

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
ГОСУДАРСТВЕННОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ  
ВЫСШЕГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«САМАРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ АЭРОКОСМИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ  
имени академика С.П. КОРОЛЕВА  
(НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

**Н.В. БЕЗМЕНОВА, С.А. ШУСТОВ**

**ФОРМИРОВАНИЕ ТЕРМОГАЗОДИНАМИЧЕСКИХ  
САЕ-МОДЕЛЕЙ ВИРТУАЛЬНЫХ ТЕЧЕНИЙ  
ПРОДУКТОВ СГОРАНИЯ В КАМЕРАХ И  
ГАЗОГЕНЕРАТОРАХ ЖРД С УЧЁТОМ НЕ  
ИДЕАЛЬНОГО ПРОТЕКАНИЯ РАБОЧИХ  
ПРОЦЕССОВ**

*Учебное пособие*

САМАРА  
Издательство СГАУ  
2010

УДК 621.453 (075.8)

ББК 39.65-01я73

Рецензенты: д-р техн. наук, профессор А.Н. Первышин  
д-р техн. наук, профессор Ю.И.Цыбизов

*Безменова Н.В., Шустов С.А.*

**ФОРМИРОВАНИЕ ТЕРМОГАЗОДИНАМИЧЕСКИХ САЕ-МОДЕЛЕЙ  
ВИРТУАЛЬНЫХ ТЕЧЕНИЙ ПРОДУКТОВ СГОРАНИЯ В КАМЕРАХ И  
ГАЗОГЕНЕРАТОРАХ ЖРД С УЧЁТОМ НЕ ИДЕАЛЬНОГО ПРОТЕКАНИЯ  
РАБОЧИХ ПРОЦЕССОВ:** учебное пособие / Безменова Н.В, Шустов С.А. – Самара:

Изд-во Самар. гос. аэрокосм. ун-та, 2010. – 40 с. : ил.

**ISBN**

Рассмотрены основные приёмы численного моделирования термогазодинамических процессов в в камерах и газогенераторах ЖРД как в идеальном приближении, так и с учетом реального протекания этих процессов. Рассмотрены основные этапы численного моделирования применительно к термогазодинамическим процессам ЖРД: физическая постановка задачи и выбор допущений, формирование математической модели и ее численного аналога, компьютерная реализация численной модели и проверка ее адекватности.

Учебное пособие предназначено для оказания методической помощи студентам старших курсов, изучающих теорию ракетных двигателей, а также для магистрантов, аспирантов и преподавателей, использующих современные методы численного моделирования рабочих процессов в тепловых двигателях в научной работе и учебном процессе.

УДК 621.453 (075.8)

ББК 39.65-01я73

**ISBN**

© Самарский государственный  
аэрокосмический университет, 2010

## Введение

Современный научно-технический прогресс все в большей степени связан с использованием быстрорастущих возможностей космических аппаратов (КА). Такие примеры общеизвестны и постоянно расширяются: глобальная связь, мониторинг окружающей среды и разведка полезных ископаемых, получение новых материалов, задачи обороны и многое другое. В связи с этим быстро растет как количество запускаемых КА, так и многообразие их типов – от малых коммерческих спутников массой менее одной тонны до крупных долговременных орбитальных комплексов массой несколько сотен тонн, таких как функционирующая в настоящее время Международная космическая станция (МКС).

Расширение возможностей современных КА тесно связано с совершенствованием использующихся для их выведения и управления на орбите двигательных установок (ДУ) с жидкостными ракетными двигателями (ЖРД) в качестве исполнительных органов.

Необходимость дальнейшего совершенствования ЖРД связана с потребностью обеспечения весьма сложного комплекса требований, предъявляемых к этим двигателям. Одним из основных является требование высокой экономичности ЖРД при обеспечении заданного уровня надежности. Показателем экономичности служит величина удельного импульса тяги в пустоте. Весьма важными являются динамические требования к ЖРД, поскольку основным режимом работы ЖРД ориентации в составе ДУ КА является импульсный с длительностью включений от 0,01 до 1 с.

В последнее время в связи с увеличением роли рыночных отношений в аэрокосмической отрасли России, ростом конкуренции на внутреннем и внешнем рынках космической техники, резким сокращением бюджетного финансирования все более жесткими становятся требования по сокращению сроков и стоимости разработки как ЖРД.

Обеспечение всех этих требований представляет собой весьма сложную научно-техническую проблему, которая имеет явно выраженный системотехнический характер.

В соответствии с принципами системотехнического подхода качество решения сложных проблем, в том числе и рассматриваемой научно-технической проблемы, оценивается на основе такого параметра, как эффективность. Количественно этот параметр выражается критерием эффективности – отношением величины положительного эффекта к суммарным затратам на его получение.

Для рассматриваемой проблемы основным положительным эффектом является увеличение полезной нагрузки КА, достигаемое вследствие роста удельного импульса тяги ЖРД и соответствующего снижения потребного запаса топлива на борту как ракеты-носителя, так и самого КА.

Известно, что моделирование рабочих процессов, обеспечивающих повышенную экономичность, в жидкостных ракетных двигателях в силу их сопряженного характера представляет собой чрезвычайно сложную научно-практическую задачу.

Для расчета параметров рабочего тела в современных ЖРД больших тяг используется модель ракетного двигателя, основанная на допущениях о ступенчатой (двухзонной) эпюре соотношения компонентов и об идеальном протекании всех рабочих процессов в каждой из зон ядра и пристенка при известном соотношении компонентов в эти зонах. Эпюру соотношения компонентов для ЖРД больших тяг можно определить расчетным путем при известной схеме смесеобразования.

Отличия внутрикамерных рабочих процессов в ЖРД малых тяг (ЖРДМТ) связаны с конструктивными особенностями схем смесеобразования, а именно с их малыми геометрическими размерами и малым количеством смесительных элементов. Поэтому качество смесеобразования в камерах сгорания ЖРДМТ существенно ниже по сравнению с ЖРД больших тяг, имеющих многофорсуночные головки. Кроме того, время пребывания рабочего тела в камере сгорания ЖРДМТ существенно меньше, чем в ЖРД больших тяг (для ЖРДМТ  $l_{np}$  0,4-0,6 м ( $l_{np} = V_{к.с} / F_m$ , где  $V_{к.с}$  – объем камеры сгорания,  $F_m$  – площадь минимального сечения), а для ЖРД больших тяг 1-2м, величина приведенной длины пропорциональна времени пребывания продуктов сгорания в камере сгорания). Все это приводит к существенной неоднородности химического состава

и термодинамических параметров продуктов сгорания в поперечном сечении камеры сгорания ЖРДМТ, а также к неполному протеканию тепловыделения и значительному снижению среднemasсовой температуры продуктов сгорания по сравнению с идеальной. Для современных ЖРДМТ это снижение составляет величину от 20 до 40 % на установившемся режиме работы и от 30 до 60 % при импульсных режимах включений.

Поэтому разработка адекватной модели рабочего тела применительно к ЖРДМТ связано с решением двух основных проблем:

1. определение профиля соотношения компонентов в камере сгорания на входе в сопло;
2. определение химического состава и термодинамических свойств продуктов сгорания в камере сгорания и сопле с учетом неравномерного профиля соотношения компонентов и неполного тепловыделения.

# 1 Физико-математическая модель рабочих процессов в ЖРД/ЖРДМТ

## 1.1 Физическая модель рабочих процессов в ЖРД/ЖРДМТ на установившемся режиме работы

Физические особенности протекания рабочих процессов в ЖРД/ЖРДМТ тесно связаны с внутрикамерными рабочими процессами – образованием высокотемпературных продуктов сгорания в камере сгорания и их течением в сопле, которые, в свою очередь, существенно зависят от типа компонентов топлива (самовоспламеняющиеся или нет), а также от схемы смесеобразования.

Поэтому рассмотрим физическую картину протекания рабочих процессов в ЖРДМТ, как более сложную по сравнению с крупноразмерными ЖРД, на примере самовоспламеняющихся компонентов топлива, поскольку они нашли наибольшее распространение на практике. Типичная конструктивная схема ЖРДМТ на самовоспламеняющихся компонентах АТ и НДМГ показана на рис. 1.1.

Схема смесеобразования этого ЖРДМТ состоит из центральной двухкомпонентной форсунки и шести периферийных струйных форсунок. Эта схема демонстрирует конструктивные особенности, типичные для ЖРДМТ: малые габариты, малое число смесительных элементов, малые расходы компонентов, вследствие чего невозможно организовать регенеративное охлаждение стенок конструкции. Так для ЖРДМТ тягой порядка 100 Н диаметр камеры сгорания составляет величину около 30 мм, а длина цилиндрической части камеры сгорания от среза сопла форсунки до входа в сопло  $l_{ф-с}$  составляет величину около 50 мм (рис. 1.1).

Основная часть компонентов подается через центральную двухкомпонентную форсунку и попадает в камеру сгорания в виде двух взаимодействующих конусов жидких пленок окислителя и горючего. Часть компонентов от центральной форсунки попадает на стенку. Одновременно на стенку через периферийные струйные форсунки подается часть одного из компонентов (обычно окислителя) для обеспечения завесного охлаждения.

Физическая картина взаимодействия жидких пленок самовоспламеняющихся компонентов применительно к проблеме воспламенения компонентов экспериментально исследовалась в ГИПХ (Е.А.Сиволодский, Г.М.Арбузов, Ю.Н.Макаров с сотрудниками), в СГАУ (В.Я.Левин, Ю.М.Дубинкин, В.Е.Нигодюк с сотрудниками), в НИИМаш (В.В.Сергеев с сотрудниками). В ходе этих исследований был установлен чрезвычайно сложный характер гидродинамических процессов, химической кинетики, испарения и диффузии с ведущей ролью жидкофазного взаимодействия самовоспламеняющихся компонентов в зоне контакта жидких пленок.

Основные результаты экспериментальных исследований преобразования жидких самовоспламеняющихся компонентов топлива в высокотемпературные продукты сгорания, формирования пристенка и эпюры соотношения компонентов, получены в Самарском государственном аэрокосмическом университете (СГАУ), и сводятся к следующему.

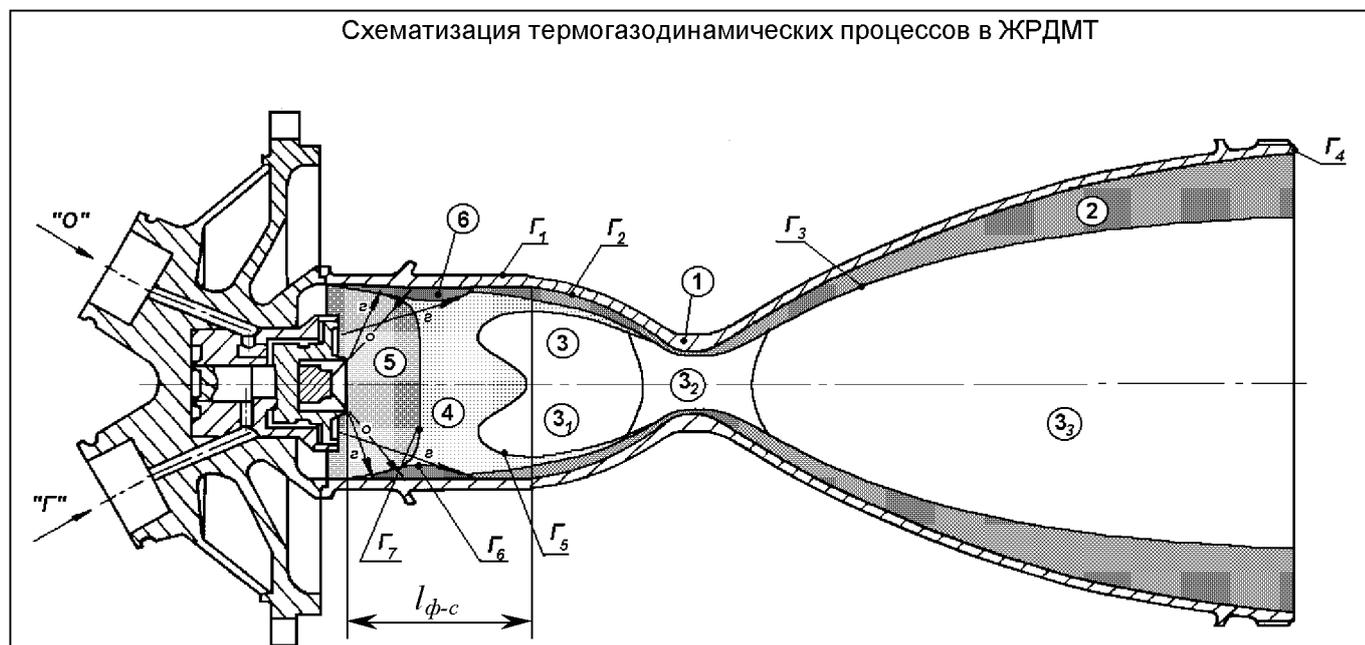


рис. 1.1

Области физических процессов:

1 – область передачи тепла через стенку (механизм теплопроводности); 2 – область пограничного слоя и передачи тепла от рабочего тела к стенке через механизм конвективного теплообмена; 3 – область невязкого течения высокотемпературного многокомпонентного рабочего тела; 3<sub>1</sub>–область равновесного течения; 3<sub>2</sub>–область кинетического течения; 3<sub>3</sub>–область замороженного течения; 4 – область тепловыделения в газовой фазе; 5 - область преобразования жидких компонентов в газовую фазу; 6 – область существования жидкой пленки на стенке;

$\Gamma_i$  – границы областей.

В ядре потока вблизи форсуночной головки (на расстоянии  $x$  от среза форсуночных головок порядка радиуса камеры сгорания  $x/d_{к.с} \leq 0.5$ , где  $d_{к.с}$  – диаметр камеры сгорания) основную роль играет жидкофазное взаимодействие пленок окислителя и горючего, в результате чего происходит превращение компонентов топлива в химически активные промежуточные продукты сгорания (парагаз) с температурой порядка 600-1500 К.

Вблизи стенки камеры сгорания (в пристенке) дополнительно происходит взаимодействие компонентов из центральной и периферийных форсунок со стенкой, при котором образуются взаимодействующие газообразные промежуточные продукты сгорания и жидкая пленка. Физические процессы, связанные с формированием пристенка, являются не менее сложными, чем в ядре потока и вблизи форсуночной головки, а степень их понимания далека от желаемой. Значительную роль при этом играет, какой из компонентов (окислитель или горючее) используется для формирования пристенка.

Физические процессы в пристеночной области и ядре потока тесно взаимодействуют. В результате этого уже вблизи форсуночных головок формируется поперечная эпюра соотношения компонентов, а на основной части длины камеры сгорания ( $0.5 \leq x/d_{к.с} \leq l_{ф-с}/d_{к.с}$ ) происходит тепловыделение при сформировавшейся эпюре соотношения компонентов, в которых лимитирующим фактором является диффузия.

На входе в сопло формируется профиль температуры продуктов сгорания, имеющий значительную неравномерность, которая отражает неравномерность эпюры соотношения компонентов  $\alpha_{ок}(r)$ . Совместное влияние крупномасштабной неравномерности эпюры  $\alpha_{ок}(r)$  и неполного тепловыделения приводит к значительному снижению среднemasсовой температуры на входе в сопло по сравнению с идеальной (рис. 1.2).

На установившемся режиме включения ЖРДМТ масса жидкой фазы составляет менее 1% от общего расхода компонентов, причем основная ее часть находится в виде капель с характерным размером в диапазоне от 5 до 50 мкм. Это дает основания в дальнейшем не учитывать влияние жидкой фазы на параметры рабочего тела и двигателя в целом. Для крупноразмерных ЖРД наличие жидкой

пленки вообще не рассматривается как фактор, существенно влияющий на рабочие процессы.

Рассмотренные выше результаты позволяют применительно к проблеме моделирования теплового состояния ЖРДМТ представить декомпозицию рабочих процессов в виде, показанном на рис. 1.1.

Эта декомпозиция основана на выделении из общей внутрикамерной области отдельных подобластей (характерных), в каждой из которых определяющее значение имеет какой-либо физический процесс. Их протекание в каждой из характерных подобластей имеет весьма сложный характер и свои закономерности, причем степень понимания этих закономерностей на данный момент времени далеко не равнозначна.

На основной части длины камеры сгорания ЖРДМТ ведущую роль играют термогазодинамические процессы в газовой фазе, определяющие химический состав и термодинамические свойства продуктов сгорания, которые влияют как на параметры течения, так и на теплообмен.

Наиболее очевидной является область 1, совпадающая со стенками камеры сгорания и сопла ЖРДМТ. Это область конвективного и радиационного теплообмена между стенками и продуктами сгорания, теплопроводности (распределения температуры внутри стенки) и радиационного теплообмена внешней поверхности стенки с окружающей средой.

Наименее изучены закономерности протекания физических процессов в областях 5 и 6, что проявляется и в неопределенности положения их границ. На рис. 1.1 эти границы имеют качественный характер и получены на основе анализа результатов экспериментальных исследований. В этой области происходит впрыск жидких компонентов топлива, их смешение, воспламенение, образование газообразных продуктов сгорания, формирование поперечных эпюр соотношения компонентов и температуры.

В то же время непосредственное влияние на тепловое состояние ЖРДМТ оказывают термогазодинамические процессы в областях 1...4. Поэтому целесообразна следующая их структуризация, представленная на рис. 1.3.

Области 1 и 2 на рис. 1.1 и 1.3 аналогичны. Область невязкого течения продуктов сгорания 3 на рис. 1.3 представлена в виде трех характерных областей:

- $3_I$  – область безградиентного равновесного течения в цилиндрической камере сгорания;
- $3_{II}$  – область равновесного течения в сопле с продольным отрицательным градиентом давления;
- $3_{III}$  – область замороженного течения в сопле с продольным отрицательным градиентом давления.

Важную роль в представленной схематизации играют показанные на этом рисунке границы, на которых должны задаваться граничные условия при формировании математических моделей физических процессов в областях 1...4. В связи с этим рассмотрим более детально назначение этих границ на рис. 1.3:

- $\Gamma_1$  – граница внешней поверхности стенки;
- $\Gamma_2$  – граница внутренней поверхности стенки;
- $\Gamma_3$  – граница между областями невязкого течения и пограничного слоя;

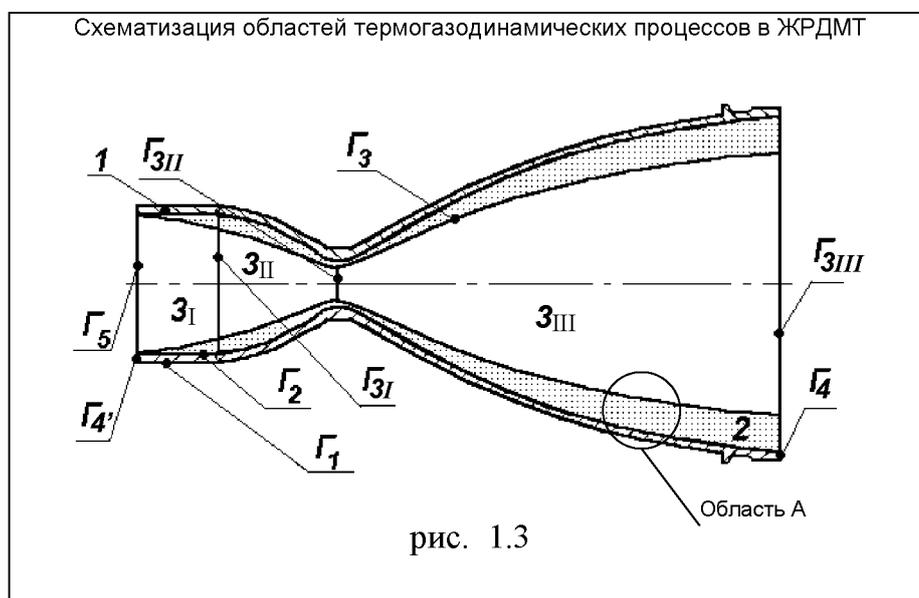


- $\Gamma_{3I}$  – граница, разделяющая области безградиентного течения и течения с отрицательным продольным градиентом давления;
- $\Gamma_{3II}$  – граница, разделяющая области одномерного равновесного и двумерного замороженного течения;
- $\Gamma_{3III}$  – граница раздела между внутренней областью течения в сопле и внешней средой;
- $\Gamma_4, \Gamma_4'$  – границы, совпадающие с торцевыми поверхностями цилиндрической оболочки;
- $\Gamma_5$  – граница, на которой задается эпюра соотношения компонентов.

Границы  $\Gamma_1, \Gamma_2, \Gamma_4, \Gamma_4'$  формируют область передачи тепла через механизм теплопроводности, на границе  $\Gamma_2$  должны быть заданы параметры конвективного теплообмена продуктов сгорания со стенкой.

Границы  $\Gamma_3, \Gamma_5, \Gamma_{3III}$  формируют область вязкого течения, которая разделяется на следующие:

- область с границами  $\Gamma_3, \Gamma_{3I}, \Gamma_5$  – одномерное равновесное безградиентное течение;
- область с границами  $\Gamma_3, \Gamma_{3I}, \Gamma_{3II}$  – одномерное равновесное течение с отрицательным продольным градиентом давления;
- область с границами  $\Gamma_3, \Gamma_{3II}, \Gamma_{3III}$  – двумерное замороженное течение с отрицательным продольным градиентом давления.



Схематизация на рис. 1.3 отличается от рис. 1.1 отсутствием областей 5 и 6.

Область 5 на рис. 1.1 - это зона преобразования жидкого топлива в газообразное рабочее тело. Формальное ее описание до настоящего времени отсутствует. Что касается моделирования теплообмена в ЖРДМТ, то сама область 5 является зоной низких температур и не оказывает особого влияния на тепловое состояние ЖРДМТ. Однако большое значение имеет сформировавшаяся в области 5 эпюра соотношения компонентов, поскольку она определяет термодинамические свойства продуктов сгорания.

Анализ имеющихся экспериментальных данных позволяет сделать вывод, что на длине камеры сгорания порядка ее радиуса рабочее тело уже газообразное и формирование поперечной эпюры соотношения компонентов  $\alpha_{ок}(r)$  практически полностью завершилось. Поэтому учет рабочих процессов в области 5 возможен путем задания эпюры  $\alpha_{ок}(r)$  на границе Г5.

Такой подход позволяет обойти трудности, связанные с отсутствием модели этой области, сохранив при этом универсальность и открытость результирующей модели сопряженного теплообмена в ЖРДМТ.

Универсальность обеспечивается тем, что через задание разных граничных условий возможен учет любой схемы смесеобразования, для которой известна эпюра соотношения компонентов. Таким образом, предлагаемая методика моделирования рабочих процессов в ЖРДМТ не привязана к какой-либо конкретной конструктивной схеме. В то же время эта модель может быть настроена на любой вариант конструктивной схемы ЖРДМТ путем задания соответствующей ей эпюры соотношения компонентов на границе Г5.

При применении данной модели к ЖРД больших тяг изменяется лишь положение границ различных областей и задание на них граничных условий.

## **2. Термодинамическая модель идеальных рабочих процессов в ЖРД**

### **2.1. Выбор основных допущений**

При формулировке термодинамической модели рабочего тела использованы следующие допущения, основанные на анализе имеющихся результатов исследования рабочих процессов в ЖРД:

- при расчете термогазодинамических параметров на установившемся режиме работы ЖРД рабочее тело считается гомогенным (однофазным), т.е. газообразным;
- формирование поперечных профилей термогазодинамических свойств газообразных продуктов сгорания заканчивается на входе в сопло;
- отличие реальных рабочих процессов в камере сгорания от идеальных сводится лишь к крупномасштабной неравномерности параметров рабочего тела вследствие организации завесного охлаждения;
- для ЖРДМТ существенным является также неполное тепловыделение в квазитрубках тока;
- так как уровень поперечной диффузии в камере сгорания и сопле незначителен, то возможно стратифицированное описание термогазодинамических параметров рабочего тела, то есть эти параметры считаются неизменными в пределах квазитрубок тока и соответствуют местному значению коэффициента избытка окислителя для данной квазитрубки тока (под квазитрубкой тока понимается область течения с поперечным размером, имеющим масштаб поперечной диффузии);
- течение в квазитрубках тока является химически равновесным;
- при расчете химического состава считается, что продукты сгорания в целом, и каждый компонент в отдельности подчиняются уравнению состояния идеального газа, рабочее тело считается электрически нейтральным.

## 2.2. Базовая термодинамическая модель продуктов сгорания в ЖРД и ее математическая формулировка

Под базовой термодинамической моделью продуктов сгорания ЖРД понимается модель, обеспечивающая определение на входе в сопло и в любом сечении сопла химического состава, термогазодинамических и теплофизических свойств рабочего тела при заданном соотношении компонентов топлива.

В рамках базовой термодинамической модели расчет проводится для камеры сгорания в равновесном приближении, а для сопла в равновесном приближении от входа в сопло до среза сопла и в замороженном приближении от минимального сечения сопла до среза. Дополнительными допущениями базовой термодинамической модели являются:

- однородное распределение компонентов топлива по поперечному сечению;
- полное тепловыделение в камере сгорания;
- одномерный характер течения продуктов сгорания;
- адиабатность процессов в камере сгорания и сопле;
- безотрывное течение продуктов сгорания в камере сгорания и сопле;
- отсутствие необратимых явлений при течении продуктов сгорания в сопле.

Последние три допущения обуславливают изоэнтропный характер течения в сопле. Роль базовой термодинамической модели заключается в том, что она является основной для разработки моделей, обеспечивающих учет неидеальности рабочих процессов в ЖРД, связанных как с камерой сгорания (неоднородность распределения параметров и неполное тепловыделение), так и с соплом (теплообмен продуктов сгорания со стенкой, трение, неравновесность, существенно двумерный (в том числе осесимметричный) характер течения в профилированной сверхзвуковой части сопла).

Система уравнений химического равновесия при  $p, T = \text{const}$  для диссоциированной смеси состоит из уравнений сохранения вещества, уравнений диссоциации и уравнения закона Дальтона.

Если топливо состоит из  $m$  химических элементов и задано условной химической формулой вида  $A_{b_{1T}}^{(1)} \dots A_{b_{mT}}^{(m)}$ , в продуктах сгорания могут присутствовать  $m$  атомарных и  $l$  молекулярных компонентов. В число  $l$  включаются образованные из  $m$  химических элементов вещества, при этом условная химическая формула  $j$ -го молекулярного компонента смеси записывается в виде:

$$A_{a_{1j}}^{(1)} \dots A_{a_{mj}}^{(m)} \quad (2.1)$$

где  $a_{ij}$  – число киломолей  $i$ -го химического элемента в компоненте  $j$ .

Уравнения сохранения вещества в логарифмической форме имеют вид:

$$\ln \left( \sum_j a_{ij} n_j + n_i \right) - \ln M_T - \ln b_{iT} = 0, (i = 1, \dots, m) \quad (2.2)$$

эти уравнения выражают условия равенства количества атомов каждого  $i$ -го химического элемента ( $i=1, \dots, m$ ) в топливе и в продуктах сгорания.

Величина  $M_T$  в уравнении (2.2) – число киломолей топлива, которое определяется условием равенства суммарного количества молей  $N$  диссоциированных продуктов сгорания суммарному давлению:

$$N = \sum_{q=1}^{l+m} n_q = \sum_{q=1}^{l+m} p_q = p \quad (2.3)$$

Так как для идеальных газов справедливо соотношение:

$$x_q = \frac{p_q}{p} = \frac{n_q}{N}, (q = 1, \dots, l+m) \quad (2.4)$$

то введение числа  $M_T$  обуславливает равенство

$$n_q = p_q, (q = 1, \dots, l+m) \quad (2.5)$$

Уравнения диссоциации, выражающие условие равновесного протекания химических реакций, имеют вид:

$$\ln p_j - \sum_{i=1}^m a_{ij} \ln p_i + \ln K_j(T) = 0, (j = 1, \dots, l) \quad (2.6)$$

где  $p_i, p_j$  – парциальные давления соответственно атомарных и молекулярных компонентов продуктов сгорания, а величина

$$\ln K_j(T) = \frac{\sum_{i=1}^m a_{ij} \cdot S_i^0 - S_j^0}{R_0} - \frac{\sum_{i=1}^m a_{ij} \cdot I_i^0 - I_j^0}{R_0 \cdot T}, (j = 1, \dots, l) \quad (2.7)$$

есть логарифм константы равновесия по парциальным давлениям для реакции диссоциации  $j$ -го компонента на атомы.

$S_i^0, S_j^0$  - в (2.7) стандартная энтропия соответственно атомарного или молекулярного индивидуального компонента продуктов сгорания;

$I_i^0, I_j^0$  - полная энтальпия соответственно атомарного или молекулярного индивидуального компонента продуктов сгорания в стандартном состоянии.

Уравнения закона Дальтона в логарифмической форме имеют вид

$$\ln \sum_q p_q - \ln p = 0 \quad (2.8)$$

Система уравнений (2.2)-(2.8) описывает химическое равновесие смеси при фиксированных  $p$  и  $T$ . Система замкнута, так как для определения  $l+m+1$  неизвестных имеется столько же уравнений.

Эта система уравнений позволяет определить с необходимой точностью равновесный химический состав продуктов сгорания, после чего можно вычислить молекулярный вес топлива по формуле:

$$\mu_T = \frac{M_T \cdot \mu_T}{p} \quad (2.9)$$

а также мольные доли газообразных компонентов, входящих в продукты сгорания

$$x_q = \frac{n_q}{N} = \frac{p_q}{p}, (q=1, \dots, m+l) \quad (2.10)$$

Знание равновесного химического состава при температуре  $T$  и давлении  $p$  позволяет также определить термодинамические функции продуктов сгорания при этих  $T$  и  $p$  следующим образом:

Полная энтальпия продуктов сгорания

$$i(T) = \frac{\sum_{q=1}^{l+m} n_q \cdot I_q^0(T)}{\mu_T \cdot M_T} \frac{\text{кДж}}{\text{кг}} \quad (2.11)$$

если  $I_q^0(T)$  - в кДж/кмоль;

Энтропия продуктов сгорания при температуре  $T$

$$S(p, T) = \frac{\sum_{q=1}^{l+m} n_q \cdot (S_q^0(T) - R_0 \cdot \ln n_q)}{\mu_T \cdot M_T} \frac{\text{кДж}}{\text{кг} \cdot \text{град}} \quad (2.12)$$

Исходная информация о термодинамических функциях индивидуальных веществ  $S_q^0(T)$ ,  $I_q^0(T)$ , а также теплоемкостях  $C_{Pq}^0(T)$  представлена в табличной форме в [1-4], в связи с чем при использовании ЭВМ возникает проблема получения термодинамических функций индивидуальных веществ с помощью полиномов, аппроксимирующих табличные значения с достаточной для практических приложений точностью. Обычно допустимая погрешность определения температуры из-за погрешности аппроксимации термодинамических функций не должна превышать 1 - 2 градуса, чтобы погрешность в определении величины удельного импульса из-за погрешности аппроксимации термодинамических функций не превышала величину порядка 0,1 %.

Проблема аппроксимации с требуемой точностью табличных значений термодинамических функций  $I_q^0(T)$ ,  $S_q^0(T)$ ,  $C_{Pq}^0(T)$  для индивидуальных веществ широком диапазоне температур (от 300 К до 3000-4500 К) является весьма сложной. Приемлемое для практического использования решение этой проблемы состоит в следующем.

В качестве основного базового полинома используется полином седьмого порядка для энтальпии:

$$I_q^0(T) = A_I + \sum_{i=1}^7 A_i \cdot x^i, \quad \text{где } x = 10^{-3} \cdot T^\circ K \quad (2.13)$$

Энтропия индивидуальных веществ  $S_q^0(T)$  и теплоемкость  $C_{Pq}^0(T)$  аппроксимируются полиномами:

$$S_q^0(T) = A_S + 10^{-3} \cdot A_1 \cdot \ln x + 10^{-3} \cdot \sum_{i=2}^7 \frac{i}{i-1} \cdot A_i \cdot x^{(i-1)} \quad (2.14)$$

$$C_{Pq}^0(T) = 10^{-3} \cdot \sum_{i=1}^7 i \cdot A_i \cdot x^{(i-1)} \quad (2.15)$$

Коэффициенты полиномов для энтальпии  $A_i$  получены с помощью метода наименьших квадратов и использования ортогональных полиномов Чебышева, вычисляемых по рекуррентной формуле для неравноотстоящих значений аргумента. Такой способ определения коэффициентов точнее, проще и экономичнее, чем способ, связанный с решением системы нормальных уравнений.

Поскольку в справочнике табличная величина  $I_q^0(T)$  имеет размерность [кал/моль], значение  $I_q^0(T)$ , определенная с помощью полинома (2.6) величина энтальпии имеет ту же размерность. Для получения значения энтальпии в размерности системы СИ [кДж/кмоль] величину  $I_q^0(T)$ , полученную с помощью полинома (2.6), необходимо умножить на множитель 4.184, переводящий размерность [кал/моль] для энтальпии  $I_q^0(T)$  в размерность [кДж/кмоль].

Для перевода размерности энтропии и теплоемкости [кал/моль.град] в размерность [кДж/кмоль.град], значения энтальпии и теплоемкости, полученные с помощью полиномов (2.7), (2.8), также необходимо умножить на множитель 4.184.

Коэффициенты  $A_i$  ( $i=1...7$ ) в полиномах (2.6)-(2.8) одинаковы. Численные значения этих коэффициентов, а также коэффициентов  $A_I$  и  $A_S$  для всех 335 индивидуальных веществ в газовой фазе можно найти в Приложении 1 [1-4].

Для расчета таких термодинамических функций продуктов сгорания. Как теплоемкости  $c_p$  и  $c_v$ , а также скорость звука. Необходимы знания частных производных от параметров  $p_q$  ( $q=1, \dots, l+m$ ) и  $M_T$  по  $p$  и  $T$ , которые характеризуют диссоциированную смесь в состоянии химического равновесия.

Система из  $(l+m+1)$  уравнений для нахождения частных производных  $\frac{\partial \ln p_q}{\partial \ln T}$ , ( $q=1, \dots, l+m$ ) и  $\frac{\partial \ln M_T}{\partial \ln T}$  получается путем дифференцирования уравнений (2.2)-(2.8) по  $\ln T$ .

Аналогичным путем (дифференцированием уравнений (2.2)-(2.8) по  $\ln p$ ) получается система уравнений для нахождения частных производных  $\frac{\partial \ln p_q}{\partial \ln p}$ , ( $q=1, \dots, l+m$ ) и  $\frac{\partial \ln M_T}{\partial \ln p}$ :

Зависимость для определения теплоемкости продуктов сгорания может быть получена так:

$$c_p(p, T) = \frac{\sum_{q=1}^{l+m} n_q \cdot C_{pq}(T)}{\mu_T \cdot M_T} + \frac{1}{\mu_T \cdot M_T \cdot T} \sum_{q=1}^{l+m} n_q \cdot \left( \frac{\partial \ln n_q}{\partial \ln T} \right)_p \cdot I_q^0(T) - \frac{1}{T} \cdot \left( \frac{\partial \ln M_T}{\partial \ln T} \right)_p \quad (2.16)$$

Равновесная теплоемкость при постоянном объеме определяется формулой:

$$c_v(p, T) = c_p(p, T) - \frac{R_2 \left[ 1 - \left( \frac{\partial \ln M_T}{\partial \ln T} \right)_p \right]^2}{\left( \frac{\partial \ln M_T}{\partial \ln p} \right)_T} \quad (2.17)$$

По известным значениям теплоемкостей  $c_p$  и  $c_v$  определяем их отношение

$$\kappa_p = \frac{c_p(p, T)}{c_v(p, T)}, \quad \kappa_f = \frac{c_{pf}(p, T)}{c_{vf}(p, T)}$$

Процесс расширения от давления  $p_{oc}$  до давления  $p$  в ряде случаев характеризуется средним показателем изоэнтропы расширения  $n$ . Процесс условно описывается уравнением:

$$p \cdot v^n = const$$

в связи с чем:

$$p_{oc} \cdot v_{oc}^n = p \cdot v^n$$

С учетом уравнения состояния для определения  $n$  получаем формулу:

$$n = \frac{\ln \frac{p_{oc}}{p}}{\ln \frac{p_{oc}}{p} \cdot \frac{R \cdot T}{R_{oc} \cdot T_{oc}}}$$

при  $p = p_*$  и  $R \cdot T = R_* \cdot T_*$  получим значение  $n$ , аппроксимирующее процесс расширения на участке сопла до критического сечения; при  $p = p_a$  и  $R \cdot T = R_a \cdot T_a$  показатель  $n$  аппроксимирует процесс расширения от входа в сопло до среза сопла.

### 2.3. Численная реализация базовой термодинамической модели для камеры сгорания ЖРД

Наиболее эффективным методом решения нелинейных уравнений является метод Ньютона. Применяя метод Ньютона к системе уравнений модели, приведенной в главе 2.2, получим следующую систему  $l+m+1$  уравнений, линейную относительно поправок для итерации  $r$ :

1) уравнения диссоциации

$$\Delta_j^{(r+1)} - \sum_{i=1}^m a_{ij}^{(r)} \cdot \Delta_i^{(r+1)} = -\delta_j^{(r)}, \quad (2.18)$$

где 
$$\delta_j^{(r)} = \ln p_j^{(r)} - \sum_{i=1}^m a_{ij} \cdot \ln p_i^{(r)} + \ln K_j^{(r)};$$

2) уравнения сохранения вещества

$$\sum_{j=1}^l a_{ij} \cdot p_j^{(r)} \cdot \Delta_j^{(r+1)} + p_i^{(r)} \cdot \Delta_i^{(r+1)} - B_i^{(r)} \cdot \Delta_M^{(r+1)} = -\delta_i^{(r)} \cdot B_i^{(r)}, \quad (2.19)$$

где 
$$B_i^{(r)} = \sum_{j=1}^l a_{ij} \cdot p_j^{(r)} + p_j^{(r)};$$

$$\delta_i^{(r)} = \ln B_i^{(r)} - \ln M_i^{(r)} - \ln b_{ir};$$

3) уравнение Дальтона

$$\sum_q p_q^{(r)} \cdot \Delta_q^{(r+1)} = -\delta_p^{(r)} \cdot p_\Sigma^{(r)}, \quad (2.20)$$

где  $\delta_p^{(r)} = \ln p_\Sigma^{(r)} - \ln p$ ,  $p_\Sigma^{(r)} = \sum_{i=1}^q p_i^{(r)}$ ,  $q=m+1$ .

В уравнениях (2.18)...(2.20) поправки обозначены следующим образом

$$\Delta_q^{(r+1)} = \Delta \ln p_q^{(r+1)}; \quad \Delta_M^{(r+1)} = \Delta \ln M_T^{(r+1)}. \quad (2.21)$$

Уточнение значений переменных производится по формулам

$$\left. \begin{aligned} \ln p_q^{(r+1)} &= \ln p_q^{(r)} + \Delta_q^{(r+1)} \\ \ln M_T^{(r+1)} &= \ln M_T^{(r)} + \Delta_M^{(r+1)} \end{aligned} \right\} \quad (2.22)$$

Для расчета параметров в камере сгорания применительно к ЖРД достаточно ограничиться приближением изобарной камеры сгорания. К неизвестным базовой модели рабочего тела добавляется еще и температура продуктов сгорания, поэтому необходимо дополнительное уравнение. Таким уравнением является уравнение сохранения энергии, которое с учетом допущения о том, что теплообмен с окружающей средой отсутствует, и скорость рабочего тела в пределах камеры сгорания пренебрежимо мала и принимается равной нулю, записывается для единицы массы топлива следующим образом

$$i_{co} - i_T = 0, \quad (2.23)$$

здесь  $i_{co}$  - энтальпия заторможенного потока продуктов сгорания на входе в сопло;  
 $i_T$  - энтальпия топлива.

Применяя метод Ньютона к уравнению (2.23), получим уравнение

$$\left( \frac{R_0 \cdot T}{\mu} \left( \frac{\partial \ln M_T}{\partial \ln T} \right)_p \right)^{(r)} \cdot \Delta \ln p^{(r+1)} + (c_p)^{(r)} \cdot \Delta T^{(r+1)} = i_T - i_{co}^{(r)}(p, T). \quad (2.24)$$

Для численного решения системы уравнений (2.18)-(2.20) и (2.24) до достижения заданной точности используется итерационная процедура. Подобный опыт применительно к ЖРД больших тяг показал значительную чувствительность

метода Ньютона к выбору начальных приближений по составу продуктов сгорания. Для ЖРДМТ эта проблема усугубляется необходимостью определения параметров продуктов сгорания различных топлив в широком диапазоне соотношений компонентов ( $\alpha_{ок}$  от 0,3 до 3). В процессе тестовых расчетов было установлено, что обеспечить сходимость итерационных процедур в указанном диапазоне соотношения компонентов возможно лишь при условии принятия специальных мер для задания достаточно хорошего начального приближения состава продуктов сгорания. В связи с этим были получены аппроксимирующие зависимости для выбора начального приближения химического состава продуктов сгорания в указанном выше диапазоне соотношения компонентов для каждой из групп топлив, содержащих в условной химической формуле вещества (O,H), (C,H), (C,O,H) и (C,N,O,H). В эти группы топлив входят как используемые в настоящее время топлива, так и перспективные, в том числе экологически чистые топлива.

#### **2.4. Численная реализация базовой термодинамической модели для течения продуктов сгорания в соплах ЖРД**

Результаты определения химического состава и температуры продуктов сгорания в камере сгорания являются начальными приближениями для расчета течения продуктов сгорания в сопле.

Для течения в соплах ЖРДМ, по сравнению с ЖРД больших тяг, характерны некоторые дополнительные особенности:

1. вследствие малых геометрических размеров сопла в ЖРДМТ реализуется существенно больший, чем в соплах ЖРД больших тяг, продольный градиент давления. На рис. показана область изменения продольного градиента безразмерного давления по длине сопла для ЖРДМТ и ЖРД больших тяг. Как видно из рисунка, для ЖРДМТ значение продольных градиентов на 2-3 порядка выше, чем для ЖРД больших тяг, поэтому для ЖРДМТ более острой становится проблема обеспечения сходимости итерационных процедур численного решения системы уравнений (2.18)-(2.20);

2. дополнительно к отмеченной выше необходимости расчетов для различных топлив в широком диапазоне соотношения компонентов, при определении параметров течения в соплах ЖРДМТ добавляется еще одно требование – обеспечить устойчивость решения в широком диапазоне степеней расширения сопла, вплоть до  $\bar{F}_a$  порядка 1000 (для ЖРД больших тяг обычно находится в диапазоне от 10 до 100);
3. применительно к рассматриваемой в данной работе проблеме теплообмена необходимо определять параметры продуктов сгорания во всей области течения в соплах ЖРДМТ с заданным контуром, как в дозвуковой, так и в сверхзвуковой его части (в ЖРД больших тяг расчет процесса течения проводится для характерных сечений, в качестве которых обычно выбирают минимальное сечение и срез сопла).

Ниже приводится описание численной модели течения продуктов сгорания в соплах ЖРД, разработанной с учетом перечисленных особенностей для ЖРДМТ. Расчет течения продуктов сгорания начинается с определения равновесного состава продуктов сгорания в минимальном сечении сопла. Для определения заранее неизвестных значений  $p$  и  $T$  в минимальном сечении используется уравнение сохранения энтропии (2.25) и уравнение (2.26), выражающее условие расширения продуктов сгорания до заданного числа Маха (в минимальном сечении до числа Маха, равного 1)

$$\varphi_1(p, T) = s_{c_0} - s(p, T) = 0, \quad (2.25)$$

$$\varphi_2(p, T) = \ln M(p, T) = 0. \quad (2.26)$$

Эта система дополнительных уравнений является нелинейной. Применяя к ней метод Ньютона, получим систему уравнений, линейную относительно поправок к  $p$  и  $T$

$$\left(\alpha_p \frac{R_0}{\mu} T\right)^{(r)} \Delta \ln p^{(r+1)} - \left(\frac{c_p}{T}\right)^{(r)} \Delta T^{(r+1)} = s^{(r)}(p, T) - s_{c0}, \quad (2.27)$$

$$\left(\frac{R_0 \cdot T}{\mu} \cdot \frac{\alpha_p \cdot T - 1}{2 \cdot (i_{co} - i)} + \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{\partial \ln \mu}{\partial \ln p}\right)_T\right)^{(r)} \Delta \ln p^{(r+1)} - \left(\frac{c_p}{2 \cdot (i_{co} - i)} + \frac{\alpha_p}{2}\right)^{(r)} \Delta T^{(r+1)} = -\ln M^{(r)}(p, T) \quad (2.28)$$

При этом считается, что изомаха  $M=1$  точно совпадает с минимальным сечением сопла.

Итерационная процедура решения уравнений (2.27)-(2.28) совместно с уравнениями (2.18)-(2.20) обеспечивает определение равновесного химического состава в минимальном сечении сопла с заданной точностью. Начальным приближением служат параметры продуктов сгорания в изобарической камере сгорания. При этом пренебрегается отличие реального положения критического сечения от минимального.

Затем проводится расчет течения в дозвуковой части (от минимального сечения до входа в сопло) и в сверхзвуковой части сопла (от минимального сечения до среза сопла).

Диапазон изменения безразмерного продольного градиента давления в ЖРД разных тяг.

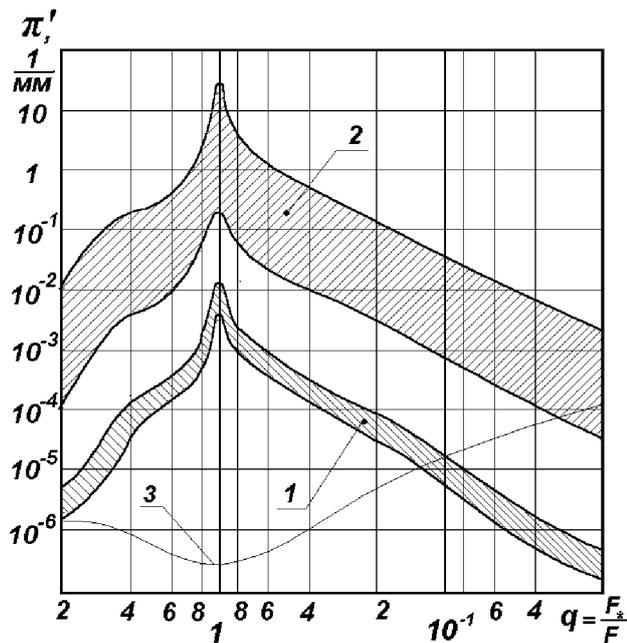


рис. 2.1

1 – ЖРД больших тяг; 2 – ЖРДМТ; 3 – контур сопла.

Важным условием обеспечения сходимости итерационных процедур является использование адаптивной сетки, в которой реализован алгоритм изменения шага сетки в зависимости от продольных градиентов параметров (давления и температуры). Типичная зависимость изменения относительного шага сетки по длине сопла приведена на рис. . Этот рисунок показывает, что в трансзвуковой области, где градиенты максимальны, шаг минимален и имеет величину порядка 0,1 от радиуса минимального сечения; по мере увеличения геометрической степени сопла шаг увеличивается и на срезе сопла с  $\bar{F}_a$  порядка 1000 длина шага увеличивается примерно в 50 раз по сравнению с минимальным сечением.

Так же, как и в минимальном сечении сопла, для определения неизвестных заранее значений  $p$  и  $T$  при расчете течения в до- и сверхзвуковой части сопла необходимы два дополнительных уравнения. Одним из них является уравнение сохранения энтропии (2.25). Второе уравнение выражает условие расширения продуктов сгорания до заданной геометрической степени расширения сопла  $\bar{F}_0$ . В результате специального исследования было установлено, что для обеспечения сходимости итерационных процедур в дозвуковой части сопла данное уравнение должно иметь вид

$$\varphi_1(p, T) = \ln \bar{F} - \ln \bar{F}_0 = 0. \quad (2.29)$$

Применяя к уравнению (2.12) метод Ньютона, получим его численный аналог

$$\left( \frac{R_0 \cdot T}{\mu} \cdot \frac{\alpha_p \cdot T - 1}{2 \cdot (i_{co} - i)} + \frac{1}{2} \cdot \left( \frac{\partial \ln \mu}{\partial \ln p} \right)_T \right)^{(r)} \cdot \Delta \ln p^{(r+1)} - \left( \frac{c_p}{2 \cdot (i_{co} - i)} + \frac{1}{2} \cdot \alpha_p \right)^{(r)} \cdot \Delta T^{(r+1)} = \ln \bar{F}_0 - \ln \bar{F}^{(r)}(p, T) \quad (2.30)$$

В сверхзвуковой части сопла для обеспечения устойчивости расчета это уравнение должно иметь вид

$$\varphi_2(p, T) = \bar{F}(p, T) - \bar{F}_0 = 0. \quad (2.31)$$

Зависимость изменения относительного шага сетки по длине сопла

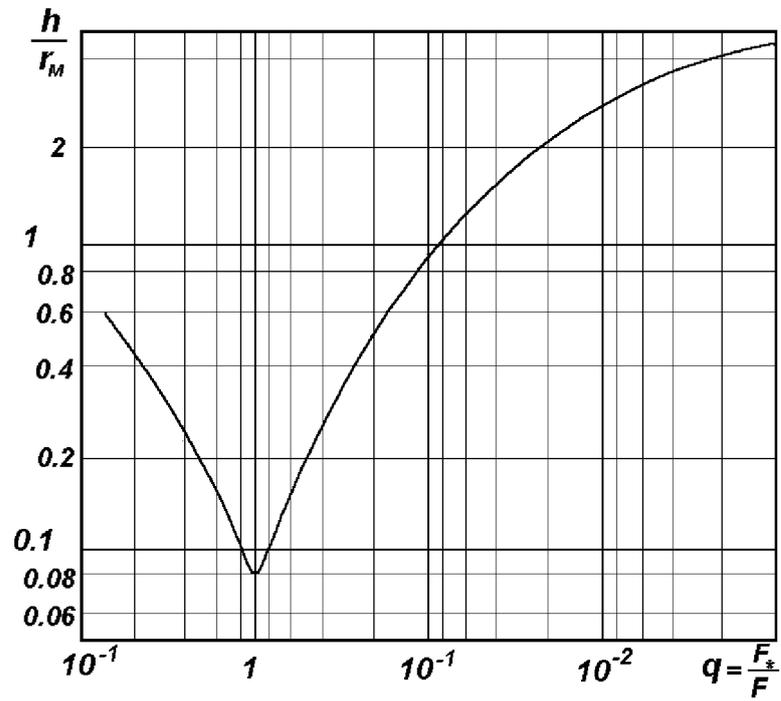


рис. 1.4

Применяя к (2.31) метод Ньютона, получим численный аналог этого уравнения

$$\begin{aligned}
 & - \left( \frac{\rho_* \cdot \omega_*}{\rho \cdot \omega} \left( \beta_t + \frac{(\alpha_p T - 1) \cdot v}{2 \cdot (i_{co} - i)} \right) \right)^{(r)} \cdot \Delta p^{(r+1)} + \\
 & + \left( \frac{\rho_* \cdot \omega_*}{\rho \cdot \omega} \cdot \left( \alpha_p + \frac{c_p}{2 \cdot (i_{co} - i)} \right) \right)^{(r)} \cdot \Delta T^{(r+1)} = \bar{F}_0 - \bar{F}^{(r)}(p, T)
 \end{aligned} \quad (2.32)$$

## 2.5. Модель учета неидеальности рабочих процессов в ЖРД

### 2.5.1. Методика учета неравновесного характера течения и определения потерь удельного импульса тяги из-за химической неравновесности

В ЖРД больших тяг течение во всей камере двигателя близко к равновесному.

В ЖРДМТ тягой менее 1 кН при течении рабочего тела в сопле происходит переход от равновесного течения к замороженному чрезвычайно быстро в узкой трансзвуковой зоне. Это делает целесообразным использование для ЖРДМТ равновесно-замороженной модели течения для учета эффектов неравновесности – равновесного течения в дозвуковой части сопла до минимального сечения и замороженного в сверхзвуковой части от минимального сечения. Потери удельного импульса из-за химической неравновесности в этом случае получаются как разница между величиной удельного импульса в равновесном и замороженном приближении.

Модель замороженного течения до заданной геометрической степени имеет следующий вид

$$\left(\frac{1}{\rho \cdot T}\right)^{(r)} \cdot \Delta p^{(r+1)} - \left(\frac{c_{pf}}{T}\right)^{(r)} \cdot \Delta T^{(r+1)} = s^{(r)}(p, T) - s_{co}, \quad (2.33)$$

$$\begin{aligned} & - \left(\frac{R_0}{\mu} \cdot \frac{\rho_* \cdot \omega_*}{p^2 \cdot \sqrt{2 \cdot (i_{co} - i)}}\right)^{(r)} \cdot \Delta p^{(r+1)} + \\ & + \left(\frac{R_0 \cdot T \cdot \rho_* \cdot \omega_*}{\mu \cdot \sqrt{2 \cdot (i_{co} - i)}} \cdot \left(\frac{1}{T} + \frac{c_{pf}}{2 \cdot (i_{co} - i)}\right)\right)^{(r)} \cdot \Delta T^{(r+1)} = \bar{F}_0 - \bar{F}^{(r)}(p, T) \end{aligned} \quad (2.34)$$

Все термодинамические параметры в уравнениях (2.33) и (2.34) определяются для равновесного химического состава продуктов сгорания в минимальном сечении сопла.

## 2.5.2. Методика учета в базовой термодинамической модели неравномерности эпюры соотношения компонентов и неполного тепловыделения

Как уже было отмечено выше, для ЖРД характерны существенные отличия реальных внутрикамерных процессов от идеальных. Это проявляется в том, что среднемассовая температура продуктов сгорания на входе в сопло значительно (на 2-5% для ЖРД больших тяг и на 15-35% для ЖРДМТ) ниже идеальной (рис. 1.2). Поэтому для обеспечения адекватности модели рабочего тела необходимо учитывать эти отличия. Для этого рассмотрим подробнее сущность этих отличий на физическом уровне.

На рис. 2.3 приведены результаты экспериментального измерения поперечных профилей температуры рабочего тела для трех значений приведенной длины камеры сгорания серийного ЖРДМТ тягой 100 Н ( $l_{пр}=0,46$  м соответствует штатной камере сгорания). Зависимость температуры от текущего радиуса на рис. 2.3 имеет немонотонный характер, в пристенке рабочее тело имеет низкую

Профили температуры в камере сгорания штатного ЖРДМТ тягой 100 Н для различных значений приведенной длины (топливо АТ и НДМГ;  $\alpha_{ок}=0,6$ ;  $p_{со}=0,6$ МПа [Ошибка! Источник ссылки не найден.]

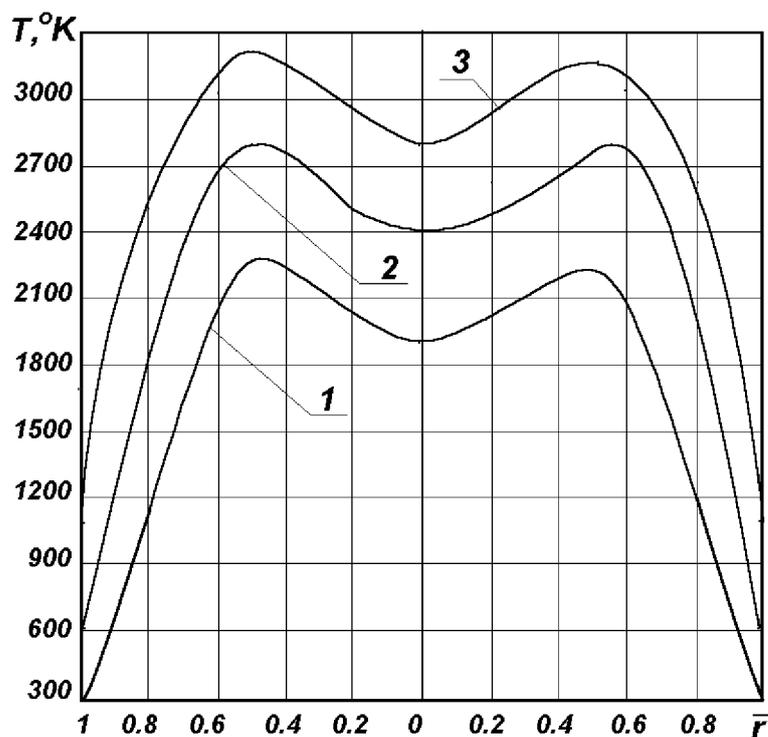


Рис. 2.3

1 –  $l_{пр}=0,31$  м; 2 –  $l_{пр}=0,46$  м (штатная); 3 –  $l_{пр}=0,71$  м

температуру, максимум температур приходится на значение относительного радиуса порядка 0.5, а на оси температура рабочего тела несколько снижается.

Экспериментальные исследования показывают, что формирование эпюры соотношения компонентов происходит в непосредственной близости от смесительной головки (на расстоянии порядка радиуса камеры сгорания, для ЖРДМТ тягой 100 Н это расстояние составляет около 10 мм), однако температура продуктов сгорания в этой зоне весьма низкая из-за неполного протекания химических реакций и находится в диапазоне от 1000 до 1500 К. Далее по длине камеры сгорания происходит повышение температуры продуктов сгорания за счет диффузного смешения газифицированных компонентов топлива и протекания равновесных химических реакций в соответствии с местным значением соотношения компонентов.

Для ЖРД больших тяг эпюра соотношения компонентов носить более простой характер и может быть описана в виде ступенчатого графика – близкое к 1-це в центре потока и отличное от 1-цы в охлаждающей пристенке.

Важно отметить, что эпюра соотношения компонентов сохраняется практически неизменной по длине камеры сгорания и затем вплоть до среза сопла. Это обусловлено малой величиной поперечной диффузии моля продуктов сгорания («жидкой» частицы) в камере сгорания и сопле ЖРД.

Это позволяет сформулировать следующий подход к учету в базовой термодинамической модели продуктов сгорания реальных процессов, связанных с неравномерностью эпюры соотношения компонентов и неполным тепловыделением.

В целом отличия реальных внутрикамерных процессов в ЖРД от идеальных характеризуются коэффициентом полноты расходного комплекса  $\varphi_\beta$

$$\varphi_\beta = \frac{\beta_{ид}}{\beta},$$

где  $\beta_{ид}$  - значение расходного комплекса в идеальном приближении,  $\beta$  - с учетом реальных особенностей камеры сгорания и сопла.

Величина  $\varphi_\beta$  определяется либо экспериментально, либо может задаваться при проведении параметрических расчетов.

Поскольку отличия реальных внутрикамерных процессов в ЖРД от идеальных сводятся к двум факторам – неравномерной эпюре соотношения компонентов и неполному тепловыделению, то величину  $\varphi_\beta$  можно представить как результат совместного влияния этих факторов:

$$\varphi_\beta = \varphi_\beta^H \cdot \varphi_\beta^T \quad (2.35)$$

где  $\varphi_\beta^H$  - коэффициент полноты расходного комплекса, учитывающий влияние неравномерности эпюры соотношения компонентов;  $\varphi_\beta^T$  - коэффициент полноты расходного комплекса, учитывающий влияние неполного тепловыделения.

В рамках термодинамической модели учет неравномерности эпюры соотношения компонентов предлагается выполнить следующим образом. Поскольку величина поперечной диффузии мала, то возможно стратифицированное (слоистое) описание течения продуктов сгорания с известным коэффициентом соотношения компонентов и неполным тепловыделением в пределах квазитрубки тока. За характерный размер квазитрубки тока можно принять величину среднеквадратичного перемещения жидкой частицы из-за турбулентной диффузии  $y_T$  на входе в сопло, для штатного ЖРДМТ тягой 100 Н она составляет порядка 1,5 мм.

Для определения коэффициента соотношения компонентов в пределах квазитрубки тока целесообразно использовать приближенную модель эпюры соотношения компонентов, позволяющую, с одной стороны, учитывать особенности конкретной системы смесеобразования для исследуемого ЖРД, а с другой стороны обеспечить универсальность базовой модели, что дает возможность учитывать особенности схем смесеобразования, характерные для штатных и перспективных ЖРД.

Пример такой модели, основанной на результатах экспериментальных исследований смесеобразования в одном из серийных ЖРДМТ тягой 100 Н на компонентах топлива АТ и НДМГ, приведен в виде зависимости  $\alpha_{ок}(\bar{r})$ , где  $\alpha_{ок}$  -

поперечный профиль эюры коэффициента избытка окислителя,  $\bar{r}$  - безразмерный радиус, равный отношению текущего радиуса к радиусу стенки.

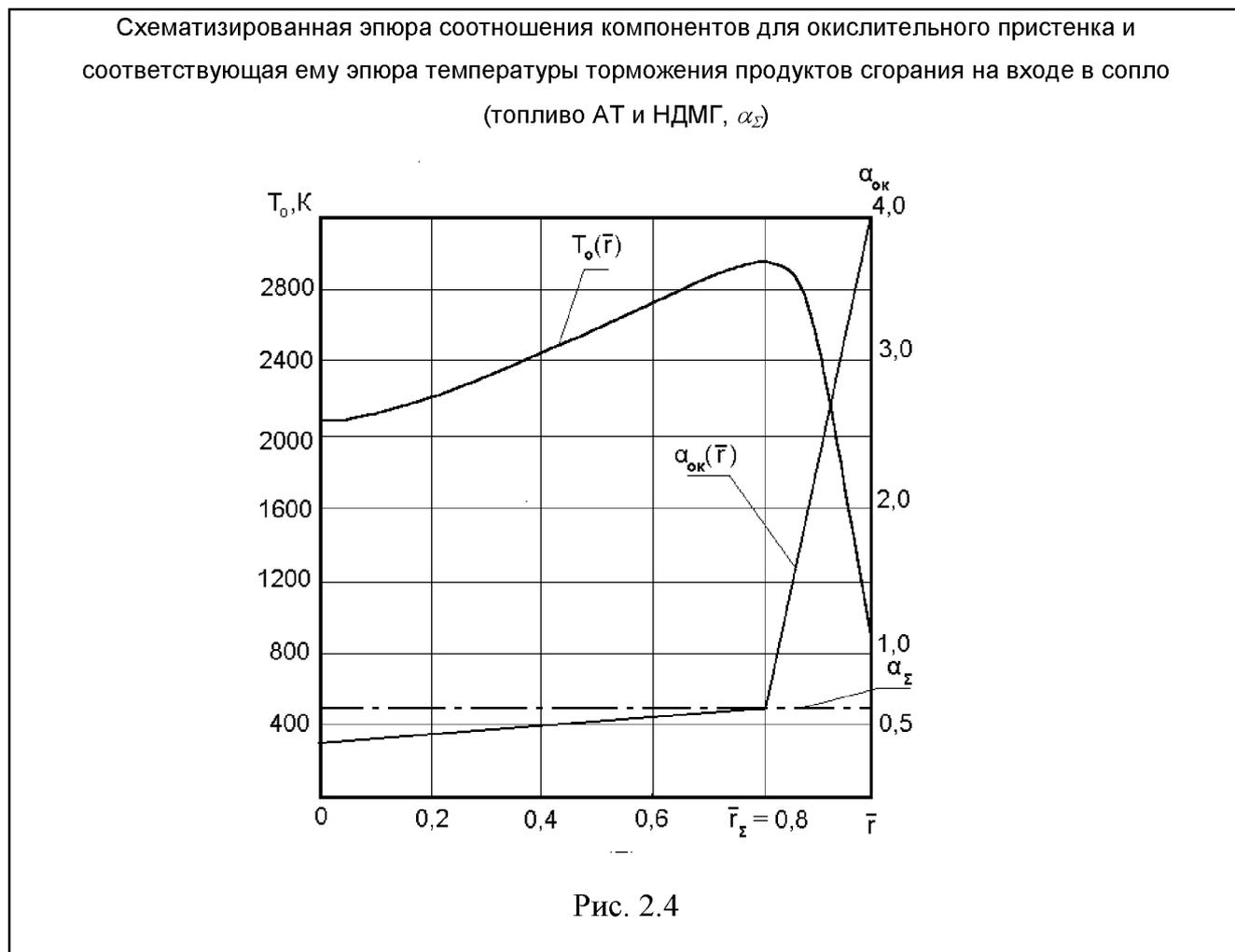
Конкретный вид эюры соотношения компонентов для этого ЖРДМТ при окислительном пристенке приведен на рис. 2.4, этой эюре соответствуют следующие аналитические формулы модели:

\* для ядра:

$$\alpha_{ок}(r) = \alpha_{\Sigma} \left( 0,6 + 0,4 \cdot \frac{\bar{r}}{\bar{r}_{\Sigma}} \right) \quad (2.36)$$

где  $\alpha_{\Sigma}$  - коэффициент избытка окислителя, определяемый по расходам компонентов;  $\bar{r}$  - безразмерный радиус;  $\bar{r}_{\Sigma}$  - безразмерный радиус, на котором коэффициент избытка окислителя принимает значение  $\alpha_{\Sigma}$ ;

\* для пристенка:



$$\alpha_{ок}(r) = \frac{1}{1 - \bar{r}_\Sigma} (\alpha_\Sigma - \bar{r}_\Sigma \cdot \alpha_{cm} - \bar{r} \cdot (\alpha_\Sigma - \alpha_{cm})) \quad (2.37)$$

где  $\alpha_{cm}$  – зависит от температуры стенки.

Учет неполного тепловыделения в рамках термодинамической модели может быть обеспечен следующим образом. Для каждой квазитрубки температура продуктов сгорания понижается по сравнению с идеальной на величину  $(\varphi_\beta^T)^2$ .

При расчете химического состава продуктов сгорания, термодинамических и теплофизических свойств это реализуется следующим образом:

- проводится расчет идеальных параметров продуктов сгорания в каждой из квазитрубок тока с использованием описанной выше базовой термодинамической модели продуктов сгорания;
- полученное идеальное значение температуры продуктов сгорания корректируется с помощью выражения  $T_T = T_{ид} \cdot (\varphi_\beta^T)^2$ ;
- проводится расчет химического состава, термодинамических и теплофизических свойств продуктов сгорания в каждой из квазитрубок тока для местной величины соотношения компонентов при полученной пониженной температуре  $T_T$  и заданном давлении в камере сгорания;
- полученные результаты осредняются по величине массового расхода рабочего тела через поперечное сечение камеры сгорания.

Таким образом, обеспечивается учет основных реальных процессов в камере сгорания ЖРД на основе базовой термодинамической модели продуктов сгорания.

### 2.5.3. Газодинамическая модель течения продуктов сгорания в ЖРДМТ и ее интеграция с термодинамической моделью в виде программного модуля SPPSPMX

Газодинамическая модель предназначена для учета реальных процессов течения в соплах ЖРД, связанных с вязкостью и двумерным характером течения в профилированной сверхзвуковой части сопла. Для учета влияния вязкости используется приближение «тонкого» ламинарного пограничного слоя.

$$\frac{\partial(\rho u)}{\partial S} + \frac{\partial(\rho v)}{\partial n} + \frac{\rho u}{r_w} \cdot \frac{dr_w}{dS} = 0, \quad (2.38)$$

$$\rho u \cdot \frac{\partial u}{\partial S} + \rho v \cdot \frac{\partial v}{\partial n} = -\frac{\partial p}{\partial S} + \frac{\partial}{\partial n} \left( \eta_w \cdot \frac{\partial u}{\partial n} \right)_w, \quad (2.39)$$

$$\frac{\partial p}{\partial n} = 0; \quad (2.40)$$

$$\rho u \cdot \frac{\partial i_0}{\partial S} + \rho v \cdot \frac{\partial i_0}{\partial n} = \frac{\partial}{\partial n} \left( \eta_w \cdot \frac{\partial i_0}{\partial n} \right)_w. \quad (2.41)$$

Система уравнений (2.38)-(2.41) записана в системе координат, связанных со стенкой камеры сгорания и сопла. Здесь  $S$  – криволинейная координата вдоль внутренней поверхности стенки,  $n$  – нормаль к стенке, направленная к оси. Начало координат находится в месте соединения стенки со смесительной головкой. Уравнения (2.38)-(2.41) выражают условия сохранения расхода, количества движения в проекции на координаты  $S$  и  $n$ , и сохранения энергии.

Граничные условия для системы уравнений:

- ◆ на стенке сопла  $v=0$ , для скорости  $u$  и температуры задаются условия скольжения на стенке

$$u_w = \frac{2 - \alpha_u}{\alpha_u} \cdot \frac{\eta_w}{p} \sqrt{\frac{\pi \cdot R_0 T}{2 \mu_w}} \cdot \left( \frac{\partial u}{\partial n} \right)_w, \quad (2.42)$$

$$T - T_w = \frac{2\chi(2 - \alpha_T)}{(\chi + 1)\alpha_T Pr} \cdot \frac{\eta_w}{p} \sqrt{\frac{\pi \cdot R_0 T}{2 \mu_w}} \cdot \left( \frac{\partial T}{\partial n} \right)_w, \quad (2.43)$$

где  $\alpha_u, \alpha_T$  – коэффициенты аккомодации для скорости и температуры.

Температура стенки  $T_w$  может либо задаваться, либо, как в данной работе, определяться расчетным путем за счет решения задачи сопряженного теплообмена;

- ♦ на внешней границе пограничного слоя  $u=u_e, T=T_e$ .

Параметры на внешней границе пограничного слоя определяются по результатам расчета течения в невязком ядре: в камере сгорания и дозвуковой части сопла – в одномерном приближении, а в сверхзвуковой части профилированного сопла – в двумерном приближении. В двумерном приближении для определения газодинамических параметров течения используются уравнения Эйлера, которые в цилиндрической системе координат в векторной форме могут быть представлены в виде

$$\frac{\partial \vec{F}}{\partial z} + \frac{\partial \vec{G}}{\partial r} = \vec{H}, \quad (2.44)$$

$$\vec{F} = (\rho u, \rho u^2 + p, \rho uv, \rho ui)^T, \quad \vec{G} = (\rho v, \rho uv, \rho v^2 + p, \rho vi)^T, \quad (2.45)$$

$$\vec{H} = \frac{-\rho v}{r \cdot (1, u, v, i)^T}, \quad (2.46)$$

$$p = \frac{\rho R_0 T}{\mu}, \quad i = i(p, T). \quad (2.47)$$

В этой системе уравнений  $z, r$  – продольная и поперечная координаты;  $u, v$  – компоненты скорости по осям  $z, r$ ; верхний индекс  $T$  означает транспонирование.

Система уравнений (2.44)-(2.46) выражает условие сохранения расхода, количества движения в проекциях на оси координат  $z$  и  $r$ , и энергии.

Объединение термодинамической модели продуктов сгорания с газодинамической моделью течения в соплах ЖРД позволяет решить следующие задачи:

- обеспечить учет влияния несовершенства процессов в камере сгорания ЖРДМТ и сопле (трение, двумерность, неравновесность) на поля термогазодинамических параметров продуктов сгорания (давление,

температура, скорость); отметим, что знание термогазодинамических параметров в области пограничного слоя позволяет перейти к моделированию конвективного теплообмена продуктов сгорания со стенками ЖРД;

- обеспечить учет перечисленных факторов на величину потерь удельного импульса тяги из-за трения, рассеивания и химической неравновесности; это в свою очередь позволяет существенно повысить точность прогнозирования удельного импульса тяги ЖРД.

#### **2.5.4. Апробация термогазодинамической модели продуктов сгорания в ЖРД**

Для апробация модели использовались данные, приведенные в фундаментальном справочнике применительно к идеальному процессу горения и расширения продуктов сгорания. Сравнение проводилось по идеальным значениям термодинамических параметров (удельный импульс тяги в пустоте  $\mathfrak{I}_{ун}^{ид}$ , расходный комплекс  $\beta^{ид}$ , тяговый комплекс  $k_{p,л}^{ид}$ ) и по составу продуктов сгорания в трех характерных сечениях ЖРД – на входе в сопло, в минимальном сечении и на срезе сопла. Расчеты проводились как для штатных топлив (таких как АТ и НДМГ, АТ и ММГ), так и для экологически чистых топлив (таких как  $O_2$  и  $H_2$ ) в диапазоне давлений в камере сгорания от 0,2 МПа до 10 МПа при значении  $\varepsilon$  до 1000 ( $\varepsilon = p_{co}/p_a$ ).

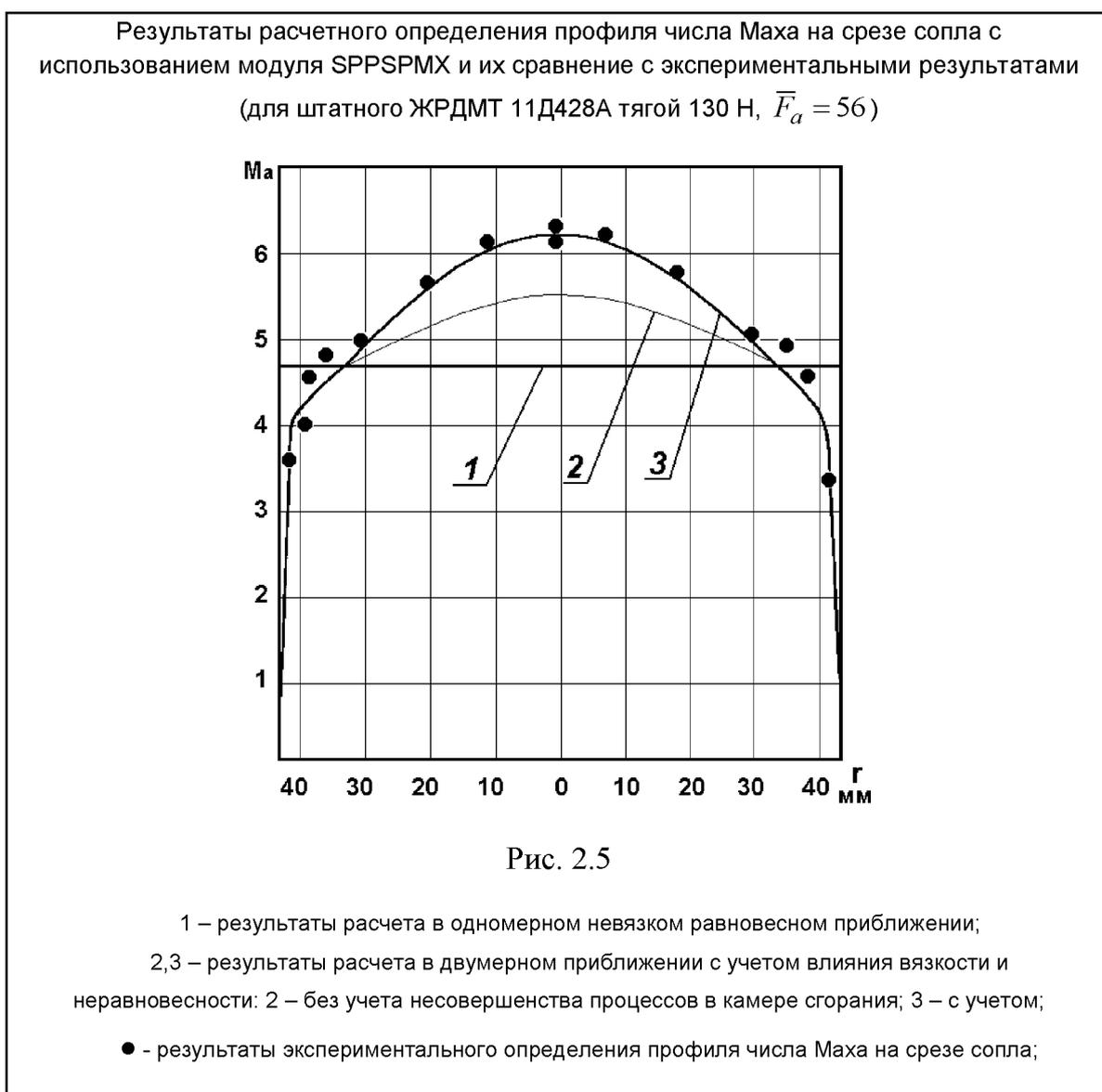
В результате сравнения было установлено, что во всем диапазоне значений  $\alpha_{ок}$  различия по величине  $T_{co}$  не превышает 0,1% для топлива  $O_2$  и  $H_2$  и 0,25% для топлива АТ и НДМГ. Различия в величинах  $\mathfrak{I}_{ун}^{ид}$  не превышает 0,1% для топлива  $O_2$  и  $H_2$  и 0,2% для топлива АТ и НДМГ, а величинах мольных долей продуктов сгорания для топлив  $O_2$  и  $H_2$  и АТ и НДМГ на входе в сопло и в минимальном сечении сопла не превышают 1% во всем исследованном диапазоне значений  $\alpha_{ок}$ . Что касается среза сопла, то различия в определении мольных долей не превышают 5% для компонентов, доля которых в продуктах сгорания выше 0,5%.

Таким образом, модель рабочих процессов в ЖРД обеспечивает высокую точность определения как химического состава продуктов сгорания, так и

важнейших термодинамических свойств, таких как температура продуктов сгорания, а также идеальные значения удельного импульса тяги в пустоте, расходного комплекса и тягового комплекса в пустоте.

Апробация модели рабочих процессов проводилась также на штатных ЖРДМТ тягой от 0,1 до 400 Н по локальным газодинамическим характеристикам (распределение статического давления на стенке и поперечный профиль числа Маха на срезе сопла), а также по величине потерь удельного импульса тяги в пустоте из-за химической неравновесности.

Некоторые из результатов, показывающих приемлемую адекватность модели для учета вязкости и двумерного характера течения, на примере штатных ЖРДМТ тягой 130 Н и 400 Н приведены на рис. 2.5 и 2.6. Погрешность определения числа Маха и безразмерного давления находится в пределах 5%, что не превышает



погрешности экспериментального определения этих параметров.

Методика апробации модели учета химической неравновесности в равновесно-замороженном приближении заключалась в сравнении результатов, полученных по разработанной модели, с расчетами по модели более высокого уровня. Для этого использовалась кинетическая модель неравновесного течения продуктов сгорания в до- и сверхзвуковой части сопла (разработанная научной школой У.Г.Пирумова) [5-6] (рис. 2.6). Как видно из рисунка, погрешность по величине потерь удельного импульса тяги в пустоте из-за химической неравновесности не превышает 0,2%. Это показывает приемлемую для практики адекватность модуля SPPSPMX при моделировании неравновесных эффектов течения продуктов сгорания в сверхзвуковой части сопел ЖРД.

Таким образом, приведенные на рис. 2.5-2.7 результаты показывают

Результаты расчетного определения безразмерного давления  $\pi = p/p^*$  в сверхзвуковой части сопла ( $x_c$  – расстояние от минимального сечения до поперечного сечения сопла) с использованием разработанной модели и их сравнение с экспериментальными данными (для штатного ЖРДМТ 11Д458 тягой 400 Н,  $\bar{F}_a = 56$ )

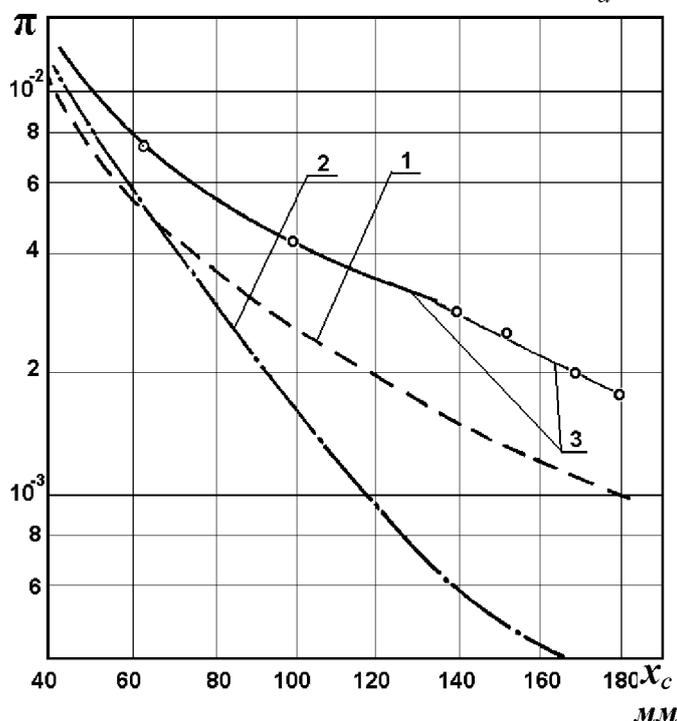


Рис. 2.6

1 – результаты расчета в одномерном невязком равновесном приближении; 2 – результаты расчета давления на оси сопла в двумерном приближении с учетом влияния вязкости и неравновесности; 3 – результаты расчета давления на стенке сопла в двумерном приближении с учетом влияния вязкости и неравновесности; о - результаты экспериментального определения давления на стенке сопла;

приемлемый уровень адекватности данной модели применительно к газодинамическому расчету натуральных ЖРД.

Результаты апробации модели путем сравнения расчетных потерь удельного импульса тяги из-за химической неравновесности в замороженном приближении с результатами расчета по кинетической модели

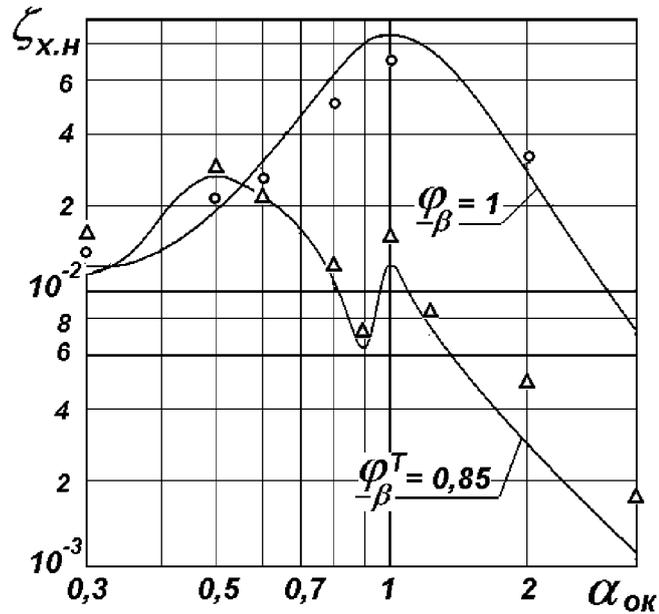


Рис. 2.7

сплошная линия – расчет по разработанной модели;  
 расчет по кинетической модели:  $\circ$  --  $\varphi_{\beta} = 1$ ;  $\Delta$  -  $\varphi_{\beta}^T = 0,85$ ;

## **Список использованных источников**

1. Термодинамические и теплофизические свойства индивидуальных веществ. Справочник в двух томах. Изд. второе. П/р акад. Глушко В.П. – М.: Изд-во АН СССР, 1962. – Т. 2. – 894 с.
2. Термодинамические и теплофизические свойства продуктов сгорания. Справочник в 10 томах. /Под ред. акад. Глушко В.П. Том 1. Методы расчета. – М.: ВИНТИ АН СССР, 1971. – 266 с.
3. Термодинамические и теплофизические свойства продуктов сгорания. Справочник в 10 томах. /Под ред. акад. Глушко В.П. Т.2. – М.: ВИНТИ АН СССР, 1972. – 489 с.
4. Термодинамические и теплофизические свойства продуктов сгорания. Справочник в 10 томах. /Под ред. акад. Глушко В.П. Т.4. – М.: ВИНТИ АН СССР, 1972. – 528 с.
5. Пирумов У.Г. Особенности однофазного течения в сопле. В кн. Термодинамические и теплофизические свойства продуктов сгорания. т.1, методы расчета. – М.: АН СССР, ВИНТИ, 1971. – 190 с.
6. Пирумов У.Г., Росляков Г.С. Газовая динамика сопел. – М.: Наука, Гл. ред. физ.-мат. лит-ры, 1990. – 368 с.

Учебное издание

*Безменова Наталья Витальевна  
Шустов Станислав Алексеевич*

**ФОРМИРОВАНИЕ ТЕРМОГАЗОДИНАМИЧЕСКИХ САЕ-МОДЕЛЕЙ  
ВИРТУАЛЬНЫХ ТЕЧЕНИЙ ПРОДУКТОВ СГОРАНИЯ В КАМЕРАХ И  
ГАЗОГЕНЕРАТОРАХ ЖРД С УЧЁТОМ НЕ ИДЕАЛЬНОГО  
ПРОТЕКАНИЯ РАБОЧИХ ПРОЦЕССОВ**

*Учебное пособие*

Научный редактор  
Редакторская обработка  
Корректорская обработка  
Компьютерная верстка Н.В. Безменова

Самарский государственный  
Аэрокосмический университет.  
443086, Самара, Московское шоссе, 34.

---

Изд-во Самарского государственного  
аэрокосмического университета.  
443086, Самара, Московское шоссе, 34