Р. М. Рудман

ЗАДАЧИ ПО АЛГЕБРЕ

Самара
2009

ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО ПО ОБРАЗОВАНИЮ
ГОСУДАРСТВЕННОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ
«САМАРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Кафедра алгебры и геометрии

Р. М. Рудман

Задачи по алгебре

Утверждено редакционно-издательским советом университета в качестве учебного пособия

Самара
Издательство «Самарский университет»
2009

УДК 512.
ББК 22.143
Р 83

Рецензент доктор физ.-мат. наук, профессор А. Н. Панов

Рудман, Р. М.
Р 83 **Задачи по алгебре** : учебное пособие / Р.М. Рудман.–Самара: Изд-во «Самарский университет», 2009. – 100 с.

Предлагаемое учебное пособие содержит задачи по темам: определители, матрицы, системы линейных уравнений, комплексные числа и многочлены, составлено в соответствии с программой курса алгебры, читаемого на мехмате СамГУ в первом семестре. Материал одного параграфа в основном соответствует одному практическому занятию. Предназначено для студентов 1 курса специальностей "Математика", "Прикладная математика", "МАОИС", "Физика".

В основу положены материалы пособий И.В. Проскурякова "Сборник задач по линейной алгебре", Д. К. Фаддеева , И.С.Соминского "Сборник задач по высшей алгебре", А.И.Кострикина "Сборник задач по алгебре".

УДК 512.
ББК 22.143

1. Метод Гаусса. Определители 2 и 3 порядков

Вычислить определители:

1. $\begin{vmatrix} 5 & 2 \\ 7 & 3 \end{vmatrix}$. **2.** $\begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{vmatrix}$. **3.** $\begin{vmatrix} 3 & 2 \\ 8 & 5 \end{vmatrix}$. **4.** $\begin{vmatrix} 6 & 9 \\ 8 & 12 \end{vmatrix}$.

5. $\begin{vmatrix} a^2 & ab \\ ab & b^2 \end{vmatrix}$. **6.** $\begin{vmatrix} n+1 & n \\ n & n-1 \end{vmatrix}$. **7.** $\begin{vmatrix} a+b & a-b \\ a-b & a+b \end{vmatrix}$.

8. $\begin{vmatrix} a^2+ab+b^2 & a^2-ab+b^2 \\ a+b & a-b \end{vmatrix}$. **9.** $\begin{vmatrix} \cos\alpha & -\sin\alpha \\ \sin\alpha & \cos\alpha \end{vmatrix}$.

10. $\begin{vmatrix} \sin\alpha & \cos\alpha \\ \sin\beta & \cos\beta \end{vmatrix}$. **11.** $\begin{vmatrix} \cos\alpha & \sin\alpha \\ \sin\beta & \cos\beta \end{vmatrix}$.

12. $\begin{vmatrix} \sin\alpha+\sin\beta & \cos\beta+\cos\alpha \\ \cos\beta-\cos\alpha & \sin\alpha-\sin\beta \end{vmatrix}$. **13.** $\begin{vmatrix} 2\sin\varphi\cos\varphi & 2\sin^2\varphi-1 \\ 2\cos^2\varphi-1 & 2\sin\varphi\cos\varphi \end{vmatrix}$.

14. $\begin{vmatrix} \dfrac{1-t^2}{1+t^2} & \dfrac{2t}{1+t^2} \\ \dfrac{-2t}{1+t^2} & \dfrac{1-t^2}{1+t^2} \end{vmatrix}$. **15.** $\begin{vmatrix} \dfrac{(1-t)^2}{1+t^2} & \dfrac{2t}{1+t^2} \\ \dfrac{2t}{1+t^2} & -\dfrac{(1+t)^2}{1+t^2} \end{vmatrix}$.

16. $\begin{vmatrix} \dfrac{1+t^2}{1-t^2} & \dfrac{2t}{1-t^2} \\ \dfrac{2t}{1-t^2} & \dfrac{1+t^2}{1-t^2} \end{vmatrix}$. **17.** $\begin{vmatrix} 1 & \log_b a \\ \log_a b & 1 \end{vmatrix}$.

18. $\begin{vmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 5 & 3 & 2 \\ 1 & 4 & 3 \end{vmatrix}$. **19.** $\begin{vmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 2 & 5 & 3 \\ 3 & 4 & 2 \end{vmatrix}$. **20.** $\begin{vmatrix} 4 & -3 & 5 \\ 3 & -2 & 8 \\ 1 & -7 & -5 \end{vmatrix}$.

21. $\begin{vmatrix} 3 & 2 & -4 \\ 4 & 1 & -2 \\ 5 & 2 & -3 \end{vmatrix}$. **22.** $\begin{vmatrix} 3 & 4 & -5 \\ 8 & 7 & -2 \\ 2 & -1 & 8 \end{vmatrix}$. **23.** $\begin{vmatrix} 4 & 2 & -1 \\ 5 & 3 & -2 \\ 3 & 2 & -1 \end{vmatrix}$.

24. $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 6 \end{vmatrix}$. **25.** $\begin{vmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{vmatrix}$. **26.** $\begin{vmatrix} 5 & 6 & 3 \\ 0 & 1 & 0 \\ 7 & 4 & 5 \end{vmatrix}$. **27.** $\begin{vmatrix} 2 & 0 & 3 \\ 7 & 1 & 6 \\ 6 & 0 & 5 \end{vmatrix}$.

28. $\begin{vmatrix} 1 & 5 & 25 \\ 1 & 7 & 49 \\ 1 & 8 & 64 \end{vmatrix}$. **29.** $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 4 & 5 & 9 \\ 16 & 25 & 81 \end{vmatrix}$. **30.** $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix}$.

31. $\begin{vmatrix} a & b & c \\ b & c & a \\ c & a & b \end{vmatrix}$. **32.** $\begin{vmatrix} a & b & c \\ c & a & b \\ b & c & a \end{vmatrix}$. **33.** $\begin{vmatrix} 0 & a & 0 \\ b & c & d \\ 0 & e & 0 \end{vmatrix}$. **34.** $\begin{vmatrix} a & x & x \\ x & b & x \\ x & x & c \end{vmatrix}$.

35. $\begin{vmatrix} a+x & x & x \\ x & b+x & x \\ x & x & c+x \end{vmatrix}$. **36.** $\begin{vmatrix} a^2+1 & \alpha\beta & \alpha\gamma \\ \alpha\beta & \beta^2+1 & \beta\gamma \\ \alpha\gamma & \beta\gamma & \gamma^2+1 \end{vmatrix}$.

37. $\begin{vmatrix} \cos\alpha & \sin\alpha\cos\beta & \sin\alpha\sin\beta \\ -\sin\alpha & \cos\alpha\cos\beta & \cos\alpha\sin\beta \\ 0 & -\sin\beta & \cos\beta \end{vmatrix}$. **38.** $\begin{vmatrix} \sin\alpha & \cos\alpha & 1 \\ \sin\beta & \cos\beta & 1 \\ \sin\gamma & \cos\gamma & 1 \end{vmatrix}$.

Пользуясь определителями, решить систему уравнений:

39. $\begin{cases} 2x+5y=1, \\ 3x+7y=2. \end{cases}$ **40.** $\begin{cases} 2x-3y=4, \\ 4x-5y=10. \end{cases}$ **41.** $\begin{cases} 5x-7y=1, \\ x-2y=0. \end{cases}$

42. $\begin{cases} 4x+7y+13=0, \\ 5x+8y+14=0. \end{cases}$ **43.** $\begin{cases} x\cos\alpha - y\sin\alpha = \cos\beta, \\ x\sin\alpha + y\cos\alpha = \sin\beta. \end{cases}$

44. $\begin{cases} x\operatorname{tg}\alpha + y = \sin(\alpha+\beta), \\ x - y\operatorname{tg}\alpha = \cos(\alpha+\beta), \quad \text{где } \alpha \neq \frac{\pi}{2}+k\pi \text{ (k - целое число).} \end{cases}$

45. $\begin{cases} 2x+3y+5z=10, \\ 3x+7y+4z=3, \\ x+2y+2z=3. \end{cases}$ **46.** $\begin{cases} 5x-6y+4z=3, \\ 3x-3y+2z=2, \\ 4x-5y+2z=3. \end{cases}$

47. $\begin{cases} 4x-3y+2z+4=0, \\ 5x-2y+3z+1=0, \\ 5x-3y+2z+3=0. \end{cases}$ **48.** $\begin{cases} 5x+2y+3z+2=0, \\ 2x-2y+5z=0, \\ 3x+4y+2z+10=0. \end{cases}$

49. $\begin{cases} \frac{x}{a}-\frac{y}{b}+2=0, \\ -\frac{2y}{b}+\frac{3z}{c}-1=0, \\ \frac{x}{a}+\frac{z}{c}=0. \end{cases}$ **50.** $\begin{cases} 2ax-3by+cz=0, \\ 3ax-6by+5cz=2abc, \\ 5ax-4by+2cz=3abc, \\ \text{где } abc\neq 0. \end{cases}$

51. $\begin{cases} 4bcx+acy-2abz=0, \\ 5bcx+3acy-4abz+abc=0, \\ 3bcx+2acy-abz-4abc=0, \quad \text{где } abc\neq 0. \end{cases}$

Исследовать, будет ли система уравнений определена, неопределена или противоречива:

52. $\begin{cases} 4x + 6y = 2, \\ 6x + 9y = 3. \end{cases}$ **53.** $\begin{cases} 3x - 2y = 3, \\ 6x - 4y = 3. \end{cases}$ **54.** $\begin{cases} ax + by = ad, \\ bx + cy = bd. \end{cases}$

55. $\begin{cases} ax + 4y = 2, \\ 9x + ay = 3. \end{cases}$ **56.** $\begin{cases} ax - 9y = 6, \\ 10x - by = 10. \end{cases}$

57. $\begin{cases} 2x - 3y + z = 2, \\ 3x - 5y + 5z = 3, \\ 5x - 8y + 6z = 5. \end{cases}$ **58.** $\begin{cases} 4x + 3y + 2z = 1, \\ x + 3y + 5z = 1, \\ 3x + 6y + 9z = 2. \end{cases}$

59. $\begin{cases} 5x - 6y + z = 4, \\ 3x - 5y - 2z = 3, \\ 2x - y + 3z = 5. \end{cases}$ **60.** $\begin{cases} 2x - y + 3z = 4, \\ 3x - 2y + 2z = 3, \\ 5x - 4y = 2. \end{cases}$

61. $\begin{cases} 2ax - 23y + 29z = 4, \\ 7x - ay + 4z = 7, \\ 5x + 2y + az = 5. \end{cases}$ **62.** $\begin{cases} ax - 3y + 5z = 4, \\ x - ay + 3z = 2, \\ 9x - 7y + 8az = 0. \end{cases}$

63. $\begin{cases} ax + 4y + z = 0, \\ 2y + 3z - 1 = 0, \\ 3x - bz + 2 = 0. \end{cases}$ **64.** $\begin{cases} ax + 2z = 2, \\ 5x + 2y = 1, \\ x - 2y + bz = 3. \end{cases}$

Следующие системы решить методом Гаусса:

65. $$\begin{cases} 3x_1 - 2x_2 - 5x_3 + x_4 = 3, \\ 2x_1 - 3x_2 + x_3 + 5x_4 = -3, \\ x_1 + 2x_2 - 4x_4 = -3, \\ x_1 - x_2 - 4x_3 + 9x_4 = 22. \end{cases}$$

66. $$\begin{cases} 4x_1 - 3x_2 + x_3 + 5x_4 - 7 = 0, \\ x_1 - 2x_2 - 2x_3 - 3x_4 - 3 = 0, \\ 3x_1 - x_2 + 2x_3 + 1 = 0, \\ 2x_1 + 3x_2 + 2x_3 - 8x_4 + 7 = 0. \end{cases}$$

67. $$\begin{cases} 2x_1 - 2x_2 + x_4 + 3 = 0, \\ 2x_1 + 3x_2 + x_3 - 3x_4 + 6 = 0, \\ 3x_1 + 4x_2 - x_3 + 2x_4 = 0, \\ x_1 + 3x_2 + x_3 - x_4 - 2 = 0. \end{cases}$$

68. $$\begin{cases} x_1 + x_2 - 6x_3 - 4x_4 = 6, \\ 3x_1 - x_2 - 6x_3 - 4x_4 = 2, \\ 2x_1 + 3x_2 + 9x_3 + 2x_4 = 6, \\ 3x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 8x_4 = -7. \end{cases}$$

69. $$\begin{cases} 2x_1 - 3x_2 + 3x_3 + 2x_4 - 3 = 0, \\ 6x_1 + 9x_2 - 2x_3 - x_4 + 4 = 0, \\ 10x_1 + 3x_2 - 3x_3 - 2x_4 - 3 = 0, \\ 8x_1 + 6x_2 + x_3 + 3x_4 + 7 = 0. \end{cases}$$

70. $\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 5x_3 + 9x_4 = 79, \\ 3x_1 + 13x_2 + 18x_3 + 30x_4 = 263, \\ 2x_1 + 4x_2 + 11x_3 + 16x_4 = 146, \\ x_1 + 9x_2 + 9x_3 + 9x_4 = 92. \end{cases}$

71. $\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = 15, \\ x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 4x_4 + 5x_5 = 35, \\ x_1 + 3x_2 + 6x_3 + 10x_4 + 15x_5 = 70, \\ x_1 + 4x_2 + 10x_3 + 20x_4 + 35x_5 = 126, \\ x_1 + 5x_2 + 15x_3 + 35x_4 + 70x_5 = 210. \end{cases}$

72. $\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 4x_4 + 5x_5 = 2, \\ 2x_1 + 3x_2 + 7x_3 + 10x_4 + 13x_5 = 12, \\ 3x_1 + 5x_2 + 11x_3 + 16x_4 + 21x_5 = 17, \\ 2x_1 - 7x_2 + 7x_3 + 7x_4 + 2x_5 = 57, \\ x_1 + 4x_2 + 5x_3 + 3x_4 + 10x_5 = 7. \end{cases}$

73. $\begin{cases} 2x_1 + 7x_2 + 3x_3 + x_4 = 5, \\ x_1 + 3x_2 + 5x_3 - 2x_4 = 3, \\ x_1 + 5x_2 - 9x_3 + 8x_4 = 1, \\ 5x_1 + 18x_2 + 4x_3 + 5x_4 = 12. \end{cases}$

74. $\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 - x_3 + x_4 = 1, \\ 8x_1 + 12x_2 - 9x_3 + 8x_4 = 3, \\ 4x_1 + 6x_2 + 3x_3 - 2x_4 = 3, \\ 2x_1 + 3x_2 + 9x_3 - 7x_4 = 3. \end{cases}$

75. $\begin{cases} 4x_1 - 3x_2 + 2x_3 - x_4 = 8, \\ 3x_1 - 2x_2 + x_3 - 3x_4 = 7, \\ 2x_1 - x_2 - 5x_4 = 6, \\ 5x_1 - 3x_2 + x_3 - 8x_4 = 1. \end{cases}$

76. $\begin{cases} 2x_1 - x_2 + x_3 - x_4 = 3, \\ 4x_1 - 2x_2 - 2x_3 + 3x_4 = 2, \\ 2x_1 - x_2 + 5x_3 - 6x_4 = 1, \\ 2x_1 - x_2 - 3x_3 + 4x_4 = 5. \end{cases}$

2. Перестановки и подстановки. Понятие определителя n-го порядка. Разложение определителя по строке (столбцу)

Определить число инверсий в перестановках:

77. 2, 3, 5, 4, 1. **78.** 6, 3, 1, 2, 5, 4. **79.** 1, 9, 6, 3, 2, 5, 4, 7, 8.

80. 7, 5, 6, 4, 1, 3, 2. **81.** 1, 3, 5, 7, ..., 2n-1, 2, 4, 6, 8, ..., 2n.

82. 2, 4, 6, ..., 2n, 1, 3, 5, ..., 2n-1.

83. 1, 4, 7, ..., 3n-2, 2, 5, 8, ..., 3n-1, 3, 6, 9, ..., 3n.

84. 3, 6, 9, ..., 3n, 2, 5, 8, ..., 3n-1, 1, 4, 7, ..., 3n-2.

85. 2, 5, 8, ..., 3n-1, 3, 6, 9, ..., 3n, 1, 4, 7, ..., 3n-2.

86. 2, 5, 8, ..., 3n-1, 1, 4, 7, ..., 3n-2, 3, 6, 9, ..., 3n.

87. 3n, 1, 4, 7, ..., 3n-2, 2, 5, 8, ..., 3n-1, 3, 6, 9, ..., 3n-3.

Перемножить подстановки:

88. $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 4 & 1 & 3 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 3 & 2 & 4 & 1 \end{pmatrix}$.

89. $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 2 & 4 & 5 & 1 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 5 & 3 & 4 & 1 & 2 \end{pmatrix}$.

90. $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 3 & 5 & 1 & 2 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 3 & 4 & 1 & 5 & 2 \end{pmatrix}$. **91.** $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 3 & 4 & 1 \end{pmatrix}^2$.

92. $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 3 & 4 & 5 & 1 & 2 \end{pmatrix}^3$. **93.**$(1\ 5)(2\ 3\ 4)$. **94.**$(1\ 3)(2\ 5)(4)$.

95.$(7\ 5\ 3\ 1)(2\ 4\ 6)(8)(9)$. **96.**$(1\ 2)(3\ 4)\ldots(2n-1\ 2n)$.

97.$(3\ 2\ 1)(6\ 5\ 4)\ldots(3n\ 3n-1\ 3n-2)$.

98. $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 & 10 \\ 3 & 5 & 4 & 1 & 7 & 10 & 2 & 6 & 9 & 8 \end{pmatrix}^{100}$.

99. $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 & 10 \\ 3 & 5 & 4 & 6 & 9 & 7 & 1 & 10 & 8 & 2 \end{pmatrix}^{150}$.

100. $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 2 & 4 & 5 & 3 & 1 & 7 & 6 \end{pmatrix}^{98}$. **101.** $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 2 & 4 & 1 & 3 & 7 & 8 & 6 & 5 \end{pmatrix}^{102}$.

Следующие подстановки разложить в произведение независимых циклов и по декременту определить их четность:

102. $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 4 & 1 & 5 & 2 & 3 \end{pmatrix}$.

103. $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 6 & 5 & 1 & 4 & 2 & 3 \end{pmatrix}$.

104. $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 8 & 1 & 3 & 6 & 5 & 7 & 4 & 2 \end{pmatrix}$. **105.** $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 5 & 8 & 9 & 2 & 1 & 4 & 3 & 2 & 7 \end{pmatrix}$.

106. $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 & 1 \end{pmatrix}$. **107.** $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 4 & 5 & 6 & 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$.

108. $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & \dots & 2n-1 & 2n \\ 2 & 1 & 4 & 3 & \dots & 2n & 2n-1 \end{pmatrix}$.

109. $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & \dots & 3n-2 & 3n-1 & 3n \\ 3 & 2 & 1 & 6 & 5 & 4 & \dots & 3n & 3n-1 & 3n-2 \end{pmatrix}$.

110. $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & \dots & 2n-3 & 2n-2 & 2n-1 & 2n \\ 3 & 4 & 5 & 6 & \dots & 2n-1 & 2n & 1 & 2 \end{pmatrix}$.

111. $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & \dots & 3n-2 & 3n-1 & 3n \\ 2 & 3 & 1 & 5 & 6 & 4 & \dots & 3n-1 & 3n & 3n-2 \end{pmatrix}$.

112. $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & \dots & 3n-2 & 3n-1 & 3n \\ 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 & \dots & 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$.

Выяснить, какие из приведенных ниже произведений входят в определители соответствующих порядков и с какими знаками:

113. $a_{43}\ a_{21}\ a_{35}\ a_{12}\ a_{54}$. **114.** $a_{61}\ a_{23}\ a_{45}\ a_{36}\ a_{12}\ a_{54}$.

115.$a_{27}\ a_{36}\ a_{51}\ a_{74}\ a_{25}\ a_{43}\ a_{62}$. **116.** $a_{33}\ a_{16}\ a_{72}\ a_{27}\ a_{55}\ a_{61}\ a_{44}$.

117.$a_{12}\ a_{23}\ a_{34}\dots a_{n-1,n}\ a_{kk},\ 1\le k\le n$. **118.** $a_{12}\ a_{23}\dots a_{n-1,n}\ a_{n,n+1}$.

119. $a_{12}\ a_{21}\ a_{34}\ a_{43}\dots a_{2n-1,2n}\ a_{2n,2n-1}$. **120.** $a_{11}\ a_{2,n}\ a_{3,n-1}\dots a_{n,2}$.

121.$a_{13}\ a_{22}\ a_{31}\ a_{46}\ a_{55}\ a_{64}\dots a_{3n-2,3n}\ a_{3n-1,3n-1}\ a_{3n,3n-2}$.

Подобрать i и k так, чтобы указанное произведение входило в соответствующий определитель с указанным знаком:

122. $a_{62}\ a_{i5}\ a_{33}\ a_{k4}\ a_{46}\ a_{21}$ (-). **123.** $a_{47}\ a_{63}\ a_{1i}\ a_{55}\ a_{7k}\ a_{24}\ a_{31}$ $(+)$.

124. $a_{1i}\ a_{32}\ a_{4k}\ a_{25}\ a_{53}$ $(+)$.

125. Найти все члены определителя 4-го порядка, содержащие элемент a_{32} и входящие в определитель со знаком плюс.

126. Найти члены определителя

$\begin{vmatrix} 5x & 1 & 2 & 3 \\ x & x & 1 & 2 \\ x & 1 & 2 & 2x \end{vmatrix}$, содержащие x^4 и x^3.

Пользуясь только определением, вычислить определители:

127. $\begin{vmatrix} a_{11} & 0 & 0 & \dots & 0 \\ a_{21} & a_{22} & 0 & \dots & 0 \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{n1} & a_{n2} & a_{n3} & \dots & a_{nn} \end{vmatrix}.$ **128.** $\begin{vmatrix} 0 & \dots & 0 & 0 & a_{1n} \\ 0 & \dots & 0 & a_{2,n-1} & a_{2n} \\ 0 & \dots & a_{3,n-2} & a_{3,n-1} & a_{3n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{n1} & \dots & a_{n,n-2} & a_{n,n-1} & a_{nn} \end{vmatrix}.$

129. $\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} & a_{15} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} & a_{25} \\ a_{31} & a_{32} & 0 & 0 & 0 \\ a_{41} & a_{41} & 0 & 0 & 0 \\ a_{51} & a_{52} & 0 & 0 & 0 \end{vmatrix}.$ **130.** $\begin{vmatrix} 2 & 1 & 4 & 3 \\ 0 & 5 & 2 & 0 \\ 1 & 3 & 2 & 6 \\ 0 & 1 & 3 & 0 \end{vmatrix}.$ **131.** $\begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & 4 \\ 2 & 5 & 5 & 3 \\ 3 & 2 & 4 & 6 \\ 2 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}.$

Вычислить определители, разложив их по элементам строки(столбца), содержащей буквы:

132. $\begin{vmatrix} 2 & -3 & 4 & 1 \\ 4 & -2 & 3 & 2 \\ a & b & c & d \\ 3 & -1 & 4 & 3 \end{vmatrix}.$ **133.** $\begin{vmatrix} 5 & a & 2 & -1 \\ 4 & b & 4 & -3 \\ 2 & c & 3 & -2 \\ 4 & d & 5 & -4 \end{vmatrix}.$

134. $\begin{vmatrix} 1 & 0 & -1 & -1 \\ 0 & -1 & -1 & 1 \\ a & b & c & d \\ -1 & -1 & 1 & 0 \end{vmatrix}.$ **135.** $\begin{vmatrix} 2 & 1 & 1 & x \\ 1 & 2 & 1 & y \\ 1 & 1 & 2 & z \\ 1 & 1 & 1 & t \end{vmatrix}.$

3. Свойства определителей и их вычисление

Не развертывая определителей, доказать следующие тождества:

136. $\begin{vmatrix} \sin^2\alpha & 1 & \cos^2\alpha \\ \sin^2\beta & 1 & \cos^2\beta \\ \sin^2\gamma & 1 & \cos^2\gamma \end{vmatrix} = 0.$ **137.** $\begin{vmatrix} \sin^2\alpha & \cos 2\alpha & \cos^2\alpha \\ \sin^2\beta & \cos 2\beta & \cos^2\beta \\ \sin^2\gamma & \cos 2\gamma & \cos^2\gamma \end{vmatrix} = 0.$

138. $\begin{vmatrix} x & x' & ax+bx' \\ y & y' & ay+by' \\ z & z' & az+bz' \end{vmatrix} = 0.$ **139.** $\begin{vmatrix} (a_1+b_1)^2 & a_1^2+b_1^2 & a_1b_1 \\ (a_2+b_2)^2 & a_2^2+b_2^2 & a_2b_2 \\ (a_3+b_3)^2 & a_3^2+b_3^2 & a_3b_3 \end{vmatrix} = 0.$

140. $\begin{vmatrix} a+b & c & 1 \\ b+c & a & 1 \\ c+a & b & 1 \end{vmatrix} = 0.$ **141.** $\begin{vmatrix} (a^x+a^{-x})^2 & (a^x-a^{-x})^2 & 1 \\ (b^y+b^{-y})^2 & (b^y-b^{-y})^2 & 1 \\ (c^z+c^{-z})^2 & (c^z-c^{-z})^2 & 1 \end{vmatrix} = 0.$

142. $\begin{vmatrix} \sin\alpha & \cos\alpha & \sin(\alpha+\delta) \\ \sin\beta & \cos\beta & \sin(\beta+\delta) \\ \sin\gamma & \cos\gamma & \sin(\gamma+\delta) \end{vmatrix} = 0.$ **143.** $\begin{vmatrix} x_1 & y_1 & 1 \\ x_2 & y_2 & 1 \\ \frac{x_1+\lambda x_2}{1+\lambda} & \frac{y_1+\lambda y_2}{1+\lambda} & 1 \end{vmatrix} = 0.$

144. $\begin{vmatrix} a_1 & b_1 & a_1x+b_1y+c_1 \\ a_2 & b_2 & a_2x+b_2y+c_2 \\ a_3 & b_3 & a_3x+b_3y+c_3 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix}.$

145. $\begin{vmatrix} a_1+b_1x & a_1-b_1x & c_1 \\ a_2+b_2x & a_2-b_2x & c_2 \\ a_3+b_3x & a_3-b_3x & c_3 \end{vmatrix} = -2x\begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix}.$

146. $\begin{vmatrix} a_1+b_1x & a_1x+b_1 & c_1 \\ a_2+b_2x & a_2x+b_2 & c_2 \\ a_3+b_3x & a_3x+b_3 & c_3 \end{vmatrix} = (1-x^2)\begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix}.$

147. $\begin{vmatrix} 1 & a & bc \\ 1 & b & ac \\ 1 & c & ad \end{vmatrix} = (b-a)(c-a)(c-b).$

148. $\begin{vmatrix} 1 & a & a^2 \\ 1 & b & b^2 \\ 1 & c & c^2 \end{vmatrix} = (b-a)(c-a)(c-b).$

149. $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ a & b & c \\ a^3 & b^3 & c^3 \end{vmatrix} = (a+b+c)(b-a)(c-a))(c-b).$

150. $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ a^2 & b^2 & c^2 \\ a^3 & b^3 & c^3 \end{vmatrix} = (ab+ac+bc)(b-a)(c-a)(c-b).$

151. $\begin{vmatrix} 1 & a & a^4 \\ 1 & b & b^4 \\ 1 & c & c^4 \end{vmatrix} = (a^2+b^2+c^2+ab+ac+bc)(b-a)(c-a)(c-b).$

Вычислить определители:

152. $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & -1 \end{vmatrix}.$ **153.** $\begin{vmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \end{vmatrix}.$

154. $\begin{vmatrix} 2 & -5 & 1 & 2 \\ -3 & 7 & -1 & 4 \\ 5 & -9 & 2 & 7 \\ 4 & -6 & 1 & 2 \end{vmatrix}$. **155.** $\begin{vmatrix} -3 & 9 & 3 & 6 \\ -5 & 8 & 2 & 7 \\ 4 & -5 & -3 & -2 \\ 7 & -8 & -4 & -5 \end{vmatrix}$.

156. $\begin{vmatrix} 3 & -3 & -5 & 8 \\ -3 & 2 & 4 & -6 \\ 2 & -5 & -7 & 5 \\ -4 & 3 & 5 & -6 \end{vmatrix}$. **157.** $\begin{vmatrix} 2 & -5 & 4 & 3 \\ 3 & -4 & 7 & 5 \\ 4 & - & 8 & 5 \\ -3 & 2 & -5 & 3 \end{vmatrix}$.

158. $\begin{vmatrix} 3 & -3 & -2 & 5 \\ 2 & 5 & 4 & 6 \\ 5 & 5 & 8 & 7 \\ 4 & 4 & 5 & 6 \end{vmatrix}$. **159.** $\begin{vmatrix} 3 & -5 & -2 & 2 \\ -4 & 7 & 4 & 4 \\ 4 & -9 & -3 & 7 \\ 2 & -6 & -3 & 2 \end{vmatrix}$.

160. $\begin{vmatrix} 3 & -5 & 2 & -4 \\ -3 & 4 & -5 & 3 \\ -5 & 7 & -7 & 5 \\ 8 & -8 & 5 & -6 \end{vmatrix}$. **161.** $\begin{vmatrix} 3 & 2 & 2 & 2 \\ 9 & -8 & 5 & 10 \\ 5 & -8 & 5 & 8 \\ 6 & -5 & 4 & 7 \end{vmatrix}$. **162.** $\begin{vmatrix} 6 & 7 & 3 & 7 \\ 3 & 5 & 7 & 2 \\ 5 & 4 & 3 & 5 \\ 5 & 6 & 5 & 4 \end{vmatrix}$.

163. $\begin{vmatrix} 6 & -5 & 8 & 4 \\ 9 & 7 & 5 & 2 \\ 7 & 5 & 3 & 7 \\ -4 & 8 & -8 & -3 \end{vmatrix}$. **164.** $\begin{vmatrix} 7 & 3 & 2 & 6 \\ 8 & -9 & 4 & 9 \\ 7 & -2 & 7 & 3 \\ 5 & -3 & 3 & 4 \end{vmatrix}$.

165. $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 2 & 3 & 7 & 10 & 13 \\ 3 & 5 & 11 & 16 & 21 \\ 2 & -7 & 7 & 7 & 2 \\ 1 & 4 & 5 & 3 & 10 \end{vmatrix}$. **166.** $\begin{vmatrix} 3 & 6 & 5 & 6 & 4 \\ 5 & 9 & 7 & 8 & 6 \\ 6 & 12 & 13 & 9 & 7 \\ 4 & 6 & 6 & 5 & 4 \\ 2 & 5 & 4 & 5 & 3 \end{vmatrix}$.

167. $$\begin{vmatrix} 35 & 59 & 71 & 52 \\ 42 & 70 & 77 & 54 \\ 43 & 68 & 72 & 52 \\ 29 & 49 & 65 & 50 \end{vmatrix}.$$

168. $$\begin{vmatrix} 27 & 44 & 40 & 55 \\ 20 & 64 & 21 & 40 \\ 13 & -20 & -13 & 24 \\ 46 & 45 & -55 & 84 \end{vmatrix}.$$

169. $$\begin{vmatrix} 24 & 11 & 13 & 17 & 19 \\ 51 & 13 & 32 & 40 & 46 \\ 61 & 11 & 14 & 50 & 56 \\ 62 & 20 & 7 & 13 & 52 \\ 80 & 24 & 45 & 57 & 70 \end{vmatrix}.$$

170. $$\begin{vmatrix} \frac{3}{2} & -\frac{9}{2} & -\frac{3}{2} & -3 \\ \frac{5}{3} & -\frac{8}{3} & -\frac{2}{3} & -\frac{7}{3} \\ \frac{4}{3} & -\frac{5}{3} & -1 & -\frac{2}{3} \\ 7 & -8 & -4 & -5 \end{vmatrix}.$$

171. $$\begin{vmatrix} \frac{1}{3} & -\frac{5}{2} & \frac{2}{5} & \frac{3}{2} \\ 3 & -12 & \frac{21}{5} & 15 \\ \frac{2}{3} & -\frac{9}{2} & \frac{4}{5} & \frac{5}{2} \\ -\frac{1}{7} & \frac{2}{7} & -\frac{1}{7} & \frac{3}{7} \end{vmatrix}.$$

172. $$\begin{vmatrix} \frac{3}{4} & 2 & -\frac{1}{2} & -5 \\ 1 & -2 & \frac{3}{2} & 8 \\ \frac{5}{6} & -\frac{4}{3} & \frac{4}{3} & \frac{14}{3} \\ \frac{2}{5} & -\frac{4}{5} & \frac{1}{2} & \frac{12}{5} \end{vmatrix}.$$

173. $$\begin{vmatrix} \sqrt{2} & \sqrt{3} & \sqrt{5} & \sqrt{3} \\ \sqrt{6} & \sqrt{21} & \sqrt{10} & -2\sqrt{3} \\ \sqrt{10} & 2\sqrt{15} & 5 & \sqrt{6} \\ 2 & 2\sqrt{6} & \sqrt{10} & \sqrt{15} \end{vmatrix}.$$

174. $$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & \dots & n \\ -1 & 0 & 3 & \dots & n \\ -1 & -2 & 0 & \dots & n \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ -1 & -2 & -3 & \dots & 0 \end{vmatrix}.$$

175. $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & \dots & n-2 & n-1 & n \\ 2 & 3 & 4 & \dots & n-1 & n & n \\ 3 & 4 & 5 & \dots & n & n & n \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ n & n & n & \dots & n & n & n \end{vmatrix}$. **176.** $\begin{vmatrix} x_1 & a_{12} & a_{13} & \dots & a_{1n} \\ x_1 & x_2 & a_{23} & \dots & a_{2n} \\ x_1 & x_2 & x_3 & \dots & a_{3n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ x_1 & x_2 & x_3 & \dots & x_n \end{vmatrix}$.

177. $\begin{vmatrix} 1 & \dots & 1 & 1 & 1 \\ a_1 & \dots & a_1 & a_1 - b_1 & a_1 \\ a_2 & \dots & a_2 - b_2 & a_2 & a_2 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_n - b_n & \dots & a_n & a_n & a_n \end{vmatrix}$. **178.** $\begin{vmatrix} 3 & 2 & 2 & \dots & 2 \\ 2 & 3 & 2 & \dots & 2 \\ 2 & 2 & 3 & \dots & 2 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 2 & 2 & 2 & \dots & 3 \end{vmatrix}$.

179. $\begin{vmatrix} a_0 & a_1 & a_2 & \dots & a_n \\ -x & x & 0 & \dots & 0 \\ 0 & -x & x & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & x \end{vmatrix}$. **180.** $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & \dots & n \\ 1 & x+1 & 3 & \dots & n \\ 1 & 2 & x+1 & \dots & n \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & 2 & 3 & \dots & x+1 \end{vmatrix}$.

181. $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & \dots & 1 \\ 1 & 2-x & 1 & \dots & 1 \\ 1 & 1 & 3-x & \dots & 1 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & 1 & 1 & \dots & n+1-x \end{vmatrix}$.

182. $\begin{vmatrix} a_0 & a_1 & a_2 & \dots & a_n \\ a_0 & x & a_2 & \dots & a_n \\ a_0 & a_1 & x & \dots & a_n \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_0 & a_1 & a_2 & \dots & x \end{vmatrix}$.

183. $\begin{vmatrix} -x & a & b & c \\ a & -x & c & b \\ b & c & -x & a \\ c & b & a & -x \end{vmatrix}$. **184.** $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 2 & 3 \\ 1 & 2-x^2 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 & 5 \\ 2 & 3 & 1 & 9-x^2 \end{vmatrix}$.

185. $\begin{vmatrix} 1+x & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1-x & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1+z & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1-z \end{vmatrix}$. **186.** $\begin{vmatrix} 2 & 1 & 0 & \ldots & 0 \\ 1 & 2 & 1 & \ldots & 0 \\ 0 & 1 & 2 & \ldots & 0 \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ 0 & 0 & 0 & \ldots & 2 \end{vmatrix}$.

187. $\begin{vmatrix} 3 & 2 & 0 & \ldots & 0 \\ 1 & 3 & 2 & \ldots & 0 \\ 0 & 1 & 3 & \ldots & 0 \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ 0 & 0 & 0 & \ldots & 3 \end{vmatrix}$. **188.** $\begin{vmatrix} 7 & 5 & 0 & \ldots & 0 \\ 2 & 7 & 5 & \ldots & 0 \\ 0 & 2 & 7 & \ldots & 0 \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ 0 & 0 & 0 & \ldots & 7 \end{vmatrix}$.

189. $\begin{vmatrix} 5 & 6 & 0 & 0 & 0 & \ldots & 0 & 0 \\ 4 & 5 & 2 & 0 & 0 & \ldots & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 3 & 2 & 0 & \ldots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 3 & 2 & \ldots & 0 & 0 \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \ldots & 3 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \ldots & 1 & 3 \end{vmatrix}$.

190. $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 3 & 4 & 3 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 5 & 3 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 5 & 3 & \dots & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 5 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 2 & 5 \end{vmatrix}.$

191. $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 1 & 3 & 2 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 1 & 3 & 2 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 3 \end{vmatrix}.$

192. $\begin{vmatrix} 1 & b_1 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ -1 & 1-b_1 & b_2 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1-b_2 & b_3 & \dots & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & -1 & 1-b_n \end{vmatrix}.$

193. $\begin{vmatrix} 9 & 5 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 4 & 9 & 5 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 4 & 9 & 5 & \dots & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 4 & 9 \end{vmatrix}.$

194. $\begin{vmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & \dots & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 1 & 0 \end{vmatrix}.$

195. $$\begin{vmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 1 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 1 & \dots & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & -1 & 0 \end{vmatrix}.$$

196. $$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & \dots & 1 \\ 1 & 2 & 2^2 & \dots & 2^n \\ 1 & 3 & 3^2 & \dots & 3^n \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & n+1 & (n+1)^2 & \dots & (n+1)^n \end{vmatrix}.$$

197. $$\begin{vmatrix} 1 & 1 & \dots & 1 \\ x_1+1 & x_2+1 & \dots & x_n+1 \\ x_1^2+x_1 & x_2^2+x_2 & \dots & x_n^2+x_n \\ x_1^3+x_1^2 & x_2^3+x_2^2 & \dots & x_n^3+x_n^2 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ x_1^{n-1}+x_1^{n-2} & x_2^{n-1}+x_2^{n-2} & \dots & x_n^{n-1}+x_n^{n-2} \end{vmatrix}.$$

198. $$\begin{vmatrix} a^n & (a-1)^n & \dots & (a-n)^n \\ a^{n-1} & (a-1)^{n-1} & \dots & (a-n)^{n-1} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a & a-1 & \dots & a-n \\ 1 & 1 & \dots & 1 \end{vmatrix}.$$

199. $$\begin{vmatrix} (x+a_1)^n & (x+a_1)^{n-1} & \dots & x+a_1 & 1 \\ (x+a_2)^n & (x+a_2)^{n-1} & \dots & x+a_2 & 1 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ (x+a_{n+1})^n & (x+a_{n+1})^{n-1} & \dots & x+a_{n+1} & 1 \end{vmatrix}.$$

200. $$\begin{vmatrix} (2n-1)^n & (2n-2)^n & \dots & n^n & (2n)^n \\ (2n-1)^{n-1} & (2n-2)^{n-1} & \dots & n^{n-1} & (2n)^{n-1} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ (2n-1) & (2n-2) & \dots & n & (2n) \\ 1 & 1 & \dots & 1 & 1 \end{vmatrix}.$$

201. $\begin{vmatrix} \dfrac{x_1}{x_1-1} & \dfrac{x_2}{x_2-1} & \dots & \dfrac{x_n}{x_n-1} \\ x_1 & x_2 & \dots & x_n \\ x_1^2 & x_2^2 & \dots & x_n^2 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ x_1^{n-1} & x_2^{n-1} & \dots & x_n^{n-1} \end{vmatrix}.$

202. $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & \dots & n \\ 1 & 2^3 & 3^3 & \dots & n^3 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & 2^{2n-1} & 3^{2n-1} & \dots & n^{2n-1} \end{vmatrix}.$

4. Формула Лапласа. Правило Крамера

Пользуясь теоремой Лапласа, вычислить определители:

203. $\begin{vmatrix} 5 & 1 & 2 & 7 \\ 3 & 0 & 0 & 2 \\ 1 & 3 & 4 & 5 \\ 2 & 0 & 0 & 3 \end{vmatrix}.$ **204.** $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 3 & 4 \\ 2 & 0 & 0 & 8 \\ 3 & 0 & 0 & 2 \\ 4 & 4 & 7 & 5 \end{vmatrix}.$ **205.** $\begin{vmatrix} 0 & 5 & 2 & 0 \\ 8 & 3 & 5 & 4 \\ 7 & 2 & 4 & 1 \\ 0 & 4 & 1 & 0 \end{vmatrix}.$

206. $\begin{vmatrix} 5 & 2 & 1 & 3 & 2 \\ 4 & 0 & 7 & 0 & 0 \\ 2 & 3 & 7 & 5 & 3 \\ 2 & 3 & 6 & 4 & 5 \\ 3 & 0 & 4 & 0 & 0 \end{vmatrix}$. **207.** $\begin{vmatrix} 2 & 1 & 4 & 3 & 5 \\ 3 & 4 & 0 & 5 & 0 \\ 3 & 4 & 5 & 2 & 1 \\ 1 & 5 & 2 & 4 & 3 \\ 4 & 6 & 0 & 7 & 0 \end{vmatrix}$. **208.** $\begin{vmatrix} 7 & 2 & 1 & 3 & 4 \\ 1 & 0 & 2 & 0 & 3 \\ 3 & 0 & 4 & 0 & 7 \\ 6 & 3 & 2 & 4 & 5 \\ 5 & 1 & 2 & 2 & 3 \end{vmatrix}$.

209. $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 0 & 6 & 0 & 4 & 1 \\ 2 & 4 & 1 & 3 & 5 \\ 1 & 3 & 5 & 2 & 4 \\ 0 & 5 & 0 & 3 & 2 \end{vmatrix}$. **210.** $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 3 & 4 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 7 & 6 & 5 & 4 & 0 & 0 \\ 2 & 3 & 4 & 5 & 0 & 0 \\ 5 & 1 & 2 & 6 & 7 & 3 \\ 2 & 7 & 5 & 3 & 4 & 1 \end{vmatrix}$.

211. $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 3 \\ 6 & 5 & 7 & 8 & 4 & 2 \\ 9 & 8 & 6 & 7 & 0 & 0 \\ 3 & 2 & 4 & 5 & 0 & 0 \\ 3 & 4 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 5 & 6 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{vmatrix}$. **212.** $\begin{vmatrix} 7 & 6 & 5 & 4 & 3 & 2 \\ 9 & 7 & 8 & 9 & 4 & 3 \\ 7 & 4 & 9 & 7 & 0 & 0 \\ 5 & 3 & 6 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 5 & 6 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 6 & 8 & 0 & 0 \end{vmatrix}$.

213. $\begin{vmatrix} 2 & 3 & 0 & 0 & 1 & -1 \\ 9 & 4 & 0 & 0 & 3 & 7 \\ 4 & 5 & 1 & -1 & 2 & 4 \\ 3 & 8 & 3 & 7 & 6 & 9 \\ 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 3 & 7 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{vmatrix}$. **214.** $\begin{vmatrix} 1 & 0 & 2 & 0 & 3 & 0 \\ 5 & 1 & 4 & 2 & 7 & 3 \\ 1 & 0 & 4 & 0 & 9 & 0 \\ 8 & 1 & 5 & 3 & 7 & 6 \\ 1 & 0 & 8 & 0 & 27 & 0 \\ 9 & 1 & 5 & 4 & 3 & 10 \end{vmatrix}$.

Пользуясь теоремой Лапласа, вычислить следующие определители, предварительно преобразовав их:

215. $\begin{vmatrix} 2 & -1 & 3 & 4 & -5 \\ 4 & -2 & 7 & 8 & -7 \\ -6 & 4 & -9 & -2 & 3 \\ 3 & -2 & 4 & 1 & -2 \\ -2 & 6 & 5 & 4 & -3 \end{vmatrix}$. **216.** $\begin{vmatrix} 5 & -5 & -3 & 4 & 2 \\ -4 & 4 & 3 & 6 & 3 \\ 3 & -1 & 5 & -9 & -5 \\ -7 & 7 & 6 & 8 & 4 \\ 5 & -3 & 2 & -1 & -2 \end{vmatrix}$.

217. $\begin{vmatrix} 2 & 1 & 2 & 3 & 2 \\ 3 & -2 & 7 & 5 & -1 \\ 3 & -1 & -5 & -3 & -2 \\ 5 & -6 & 4 & 2 & -4 \\ 2 & -3 & 3 & 1 & -2 \end{vmatrix}$. **218.** $\begin{vmatrix} 2 & -3 & 5 & -2 & 1 \\ 3 & 2 & 5 & -4 & -3 \\ -2 & 3 & -4 & 2 & -3 \\ 6 & 4 & 7 & -8 & -1 \\ 2 & 1 & 7 & 1 & 5 \end{vmatrix}$.

219. $\begin{vmatrix} 5 & 9 & -2 & -4 & 5 \\ 2 & -3 & 4 & -3 & 3 \\ -5 & -7 & 2 & 4 & -2 \\ 4 & -5 & 8 & -6 & 8 \\ 6 & -5 & 3 & -3 & 7 \end{vmatrix}$. **220.** $\begin{vmatrix} 3 & 4 & -3 & -1 & 2 \\ -5 & 6 & 5 & 2 & 3 \\ 4 & -9 & -3 & 7 & -5 \\ -1 & -4 & 1 & 1 & -2 \\ -3 & 7 & 5 & 2 & 3 \end{vmatrix}$.

Следующие системы уравнений решить по правилу Крамера:

221. $\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 - x_3 + x_4 = 4, \\ 4x_1 + 3x_2 - x_3 + 2x_4 = 6, \\ 8x_1 + 5x_2 - 3x_3 + 4x_4 = 12, \\ 3x_1 + 3x_2 - 2x_3 + 2x_4 = 6. \end{cases}$

222. $$\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 + 11x_3 + 5x_4 = 2, \\ x_1 + x_2 + 5x_3 + 2x_4 = 1, \\ 2x_1 + x_2 + 3x_3 + 2x_4 = -3, \\ x_1 + x_2 + 3x_3 + 4x_4 = 3. \end{cases}$$

223. $$\begin{cases} 2x_1 + 5x_2 + 4x_3 + x_4 = 20, \\ x_1 + 3x_2 + 2x_3 + x_4 = 11, \\ 2x_1 + 10x_2 + 9x_3 + 7x_4 = 40, \\ 3x_1 + 8x_2 + 9x_3 + 2x_4 = 37. \end{cases}$$

224. $$\begin{cases} 3x_1 + 4x_2 + x_3 + 2x_4 + 3 = 0, \\ 3x_1 + 5x_2 + 3x_3 + 5x_4 + 6 = 0, \\ 6x_1 + 8x_2 + x_3 + 5x_4 + 8 = 0, \\ 3x_1 + 5x_2 + 3x_3 + 7x_4 + 8 = 0. \end{cases}$$

225. $$\begin{cases} 7x_1 + 9x_2 + 4x_3 + 2x_4 - 2 = 0, \\ 2x_1 - 2x_2 + x_3 + x_4 - 6 = 0, \\ 5x_1 + 6x_2 + 3x_3 + 2x_4 - 3 = 0, \\ 2x_1 + 3x_2 + x_3 + x_4 = 0. \end{cases}$$

226. $$\begin{cases} 6x + 5y - 2z + 4t + 4 = 0, \\ 9x - y + 4z - t - 13 = 0, \\ 3x + 4y + 2z - 2t - 1 = 0, \\ 3x - 9y + 2t - 11 = 0. \end{cases}$$

5. Вычисление ранга матрицы

Найти ранг следующих матриц методом окаймления миноров:

227. $\begin{pmatrix} 2 & -1 & 3 & -2 & 4, \\ 4 & -2 & 5 & 1 & 7, \\ 2 & -1 & 1 & 8 & 2. \end{pmatrix}$. **228.** $\begin{pmatrix} 1 & 3 & 5 & -1, \\ 2 & -1 & -3 & 4, \\ 5 & 1 & -1 & 7, \\ 7 & 7 & 9 & 1. \end{pmatrix}$.

229. $\begin{pmatrix} 3 & -1 & 3 & 2 & 5, \\ 5 & -3 & 2 & 3 & 4, \\ 1 & -3 & -5 & 0 & 7, \\ 7 & -5 & 1 & 4 & 1. \end{pmatrix}$. **230.** $\begin{pmatrix} 4 & 3 & -5 & 2 & 3, \\ 8 & 6 & -7 & 4 & 2, \\ 4 & 3 & -8 & 2 & 7, \\ 4 & 3 & 1 & 2 & -5, \\ 8 & 6 & -1 & 4 & -6. \end{pmatrix}$.

Найти ранг следующих матриц при различных значениях λ :

231. $\begin{pmatrix} 3 & 1 & 1 & 4, \\ \lambda & 4 & 10 & 1, \\ 1 & 7 & 17 & 3, \\ 2 & 2 & 4 & 3. \end{pmatrix}$. **232.** $\begin{pmatrix} 1 & \lambda & -1 & 2, \\ 2 & -1 & \lambda & 5, \\ 1 & 10 & -5 & 1. \end{pmatrix}$.

Вычислить ранг следующих матриц при помощи элементарных преобразований:

233. $\begin{pmatrix} 25 & 31 & 17 & 43, \\ 75 & 94 & 53 & 132, \\ 75 & 94 & 54 & 134, \\ 25 & 32 & 20 & 48, \end{pmatrix}$. **234.** $\begin{pmatrix} 47 & -67 & 35 & 201 & 155 \\ 26 & 98 & 23 & -294 & 86 \\ 16 & -428 & 1 & 1284 & 52 \end{pmatrix}$.

235. $\begin{pmatrix} 24 & 19 & 36 & 72 & -38, \\ 49 & 40 & 73 & 147 & -80, \\ 73 & 59 & 98 & 219 & -118, \\ 47 & 36 & 71 & 141 & -72. \end{pmatrix}.$

236. $\begin{pmatrix} 17 & -28 & 45 & 11 & 39, \\ 24 & -37 & 61 & 13 & 50, \\ 25 & -7 & 32 & -18 & -11, \\ 31 & 12 & 19 & -43 & -55, \\ 42 & 13 & 29 & -55 & -68. \end{pmatrix}.$

6. Построение базы системы векторов

Выяснить, являются ли следующие системы векторов линейно зависимыми или линейно независимыми:

237. $\begin{aligned} a_1 &= (1, 2, 3), \\ a_2 &= (3, 6, 7). \end{aligned}$ **238.** $\begin{aligned} a_1 &= (4, -2, 6), \\ a_2 &= (6, -3, 9). \end{aligned}$ **239.** $\begin{aligned} a_1 &= (2, -3, 1), \\ a_2 &= (3, -1, 5), \\ a_3 &= (1, -4, 3). \end{aligned}$

240. $\begin{aligned} a_1 &= (5, 4, 3), \\ a_2 &= (3, 3, 2), \\ a_3 &= (8, 1, 3). \end{aligned}$ **241.** $\begin{aligned} a_1 &= (4, -5, 2, 6), \\ a_2 &= (2, -2, 1, 3), \\ a_3 &= (6, -3, 3, 9), \\ a_4 &= (4, -1, 5, 6). \end{aligned}$ **242.** $\begin{aligned} a_1 &= (1, 0, 0, 2, 5), \\ a_2 &= (0, 1, 0, 3, 4), \\ a_3 &= (0, 0, 1, 4, 7), \\ a_4 &= (2, -3, 4, 11, 12). \end{aligned}$

Найти все значения λ, при которых вектор b линейно выражается через векторы $a_1, a_2, \ldots, a_s$:

243. $\begin{aligned} a_1 &= (2,3,5), \\ a_2 &= (3,7,8), \\ a_3 &= (1,-6,1), \\ b &= (7,-2,\lambda). \end{aligned}$ **244.** $\begin{aligned} a_1 &= (4,4,3), \\ a_2 &= (7,2,1), \\ a_3 &= (4,1,6), \\ b &= (5,9,\lambda). \end{aligned}$ **245.** $\begin{aligned} a_1 &= (3,4,2), \\ a_2 &= (6,8,7), \\ b &= (9,12,\lambda). \end{aligned}$

246. $\begin{aligned} a_1 &= (3,2,5), \\ a_2 &= (2,4,7), \\ a_3 &= (5,6,\lambda), \\ b &= (1,3,5). \end{aligned}$ **247.** $\begin{aligned} a_1 &= (3,2,6), \\ a_2 &= (7,3,9), \\ a_3 &= (5,1,3), \\ b &= (\lambda,2,5). \end{aligned}$

Найти все базы системы векторов:

248. $\begin{aligned} a_1 &= (4,-1,3,-2,) \\ a_2 &= (8,-2,6,-4), \\ a_3 &= (3,-1,4,-2), \\ a_4 &= (6,-2,8,-4). \end{aligned}$ **249.** $\begin{aligned} a_1 &= (1,2,0,0), \\ a_2 &= (1,2,3,4), \\ a_3 &= (3,6,0,0). \end{aligned}$ **250.** $\begin{aligned} a_1 &= (1,2,3,4), \\ a_2 &= (2,3,4,5), \\ a_3 &= (3,4,5,6), \\ a_4 &= (4,5,6,7). \end{aligned}$

251. $\begin{aligned} a_1 &= (2,1,-3,1), \\ a_2 &= (4,2,-6,2), \\ a_3 &= (6,3,-9,3), \\ a_4 &= (1,1,1,1). \end{aligned}$ **252.** $\begin{aligned} a_1 &= (1,2,3), \\ a_2 &= (2,3,4), \\ a_3 &= (3,2,3), \\ a_4 &= (4,3,4), \\ a_5 &= (1,1,1). \end{aligned}$

Найти какую-нибудь базу системы векторов и все векторы системы, не входящие в данную базу, выразить через векторы базы:

253. $$\begin{aligned} a_1 &= (5, 2, -3, 1), \\ a_2 &= (4, 1, -2, 3), \\ a_3 &= (1, 1, -1, -2), \\ a_4 &= (3, 4, -1, 2). \end{aligned}$$

254. $$\begin{aligned} a_1 &= (2, -1, 3, 5), \\ a_2 &= (4, -3, 1, 3), \\ a_3 &= (3, -2, 3, 4), \\ a_4 &= (4, -1, 15, 17), \\ a_5 &= (7, -6, -7, 0). \end{aligned}$$

255. $$\begin{aligned} a_1 &= (1, 2, 3, -4), \\ a_2 &= (2, 3, -4, 1), \\ a_3 &= (2, -5, 8, -3), \\ a_4 &= (5, 26, -9, -12), \\ a_5 &= (3, -4, 1, 2). \end{aligned}$$

7. Системы линейных уравнений (общий случай)

Найти общее решение и фундаментальную систему решений для систем уравнений:

256. $$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 4x_3 - 3x_4 = 0, \\ 3x_1 + 5x_2 + 6x_3 - 4x_4 = 0, \\ 4x_1 + 5x_2 - 2x_3 + 3x_4 = 0, \\ 3x_1 + 8x_2 + 24x_3 - 19x_4 = 0. \end{cases}$$

257. $$\begin{cases} 2x_1 - 4x_2 + 4x_3 + 3x_4 = 0, \\ 3x_1 - 6x_2 + 4x_3 + 2x_4 = 0, \\ 4x_1 - 8x_2 + 17x_3 + 11x_4 = 0. \end{cases}$$

258. $\begin{cases} 3x_1 + 2x_2 + x_3 + 3x_4 + 5x_5 = 0, \\ 6x_1 + 4x_2 + 3x_3 + 5x_4 + 7x_5 = 0, \\ 9x_1 + 6x_2 + 5x_3 + 7x_4 + 9x_5 = 0, \\ 3x_1 + 2x_2 + 4x_3 + 8x_5 = 0. \end{cases}$

259. $\begin{cases} 3x_1 + 5x_2 + 2x_3 = 0, \\ 4x_1 + 7x_2 + 5x_3 = 0, \\ x_1 + x_2 - 4x_3 = 0, \\ 2x_1 + 9x_2 + 6x_3 = 0. \end{cases}$

260. $\begin{cases} 6x_1 - 2x_2 + 2x_3 + 5x_4 + 7x_5 = 0, \\ 9x_1 - 3x_2 + 4x_3 + 8x_4 + 9x_5 = 0, \\ 6x_1 - 2x_2 + 6x_3 + 7x_4 + x_5 = 0, \\ 3x_1 - x_2 + 4x_3 + 4x_4 - x_5 = 0. \end{cases}$

261. $\begin{cases} x_1 - x_3 = 0, \\ x_2 - x_4 = 0, \\ -x_1 + x_3 - x_5 = 0, \\ -x_2 + x_4 - x_6 = 0, \\ -x_3 + x_5 = 0, \\ -x_4 + x_6 = 0. \end{cases}$

262. $\begin{cases} x_1 - x_3 + x_5 = 0, \\ x_2 - x_4 + x_6 = 0, \\ x_1 - x_2 + x_5 - x_6 = 0, \\ x_2 - x_3 + x_6 = 0, \\ x_1 - x_4 + x_5 = 0. \end{cases}$

263. $\begin{cases} 5x_1 + 6x_2 - 2x_3 + 7x_4 + 4x_5 = 0, \\ 2x_1 + 3x_2 - x_3 + 4x_4 + 2x_5 = 0, \\ 7x_1 + 9x_2 - 3x_3 + 5x_4 + 6x_5 = 0, \\ 5x_1 + 9x_2 - 3x_3 + x_4 + 6x_5 = 0. \end{cases}$

264. $\begin{cases} 3x_1 + 4x_2 + x_3 + 2x_4 + 3x_5 = 0, \\ 5x_1 + 7x_2 + x_3 + 3x_4 + 4x_5 = 0, \\ 4x_1 + 5x_2 + 2x_3 + x_4 + 5x_5 = 0, \\ 7x_1 + 10x_2 + x_3 + 6x_4 + 5x_5 = 0. \end{cases}$

Исследовать совместность системы системы уравнений. Найти общее решение и представить его в виде суммы $f_0 + a_1 f_1 + \ldots + a_k f_k$, где f_0– частное решение системы, а $f_1, \ldots, f_k$– фундаментальная система решений приведенной системы:

265. $\begin{cases} 2x_1 + 7x_2 + 3x_3 + x_4 = 6, \\ 3x_1 + 5x_2 + 2x_3 + 2x_4 = 4, \\ 9x_1 + 4x_2 + x_3 + 7x_4 = 2. \end{cases}$

266. $\begin{cases} 2x_1 - 3x_2 + 5x_3 + 7x_4 = 1, \\ 4x_1 - 6x_2 + 2x_3 + 3x_4 = 2, \\ 2x_1 - 3x_2 - 11x_3 - 15x_4 = 1. \end{cases}$

267. $\begin{cases} 3x_1 + 4x_2 + x_3 + 2x_4 = 3, \\ 6x_1 + 8x_2 + 2x_3 + 5x_4 = 7, \\ 9x_1 + 12x_2 + 3x_3 + 10x_4 = 13. \end{cases}$

268. $\begin{cases} 3x_1 - 5x_2 + 2x_3 + 4x_4 = 2, \\ 7x_1 - 4x_2 + x_3 + 3x_4 = 5, \\ 5x_1 + 7x_2 - 4x_3 - 6x_4 = 3. \end{cases}$

269. $$\begin{cases} 2x_1 + 5x_2 - 8x_3 = 8, \\ 4x_1 + 3x_2 - 9x_3 = 9, \\ 2x_1 + 3x_2 - 5x_3 = 7, \\ x_1 + 8x_2 - 7x_3 = 12. \end{cases}$$

270. $$\begin{cases} 3x_1 - 2x_2 + 5x_3 + 4x_4 = 2, \\ 6x_1 - 4x_2 + 4x_3 + 3x_4 = 3, \\ 9x_1 - 6x_2 + 3x_3 + 2x_4 = 4. \end{cases}$$

271. $$\begin{cases} 2x_1 - x_2 + 3x_3 - 7x_4 = 5, \\ 6x_1 - 3x_2 + x_3 - 4x_4 = 7, \\ 4x_1 - 2x_2 + 14x_3 - 31x_4 = 18. \end{cases}$$

272. $$\begin{cases} 9x_1 - 3x_2 + 5x_3 + 6x_4 = 4, \\ 6x_1 - 2x_2 + 3x_3 + x_4 = 5, \\ 3x_1 - x_2 + 3x_3 + 14x_4 = -8. \end{cases}$$

273. $$\begin{cases} 3x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 2x_4 = 2, \\ 2x_1 + 3x_2 + 2x_3 + 5x_4 = 3, \\ 9x_1 + x_2 + 4x_3 + 5x_4 = 1, \\ 2x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 4x_4 = 5, \\ 7x_1 + x_2 + 6x_3 - x_4 = 7. \end{cases}$$

274. $$\begin{cases} x_1 + x_2 + 3x_3 - 2x_4 + 3x_5 = 1, \\ 2x_1 + 2x_2 + 4x_3 - x_4 + 3x_5 = 2, \\ 2x_1 + 3x_2 + 5x_3 - 2x_4 + 3x_5 = 1, \\ 2x_1 + 2x_2 + 8x_3 - 3x_4 + 9x_5 = 2. \end{cases}$$

275. $\begin{cases} 2x_1 - x_2 + x_3 + 2x_4 + 3x_5 = 2, \\ 6x_1 - 3x_2 + 2x_3 + 4x_4 + 5x_5 = 3, \\ 6x_1 - 3x_2 + 4x_3 + 8x_4 + 13x_5 = 9, \\ 4x_1 - 2x_2 + x_3 + x_4 + 2x_5 = 1. \end{cases}$

276. $\begin{cases} 6x_1 + 4x_2 + 5x_3 + 2x_4 + 3x_5 = 1, \\ 3x_1 + 2x_2 + 4x_3 + x_4 + 2x_5 = 3, \\ 3x_1 + 2x_2 - 2x_3 + x_4 = -7, \\ 9x_1 + 6x_2 + x_3 + 3x_4 + 2x_5 = 2. \end{cases}$

277. $\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 - 2x_4 + x_5 = 4, \\ 3x_1 + 6x_2 + 5x_3 - 4x_4 + 3x_5 = 5, \\ x_1 + 2x_2 + 7x_3 - 4x_4 + x_5 = 11, \\ 2x_1 + 4x_2 + 2x_3 - 3x_4 + 3x_5 = 6. \end{cases}$

278. $\begin{cases} 6x_1 + 3x_2 + 2x_3 + 3x_4 + 4x_5 = 5, \\ 4x_1 + 2x_2 + x_3 + 2x_4 + 3x_5 = 4, \\ 4x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 2x_4 + x_5 = 0, \\ 2x_1 + x_2 + 7x_3 + 3x_4 + 2x_5 = 1. \end{cases}$

279. $\begin{cases} 8x_1 + 6x_2 + 5x_3 + 2x_4 = 21, \\ 3x_1 + 3x_2 + 2x_3 + x_4 = 10, \\ 4x_1 + 2x_2 + 3x_3 + x_4 = 8, \\ 3x_1 + 5x_2 + x_3 + x_4 = 15, \\ 7x_1 + 4x_2 + 5x_3 + 2x_4 = 18. \end{cases}$

280. $\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 + x_3 + 2x_4 = 4, \\ 4x_1 + 3x_2 + x_3 + x_4 = 5, \\ 5x_1 + 11x_2 + 3x_3 + 2x_4 = 2, \\ 2x_1 + 5x_2 + x_3 + x_4 = 1, \\ x_1 - 7x_2 - x_3 + 2x_4 = 7. \end{cases}$

Исследовать систему уравнений и найти общее решение в зависимости от значений параметра λ:

281. $\begin{cases} 5x_1 - 3x_2 + 2x_3 + 4x_4 = 3, \\ 4x_1 - 2x_2 + 3x_3 + 7x_4 = 1, \\ 8x_1 - 6x_2 - x_3 - 5x_4 = 9, \\ 7x_1 - 3x_2 + 7x_3 + 17x_4 = \lambda. \end{cases}$

282. $\begin{cases} 3x_1 + 2x_2 + 5x_3 + 4x_4 = 3, \\ 2x_1 + 3x_2 + 6x_3 + 8x_4 = 5, \\ x_1 - 6x_2 - 9x_3 - 20x_4 = -11, \\ 4x_1 + x_2 + 4x_3 + \lambda x_4 = 2. \end{cases}$

283. $\begin{cases} 2x_1 + 5x_2 + x_3 + 3x_4 = 2, \\ 4x_1 + 6x_2 + 3x_3 + 5x_4 = 4, \\ 4x_1 + 14x_2 + x_3 + 7x_4 = 4, \\ 2x_1 - 3x_2 + 3x_3 + \lambda x_4 = 7. \end{cases}$

284. $\begin{cases} 2x_1 - x_2 + 3x_3 + 4x_4 = 5, \\ 4x_1 - 2x_2 + 5x_3 + 6x_4 = 7, \\ 6x_1 - 3x_2 + 7x_3 + 8x_4 = 9, \\ \lambda x_1 - 4x_2 + 9x_3 + 10x_4 = 11. \end{cases}$

285. $\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 + x_3 + 2x_4 = 3, \\ 4x_1 + 6x_2 + 3x_3 + 4x_4 = 5, \\ 6x_1 + 9x_2 + 5x_3 + 6x_4 = 7, \\ 8x_1 + 12x_2 + 7x_3 + \lambda x_4 = 9. \end{cases}$

286. $\begin{cases} \lambda x_1 + x_2 + x_3 = 1, \\ x_1 + \lambda x_2 + x_3 = 1, \\ x_1 + x_2 + \lambda x_3 = 1. \end{cases}$

287. $\begin{cases} \lambda x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 1, \\ x_1 + \lambda x_2 + x_3 + x_4 = 1, \\ x_1 + x_2 + \lambda x_3 + x_4 = 1, \\ x_1 + x_2 + x_3 + \lambda x_4 = 1. \end{cases}$

288. $\begin{cases} (1+\lambda)x_1 + x_2 + x_3 = 1, \\ x_1 + (1+\lambda)x_2 + x_3 = \lambda, \\ x_1 + x_2 + (1+\lambda)x_3 = \lambda^2. \end{cases}$

289. $\begin{cases} (\lambda+1)x_1 + x_2 + x_3 = \lambda^2 + 3\lambda, \\ x_1 + (\lambda+1)x_2 + x_3 = \lambda^3 + 3\lambda^2, \\ x_1 + x_2 + (\lambda+1)x_3 = \lambda^4 + 3\lambda^3. \end{cases}$

8. Алгебра матриц

Вычислить произведение матриц:

290. $\begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 5 & -4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 2 & 5 \end{pmatrix}$. **291.** $\begin{pmatrix} 2 & -3 \\ 4 & -6 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 9 & -6 \\ 6 & -4 \end{pmatrix}$.

292. $\begin{pmatrix} 1 & -3 & 2 \\ 3 & -4 & 1 \\ 2 & -5 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & 5 & 6 \\ 1 & 2 & 5 \\ 1 & 3 & 2 \end{pmatrix}$. **293.** $\begin{pmatrix} 5 & 8 & -4 \\ 6 & 9 & -5 \\ 4 & 7 & -3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 & 2 & 5 \\ 4 & -1 & 3 \\ 9 & 6 & 5 \end{pmatrix}$.

294. $\begin{pmatrix} 2 & -1 & 3 & -4 \\ 3 & -2 & 4 & -3 \\ 5 & -3 & -2 & 1 \\ 3 & -3 & -1 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 7 & 8 & 6 & 9 \\ 5 & 7 & 4 & 5 \\ 3 & 4 & 5 & 6 \\ 2 & 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$.

295. $\begin{pmatrix} 5 & 7 & -3 & -4 \\ 7 & 6 & -4 & -5 \\ 6 & 4 & -3 & -2 \\ 8 & 5 & -6 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 3 & 5 & 7 \\ 2 & 4 & 6 & 8 \end{pmatrix}$.

296. $\begin{pmatrix} 4 & 3 \\ 7 & 5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -28 & 93 \\ 38 & -126 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 7 & 3 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$.

297. $\begin{pmatrix} 0 & 2 & -1 \\ -2 & -1 & 2 \\ 3 & -2 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 70 & 34 & -107 \\ 52 & 26 & -68 \\ 101 & 50 & -140 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 27 & -18 & 10 \\ -46 & 31 & -17 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}$.

298. $\begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 3 & -4 \end{pmatrix}^3$. **299.** $\begin{pmatrix} 4 & -1 \\ 5 & -2 \end{pmatrix}^5$. **300.** $\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 3 & -2 \end{pmatrix}^n$.

301. $\begin{pmatrix} \cos\alpha & -\sin\alpha \\ \sin\alpha & \cos\alpha \end{pmatrix}^n$. **302.** $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}^n$. **303.** $\begin{pmatrix} \lambda & 1 \\ 0 & \lambda \end{pmatrix}^n$.

Найти обратные матрицы для следующих матриц:

304. $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$. **305.** $\begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 5 & 7 \end{pmatrix}$. **306.** $\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$.

307. $\begin{pmatrix} \cos\alpha & -\sin\alpha \\ \sin\alpha & \cos\alpha \end{pmatrix}$. **308.** $\begin{pmatrix} 2 & 5 & 7 \\ 6 & 3 & 4 \\ 5 & -2 & -3 \end{pmatrix}$.

309. $\begin{pmatrix} 3 & -4 & 5 \\ 2 & -3 & 1 \\ 3 & -5 & -1 \end{pmatrix}$. **310.** $\begin{pmatrix} 2 & 7 & 3 \\ 3 & 9 & 4 \\ 1 & 5 & 3 \end{pmatrix}$.

311. $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 2 & 1 & -2 \\ 2 & -2 & 1 \end{pmatrix}$. **312.** $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 & -1 \\ 1 & -1 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$.

313. $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 3 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & -2 & -6 \end{pmatrix}$.

Решить матричные уравнения:

314. $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} X \begin{pmatrix} 3 & 5 \\ 5 & 9 \end{pmatrix}.$ **315.** $X \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 5 & -4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ -5 & 6 \end{pmatrix}.$

316. $\begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 5 & -2 \end{pmatrix} X \begin{pmatrix} 5 & 6 \\ 7 & 8 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 14 & 16 \\ 9 & 10 \end{pmatrix}.$

317. $\begin{pmatrix} 1 & 2 & -3 \\ 3 & 2 & -4 \\ 2 & -1 & 0 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 1 & -3 & 0 \\ 10 & 2 & 7 \\ 10 & 7 & 8 \end{pmatrix}.$

318. $X \begin{pmatrix} 5 & 3 & 1 \\ 1 & -3 & -2 \\ -5 & 2 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -8 & 3 & 0 \\ -5 & 9 & 0 \\ -2 & 15 & 0 \end{pmatrix}.$

319. $\begin{pmatrix} 2 & -3 & 1 \\ 4 & -5 & 2 \\ 5 & -7 & 3 \end{pmatrix} X \begin{pmatrix} 9 & 7 & 6 \\ 1 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 2 \\ 18 & 12 & 9 \\ 23 & 15 & 11 \end{pmatrix}.$

320. $\begin{pmatrix} 2 & -3 \\ 4 & -6 \end{pmatrix} X \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 6 \end{pmatrix}.$ **321.** $X \begin{pmatrix} 3 & 6 \\ 4 & 8 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 9 & 18 \end{pmatrix}.$

322. $\begin{pmatrix} 4 & 6 \\ 6 & 9 \end{pmatrix} X \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}.$ **323.** $\begin{pmatrix} 3 & -1 & 2 \\ 4 & -3 & 3 \\ 1 & 3 & 0 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 3 & 9 & 7 \\ 1 & 11 & 7 \\ 7 & 5 & 7 \end{pmatrix}.$

Решить системы матричных уравнений:

324. $$\begin{cases} \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} X + \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} Y = \begin{pmatrix} 2 & 8 \\ 0 & 5 \end{pmatrix}, \\ \\ \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} X + \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -1 & -1 \end{pmatrix} Y = \begin{pmatrix} 4 & 9 \\ -1 & -4 \end{pmatrix}. \end{cases}$$

325. $$\begin{cases} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} X + \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} Y = \begin{pmatrix} 3 & 5 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}, \\ \\ \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} X + \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} Y = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 5 & 3 \end{pmatrix}. \end{cases}$$

Найти все матрицы, перестановочные с матрицей:

326. $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$. **327.** $\begin{pmatrix} 7 & -3 \\ 5 & -2 \end{pmatrix}$. **328.** $\begin{pmatrix} 3 & 1 & 0 \\ 0 & 3 & 1 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$.

329. $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$.

9. Комплексные числа. Операции над комплексными числами. Извлечение квадратного корня из комплексного числа. Тригонометрическая форма записи комплексного числа

Вычислить:

330. $(2+\imath)(3-\imath)+(2+3\imath)(3+4\imath)$.

331. $(2+\imath)(3+7\imath)-(1+2\imath)(5+3\imath)$.

332. $(4+\imath)(5+3\imath)-(3+\imath)(3-\imath)$. **333.** $\dfrac{(5+\imath)(7+6\imath)}{3+\imath}$.

334. $\dfrac{(5+\imath)(3+5\imath)}{2\imath}$. **335.** $\dfrac{(1+3\imath)(8-\imath)}{(2+\imath)^2}$.

336. $\dfrac{(2+\imath)(4+\imath)}{1+\imath}$. **337.** $\dfrac{(3-\imath)(1+4\imath)}{2-\imath}$.

338. $(2+\imath)^3+(2-\imath)^3$. **339.** $(3+\imath)^3-(3-\imath)^3$.

340. $\dfrac{(1+\imath)^5}{(1-\imath)^3}$. **341.** $\left(\dfrac{1}{2}\pm\dfrac{\sqrt{3}}{2}\imath\right)^3$.

Найти вещественные значения неизвестных, удовлетворяющие уравнениям:

342. $(2+\imath)x+(1+2\imath)y=1-4\imath$. **343.** $(3+2\imath)x+(1+3\imath)y=4-9\imath$.

344. $(1+2\imath)x + (3-5\imath)y = 1-3\imath.$

345. $\begin{cases} (1+\imath)x + (1+2\imath)y + (1+3\imath)z + (1+4\imath)t = 1+5\imath, \\ (3-\imath)x + (4-2\imath)y + (1+\imath)z + 4\imath t = 2-\imath. \end{cases}$

Решить системы уравнений:

346. $\begin{cases} (1+\imath)x_1 + (1-\imath)x_2 = 1+\imath, \\ (1-\imath)x_1 + (1+\imath)x_2 = 1+3\imath. \end{cases}$

347. $\begin{cases} \imath x_1 + (1+\imath)x_2 = 2+2\imath, \\ 2\imath x_1 + (3+2\imath)x_2 = 5+3\imath. \end{cases}$

348. $\begin{cases} (1-\imath)x_1 - 3x_2 = -1, \\ 2x_1 - (3+3\imath)x_2 = 3-\imath. \end{cases}$

349. $\begin{cases} 2x_1 - (2+\imath)x_2 = -\imath, \\ (4-2\imath)x_1 - 5x_2 = -1-2\imath. \end{cases}$

Вычислить:

350. $\sqrt{2\imath}.$ **351.** $\sqrt{-8\imath}.$ **352.** $\sqrt{3-4\imath}.$ **353.** $\sqrt{-15+8\imath}.$

354. $\sqrt{-11+60\imath}.$ **355.** $\sqrt{-8-6\imath}.$ **356.** $\sqrt{2-3\imath}.$

357. $\sqrt{1-\imath\sqrt{3}}$. **358.** $\sqrt[4]{-\imath}$. **359.** $\sqrt{2-\imath\sqrt{12}}$.

Решить уравнения:

360. $x^2-(2-\imath)x-1+7\imath=0$. **361.** $x^2-(3-2\imath)x+5-5\imath=0$.

362. $x^2-(1+\imath)x+6+3\imath=0$. **363.** $x^2-5x+4+10\imath=0$.

364. $x^2+(2\imath-7)x+13-\imath=0$. **365.** $(2+\imath)x^2-(5-\imath)x+2-2\imath=0$.

366. $x^4-3x^2+4=0$. **367.** $x^4-30x^2+289=0$.

Найти тригонометрическую форму числа:

368. 5. **369.** $\imath$. **370.** -2. **371.** $-3\imath$. **372.** $1+\imath$.

373. $1-\imath$. **374.** $1+\imath\sqrt{3}$. **375.** $-1+\imath\sqrt{3}$.

376. $1-\imath\sqrt{3}$. **377.** $\sqrt{3}+\imath$. **378.** $-\sqrt{3}+\imath$. **379.** $-\sqrt{3}-\imath$.

380. $\sqrt{3}-\imath$. **381.** $1+\imath\dfrac{\sqrt{3}}{3}$. **382.** $2+\sqrt{3}+\imath$.

383. $1-(2+\sqrt{3})\imath$. **384.** $\cos\alpha-\imath\sin\alpha$.

385. $\sin\alpha+\imath\cos\alpha$. **386.** $\dfrac{1+\imath\operatorname{tg}\alpha}{1-\imath\operatorname{tg}\alpha}$.

Изобразить на плоскости множество точек, соответствующих комплексным числам z, удовлетворяющим условиям:

387. $Re\ z > 0$. **388.** $Im\ z \leq 1$. **389.** $|\ Re\ z\ | < 1$.

390. $|\ Im\ z\ | < 1,\ \ 0 < Re\ z < 1$. **391.** $|\ z\ | \leq 1$. **392.** $|\ z - \imath\ | > 1$.

393. $0 < |\ z + \imath\ | < 2$. **394.** $1 < |\ z - \imath\ | < 3$. **395.** $0 < arg\ z < \frac{\pi}{4}$.

396. $|\ \pi - arg\ z\ |\ <\ \frac{\pi}{4}$. **397.** $Re\ \left(\frac{1}{z}\right)\ =\ \frac{1}{a}\ \ (a > 0)$.

398. $Re\ \left(\ \frac{z-1}{z+1}\ \right)\ =\ 0$. **399.** $Im\ \ \frac{z-1}{z+1} = 0$.

400. $Re\ \ \frac{z-a}{z+a}\ =\ 0\ \ \ (a > 0)$. **401.** $Re\ \frac{1}{z}\ <\ \frac{1}{2}$.

402. $|\ 1 + z\ |\ <\ |\ 1 - a\ |$. **403.** $0\ <\ arg\ \frac{(\ \imath - z\ )}{(\ z + \imath\ )}\ <\ \frac{\pi}{2}$.

404. $Re\ (\ z\ (\ 1 - \imath\ )\ )\ <\ \sqrt{2}$. **405.** $\frac{\pi}{4}\ <\ arg\ (\ z + \imath\ )\ <\ \frac{\pi}{2}$.

406. $Re\ z^4\ >\ Im\ z^4$. **407.** $|\ z - \imath\ | + |\ z + \imath\ |\ <\ 4$.

408. $|\ z - 2\ | - |\ z + 2\ |\ <\ 2$. **409.** $|\ z\ |\ >\ \imath\ -\ Re\ z$.

10. Комплексные числа (продолжение). Умножение чисел в тригонометрической форме записи. Формула Муавра. Извлечение корней из комплексных чисел. Корни из единицы

Выполнить действия:

410. $(\ 1+\imath\sqrt{3}\ )(\ 1+\imath\ )(\ 1+\imath\ )(\ \cos\phi+\imath\sin\phi\ )$.

411. $\dfrac{\cos\alpha+\imath\sin\alpha}{\cos\phi-\imath\sin\phi}$. **412.** $\dfrac{(\ 1-\imath\sqrt{3}\ )(\ \cos\phi+\imath\sin\phi\ )}{2\ (\ 1-\imath\ )(\ \cos\phi-\imath\sin\phi\ )}$.

413. $(\ 1+\imath\ )^{1000}$. **414.** $(1+\imath\sqrt{3})^{150}$. **415.** $(\sqrt{3}+\imath)^{30}$.

416. $\left(1+\dfrac{\sqrt{3}}{2}+\dfrac{\imath}{2}\right)^{24}$. **417.** $(2-\sqrt{2}+\imath)^{12}$.

418. $\left(\dfrac{1-\imath\sqrt{3}}{1+\imath}\right)^{12}$. **419.** $\left(\dfrac{\sqrt{3}+\imath}{1-\imath}\right)^{30}$.

Записать в алгебраической форме элементы множества:

420. $\sqrt[3]{1}$. **421.** $\sqrt[4]{1}$. **422.** $\sqrt[6]{1}$. **423.** $\sqrt[3]{\imath}$.

424. $\sqrt[4]{-4}$. **425.** $\sqrt[6]{64}$. **426.** $\sqrt[8]{16}$. **427.** $\sqrt[6]{-27}$.

428. $\sqrt[4]{8\sqrt{3}\imath-8}$. **429.** $\sqrt[4]{-72(1-\imath\sqrt{3})}$.

430. $\sqrt[3]{1+\imath}$. **431.** $\sqrt[3]{2-2\imath}$. **432.** $\sqrt[3]{\dfrac{8+24\imath}{3-\imath}}$.

433. $\sqrt[3]{\dfrac{27-54\imath}{2+\imath}}$. **434.** $\sqrt[4]{\dfrac{-18}{1+\imath\sqrt{3}}}$. **435.** $\sqrt[4]{\dfrac{-32}{9(1-\imath\sqrt{3})}}$.

Представить в виде многочленов от $\sin x$ и $\cos x$ функции:

436. $\sin 4x$. **437.** $\cos 4x$. **438.** $\sin 5x$. **439.** $\cos 5x$.

440. $\sin 6x$. **441.** $\sin 7x$.

Выразить через первые степени синуса и косинуса аргументов, кратных x, функции:

442. $\sin^4 x$. **443.** $\cos^4 x$. **444.** $\sin^5 x$.

445. $\cos^5 x$. **446.** $\cos^6 x$.

Выписать первообразные корни из единицы степени:

447. 2. **448.** 3. **449.** 4. **450.** 6. **451.** 8.

452. 12. **453.** 24.

Найдя двумя способами корни 5 из единицы, выразить в радикалах:

454. $\cos\dfrac{2\pi}{5}$. **455.** $\sin\dfrac{2\pi}{5}$. **456.** $\cos\dfrac{4\pi}{5}$. **457.** $\sin\dfrac{4\pi}{5}$.

Решить уравнения:

458. $(x+1)^n + (x-1)^n = 0$. **459.** $(x+1)^n - (x-1)^n = 0$.

460. $(x+\imath)^n + (x-\imath)^n = 0$.

Доказать равенства:

461. $1 - c_n^2 + c_n^6 + \ldots = 2^{\frac{n}{2}} \cos\dfrac{n\pi}{4}$.

462. $c_n^1 - c_n^3 + c_n^5 - c_n^7 + \ldots = 2^{\frac{n}{2}} \sin\dfrac{n\pi}{4}$.

463. $\cos x + \cos 2x + \ldots + \cos nx = \dfrac{\sin\dfrac{nx}{2}\cos\dfrac{(n+1)x}{2}}{\sin\dfrac{x}{2}}$ $(x \neq 2k\pi, k \in \mathbb{Z})$.

464. $\sin x + \sin 2x + \ldots + \sin nx = \dfrac{\sin\dfrac{nx}{2}\sin\dfrac{(n+1)x}{2}}{\sin\dfrac{x}{2}}$ $(x \neq 2k\pi, k \in \mathbb{Z})$.

465. $\cos\dfrac{\pi}{n} + \cos\dfrac{3\pi}{n} + \cos\dfrac{5\pi}{n} + \ldots + \cos\dfrac{(2n-1)\pi}{n} = 0$.

466. $\sin\dfrac{\pi}{n} + \sin\dfrac{3\pi}{n} + \sin\dfrac{5\pi}{n} + \ldots + \sin\dfrac{(2n-1)\pi}{n} = 0$.

467. $\cos x + c_n^1 \cos 2x + \ldots + c_n^n \cos(n+1)x = 2^n \cos^n \frac{x}{2} \cos \frac{n+2}{2}.$

468. $\sin x + c_n^1 \sin 2x + \ldots + c_n^n \sin(n+1)x = 2^n \cos^n \frac{x}{2} \sin \frac{n+2}{2}.$

469. $\cos x + 2\cos 2x + 3\cos 3x + \ldots + n\cos nx =$

$$\frac{(n+1)\cos nx - n\cos(n+1)x - 1}{4\sin^2 \frac{x}{2}}.$$

11. Примеры групп, колец, полей. Гомоморфизмы.

Какие из указанных числовых множеств с операциями являются группами:

470. (A,+), где A - одно из множеств $\mathbb{N}, \mathbb{Z}, \mathbb{Q}, \mathbb{R}, \mathbb{C}$.

471. $(A, \cdot)$, где A - одно из множеств $\mathbb{N}, \mathbb{Z}, \mathbb{Q}, \mathbb{R}, \mathbb{C}$.

472. $(A_0, \cdot)$, где A - одно из множеств $\mathbb{Z}, \mathbb{Q}, \mathbb{R}, \mathbb{C}$, а $A_0 = A \setminus \{0\}$.

473. $(n\mathbb{Z}, +)$, где n - натуральное число.

474. $(\ \{-1, 1\}\ \ ,\ \cdot\ \ )$.

475. Множество степеней данного вещественного числа $a \neq 0$ с целыми показателями относительно умножения.

476. Множество всех комплексных корней фиксированной степени n из единицы относительно умножения.

477. Множество комплексных корней всех степеней из 1 относительно умножения.

478. Множество комплексных чисел с фиксированным модулем r относительно умножения.

479. Множество ненулевых комплексных чисел с модулем, не превосходящим фиксированное число r, относительно умножения.

480. Множество ненулевых комплексных чисел, расположенных на лучах, выходящих из начала координат и образующих с лучом Ox углы $\phi_1, \phi_2, \ldots, \phi_n$, относительно умножения. Какие из указанных ниже совокупностей отображений множества $M = \{1, 2, \ldots, n\}$ в себя образуют группу относительно умножения:

481. Множество всех отображений.

482. Множество всех инъективных отображений.

483. Множество всех сюрьективных отображений.

484. Множество всех биективных отображений.

485. Множество всех четных перестановок.

486. Множество всех нечетных перестановок.

487. Множество всех транспозиций.

488. Множество всех перестановок, оставляющих неподвижными элементы некоторого подмножества $S \subseteq M$.

489. Множество всех перестановок, при которых образы всех элементов некоторого подмножества $S \subseteq M$ принадлежат этому подмножеству.

490. Множество $\{E,\ (1\ 2)(3\ 4),\ (1\ 3)(2\ 4),\ (1\ 4)(2\ 3)\}$.

491. Множество
$\{E,\ (1\ 3),\ (2\ 4),\ (1\ 2)(3\ 4),\ (1\ 3)(2\ 4),\ (1\ 4)(2\ 3),\ (1\ 2\ 3\ 4),\ (1\ 4\ 3\ 2)\}$.

Какие из указанных множеств квадратных вещественных матриц фиксированного порядка образуют группу:

492. Множество симметрических (кососимметрических) матриц относительно сложения.

493. Множество симметрических (кососимметрических) матриц относительно умножения.

494. Множество невырожденных матриц относительно сложения.

495. Множество невырожденных матриц относительно умножения.

496. Множество матриц с фиксированным определителем d относительно умножения.

497. Множество диагональных матриц относительно сложения.

498. Множество диагональных матриц относительно умножения.

499. Множество диагональных матриц, все элементы диагонали которых отличны от 0, относительно умножения.

500. Множество верхних треугольных матриц относительно умножения.

501. Множество ненулевых матриц вида $\begin{pmatrix} x & y \\ -y & x \end{pmatrix}$ $(x, y \in \mathbb{R})$ относительно умножения.

502. Множество ненулевых матриц вида $\begin{pmatrix} x & y \\ \lambda y & x \end{pmatrix}$ $(x, y \in \mathbb{R})$ относительно умножения, где λ—фиксированное вещественное число.

503. Множество матриц

$$\pm\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \pm\begin{pmatrix} \imath & 0 \\ 0 & \imath \end{pmatrix}, \pm\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}, \pm\begin{pmatrix} 0 & \imath \\ -\imath & 0 \end{pmatrix},$$

относительно умножения.

Какое из отображений групп $f : \mathbb{C}^* \to \mathbb{R}^*$ являются гомоморфизмами:

504. $f(x) = |x|$. **505.** $f(x) = 2|x|$. **506.** $f(x) = \imath + |x|$.

507. $f(x) = |x|^2$. **508.** $f(x) = 1$.

509. $f(x) = 2$. **510.** $f(x) = \dfrac{\imath}{|x|}$.

Найти порядок элемента группы:

511. $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 2 & 3 & 1 & 5 & 4 \end{pmatrix} \in S_5$. **512.** $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 2 & 3 & 4 & 5 & 1 & 6 \end{pmatrix} \in S_6$.

513. $-\dfrac{\sqrt{3}}{2} + \dfrac{1}{2}\imath \in \mathbb{C}^*$. **514.** $\dfrac{1}{\sqrt{2}} - \dfrac{1}{\sqrt{2}}\imath \in \mathbb{C}^*$.

515. $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \in GL(\mathbb{R})$. **516.** $\begin{pmatrix} 0 & \imath \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \in GL_2(\mathbb{C})$.

517. $\begin{pmatrix} -1 & a \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \in GL_2(\mathbb{C})$.

Какие из следующих множеств образуют кольцо относительно обычных операций сложения и умножения чисел, матриц или функций? Какие из них являются полями?:

518. $\mathbb{Z}$. **519.** $n\mathbb{Z}(n > 1)$.

520. Множество неотрицательных чисел. **521.** $\mathbb{Q}$.

522. Множество рациональных чисел, в несократимой записи которых знаменатели делят фиксированное число $n \in \mathbb{N}$.

523. Множество рациональных чисел, в несократимой записи которых знаменатели не делятся на фиксированное простое число p.

524. Множество рациональных чисел, в несократимой записи которых знаменатели являются степенями фиксированного простого числа p.

525. Множество вещественных чисел вида $x + y\sqrt{2}$, где $x, y \in \mathbb{Q}$.

526. Множество вещественных чисел вида $x + y\sqrt[3]{2}$, где $x, y \in \mathbb{Q}$.

527. Множество вещественных чисел вида $x + y\sqrt[3]{2} + z\sqrt[3]{4}$, где $x, y, z \in \mathbb{Q}$.

528. Множество комплексных чисел вида $x + y\imath$, где $x, y \in \mathbb{Z}$.

529. Множество комплексных чисел вида $x + y\imath$, где $x, y \in \mathbb{Q}$.

530 Множество всевозможных сумм вида $a_1z_1 + a_2z_2 + \ldots + a_nz_n$, где $a_1, a_2, \ldots, a_n-$ вещественные числа, $z_1, z_2, \ldots, z_n-$ комплексные корни из 1.

531. Множество комплексных чисел вида $\dfrac{x + y\sqrt{D}}{2}$, где D - фиксированное целое число, свободное от квадратов (не делящееся на квадрат простого числа), x,y - целые числа одинаковой четности.

532. Множество вещественных симметрических матриц порядка n.

533. Множество вещественных ортогональных матриц порядка n.

534. Множество верхних треугольных матриц порядка т.

535. Множество матриц порядка $n \geq 2$, у которых две последние строки - нулевые.

536. Множество матриц вида $\begin{pmatrix} x & y \\ Dy & x \end{pmatrix}$, где D - фиксированное целое число, $x, y, \in \mathbb{Z}$.

537. Множество матриц вида $\dfrac{1}{2}\begin{pmatrix} x & y \\ Dy & x \end{pmatrix}$, где D-фиксированное целое число, не делящееся на квадрат простого числа, x,y-целые числа одинаковой четности.

538. Множество комплексных матриц вида $\begin{pmatrix} z & w \\ -\overline{w} & \overline{z} \end{pmatrix}$.

539. Множество вещественных матриц вида $\begin{pmatrix} x & -y & -z & -t \\ y & x & -t & z \\ z & t & x & -y \\ t & -z & y & x \end{pmatrix}$.

540. Множество функций вещественного переменного, непрерывных на отрезке [a,b].

541. Множество функций, имеющих производную на интервале (a,b).

542. Множество целых рациональных функций вещественного переменного.

543. Множество рациональных функций вещественного переменного.

544. Множество функций вещественного переменного, обращающихся в нуль на некотором подмножестве $D \subseteq \mathbb{R}$.

545. Множество тригонометрических многочленов $a_0 + \sum_{k=1}^{n}(a_k \cos kx + b_k \sin kx)$ с вещественными коэффициентами, где n-произвольное натуральное число.

546. Множество тригонометрических многочленов $a_0 + \sum_{k=1}^{n} a_k \cos kx$ с вещественными коэффициентами, где n-произвольное натуральное число.

547. Множество тригонометрических многочленов $\sum_{k=1}^{n} a_k \sin kx$ с вещественными коэффициентами, где n-произвольное натуральное число.

12. Многочлены. Операции над многочленами. Деление многочленов с остатком. Схема Горнера. Кратность корня

Выполнить деление с остатком:

548. $2x^4 - 3x^3 + 4x^2 - 5x + 6$ на $x^2 - 3x + 1$.

549. $x^3 - 3x^2 - x - 1$ на $3x^2 - 2x + 1$.

550. При каком условии полином $x^3 + px + q$ делится на полином вида $x^2 + mx - 1$?

551. При каком условии полином $x^4 + px^2 + q$ делится на полином вида $x^2 + mx + 1$?

Разделить с остатком многочлен f(x) на $x - x_0$ и вычислить значение $f(x_0)$:

552. $f(x) = x^4 - 2x^3 + 4x^2 - 6x + 8, \quad x_0 = 1$.

553. $f(x) = 2x^5 - 5x^3 - 8x, \quad x_0 = -3.$

554. $f(x) = 3x^5 + x^4 - 19x^2 - 13x - 10, \quad x_0 = 2.$

555. $f(x) = x^4 - 3x^3 - 10x^2 + 2x + 5, \quad x_0 = -2.$

Вычислить $f(x_0)$:

556. $f(x) = x^4 - 3x^3 + 6x^2 - 10x + 16, \quad x_0 = 4.$

557. $f(x) = x^4 + 2x^3 - 3x^2 - 4x + 1, \quad x_0 = -1.$

558. $f(x) = 3x^5 - 19x^3 - 7x^2 + 9x + 3, \quad x_0 = 2.$

559. $f(x) = 3x^4 + 4x^3 + 5x^2 + x + 33, \quad x_0 = -2.$

Разложить многочлен f(x) по степеням x-2 и найти значения производных в точке 2:

560. $f(x) = x^4 - 8x^3 + 24x^2 - 50x + 90.$

561. $f(x) = x^5 - 4x^3 + 6x^2 - 8x + 10.$

Определить кратность корня x_0 многочлена f(x):

562. $f(x) = x^5 - 5x^4 + 7x^3 - 2x^2 + 4x - 8, \quad x_0 = 2.$

563. $f(x) = x^5 + 7x^4 + 18x^3 + 8x^2 - 16x - 16, \quad x_0 = -2.$

564. $f(x) = 3x^5 + 2x^4 + x^3 - 10x - 8, \quad x_0 = -1.$

565. $f(x) = x^5 - 6x^4 + 2x^3 + 36x^2 - 27x - 54, \quad x_0 = 3.$

566. Определить коэффициент a так, чтобы полином $x^5 - ax^2 - ax$ имел -1 корнем не ниже второй кратности.

567. Определить A и B так, чтобы трехчлен $Ax^4 + Bx^3 + 1$ делился на $(x-1)^2$.

568. Определить A и B так, чтобы трехчлен $Ax^{n+1} + Bx^n + 1$ делился на $(x-1)^2$.

Доказать, что указанные многочлены имеют число 1 тройным корнем:

569. $x^{2n} - nx^{n+1} + nx^{n-1} - 1.$

570. $x^{2n+1} - (2n+1)x^{n+1} + (2n+1)x^n - 1.$

571. $(n-2m)x^n - nx^{n-m} + nx^m - (n-2m).$

572. Найти условие, при котором полином $x^5 + ax^3 + b$ имеет двойной корень, отличный от нуля.

573. Найти условие, при котором полином $x^5 + 10ax^3 + 5bx + c$ имеет тройной корень, отличный от нуля.

574. Доказать, что трехчленный полином $x^n + ax^{n-m} + b$ не может иметь корней, отличных от нуля, выше второй кратности.

575. Найти условие, при котором трехчленный полином $x^n + ax^{n-m} + b$ имеет двойной корень, отличный от нуля.

576. Доказать, что полином $1 + \dfrac{x}{1} + \dfrac{x^2}{1 \cdot 2} + \ldots + \dfrac{x^n}{n!}$ не имеет кратных корней.

Найти наибольший общий делитель полинома и его производной:

577. $f(x) = (x-1)^3(x+2)^2(x-3)$.

578. $f(x) = (x-1)(x^2-1)(x^3-1)(x^4-1)$.

579. $f(x) = x^{m+n} - x^m - x^n + 1$.

13. Алгоритм Евклида.

Найти наибольший общий делитель многочленов:

580. $x^4 + x^3 - 3x^2 - 4x - 1$ и $x^3 + x^2 - x - 1$.

581. $x^6 + 2x^4 - 4x^3 - 3x^2 + 8x - 5$ и $x^5 + x^2 - x + 1$.

582. $x^5 + 3x^2 - 2x + 2$ и $x^6 + x^5 + x^4 - 3x^2 + 2x - 6$.

583. $x^4 + x^3 - 4x + 5$ и $2x^3 - x^2 - 2x + 2$.

Найти наибольший общий делитель многочленов $f(x)$ и $g(x)$ и его линейное выражение через $f(x)$ и $g(x)$:

584. $f(x) = x^4 + 2x^3 - x^2 - 4x - 2, \quad g(x) = x^4 + x^3 - x^2 - 2x - 2.$

585. $f(x) = 3x^3 - 2x^2 + x + 2, \quad g(x) = x^2 - x + 1.$

Выделив кратные неприводимые множители данного многочлена, разложить его на множители:

586. $x^6 - 15x^4 + 8x^3 + 51x^2 - 72x + 27.$

587. $x^5 - 6x^4 + 16x^3 - 24x^2 + 20x - 8.$

588. $x^5 - 10x^3 - 20x^2 - 15x - 4.$

589. $x^6 - 2x^5 - x^4 - 2x^3 + 5x^2 + 4x + 4.$

14. Разложение на неприводимые множители. Формулы Виета. Разложение на простейшие дроби.

Разложить на неприводимые множители над полем комплексных чисел многочлены:

590. $x^3 - 6x^2 + 11x - 6.$ **591.** $x^4 + 4.$

592. $x^4 + 4x^3 + 4x^2 + 1.$ **593.** $x^4 - 10x^2 + 1.$

Разложить на неприводимые множители над полем вещественных чисел многочлены:

594. $x^6+27.$ **595.** $x^4+4x^3+4x^2+1.$

596. x^4-ax^2+1 $(\ |\,a\,|\ <\ 2\ ).$ **597.** $x^{2n}+x^n+1.$

598. $x^6-x^3+1.$ **599.** $x^{12}+x^8+x^4+1.$

Построить многочлен наименьшей степени с комплексными коэффициентами, имеющий:

600. Двойной корень 1 , простые корни 2 , 3 и $1+\imath.$

601. Двойной корень $\imath,$ простой корень $-1-\imath.$

Построить многочлен наименьшей степени с вещественными коэффициентами, имеющий:

602. Двойной корень 1 , простые корни $2,$ 3 и $1+\imath.$

603. Двойной корень $\imath$, простой корень $-1-\imath.$

604. Доказать, что многочлен $x^{3m}+x^{3n+1}+x^{3p+2}$ делится на $x^2+x+1.$

605. При каких $m,$ $n,$ p многочлен $x^{3m}-x^{3n+1}+x^{3p+2}$ делится на $x^2-x+1?$

606. При каких m многочлен $(x+1)^m - x^m - 1$ делится на $(x^2+x+1)^2$?

Найти наибольший общий делитель многочленов:

607. $(x-1)^3(x+2)^2(x-3)(x+4)$ и $(x-1)^2(x+2)(x+5)$.

608. $(x-1)(x^2-1)(x^3-1)(x^4-1)$ и $(x+1)(x^2+1)(x^3+1)(x^4+1)$.

609. $x^m - 1$ и $x^n - 1$.

610. $x^m 1$ и $x^n + 1$.

Построить многочлен степени 4 со старшим коэффициентом 1, имеющий:

611. Корни $1,\ 2,\ -3,\ -4$.

612. Тройной корень -1 и простой корень $\imath$.

613. Корни $2,\ -1,\ 1+\imath$ и $1-\imath$.

614. Двойной корень 3 и простые корни -2 и -4.

Найти сумму чисел, обратных комплексным корням многочлена:

615. $3x^3 + 2x^2 - 1$.

616. $x^4 - x^2 - x - 1$.

617. Определить λ так, чтобы один из корней уравнения $x^3 - 7x + \lambda = 0$ равнялся удвоенному другому.

618. Сумма двух корней уравнения $2x^3 - x^2 - 7x + \lambda = 0$ равна 1. Определить λ.

619. Определить соотношение между коэффициентами уравнения

$$x^3 + px + q = 0,$$

при выполнении которого

$$x_3 = \frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2}$$

Представить рациональную дробь в виде суммы простейших дробей над полем комплексных чисел:

620. $\dfrac{x^2}{(x-1)(x+2)(x+3)}$. **621.** $\dfrac{3+x}{(x-1)(x^2+1)}$. **622.** $\dfrac{1}{x^4+4}$.

623. $\dfrac{x}{(x^2-1)^2}$. **624.** $\dfrac{1}{(x^2-1)2}$. **625.** $\dfrac{5x^2+6x-23}{(x-1)^3(x+1)^2(x-2)}$.

Представить рациональную дробь в виде суммы простейших дробей над полем вещественных чисел:

626. $\dfrac{1}{x^3-1}$. **627.** $\dfrac{x^2}{x^4-16}$. **628.** $\dfrac{1}{x^4+4}$.

629. $\dfrac{x}{(x+1)(x^2+1)^2}$. **630.** $\dfrac{2x-1}{x(x+1)^2(x^2+x+1)^2}$.

631. $\dfrac{1}{x^4-1}$.

15. Многочлены над полем рациональных чисел. Уравнения третьей и четвертой степени.

Найти рациональные корни многочленов:

632. $x^3-6x^2+15x-14$. **633.** $x^4-2x^3-8x^2+13x-24$.

634. $x^5-7x^3-12x^2+6x+36$. **635.** $6x^4+19x^3-7x^2-26x+12$.

636. $24x^4-42x^3-77x^2+56x+60$.

637. $x^5-2x^4-4x^3+4x^2-5x+6$.

638. $24x^5+10x^4-x^3-19x^2-5x+6$.

639. $10x^4-13x^3+15x^2-18x-24$.

640. $x^5+x^4-6x^3-14x^2-11x-3$.

641. $x^6-6x^5+11x^4-x^3-18x^2+20x-8$.

Доказать неприводимость над полем рациональных чисел многочленов:

642. $x^4 - 8x^3 + 12x^2 - 6x + 2.$ **643.** $x^5 - 12x^3 + 36x - 12.$

644. $x^4 - x^3 + 2x + 1.$ **645.** $x^{105} - 9.$

646. $\Phi_p(x) = x^{p-1} +^{p-2} + \ldots + x + 1$ (p - простое число).

Решить уравнение:

647. $x^3 - 6x + 9 = 0.$ **648.** $x^3 + 12x + 63 = 0.$

649. $x^3 + 9x^2 + 18x + 28 = 0.$ **650.** $x^3 + 6x^2 + 30x + 25 = 0.$

651. $x^3 - 6x + 4 = 0.$ **652.** $x^3 + 6x + 2 = 0.$

653. $x^3 + 3x^2 - 6x + 4 = 0.$ **654.** $x^3 + 3x - 2\imath = 0.$

655. $x^3 - 6\imath x + 4(1 - \imath) = 0.$ **656.** $x^4 - 2x^3 + 2x^2 + 4x - 8 = 0.$

657. $x^4 - x^3 - x^2 + 2x - 2 = 0.$ **658.** $x^4 - 3x^3 + x^2 + 4x - 6 = 0.$

659. $x^4 - 6x^3 + 6x^2 + 27x - 56 = 0.$

Дополнительные задачи

Найти значение определителей:

1. $\begin{vmatrix} a & b & c & d \\ -b & a & d & -c \\ -c & -d & a & b \\ -d & c & -b & a \end{vmatrix}$. **2.** $\begin{vmatrix} 0 & 1 & 1 & a \\ 1 & 0 & 1 & b \\ 1 & 1 & 0 & c \\ a & b & c & d \end{vmatrix}$. **3.** $\begin{vmatrix} -1 & 1 & 1 & 1 & x \\ 1 & -1 & 1 & 1 & y \\ 1 & 1 & -1 & 1 & z \\ 1 & 1 & 1 & -1 & u \\ x & y & z & u & 0 \end{vmatrix}$.

4. $\begin{vmatrix} 0 & a & b & c \\ 1 & x & 0 & 0 \\ 1 & 0 & y & 0 \\ 1 & 0 & 0 & z \end{vmatrix}$. **5.** $\begin{vmatrix} 0 & a & b & c \\ d & 1 & 0 & 0 \\ e & 0 & 1 & 0 \\ r & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$. **6.** $\begin{vmatrix} 1 & x & x & x \\ 1 & a & 0 & 0 \\ 1 & 0 & b & 0 \\ 1 & 0 & 0 & c \end{vmatrix}$.

Вычислить значение определителей, приведя их к треугольному виду:

7. Вычислить определитель порядка n , элементами которого заданы условиями $a_{i,j} = min(i,j)$.
8. Вычислить определитель порядка n , элементами которого заданы условиями $a_{i,j} = max(i,j)$.
9. Вычислить определитель порядка n , элементами которого заданы условиями $a_{i,j} = |i-j|$.

Вычислить следующие определители методом рекуррентных соотношений:

10. $\begin{vmatrix} a_1b_1 & a_1b_2 & a_1b_3 & \dots & a_1b_n \\ a_1b_2 & a_2b_2 & a_2b_3 & \dots & a_2b_n \\ a_1b_3 & a_2b_3 & a_3b_3 & \dots & a_3b_n \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_1b_n & a_2b_n & a_3b_n & \dots & a_nb_n \end{vmatrix}$. **11.** $\begin{vmatrix} a_0 & a_1 & a_2 & \dots & a_n \\ -y_1 & x_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & -y_2 & x_2 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & x_n \end{vmatrix}$.

12. $\begin{vmatrix} 0 & 1 & 1 & \dots & 1 \\ 1 & a_1 & 0 & \dots & 0 \\ 1 & 0 & a_2 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & 0 & 0 & \dots & a_n \end{vmatrix}.$

Вычислить определители:

13. $\begin{vmatrix} 1 & a_1 & a_2 & \dots & a_n \\ 1 & a_1+b_1 & a_2 & \dots & a_n \\ 1 & a_1 & a_2+b_2 & \dots & a_n \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & a_1 & a_2 & \dots & a_n+b_n \end{vmatrix}.$ **14.** $\begin{vmatrix} 2 & 2 & \dots & 2 & 2 & 1 \\ 2 & 2 & \dots & 2 & 2 & 2 \\ 2 & 2 & \dots & 3 & 2 & 2 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 2 & n-1 & \dots & 2 & 2 & 2 \\ n & 2 & \dots & 2 & 2 & 2 \end{vmatrix}.$

15. $\begin{vmatrix} 1 & n & n & \dots & n \\ n & 2 & n & \dots & n \\ n & n & 3 & \dots & n \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ n & n & n & \dots & n \end{vmatrix}.$ **16.** $\begin{vmatrix} x & y & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & x & y & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & x & y & \dots & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & x & y \\ y & 0 & x & y & \dots & 0 & x \end{vmatrix}.$

Вычислить произведение матриц:

17. $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}^4.$ **18.** $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & \dots & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0_n \end{pmatrix}^n.$

19. $$\begin{pmatrix} a_1 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & a_2 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & a_3 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & a_n \end{pmatrix}^n.$$

Найти обратные матрицы, для следующих матриц:

20. $$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & \dots & 1 \\ 0 & 1 & 1 & \dots & 1 \\ 0 & 0 & 1 & \dots & 1 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 1 \end{pmatrix}.$$

21. $$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 1 & 1 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 1 \end{pmatrix}.$$

22. $$\begin{pmatrix} 3 & 3 & -4 & -3 \\ 0 & 6 & 1 & 1 \\ 5 & 4 & 2 & 1 \\ 2 & 3 & 3 & 2 \end{pmatrix}.$$

Найти рациональные корни:

23. $x^4 + 2x^3 - 13x^2 - 38x - 24.$

24. $2x^3 + 3x^2 + 6x - 4.$

25. $4x^4 - 7x^3 - 5x - 1.$

26. $x^4 + 4x^3 - 2x^2 - 12x + 9.$

Ответы

1. 1 **2.** -2 **3.** -1 **4.** 0 **5.** 0 **6.** -1 **7.** $4ab$ **8.** $-2b^3$

9. 1 **10.** $\sin(\alpha-\beta)$ **11.** $\cos(\alpha+\beta)$ **12.** 0 **13.** 1 **14.** 1

15. -1 **16.** 1 **17.** 0 **18.** 40 **19.** -3 **20.** 100 **21.** -5

22. 0 **23.** 1 **24.** 1 **25.** 2 **26.** 4 **27.** -8 **28.** 6 **29.** 20

30. 0 **31.** $3abc-a^3-b^3-c^3$

32. $a^3+b^3+c^3-3abc$ **33.** 0 **34.** $2x^3-(a+b+c)x^2+abc$

35. $(ab+bc+ca)x+abc$ **36.** $1+\alpha^2+\beta^2+\gamma^2$ **37.** 1

38. $\sin(\beta-\gamma)+\sin(\gamma-\alpha)+\sin(\alpha-\beta)$

39. $(3;1)$ **40.** $(5;2)$ **41.** $\left(\frac{2}{3};\ \frac{1}{3}\right)$ **42.** $(2;-3)$

43. $(\cos(\beta-\alpha);\ \ \sin(\beta-\alpha))$ **44.** $(\cos\alpha\cos\beta;\ \ \cos\alpha\sin\beta)$

45. $(3;\ -2;\ 2)$ **46.** $(1;\ 1;\ 1)$ **47.** $(1;\ 2;\ -1)$ **48.** $(2;\ -3;\ -2)$

49. $(-a;\ b;\ c)$ **50.** $(bc;\ ac;\ ab)$ **51.** $(a;\ 2b;\ 3c)$

52. Система неопределенная. **53.** Система противоречивая.

54. При $ac-b^2\neq 0$ система определенная,
при $ac-b^2=0$ - неопределенная.

55. При $a\neq\pm 6$ система определенная, при $a=6$ - неопределенная, при $a=-6$ противоречивая.

56. При $ab \neq 90$ система определенная, при $a=6,\ \ b=15$ - неопределенная, при $ab=90$, но $a \neq 6,\ \ b \neq 15$ - противоречивая.

57. Система неопределенная, $x=10z+1,\ \ y=7z$.

58. Система неопределенная.

59. Система противоречивая. **60.** Система противоречивая.

61. При $a^3 \neq 27$ система определенная, при $a^3=27$ - противоречивая.

62. При $4a^3-45a+58 \neq 0$ система определенная,
при $4a^3-45a+58=0$ - противоречивая.

63. При $ab \neq 15$ система определенная, при $a=3,\ b=5$ -неопределенная, при $ab=15$, но $a \neq 3,\ \ b \neq 5$ - противоречивая.

64. При $ab \neq 12$ система определенная, при $a=3,\ \ b=4$ - неопределенная, при $ab=12$, но $a \neq 3,\ \ b \neq 4$ - противоречивая.

65. (-1; 3; -2; 2) **66.** (2; 1; -3; 1) **67.** (-2; 1; 4; 3)

68. $\left(0;\ \ 2;\ \ \dfrac{1}{3};\ \ -\dfrac{3}{2}\right)$ **69.** $\left(\dfrac{1}{2};\ \ -\dfrac{2}{3};\ \ 2;\ \ -3\right)$

70. $\left(\dfrac{734}{7};\ \ \dfrac{53}{7};\ \ -10;\ \ 1\right)$ **71.** (5; 4; 3; 2; 1)

72. (3; -5; 4; -2; 1)

73. Система неопределенная.

$$x_1 = 6 - 26x_3 + 17x_4, \quad x_2 = -1 + 7x_3 - 5x_4$$

74. Система неопределенная.

$$x_1 = \frac{1}{10}(6 - 15x_2 - x_4), \quad x_3 = \frac{1}{5}(1 + 4x_4)$$

75. Система противоречивая. **76.** Система противоречивая.

77. 5 **78.** 8 **79.** 13 **80.** 18 **81.** $\dfrac{n(n-1)}{2}$ **82.** $\dfrac{n(n+1)}{2}$

83. $\dfrac{3n(n-1)}{2}$ **84.** $\dfrac{3n(n+1)}{2}$ **85.** $\dfrac{n(3n+1)}{2}$ **86.** $\dfrac{n(3n-1)}{2}$

87. $\dfrac{3n(n+1)}{2-1}$ **88.** $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 3 & 1 & 2 & 4 \end{pmatrix}$ **89.** $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 3 & 5 & 1 & 2 & 4 \end{pmatrix}$

90. $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \end{pmatrix}$ **91.** $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 3 & 4 & 1 & 2 \end{pmatrix}$

92. $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 2 & 3 & 4 & 5 & 1 \end{pmatrix}$ **93.** $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 5 & 3 & 4 & 2 & 1 \end{pmatrix}$

94. $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 3 & 5 & 1 & 4 & 2 \end{pmatrix}$ **95.** $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 7 & 4 & 1 & 6 & 3 & 2 & 5 & 8 & 9 \end{pmatrix}$

96. $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & \ldots & 2n-1 & 2n \\ 2 & 1 & 4 & 3 & \ldots & 2n & 2n-1 \end{pmatrix}$

97. $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & \dots & 3n-2 & 3n-1 & 3n \\ 3 & 1 & 2 & 6 & 4 & 5 & \dots & 3n & 3n-2 & 3n-1 \end{pmatrix}$ **98.** A

99. Тождественная подстановка E. **100.** $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 3 & 5 & 2 & 1 & 4 & 6 & 7 \end{pmatrix}$

101. $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 4 & 3 & 2 & 1 & 6 & 5 & 8 & 7 \end{pmatrix}$

102. $(1\ 4\ 2)(3\ 5)$, подстановка нечетная.

103. $(1\ 6\ 3)(2\ 5)(4)$, подстановка нечетная.

104. $(1\ 8\ 2)(3)(4\ 6\ 7)(5)$, подстановка четная.

105. $(1\ 5)(2\ 8\ 6\ 4)(3\ 9\ 7)$, подстановка четная.

106. $(1\ 2\ 3\ 4\ 5\ 6\ 7\ 8\ 9)$, подстановка четная.

107. $(1\ 4)(2\ 5)(3\ 6)$, подстановка нечетная.

108. $(1\ 2)(3\ 4)\dots(4)(2n-1,\ 2n)$, четность подстановки совпадает с четностью числа n.

109. $(1\ 3)(2)(4\ 6)(5)\dots(3n-2,\ 3n)(3n-1)$, четность подстановки совпадает с четностью числа n. Декремент равен n.

110. $(1\ 3\ 5\dots 2n-1)(2\ 4\ 6\dots 2n)$, подстановка четная. Декремент равен $2n-2$

111. $(1\ 2\ 3)(4\ 5\ 6)\dots(3n-2,\ 3n-1,\ 3n)$, подстановка четная. Декремент равен $2n$

112. $(1\ 4\ 7 \ldots 3n-2)(2\ 5\ 8 \ldots 3n-1)(3\ 6\ 9 \ldots 3n)$, декремент равен $3n-3$. Четность подстановки противоположна четности числа n.

113. Входит со знаком минус. **114.** Входит со знаком плюс.

115. Не является членом определителя.

116. Входит со знаком минус.

117. Не является членом определителя. **118.** Со знаком $(-1)^{n-1}$.

119. Со знаком $(-1)^n$. **120.** Со знаком $(-1)^{\frac{(n-2)(n-1)}{2}}$.

121. Со знаком $(-1)^{3n} = (-1)^n$. **122.** $i = 5,\ k = 1$

123. $i = 6, \quad k = 2$ **124.** $i = 1, \quad k = 4$

125. $a_{11}\ a_{24}\ a_{32}\ a_{43} + a_{13}\ a_{21}\ a_{32}\ a_{44} + a_{14}\ a_{23}\ a_{32}\ a_{41}$

126. $10x^4 - 5x^3$ **127.** $a_{11}\ a_{22}\ a_{33} \ldots a_{nn}$

128. $(-1)^{\frac{n(n-1)}{2}} a_{1n}\ a_{2,n-1} \ldots a_{n1}$

129. 0 **130.** $-\ 117$ **131.** $-\ 70$ **132.** $8a + 15b + 12c - 19d$

133. $2a - 8b + c + 5d$ **134.** $3a - b + 2c + d$ **135.** $4t - x - y - z$

152. $-\ 8$ **153.** $-\ 3$ **154.** $-\ 9$ **155.** 18 **156.** 18 **157.** 4

158. -120 **159.** 27 **160.** 17 **161.** $-\ 6$ **162.** -63 **163.** 100

164. 150 **165.** 52 **166.** 5 **167.** 10 **168.** 1 **169.** 100
170. 1 **171.** $\frac{1}{35}$ **172.** 1

173. $9\sqrt{10}(\sqrt{3}-\sqrt{2})$ **174.** n! **175.** $n(-1)^{\frac{n(n-1)}{2}}$

176. $x_1(x_2-a_{12})(x_3-a_{23})\dots(x_n-a_{n-1,n})$

177. $(-1)^{\frac{n(n-1)}{2}}b_1\,b_2\dots\,b_n$ **178.** $2n+1$

179. $(a_0+a_1+a_2+\ldots+a_n)x^n$ **180.** $(x-1)(x-2)\dots(x-n+1)$

181. $(-1)^n(x-1)(x-2)\dots(x-n)$

182. $a_0(x-a_1)(x-a_2)\dots(x-a_n)$

183. $(x-a-b-c)(x-a+b+c)(x+a-b+c)(x+a+b-c)$

184. $(x^2-1)(x^2-4)$ **185.** x^2z^2 **186.** $n+1$ **187.** $2^{n+1}-1$

188. $\frac{(5^{n+1}-2^{n+1})}{3}$ **189.** $9-2^{n+1}$

190. $5\cdot 2^{n-1}-4\cdot 3^{n-1}$ **191.** 1 **192.** 1 **193.** $5^{n+1}-4^{n+1}$

194. $\frac{\imath^n(1+(-1)^n)}{2}$, где $\imath=\sqrt{-1}$, то есть, если n нечетное, то $D_n=0$, если n четное, то $D_n=(-1)^{\frac{n}{2}}$

195. $\frac{1}{2}(1+(-1)^n)$ **196.** $1!\;2!\;3!\dots n! = 1^n\;2^{n-1}\;3^{n-2}\dots\;n$

197. $\prod_{n\ge\imath>k\ge1}(x_\imath-x_k)$ **198.** $\prod_{k=1}^n k!$

199. $\prod_{1\le\imath<k\le n+1}(a_\imath-a_k)$ **200.** $(-1)^n\;1!\;2!\dots\;n!$

201. $\prod_{\imath=1}^{n} \dfrac{x_\imath}{x_\imath - 1} \prod_{n\geq\imath>k\geq1}(x_\imath - x_k)$ **202.** $1!\ 3!\ 5! \ldots\ (2n-1)!$

203. 10 **204.** 100 **205.** 60 **206.** 10 **207.** $-\ 4$ **208.** $-\ 2$

209. 195 **210.** 90 **211.** 8 **212.** 4 **213.** 1000 **214.** 12

215. $-\ 84$ **216.** $-\ 84$ **217.** 98 **218.** 43 **219.** 81 **220.** 14

221. $(1;\ 1;\ -1;\ -1)$ **222.** $(-2;\ 0;\ 1;\ -1)$

223. $(1;\ 2;\ 2;\ 0)$ **224.** $(2;\ -2;\ 1;\ -\ 1)$

225. $(-0,4;\ -1,2;\ 3,4;\ 1)$ **226.** $\left(\dfrac{2}{3};\ -1; \dfrac{3}{2};\ 0\right)$ **227.** 2 **228.** 3

229. 3 **230.** 2 **231.** Если $\lambda \neq 0$, то 3, если $\lambda = 0$, то 2.

232. Если $\lambda = 3$, то 2, если $\lambda \neq 0$, то 3.

233. 3 **234.** 2 **235.** 3 **236.** 2

237, 239, 242. Линейно независимая.

238, 240, 241. Линейно зависимая. **243.** 15

244. Любое число. **245.** Любое число. **246.** λ не равно 12.

247. Таких значений не существует.

248. Таких систем четыре:
1) $(a_1,\ a_3)$; 2) $(a_1,\ a_4)$; 3) $(a_2,\ a_3)$; 4) $(a_2\ , a_4)$

249. 1) $(a_1,\ a_2)$; 2) $(a_2,\ a_3)$ **250.** Любые два вектора.

251. 1) $(a_1,\ a_4)$; 2) $(a_2,\ a_4)$; 3) $(a_3,\ a_4)$

252. Любые три вектора, кроме $(a_1,\ a_2,\ a_5)$ и $(a_3,\ a_4,\ a_5)$.

253. Базу образуют, например, векторы: $(a_1,\ a_2,\ a_4)$; $a_3 = a_1 - a_2$.

254. Одну из баз образуют векторы:
$a_1,\ \ a_2,\ \ a_3;\ \ a_4 = 2a_1 - 3a_2 + 4a_3,\ \ a_5 = a_1 + 5a_2 - 5a_3.$

255. Одну из баз образуют векторы:
$a_1,\ \ a_2,\ \ a_5;\ \ a_3 = a_1 - a_2 + a_5,\ \ a_4 = 3a_1 + 4a_2 - 2a_5.$

256. Например, общее решение: $x_1 = 8x_3 - 7x_4,\ \ x_2 = -6x_3 + 5x_4.$
Фундаментальная система решений: $(8,\ -6,\ 1,\ 0),\ \ (-7,\ 5,\ 0,\ 1)$

257. Общее решение: $x_3 = -\dfrac{5}{2}x_1 + 5x_2,\quad x_4 = \dfrac{7}{2}x_1 - 7x_2.$
Фундаментальная система решений: $(1, -0, -\dfrac{5}{2},\ \dfrac{7}{2}),\ \ (0, 1, 5, -7)$

258. Общее решение:

$$x_4 = -\frac{(9x_1 + 6x_2 + 8x_3)}{4},\quad x_5 = \frac{(3x_1 + 2x_2 + 4x_3)}{4}.$$

Фундаментальная система решений:

$$(1,\ 0,\ -\frac{9}{4},\ \frac{3}{4}),\ \ (0,\ 1,\ 0,\ -\frac{3}{2},\ \ \frac{1}{2}),\ \ (0,\ 0,\ 1,\ -2,\ 1)$$

.

259. Система имеет нулевое решение. Фундаментальной системы не существует.

260. Общее решение:

$$x_4 = \frac{(-9x_1 + 3x_2 - 10x_3)}{11}, \quad x_5 = \frac{(-3x_1 + x_2 + 4x_3)}{11}.$$

Фундаментальная система решений:

$$(1,\ 0,\ 0,\ -\frac{9}{11},\ -\frac{3}{11}), \quad (0,\ 1,\ 0,\ \frac{3}{11},\ \frac{1}{11}), \quad (0,\ 0,\ 1,\ -\frac{10}{11},\ \frac{4}{11}).$$

261. Система имеет только нулевое решение.

262. Общее решение:

$$x_1 = x_4 - x_5, \quad x_2 = x_4 - x_6, \quad x_3 = x_4.$$

Фундаментальная система решений:

$$(1,\ 1,\ 1,\ 1,\ 0,\ 0), \quad (-1,\ 0,\ 0,\ 0,\ 1,\ 0), \quad (0,\ -1,\ 0,\ 0,\ 0,\ 1).$$

263. Общее решение:

$$x_1 = 0,\ x_2 = \frac{x_3 - 2x_5}{3},\ x_4 = 0.$$

Фундаментальная система решений:

$$(0,\ \frac{1}{3},\ 1,\ 0,\ 0), \quad (0,\ -\frac{2}{3},\ 0,\ 0,\ 1).$$

264. Общее решение:

$$x_1 = -3x_3 - 5x_5,\ x_2 = 2x_3 + 3x_5,\ x_4 = 0.$$

Фундаментальная система решений:

$$(-3,\ 2,\ 1,\ 0,\ 0),\quad (-5,\ 3,\ 0,\ 0,\ 1).$$

265. Общее решение:

$$x_1 = \frac{x_3 - 9x_4 - 2}{11},\quad x_2 = \frac{-x_3 + x_4 + 10}{11};$$

$$(-1,\ 1,\ 0,\ 1) + \alpha_1(1,\ -5,\ 11,\ 0) + \alpha_2(-9,\ 1,\ 0,\ 11).$$

266. Общее решение:

$$x_3 = 22x_1 - 33x_2,\quad x_4 = -16x_1 + 24x_2 + 8;$$

$$(2,\ 1,\ 0,\ 0) + \alpha_1(1,\ 0,\ 22,\ -16) + \alpha_2(0,\ 1,\ -33,\ 24).$$

267. Общее решение:

$$x_3 = 1 - 3x_1 - 4x_2,\quad x_4 = 1;$$

$$(-1,\ 1,\ 0,\ 1) + \alpha_1(1,\ 0,\ -3,\ 0) + \alpha_2(0,\ 1,\ -4,\ 0).$$

268. Система несовместна.

269. Система имеет единственное решение: $(3,\ 2,\ 1)$.

270. Общее решение:

$$x_3 = 6 - 15x_1 + 10x_2,\quad x_4 = -7 + 18x_1 - 12x_2;$$

$$(1,\ 1,\ 1,\ -1) + \alpha_1(1,\ 0,\ -15,\ 18) + \alpha_2(0,\ 1,\ 10,\ -12).$$

271. Общее решение:

$$x_3 = \frac{34x_1 - 17x_2 - 29}{5}, \quad x_4 = \frac{16x_1 - 8x_2 - 16}{5};$$

$$(2,\ 1,\ \frac{22}{5},\ \frac{8}{5}) + \alpha_1(5,\ 0,\ 34,\ 16) + \alpha_2(0,\ 5,\ -17,\ -8).$$

272. Общее решение:

$$x_3 = 2 - \frac{27}{13}x_1 + 9x_2, \quad x_4 = -1 + \frac{3}{13}x_1 - \frac{1}{13}x_2;$$

$$(1,\ 1,\ \frac{8}{13},\ -\frac{11}{13}) + \alpha_1(13,\ 0,\ -27,\ 3) + \alpha_2(0,\ 13,\ 9,\ -1).$$

273. Общее решение:

$$x_1 = \frac{(-6 + 8x_4)}{7}, \quad x_2 = \frac{(1 - 13x_4)}{7}, \quad x_3 = \frac{(15 - 6x_4)}{7};$$

$$(-2\ , 2,\ 3,\ -1) + \alpha_1(8,\ -13,\ -6,\ 7).$$

274. Система несовместна.

275. Общее решение:

$$x_3 = -1 - 8x_1 + 4x_2, \quad x_4 = 0, \quad x_5 = 1 + 2x_1 - x_2;$$

$$(1,\ 2,\ -1,\ 0,\ 1) + \alpha_1(1,\ 0,\ -8,\ 0,\ 2) + \alpha_2(0,\ 1,\ 4,\ 0,\ -1).$$

276. Общее решение:

$$x_3 = 13, \quad x_5 = -34;$$

$$(1,\ 8,\ 13,\ 0,\ -34) + \alpha_1(1,\ 0,\ 0,\ -3,\ 0) + \alpha_2(0,\ 1,\ 0,\ 0,\ -2,\ 0).$$

277. Общее решение:

$$x_3 = -\frac{9}{2} - x_1 - 2x_2, \quad x_4 = -\frac{25}{2} - 2x_1 - 4x_2, \quad x_5 = -\frac{15}{2} - 2x_1 - 4x_2;$$

$$(1,\ -3,\ \frac{1}{2},\ -\frac{5}{2},\ \frac{5}{2}) + \alpha_1(1,\ 0,\ -1,\ -2,\ -2) + \alpha_2(0,\ 1,\ -2,\ -4,\ -4).$$

278. Общее решение:

$$x_3 = \frac{4}{3}x_1 + \frac{2}{3}x_2, \quad x_4 = -\frac{14}{3}x_1 - \frac{7}{3}x_2 - 1, \quad x_5 = \frac{4}{3}x_1 + \frac{2}{3}x_2 + 2;$$

$$(1,\ 1,\ 2,\ -8,\ 4) + \alpha_1(3,\ 0,\ 4,\ -14,\ 4) + \alpha_2(0,\ 3,\ 2,\ -7,\ 2).$$

279. Система имеет единственное решение: $(3, 0, -5, 11)$.

280. Система несовместна.

281. При $\lambda \neq 0$ система несовместна. При $\lambda = 0$ она совместна, и общее решение имеет вид:

$$x_1 = \frac{-5x_3 - 13x_4 - 3}{2}, \quad x_2 = \frac{-7x_3 - 19x_4 - 7}{2}.$$

282. При $\lambda = 0$ система несовместна. При $\lambda \neq 0$ она совместна, и общее решение имеет вид:

$$x_1 = \frac{4-\lambda}{5\lambda} - \frac{3}{5}x_3, \quad x_2 = \frac{9\lambda - 16}{5\lambda} - \frac{8}{5}x_3, \quad x_4 = \frac{1}{\lambda}.$$

283. При $\lambda = 1$ система несовместна. При $\lambda \neq 1$ она совместна, и общее решение имеет вид:

$$x_1 = \frac{43 - 8\lambda}{8 - 8\lambda} - \frac{9}{8}x_3, \quad x_2 = \frac{5}{4 - 4\lambda} + \frac{1}{4}x_3, \quad x_4 = \frac{5}{\lambda - 1}.$$

284. Система совместна при любых значениях λ. При $\lambda = 8$ общее решение имеет вид:

$$x_2 = 4 + 2x_1 - 2x_4, \quad x_3 = 3 - 2x_4.$$

При $\lambda \neq 8$ общее решение имеет вид:

$$x_1 = 0, \quad x_2 = 4 - 2x_4, \quad x_3 = 3 - 2x_4.$$

285. Система совместна при любых значениях λ. При $\lambda \neq 8$ общее решение имеет вид:

$$x_2 = \frac{4}{3} - \frac{2}{3}x_1, \quad x_3 = -1, \quad x_4 = 0.$$

286. При $(\lambda - 1)(\lambda + 2) \neq 0$ система имеет единственное решение:

$$x_1 = x_2 = x_3 = \frac{1}{\lambda + 2}.$$

При $\lambda = 1$ общее решение имеет вид:

$$x_1 = 1 - x_2 - x_3.$$

При $\lambda = -2$ система несовместна.

287. При $(\lambda-1)(\lambda+3)\neq 0$ система имеет единственное решение:

$$x_1 = x_2 = x_3 = x_4 = \frac{1}{\lambda+3}.$$

При $\lambda = 1$ общее решение имеет вид:

$$x_1 = 1 - x_2 - x_3 - x_4.$$

При $\lambda = -3$ система несовместна.

288. При $\lambda(\lambda+3)\neq 0$ система имеет единственное решение:

$$x_1 = \frac{2-\lambda^2}{\lambda(\lambda+3)},\ x_2 = \frac{2\lambda-1}{\lambda(\lambda+3)},\ \ x_3 = \frac{\lambda^3+2\lambda^2-\lambda-1}{\lambda(\lambda+3)}.$$

При $\lambda = -3$ и при $\lambda = -3$ система несовместна.

289. При $\lambda(\lambda+3)\neq 0$ система имеет единственное решение:

$$(2-\lambda^2,\ \ 2\lambda-1, \lambda^3+2\lambda^2-\lambda-1).$$

При $\lambda = 0$ общее решение имеет вид:

$$x_1 = -x_2 - x_3.$$

При $\lambda = -3$ общее решение имеет вид:

$$x_1 = x_2 = x_3.$$

290. $\begin{pmatrix} 5 & 2 \\ 7 & 0 \end{pmatrix}$ **291.** $\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ **292.** $\begin{pmatrix} 1 & 5 & -5 \\ 3 & 10 & 0 \\ 2 & 9 & -7 \end{pmatrix}$

293. $\begin{pmatrix} 11 & -22 & 29 \\ 9 & -27 & 32 \\ 13 & -17 & 26 \end{pmatrix}$ **294.** $\begin{pmatrix} 10 & 17 & 19 & 23 \\ 17 & 23 & 27 & 25 \\ 16 & 12 & 9 & 20 \\ 7 & 1 & 3 & 10 \end{pmatrix}$

295. $\begin{pmatrix} 8 & 6 & 4 & 2 \\ 5 & 0 & -5 & -10 \\ 7 & 7 & 7 & 7 \\ 10 & 9 & 8 & 7 \end{pmatrix}$ **296.** $\begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}$

297. $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 5 \end{pmatrix}$ **298.** $\begin{pmatrix} 13 & -14 \\ 21 & -22 \end{pmatrix}$ **299.** $\begin{pmatrix} 304 & -61 \\ 305 & -62 \end{pmatrix}$

300. $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, при n четном. $\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 3 & -2 \end{pmatrix}$ при n нечетном.

301. $\begin{pmatrix} \cos n\alpha & -\sin n\alpha \\ \sin n\alpha & \cos n\alpha \end{pmatrix}$ **302.** $\begin{pmatrix} 1 & n \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ **303.** $\begin{pmatrix} \lambda^n & n\lambda^{n-1} \\ 0 & \lambda^n \end{pmatrix}$

304. $\begin{pmatrix} -2 & 1 \\ \frac{3}{2} & -\frac{1}{2} \end{pmatrix}$ **305.** $\begin{pmatrix} 7 & -4 \\ -5 & 3 \end{pmatrix}$ **306.** $\dfrac{1}{ad-bc}\begin{pmatrix} d & -b \\ -c & a \end{pmatrix}$

307. $\begin{pmatrix} \cos\alpha & \sin\alpha \\ -\sin\alpha & \cos\alpha \end{pmatrix}$ **308.** $\begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ -38 & 41 & -34 \\ 27 & -29 & 24 \end{pmatrix}$

309. $\begin{pmatrix} -8 & 29 & -11 \\ -5 & 18 & -7 \\ 1 & -3 & 1 \end{pmatrix}$

310. $\begin{pmatrix} -\dfrac{7}{3} & 2 & -\dfrac{1}{3} \\ \\ \dfrac{5}{3} & -1 & -\dfrac{1}{3} \\ \\ -2 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ **311.** $\dfrac{1}{9}\begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 2 & 1 & -2 \\ 2 & -2 & 1 \end{pmatrix}$

312. $\dfrac{1}{4}\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 & -1 \\ 1 & -1 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$ **313.** $\begin{pmatrix} 22 & -6 & -26 & 17 \\ -17 & 5 & 20 & -13 \\ -1 & 0 & 2 & -1 \\ 4 & -1 & -5 & 3 \end{pmatrix}$

314. $\begin{pmatrix} -1 & -1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$ **315.** $\begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 5 & -4 \end{pmatrix}$ **316.** $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$ **317.** $\begin{pmatrix} 6 & 4 & 5 \\ 2 & 1 & 2 \\ 3 & 3 & 3 \end{pmatrix}$

318. $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix}$ **319.** $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \end{pmatrix}$

320. Общий вид решения:

$$\begin{pmatrix} \dfrac{2+3c_1}{2} & \dfrac{3+3c_2}{2} \\ c_1 & c_2 \end{pmatrix},$$

где c_1 и c_2 -любые числа.

321. Общий вид решения: $\begin{pmatrix} c_1 & \dfrac{2-3c_1}{4} \\ \\ c_2 & \dfrac{9-3c_2}{4} \end{pmatrix}$, где c_1 и c_2 -любые числа.

322. Решение не существует.

323. Общий вид решения: $\begin{pmatrix} 7-3c_1 & 5-3c_2 & 7-3c_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \\ 5c_1-9 & 5c_2-3 & 5c_3-7 \end{pmatrix}$, где c_1, c_2, c_3 -любые числа.

324. $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$; $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}$ **325.** $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$; $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$

326. $\begin{pmatrix} a & 2b \\ 3b & a+3b \end{pmatrix}$, где a и b -любые числа.

327. $\begin{pmatrix} a & 3b \\ -5b & a+9b \end{pmatrix}$ **328.** $\begin{pmatrix} a & b & c \\ 0 & a & b \\ 0 & 0 & a \end{pmatrix}$ **329.** $\begin{pmatrix} a & b & c & d \\ 0 & a & b & c \\ 0 & 0 & a & b \\ 0 & 0 & 0 & a \end{pmatrix}$

330. $1+18\imath$ **331.** $4\imath$ **332.** $7+17\imath$ **333.** $10-11\imath$ **334.** $14-5\imath$

335. $5+\imath$ **336.** $\frac{13}{2}-\frac{1}{2}\imath$ **337.** $\frac{11}{5}-\frac{27}{5}\imath$ **338.** 4 **339.** $52\imath$ **340.** 2 **341.** 1

342. $(2,3)$ **343.** $(3,-5)$ **344.** $(-\frac{4}{11},\ \frac{5}{11})$ **345.** $(-2,\ \frac{3}{2},\ 2,\ -\frac{1}{2})$

346. $(\imath,\ 1+\imath)$ **347.** $(2,\ 1-\imath)$ **348.** $\emptyset$ **349.** $x_1=\frac{(2+\imath)x_2-\imath}{2}$

350. $\pm(1+\imath)$ **351.** $\pm(2-2\imath)$ **352.** $\pm(2-\imath)$ **353.** $\pm(1+4\imath)$

354. $\pm(5+6\imath)$ **355.** $\pm(1-3\imath)$ **356.** $\pm\left(\sqrt{\frac{\sqrt{13}+2}{2}}-\imath\sqrt{\frac{\sqrt{13}-2}{2}}\right)$

357. $\pm\left(\sqrt{\frac{3}{2}}-\imath\sqrt{\frac{1}{2}}\right)$ **358.** $\sqrt{2}\frac{(\pm 1\pm\imath)}{2}$

359. $\imath^\alpha\left(\frac{1+\sqrt{3}}{2}+\frac{1-\sqrt{3}}{2\imath}\right)$, $\alpha=0,1,2,3.$

360. $x_1=3-\imath,\quad x_2=-1+2\imath$

361. $x_1=2+\imath,\quad x_2=1-3\imath$ **362.** $x_1=1-2\imath,\quad x_2=3\imath$

363. $x_1=5-2\imath,\quad x_2=2\imath$ **364.** $x_1=5-3\imath,\quad x_2=2+\imath$

365. $x_1=1-\imath,\quad x_2=\frac{4-2\imath}{5}$ **366.** $\pm\sqrt{\frac{7}{2}}\pm\frac{\imath}{2}$ **367.** $\pm 4\pm\imath$

368. $5(\cos 0+\imath\sin 0)$ **369.** $\cos\frac{\pi}{2}+\imath\sin\frac{\pi}{2}$ **370.** $2(\cos\pi+\imath\sin\pi)$

371. $3(\ \cos(-\frac{\pi}{2})+\imath\sin(-\frac{\pi}{2})\ )$ **372.** $\sqrt{2}(\ \cos\frac{\pi}{4}+\imath\sin\frac{\pi}{4}\ )$

373. $\sqrt{2}(\ \cos(-\frac{\pi}{4})+\imath\sin(-\frac{\pi}{4})\ )$ **374.** $2(\ \cos\frac{\pi}{3}+\imath\sin\frac{\pi}{3}\ )$

375. $2(\cos\frac{2\pi}{3}+\imath\sin\frac{2\pi}{3})$ **376.** $2(\cos(-\frac{\pi}{3})+\imath\sin(-\frac{\pi}{3}))$

377. $2(\cos\frac{\pi}{6}+\imath\sin\frac{\pi}{6})$ **378.** $2(\cos\frac{5\pi}{6}+\imath\sin\frac{5\pi}{6})$

379. $2(\cos(-\frac{5\pi}{6})+\imath\sin(-\frac{5\pi}{6}))$ **380.** $2(\cos(-\frac{\pi}{6})+\imath\sin(-\frac{\pi}{6})$

381. $\frac{2}{\sqrt{3}}(\cos\frac{\pi}{6}+\imath\sin\frac{\pi}{6})$

382. $2\sqrt{2+\sqrt{3}}(\cos\frac{\pi}{12}+\imath\sin\frac{\pi}{12})$ или $(\sqrt{6}+\sqrt{2})(\cos\frac{\pi}{12}+\imath\sin\frac{\pi}{12})$

383. $2\sqrt{2+\sqrt{3}}(\cos(-\frac{5\pi}{12})+\imath\sin(-\frac{5\pi}{12}))$ **384.** $\cos(-\alpha)+\imath\sin(-\alpha)$

385. $\cos(\frac{\pi}{2}-\alpha)+\imath\sin(\frac{\pi}{2}-\alpha)$ **386.** $\cos 2\alpha+\imath\sin 2\alpha)$

387. Полуплоскость, расположенная справа от мнимой оси (точки оси не включаются).

388. Полуплоскость, расположенная ниже горизонтальной прямой, проходящей через точку $z=\imath$ (точки этой прямой включаются).

389. Полоса, состоящая из точек, расстояние от которых до мнимой оси меньше единицы.

390. Прямоугольник с вершинами в точках:
$-\imath,\ 1,\ -\imath,\ 1+\imath,\ \imath$ (стороны не включаются).

391. Круг радиуса 1 с центром в точке z=0 (включая окружность).

392. Вся плоскость, из которой удален круг радиуса 1 с центром в точке $z=\imath$ вместе с окружностью.

393. Круг радиуса 2 с центром в точке $z=-\imath$, которая удалена (окружность круга не включается).

394. Кольцо между окружностями радиусов 1 и 3 с общим центром в точке z=1 (окружности не включаются).

395. Угол раствора $\frac{\pi}{4}$ с вершиной в точке z=0, расположенный выше действительной оси, являющейся одной из его сторон (стороны угла не включаются).

396. Угол раствора $\dfrac{\pi}{2}$ с вершиной в точке z=0, биссектрисой которого является отрицательная часть действительной оси (стороны угла не включаются).

397. Окружность, построенная на отрезке [0,a], как на диаметре.

398. Окружность радиуса 1 с центром в точке z=0.

399. Действительная ось.

400. Окружность радиуса a с центром в точке z=0.

401. Внешность круга $(x-1)^2+y^2 \leq 1$.

402. Полуплоскость, лежащая слева от мнимой оси.

403. Правая половина круга радиуса 1 с центром в точке z=0.

404. Полуплоскость, содержащая точку z=0 и ограниченная касательной к окружности радиуса 1 и центром в нуле, проведенной в точке $z=\dfrac{1+\imath}{\sqrt{2}}$.

405. Угол раствора $\frac{\pi}{4}$ с вершиной в точке $z=-\imath$, стороны которого проходят через точки $z=1, z=0$.

406. Четыре угла раствора $\frac{\pi}{4}$ с вершиной в точке z=0,биссектрисами которых являются лучи $\arg z=-\frac{\pi}{16}+\pi k, k=0,1,2,3$. Во всех случаях точки граничных линий не включаются.

407. Внутренность эллипса: $\dfrac{x^2}{3}+\dfrac{y^2}{4}=1$.

408. Часть плоскости, лежащая слева от правой ветви гиперболы: $x^2 - \frac{y^2}{5} = 1$.

409. Часть плоскости, лежащая с той же стороны,
параболы: $y^2 = 1 - 2x$, что и точка z=1 (и ограниченная этой параболой).

410. $2\sqrt{2}(\cos(\frac{7\pi}{12} + \phi) + \imath\sin(\frac{7\pi}{12} + \phi))$ **411.** $\cos(\alpha + \psi) + \imath\sin(\alpha + \psi)$

412. $\frac{\sqrt{2}}{2}(\cos(2\phi - \frac{\pi}{12}) + \imath\sin(2\phi - \frac{\pi}{12})$ **413.** 2^{500} **414.** 2^{150} **415.** -2^{30}

416. $(2 + \sqrt{3})^{12}$ **417.** $-2^{12}(2 - \sqrt{3})^6$ **418.** -2^6

419. $2^{15}\imath$ **420.** $1, \; -\frac{1}{2} \pm \imath\sqrt{\frac{3}{2}}$ **421.** $\pm 1, \; \pm\imath$

422. $\pm 1, \; \frac{\pm(1 + \imath\sqrt{3})}{2}, \; \pm\frac{(1 - \sqrt{3})}{2}$ **423.** $\pm\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{\imath}{2}, \; -\imath$ **424.** $\pm 1 \pm \imath$

425. $2\sqrt[6]{1}$ (см.422.) **426.** $\pm\sqrt{2}, \; \pm\sqrt{2}\imath, \; \pm\sqrt{2}(1 \pm \imath)$

427. $\pm\imath\sqrt{3}, \; \pm\frac{\sqrt{3}}{2}(\sqrt{3} \pm \imath)$

428. $\sqrt{3} + \imath, \; -1 + \imath\sqrt{3}, \; \sqrt{3} - \imath, \; 1 - \imath\sqrt{3}$

429. $3 - \imath\sqrt{3}, \; \sqrt{3} + 3\imath, \; -3 + \imath\sqrt{3}, \; -\sqrt{3} - 3\imath$

430. $\frac{1}{2}\sqrt[6]{2}(\sqrt{2 + \sqrt{3}} + \imath\sqrt{2 - \sqrt{3}}), \; \frac{1}{2}\sqrt[3]{4}(\imath - 1),$
$-\frac{1}{2}\sqrt[6]{2}(\sqrt{2} - \sqrt{3 + \imath\sqrt{2 + \sqrt{3}}})$

431. $\frac{1}{2}\sqrt{2}(\sqrt{2 + \sqrt{3}} - \imath\sqrt{2 - \sqrt{3}}), \; -\frac{1}{2}\sqrt{2}(\sqrt{2 - \sqrt{3}} - \imath\sqrt{2 + \sqrt{3}}), 1 - \imath$

432. $\pm\sqrt{3}+\imath,\ -2\imath$ **433.** $\frac{3}{2}(\pm\sqrt{3}-\imath)$

434. $\pm(\frac{3}{2}+\imath\frac{\sqrt{3}}{2}),\ \pm(\frac{\sqrt{3}}{2}-\frac{3}{2\imath})$ **435.** $\pm(1-\imath\frac{\sqrt{3}}{3}),\ \pm(\frac{\sqrt{3}}{3}+\imath)$

436. $4\cos^3 x\sin x-4cosx\sin^3 x$ **437.** $\cos^4 x-6\cos^2 x\sin x+\sin^4 x$

438. $5\cos^4 x\sin x-10\cos^2 x\sin^3 x+\sin^5 x$

439. $\cos^5 x-10\cos^3 x\sin^2 x+5\cos x\sin^4 x$

440. $6\cos^5 x\sin x-20\cos^3 x\sin^3 x+6\cos x\sin^5 x$

441. $7\cos^6 x\sin x-35\cos^4 x\sin^3 x+21\cos^2 x\sin^5 x-\sin^7 x$

442. $\frac{1}{8}(\cos 4x-4\cos 2x+3)$

443. $\frac{1}{8}(\cos 4x+4\cos 2x+3)$ **444.** $\frac{1}{16}(\sin 5x-5\sin 3x+10\sin x)$

445. $\frac{1}{16}(\cos 5x+5\cos 3x+10\cos x)$

446. $\frac{1}{32}(\cos 6x+6\cos 4x+15\cos 2x+10)$

447. -1 **448.** $-\frac{1}{2}\pm\imath\frac{\sqrt{3}}{2}$ **449.** $\pm\imath$

450. $\frac{1}{2}\pm\imath\frac{\sqrt{3}}{2}$ **451.** $\pm\frac{\sqrt{2}}{2}(1\pm\imath)$ **452.** $\pm\frac{\sqrt{3}}{2}\pm\frac{\imath}{2}$

453. $\pm\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}\pm\frac{\imath(\sqrt{6}-\sqrt{2})}{4},\pm\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}\pm\frac{\imath(\sqrt{6}+\sqrt{2})}{4}$

454. $\frac{1}{4}(\sqrt{5}-1)$ **455.** $\frac{1}{4}\sqrt{10+2\sqrt{5}}$

456. $\frac{1}{4}(\sqrt{5}+1)$ **457.** $\frac{1}{4}\sqrt{10-2\sqrt{5}}$

458. $-\imath \operatorname{ctg}\frac{(2k+1)\pi}{2n}$, где $k=0,1,\dots,n-1$

459. $-\imath \operatorname{ctg}\frac{k\pi}{n}$, где $k=1,2,\dots,n-1$

460. $\operatorname{ctg}\frac{(2k+1)\pi}{2n}$, где $k=0,1,\dots,n-1$

473, 474, 475, 476, 477, 484,485, 488, 489, 490, 491, 492, 495, 497, 499, 501, 503, 504, 507, 508, 510 - Являются.

471, 481, 482, 483, 486, 487, 493, 494, 498, 500, 505, 506, 509 - Не являются.

470. Все множества, кроме $\mathbb{N}$. **472.** Все, кроме $\mathbb{Z}$.

478. Является, если r=1 и если r=0. **479.** Является при $0 \le r \le 1$.

480. Является при $\phi = \frac{2k\pi}{n}$ (считая, что $\phi_1 < \phi_2 < \dots < \phi_n$).

496. Является при d=1. **502.** Является при $\lambda < 0$.

511. 6 **512.** 5 **513.** 12 **514.** 8 **515.** 4 **516.** 8 **517.** 2

518, 519, 523, 524, 528, 534, 535, 536, 538, 539, 540, 541, 542, 544, 545, 546 - Кольцо, не поле.

521, 525, 527, 529, 530, 543 - поле.

520, 522, 526, 532, 533, 547 - не кольцо.

531, 537 - Кольцо, не поле при $D \equiv 1 \pmod 4$.

548. Частное: $2x^2 + 3x + 11$, остаток: $25x - 5$.

549. Частное: $\dfrac{3x-7}{9}$, остаток: $\dfrac{-26x-2}{9}$.

550. $q = m,\ p = -m^2 - 1$

551. Если $m = 0$, то $q = p - 1$; если $m \neq 0$, то $p = 2 = m^2, q = 1$

552. $f(x) = (x-1)(x^3 - x^2 + 3x - 3) + 5,\ f(x_0) = 5$

553. $f(x) = (x+3)(2x^2 - 6x^3 + 13x^2 - 39x + 109) - 327,\ f(x_0) = -327$

554. $f(x) = (x-2)(3x^4 + 7x^3 + 14x^2 + 9x + 5),\ f(x_0) = 0$

555. $f(x) = (x+2)(x^3 - 5x^2 + 2) + 1,\ f(x_0) = 1$

556. 136 **557.** 1 **558.** -63 **559.** 67

560. $f(x) = (x-2)^4 - 18(x-2) + 38,\ f'(2) = -18,$
$f''(2) = f'''(2) = 0,\ f''''(2) = 24$

561.

$f(x) = (x-2)^5 + 10(x-2)^4 + 36(x-2)^3 + 62(x-2)^2 + 48(x-2) + 18,$

$f'(2) = 48,\ f''(2) = 124,\ f'''(2) = 216,\ f''''(2) = 240,\ f^v(2) = 120$

562. 3 **563.** 4 **564.** 2 **565.** 3 **566.** -5 **567.** A=3, B=-4

568. $A = n,\ B = -(n+1)$ **572.** $3125b^2 + 108a^5 = 0, \quad a \neq 0$

573. $b = 9a^2,\ 1728a^5 + c^2 = 0$

575. Положив наибольший общий делитель m n равным d, $m = dm_1,\ n = dn_1$, получим условие в виде: $(-1)^{n_1}(n_1 - m_1)^{n_1 - m_1} m_1^{m_1} a^{n_1} = b^{m_1} n_1^{n_1}$

577. $(x-1)^2(x+1)$ **578.** $(x-1)^3(x+1)$ **579.** $x^d - 1$, где $d = (m, n)$

580. $x + 1$ **581.** $x^3 - x + 1$ **582.** $x^3 + x^2 + 2$ **583.** 1

584. $d = x^2 - 2 = -(x+1)f + (x+2)g$

585. $d = 1 = xf - (3x^2 + x - 1)g$

586. $(x-1)^3(x+3)^2(x-3)$ **587.** $(x-2)(x^2 - 2x + 2)^2$

588. $(x+1)^4(x-4)$ **589.** $(x^3 - x^2 - x - 2)^2$

590. $(x-1)(x-2)(x-3)$ **591.** $(x-1-\imath)(x-1+\imath)(x+1-\imath)(x+1+\imath)$

592. $(x + 1 - \sqrt{\frac{\sqrt{2}+1}{2}} - \imath\sqrt{\frac{\sqrt{2}-1}{2}})(x + 1 - \sqrt{\frac{\sqrt{2}+1}{2}} + \imath\sqrt{\frac{\sqrt{2}-1}{2}})$
$(x + 1 + \sqrt{\frac{\sqrt{2}+1}{2}} + \imath\sqrt{\frac{\sqrt{2}-1}{2}})(x + 1 + \sqrt{\frac{\sqrt{2}+1}{2}} - \imath\sqrt{\frac{\sqrt{2}-1}{2}})$

593. $(x - \sqrt{3} - \sqrt{2})(x - \sqrt{3} + \sqrt{2})(x + \sqrt{3} - \sqrt{2})(x + \sqrt{3} + \sqrt{2})$

594. $(x^2 + 3)(x^2 + x + 3)(x^2 - 3x + 3)$

595. $(x^2 + 2x + 1 + \sqrt{2} + 2(x+1)\sqrt{\frac{\sqrt{2}+1}{2}})$

$(x^2+2x+1+\sqrt{2}-2(x+1)\sqrt{\frac{\sqrt{2}+1}{2}})$

596. $(x^2-x\sqrt{a+2}+1)(x^2+x\sqrt{a+2}+1)$

597. $\prod_{k=0}^{n-1}(x^2-2x\cos(3k+1)\frac{2\pi}{3n}+1)$

598. $(x^2-2x\cos\frac{\pi}{9}+1)(x^2+2x\cos\frac{2\pi}{9}+1)(x^2+2x\cos\frac{4\pi}{9}+1)$

599. $(x^2+x\sqrt{2}+1)(x^2-x\sqrt{2}+1)(x^2+x\sqrt{2+\sqrt{2}}+1)(x^2-x\sqrt{2+\sqrt{2}}+1)$
$(x^2+x\sqrt{2-\sqrt{2}}+1)(x^2-x\sqrt{2-\sqrt{2}}+1)$

600. $(x-1)^2(x-2)(x-3)(x-1+\imath)$ **601.** $(x-\imath)^2(x+1+\imath)$

605. Числа m, n, p должны иметь одинаковую четность.

606. При $m=6k+1$ **607.** $(x-1)^2(x+2)$

608. $(x+1)^2(x^2+1)$ **609.** $x^{(m,n)}-1$

610. $x^{(m,n)}+1$, если $\frac{m}{(m,n)}$ и $\frac{n}{(m,n)}$ - нечетные числа, и 1 - в противном случае.

611. $x^4+4x^3-7x^2-22x+24$

612. $x^4+(3-\imath)x^3+(3-3\imath)x^2+(1-3\imath)x-\imath$

613. $x^4-3x^3+2x^2+2x-4$ **614.** $x^4-19x^2-6x+72$

615. 0 **616.** -1 **617.** $\lambda=\pm 6$ **618.** $\lambda=-3$

619. $q^3 + pq + q = 0$ **620.** $\dfrac{1}{12(x-1)} - \dfrac{4}{3(x+2)} + \dfrac{9}{4(x+3)}$

621. $\dfrac{2}{x-1} - \dfrac{-2+\imath}{2(x-\imath)} + \dfrac{-2-\imath}{2(x+\imath)}$

622. $-\dfrac{1}{16}\left(\dfrac{1+\imath}{x-1-\imath} + \dfrac{1-\imath}{x-1+\imath} + \dfrac{-1+\imath}{x+1-\imath} + \dfrac{-1-\imath}{x+1+\imath}\right)$

623. $\dfrac{1}{4(x+1)^2} - \dfrac{1}{4(x+1)^2}$

624. $\dfrac{1}{4(x+1)} - \dfrac{1}{4(x-1)} + \dfrac{1}{4(x-1)^2} + \dfrac{1}{4(x+1)^2}$

625. $\dfrac{3}{(x-1)^3} - \dfrac{4}{(x-1)^2} + \dfrac{1}{x-1} - \dfrac{1}{x+1}{}^2 - \dfrac{2}{x+1} + \dfrac{1}{x-2}$

626. $\dfrac{1}{3(x-1)} - \dfrac{x+2}{3(x^2+x+1)}$

627. $\dfrac{1}{8(x-2)} - \dfrac{1}{8(x+2)} + \dfrac{1}{2(x^2+4)}$ **628.** $\dfrac{1}{8}\dfrac{x+2}{x^2+2x+2} - \dfrac{1}{8}\dfrac{x-2}{x^2-2x+2}$

629. $-\dfrac{1}{4(x+1)} + \dfrac{x-1}{4(x^2+1)} + \dfrac{x+1}{2(x^2+1)^2}$

630. $-\dfrac{1}{x} + \dfrac{7}{x+1} + \dfrac{3}{(x+1)^2} - \dfrac{6x+2}{x^2+x+1} - \dfrac{3x+2}{(x^2+x+1)^2}$

631.

$$\frac{1}{16(x-1)^2} - \frac{3}{16(x-1)} + \frac{1}{16(x+1)^2} + \frac{3}{16(x+1)} + \frac{1}{4(x^2+1)} + \frac{1}{4(x^2+1)^2}$$

632. 2 **633.** -3 **634.** -2, 3

635. $-3, \dfrac{1}{2}$ **636.** $\dfrac{5}{2}, -\dfrac{3}{4}$ **637.** $1, -2, 3$ **638.** $\dfrac{1}{2},\ -\dfrac{2}{3},\ \dfrac{3}{4}$

639. Рациональных корней нет.

640. $x_1 = 3, x_2 = x_3 = x_4 = x_5 = -1$ **641.** $x_1 = x_2 = x_3 = 2$

Оглавление.

Учебное издание

Рудман Римма Мееровна

Задачи по алгебре

Учебное пособие

Публикуется в авторской редакции
Компьютерная верстка, макет Р. М. Рудман

Подписано в печать 28.12.2009. Формат $60 \times 84/16$.
Typeset by LaTeX2$_\varepsilon$. Формат $60{\times}84/16$. Печать оперативная.
Усл.-печ. л. 5,8. Уч.-изд. л. 6,25. Тираж 200 экз. Заказ №
Издательство «Самарский университет»,
443011, Россия, г. Самара, ул. Акад. Павлова, 1.
Отпечатано на УОП СамГУ