

УДК 531.383:629.7.054'847

Петрищев В.Ф. **Элементы теории гироскопа и его применение для управления космическими аппаратами:** Учеб. пособие/Самар. гос. аэрокосм. ун-т. Самара, 2004. 68 с.

JSBN 5-7883-0281-1

Рассмотрены некоторые важные закономерности движения гироскопов, описаны области их применения для управления космическими аппаратами дистанционного зондирования Земли.

Предназначено для студентов старших курсов механических специальностей СГАУ.

Ил. 30. Библиогр.: 8 назв.

Печатается по решению редакционно-издательского совета Самарского государственного аэрокосмического университета

Рецензенты: д-р техн. наук, проф. В.Л. Балакин,
канд. техн. наук, доц. М.И. Гоцуляк

JSBN 5-7883-0281-1

© В.Ф. Петрищев, 2004

© Самарский государственный университет, 2004

ОГЛАВЛЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ	5
1. ГИРОСКОП. УРАВНЕНИЯ ДВИЖЕНИЯ. ОСНОВНЫЕ ФОРМЫ ДВИЖЕНИЙ	7
1.1. Теорема Резаля	7
1.2. Обобщённые динамические уравнения Эйлера движения твёрдого тела	8
1.3. Необобщённые динамические уравнения Эйлера	10
1.4. Гироскоп. Уравнения движения в квазикоординатах	11
1.5. Уравнения движения гироскопа в осях Резаля	13
1.6. Свободное движение гироскопа (свободная регулярная прецессия)	17
1.7. Нутационные колебания гироскопа	20
1.8. Прецессионное движение гироскопа (вынужденная прецессия)	22
2. ГИРОСКОПИЧЕСКИЕ ЧУВСТВИТЕЛЬНЫЕ ЭЛЕМЕНТЫ СУД КА. ПРИНЦИПЫ ПОСТРОЕНИЯ. УРАВНЕНИЯ И ПОГРЕШНОСТИ ИЗМЕРЕНИЙ	25
2.1. Основные задачи и общие принципы построения СУД КА дистанционного зондирования Земли	25
2.2. Условие применения инерциальных датчиков ориентации КА	30
2.3. Гироскопический датчик угловой скорости (ДУС)	33
2.4. Интегрирующий поплавковый гироскоп	35
2.5. Однороторная гироскопическая орбита (ГО)	37
2.6. Гиростабилизированная платформа (ГСП)	41
2.7. Бесплатформенные инерциальные навигационные системы (БИНС). ДУС и одноосный гиростабилизатор (ОГС)	44
2.8. Гироскоп с электростатическим подвесом (ГЭП)	51

3. ИСПОЛНИТЕЛЬНЫЕ ОРГАНЫ СУД КА ГИРОСКОПИЧЕСКОГО ТИПА. ПРИНЦИПЫ ПОСТРОЕНИЯ. УРАВНЕНИЯ МОМЕНТОВ.....	54
3.1. Основные типы исполнительных органов, применяющихся в СУД КА. Особенности исполнительных органов СУД КА гироскопического типа	54
3.2. Одноступенный гиросtabilизатор (двигатель-маховик)	57
3.3. Двухступенный гиросtabilизатор (гиродин)	58
3.4. Спаренные гиродины (гирорамы)	61
3.5. Трёхступенный гиросtabilизатор	62
3.6. Спаренные трёхступенные гиросtabilизаторы с "коническим" подвесом	64
СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ	67

ВВЕДЕНИЕ

Настоящее пособие посвящено изучению основных закономерностей движения гироскопа и основных областей его применения в системах управления движением космических аппаратов (КА) дистанционного зондирования Земли. Исходя из обобщённых динамических уравнений Эйлера получены дифференциальные уравнения движения гироскопа.

Наиболее простой вид они имеют в осях Резаля. Показано, как из дифференциальных уравнений движения гироскопа в осях Резаля можно получить основные формы движений гироскопа:

- свободную регулярную прецессию;
- нутационные колебания;
- вынужденную прецессию.

Вниманию читателя предложены основные области применения отдельных гироскопов, а также на их основе различных гироскопических устройств в системах управления движением (СУД) КА дистанционного зондирования Земли. Применение гироскопа в СУД КА в ряде случаев не имеет разумной альтернативы как в области создания чувствительных элементов (называемых инерциальными датчиками ориентации), так и в области создания исполнительных органов, вырабатывающих необходимые управляющие моменты, воздействующие на корпус КА на различных этапах его полёта.

Доказано, что инерциальные датчики ориентации могут измерять лишь одну угловую координату из трёх и то лишь при условии, что две другие координаты измеряются датчиками внешней информации. В качестве примеров использования инерциальных датчиков ориентации в системах управления движением КА приведены: датчик угловой скорости (ДУС), интегрирующий поплавковый гироскоп, однороторная орбита (ГО),

гиростабилизированная платформа (ГСП), бесплатформенные инерциальные навигационные системы (БИНС), в качестве которых могут использоваться ДУС'ы или одноосные гиростабилизаторы (ОГС), а также приведён гироскоп с электростатическим подвесом.

Для каждого датчика приведены принципы его построения и функционирования, уравнения измерений, величины погрешностей измерений. На приведённых примерах прослеживается современная тенденция перехода от сложных гиростабилизированных платформ с многостепенными кардановыми подвесами к более простым бесплатформенным инерциальным навигационным системам, устанавливаемым непосредственно на корпус КА. В этом случае функция расчёта угловых координат КА возлагается на бортовой цифровой вычислительный комплекс (БЦВК) с привлечением аппарата кватернионов.

Действие исполнительных органов систем управления движением КА с использованием гироскопов, называемых в этом случае силовыми гиростабилизаторами (СГС), основано на реактивных принципах, т.е. на законе сохранения вектора момента количества движения системы "КА плюс силовые гироскопы" при отсутствии внешних моментов, действующих на эту систему.

Рассмотрены принципы действия одностепенных (двигатели-маховики), двухстепенных (гиродины, включая спаренные – так называемые гирорамы), трёхстепенных СГС, а также СГС с "коническим" подвесом. Выявлены и обсуждены преимущества и недостатки каждого из рассмотренных СГС. Проанализирована современная тенденция развития СГС применительно к СУД КА дистанционного зондирования Земли.

В основу настоящего учебного пособия положен специальный курс лекций "Прикладная теория гироскопов", разработанный и на протяжении ряда лет читаемый автором в восьмом семестре студентам СГАУ механических специальностей.

1. ГИРОСКОП. УРАВНЕНИЯ ДВИЖЕНИЯ. ОСНОВНЫЕ ФОРМЫ ДВИЖЕНИЙ

1.1. Теорема Резаля

Хорошо известна теорема теоретической механики: производная по времени от вектора кинетического момента твёрдого тела \bar{K} равна вектору момента \bar{M} приложенных к телу внешних сил:

$$\frac{d\bar{K}}{dt} = \bar{M}. \quad (1.1)$$

Известно также, что вектор линейной скорости \bar{u} конца радиуса-вектора \bar{K} геометрически представляет собой производную по времени от этого вектора, а следовательно:

$$\frac{d\bar{K}}{dt} = \bar{u}. \quad (1.2)$$

Сравнивая (1.1) и (1.2), получим

$$\bar{u} = \bar{M}. \quad (1.3)$$

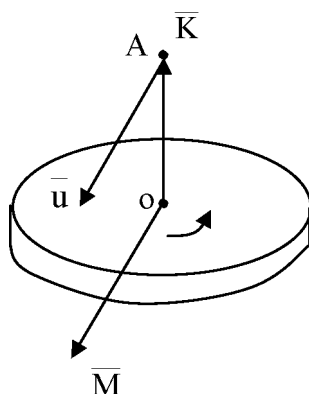


Рис. 1. К теореме Резаля

Векторное уравнение (1.3) представляет собой теорему Резаля, заключающуюся в том, что скорость конца вектора момента количества движения тела геометрически равна вектору момента внешних сил, действующих на тело. Термин "скорость" здесь применён условно. Этим термином иногда называется первая производная по времени не только от

пути, но и произвольного вектора, в данном случае от вектора \bar{K} .
 Размерность вектора \bar{u} равна $\text{кг} \cdot \text{м}^2 / \text{с}^2$.

1.2. Обобщённые динамические уравнения Эйлера

Выведем дифференциальные уравнения движения твёрдого тела, отнесённые к триэдру осей xuz , подвижному как относительно твёрдого тела, так и относительно абсолютного пространства. Заметим, что в курсе теоретической механики эти уравнения называются просто динамическими уравнениями Эйлера вращения твёрдого тела. В прикладной теории гироскопов [3,4] различают обобщённые и необобщённые динамические уравнения Эйлера.

Положим, что триэдр xuz вращается относительно неподвижного триэдра $x_0y_0z_0$ с угловой скоростью $\bar{\Omega}$, проекции которой на рёбра xuz будут соответственно $\Omega_x, \Omega_y, \Omega_z$.

Проекции же мгновенной абсолютной угловой скорости $\bar{\omega}$ вращения тела на оси x, y, z равны $\omega_x, \omega_y, \omega_z$.

Главный момент количества движения тела равен \bar{K} , а его проекции на оси x, y, z – соответственно K_x, K_y, K_z .

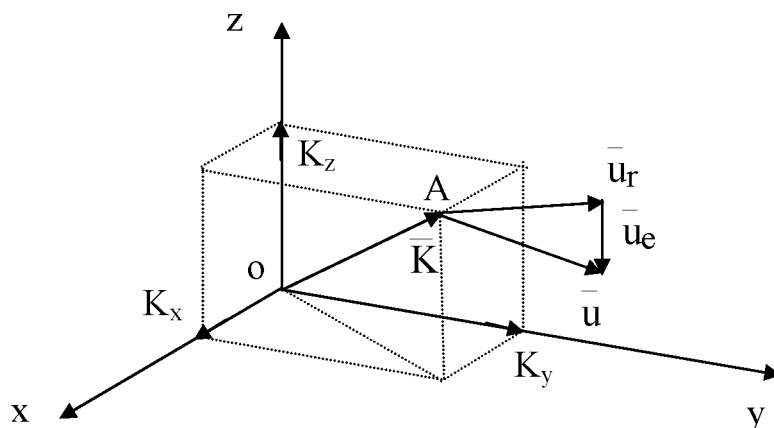


Рис. 2. К выводу обобщенных уравнений Эйлера

Воспользуемся теоремой Резаля (1.3).

В проекциях на оси x, y, z формула (1.3) принимает вид:

$$u_x = M_x; \quad u_y = M_y; \quad u_z = M_z. \quad (1.4)$$

Проекции u_x, u_y, u_z вектора \bar{u} на оси x, y, z можно представить себе как проекции вектора скорости относительного движения его конца А (рис.1) по отношению к осям x, y, z и вектора переносной скорости движения конца А вектора \bar{K} вместе с осями x, y, z .

Обозначим относительную \bar{u}_r и переносную \bar{u}_e скорости точки А в проекциях на оси x, y, z :

$$u_x = u_{xr} + u_{xe}; \quad u_y = u_{yr} + u_{ye}; \quad u_z = u_{zr} + u_{ze}. \quad (1.5)$$

Проекции относительной скорости \bar{u}_r на оси x, y, z равны производным по времени от координат точки А по отношению к триэдру xuz , т.е. от проекций K_x, K_y, K_z вектора \bar{K} на оси x, y, z :

$$u_{xr} = \frac{dK_x}{dt}; \quad u_{yr} = \frac{dK_y}{dt}; \quad u_{zr} = \frac{dK_z}{dt}. \quad (1.6)$$

В курсе теоретической механики эти производные называют локальными производными.

При определении проекций u_{xe}, u_{ye}, u_{ze} вектора переносной скорости конца А вектора \bar{K} на оси x, y, z следует иметь в виду, что триэдр xuz вместе с вектором \bar{K} поворачивается вокруг точки o с угловой скоростью $\bar{\Omega}$ и, следовательно:

$$\bar{u}_e = \bar{\Omega} \times \bar{K}$$

или в проекциях на оси x, y, z :

$$\begin{aligned} u_{xe} &= \Omega_y K_z - \Omega_z K_y; \\ u_{ye} &= \Omega_z K_x - \Omega_x K_z; \\ u_{ze} &= \Omega_x K_y - \Omega_y K_x. \end{aligned} \quad (1.7)$$

Подставляя (1.6) и (1.7) в формулу (1.4), с учётом (1.5) получим

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{dK_x}{dt} + \Omega_y K_z - \Omega_z K_y = M_x ; \\ \frac{dK_y}{dt} + \Omega_z K_x - \Omega_x K_z = M_y ; \\ \frac{dK_z}{dt} + \Omega_x K_y - \Omega_y K_x = M_z . \end{array} \right. \quad (1.8)$$

Это и есть обобщённые динамические уравнения Эйлера движения твёрдого тела около неподвижной точки, отнесённые к триэдру осей, подвижному как в абсолютном пространстве, так и по отношению к рассматриваемому телу.

1.3. Необобщённые динамические уравнения Эйлера

Необобщённые уравнения Эйлера относятся к осям триэдра $хуz$, связанным с телом, для которых

$$\overline{\Omega} = \overline{\omega} ;$$

или в скалярной форме : $\Omega_x = \omega_x , \quad \Omega_y = \omega_y , \quad \Omega_z = \omega_z$.

Если при этом выбрать положение осей x, y, z в теле таким образом, чтобы они стали главными осями инерции тела, для которых центробежные моменты инерции равны нулю, то вводя обозначения

$$K_x = A\omega_x ; \quad K_y = B\omega_y ; \quad K_z = C\omega_z ,$$

где A, B, C – моменты инерции относительно осей x, y, z , из (1.8) получим искомые необобщённые динамические уравнения Эйлера:

$$\left\{ \begin{array}{l} A \dot{\omega}_x - (B-C) \omega_y \omega_z = M_x ; \\ B \dot{\omega}_y - (C-A) \omega_z \omega_x = M_y ; \\ C \dot{\omega}_z - (A-B) \omega_x \omega_y = M_z . \end{array} \right. \quad (1.9)$$

Здесь и далее точкой сверху обозначена производная по времени от соответствующего параметра.

1.4. Гироскоп. Уравнения движения в квазикоординатах

Как известно, гироскопом называется осесимметричное твёрдое тело, быстро вращающееся вокруг оси симметрии, одна из точек которого окреплена, а эллипсоид инерции тела относительно этой точки есть эллипсоид вращения.

Ось z симметрии эллипсоида инерции называется главной осью, или осью фигуры гироскопа.

Вследствие осевой симметрии эллипсоида инерции всякая ось, проходящая через неподвижную точку o и перпендикулярная оси z , будет главной осью инерции и моменты инерции гироскопа относительно всех этих осей, лежащих в экваториальной плоскости гироскопа, имеют одинаковую величину A .

Момент инерции гироскопа относительно оси z обозначим через C . Движение гироскопа вокруг точки o можно представить себе в каждый данный момент как вращение с некоторой мгновенной угловой скоростью $\bar{\omega}$. Угловую скорость $\bar{\omega}$ разложим на направление оси z фигуры и в экваториальной плоскости гироскопа (рис.3).

Составляющая ω_z , направленная по оси z гироскопа, есть собственная скорость вращения гироскопа вокруг оси z фигуры, а составляющая в экваториальной плоскости $\bar{\omega}_e$ – мгновенная угловая скорость оси z фигуры гироскопа.

При этом вращение гироскопа с абсолютной скоростью $\bar{\omega}$ представляем в виде сложного его движения с относительной угловой скоростью ω_z и переносной угловой скоростью $\bar{\omega}_e$.

Главный момент количества движения гироскопа \bar{K} состоит из составляющей $K_z = H = C\omega_z$, направленной по оси z , и составляющей $A\bar{\omega}_e$, направленной так же, как и вектор $\bar{\omega}_e$.

Величина H называется кинетическим моментом гироскопа.

Представим себе правый триэдр xuz , не связанный жёстко с гироскопом, с началом в точке o , осью z , направленной по оси симметрии эллипсоида инерции, и с осями x и y , расположенными в экваториальной плоскости гироскопа.

Положим, что триэдр xuz вращается вокруг оси z с угловой скоростью Ω_z .

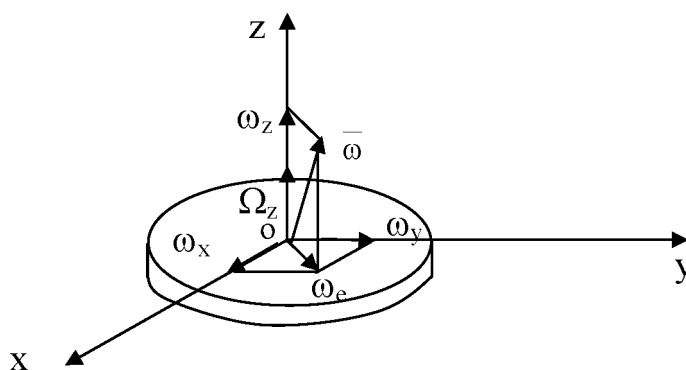


Рис. 3. К исследованию движения гироскопа в квазикоординатах

Составляющую $\bar{\omega}_e$ разложим на оси x и y и обозначим эти составляющие через ω_x и ω_y соответственно. При этом проекции вектора главного момента количества движения \bar{K} на оси x и y будут $K_x = A\omega_x$, $K_y = A\omega_y$.

В рассматриваемом случае составляющие ω_x и ω_y представляют собой проекции угловой скорости $\bar{\omega}$ вращения гироскопа и триэдра xuz на оси x и y и лишь проекция Ω_z угловой скорости триэдра xuz на ось z не равна ω_z .

Для составления уравнений движения гироскопа в квазикоординатах воспользуемся обобщёнными уравнениями Эйлера (1.8), в которые подставим значения соответствующих проекций угловых скоростей вращения гироскопа и осей координат и значения проекций момента количества движения гироскопа на оси x, y, z , а именно:

$$\Omega_x = \omega_x ; \quad \Omega_y = \omega_y ;$$

$$K_x = A\omega_x ; \quad K_y = A\omega_y ; \quad K_z = C\omega_z = H .$$

Тогда для симметричного гироскопа обобщённые уравнения Эйлера (1.8) в квазикоординатах принимают вид

$$\begin{cases} A(\dot{\omega}_x - \omega_y \Omega_z) + H\omega_y = M_x ; \\ A(\dot{\omega}_y + \omega_x \Omega_z) - H\omega_x = M_y ; \\ C\dot{\omega}_z = M_z . \end{cases} \quad (1.10)$$

Здесь инерционные моменты $-A(\dot{\omega}_x - \omega_y \Omega_z)$ и $-A(\dot{\omega}_y + \omega_x \Omega_z)$ не зависят от угловой скорости ω_z собственного вращения гироскопа и представляют собой инерционное сопротивление внешним моментам, развиваемое "негироскопическим" твёрдым телом, у которого $\omega_z = 0$.

Инерционные моменты $-H\omega_y$ и $+H\omega_x$ возникают только при наличии собственного вращения $\omega_z \neq 0$ и представляют собой инерционное сопротивление, развиваемое вращающимся гироскопом при изменении направления его оси z , и называются гироскопическими моментами.

1.5. Уравнения движения гироскопа в осях Резаля

Обобщённые уравнения Эйлера в квазикоординатах не пригодны для непосредственного интегрирования и определения траектории движения оси фигуры гироскопа в пространстве. Причина понятна: необходимо положение оси фигуры гироскопа в пространстве задать какими-либо углами.

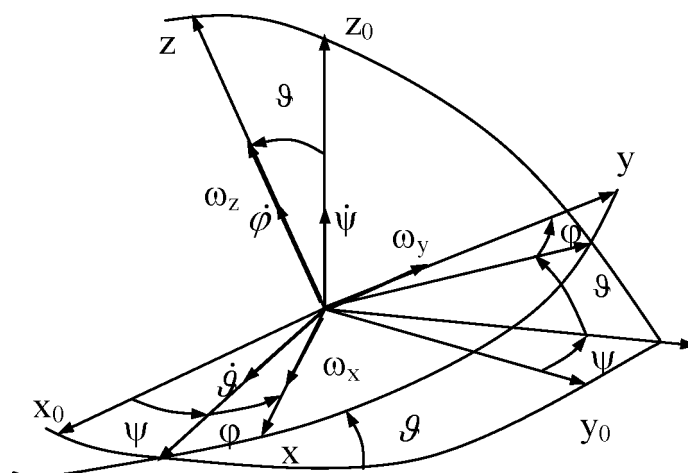


Рис. 4. К определению углов Эйлера

Можно, например, для этой цели воспользоваться углами Эйлера [2]: ψ – прецессии, ϑ – нутации, φ – вращения.

Пусть $\dot{\psi}, \dot{\vartheta}, \dot{\varphi}$ – скорости изменения углов Эйлера. Их направление в пространстве понятно из рис.4. Отложим на осях связанного с телом триэдра проекции $\omega_x, \omega_y, \omega_z$ вектора $\bar{\omega}$ вращения тела. Проектируя скорости $\dot{\psi}, \dot{\vartheta}, \dot{\varphi}$ поочередно на оси триэдра x, y, z , получим кинематические уравнения Эйлера:

$$\omega_x = \dot{\psi} \sin\vartheta \sin\varphi + \dot{\vartheta} \cos\varphi ;$$

$$\omega_y = \dot{\psi} \sin\vartheta \cos\varphi - \dot{\vartheta} \sin\varphi ;$$

$$\omega_z = \dot{\psi} \cos\vartheta + \dot{\varphi} .$$

К сожалению, углы Эйлера оказались неудобными для описания гироскопических явлений. Причина состоит в следующем. Ось быстро вращающегося ротора в большинстве случаев мало отклоняется от некоторого среднего положения (оси z_0). При этом даже при малых движениях оси z вблизи оси z_0 линия узлов ($\dot{\vartheta}$) может резко изменить своё направление. Углы ψ и φ будут при этом претерпевать большие изменения, по характеру которых не так легко составить суждение о фактическом движении оси z , связанной с телом.

В прикладной теории гироскопов широкое применение находят углы Резаля (по определению акад.Ишлинского [1] - углы Эйлера-Крылова) α, β, γ .

Для более наглядного представления углов Резаля воспользуемся схемой гироскопа в трехстепенном кардановом подвесе (рис.5).

Карданов подвес служит для обеспечения свободы вращения ротора гироскопа вокруг неподвижной точки o и состоит из двух рамок, каждая из которых имеет свою ось вращения. Ротор гироскопа вращается вокруг своей оси z относительно внутренней рамки карданового подвеса. Внутренняя рамка вместе с ротором поворачивается вокруг своей оси x относительно

наружной рамки, а наружная рамка вместе с внутренней и ротором гироскопа – вокруг своей оси y_0 относительно корпуса гироскопа.

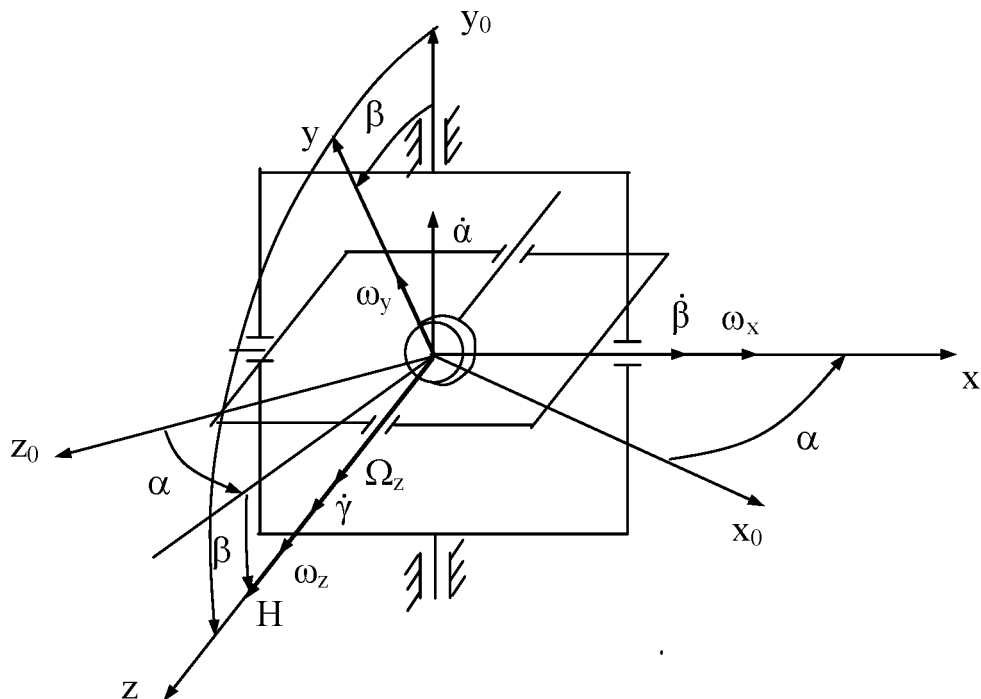


Рис. 5. К определению углов Резаля

Выберем неподвижные оси координат x_0, y_0, z_0 и подвижные оси x, y, z Резаля, в нашем случае связанные с внутренней рамкой карданова подвеса гироскопа. Ось x направим по оси внутренней рамки подвеса, ось z – по оси ротора гироскопа, а ось y – перпендикулярно к первым двум так, чтобы триэдр xuz был правым. Положим, что в начале движения оси x, y, z совпадают с осями x_0, y_0, z_0 . Положение ротора гироскопа относительно неподвижной системы координат x_0, y_0, z_0 определим тремя углами α, β, γ поворота ротора гироскопа вокруг осей наружной и внутренней рамок карданова подвеса и вокруг оси ротора гироскопа соответственно.

Угловая скорость $\dot{\alpha}$ направлена по положительной оси y_0 , а угол α отсчитывается от плоскости y_0z_0 . Вектор угловой скорости $\dot{\beta}$ направлен по оси x так, чтобы угол β считался положительным при отклонении оси z против часовой стрелки. Угловая скорость $\dot{\gamma}$ направлена по оси z и

представляет собой угловую скорость вращения ротора гироскопа, отсчитываемую относительно внутренней рамки карданова подвеса. При этом углы α , β и γ полностью определяют положение ротора гироскопа в пространстве по отношению к неподвижному триэдру $x_0y_0z_0$.

Определим угловую скорость триэдра xuz . Раскладывая вектор $\dot{\alpha}$ на оси u и z , получим:

$$\begin{aligned}\omega_y &= \dot{\alpha} \cos \beta ; \\ \Omega_z &= -\dot{\alpha} \sin \beta ,\end{aligned}$$

а также

$$\omega_x = \dot{\beta} ,$$

где ω_x , ω_y – проекции абсолютной угловой скорости $\bar{\omega}$ вращения ротора гироскопа на оси x, y .

Используя дифференциальные уравнения движения гироскопа в квазикоординатах (1.10), получим дифференциальные уравнения движения гироскопа в осях Резаля:

$$\begin{cases} A(\ddot{\beta} + \dot{\alpha}^2 \sin \beta \cos \beta) + H\dot{\alpha} \cos \beta = M_x ; \\ A(\ddot{\alpha} \cos \beta - 2\dot{\alpha}\dot{\beta} \sin \beta) - H\dot{\beta} = M_y ; \\ C\dot{\omega}_z = M_z ; \quad H = C\omega_z . \end{cases} \quad (1.11)$$

При этом собственная угловая скорость ω_z представляет собой алгебраическую сумму относительной $\dot{\gamma}$ и переносной Ω_z скоростей вращения ротора, а именно :

$$\omega_z = \dot{\gamma} + \Omega_z = \dot{\gamma} - \dot{\alpha} \sin \beta ; \quad H = C(\dot{\gamma} - \dot{\alpha} \sin \beta) ,$$

и уравнения (1.11) принимают окончательный вид

$$\begin{cases} A\ddot{\beta} - (C - A)\dot{\alpha}^2 \sin \beta \cos \beta + C\dot{\alpha}\dot{\gamma} \cos \beta = M_x ; \\ A\ddot{\alpha} \cos \beta + (C - 2A)\dot{\alpha}\dot{\beta} \sin \beta - C\dot{\beta}\dot{\gamma} = M_y ; \\ C(\ddot{\gamma} - \ddot{\alpha} \sin \beta - \dot{\alpha}\dot{\beta} \cos \beta) = M_z . \end{cases} \quad (1.12)$$

Рассмотрим основные формы движений гироскопа.

1.6. Свободное движение гироскопа (свободная регулярная прецессия)

Для случая свободного движения гироскопа необходимо положить:

$$M_x = M_y = M_z = 0,$$

тогда

$$\begin{cases} A\ddot{\beta} - (C - A)\dot{\alpha}^2 \sin\beta \cos\beta + C\dot{\alpha}\dot{\gamma} \cos\beta = 0; \\ A\ddot{\alpha} \cos\beta + (C - 2A)\dot{\alpha}\dot{\beta} \sin\beta - C\dot{\beta}\dot{\gamma} = 0; \\ C(\ddot{\gamma} - \ddot{\alpha} \sin\beta - \dot{\alpha}\dot{\beta} \cos\beta) = 0; \quad H = C\omega_z = C(\dot{\gamma} - \dot{\alpha} \sin\beta). \end{cases} \quad (1.13)$$

Нетрудно видеть, что единственным ненулевым решением этой системы уравнений является

$$\dot{\alpha} = \dot{\alpha}_0 = \text{const}; \quad \dot{\beta} = 0; \quad \beta = \beta_0 = \text{const}.$$

При этом второе уравнение (1.13) обращается в тождество: $0 \equiv 0$ и $\dot{\gamma} = \dot{\gamma}_0 = \text{const}$ (из третьего уравнения). Первое уравнение (1.13) принимает вид:

$$-(C - A)\dot{\alpha}_0^2 \sin\beta_0 \cos\beta_0 + C\dot{\alpha}_0\dot{\gamma}_0 \cos\beta_0 = 0. \quad (1.14)$$

Это уравнение определяет динамическое равновесие инерционных моментов, "действующих" вокруг оси x гироскопа:

- гироскопического момента $C\dot{\alpha}_0\dot{\gamma}_0 \cos\beta_0$, возникающего при сложном движении ротора (вращение вокруг оси z с угловой скоростью $\dot{\gamma}_0$ - относительное движение и поворот оси z вокруг оси y с угловой скоростью $\dot{\alpha}_0 \cos\beta_0$ - переносное движение) и стремящегося повернуть рамку вокруг оси x в сторону кратчайшего поворота оси z к оси y_0 ;
- момента центробежных сил, возникающего при вращении ротора вокруг оси y_0 с угловой скоростью $\dot{\alpha}_0$ (когда $\dot{\gamma}_0 = 0$) и также стремящегося повернуть рамку вокруг оси x в сторону кратчайшего поворота от z к оси y_0 .

Уравнение (1.14), связывающее параметры $\dot{\alpha}_0$, $\dot{\gamma}_0$ и β_0 и характеризующее свободную регулярную прецессию гироскопа, преобразуем к виду

$$\dot{\alpha}_0 \cos \beta_0 [C \dot{\gamma}_0 - (C - A) \dot{\alpha}_0 \sin \beta_0] = 0. \quad (1.15)$$

Это уравнение удовлетворяется при условии $\dot{\alpha}_0 = 0$ либо при условии $\cos \beta_0 = 0$, а следовательно $\beta_0 = 90^\circ$. Эти случаи не представляют интереса, поскольку при этом регулярная прецессия вообще не имеет места.

Уравнение (1.15) также удовлетворяется при условии $C \dot{\gamma}_0 - (C - A) \dot{\alpha}_0 \sin \beta_0 = 0$, которое можно представить в виде

$$\dot{\alpha}_0 = \frac{C}{C - A} \cdot \frac{1}{\sin \beta_0} \cdot \dot{\gamma}_0. \quad (1.16)$$

При значении β_0 , близком к минус 90° , $\sin \beta_0 \approx -1$ (при этом $\omega_z = \dot{\gamma}_0 + \dot{\alpha}_0$), имеем

$$\dot{\alpha}_0 = -\frac{C}{C - A} \cdot \dot{\gamma}_0. \quad (1.17)$$

Параметр $\dot{\alpha}_0$ называется частотой нутационных колебаний гироскопа. Направление вращения $\dot{\alpha}_0$ определяется знаком разности $C - A$. При $C > A$ (гироскоп сплюснут вдоль оси фигуры) направление вращения $\dot{\alpha}_0$ противоположно направлению относительного вращения $\dot{\gamma}_0$. В противном случае при $C < A$ (гироскоп вытянут вдоль оси фигуры) направление вращения $\dot{\alpha}_0$ совпадает с направлением вращения $\dot{\gamma}_0$.

Из (1.17) с учётом $\dot{\gamma}_0 = \omega_z - \dot{\alpha}_0$ также имеем

$$\dot{\alpha}_0 = -\frac{C}{C - A} (\omega_z - \dot{\alpha}_0) = -\frac{C}{C - A} \omega_z + \frac{C}{C - A} \dot{\alpha}_0.$$

Умножим обе части полученного уравнения на $\frac{C - A}{A}$ и приведём подобные. Будем иметь

$$\dot{\alpha}_0 = \frac{C}{A} \omega_z. \quad (1.18)$$

Геометрически свободную регулярную прецессию гироскопа можно представить рисунками (для случая $\beta_0 = -90^\circ$) (рис.6). При этом вектор \bar{K} при отсутствии вектора \bar{M} внешних сил сохраняет неизменным своё положение в пространстве, а гироскоп вращается с постоянной угловой скоростью $\dot{\gamma}_0$ вокруг оси z , которая, в свою очередь, вращается вокруг вектора \bar{K} с неизменной угловой скоростью $\dot{\alpha}_0 = \frac{C}{A}\omega_z$, $\bar{H} = C\bar{\omega}_z$.

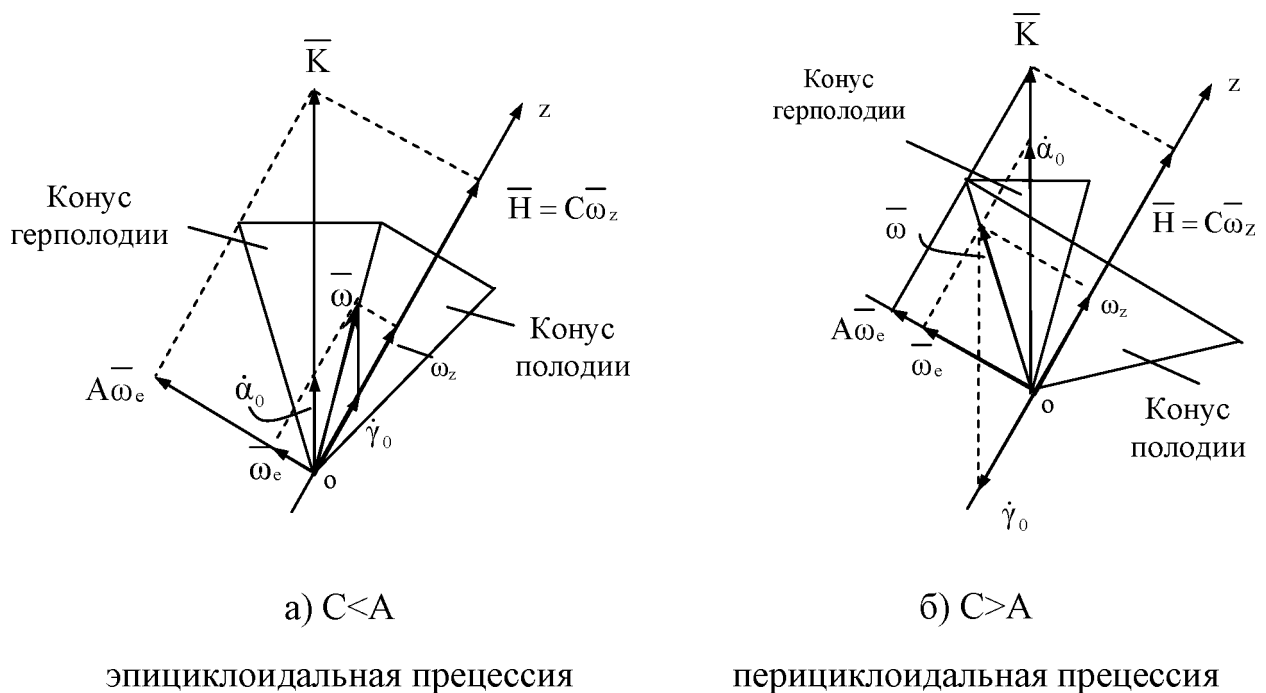


Рис.6. К исследованию свободной регулярной прецессии гироскопа

Свободную регулярную прецессию можно представить как качение без скольжения конуса полодии, жёстко скреплённого с гироскопом, по конусу герполодии, неподвижному в пространстве [8].

В случае сплюснутого гироскопа ($C > A$) конус герполодии находится внутри конуса полодии (имеет место перициклоидальная прецессия). Для вытянутого гироскопа ($C < A$) конус полодии катится по наружной стороне конуса герполодии (имеет место эпициклоидальная прецессия).

1.7. Нутационные колебания гироскопа

При относительно малом угле β в уравнениях (1.13) пренебрежём малыми центробежными моментами $2A\dot{\alpha}\dot{\beta}\sin\beta$ и $-A\dot{\alpha}^2\sin\beta\cos\beta$, представляющими собой произведения трёх относительно малых величин $\dot{\alpha}$, $\dot{\beta}$ и $\sin\beta$ ($\dot{\alpha} \approx 0$, $\dot{\beta} \approx 0$, $\sin\beta \approx 0$), и положим $\cos\beta \approx 1$. Тогда

$$\begin{cases} A\ddot{\alpha} - H\dot{\beta} = 0; \\ A\ddot{\beta} + H\dot{\alpha} = 0; \\ H = C\omega_z \end{cases} \quad (1.19)$$

Последовательно исключая из этих дифференциальных уравнений движения свободного гироскопа координаты $\ddot{\alpha}$ и $\ddot{\beta}$, получим

$$\begin{cases} \ddot{\alpha} + \left(\frac{H}{A}\right)^2 \alpha = 0; \\ \ddot{\beta} + \left(\frac{H}{A}\right)^2 \beta = 0. \end{cases} \quad (1.20)$$

Из уравнений (1.20) следует, что ось z гироскопа при свободном движении совершает гармонические колебания вокруг осей x_0 и y_0 с частотой n , равной $\frac{H}{A}$. В соответствии с материалами предыдущего параграфа эти колебания носят название нутационных.

При этом в соответствии с (1.18) частота нутационных колебаний $n = \dot{\alpha} = \frac{H}{A}$ гироскопа, вращающегося вокруг неподвижной точки O , не зависит от величины угла β , поскольку на частоту не влияет расположение гироскопа относительно триэдра осей $x_0y_0z_0$.

Определим зависимость амплитуды колебаний оси z ротора гироскопа от начальных условий при свободном его движении. Общее решение первого дифференциального уравнения (1.20) запишем в виде

$$\dot{\alpha} = C_1 \sin nt + C_2 \cos nt, \quad (1.21)$$

где C_1, C_2 – произвольные постоянные.

Интегрируя (1.21), получим

$$\alpha = -\frac{C_1}{n} \cos nt + \frac{C_2}{n} \sin nt + C_3 . \quad (1.22)$$

Для координаты β согласно первому уравнению (1.19) после его интегрирования будем иметь

$$\beta = \frac{A}{H} \dot{\alpha} + C_4 .$$

Подставляя сюда значение $\dot{\alpha}$ из (1.21), найдём

$$\beta = \frac{A}{H} C_1 \sin nt + \frac{A}{H} C_2 \cos nt + C_4 , \quad (1.23)$$

а также после дифференцирования последнего выражения и подстановки в него выражения для частоты $n = \frac{H}{A}$ получим

$$\dot{\beta} = \frac{A}{H} n C_1 \cos nt - \frac{A}{H} n C_2 \sin nt = C_1 \cos nt - C_2 \sin nt .$$

Выбирая начальные условия движения гироскопа при $t=0$, а именно:

$$\alpha = \beta = \dot{\beta} = 0; \quad \dot{\alpha} = \dot{\alpha}_0 = \text{const} ,$$

определим соответствующие им произвольные постоянные C_1, C_2, C_3, C_4 :

$$C_1 = 0; \quad C_2 = \dot{\alpha}_0; \quad C_3 = 0; \quad C_4 = -\frac{A}{H} \dot{\alpha}_0 .$$

Найдём частные решения уравнений (1.22) и (1.23), соответствующие выбранным начальным условиям:

$$\begin{cases} \alpha = \frac{A}{H} \dot{\alpha}_0 \sin nt; \\ \beta + \frac{A}{H} \dot{\alpha}_0 = \frac{A}{H} \dot{\alpha}_0 \cos nt \end{cases} . \quad (1.24)$$

Возводя обе части равенств (1.24) в квадрат и складывая отдельно левые и правые части, получим

$$\alpha^2 + \left(\beta + \frac{A}{H} \dot{\alpha}_0 \right)^2 = \left(\frac{A}{H} \dot{\alpha}_0 \right)^2 . \quad (1.25)$$

Уравнение (1.25) представляет собой уравнение окружности с центром, смещённым относительно начала координат o на величину $\beta = \frac{A}{H} \dot{\alpha}_0$.

Для наглядного представления движения оси ротора гироскопа воспользуемся изображающей плоскостью, касающейся сферы единичного радиуса в точке пересечения оси z_0 с этой сферой.

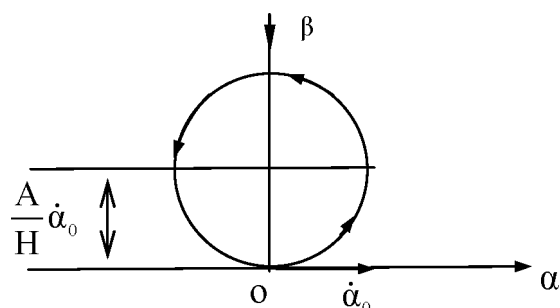


Рис.7. К определению движения гироскопа при нутационных колебаниях

Траектория, описываемая уравнением (1.25), представляет собой на изображающей плоскости окружность, смещённую на величину $\frac{A}{H}\dot{\alpha}_0$ в отрицательном направлении оси β (рис.7).

При выбранных начальных значениях $t=0$, $\dot{\alpha} = \dot{\alpha}_0$ можно представить себе, что при $t < 0$ имела место прецессия гироскопа с угловой скоростью $\dot{\alpha}_0 = \frac{M_x^0}{H} = \text{const}$, а при $t=0$ действие момента M_x^0 внешних сил мгновенно прекращается и гироскоп движется по окружности по инерции, т.е. нутационное движение гироскопа есть движение по инерции.

1.8. Прецессионное движение гироскопа (вынужденная прецессия)

В дальнейшем мы ограничимся прецессионной теорией гироскопа, в рамках которой пренебрегаем в (1.12) всеми инерционными моментами, стоящими в левых частях уравнений, за исключением гироскопических моментов, а именно (при $\beta \approx 0$):

$$\begin{aligned} H \dot{\alpha} &= M_x ; \\ H (-\dot{\beta}) &= M_y . \end{aligned} \tag{1.26}$$

Здесь, как и ранее, $\dot{\alpha}$ и $\dot{\beta}$ представляют собой абсолютные угловые скорости поворота оси z ротора гироскопа (рис.8).

Рассмотрим первое из этих уравнений. При действии внешнего момента \overline{M}_x относительно оси x возникает прецессионное движение гироскопа вокруг оси y с угловой скоростью $\dot{\alpha} = \frac{M_x}{H}$, в результате которого вектор кинетического момента гироскопа \overline{H} (ось фигуры гироскопа) стремится совместиться с осью x. Но одновременно с возникновением прецессионного движения $\dot{\alpha}$ возникает гироскопический момент $\overline{M}_{Гx} = \overline{H} \times \dot{\alpha} = -\overline{M}_x$, равный по величине вектору \overline{M}_x , но противоположно ему направленный, стремящийся совместить вектор кинетического момента гироскопа \overline{H} с вектором $\dot{\alpha}$, направленным по оси y. В результате гироскоп продолжает прецессировать без изменения угла β в силу уравновешенности гироскопического и внешнего моментов вокруг оси x. Как только действие внешнего момента \overline{M}_x прекращается, прецессия гироскопа с угловой скоростью $\dot{\alpha}$ также прекращается.

Совершенно аналогичное поведение гироскопа и по оси y. В соответствии со вторым уравнением (1.26) действие внешнего момента \overline{M}_y относительно оси y приводит к возникновению прецессионного движения гироскопа вокруг оси x с угловой скоростью $\dot{\beta} = -\frac{M_y}{H}$, в результате которого вектор кинетического момента гироскопа \overline{H} стремится совместиться с осью y. Но одновременно с возникновением прецессионного движения $\dot{\beta}$ возникает гироскопический момент $\overline{M}_{Гy} = \overline{H} \times \dot{\beta} = -\overline{M}_y$, уравновешивающий внешний момент \overline{M}_y . В результате гироскоп продолжает прецессировать без изменения угла α . Как только действие внешнего момента \overline{M}_y прекращается, прецессия гироскопа $\dot{\beta}$ также прекращается.

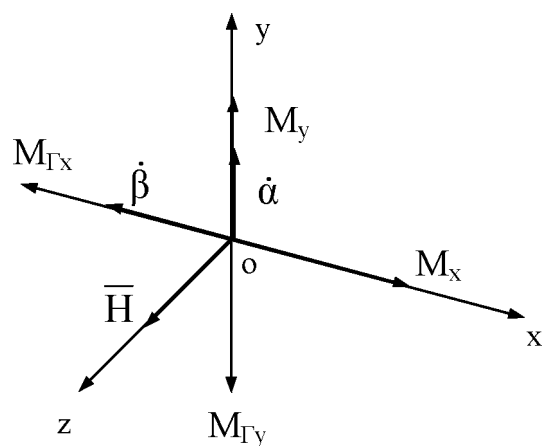


Рис.8. К исследованию вынужденной прецессии гироскопа

Важно отметить, что прецессионное движение гироскопа есть безинерционное движение. Другими словами, как только прекращается действие внешнего момента, прецессионное движение гироскопа тут же прекращается.

2. ГИРОСКОПИЧЕСКИЕ ЧУВСТВИТЕЛЬНЫЕ ЭЛЕМЕНТЫ СУД КА. ПРИНЦИПЫ ПОСТРОЕНИЯ. УРАВНЕНИЯ И ПОГРЕШНОСТИ ИЗМЕРЕНИЙ

2.1. Основные задачи и общие принципы построения СУД КА дистанционного зондирования Земли

Гироскоп находит самое широкое применение в системах управления движением (СУД) КА [5,6]. Прежде чем рассматривать этот вопрос, несколько слов о самом понятии "система управления движением" КА.

В задачи СУД входят:

- обеспечение заданной ориентации корпуса КА в какой-либо из заданных систем координат на заданном интервале времени, т.е. управление движением вокруг центра масс (ц.м.) КА;
- обеспечение заданной траектории движения КА в инерциальном пространстве также для решения поставленных задач, в данном случае задачи дистанционного зондирования (съёмки) поверхности Земли, т.е. управление движением самого центра масс.

В силу того что на высотах полёта КА (более 180÷200 км) остаточная атмосфера Земли имеет весьма малую плотность, так что движение вокруг центра масс практически не оказывает влияния на движение центра масс, можно эти две задачи – управление движением вокруг центра масс и управление движением центра масс – рассматривать независимо.

Для нас в дальнейшем будет представлять интерес первая задача – управление движением вокруг центра масс, поскольку те элементы (в частности, гироскопические), которые входят в подсистему управления вокруг центра масс, как правило, используются и при решении задачи управления движением центра масс.

Первую подсистему СУД назовём системой ориентации, вторую – системой навигации.

Система ориентации (управления движением вокруг центра масс) имеет структуру, совпадающую со структурой любой автоматической системы управления (рис.9).

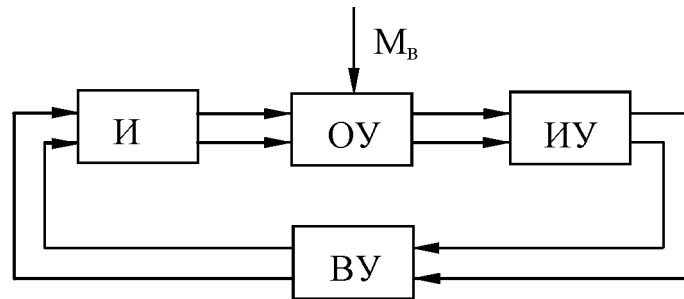


Рис.9. Структурная схема системы управления

Здесь:

ОУ – объект управления;

ИУ – измерительное устройство;

ВУ – вычислительное устройство;

ИО – исполнительный орган;

M_B – возмущающий момент.

ОУ – собственно КА, движение которого описывается в первом приближении (без учёта упругих элементов КА – антенных устройств и панелей солнечных батарей) тремя динамическими и тремя кинематическими уравнениями Эйлера. Таким образом, фазовое состояние ОУ имеет размерность, равную шести. ОУ подвержен воздействию момента внешних возмущающих сил \overline{M}_B .

Задача ИО – обеспечить совмещение триэдра $x_{иy_{и}z_{и}}$ заданных осей, жёстко связанных с КА, с триэдром $x_{o}y_{o}z_{o}$ осей ориентации. В зависимости от задач в качестве последних могут выступать:

- неподвижные в инерциальном пространстве оси инерциального триэдра $x_{иy_{и}z_{и}}$, которые могут применяться в случае постоянной солнечной ориентации (когда одна из осей КА, ортогональная плоскости панелей солнечных батарей, направлена на Солнце). Ось $x_{и}$ направлена в

точку весеннего равноденствия γ на эпоху 2000, ось $z_{и}$ – по оси Мира в сторону северного полюса, ось $y_{и}$ дополняет оси $x_{и}$ и $z_{и}$ до правого инерциального триэдра (рис.10).

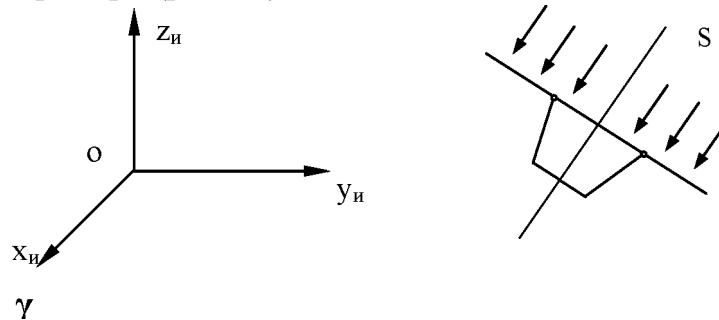


Рис.10. К определению инерциального триэдра $x_{и}y_{и}z_{и}$

- оси текущего орбитального триэдра $x_0y_0z_0$, одна из осей которого y_0 является продолжением радиуса-вектора \bar{r} центра масс КА, отсчитываемого от центра масс Земли, ось x_0 лежит в плоскости орбиты и направлена в сторону полёта, ось z_0 образует с двумя другими осями правый триэдр (рис.11).

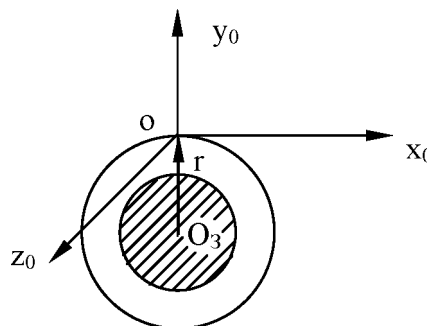


Рис.11. К определению текущего орбитального триэдра $x_0y_0z_0$

Это наиболее распространённый тип ориентации КА. Угловая скорость орбитального вращения на орбитах КА ДЗЗ примерно равна $4 \frac{\text{угл.мин}}{\text{сек}} \approx 0,067 \frac{\text{град}}{\text{сек}}$.

- оси программно-заданного триэдра $x_{п}y_{п}z_{п}$, отклонённого от текущего орбитального триэдра $x_0y_0z_0$ на углы тангажа ν , крена γ и рыскания ψ ,

являющиеся заданными функциями времени. Применяется при проведении съёмки подстилающей поверхности Земли (рис.12).

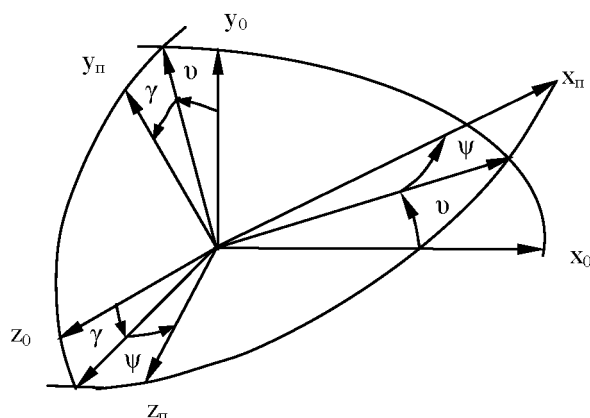


Рис.12. К определению программно-заданного триэдра $x_{п}y_{п}z_{п}$

В этом случае оптическая ось съёмочного аппарата направлена в отрицательном направлении оси $y_{п}$.

ИУ (или датчики СУД) служат для измерения отклонения связанного с корпусом КА триэдра $x_{уz}$ от триэдра ориентации $x_0y_0z_0$. Они делятся на две принципиально различающиеся группы:

- датчики, использующие информацию об окружающих КА внешних полях (это датчики внешней информации);
- датчики, не использующие такую информацию. Это так называемые инерциальные датчики ориентации. Они используют только свойства абсолютного углового движения осей ориентации и осей КА.

К датчикам первой группы относятся:

- электронно-оптические датчики, определяющие в связанном триэдре направления на звёзды, центр видимого диска Солнца, Луны, центр видимого диска Земли. Датчики, работающие по звёздам, называются астродатчиками. Датчик, работающий по Солнцу, называется датчиком Солнца, а датчик, работающий по Земле, называется инфракрасным построителем местной вертикали (ИКПМВ). Наиболее распространённый принцип построения ИКПМВ состоит в сканировании небольшим

мгновенным полем зрения (несколько угл.град) видимого горизонта Земли (рис.13).

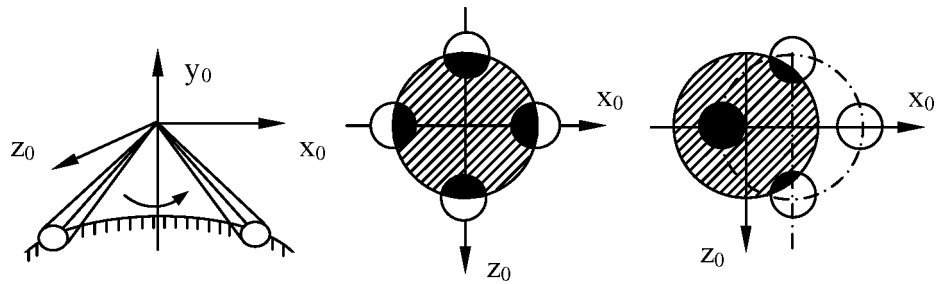


Рис.13. К определению показаний ИКПМВ

При отклонении по одному из каналов крена или тангажа датчик вырабатывает гармонический сигнал. Величина амплитуды гармоника несёт в себе информацию о величине отклонения по углу от местной вертикали (МВ); фаза – информацию о направлении отклонения;

- магнитометры – датчики вектора \vec{B} индукции магнитного поля Земли (МПЗ). Трёхкомпонентный магнитометр измеряет величину модуля и направление вектора индукции МПЗ в связанных с КА осях;

- ионные датчики, определяющие направление вектора скорости движения КА относительно атмосферы. В этих приборах регистрируется количество ионов (возникающих в остаточной атмосфере Земли под действием солнечной радиации), попадающих в приёмное устройство, например, трубку. Количество ионов, попадающих в трубку через открытый конец, будет наибольшим, когда ось трубки направлена параллельно вектору скорости КА относительно атмосферы, вращающейся с Землёй ;

- радиотехнические датчики (радиовертикаль-РВ).

Если попытаться дать общую характеристику датчиков внешней информации, то можно указать на два очевидных их свойства: во-первых, каждый такой датчик может работать независимо от другого, и, во-вторых,

его функционирование возможно лишь при наличии внешних по отношению к КА тел – звёзд, планет, порождённых ими полей.

В отличие от датчиков внешней информации, инерциальные датчики ориентации не требуют для своего функционирования существования внешних тел, так как, по определению, используют только свойства абсолютного углового движения осей ориентации и осей КА. Однако инерциальные датчики ориентации могут измерять в общем случае только одну из трёх угловых координат и то лишь при условии, что две другие измеряются датчиками внешней ориентации. Это общее свойство не зависит от конкретной конструкции инерциального датчика ориентации, поэтому до того как приводить примеры подобных датчиков, рассмотрим указанное общее свойство более подробно.

2.2. Условие применения инерциальных датчиков ориентации КА

Пусть ц.м. КА находится в точке o и пусть будут заданы некоторые произвольно движущиеся оси ориентации $ox_0y_0z_0$. Пусть, далее, жестко связанные с КА одноимённые оси $oxyz$ отклоняются от первых на малые углы, т.е. предположим, что система ориентации заставляет КА следить за поворотами осей ориентации. Движение осей ориентации полностью описывается проекциями абсолютной угловой скорости осей ориентации $\bar{\omega}^{-0}(t)$ на оси ox_0, oy_0, oz_0 . Указанные проекции обозначим через $\omega_x^0, \omega_y^0, \omega_z^0$ и будем считать, что это движение известно для любого t .

Рассмотрим вектор малого поворота $\bar{\theta}(t)$ триэдра xyz относительно триэдра $x_0y_0z_0$ с проекциями на оси $oxyz$, обозначаемыми через $\theta_x, \theta_y, \theta_z$. В таком случае вектор абсолютной угловой скорости КА на связанные оси ox, oy, oz $\bar{\omega}(t)$ с проекциями, обозначаемыми через $\omega_x, \omega_y, \omega_z$, соответственно, может быть связан с векторами $\bar{\theta}(t)$ и $\bar{\omega}^{-0}(t)$ следующим соотношением, вытекающим из теоремы о сложении скоростей во вращательном движении

(абсолютная скорость равна геометрической сумме относительной и переносной скоростей):

$$\dot{\bar{\theta}} + \bar{\omega}^0 \times \bar{\theta} = \bar{\omega} - \bar{\omega}^0, \quad (2.1)$$

где точкой сверху обозначена первая производная по времени, или, в проекциях на оси связанного триэдра:

$$\begin{cases} \dot{\theta}_x + \omega_y^0 \theta_z - \omega_z^0 \theta_y = \omega_x - \omega_x^0; \\ \dot{\theta}_y + \omega_z^0 \theta_x - \omega_x^0 \theta_z = \omega_y - \omega_y^0; \\ \dot{\theta}_z + \omega_x^0 \theta_y - \omega_y^0 \theta_x = \omega_z - \omega_z^0. \end{cases} \quad (2.2)$$

Решение (2.2) должно содержать три произвольных постоянных, определяемых по начальным значениям, что мыслимо лишь путём использования датчиков внешней информации.

Если предположить, что на борту КА имеются датчики внешней информации, непрерывно измеряющие $\dot{\theta}_x, \dot{\theta}_y, \dot{\theta}_z$, то перенеся эти величины в правую часть (2.2), получим алгебраическую систему уравнений, которая, казалось бы, открывает возможность определения $\theta_x, \theta_y, \theta_z$. Однако это не так, поскольку после представления (2.2) в матричной форме:

$$\begin{bmatrix} 0 & -\omega_z^0 & \omega_y^0 \\ \omega_z^0 & 0 & -\omega_x^0 \\ -\omega_y^0 & \omega_x^0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta_x \\ \theta_y \\ \theta_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \omega_x - \omega_x^0 - \dot{\theta}_x \\ \omega_y - \omega_y^0 - \dot{\theta}_y \\ \omega_z - \omega_z^0 - \dot{\theta}_z \end{bmatrix}$$

обнаруживается, что определитель матрицы, стоящей в левой части уравнения, тождественно равен нулю.

Таким образом, одновременное определение всех трёх углов $\theta_x, \theta_y, \theta_z$ инерциальными датчиками ориентации принципиально невозможно, независимо от вида углового движения осей ориентации.

Пусть один из углов, например θ_x , непрерывно измеряется датчиком внешней информации. Тогда будем считать, что нам известен и $\dot{\theta}_x$, поскольку он может быть получен путём дифференцирования сигнала $\theta_x(t)$. В

этом случае система (2.2) переходит в систему двух дифференциальных уравнений и одного конечного соотношения:

$$\begin{aligned}\omega_y^0 \theta_z - \omega_z^0 \theta_y &= \omega_x - \omega_x^0 - \dot{\theta}_x ; \\ \dot{\theta}_y - \omega_x^0 \theta_z &= \omega_y - \omega_y^0 - \omega_z^0 \theta_x ; \\ \dot{\theta}_z + \omega_x^0 \theta_y &= \omega_z - \omega_z^0 + \omega_y^0 \theta_x .\end{aligned}$$

Однако и здесь однозначное определение углов θ_y и θ_z в общем случае невозможно, поскольку две произвольные постоянные решения двух уравнений не могут быть найдены из одного конечного третьего соотношения.

Если, наконец, допустить, что на борту КА имеются датчики внешней информации, непрерывно измеряющие как θ_x , так и θ_y , то получим одно дифференциальное уравнение и два конечных соотношения, которые позволяют определить θ_z , если ω_x^0 и ω_y^0 никогда не обращаются одновременно в нуль:

$$\theta_z = \frac{-\omega_y + \omega_y^0 + \omega_z^0 \theta_x + \dot{\theta}_y}{\omega_x^0} = \frac{\omega_x - \omega_x^0 + \omega_z^0 \theta_y - \dot{\theta}_x}{\omega_y^0}.$$

Таким образом, инерциальный датчик ориентации независимо от вида движения осей ориентации может измерять лишь одну из компонент угла $\bar{\theta}$, если две другие измеряются датчиком внешней информации, а вектор $\bar{\omega}^0$ никогда не становится параллельным оси, поворот вокруг которой измеряется инерциальным датчиком.

Пусть, например, на КА установлен ИКПМВ. Он измеряет углы тангажа и крена. Тогда угол рыскания может определить инерциальный датчик. Если же на КА установить построитель направления вектора скорости, например, ионный датчик, измеряющий углы тангажа и рыскания, то тогда при помощи инерциального датчика можно находить угол крена.

Примем для ориентации в орбитальном триэдре $x_0 y_0 z_0$ закон движения осей ориентации:

$$\omega_x^0 = 0 \quad , \quad \omega_y^0 = 0 \quad , \quad \omega_z^0 = -\omega^0 < 0.$$

Тогда из (2.2) следует

$$\theta_x = -\frac{\omega_y - \dot{\theta}_y}{\omega_0}; \quad \theta_y = \frac{\omega_x - \dot{\theta}_x}{\omega_0}; \quad \theta_z = \int (\omega_z + \omega^0) dt. \quad (2.3)$$

Эти равенства иллюстрируют полученный вывод о том, что инерциальным датчиком информации можно определить лишь один угол (θ_x или θ_y) при условии, что другой из двух названных углов определяется датчиками внешней информации. Следовательно, можно утверждать, что угол тангажа принципиально невозможно измерить инерциальным датчиком ориентации, в то время как угол крена или угол рыскания может быть с его помощью найден.

Чтобы не останавливаться далее на этом вопросе, рассмотрим здесь случай использования датчиков угловой скорости для определения ориентации КА в текущей ОСК по углу рыскания (с ИКПМВ). При этом можно положить $\theta_x = \theta_z = 0$, $\dot{\theta}_x = 0$, т.е. по крену и тангажу КА ориентирован без погрешностей, а скорость изменения угла крена измеряется датчиком угловой скорости и компенсируется системой управления движением.

Из (2.3) в этом случае будем иметь:

$$\theta_y = \frac{\omega_x}{\omega_0}; \quad \dot{\theta}_y = \omega_y; \quad \omega_z = -\omega^0. \quad (2.4)$$

Таким образом, роль инерциального датчика ориентации может играть датчик угловой скорости с осью чувствительности, ориентированной параллельно оси ox КА.

Рассмотрим некоторые конкретные типы инерциальных датчиков ориентации, ограничившись лишь схемами, позволяющими уяснить принцип работы датчика соответствующего типа.

2.3. Гироскопический датчик угловой скорости (ДУС)

В гироскопических ДУС'ах чувствительным элементом является гироскоп с двумя степенями свободы. Схема прибора приведена на рис.14.

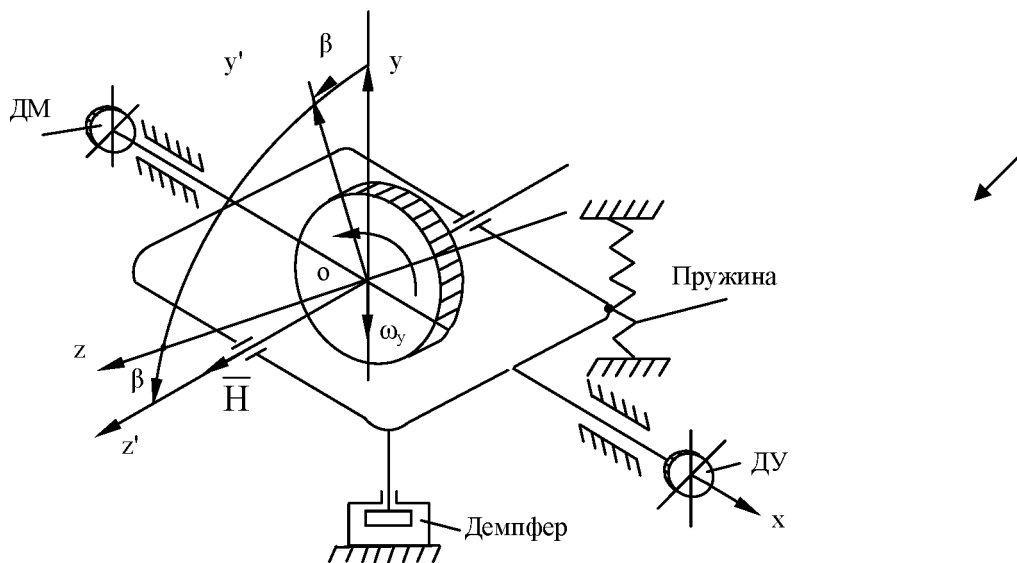


Рис.14. Кинематическая схема датчика угловой скорости

При появлении у КА угловой скорости ω_y вокруг оси y рамка под воздействием гироскопического момента

$$\overline{M}_x = \overline{H} \times \overline{\omega}_y,$$

где \overline{H} – кинетический момент ротора гироскопа, поворачивается вокруг оси ox .

Поворот гироскопа под действием гироскопического момента будет продолжаться до тех пор, пока момент, создаваемый пружиной, не уравновесит гироскопический момент

$$M_x = H\omega_y \cos\beta,$$

где β – угол поворота гироскопа вокруг оси x .

При малых β имеет место равенство $M_x = H\omega_y$.

Вращение гироскопа вокруг оси x описывается уравнением

$$J_x \ddot{\beta} + D \dot{\beta} + C \beta = H\omega_y, \quad (2.5)$$

где J_x – момент инерции гироскопа относительно оси x ,

D – коэффициент момента, создаваемого демпфером,

C – коэффициент момента, создаваемого пружиной.

Моментом сил трения в подшипнике выходной оси гироскопа пренебрегаем.

В установившемся состоянии ($\ddot{\beta}=0$; $\dot{\beta}=0$) и при малых углах имеем установившееся значение угла $\beta=\beta_{уст}$:

$$\beta_{уст} = \frac{H}{C} \omega_y , \quad (2.6)$$

т.е. угол поворота гироскопа пропорционален угловой скорости ω_y .

Для измерения всех трёх составляющих вектора угловой скорости КА устанавливают комплект из трёх приборов, выходные оси которых ориентируются ортогонально друг другу по направлению связанных осей КА.

Для измерения угла поворота гироскопа β применяют потенциометрические или индуктивные датчики угла (ДУ).

На выходной оси гироскопа кроме датчика угла устанавливают датчик момента (ДМ), представляющий собой двигатель, статор которого крепится к корпусу прибора, а ротор – на выходной оси гироскопа.

С помощью датчика момента можно задавать КА программную угловую скорость ω_y .

ДУС'ы применяют главным образом в системах стабилизации КА, а также в бесплатформенных инерциальных навигационных системах (БИНС'ах) КА, о чём речь пойдёт ниже (п.2.7).

2.4. Интегрирующий поплавковый гироскоп

Интегрирующий поплавковый гироскоп применяется как чувствительный элемент в гиросtabilизированных платформах (ГСП) и в одноосных гиросtabilизаторах, о чём также будем говорить в дальнейшем (п.2.7).

Интегрирующий поплавковый гироскоп – гироскоп с двумя степенями свободы относительно основания, снабжённый демпфером, который осуществляет интегрирование величины гироскопического момента, возникающего при вращении основания. Угол поворота гироблока в

интегрирующем гироскопе обычно мал и не превышает долей градуса.

Имеются два отличия от гироскопического ДУС'а:

- отсутствует пружина,
- гироскоп размещён внутри поплавка, который заключён в герметичный цилиндрический кожух.

На оси вращения поплавка находятся датчик угла и датчик момента.

Полость между корпусом прибора и поплавком заполняется жидкостью большой плотности $1,93 \div 1,95 \text{ г/см}^3$ (фторорганические жидкости). Жидкость подбирается так, чтобы массы вытесненной поплавком жидкости и поплавок были равны. Благодаря этому достигается разгрузка подшипников поплавка, а следовательно, повышается точность прибора. Зазор между цилиндрической поверхностью поплавка и внутренней поверхностью корпуса ($\approx 0,2 \text{ мм}$) подбирается так, чтобы жидкостное трение было строго пропорционально скорости поворота поплавка.

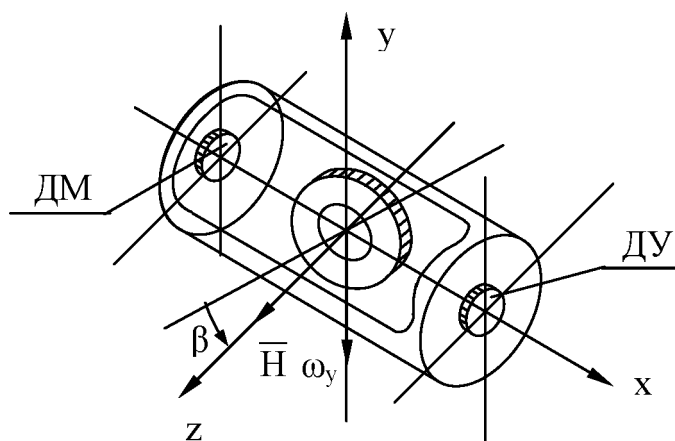


Рис.15. Кинематическая схема интегрирующего поплавкового гироскопа

Свойства фторорганической жидкости (плотность, объём, вязкость) существенно зависят от её температуры. Поэтому для поддержания постоянства температуры поплавковый гироскоп снабжён автоматическим регулятором температуры.

Уравнение движения поплавка относительно выходной оси имеет вид

$$J_x \ddot{\beta} + D \dot{\beta} = H \omega_y . \quad (2.7)$$

Все обозначения заимствованы у ДУС'а.

По окончании переходного процесса при малом трении и при большом коэффициенте D установившееся значение угловой скорости $\dot{\beta} = \dot{\beta}_{уст}$ определяется выражением

$$\dot{\beta}_{уст} = \frac{H}{D} \omega_y . \quad (2.8)$$

Интегрируя выражение (2.8) и полагая, что $\beta(0)=0$, получаем

$$\beta = \frac{H}{D} \alpha , \quad (2.9)$$

т.е. угол поворота поплавка β пропорционален углу поворота α корпуса гироскопа относительно оси y . Это важное свойство интегрирующего поплавкового гироскопа используется для измерения угловых отклонений ГСП и в одноосных гироскопических стабилизаторах (ОГС). Кроме того, интегрирующие гироскопы применяются также для разворота ГСП при приведении КА к новой требуемой ориентации.

В интегрирующих гироскопах погрешности накапливаются.

Для того чтобы ГСП использовать в течение длительного времени, необходимо в процессе полёта КА определять, а затем и учитывать в бортовых алгоритмах накопившиеся погрешности в ориентации ГСП с использованием датчиков внешней информации.

2.5. Однороторная гироскопическая орбита (ГО)

Однороторная гироскопическая орбита , или просто гироскопическая орбита, создана на основе трёхстепенного (свободного) гироскопа.

ГО предназначена для управления угловым положением КА относительно осей ориентации $ox_0y_0z_0$, движущихся с отличным от нуля и неизменно ориентированным вектором угловой скорости ω^{-0} .

Наиболее важным применением ГО, которым мы ограничимся в дальнейшем, является управление ориентацией КА относительно текущей орбитальной системы координат (ОСК) $ox_0y_0z_0$: ось oy_0 служит продолжением радиуса Земли, проходящего через ц.м. КА, ось ox_0 лежит в плоскости орбиты КА и направлена вперёд по вектору \bar{V} его орбитальной скорости, а ось oz_0 перпендикулярна плоскости орбиты и образует с осями ox_0 и oy_0 правый триэдр. Угловая скорость $\bar{\omega}^0$ триэдра $x_0y_0z_0$ направлена прямо противоположно оси oz_0 , а её проекции на оси $ox_0y_0z_0$ равны:

$$\omega_x^0 = 0, \omega_y^0 = 0, \omega_z^0 = -\omega^0 < 0. \quad (2.10)$$

Однороторная ГО представляет собой корректируемый трёхстепенный гироскоп, главная ось которого совмещается с вектором угловой скорости $\bar{\omega}^0$ осей ориентации $ox_0y_0z_0$. В рассматриваемом случае эта ось совмещается с вектором угловой скорости $\bar{\omega}^0$ орбитального триэдра, нормальным к плоскости орбиты КА ox_0y_0 . Тем самым, помещённая на борт КА ГО, по существу, строит положение плоскости орбиты КА, чем объясняется её название (по аналогии с гиригоризонтом, гирикомпасом, гиривертикалью и т.д.).

Как было указано выше, ГО может работать совместно с ИКПМВ и определять угол рыскания КА θ_y либо совместно с ионным датчиком и определять угол крена θ_x .

Ниже остановимся более подробно на первом варианте. В этом случае гириорбиту иногда называют гирикомпасом.

ГО представляет собой гироскоп в трёхстенном кардановом подвесе (рис.16), наружная ось которого (ось рамки) параллельна вертикальной оси КА, которая, в свою очередь, по информации с ИКПМВ удерживается в положении, совпадающем с осью oy_0 триэдра ОСК $x_0y_0z_0$. Внутренняя ось подвеса при этом параллельна плоскости oxz местного горизонта. Датчик угла $ДУ_y$ является выходным датчиком ГО и служит для отсчёта угла рыскания КА.

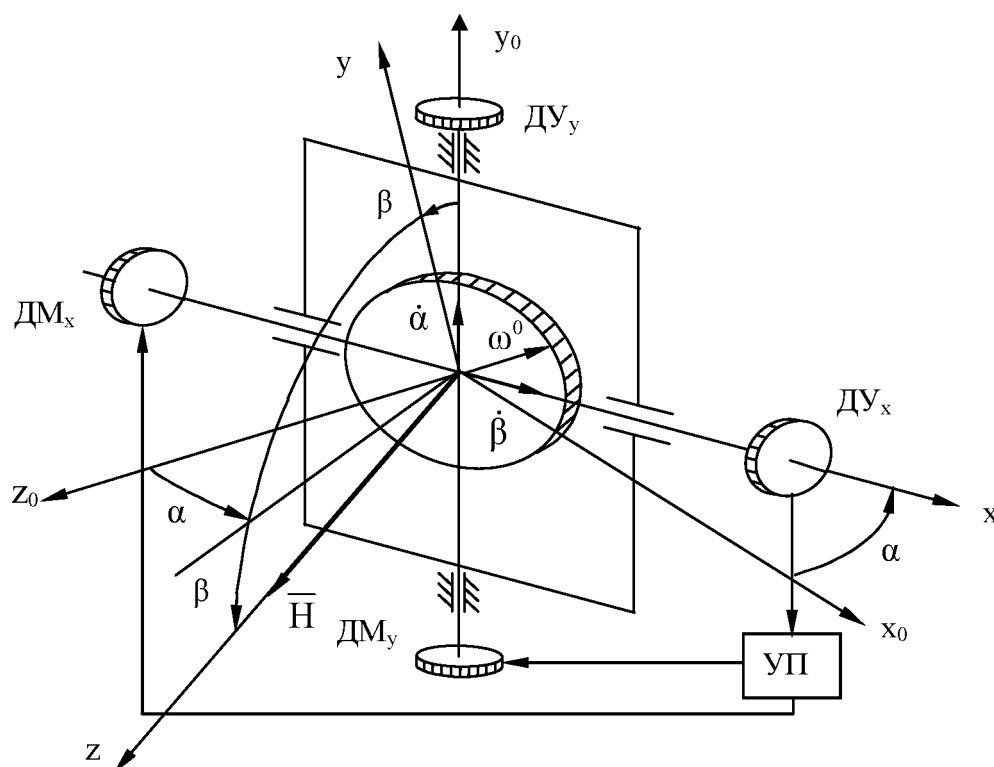


Рис.16. Кинематическая схема однороторной гироорбиты

Система коррекции ГО включает датчик угла $ДУ_x$ на внутренней оси её подвеса, усилитель-преобразователь (УП) и моментные датчики $ДМ_x$ и $ДМ_y$, размещённые соответственно на внутренней и наружной осях карданового подвеса. Датчики $ДМ_x$ и $ДМ_y$ управляются параллельно и развивают моменты, пропорциональные сигналу датчика угла $ДУ_x$.

Уравнения движения ГО

Примем приближённо, что орбита КА круговая и проекции вектора угловой скорости вращения осей ориентации на эти оси имеют вид:

$$\omega_x^0 = 0, \omega_y^0 = 0, \omega_z^0 = -\omega^0 < 0, \omega^0 = \frac{2\pi}{T}.$$

Здесь T – период обращения КА по орбите.

В рамках прецессионной теории запишем уравнения движения оси ротора гироскопа (1.26) в проекциях на оси Резаля ox и oy при малых углах α и β (рис.17):

$$\begin{cases} H(\dot{\alpha} - \omega^0 \beta) = M_x ; \\ -H(\dot{\beta} + \omega^0 \alpha) = M_y . \end{cases} \quad (2.11)$$

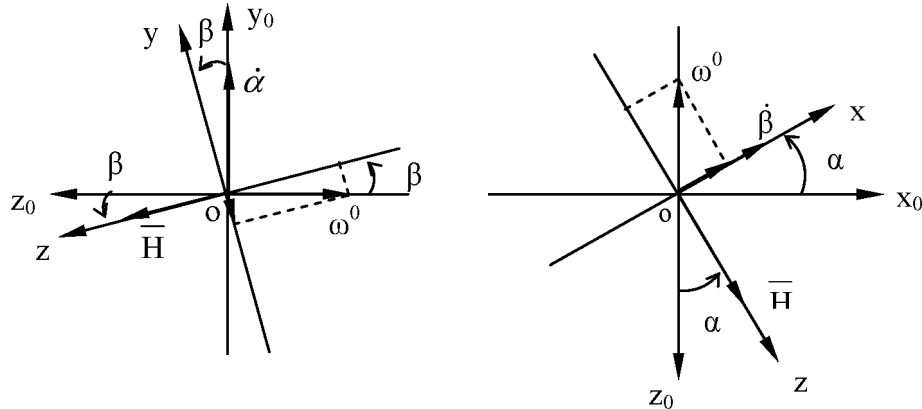


Рис.17. К проектированию скоростей движения на оси Резаля

Пусть датчики моментов формируют моменты управления, пропорциональные углу β :

$$M_x = k_x \beta ; M_y = k_y \beta ,$$

где k_x и k_y – постоянные коэффициенты.

Подставляя их в (2.11), получим

$$\begin{cases} \dot{\alpha} = \left(\omega^0 + \frac{k_x}{H} \right) \beta ; \\ \dot{\beta} = -\omega^0 \alpha - \frac{k_y}{H} \beta , \end{cases}$$

или в матричной безразмерной форме (после перехода от аргумента времени t к новому безразмерному аргументу $\tau = \omega^0 t$, называемому средней аномалией орбиты):

$$\begin{bmatrix} \dot{\alpha}(\tau) \\ \dot{\beta}(\tau) \end{bmatrix} = A \cdot \begin{bmatrix} \alpha(\tau) \\ \beta(\tau) \end{bmatrix} , \quad (2.12)$$

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 + \tilde{k}_x \\ -1 & -\tilde{k}_y \end{bmatrix} ; \quad \tilde{k}_x = \frac{k_x}{\omega^0 H} ; \quad \tilde{k}_y = \frac{k_y}{\omega^0 H} . \quad (2.13)$$

Эти уравнения описывают малые колебания оси фигуры гироскопа относительно орбитального триэдра $x_0y_0z_0$ без учёта возмущений плоскости орбиты (реально она прецессирует), ошибок ориентации относительно местной вертикали и колебаний КА по крену.

Получим далее условия асимптотической устойчивости нормального положения равновесия оси гироскопической орбиты :

$$\alpha = \beta = 0 ,$$

в котором эта ось совпадает с осью z_0 орбитального триэдра.

Запишем характеристическое уравнение системы (2.12): это равный нулю определитель

$$|\lambda E_{2 \times 2} - A| = 0; \quad \begin{vmatrix} \lambda & -(1 + \tilde{\kappa}_x) \\ 1 & \lambda + \tilde{\kappa}_y \end{vmatrix} = \lambda^2 + \lambda \tilde{\kappa}_y + (1 + \tilde{\kappa}_x) = 0, \quad (2.14)$$

где $E_{2 \times 2}$ – единичная матрица размерности 2×2 , λ – характеристическое число.

Для асимптотической устойчивости системы должны выполняться неравенства (критерий асимптотической устойчивости Рауса):

$$\tilde{\kappa}_y > 0; \quad 1 + \tilde{\kappa}_x > 0; \quad (\tilde{\kappa}_x > -1). \quad (2.15)$$

При выполнении этих условий колебания оси фигуры гироскопа затухают со временем.

2.6. Гиросtabilизированная платформа (ГСП)

Для исключения влияния угловых колебаний КА на показания инерциальных датчиков последние устанавливают на так называемую гиросtabilизированную платформу, которая, в свою очередь устанавливается на корпус КА с помощью трёх- и четырёхстепенных кардановых подвесов. Приведём пример трёхстепенной гиросtabilизированной платформы (рис.18).

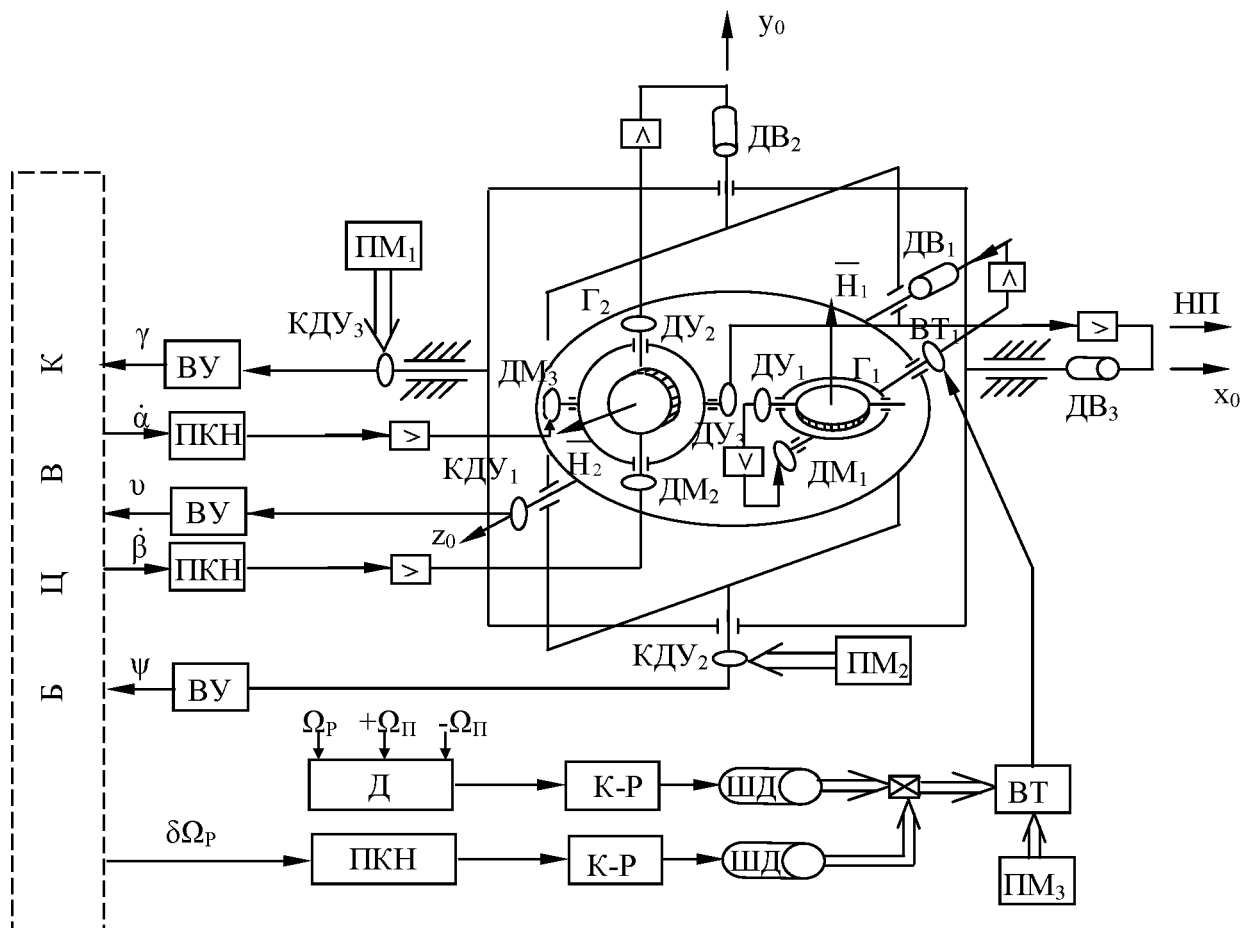


Рис.18. Кинематическая схема трёхстепенной гиросtabilизированной платформы

ГСП несёт на себе два трёхстепенных гироскопа: Γ_1 с вектором кинетического момента N_1 , лежащим в плоскости орбиты ox_0y_0 и Γ_2 , ортогональным плоскости орбиты. Положением гироскопа Γ_1 в этой плоскости мы не управляем. Система $ДУ_1 \rightarrow \square \rightarrow ДМ_1$ является силовой системой стабилизации, которая за счёт момента, развиваемого датчиком момента $ДМ_1$, приводит Γ_1 в плоскость орбиты, если он по какой-либо причине (вследствие собственных уходов) выйдет из плоскости орбиты, в том числе за счёт отклонения Γ_2 по крену.

При этом ГСП всегда должна совпадать с плоскостью местного горизонта КА, т.е. должна быть ортогональна оси oy_0 . Для этого используется другой трёхстепенный гироскоп Γ_2 , выполняющий функцию

ГО. При отклонении вектора кинетического момента этого гироскопа от положения оси oz_0 (нормали к плоскости орбиты) по крену на угол γ (датчик КДУ₃) БЦВК вырабатывает управляющие сигналы $\dot{\alpha}$ и $\dot{\beta}$ скоростей отклонения вектора \bar{H}_2 , пропорциональные отклонению ГО по крену. Внутренняя и наружная рамки подвеса с помощью соответствующих индикаторных систем стабилизации

(ДУ₂ → → ДВ₂ и ДУ₃ → → ДВ₃) отслеживают движение вектора \bar{H}_2 в пространстве.

При выходе ГСП из положения местного горизонта по тангажу с КДУ₁ снимается сигнал рассогласования ϑ (если корпус КА стабилизирован по тангажу таким образом, что сигнал $\vartheta_{\text{ИКПМВ}} \equiv 0$). Пропорционально ему вырабатываемый сигнал $\delta\Omega_p = k\vartheta$ суммируется с сигналом, равным текущей скорости орбитального вращения Ω_p , и в виде суммарного сигнала Ω подаётся на один из пары вращающихся трансформаторов (ВТ). По сигналу со второго трансформатора индикаторная система стабилизации ВТ₁ → → ДВ₁ отслеживает сигнал Ω , возвращая платформу в исходное состояние ($\vartheta=0$).

С помощью программных механизмов ПМ₁ и ПМ₂, поворачивающих статоры соответствующих датчиков КДУ₃ и КДУ₂, можно осуществлять программные повороты КА по крену и/или рысканию путём подачи соответствующих команд на программные механизмы.

Достоинствами ГСП являются высокая точность ориентации вследствие "отвязки" чувствительных элементов от корпуса КА, вследствие чего колебания корпуса КА не вносят погрешности в измерительные устройства СУД.

Вместе с тем ГСП обладают и серьёзными недостатками, такими как большой вес, большое энергопотребление вследствие большого числа потребителей электроэнергии, а следовательно и малый ресурс.

Но главным недостатком ГСП является невозможность перевода корпуса КА в произвольное в пространстве положение, ограниченное возможностью сложения рамок (например, при повороте КА по рысканию на 90° плоскость наружной рамки может совместиться с плоскостью внутренней рамки, в результате чего будет потеря одной степени свободы, что недопустимо).

Поэтому в настоящее время разработчики СУД КА дистанционного зондирования Земли уже отказались от применения ГСП и перешли к использованию бесплатформенных инерциальных навигационных систем (БИНС).

2.7. Бесплатформенные инерциальные навигационные системы (БИНС). ДУС и одноосный гиростабилизатор (ОГС)

В бесплатформенных системах гироскопы устанавливаются непосредственно на корпус КА и поэтому участвуют во всех его линейных и угловых движениях. При этом определение параметров, характеризующих ориентацию КА, возлагается на БЦВК.

Алгоритмы по определению параметров ориентации осей КА существенно зависят от характера первичной информации, получаемой с датчиков углового движения.

В качестве датчиков углового движения КА в БИНС'ах применяют гироскопические датчики угловой скорости (ДУС'ы), теория которых изложена в п.2.3, и одноосные гиростабилизаторы (ОГС).

Пусть на борту КА находятся ДУС'ы, измеряющие все три составляющие вектора абсолютной угловой скорости КА $\bar{\omega}$ (ω_x , ω_y , ω_z) в осях x , y , z , связанных с КА. Пусть на борту находится воображаемая ГСП. С помощью трёх углов положения её рамок ν , ψ , γ необходимо определить положение связанной системы координат относительно инерциальной

$ox_0y_0z_0$, образуемой воображаемой ГСП в режиме "Памяти" (при отсутствии сигналов управления $\dot{\alpha}$, $\dot{\beta}$).

Очередность поворотов рамок для определённости примем такую же, как и в ранее рассмотренной (п.2.6) реальной ГСП: на угол тангажа (υ), рыскания (ψ), крена (γ). Напомним, что последовательность поворотов – это повороты рамок от внутренней части ГСП к внешней – к корпусу КА. Так, внутренняя рамка повернута относительно платформы на угол υ вокруг оси z_0 , внешняя рамка развернута относительно внутренней на угол ψ , а корпус КА развернут относительно внешней рамки на угол γ .

2.7.1. Использование ДУС'ов

При использовании ДУС'ов в качестве БИНС известны все три составляющие абсолютной угловой скорости КА ω_x , ω_y , ω_z и требуется определить скорости изменения углов отклонения рамок ГСП ($\dot{\upsilon}$, $\dot{\psi}$, $\dot{\gamma}$). Получим так называемые кинематические уравнения ГСП. Для чего спроектируем угловые скорости изменения углов отклонения рамок ГСП $\dot{\upsilon}$, $\dot{\psi}$, $\dot{\gamma}$ на связанные с КА оси $oxyz$ (рис.19).

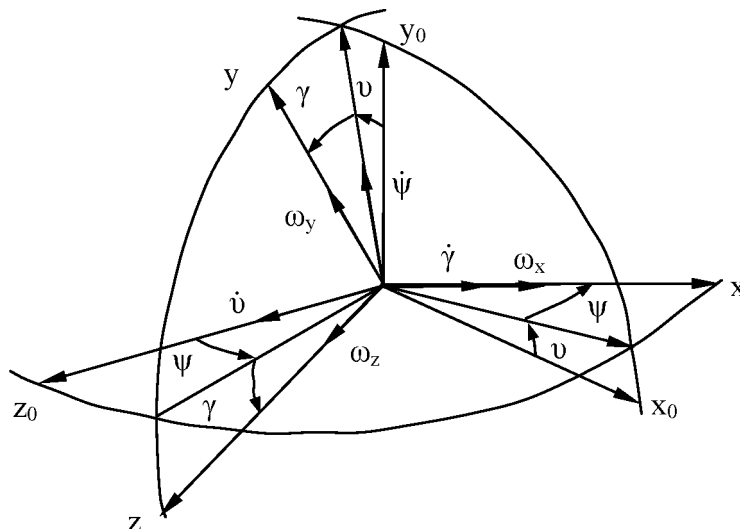


Рис.19. К выводу кинематических уравнений ГСП

Получим:

$$\begin{cases} \omega_x = \dot{\gamma} - \dot{\psi} \sin \psi ; \\ \omega_y = \dot{\psi} \cos \psi \sin \gamma + \dot{\gamma} \cos \gamma ; \\ \omega_z = \dot{\psi} \cos \psi \cos \gamma - \dot{\gamma} \sin \gamma , \end{cases}$$

откуда следует:

$$\begin{cases} \dot{\psi} = \frac{1}{\cos \psi} (\omega_y \sin \gamma + \omega_z \cos \gamma); \\ \dot{\gamma} = \omega_x + \operatorname{tg} \psi (\omega_y \sin \gamma + \omega_z \cos \gamma). \end{cases} \quad (2.16)$$

Это искомые выражения.

Итак, чтобы найти положение связанной системы координат относительно инерциальной, необходимо непрерывно интегрировать на борту КА систему полученных дифференциальных кинематических уравнений ГСП (2.16).

Здесь уже отсутствуют ограничения конструктивного характера на углы поворота рамок, но возникают трудности вычислительного характера, а именно, необходимость деления на $\cos \psi$, который обращается в нуль при $\psi=90^\circ$. При этом условии кинематические уравнения теряют смысл. Таким образом, ограничение, имевшее место в реальной ГСП, сохранилось. Поэтому при введении бесплатформенных систем необходимо искать новые параметры ориентации, позволяющие исключить недостатки трёхосного гиросtabilизатора.

Такие параметры были найдены. Это параметры Родрига-Гамильтона (или компоненты кватерниона). Честь открытия кватернионов принадлежит великому английскому математику лорду Гамильтону, который в 1843 году получил свою знаменитую теорему об умножении кватернионов.

Дадим понятие кватерниона.

Согласно теореме Эйлера любое заданное угловое положение твёрдого тела может быть достигнуто путём плоского поворота этого тела из

Параметры λ_0 , λ_1 , λ_2 , λ_3 носят название параметров Родрига-Гамильтона (параметров нормированного кватерниона).

Доопределив операции векторной алгебры операцией кватернионного умножения векторов:

$$\overline{i_1} \circ \overline{i_1} = -1; \quad \overline{i_2} \circ \overline{i_2} = -1; \quad \overline{i_3} \circ \overline{i_3} = -1 \quad ,$$

Гамильтон получил теорему об умножении двух кватернионов

$\Lambda = \lambda_0 + \lambda_1 \overline{i_1} + \lambda_2 \overline{i_2} + \lambda_3 \overline{i_3}$ и $M = \mu_0 + \mu_1 \overline{i_1} + \mu_2 \overline{i_2} + \mu_3 \overline{i_3}$ в простом и естественном виде:

$$N = \Lambda \circ M = v_0 + v_1 \overline{i_1} + v_2 \overline{i_2} + v_3 \overline{i_3} \quad ,$$

т.е. в результате двух последовательных поворотов тела, описываемых кватернионами Λ и M , получаем результирующее положение тела, описываемое кватернионом $N = \Lambda \circ M$.

В матричной форме теорема Гамильтона выглядит так:

$$\begin{bmatrix} v_0 \\ v_1 \\ v_2 \\ v_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mu_0 & -\mu_1 & -\mu_2 & -\mu_3 \\ \mu_1 & \mu_0 & \mu_3 & -\mu_2 \\ \mu_2 & -\mu_3 & \mu_0 & \mu_1 \\ \mu_3 & \mu_2 & -\mu_1 & \mu_0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \lambda_0 \\ \lambda_1 \\ \lambda_2 \\ \lambda_3 \end{bmatrix} . \quad (2.17)$$

В такой форме теорема Гамильтона находит широкое применение при использовании на борту КА в качестве БИНС'ов одноосных гиросtabilизаторов (ОГС).

2.7.2. Использование ОГС в качестве БИНС'ов.

Кинематическая схема ОГС приведена на рис.21.

При появлении у корпуса прибора (и корпуса КА), а вместе с ним и у платформы угловой скорости ω_x интегрирующий поплавковый гироскоп начнёт прецессировать вокруг оси z со скоростью $\dot{\beta}$. Сигнал, снимаемый с датчика угла (ДУ) прецессии и усиленный усилителем, через понижающий редуктор будет поворачивать платформу в обратном направлении.

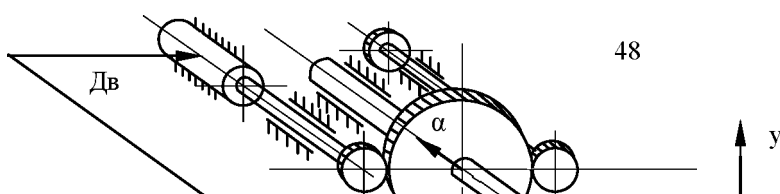


Рис.21. Кинематическая схема одноосного гиросtabilизатора

Следящий привод всё время стремится привести систему в положение равновесия ($\beta=0$). Таким образом, при появлении у корпуса прибора угловой скорости ω_x платформа будет поворачиваться относительно корпуса прибора так, чтобы её ориентация в инерциальном пространстве оставалась неизменной: $\dot{\alpha} = \omega_x$. Угол поворота платформы относительно корпуса прибора (и КА) будет определяться соотношением:

$$\alpha = \int_0^t \omega_x dt .$$

Все высокочастотные составляющие в ω_x за счёт колебаний оказываются проинтегрированными, т.е. они не влияют на точность .

Рассмотрим, как получаются параметры кватерниона при использовании ОГС [7]. Для определения трёх углов конечного поворота необходимы три ОГС, оси чувствительности которых ориентированы по связанным осям КА. Если за время Δt измерено приращение углов по каждому из ОГС:

$$\Delta\gamma = \int_t^{t+\Delta t} \omega_x dt ; \quad \Delta\psi = \int_t^{t+\Delta t} \omega_y dt ; \quad \Delta\nu = \int_t^{t+\Delta t} \omega_z dt ,$$

то (считая угловую скорость на интервале Δt постоянной) найдём кватернион одного элементарного поворота $\overline{\Delta\theta}$:

$$\mu_0 = \cos \frac{\Delta\theta}{2}; \quad \mu_1 = \sin \frac{\Delta\theta}{2} \left(\frac{\Delta\gamma}{\Delta\theta} \right); \quad \mu_2 = \sin \frac{\Delta\theta}{2} \left(\frac{\Delta\psi}{\Delta\theta} \right); \quad \mu_3 = \sin \frac{\Delta\theta}{2} \left(\frac{\Delta v}{\Delta\theta} \right),$$

где $\Delta\theta = \|\overline{\Delta\theta}\| = \sqrt{\Delta\gamma^2 + \Delta\psi^2 + \Delta v^2}$; $\overline{\Delta\theta} = \Delta\gamma \overline{i_1} + \Delta\psi \overline{i_2} + \Delta v \overline{i_3}$,

поскольку по теореме Эйлера имеет место единичный вектор элементарного поворота

$$\overline{\xi} = \frac{\Delta\gamma}{\Delta\theta} \overline{i_1} + \frac{\Delta\psi}{\Delta\theta} \overline{i_2} + \frac{\Delta v}{\Delta\theta} \overline{i_3}.$$

Новый кватернион определяется как произведение кватерниона положения КА до осуществления разворота на кватернион записанного выше элементарного поворота. Формулы можно упростить, оставляя лишь члены первого порядка малости:

$$\mu_0 \approx 1; \quad \mu_1 \approx \frac{\Delta\gamma}{2}; \quad \mu_2 \approx \frac{\Delta\psi}{2}; \quad \mu_3 \approx \frac{\Delta v}{2}.$$

Тогда (2.17) может быть записано в виде

$$\begin{bmatrix} v_0 \\ v_1 \\ v_2 \\ v_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -\Delta\gamma/2 & -\Delta\psi/2 & -\Delta v/2 \\ \Delta\gamma/2 & 1 & \Delta v/2 & -\Delta\psi/2 \\ \Delta\psi/2 & -\Delta v/2 & 1 & \Delta\gamma/2 \\ \Delta v/2 & \Delta\psi/2 & -\Delta\gamma/2 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \lambda_0 \\ \lambda_1 \\ \lambda_2 \\ \lambda_3 \end{bmatrix}. \quad (2.18)$$

Новое угловое положение КА определяется здесь в результате простейших вычислительных операций сложения и умножения (без использования понятия последовательности поворотов). Нетрудно видеть, что число операций умножения здесь равно 15, а сложения – 12.

Уходы наиболее совершенных современных гироскопов составляют величины порядка 0,01 %/час. Однако требования к СУД КА по точности ориентации непрерывно возрастают. И в этом плане научная и инженерная мысль не может стоять на месте. Поэтому в последнее время взоры инженеров и учёных обращены к принципиально новым гироскопам, таким как гироскопы с электростатическим подвесом (ГЭП) и некоторым другим.

В качестве примера рассмотрим кинематическую схему и принцип работы ГЭП.

2.8. Гироскоп с электростатическим подвесом (ГЭП)

Кинематическая схема гироскопа с электростатическим подвесом со сплошным шаровым ротором приведена на рис.22.

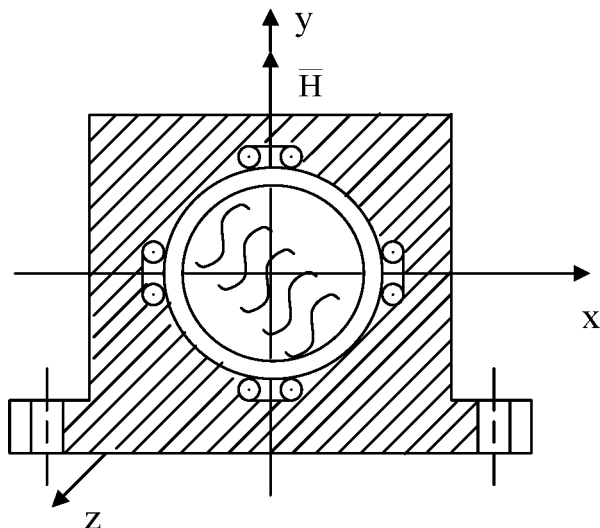


Рис.22. Кинематическая схема гироскопа с электростатическим подвесом

Диаметр металлического шарика ≈ 10 мм (бериллий), на его поверхности нанесен растр (специальной формы тёмные полосы) с точностью порядка 1мкм, которые позволяют с помощью трёхканальной оптической системы съёма информации определить направление вектора \bar{H} в связанной с корпусом прибора системе координат $oxyz$. Ротор перед началом работы с помощью специальных средств раскручивается как ротор гироскопа (на несколько лет). Скорость вращения порядка 3000 об/сек. Для исключения соприкосновения со сферической стенкой прибора применяется электростатический подвес, для чего ГЭП имеет три ортогональных пары электродов. Из полости между шариком и сферической стенкой прибора

откачан воздух с помощью вакуумного насоса. Такой гироскоп выполняет функции свободного гироскопа в трехстепенном кардановом подвесе.

Уходы такого гироскопа (вектора \vec{H}) со временем составляют порядка 0,01град/сутки, что более чем на порядок лучше существующих ОГС и других гироскопических средств.

Основные погрешности прибора связаны с неидеальностью геометрии сферы.

Структурная схема датчика угла одного канала ГЭП приведена на рис.23.

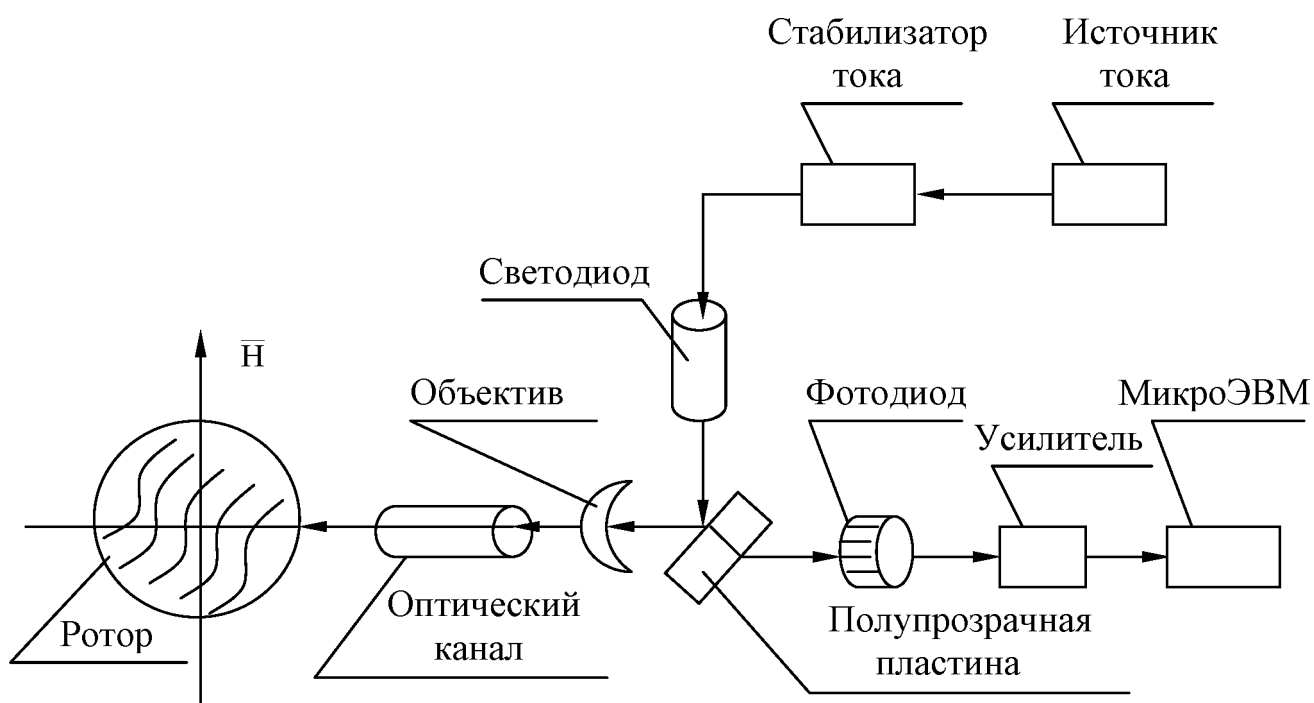


Рис. 23. Структурная схема датчика угла одного канала ГЭП

Световой поток, созданный светодиодом, отражается от полупрозрачной пластины и фокусируется объективом на торец оптического канала. Оптический канал направляет световой поток на ротор. Отразившись от ротора и пройдя по тому же оптическому каналу, световой поток попадает на фотодиод, преобразующий световой поток в электрический сигнал, амплитуда которого пропорциональна световому потоку.

Чередование тёмных и светлых полос на поверхности ротора модулирует сигнал по амплитуде и частоте.

МикроЭВМ осуществляет алгоритмическую обработку информации с датчиков углов с целью аналитического построения инерциальной системы координат.

Для построения БИНС используется основное свойство идеального свободного гироскопа – сохранять неизменным положение оси вращения ротора в инерциальном пространстве. Это позволяет получить инерциальный трёхгранник с помощью двух гироскопов. На практике всё-таки используют три гироскопа (на случай значительных уходов). Это позволяет :

- исключить практически полностью возможность "складывания" осей одновременно трёх гироскопов,
- повысить точность благодаря использованию избыточной информации,
- обеспечить резервирование на случай отказа одного из гироскопов.

3. ИСПОЛНИТЕЛЬНЫЕ ОРГАНЫ СУД КА ГИРОСКОПИЧЕСКОГО ТИПА. ПРИНЦИПЫ ПОСТРОЕНИЯ. УРАВНЕНИЯ МОМЕНТОВ

3.1. Основные типы исполнительных органов, применяющихся в СУД КА. Особенности исполнительных органов СУД КА гироскопического типа

По аналогии с измерительными устройствами – датчиками ориентации – исполнительные органы (ИО) СУД КА (рис.9) также можно разбить на два больших класса:

1) Исполнительные органы, использующие для создания управляющих моментов внешние по отношению к КА силы.

2) Исполнительные органы, основанные на реактивных принципах.

В качестве ИО, относящихся к первому классу, можно назвать ИО, использующие магнитное поле Земли, остаточную атмосферу Земли, давление солнечного света и тому подобные явления. Большим преимуществом этого класса ИО является то, что для своей работы они требуют только подвода энергии, которая может восполняться на борту КА солнечными батареями или ядерной энергетической установкой. В силу малости моментов, создаваемых взаимодействием с внешней средой, они используются лишь для "сброса" кинетического момента, накопленного исполнительными органами второго класса.

Ко второму классу ИО отнесены все те, которые основаны на реактивных принципах, т.е. используют закон сохранения вектора момента количества движения системы тел при отсутствии внешних моментов, действующих на эту систему. Их большим преимуществом является то, что они способны работать при отсутствии какого бы то ни было полезного взаимодействия с внешней средой. Независимость от внешней среды даёт возможность удовлетворять самым разнообразным требованиям, которые могут возникнуть при разработке конкретной системы ориентации.

Известны две основные разновидности этого класса:

1) управляющие реактивные двигатели (УРД) ориентации, создающие реактивные силы;

2) инерционные исполнительные органы (силовые гироскопические системы), создающие реактивные моменты.

Первая из названных разновидностей использует для поворотов КА реактивные двигатели той или иной конструкции, создающие тягу путём отброса некоторой массы. Если линия действия этой тяги проходит не через центр масс КА, то возникает момент силы тяги, который можно использовать для управления угловым положением.

Хотя принцип действия обеих разновидностей реактивных ИО и одинаков, они существенно отличаются друг от друга, так как одни создают реактивные тяги, а другие – реактивные моменты. Реактивные двигатели ориентации, создающие тягу, могут функционировать лишь при отбросе массы, а её запасы на КА ограничены и невозполнимы для большинства КА. Инерционные ИО, непосредственно создающие реактивные моменты, лишены этого недостатка, но зато им присущ другой – они могут, вообще говоря, функционировать лишь в комбинации с иными типами ИО, т.е. в принципе требуют двухконтурной системы ИО. В качестве второго контура могут быть использованы реактивные двигатели ориентации или ИО, взаимодействующие с внешней средой. Как увидим далее, такой тип ИО довольно часто применяется для так называемого "сброса" кинетического момента.

Исходя из задач, решаемых КА ДЗЗ, и из условий его функционирования без внешнего контура ИО обойтись просто нельзя (гашение начальных угловых скоростей, начальная выставка гироскопических чувствительных элементов СУД), а также без взаимодействия с внешней средой ("сброс" накопленного кинетического

момента за счёт использования момента аэродинамических сил или момента, создаваемого магнитным полем Земли).

Поэтому на КА применяют двухконтурную схему ИО: УРД плюс силовые гиросtabilизаторы (СГС) (инерционные ИО). При этом эффективность применения силовых гиросtabilизаторов легко определить по разности :

$$(\Delta G_{p.t.} + \Delta G_B) - (G_{СГС} + \Delta G_{ПСБ}),$$

где $\Delta G_{p.t.}$ - дополнительный вес рабочего тела, необходимый для выполнения программы полёта КА, если бы инерционные ИО на борту КА отсутствовали;

ΔG_B - дополнительный вес баков для хранения дополнительного веса рабочего тела;

$G_{СГС}$ – вес силовых гиросtabilизаторов инерционных исполнительных органов;

$\Delta G_{ПСБ}$ – дополнительный вес панелей солнечных батарей, необходимый для обеспечения электропитания инерционных ИО.

Чем больше время существования КА на орбите и более насыщена программа поворотов корпуса КА по крену, тангажу и рысканию, тем более эффективно применение инерционных исполнительных органов. При этом сумма в левой скобке разности, как правило, во много раз превышает сумму в правой скобке, если "сброс" кинетического момента осуществляется не за счёт УРД, а за счёт взаимодействия с внешней средой. Если, например, производится поворот КА по каналу крена для проведения съёмки участка поверхности Земли, отстоящего от трассы полёта КА, то в случае использования УРД рабочее тело будет израсходовано на разгон и торможение КА как в процессе поворота на заданный угол, так и при возврате в исходное положение.

В то время как аналогичный поворот с использованием инерционных ИО будет произведён вообще без затрат рабочего тела.

Рассмотрим возможные схемы построения СГС. При этом используем одну из возможных классификаций СГС, а именно, по количеству степеней свободы относительно корпуса КА, которыми обладает силовой гиросtabilизатор. Очевидно, что здесь мыслимы три случая: когда ротор (гироскоп) имеет одну, две или три степени свободы.

3.2. Одноступенный гиросtabilизатор (двигатель-маховик)

Одноступенный гиросtabilизатор (не путать с ОГС – одноосным гиросtabilизатором – чувствительным элементом, описанным в п.2.7.2) обладает одной степенью свободы, связанной с осью его вращения вокруг оси симметрии. Сама ось относительно корпуса КА неподвижна. Такое устройство называют управляющим двигателем-маховиком (рис.24).

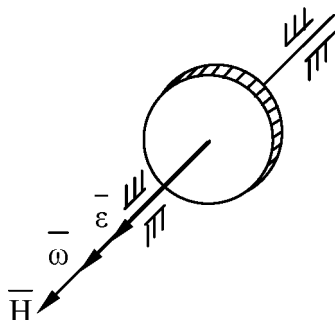


Рис.24. Кинематическая схема двигателя-маховика

Управляющий момент двигателя-маховика определяется равенством

$$\overline{M}_{упр} = \frac{d\overline{H}}{dt} = J \dot{\overline{\omega}} = J \overline{\varepsilon},$$

где J - момент инерции двигателя-маховика ,

$\overline{\omega}$ - его угловая скорость,

$\overline{\varepsilon}$ - его угловое ускорение.

Изменение его кинетического момента $H=J\omega$ возможно только путём изменения числа оборотов. Управляющие двигатели-маховики делают часто

реверсивными, чтобы иметь возможность создавать моменты как одного, так и противоположного знака.

Недостатками одностепенных гиросtabilизаторов являются:

- невозможность применения линейного управления вследствие существенной нелинейности характеристики электродвигателя: число оборотов - управляющий момент;
- отсутствие так называемого усиления по моменту, состоящего в том, что весь прикладываемый к корпусу КА управляющий момент должен быть создан электродвигателем.

Для управления КА по трём осям необходимо на борту КА иметь три двигателя-маховика, оси которых направлены по осям связанной с корпусом КА системы координат (рис.25).

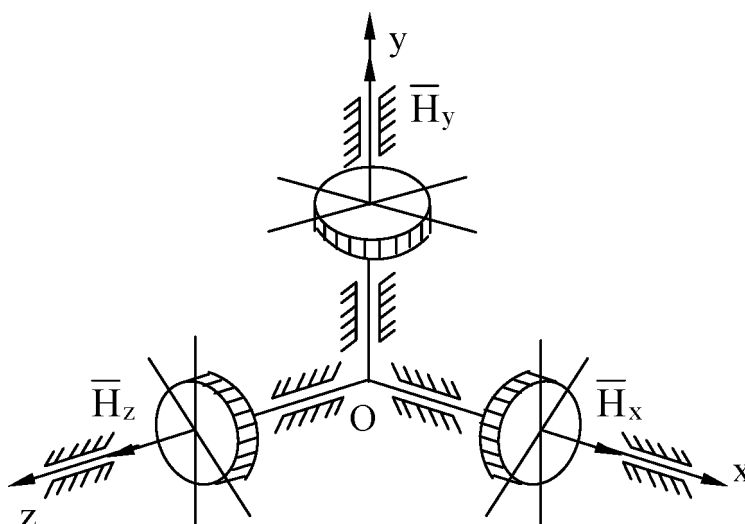


Рис.25. Использование двигателей-маховиков для трёхосного управления КА

3.3. Двухстепенный гиросtabilизатор (гиродин)

Двухстепенный гиросtabilизатор (гиродин) обладает двумя степенями свободы относительно корпуса КА. Одна из них связана с вращением гироскопа вокруг его оси симметрии, создающим вектор кинетического момента \bar{H} , а другая – с поворотом оси вращения гироскопа, а

следовательно, и вектора \bar{H} вокруг некоторой оси, перпендикулярной к первой.

Рассмотрим принцип действия такого устройства более подробно. Пусть требуется производить управление вокруг оси ou КА для компенсации некоторого вредного внешнего момента M_b . Тогда двухстепенный гироскоп можно установить так, как показано на рис.26.

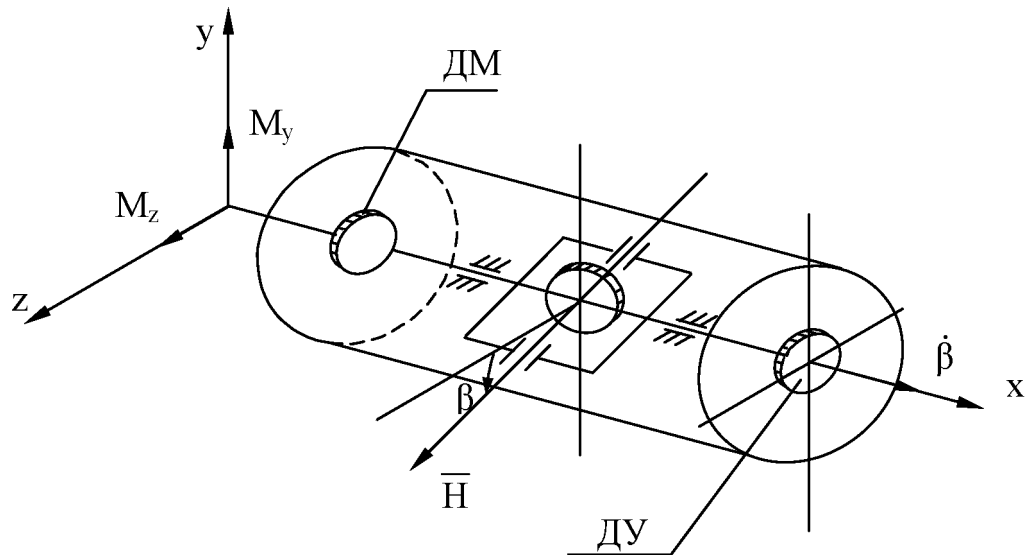


Рис.26. Кинематическая схема гиродина

Вектор кинетического момента имеет возможность поворачиваться вокруг оси ox (всегда перпендикулярной вектору \bar{H}), так что угол между вектором \bar{H} и осью ou может изменяться. В номинальном (исходном) положении угол между вектором \bar{H} и осью ou – прямой. Для осуществления указанного поворота гиروزел содержит датчик момента (ДМ), создающий вращающий вокруг оси ox момент m . Если под действием этого момента вектор \bar{H} начнёт поворачиваться вокруг оси ox с угловой скоростью $\dot{\beta}$, то в начальное мгновение через конструкцию крепления гиروزела на корпус КА передастся управляющий гироскопический момент M_y , действующий вокруг оси ou и численно равный $\bar{M}_y = \bar{H} \times \dot{\beta}$.

Таким образом, получение полезного управляющего момента M_y связано с созданием момента m вокруг некоторой другой оси. Величина момента m

определяется необходимым темпом нарастания $\dot{\beta}$, моментом инерции гиросузла, потерями на трение при его вращении и другими подобными параметрами. Все эти величины таковы, что позволяют ограничиться относительно малыми значениями m . Важно отметить, что в рассматриваемой здесь статической задаче момент m не зависит от кинетического момента \bar{H} , и поэтому при постоянном и малом значении m можно получить сколь угодно большие моменты M_y за счёт увеличения кинетического момента \bar{H} гироскопа. Здесь имеет место явление усиления момента.

Рассмотренный здесь гироскоп даёт управление относительно одной оси и в этом смысле подобен отдельно взятому одностепенному гироскопу. Однако его свойства далеко не совпадают со свойствами одностепенного гироскопа, так как он даёт совершенно иной тип управления.

Внешнее, бросающееся в глаза отличие заключается в том, что одностепенный гироскоп создаёт управляющие моменты путём изменения величины и знака угловой скорости ротора, в то время как в двухстепенном гироскопе угловая скорость вращения ротора остаётся всё время одной и той же, а управляющие моменты возникают в связи с поворотом оси вращения ротора и направленного по ней вектора \bar{H} . Поэтому двухстепенный гироскоп следует предварительно раскрутить и лишь после этого использовать для управления КА.

Кроме того, при длительном воздействии внешнего возмущающего момента \bar{M}_B вектор \bar{H} может отклониться от исходного положения на значительный угол β , что приведёт, во-первых, к уменьшению величины управляющего момента M_y по оси y , а во-вторых, к появлению управляющего момента M_z по оси z .

Итак, имеем величины управляющих моментов:

$$M_x = m ;$$

$$M_y = H\dot{\beta}\cos\beta ;$$

$$M_z = H\dot{\beta}\sin\beta .$$

3.4. Спаренные гиродины (гирорамы)

Можно предложить более сложные схемы, в которых вектор управляющего момента направлен только по оси y . Например, такую как изображена на рис.27.

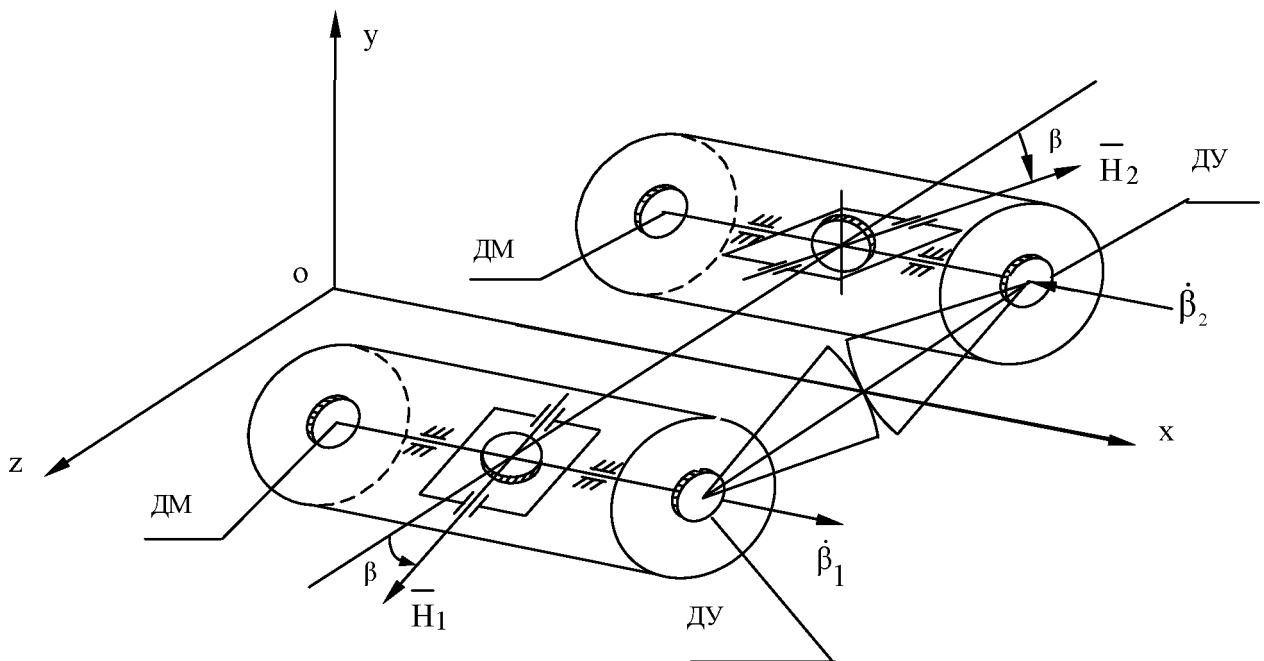


Рис.27. Кинематическая схема гирорамы

Суть её состоит в том, что для управления по одной оси oy используется два одинаковых двухстепенных гироскопа, механически соединённых между собой так, что поворот одного с угловой скоростью $\dot{\beta}_1$ вызывает поворот другого с угловой скоростью $\dot{\beta}_2 = -\dot{\beta}_1$. Такая схема называется гирорамой. Если при этом придать роторам гироскопов противоположные направления вращения, так что в исходном состоянии $\bar{N}_1 = -\bar{N}_2$, то суммарный момент

будет равен удвоенному моменту, развиваемому гиروزлом. Моменты относительно осей ox и oz тождественно равны нулю.

Рассмотренные выше одностепенные и двухстепенные гиросtabilизаторы (за исключением гирорам) обладают нежелательными особенностями, связанными с появлением перекрёстных гироскопических моментов, вредных с точки зрения управления при появлении угловых скоростей вращения корпуса КА (рис.25). При этом каждый гироскоп даёт не только нужный управляющий момент по своей оси, но и два паразитных момента по двум другим осям (при наличии угловых скоростей относительно этих осей). В отличие от этих гиросtabilизаторов гирорамы не создают вредных воздействий по двум другим каналам при наличии в этих каналах угловых скоростей.

3.5. Трёхстепенный гиросtabilизатор

Трёхстепенный гиросtabilизатор свободен от паразитных моментов, так как его гироскоп способен совершать любые повороты относительно корпуса КА. Кинематическая схема такого гиросtabilизатора имеет вид, приведённый на рис.28.

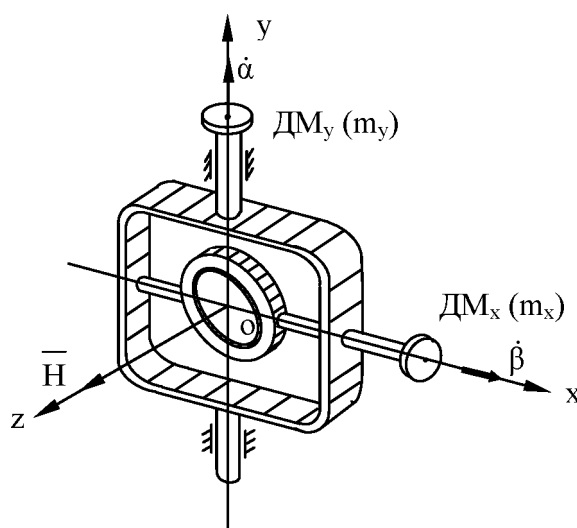


Рис.28. Кинематическая схема трёхстепенного гиросtabilизатора

Гироскоп с вектором кинетического момента \bar{H} установлен в трёхстепенном кардановом подвесе. На осях ox и oy установлены датчики моментов DM_x и DM_y , способные развивать большие моменты m_x и m_y . Управление КА относительно оси oz и осей ox и oy осуществляется по-разному. Для поворотов корпуса КА относительно оси oz надо изменять скорость вращения ротора, в результате чего возникает реактивный момент, подобный тому, который характерен для одностепенного гиросtabilизатора (двигателя-маховика).

Для поворотов КА вокруг осей ox и oy надо прикладывать моменты m_x и m_y к осям подвеса гироскопа с помощью датчиков моментов DM_x и DM_y . Эти моменты будут вызывать прецессию гироскопа, но поскольку они приложены к гироскопу, постольку численно равные им и противоположно направленные гироскопические моменты будут приложены к корпусу КА. Именно эти реактивные моменты и служат для управления относительно осей ox и oy .

Из этой схемы видно, что гиросtabilизатор описанного типа по характеру управляющих моментов аналогичен одностепенному гиросtabilизатору. Действительно, в обоих случаях управляющие моменты численно равны моментам, приложенным к гироскопу. Никакого усиления этих моментов (что характерно для двухстепенных гиросtabilизаторов) здесь не происходит, и поэтому вырабатываемые устройствами DM_x и DM_y m_x и m_y – моменты должны иметь большую величину. Следовательно, свойства одностепенных и трёхстепенных гироскопов в части характера развиваемых управляющих моментов совпадают.

Итак, преимущества гиросtabilизаторов состоят в следующем:

- 1) в способности создавать управляющие моменты без затрат массы рабочего тела;
- 2) в способности обеспечить высокую точность управления тонким регулированием скорости прецессии;

- 3) быстрые программные повороты КА могут осуществляться за счёт обмена кинетическими моментами между КА и гиросtabilизатором.

3.6. Спаренные трёхстепенные гиросtabilизаторы с "коническим" подвесом

Кинематическая схема спаренных трёхстепенных гиросtabilизаторов с "коническим" подвесом приведена на рис.29.

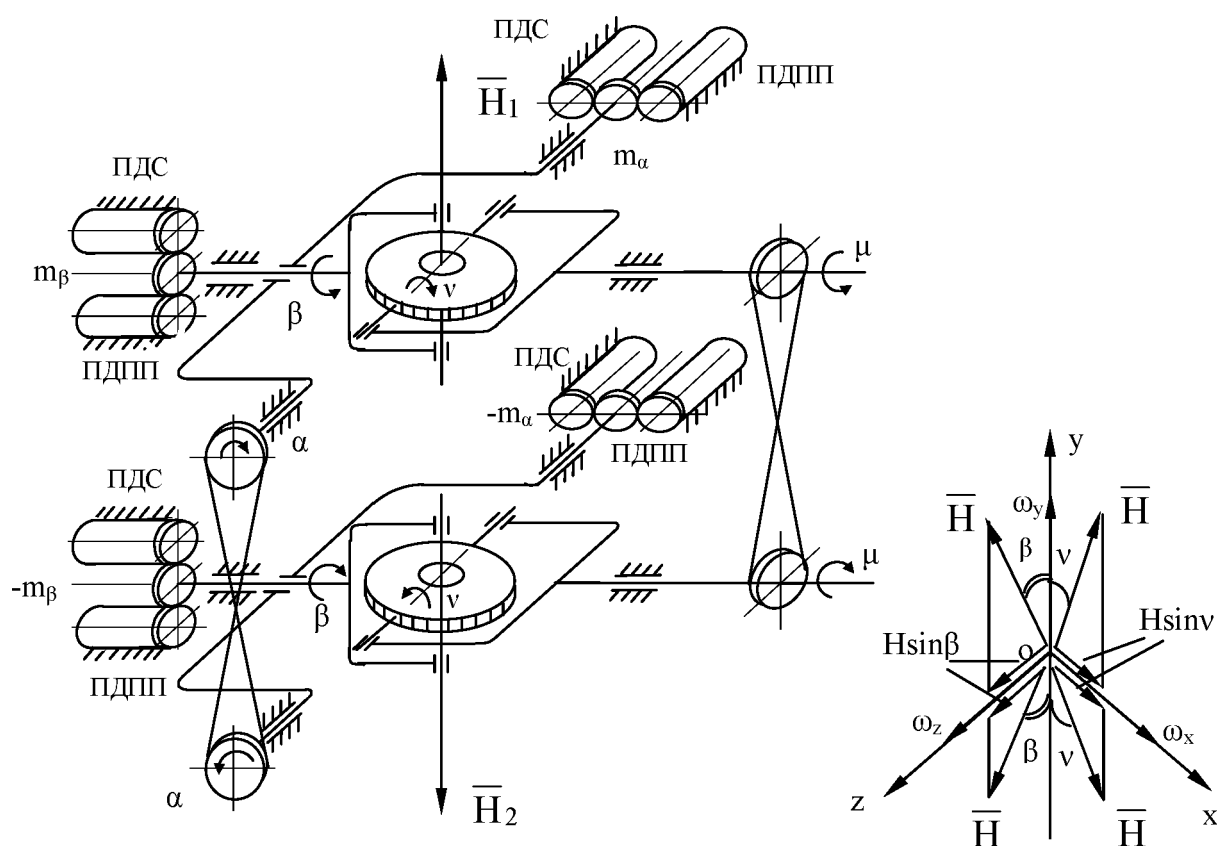


Рис.29. Кинематическая схема спаренных трёхстепенных гиросtabilизаторов с "коническим" подвесом

Каждый такой спаренный гиросtabilизатор (назовём его "спарка") заменяет две гирорамы и, несмотря на наличие дополнительных рамок подвеса, выигрыш в весе оказывается существенным. Он обеспечивает

одновременное управление по двум каналам: по крену вокруг оси ox и по тангажу вокруг оси oz при установке "спарки" на корпус КА по схеме рис.29. Одновременность управления двумя гироскопами по каждой из двух осей α и μ обеспечивается применением двух ленточных передач.

При $\bar{H}_1 = -\bar{H}_2$ в исходном положении "спарка" обладает всеми достоинствами гирорамы:

- 1) Усиление управляющих моментов m_α и m_β за счёт поворота гироскопов со сколь угодно большими кинетическими моментами H_1 и H_2 .
- 2) Отсутствие вредных воздействий по другим каналам при наличии в этих каналах угловых скоростей.
- 3) Высокая точность управления и синхронность поворотов роторов гироскопов за счёт наличия ленточных передач.

Связь между углами α , β и μ , ν определяется выражениями

$$\operatorname{tg} \alpha = \operatorname{tg} \nu \operatorname{sec} \mu ; \sin \beta = \cos \nu \sin \mu .$$

Если положение гироскопов задавать не внешними углами (углами управления) α и β , а парой β и ν , то выражения для проекций кинетических моментов на связанные с КА оси ox , oy , oz (рис.29) будут иметь наиболее простой вид:

$$H_x = 2H \sin \nu ; H_y = 0 ; H_z = 2H \sin \beta .$$

Пусть КА имеет мгновенные угловые скорости по связанным осям ω_x , ω_y , ω_z . С учётом этих значений дифференцирование по времени H_x , H_y , H_z даст выражения для управляющих моментов КА за счёт действия гироскопических моментов:

$$M_x = -2H(\dot{\nu} \cos \nu + \omega_y \sin \beta) ;$$

$$M_y = -2H(\omega_z \sin \nu - \omega_x \sin \beta) ;$$

$$M_z = -2H(\dot{\beta} \cos \beta - \omega_y \sin \nu) .$$

Каждое из слагаемых $2H\dot{\beta} \cos \beta$ и $2H\dot{\nu} \cos \nu$, включающих производные от углов β и ν , входят только в одно из двух выражений. Отсюда следует, что при управлении относительным движением гироскопов стабилизатора,

построенного по принципу отдельной вариации углов β и ν , можно получить две компоненты управляющего момента \overline{M}^{Γ} , каждая из которых действует только вокруг одной из осей КА ox или oz . В этом отношении рассматриваемый гиросtabilизатор подобен системе из двух гироскопических рам, вырабатывающих управляющие моменты вокруг осей ox и oz .

Для управления КА ДЗЗ по трём осям, в том числе для поворотов по крену и тангажу, целесообразно применять три "спарки" трёхстепенных гиросtabilизаторов, размещённых на КА следующим образом (рис.30). Такая схема позволяет, учитывая динамичность КА ДЗЗ прежде всего по каналам крена и тангажа, использовать для поворотов КА ДЗЗ по крену все шесть гироскопов, для поворотов по тангажу - четыре гироскопа, а для поворотов по рысканию – лишь два гироскопа.

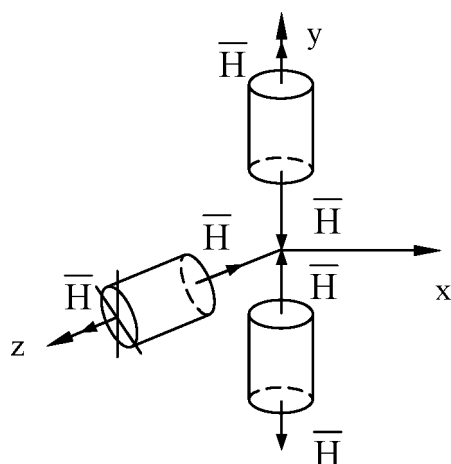


Рис.30. Использование спаренных трёхосных гиросtabilизаторов для трёхосного управления КА

В заключение приведём некоторые характеристики одной из используемых на КА ДЗЗ "спарок". Вес около 100 кг. Развиваемый кинетический момент $H=2500\text{Нмс}$. Максимальная скорость отклонения управляющих рамок по α и β в режиме стабилизации $\pm 0,4\text{град/с}$ при погрешности отработки скорости не более $3 \cdot 10^{-3}\text{град/с}$. Максимальная скорость отклонения тех же рамок в режиме программного поворота $\pm 25\text{град/с}$ при погрешности отработки скорости не более 1%.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Ишлинский А.Ю. Ориентация, гироскопы и инерциальная навигация. М.:Наука, 1976. 670с.
2. Лурье А.И. Аналитическая механика. М.:Изд-во физ.-мат.лит. 1961. 824с.
3. Пельпор Д.С. Гироскопические системы. Ч.І. Теория гироскопов и гироскопических стабилизаторов. М.:Высш. шк., 1971. 567с.
4. Пельпор Д.С. Гироскопические системы. Ч.ІІ. Гироскопические приборы и системы. М.:Высш. шк., 1971. 488с.
5. Раушенбах Б.В., Токарь Е.Н. Управление ориентацией космических аппаратов. М.:Наука, 1974. 598с.
6. Алексеев К.Б., Бебенин Г.Г. Управление космическими летательными аппаратами. М.:Машиностроение, 1974. 343с.
7. Кавинов И.Д. Инерциальная навигация в околоземном пространстве. М.:Машиностроение, 1988. 141с.
8. Магнус К. Гироскоп. Теория и применение. М.,1974. 358с.

Учебное издание

Петрищев Владимир Федорович

**ЭЛЕМЕНТЫ ТЕОРИИ ГИРОСКОПА
И ЕГО ПРИМЕНЕНИЕ ДЛЯ УПРАВЛЕНИЯ
КОСМИЧЕСКИМИ АППАРАТАМИ**

Учебное пособие

Редактор Л. Я. Чегодаева
Корректор Л. Я. Чегодаева

Подписано в печать 29.03.04. Формат 60×84 1/16.
Бумага офсетная. Печать офсетная.
Усл. печ.л. 3,95. Усл. кр.-отт. 4,07. Уч.-изд.л 4,25.
Тираж 150 экз. Заказ . Арт. С-6/2004.

Самарский государственный аэрокосмический
университет. 443086 Самара, Московское шоссе, 34.

РИО Самарского государственного аэрокосмического
университета. 443086 Самара, Московское шоссе, 34.