	3,18	3,02	2,88	2,78
100	3,94	3,09	2,70	2,46	2,30	2,19	2,10	2,08	1,97
	6,90	4,82	3,98	3,51	3,20	2,99	2,82	2,69	2,59
	3,84	2,99	2,60	2,37	2,21	2,09	2,01	1,94	1,88
∞	6,64	4,60	3,78	3,32	3,02	2,80	2,64	2,51	2,41

### Приложение 3 (продолжение)

Число степеней свободы в знаменателе	Число степеней свободы в числителе										
	10	11	12	14	16	20	24	30	50	100	$\infty$
1	242	243	244	245	246	248	249	250	252	253	254
	6056	6082	6106	6142	6169	6208	6234	6258	6303	6334	6366
2	19,39	19,40	19,41	19,42	19,43	19,44	19,45	19,46	19,47	19,49	19,50
	99,40	99,41	99,42	99,43	99,44	99,55	99,46	99,48	99,48	99,48	99,50
3	8,87	8,76	8,74	8,71	8,69	8,66	8,64	8,62	8,58	8,56	8,53
	27,23	27,13	27,05	26,92	26,83	26,69	26,60	26,50	26,27	26,23	26,12
4	5,96	5,93	5,91	5,87	5,84	5,80	5,77	5,74	5,70	5,66	5,63
	14,54	14,45	14,37	14,24	14,15	14,02	13,93	13,83	13,69	13,57	13,46
5	4,74	4,70	4,68	4,64	4,60	4,56	4,53	4,50	4,46	4,40	4,36
	10,05	9,96	9,89	9,70	9,68	9,55	9,47	9,38	9,24	9,13	9,02
6	4,06	4,03	4,00	3,96	3,92	3,87	3,84	3,81	3,75	3,71	3,68
	7,87	7,79	7,72	7,60	7,52	7,39	7,31	7,23	7,09	6,99	6,88
7	3,63	3,60	3,57	3,52	3,49	3,44	3,41	3,38	3,32	3,28	3,23
	6,62	6,54	6,47	6,35	6,27	6,15	6,07	5,98	5,85	5,75	5,65
8	3,34	3,31	3,28	3,23	3,20	3,15	3,12	3,08	3,03	2,98	2,93
	5,82	5,74	5,67	6,65	5,48	5,36	5,28	5,20	5,06	4,96	4,86
9	3,13	3,10	3,07	3,02	2,98	2,93	2,90	2,86	2,80	2,76	2,71
	5,26	5,18	5,11	5,00	4,98	4,80	4,73	4,64	4,51	4,41	4,31
10	2,97	2,94	2,91	2,86	2,82	2,77	2,74	2,70	2,64	2,59	2,54
	4,85	4,78	4,71	4,60	4,52	4,41	4,33	4,25	4,12	4,01	3,91
15	2,55	2,51	2,48	2,43	2,39	2,33	2,29	2,25	2,18	2,12	2,07
	3,80	3,73	3,67	3,56	3,48	3,36	3,29	3,20	3,07	2,97	2,87
20	2,35	2,31	2,29	2,23	2,18	2,12	2,08	2,04	1,96	1,90	1,84
	3,37	3,30	3,23	3,13	3,05	2,94	2,86	2,77	2,63	2,53	2,42
30	2,16	2,12	2,09	2,04	1,99	1,93	1,89	1,84	1,76	1,69	1,62
	2,98	2,90	2,84	2,74	2,66	2,55	2,47	2,38	2,24	2,13	2,01
50	2,02	1,98	1,95	1,90	1,85	1,78	1,74	1,69	1,60	1,52	1,44
	2,70	2,62	2,56	2,46	2,39	2,26	2,18	2,10	1,94	1,82	1,68
100	1,92	1,88	1,85	1,79	1,75	1,68	1,63	1,57	1,48	1,39	1,29
	2,51	2,43	2,36	2,26	2,19	2,06	1,98	1,89	1,73	1,59	1,43
	1,83	1,79	1,75	1,69	1,64	1,57	1,52	1,46	1,35	1,24	1,00
$\infty$	2,32	2,24	2,18	2,07	1,99	1,87	1,79	1,79	1,52	1,36	1,00



Критические значения  $\chi^2$ -критерия

Число степеней свободы $f$	Уровни значимости $\alpha$				Число степеней свободы $f$	Уровни значимости $\alpha$			
	0,50	0,10	0,05	0,01		0,50	0,10	0,05	0,01
1	0,45	2,71	3,84	6,64	14	13,3	21,1	23,7	29,1
2	1,39	4,61	5,99	9,21	15	14,3	22,3	25,0	30,6
3	2,37	6,25	7,81	11,3	16	15,3	23,5	26,3	32,0
4	3,36	7,78	9,49	13,3	17	16,3	24,8	27,6	33,4
5	4,35	9,24	11,1	15,1	18	17,3	26,0	28,9	34,8
6	5,35	10,6	12,6	16,8	19	18,3	27,2	30,1	36,2
7	6,35	12,0	14,1	18,5	20	19,3	28,4	31,4	37,6
8	7,34	13,4	15,5	20,1	21	20,3	29,6	32,7	38,9
9	8,34	14,7	16,9	21,7	22	21,3	30,8	33,9	40,3
10	9,34	16,0	18,3	23,2	23	22,3	32,0	35,2	41,6
11	10,3	17,3	19,7	24,7	24	23,3	33,2	36,4	43,0
12	11,3	18,5	21,0	26,2	25	24,3	34,4	37,7	44,3
13	12,3	19,8	22,4	27,7					

Учебное издание

*Хаймович Ирина Николаевна  
Демьяненко Елена Геннадьевна*

## **МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ МАТЕРИАЛОВ И ПРОЦЕССОВ**

Учебное пособие

Редактор Т.К. Крестина  
Доверстка Л.Р. Дмитриенко

Подписано в печать 3.06.2015. Формат 60x84 1/16.

Бумага офсетная. Печать офсетная.

Печ. л. 5,25.

Тираж 100 экз. Заказ . Арт. Д2(2)/2015.

федеральное государственное автономное образовательное учреждение  
высшего образования «Самарский государственный аэрокосмический  
университет имени академика С.П.Королева  
(национальный исследовательский университет)»  
443086 Самара, Московское шоссе, 34.

---

Изд-во СГАУ. 443086 Самара, Московское шоссе, 34.