

Государственный комитет Российской Федерации
по высшему образованию

Самарский государственный аэрокосмический
университет имени академика С.П.Королева

А.Н.Гусев

СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ ЛЕТАТЕЛЬНЫМИ АППАРАТАМИ

Конспект лекций

Самара 1996

УДК 629.7.05.001.2(082)

Системы управления летательными аппаратами:
Конспект лекций /А.Н.Гусев; Самар. гос.
аэрокосм. ун-т. Самара, 1996. 120 с.
ISBN 5-230-17010-7

Приведены необходимые сведения для выбора и расчета основных элементов систем управления и их параметров, обеспечивающих устойчивость и требуемое качество управления.

Излагается курс лекций по системам управления летательными аппаратами для студентов специальности 13.06 "Ракетостроение". Работа подготовлена на кафедре динамики полета и систем управления.

Ил. 79. Библиогр.: 15 назв.

Печатается по решению редакционно-издательского совета Самарского государственного аэрокосмического университета имени академика С.П.Королева

Рецензенты: В.В.Дмитриев, В.П.Тарасов

© Русев А.Н., 1996

ISBN 5-230-17010-7 © Самарский государственный аэрокосмический университет, 1996

ВВЕДЕНИЕ

Современные системы управления летательными аппаратами (ЛА) — это многомерные системы автоматического управления, применяемые для управления и навигации самолетов, ракет и космических летательных аппаратов (КЛА). Изложение дисциплины "Системы управления ЛА" основано на курсах "Высшей математики", "Физики", "Теоретической механики", "Динамики полета" и "Основ теории автоматического управления".

Ц е л ь к у р с а: дать знания, необходимые для обоснованного выбора структуры, состава и основных характеристик системы управления при проектировании ЛА с учетом экономических показателей и безопасности полетов.

В учебном пособии основное внимание уделено вопросам теории и устройства элементов и подсистем систем управления ЛА, принципам формирования и расчета параметров законов управления, обеспечивающих устойчивость и требуемую точность процессов управления.

1. ПРИНЦИПЫ ПОСТРОЕНИЯ И ОСНОВНЫЕ ФУНКЦИОНАЛЬНЫЕ ЭЛЕМЕНТЫ СИСТЕМ УПРАВЛЕНИЯ ЛЕТАТЕЛЬНЫМИ АППАРАТАМИ

1.1. Технические средства автоматики

Технические средства автоматики принято подразделять на два класса:

1. Системы автоматического управления (САУ) и регулирования (САР).
2. Элементы, устройства и подсистемы САУ и САР.

Система автоматического управления включает в себя объект управления и собственно систему управления.

Объектом управления называют управляемую часть системы, т.е. агрегат, машину, установку, а в нашем случае ЛА, требуемый режим функ-

ционированию которого должен поддерживаться управляющей частью системы в соответствии с заданной целью управления.

Управляющая система, т.е. собственно система управления, содержит три подсистемы: информационную, логико-вычислительную и исполнительную.

Совокупность технических средств, предназначенных для получения, передачи и преобразования информации, называют информационной подсистемой.

Совокупность технических средств, предназначенных для обработки информации, называют логико-вычислительной подсистемой. Состав этой подсистемы определяется избранным законом управления. Основная функция логико-вычислительной подсистемы – выработка решений, необходимых для достижения цели управления. К техническим средствам данной подсистемы относятся разнообразные вычислительные устройства, включая и бортовые ЦВМ (БЦВМ).

Технические средства для формирования управляющих воздействий, осуществляющие непосредственное управление объектами в соответствии с целью управления, образуют исполнительную подсистему. Основное содержание этой подсистемы составляют электрические, пневматические и гидравлические приводы.

Системы управления, в которых в процессе их функционирования все информационные этапы управления, включая и принятие решений или выработку управляющих воздействий, производятся без участия человека оператора, называются системами автоматического управления.

Системы управления, в которых на основе данных информационной и логико-вычислительной подсистем решения, обеспечивающие выполнение цели управления, принимает человек-оператор, называют автоматизированными системами управления (АСУ).

Пусть, например, в поле зрения устройства самонаведения крылатой ракеты находится несколько целей и требуется выбрать ту из них, достижение которой обеспечивает выполнение задачи. Если задача выбора решается непосредственно на борту ракеты, то система управления является автоматической. Если же изображение поля зрения транслируется с ракеты на пункт управления, где решение о выборе цели принимает человек-оператор, то система управления является автоматизированной.

1.2. Классификация систем управления ЛА

Классификация систем автоматического управления (САУ) по различным признакам, связанным с математическим описанием и их функциональным назначением, рассмотрена в курсе "Основы теории автомати -

ческого управления". Здесь же рассмотрим только классификацию по способам управления.

Способом управления называют тот основной принцип, который определяет способ и место получения информации, используемой для управления полетом ЛА.

Существуют три основных способа управления: автономное управление (АУ), телеуправление (ТУ) и самонаведение (СН).

Автономное управление – это управление полетом ЛА с помощью приборов, расположенных на его борту, при отсутствии энергетического контакта с пунктом управления и целью. Эффективность данного способа можно в первом приближении оценить среднеквадратической ошибкой (СКО) достижения цели полета

$$\sigma_{\text{АУ}} = \sqrt{\sigma_{\text{СТ}}^2 + \sigma_{\text{СУ}}^2},$$

где $\sigma_{\text{СТ}}$ – СКО старта; $\sigma_{\text{СУ}}$ – СКО системы управления.

В ошибку старта входят ошибки определения координат цели или параметров траектории, ошибки направления пуска, ошибки начальной ориентации измерительных приборов и т.д.

Ошибку СУ составляют инструментальные, методические и динамические ошибки. При полете на значительные расстояния составляющая $\sigma_{\text{СУ}}$ может достигать значительных величин и это является серьезным недостатком систем АУ. Достоинства: простота, абсолютная скрытность работы, практически неограниченная дальность действия.

Телеуправлением называется управление на расстоянии любыми объектами посредством сигналов, вырабатываемых на пункте управления. Применительно к управлению ЛА это означает, что в течение всего полета или на каком-либо его участке на пункте управления непрерывно ведется наблюдение за ЛА и целью управления и определяются их текущие координаты. На основании этих наблюдений рассчитывается требуемая траектория движения ЛА и, если последний отклоняется от этой траектории, то вырабатываются соответствующие команды управления, которые по радиолинии связи передаются на ЛА и реализуются бортовой частью системы управления. В данном случае полностью компенсируются ошибки старта, и точность управления определяется только ошибками системы управления. Ошибки наведения современных систем ТУ составляют несколько метров.

Недостатки ТУ: сложность системы, относительно низкая помехозащищенность из-за наличия средств наблюдения и связи, ограниченная дальность действия, связанная с возможностями средств наблюдения.

Самонаведение – это способ управления движением ЛА, при котором

сигналы управления вырабатываются на борту ЛА под действием энергии, излучаемой или отражаемой целью. Устройство самонаведения, воспринимающее сигналы от цели, измеряет координаты ЛА относительно цели и вырабатывает команды управления в соответствии с отклонением ЛА от требуемой в данный момент траектории.

Главное достоинство СН — высокая точность. Недостатки: относительная сложность (по сравнению с АУ) и недостаточная помехозащищенность.

В состав систем ТУ и СН обязательно входят технические средства АУ, реализующие задачу стабилизации угловых и линейных координат ЛА относительно траектории, заданной по линии ТУ или СН. В практике систем управления ЛА с целью компенсации недостатков, свойственных отдельным способам управления, используются комбинированные способы: АУ + СН, АУ + ТУ, АУ + ТУ + СН.

Выбор способа управления зависит от общей задачи полета, заданной дальности, цели полета, требуемой точности.

1.3. Задачи и состав системы управления ЛА

Состав СУ ЛА (рис. 1.1) полностью определяется способом управления. В любом случае выработка сигналов управления определяется данными информационной подсистемы, которая представляет собой комплекс измерительных устройств. Измерение параметров движения ЛА ведется в определенной системе координат. В соответствии с этим оси чувствительности измерительных устройств должны быть ориентированы определенным образом относительно осей избранной (базовой) системы координат. Итак, первая задача — это задача ориентации осей измерительных устройств. Под задачей ориентации приборов информационной подсистемы будем понимать задачу ориентации связанной с измерительными приборами системы координат E по отношению к базовой системе J .

Ориентация измерительных приборов может производиться до старта ЛА и оставаться неизменной в процессе всего полета, но может и изменяться в процессе полета (управление ориентацией). При АУ в состав информационной подсистемы входят измерители угловых и линейных перемещений, измерители скоростей и ускорений. При ТУ измерители координат и параметров движения ЛА и цели находятся на пункте управления. Обычно это радиолокационные станции (РЛС). Устройство самонаведения является устройством, измеряющим угловые координаты ЛА относительно цели, и обычно оно ориентировано в связанной с объектом системе координат. Самонаведение может быть активным, полуактивным и пассивным. В случае активного самонаведения УСН включает в себя передатчик и



Р и с. I.I. Функциональная схема САУ

приемник, т.е. представляет собой автоматическую РЛС. При полуактивном СН на борту ЛА находится только приемник, воспринимающий отраженную от цели энергию. Излучателем энергии в данном случае является пункт управления. При пассивном самонаведении УСН включает в себя только приемник, воспринимающий энергию, излучаемую целью: излучение в инфракрасном диапазоне (тепловое излучение) и излучение в оптическом диапазоне.

Информация, полученная от измерительных устройств с целью решения задачи управления, обрабатывается в логико-вычислительной подсистеме: аналоговой или цифровой. В случае аналоговой подсистемы задачи формирования закона управления обычно решаются пассивными интегродифференцирующими цепями. Если система цифровая, то эта же задача решается ЭЦВМ. В данном случае в состав логико-вычислительной подсистемы должны входить преобразователи "Аналог-код" и "Код-аналог".

Исполнительная система (рулевой привод) преобразует сигнал логико-вычислительной системы в регулирующее воздействие, т.е. в непосредственное отклонение регулирующего органа.

Наиболее часто рулевой привод бывает электрическим или гидравлическим. Для самолетов и крылатых ракет (КР) рулевыми органами являются аэродинамические рули, для баллистических ЛА (БЛА) - поворотные камеры сгорания.

На основании сигналов измерительных устройств логико-вычислительная и исполнительная подсистемы решают задачу управления - удержание ЛА на заданной траектории.

2. ИНФОРМАЦИОННАЯ ПОДСИСТЕМА

2.1. Минимальный состав измерительных средств САУ

Одной из технических задач, решаемой при проектировании САУ, является задача определения минимального состава измерительных элементов, воспринимающих компоненты вектора состояния с целью эффективно управления системой.

Как известно, линейную САУ можно описать векторно-матричными уравнениями

$$\left. \begin{aligned} \dot{X}(t) &= AX(t) + BU(t), \\ Y(t) &= CX(t). \end{aligned} \right\} \quad (2.1)$$

Здесь X - вектор-столбец размера $n \times 1$, элементы которого являются переменными состояния системы; Y - вектор-столбец, элементы которого характеризуют измеряемые переменные (вектор-наблюдения); U - вектор управления; A - матрица ($n \times n$) исследуемой системы; B - матрица ($n \times m$) управления; C - матрица наблюдения (выхода) размера $r \times n$.

В современной теории управления термин "объект управления" (матрица A) следует воспринимать в более широком смысле, чем обычно принято в теории автоматического управления (ТАУ): к объекту будем относить также исполнительные органы и предшествующие им усилители, а также чувствительные элементы (измерительные устройства), принимающие выходные сигналы в качестве составляющих выходного вектора объекта.

Вектор управления $U(t)$ состоит из вектора измеримых входных сигналов и вектора обратных связей

$$U(t) = V(t) - PX(t), \quad (2.2)$$

где P - матрица преобразования регулятора. Знак "минус" указывает что реверсирование сигнала, имеющееся в любой замкнутой САУ с отрицательной ОС, происходит в регуляторе.

Подставив (2.2) в (2.1), получим

$$\dot{X}(t) = (A - BP)X(t) + BV(t). \quad (2.3)$$

Определитель матрицы $(A - BP)$ является характеристическим определителем всей системы управления и собственные числа этой матрицы определяют характер процесса управления. С этой точки зрения матриц

P в практических задачах выбирают так, чтобы обеспечить заданное распределение собственных чисел матрицы $(A - BP)$ (корней характеристического уравнения). Возможность такого выбора зависит от полной управляемости объекта по состоянию $X(t)$ в отношении входного сигнала $U(t)$, т.е. выполняется условие

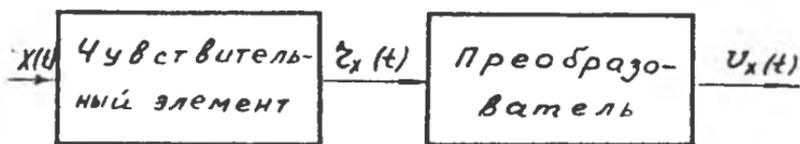
$$\gamma = \text{rang } Q_n = \text{rang} [B, AB, \dots, A^{n-1}B] = n. \quad (2.4)$$

Если $\gamma < n$, то речь может идти об обеспечении заданного расположения доминирующих собственных чисел матрицы $(A - BP)$.

После выбора параметров матрицы P становится ясным, какие составляющие вектора состояния необходимо измерять. Среди этих составляющих могут быть трудно измеряемые, а также те, которые измерить непосредственно невозможно. После этого формируется матрица C и определяется наблюдаемость системы. Система полностью наблюдаема, если

$$\gamma_1 = \text{rang } Q_n = \text{rang} [C^T, A^T C^T, (A^T)^2 C^T, \dots, (A^T)^{n-1} C^T] = n. \quad (2.5)$$

Если система полностью наблюдаема, это означает, что по измеряемым параметрам вектора состояния возможно восстановить остальные составляющие этого вектора и, таким образом, сформировать требуемую матрицу P . Задачу восстановления параметров вектора состояния решают специальные наблюдающие устройства. Если $\gamma_1 < n$, то задача восстановления недостающих составляющих вектора $X(t)$ при избранной матрице C невозможна и требуется изменить матрицу C путем расширения состава измерительных устройств, либо, если это невозможно, то необходимо изменить исходные требования к проектируемой системе.



Р и с. 2.1. Функциональная схема измерительного устройства

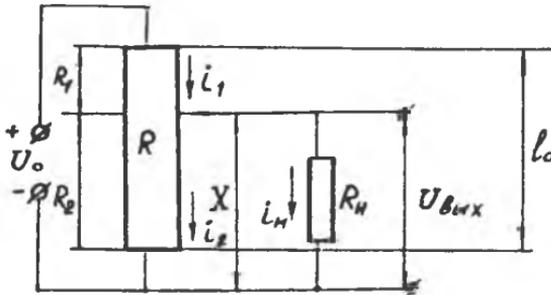
Любое измерительное устройство состоит из чувствительного элемента (ЧЭ), воспринимающего физическую величину, и преобразующего устройства, которое преобразует перемещение ЧЭ в другую форму, удобную для дальнейшего использования, чаще всего в электрический сигнал (рис. 2.1).

Изучение устройства измерительных приборов удобно начать с рассмотрения принципов работы и схем преобразователей.

2.2. Преобразователи

2.2.1. Потенциметрические преобразователи

Потенциметрические преобразователи предназначены для преобразования угловых или линейных перемещений в электрическое напряжение.



Р и с. 2.2. Схема однотактного потенциометра

Простейший потенциометр — это проволочный резистор, имеющий подвижный токосъемник и соединенный определенным образом с источником питания и электрической нагрузкой (рис. 2.2).

На схеме обозначено: R — полное сопротивление потенциометра; R_n — сопротивление нагрузки; x — величина

перемещения токосъемника; l_0 — длина (база) потенциометра.

В соответствии со схемой можно записать следующую систему уравнений:

$$\left. \begin{aligned} i_1 &= i_2 + i_n \\ U_0 &= i_1 R_1 + U_{\text{вых}} \\ U_{\text{вых}} &= i_n R_n - i_2 R_2 \\ R &= R_1 + R_2 \end{aligned} \right\} \quad (2.6)$$

Решив эту систему относительно $U_{\text{вых}}$, получим

$$U_{\text{вых}} = U_0 \frac{R_2}{\frac{R_1 R_2}{R_n} + R_1 + R_2} \quad (2.7)$$

Так как

$$R_2 = R \frac{x}{l_0}, \quad R_1 = R \frac{l_0 - x}{l_0},$$

то

$$U_{\text{вых}} = \frac{x/l_0}{1 + \frac{x}{l_0} \frac{R}{R_n} (1 - \frac{x}{l_0})} U_0.$$

Введем обозначение $d = \frac{x}{l_0}$.

Тогда

$$U_{\text{вых}} = U_0 \frac{d}{1 + d \cdot \frac{R}{R_H} (1-d)} \quad (2.8)$$

При $R_H \gg R$, т.е. $\frac{R}{R_H} \rightarrow 0$, будем иметь

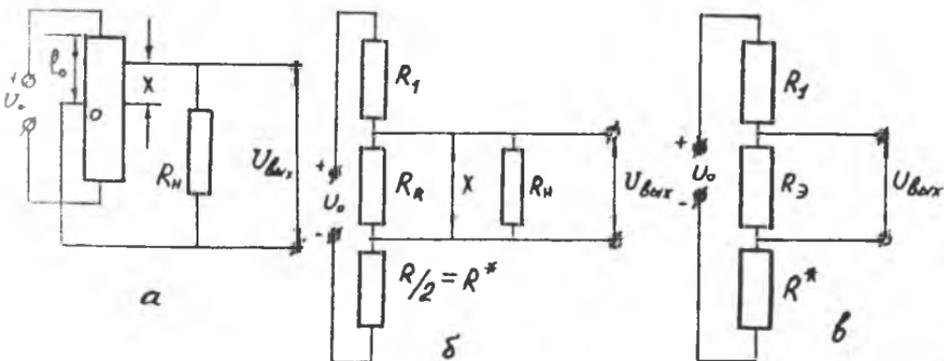
$$U_{\text{вых}} = U_0 d = \frac{U_0}{l_0} x = k_n x, \quad (2.9)$$

где $k_n = \frac{U_0}{l_0}$ — коэффициент передачи.

В этом случае потенциметрический преобразователь является линейным безынерционным звеном.

Недостатком простейшего потенциметра является то, что перемещение x и выходное напряжение могут быть только одного знака.

Исключение этого недостатка обеспечивается применением двухтактных потенциметров (рис. 2.3, а).



Р и с. 2.3. Эквивалентные схемы двухтактного потенциметра

При $x = 0$ токосъемник находится в средней точке, тока нагрузки нет и $U_{\text{вых}} = 0$. При $x \neq 0$, $U_{\text{вых}} \neq 0$ знак выходного напряжения при прохождении токосъемником средней точки "0" изменяется на противоположный (фаза переменного тока изменяется на 180°).

В соответствии с эквивалентными схемами (рис. 2.3, б, в) полное сопротивление цепи

$$\begin{aligned} R_{\Sigma} &= R_1 + R_2 + R^*, \\ R^* &= R/2. \end{aligned} \quad (2.10)$$

Выходное напряжение

$$U_{\text{вых}} = \frac{U_0}{R_2} R_3,$$

где $R_3 = \frac{R_2 R_n}{R_2 + R_n}$

Подставив значения R_2 и R_3 в выражение для $U_{\text{вых}}$, после преобразований получим

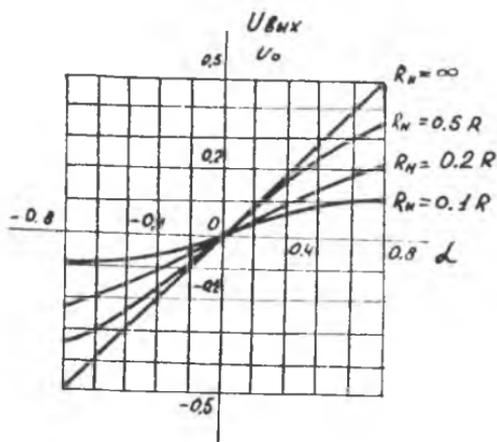
$$U_{\text{вых}} = \frac{U_0 d}{2 + d \frac{R}{R_n} (1 - 0,5d)}, \quad (2.11)$$

где $d = \frac{x}{l_0}$, l_0 — половина длины катушки.

Если $R_n \gg R$, так что $\frac{R}{R_n} \rightarrow 0$, то

$$U_{\text{вых}} = \frac{U_0}{2} d = \frac{U_0}{2l_0} x = K_n x. \quad (2.12)$$

Вид семейства статических характеристик рассматриваемого преобразователя показан на рис. 2.4.



Р и с. 2.4. Статические характеристики потенциметрического преобразователя

При $R_n > 10R$ характеристику потенциметрического преобразователя можно считать практически линейной. С учетом ошибок изготовления, диаметра проволоки и шага катушки нелинейность статической характеристики промышленных потенциметров составляет 0,1–0,3%. Чувствительность потенциметрических преобразователей не превышает $(3-5) \cdot 10^{-3}$ В/мм. Потенциметрические преобразователи по точности делятся на три класса с точностью $\pm 0,01\%$; $\pm 0,02\%$; $\pm 0,05\%$ соответственно.

В системах средней точности могут использоваться преобразователи класса 0,2 – 1%. Потенциметры достаточно надежно работают при

Очевидно, что чем больше R_n по сравнению с R , тем ближе характеристика к линейной. Можно показать, что максимальное отклонение характеристики от линейной соответствует точке $d = 2/3$ и определяется выражением

$$\varepsilon = -\frac{4R}{27R_n}$$

При $R_n > 10R$ характеристику потенциметрического преобразователя можно считать практически линейной.

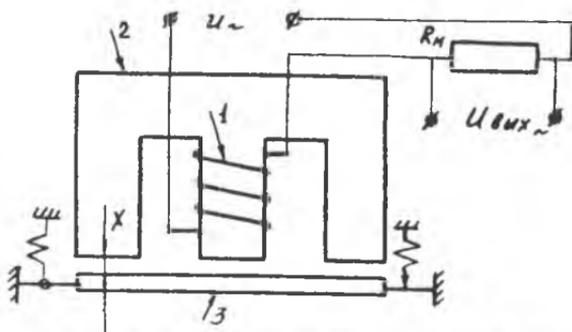
С учетом ошибок изготовления, диаметра проволоки и шага катушки нелинейность статической характеристики про-

Среднего перемещения токозъемника $\omega = (600-900)$ град/с. Средний срок службы составляет $(2-20) \cdot 10^6$ циклов.

2.2.2. Индуктивные преобразователи

Индуктивные преобразователи предназначены для преобразования механического перемещения в электрический сигнал. Работа такого преобразователя основана на изменении индуктивного сопротивления катушки со стальным сердечником при перемещении подвижного якоря (рис. 2.5).

Обмотка I подключена к сети переменного тока напряжением U_{\sim} . Магнитный поток обмотки проходит через стальной сердечник 2, воздушный зазор и замыкается через подвижный якорь 3.



Р и с. 2.5. Однофазный индуктивный преобразователь

Индуктивность катушки определяется выражением

$$L = \frac{W\Phi}{i}, \quad (2.13)$$

где W - число витков; Φ - магнитный поток, Вб; i - ток в катушке, А; L - индуктивность катушки, Гн.

Магнитный поток

$$\Phi = \frac{0,4\pi i W}{R_m} = \frac{0,4\pi i W}{R_{ст} + \frac{2x}{S_m \mu_0}}, \quad (2.14)$$

где R_m - магнитное сопротивление цепи; $R_{ст}$ - магнитное сопротивление стального сердечника; S_m - площадь сечения сердечника; μ_0 - магнитная проницаемость воздуха.

Подставив (2.14) в (2.13), получим

$$L = \frac{0,4\pi W^2}{R_{ст} + \frac{2x}{S_m \mu_0}}$$

Действующее значение тока нагрузки

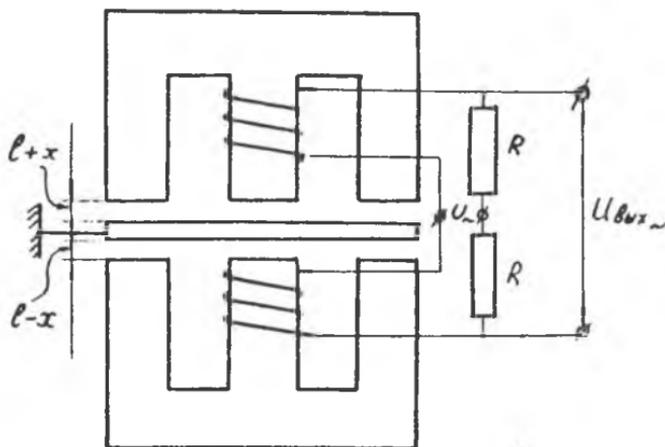
$$I = \frac{U}{Z} = \frac{U}{\sqrt{R^2 + \omega L^2}}, \quad (2.15)$$

где $R = R_k + R_n$; R_k - сопротивление катушки; ω - частота питающего напряжения.

В типовых конструкциях $R_{сг} \ll \frac{2x}{S_m \mu_0}$ и $R \ll \omega L$. Тогда из (2.15) получим

$$I_n = \frac{2U}{W^2 \omega \mu_0 S_m} x = k_u x, \quad U_{\text{вых}} = R_n I_n. \quad (2.16)$$

Простейший индуктивный преобразователь является однотактным, т.е. фаза выходного сигнала изменяться не может. Для исключения этого недостатка используются двухтактные преобразователи (рис. 2.6).



Р и с. 2.6. Двухтактный индуктивный преобразователь

Входной сигнал - перемещение x сердечника относительно среднего положения. Токи в катушках 1 и 2 равны:

$$I_1 = k(l+x);$$

$$I_2 = k(l-x).$$

Выходной сигнал

$$U_{\text{вых}} = I_1 R - I_2 R = 2kR x. \quad (2.17)$$

Изменение знака χ приводит к изменению фазы выходного сигнала на 180° .

Основными недостатками индуктивных преобразователей является сильная зависимость от частоты питающего напряжения и возможность их работы только на переменном токе. При использовании таких преобразователей в САУ постоянного тока они должны подключаться к специальным фазочувствительным выпрямителям, знак выходного сигнала постоянного тока которых определяется фазой входного сигнала.

Основное достоинство индуктивных преобразователей — высокая надежность, обусловленная отсутствием скользящих контактов. Положительными качествами являются также большой коэффициент передачи, достигающий нескольких сотен вольт на миллиметр перемещения якоря, и высокая разрешающая способность, которая может при тщательной регулировке достигать сотых долей микрона. Благодаря этому индуктивные преобразователи особенно пригодны для работы в системах измерения очень малых угловых или линейных перемещений.

С точки зрения динамических свойств индуктивные преобразователи представляют собой безынерционные звенья.

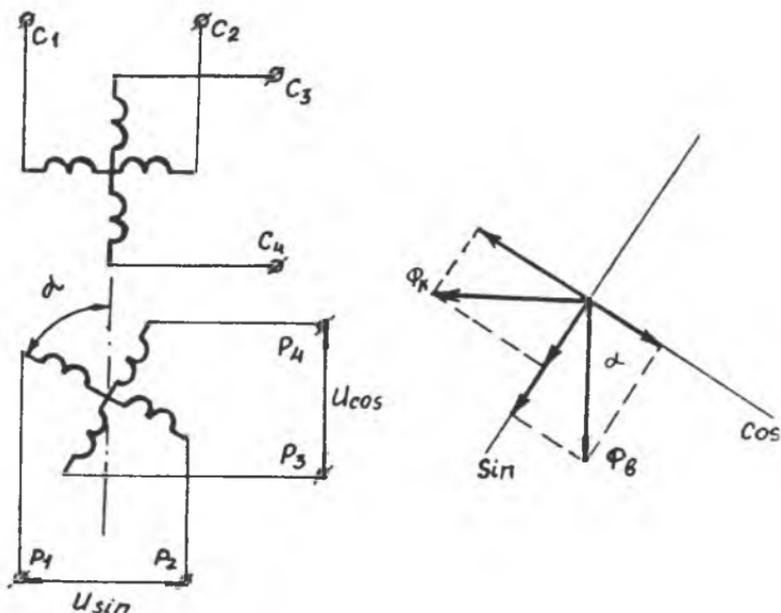
2.2.3. Вращающиеся трансформаторы

Вращающиеся трансформаторы (ВТ) относятся к классу индукционных машин переменного тока, принцип действия которых основан на изменении коэффициента взаимной индукции между подвижным и неподвижным элементами при изменении их относительного положения.

Конструктивно ВТ состоит из статора и ротора, на которых размещены по две обмотки, сдвинутые между собой на 90° (рис. 2.7), где обозначено:

- $C_1 - C_2$ — главная статорная обмотка (обмотка возбуждения);
- $C_3 - C_4$ — вспомогательная (квадратурная) статорная обмотка;
- $P_1 - P_2$ — синусная роторная обмотка;
- $P_3 - P_4$ — косинусная роторная обмотка.

Принято считать, что магнитные оси обмоток, т.е. направления, в которых распространяются возбуждаемые им магнитные потоки, перпендикулярны их строительным осям. Коэффициент взаимной индукции двух обмоток имеет максимальное значение, когда магнитные оси их параллельны, и уменьшается при изменении этого положения. Отсюда следует, что при произвольном относительном положении вторичной и первичной обмоток электрическое напряжение в первой возбуждается только составляющей



Р и с. 2.7. Схема СКВТ

магнитного потока первичной обмотки, параллельной магнитной оси вторичной обмотки.

Обозначим: U_8 - напряжение возбуждения, приложенное к обмотке C_1-C_2 ; U_κ - напряжение, приложенное к квадратурной обмотке C_3-C_4 .

Взаимное положение статорных и роторных обмоток определяется углом α . Из диаграммы, показанной на рис. 2.7, следует, что суммарные магнитные потоки, параллельные осям синусной и косинусной обмоток, определяются выражениями:

$$\left. \begin{aligned} \Phi_{\sin} &= \Phi_8 \sin \alpha + \Phi_\kappa \cos \alpha, \\ \Phi_{\cos} &= \Phi_8 \cos \alpha - \Phi_\kappa \sin \alpha, \end{aligned} \right\} \quad (2.18)$$

где Φ_8 - магнитный поток обмотки возбуждения; Φ_κ - магнитный поток квадратурной обмотки.

Так как магнитные потоки Φ_8 и Φ_κ пропорциональны напряжениям U_8 и U_κ , а возбуждаемые напряжения в роторных обмотках U_{\sin} и U_{\cos} пропорциональны потокам Φ_{\sin} и Φ_{\cos} , то можно записать

$$\left. \begin{aligned} U_{\sin} &= K(U_B \sin d + U_K \cos d), \\ U_{\cos} &= K(U_B \cos d - U_K \sin d). \end{aligned} \right\} \quad (2.19)$$

Здесь $K = \frac{W_p}{W_{cr}}$ — коэффициент трансформации; W_p — количество витков роторной обмотки; W_{cr} — количество витков статорной обмотки.

Выходные напряжения рассматриваемого ВТ пропорциональны синусу и косинусу угла поворота ротора d и такой ВТ получил название синусно-косинусного вращающегося трансформатора — СКВТ.

В практике автоматического регулирования часто необходимо получить электрическое напряжение, пропорциональное углу поворота d . Эту задачу можно решить, изменив схему включения обмоток СКВТ так, как показано на рис. 2.8. Квадратурная обмотка замкнута накоротко. Обмотки $C_1 - C_2$ и $P_3 - P_4$ соединены последовательно и подключены к источнику питания. Обмотка $P_1 - P_2$ замкнута на сопротивление нагрузки Z_H . Из рис. 2.8 следует, что

$$U = U_{C_1 - C_2} + U_{P_3 - P_4}.$$

Так как $U_{P_3 - P_4} = U_{C_1 - C_2} \cdot K \cos d$,

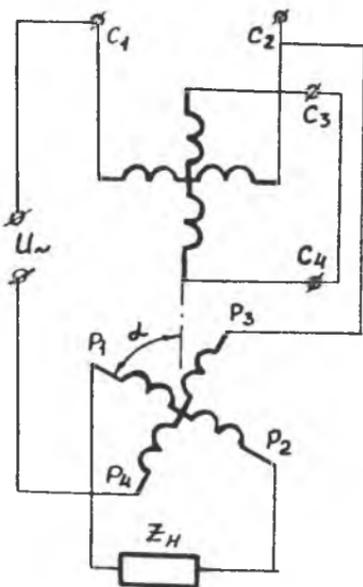
$$\text{то } U = U_{C_1 - C_2} (1 + K \cos d).$$

Отсюда

$$U_{C_1 - C_2} = \frac{U}{1 + K \cos d}.$$

Это напряжение возбуждает в обмотке $P_1 - P_2$ напряжение

$$U_{P_1 - P_2} = \frac{K U \sin d}{1 + K \cos d}. \quad (2.20)$$



Р и с. 2.8. Схема ЛВТ

Для ВТ обычно коэффициент трансформации $k = 0,52$. При таком значении k линейность выражения (2.20) с точностью до 1% сохраняется в пределах $\alpha = \pm 60^\circ$, т.е. в этом диапазоне

$$U_{P_1-P_2} = k U \alpha. \quad (2.21)$$

Такой ВТ называется линейным вращающимся трансформатором (ЛВТ). Основными достоинствами ВТ является возможность выполнения вычислительных операций одновременно с преобразованием и высокая точность. СКВТ имеют классы точности 0, 1, 2, 3, которым соответствуют ошибки 4', 8', 16' и 22' соответственно. Имеются также классы точности А и В, для которых ошибки преобразования равны 1' и 2'. ЛВТ имеют три класса точности: I - $\pm 4'$; II - $\pm 8'$; III - $\pm 10'$.

К недостаткам ВТ относятся возможность работы только на переменном токе и необходимость компенсации поперечных составляющих магнитных потоков роторных обмоток, замкнутых на нагрузку (симметрирование).

Для частот изменения входного сигнала α на порядок и более меньших частоты питающего напряжения с точки зрения динамических свойств можно считать ВТ безынерционным звеном.

2.3. Измерительные устройства

2.3.1. Основы теории гироскопических приборов

В системах стабилизации и навигации ЛА для измерения углов, угловых скоростей и других величин используются гироскопические устройства, чувствительным элементом которых является гироскоп.

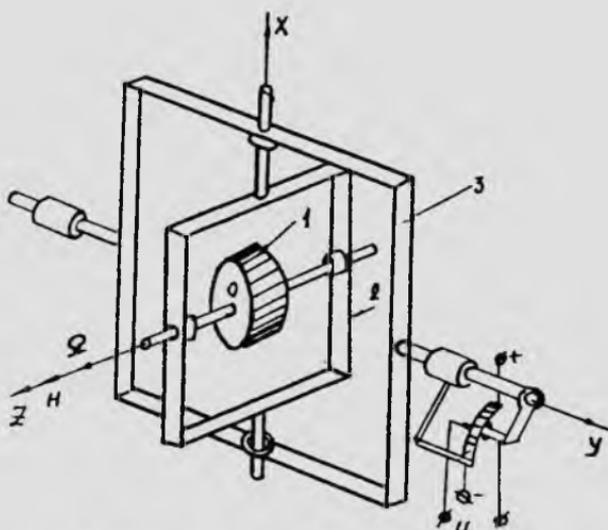
Гироскоп - это быстро вращающееся тело с одной неподвижной точкой. Для обеспечения ротору гироскопа свободы вращения относительно неподвижной точки применяют карданов подвес.

На рис. 2.9 обозначено: 1 - ротор гироскопа; 2 - внутренняя рамка карданова подвеса; 3 - внешняя рамка карданова подвеса; Ω - угловая скорость вращения ротора гироскопа.

Оси вращения ротора, внутренней и внешней рамки в исходном состоянии взаимно перпендикулярны. Неподвижной точкой является точка пересечения координатных осей O , которая называется точкой подвеса.

Ось вращения ротора OZ называется главной осью гироскопа; а конец главной оси, откуда вращение наблюдается против часовой стрелки, называется полюсом гироскопа.

Рассматриваемый гироскоп имеет три степени свободы и называется трехстепенным. Гироскоп, у которого центр тяжести совпадает с точкой подвеса ротора, называется астатическим. Астатический гироскоп с тре-



Р и с. 2.9. Свободный гироскоп

ми степенями свободы, на который не действуют моменты внешних сил, называется свободным гироскопом (СГ).

Основными параметрами гироскопа являются момент инерции и кинетический момент его ротора. Момент инерции твердого тела определяется выражением

$$J = \sum_{i=1}^n m_i h_i^2, \quad (2.22)$$

где J - момент инерции; m_i - масса материальной точки; h_i - расстояние данной точки от оси вращения.

Момент инерции $J = J_z$ называют главным, а моменты инерции J_x и J_y - экваториальными.

Кинетическим моментом ротора гироскопа называется главный момент количества движения всех материальных точек ротора

$$\bar{H} = \sum_{i=1}^n h_i \times m_i \bar{V}_i, \quad (2.23)$$

где \bar{H} - кинетический момент, \bar{V}_i - линейная скорость материальной точки.

Известно, что $\bar{V}_i = \bar{\Omega} \times \bar{h}_i$.

Тогда

$$H = \sum_{i=1}^n \bar{h}_i \times m_i \bar{\Omega} \times \bar{h}_i = \bar{\Omega} \sum_{i=1}^n m_i \bar{h}_i^2 = J \bar{\Omega}, \quad (2.24)$$

Так как $\bar{\Omega} \times \bar{h}_i \perp \bar{h}_i$.

Вектор кинетического момента совпадает с главной осью гироскопа и направлен в сторону, откуда вращение ротора наблюдается против часовой стрелки.

Производная кинетического момента

$$\frac{d\bar{H}}{dt} = \sum_{i=1}^n \frac{d\bar{h}_i}{dt} \times m_i \bar{V}_i + \sum_{i=1}^n \bar{h}_i \times m_i \frac{d\bar{V}_i}{dt}.$$

Так как $d\bar{h}_i/dt = \bar{V}_i$, а векторное произведение двух параллельных векторов равно нулю, то первый член этого выражения равен нулю. Так

как $\frac{d\bar{V}_i}{dt} = \bar{a}_i$, где \bar{a}_i — ускорение, то

$$\frac{d\bar{H}}{dt} = \sum_{i=1}^n \bar{h}_i \times m_i \bar{a}_i = \sum_{i=1}^n \bar{h}_i \times \bar{F}_i = \bar{M}, \quad (2.25)$$

где \bar{M} — момент внешних сил.

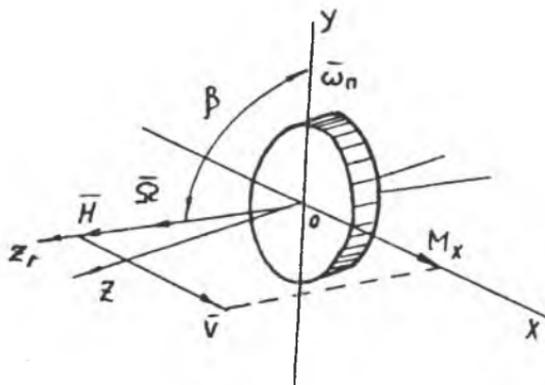
Из (2.25) следует главное свойство свободного гироскопа, для которого $\bar{M} = 0$ и, следовательно, $d\bar{H}/dt = 0$. Ось кинетического момента СГ (главная ось) сохраняет неизменным положение в инерциальном пространстве. Именно это свойство и позволяет использовать СГ в качестве чувствительного элемента измерителей угловых отклонений ЛА.

Производная от вектора есть линейная скорость его конца, т.е.

$$\frac{d\bar{H}}{dt} = \bar{V}. \quad (2.26)$$

Из сравнения (2.25) и (2.26) можно записать $\bar{V} = \bar{M}$, т.е. линейная скорость конца вектора кинетического момента \bar{H} равна вектору

момента внешних сил, приложенных к ротору. Пусть относительно оси внутренней рамки приложен момент \bar{M}_x . Тогда в соответствии с тем, что $\bar{V} = \bar{M}_x$, главная ось будет разворачиваться относительно оси внешней рамки OY так, чтобы совместить полюс гироскопа с вектором внешнего момента, двигаясь по кратчайшему пути (рис. 2.10)



Р и с. 2.10. Прецессия свободного гироскопа

Движение ротора гироскопа под действием внешнего момента называется прецессией.

Линейная скорость конца вектора \bar{H} равна

$$\bar{V} = \bar{\omega}_n \times \bar{H}; \quad (2.27)$$

$\bar{\omega}_n$ - угловая скорость прецессии.

Тогда и $\bar{M} = \bar{\omega}_n \times \bar{H}$, но

$$\bar{\omega}_n \times \bar{H} = \omega_n H \sin \beta,$$

где β - угол между главной осью и осью прецессии.

Тогда

$$\omega_n = \frac{M}{H \sin \beta}. \quad (2.28)$$

Если $\beta = 90^\circ$, то $\omega_n = \frac{M}{H}$.

Известно, что при сложном движении возникает ускорение Кариолиса

$$\bar{a}_n = 2\bar{\omega}_n \times \bar{V}_i.$$

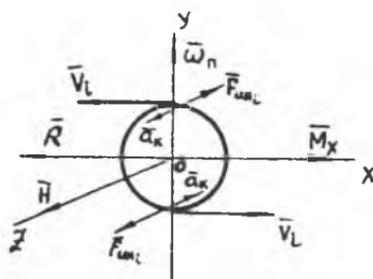
Для точек, расположенных выше оси Ox , ускорение Кариолиса направлено на нас, для точек ниже оси Ox - от нас (рис. 2.II). Ускорение \bar{a}_n вызывает появление сил инерции, которые создают момент R относительно оси Ox , который направлен противоположно моменту внешних сил. Этот момент R называют гироскопическим. Очевидно, что $F_{инi} = -m_i \bar{a}_n = -2m_i \bar{\omega}_n \times \bar{V}_i$. Тогда $R = -\sum_{i=1}^n 2m_i \bar{h}_i \times \bar{\omega}_n \times \bar{V}_i$. Учитывая,

что $\bar{V}_i = \bar{\Omega} \times \bar{h}_i$ и $-\bar{\omega}_n \times \bar{\Omega} = \bar{\Omega} \times \bar{\omega}_n$, из последнего выражения получим

$$\bar{R} = 2\gamma_y \bar{\Omega} \times \omega_n = \gamma \bar{\Omega} \times \omega_n = \bar{H} \times \bar{\omega}_n, \quad (2.29)$$

$$(\gamma_y = \frac{1}{2} \gamma).$$

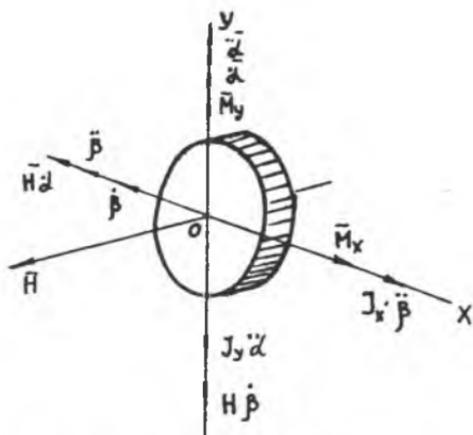
Нетрудно заметить, что при $\beta = 90^\circ$ гироскопический момент равен по величине внешнему моменту и противоположен ему по направлению. Поэтому в рассматриваемом случае CG относительно оси Ox остается неподвижным.



Р и с. 2.II. Гироскопический момент

2.3.2. Уравнения движения свободного гироскопа

Уравнения движения гироскопа наиболее просто получить по методу Б.И.Купревича. Сущность метода состоит в определении суммы моментов, действующих на гироскоп относительно его осей, и приравнивании этой суммы нулю.



Пусть на гироскоп действуют внешние моменты M_x и M_y . Возникнут угловые скорости и ускорения прецессии $\dot{i}, \dot{\beta}, \ddot{i}, \ddot{\beta}$ и соответствующие им гироскопические моменты $H\dot{i}$ и $H\dot{\beta}$, а также моменты сил энергии $J_y\ddot{i}, J_x\ddot{\beta}$ (рис. 2.12).

В соответствии с методом получим

Р и с. 2.12. Схема сил и моментов

$$\left. \begin{aligned} -J_y\ddot{i} - H\dot{\beta} + M_y &= 0, \\ J_x\ddot{\beta} - H\dot{i} + M_x &= 0 \end{aligned} \right\}$$

или

$$\left. \begin{aligned} J_y\ddot{i} + H\dot{\beta} &= M_y, \\ -J_x\ddot{\beta} + H\dot{i} &= M_x. \end{aligned} \right\} \quad (2.30)$$

Найдем решение системы (2.30) при следующих условиях:

- $M_y = \text{const}; M_x = 0;$
- вокруг оси OY действует момент трения $N_y\dot{i};$
- углы прецессии малы так, что

$$\cos \alpha = \cos \beta = 1; \sin \alpha = \sin \beta = 0.$$

Система уравнений имеет вид

$$\left. \begin{aligned} J_y\ddot{i} + N_y\dot{i} + H\dot{\beta} &= M_y, \\ J_x\ddot{\beta} - H\dot{i} &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (2.31)$$

Из второго уравнения получим $\dot{\beta} = \frac{H}{J_x}\dot{i}.$

Подставив это выражение в первое уравнение, получим обыкновенное линейное дифференциальное уравнение второго порядка

$$J_y\ddot{i} + N_y\dot{i} + \frac{H^2}{J_x}\dot{i} = M_y. \quad (2.32)$$

Корни характеристического уравнения

$$\lambda_{1,2} = -\frac{N_y}{2J_y} \pm \sqrt{\left(\frac{N_y}{2J_y}\right)^2 - \frac{H^2}{J_x J_y}}$$

Так как $H \gg N_y$, то корни - комплексно-сопряженные:

$$\lambda_{1,2} = -h \pm j\omega_0,$$

где $h = \frac{N_y}{2J_y}$; $\omega_0 = \sqrt{\frac{H^2}{J_x J_y} - h^2}$.

Учитывая, что частное решение $d_2(t) = \frac{M_y J_x}{H^2}$, получим

$$d(t) = d_1(t) + d_2(t) = (C_1 \sin \omega_0 t + C_2 \cos \omega_0 t) e^{-ht} + d_2(t).$$

При нулевых начальных условиях окончательно получим

$$\left. \begin{aligned} d(t) &= d_2 - d_2 e^{-ht} \left(\frac{h}{\omega_0} \sin \omega_0 t + \cos \omega_0 t \right), \\ \beta(t) &= \beta_2 - \beta_2 e^{-ht} \left(\frac{h}{\omega_0} \sin \omega_0 t + \cos \omega_0 t \right). \end{aligned} \right\} \quad (2.33)$$

Здесь $\beta_2 = \frac{H}{J_x} d_2$.

В установившемся режиме вторые члены решения стремятся к нулю, поэтому в результате гироскоп поворачивается относительно оси OY на угол $d_2 = \frac{J_x M_y}{H^2}$, а вокруг оси OX прецессирует с угловой скоростью $\beta = \beta_2 = \frac{M_y}{H}$. Чем больше H , тем меньше ошибка d_2 , которая называется нутационным броском. Высокочастотные колебания малой амплитуды, определяемые вторыми частями решения (2.33), быстро затухают и в силу малости их амплитуд ими в практических приложениях пренебрегают. Без учета этих так называемых нутационных колебаний, которые определяются инерционными членами $J_y \ddot{d}$ и $J_x \ddot{\beta}$, исходные уравнения приобретают вид

$$\left. \begin{aligned} H\dot{\beta} &= M_y, \\ H\dot{d} &= M_x. \end{aligned} \right\} \quad (2.34)$$

Уравнения (2.34) называются прецессионными.

2.3.3. Двухстепенной гироскоп

Представим себе гироскоп, который лишен одной степени свободы, например, относительно оси внешней рамки OY . В этом случае внешней рамкой является сам ЛА и $\dot{d} = \omega_y$; $J_y = J_{y, \text{ЛА}}$; M_y - момент, действующий на ЛА. Иначе говоря, первое уравнение системы (2.30) будет относиться непосредственно к ЛА, при этом член этого уравнения $H\dot{\beta}$, представляющий собой гироскопический момент, мал по сравнению с моментом

инерции J_x . Движение гироскопа поэтому будет описываться только уравнением

$$J_x \ddot{\beta} - H \dot{\alpha} = M_x. \quad (2.35)$$

Если $M_x = 0$, то получим

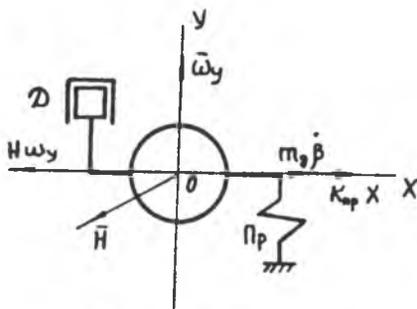
$$\dot{\beta}(t) = \frac{H}{J_x} \dot{\alpha} = \frac{H}{J_x} \omega_y.$$

Отсюда

$$\dot{\beta}(t) = \frac{H}{J_x} \int_0^t \omega_y dt$$

или

$$\beta(t) = \frac{H}{J_x} \int_0^t \int_0^t \omega_0 dt dt. \quad (2.36)$$



Р и с. 2.13. Схема ДУС

$$\beta(s) \left(s^2 + \frac{m_g}{J_x} s + \frac{K_{пр}}{J_x} \right) = \frac{H}{J_x} \omega_y(s)$$

или

$$\beta(s) = \frac{H}{J_x} \frac{1}{K_{пр}/J_x (T_r^2 s^2 + 2T_r \zeta_r s + 1)} \omega_y(s).$$

Обозначим

$$\frac{H}{K_{пр}} = K_{дус}; \quad T_r = \sqrt{\frac{J_x}{K_{пр}}}; \quad \zeta_{дус} = \frac{m_g}{2\sqrt{J_x K_{пр}}}.$$

Тогда

$$\beta(s) = \frac{K_{дус}}{T_r^2 s^2 + 2T_r \zeta_r s + 1} \omega_y(s) = W_{дус}(s) \omega_y(s). \quad (2.38)$$

Таким образом 2-степенной гироскоп является дважды интегрирующим. Свяжем с внутренней осью такого гироскопа пружину с жесткостью $K_{пр}$ и демпфер с коэффициентом m_g (рис.2.13) Уравнения примут вид

$$J_x \ddot{\beta} + m_g \dot{\beta} + K_{пр} \beta = H \omega_y. \quad (2.37)$$

Переходя к изображениям по Лапласу при нулевых начальных условиях, получим

Такой гироскоп может измерять угловую скорость вращения ЛА относительно одной из его осей и носит название датчика угловой скорости (ДУС). В силу достаточно большого значения K_{np} по сравнению с J_x и m_g можно считать $T_r \approx 0$ и $W_{\Delta y c}(s) \approx K_{\Delta y c}$. Тогда

$$\beta(t) = K_{\Delta y c} \omega_y(t). \quad (2.39)$$

2.3.4. Гировертикант и гиروهоризонт

В системах стабилизации ракет-носителей (РН) и баллистических летательных аппаратов (БЛА) нашли применение гироскопические измерительные приборы, которые получили название гировертиканта (ГВ) и гиروهоризонта (ГГ).

Гировертикант — это свободный гироскоп, предназначенный для измерений угла рыскания Ψ и угла крена γ .

Гиروهоризонт — это свободный гироскоп, предназначенный для измерения отклонения угла тангажа от его программного значения.

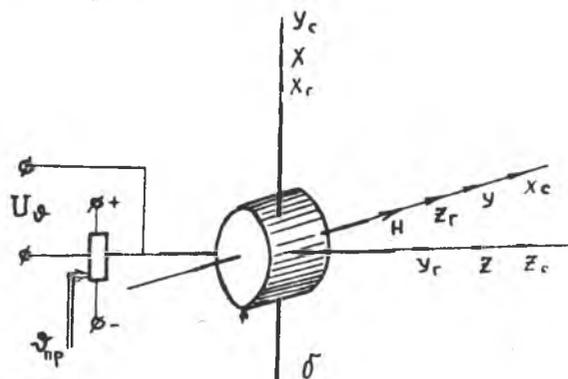
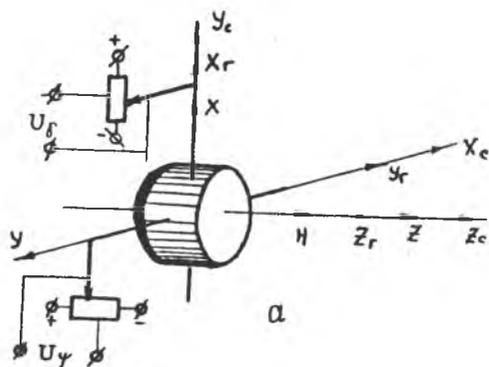
Ориентация осей ГВ и ГГ Ox_r, Y_r, Z_r по отношению к осям связанной системы координат $OXYZ$ показана на рис. 2.14, а и 2.14, б соответственно. Стартовая система координат обозначена как $O_c X_c Y_c Z_c$. Электрические сигналы, пропорциональные углам Ψ , γ и ν , снимаются с потенциометрических преобразователей.

БЛА (РН) на активном участке траектории совершает программный разворот по углу тангажа. Эта задача реализуется специальным программным механизмом, который разворачивает базу сигнального потенциометра на угол U_{np} . Поэтому при поворотах объекта относительно оси OZ с этого потенциометра снимается сигнал ошибки

$$U_v = K(U_{np} - \nu).$$

Гировертикант и гиروهоризонт являются свободными гироскопами и им присущи все погрешности, свойственные этим приборам. С методической точки зрения погрешности СГ можно разделить на геометрические, скоростные, кинематические и инструментальные.

Геометрические (карданные) погрешности СГ рассмотрим на примере гировертиканта. Для наглядности сделаем допущение о порядке поворотов ЛА: сначала поворот происходит вокруг оси Ox на угол γ , затем поворот на угол Ψ вокруг промежуточной оси OY' (рис. 2.15). Из рис. 2.15 следует, что ГВ в этом случае измеряет не угол Ψ относительно оси OY , а некоторый другой угол относительно оси OY' .

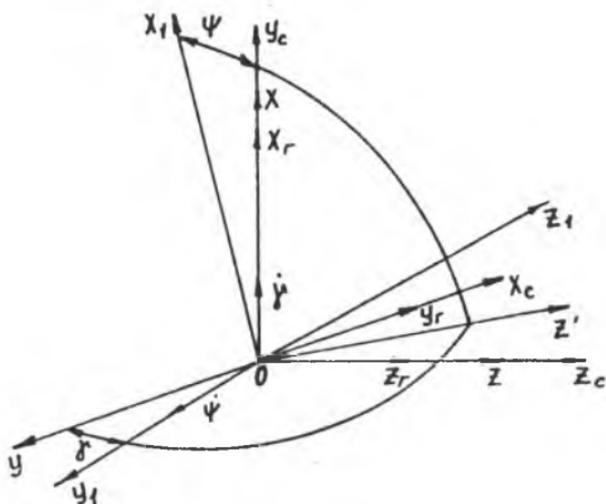


Р и с. 2.14. Ориентация осей гировертиканта (а) и гиروهоризонта (б)

Допустив обратный принятому порядок поворотов, получим аналогичный вывод относительно угла δ .

Таким образом, угол рыскания Ψ измеряется точно только при $\gamma = 0$, а угол γ измеряется точно при $\Psi = 0$. В общем случае направление осей, относительно которых отсчитываются углы γ и Ψ , не совпадает с направлением осей базовой системы координат. Это несовпадение осей, обусловленное геометрией карданова подвеса, является причиной возникновения геометрических (карданных) ошибок.

Положение связанных осей ЛА относительно стартовой системы координат определяется углами U, Ψ, γ . Исходное положение осей для



Р и с. 2.15. Карданные погрешности гировертиканта

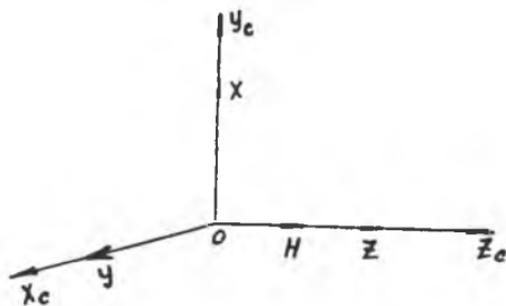
ГВ показано на рис. 2.16. Для определения карданных погрешностей изберем следующую методику:

1. Путем трех последовательных поворотов на углы ν , ψ и δ соответственно перейдем от стартовой системы к связанной и на основании полученной матрицы трех поворотов A определим проекции вектора кинетического момента \vec{H} на оси связанной системы координат.

2. Путем двух последовательных поворотов на углы α и β перейдем от связанной системы к системе $Ox_r y_r z_r$, связанной с внутренней рамкой ГВ, и определим матрицу двух поворотов A_1 .

3. Найдем обратную матрицу A_1^{-1} и определим проекции вектора кинетического момента \vec{H} на оси связанной системы координат.

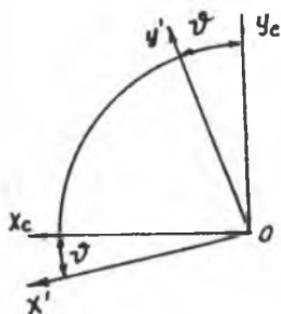
4. Приравняв проекции \vec{H} на оси связанной системы, полученные разными путями, определим карданные погрешности.



Р и с. 2.16. Исходное положение осей гировертиканта

Матрица трех поворотов равна произведению матриц, определяющих повороты на соответствующие углы

$$A = A_T A_Y A_V \quad (2.40)$$



Методику получения матрицы одного поворота покажем на примере поворота на угол ψ в положительном направлении (рис. 2.17). Из рис. 2.17 следует, что проекции осей стартовой системы на оси промежуточной системы $Ox'y'z'$ определяются выражениями

$$\left. \begin{aligned} x' &= x_c \cos \psi - y_c \sin \psi, \\ y' &= x_c \sin \psi + y_c \cos \psi, \\ z' &= z_c. \end{aligned} \right\}$$

Рис. 2.17. Поворот стартовой системы координат на угол ψ

Отсюда следует:

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{pmatrix} = A_V \begin{pmatrix} x_c \\ y_c \\ z_c \end{pmatrix},$$

где A_V - матрица поворота на угол ψ , причем

$$A_V = \begin{pmatrix} \cos \psi & -\sin \psi & 0 \\ \sin \psi & \cos \psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (2.41)$$

Аналогично можно получить матрицы A_Y и A_T

$$A_Y = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \gamma & -\sin \gamma \\ 0 & \sin \gamma & \cos \gamma \end{pmatrix},$$

$$A_T = \begin{pmatrix} \cos \gamma & 0 & \sin \gamma \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \gamma & 0 & \cos \gamma \end{pmatrix}.$$

Матрицу A в целом можно получить также, используя таблицы стандартных преобразований [3, 6]. Вектор кинетического момента H в стартовой системе определяется матрицей $(X_{nc}, Y_{nc}, Z_{nc}) = (0, 0, 1)$. Тогда проекции вектора H на оси связанной системы определяются выражением

$$\begin{pmatrix} X_n \\ Y_n \\ Z_n \end{pmatrix} = A \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sin \gamma \cos \psi \\ -\sin \gamma \\ \cos \gamma \cos \psi \end{pmatrix}. \quad (2.42)$$

Аналогично получим матрицу двух поворотов $A_1 = A_\beta A_\alpha$ и после ее обращения будем иметь: $A_1^{-1} = A_\alpha^{-1} A_\beta^{-1}$, (2.43)

где

$$A_\alpha^{-1} = \begin{pmatrix} \cos \alpha & 0 & -\sin \alpha \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin \alpha & 0 & \cos \alpha \end{pmatrix},$$

$$A_\beta^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \beta & \sin \beta \\ 0 & -\sin \beta & \cos \beta \end{pmatrix}.$$

Так как в системе $Ox_r Y_r Z_r$ вектор H также определяется матрицей $(0, 0, 1)^T$, то его проекции на оси связанной системы представлены следующим образом:

$$\begin{pmatrix} x_{n1} \\ y_{n1} \\ z_{n1} \end{pmatrix} = A_1^{-1} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\sin \alpha \cos \beta \\ \sin \beta \\ \cos \alpha \cos \beta \end{pmatrix}.$$

Учитывая, что в исходном состоянии ось Ox совпадает с осью OY_c , а системы осей внешней и внутренней рамок ГВ аналогичны осям связанной системы, для определения карданных ошибок мы должны приравнять $x_{n1} = y_n$; $y_{n1} = x_n$; $z_{n1} = z_n$.

Получим систему уравнений

$$\left. \begin{aligned} -\sin \alpha \cos \beta &= -\sin \psi \\ \sin \beta &= \cos \psi \sin \gamma \\ \cos \alpha \cos \beta &= \cos \psi \cos \gamma. \end{aligned} \right\}$$

Решение этой системы имеет вид

$$\begin{aligned} \operatorname{tg} \alpha &= \operatorname{tg} \psi / \cos \gamma, \\ \sin \beta &= \cos \psi \sin \gamma. \end{aligned}$$

Карданные ошибки ГВ определяются как

$$\left. \begin{aligned} \Delta \psi_k &= \alpha - \psi = \arctg(\operatorname{tg} \psi / \cos \gamma) - \psi, \\ \Delta \gamma_k &= \beta - \gamma = \arcsin(\cos \psi \sin \gamma) - \gamma. \end{aligned} \right\} \quad (2.44)$$

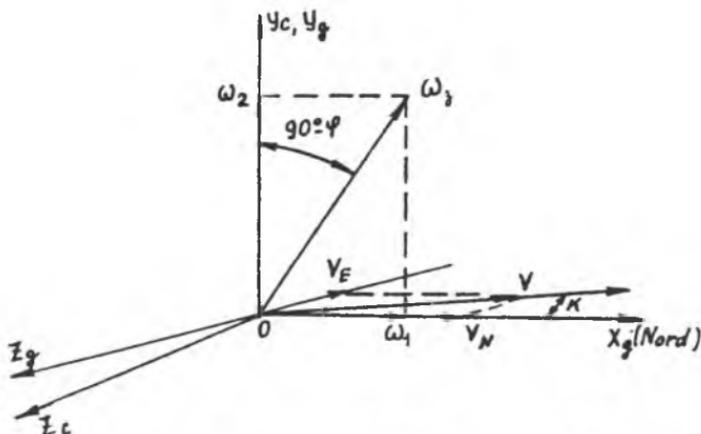
Точно так же можно получить выражения для карданной ошибки ПГ

$$\Delta \psi_k = \arctg \left(\frac{\sin \nu \cos \psi}{\cos \nu \cos \gamma + \sin \nu \sin \psi \sin \gamma} \right) - \psi_{np}(t). \quad (2.45)$$

Рассмотренная методика применима для любой избранной ориентации осей СТ.

Скоростные погрешности возникают вследствие движения опорной системы координат в инерциальном пространстве, т.е. вращения Земли и движения ЛА вокруг земной поверхности.

Пусть опорной системой координат является система, связанная с Землей, причем ось OY_g совпадает с истинной вертикалью места, а ось OX_g направлена на Север (Nord) (рис. 2.18).



Р и с. 2.18. Определение скоростных ошибок гиросприборов

Угловая скорость Земли ω_3 проектируется на оси опорной системы следующим образом:

$$\left. \begin{aligned} \omega_1 &= \omega_3 \cos \varphi, \\ \omega_2 &= \omega_3 \sin \varphi, \\ \omega_3 &= 0. \end{aligned} \right\}$$

В этих выражениях φ — широта места.

Стартовая система координат повернута относительно опорной системы на угол курса K вокруг оси OY_g . Проекции угловой скорости Земли на оси стартовой системы будут иметь следующий вид:

$$\left. \begin{aligned} \omega_{x_c} &= \omega_3 \cos \varphi \cos K, \\ \omega_{y_c} &= \omega_3 \sin \varphi, \\ \omega_{z_c} &= \omega_3 \cos \varphi \sin K. \end{aligned} \right\} \quad (2.46)$$

Учитывая ориентацию осей ГВ и ГГ, можно заключить, что вращение Земли вызывает уход ГВ относительно оси внешней рамки с угловой скоростью ω_{x_c} , а относительно оси внутренней рамки — с угловой скоростью ω_{y_c} . Гирогоризонт уходит с угловыми скоростями ω_{z_c} и ω_{y_c} соответственно. Ракета (БЛА) движется вдоль оси OX_c со скоростью V и ее составляющая $V_n = V \cos K$ вызывает изменение широты φ .

Имеем :

$$\dot{\varphi} = \frac{V_M}{R} \frac{V \cos K}{R}, \quad (2.47)$$

где R - радиус Земли.

Изменение широты вызывает изменение составляющих угловой скорости в соответствии с формулой (2.46). При больших длительностях полета скоростные погрешности могут достигать значительных величин и должны быть скомпенсированы использованием корректируемых гироскопов либо учетом в бортовом вычислительном комплексе.

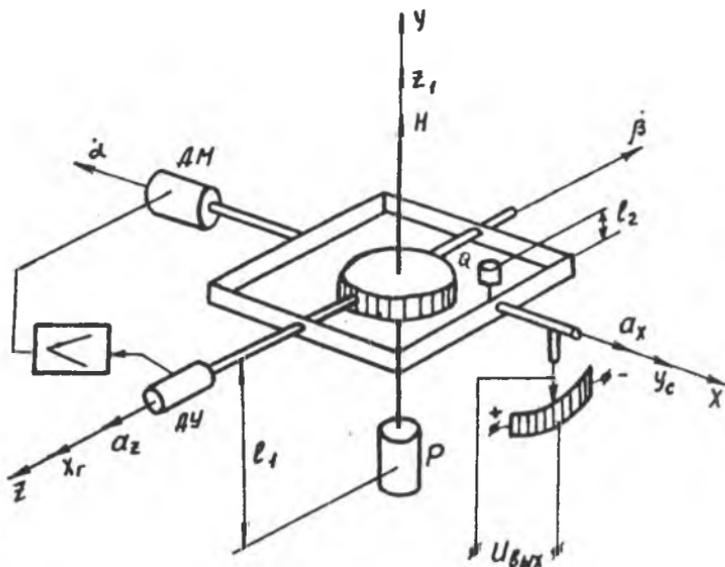
Кинематические погрешности возникают вследствие конического движения осей гироскопа в инерциальном пространстве, вызванного возмущающими моментами. Кинематические погрешности намного меньше других

Инструментальные погрешности возникают вследствие неточностей изготовления и воздействия моментов трения, несбалансированности конструкции и т.д. Уход СТ на обычных шариковых подшипниках из-за инструментальных погрешностей достигает величины от 0,1 до 1,5 угловых минут за секунду. Уменьшение моментов трения в осях подвеса достигается вращением опор подшипников по гармоническому закону. Наиболее радикальный способ уменьшения моментов трения и небаланса заключается в использовании ползунковых гироскопов. Уход прецизионных ползунковых гироскопов не превышает 0,01 град/ч.

2.3.5. Гироскопический интегратор линейных ускорений

Гироскопический интегратор представляет собой свободный гироскоп центр тяжести которого смещен вдоль оси кинетического момента за счет груза P с плечом l_1 (рис. 2.19). Груз Q с плечом l_2 предназначен для балансировки прибора относительно внешней рамки и играет вспомогательную роль. Совместим ось внешней рамки Y_r со связанной осью OX ЛА, а ось внутренней рамки X_r со связанной осью OZ . Пусть необходимо измерять скорость ЛА вдоль оси OX , которая называется измерительной. Ускорение, действующее на ЛА в плоскости XOZ , можно разложить на составляющие a_x и a_z . Эти ускорения действуя на грузы P и Q , вызовут моменты, вследствие чего начнется прецессия гироскопа с угловыми скоростями $\dot{\alpha}$ и $\dot{\beta}$. Рассмотрим уравнения гироскопа в рамках прецессионной теории

$$\left. \begin{aligned} H\dot{\alpha} &= M_x, \\ H\dot{\beta} &= M_y. \end{aligned} \right\}$$



Р и с. 2.19. Гироскопический интегратор линейных ускорений

Вследствие того, что груз Q не создает момента относительно оси X_r , для моментов можно записать

$$M_x = -\frac{P}{g} l_1 \alpha_x \cos \beta \pm M_{xt}, \quad (2.48)$$

$$M_y = \frac{Pl_1 - Ql_2}{g} \alpha_z \cos \beta \pm M_{yt}.$$

Здесь M_{xt}, M_{yt} - моменты трения на осях подвеса гироскопа.

Если выбрать параметры так, что $Pl_1 = Ql_2$, то $M_y = \pm M_{yt}$.

Тогда $\dot{\beta} = \pm \frac{M_{yt}}{H}$.

Появление угла прецессии β вызовет на выходе датчика угла (ДУ) представляющего собой потенциометрический или индуктивный преобразователь, появление электрического напряжения, которое через усилитель поступает на датчик момента ДМ. Датчик создает момент, противоположный по направлению моменту трения, и, таким образом, компенсирует его, реализуя условие $\beta = 0$. Этим поддерживается взаимная перпендикулярность между внутренней и внешней рамками. Система ДУ - ДМ называется системой мекрамоной коррекции (МРК). Очевидно, что система

МРК и дополнительный груз Q совместно решают одну и ту же задачу. При условии $\beta = 0$ получим

$$\dot{\lambda} = -\frac{P}{Ng} l_1 a_x \pm \frac{M_{xT}}{H} \quad (2.49)$$

С целью уменьшения момента трения принимают различные способы разгрузки опор подшипников на осях подвеса: вращение опор с определенной частотой в разные стороны или поплавковые гироскопы. В этих случаях можно считать $M_{xT} \approx 0$ и

$$\dot{\lambda} = -\frac{P}{Ng} l_1 a_x \quad (2.50)$$

Тогда угол прецессии

$$\lambda(t) = -\int_0^t \frac{P}{Ng} l_1 a_x dt$$

или

$$\lambda(t) - \lambda_0 = -\frac{P}{Ng} l_1 (V_x - V_{x0}) \quad (2.51)$$

Угол поворота гироскопа относительно оси внешней рамки пропорционален кажущейся скорости ЛА в направлении измерительной оси. Интегрируя (2.51), получим величину линейного перемещения ЛА в том же направлении.

Если измерительную ось гироскопа жестко связать с ЛА, то в состав измеренной скорости прецессии будет входить погрешность из-за собственной угловой скорости ЛА

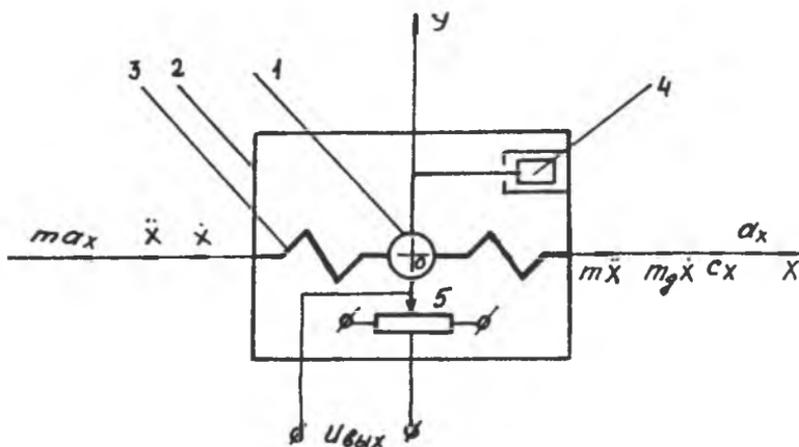
$$\dot{\lambda} = -\frac{P}{Ng} l_1 a_x \pm \omega_x$$

Уменьшение этой погрешности вызывает повышенные требования к быстродействию и точности системы угловой стабилизации ЛА либо вызывает необходимость установки гироскопических интеграторов на гироскопическую платформу (ГСП), развязанную относительно объекта.

Угол прецессии $\lambda(t)$ с помощью преобразователя, например, потенциметрического преобразуется в электрическое напряжение.

2.3.6. Устройство и принцип действия акселерометра

Акселерометр — это устройство, измеряющее линейные ускорения. Чувствительным элементом акселерометра является груз 1 массой m , который помещен в корпус 2 и движение которого ограничено пружинами 3 (рис. 2.20). Успокоение колебаний обеспечивается демпфером 4. Пре-



Р и с. 2.20. Схема акселерометра

образование перемещения чувствительного элемента в электрическое напряжение осуществляется потенциометром 5.

Предположим, что объект, на котором установлен акселерометр, имеет ускорение a_x , направленное вдоль оси X , которая называется осью чувствительности. Под действием силы инерции $F_{ин} = -ma_x$ груз 1 будет смещаться в сторону, противоположную ускорению a_x , со скоростью \dot{x} и ускорением \ddot{x} .

Создаваемая ускорением сила инерции $m\ddot{x}$ направлена в сторону, противоположную $F_{ин}$. На груз действуют также сила упругости пружины Cx , где C — коэффициент жесткости пружины, и усилие демпфера $m_g\dot{x}$, где m_g — коэффициент демпфирования. Эти силы действуют в сторону, противоположную перемещению x и скорости \dot{x} . Уравнение силы вдоль оси x будет иметь вид

$$m\ddot{x} + m_g\dot{x} + Cx = ma_x$$

или

$$\frac{m}{C}\ddot{x} + \frac{m_g}{C}\dot{x} + x = \frac{m}{C}a_x \quad (2.52)$$

Переходя к изображениям по Лапласу при нулевых начальных условиях, можно записать

$$X(s) = W_A(s)a_x(s), \quad (2.53)$$

где $W_A(s) = \frac{K_A}{T_A^2 s^2 + 2T_A \zeta_A s + 1}$ — передаточная функция акселерометра по отношению к перемещению чувствительного элемента; $T_A = \sqrt{\frac{m}{c}}$ — постоянная времени; $\zeta_A = \frac{m g}{2\sqrt{m c}}$ — показатель затухания; $K_A = \frac{m}{c}$ — коэффициент передачи по перемещению x .

Учитывая, что $U_{\text{вых}} = K_n x$, где K_n — коэффициент передачи потенциометра, можно записать

$$U_{\text{вых}}(s) = K_n W_A(s) a_x(s). \quad (2.54)$$

После окончания переходных процессов

$$U_{\text{вых}} = K_n K_A a_x. \quad (2.55)$$

Ускорение a_x представляет собой собственно разность ускорения объекта W_x и проекции на ось X ускорения силы тяжести g_x

$$a_x = W_x - g_x.$$

Таким образом акселерометр измеряет кажущееся ускорение. Если расположить акселерометр в плоскости истинного горизонта места, когда $g_x = 0$, то получим $a_x = W_x$. Интегрируя показания акселерометра, можно получить выходные напряжения, пропорциональные скорости и перемещению ЛА относительно избранной оси.

2.3.7. Барометрический измеритель высоты полета

Различают абсолютную, относительную и истинную высоту полета. Абсолютная высота измеряется относительно уровня моря, относительная — относительно места взлета, истинная — относительно места, над которым пролетает ЛА. Принцип действия барометрического высотомера основан на использовании закона изменения давления воздуха P при изменении высоты полета H . Известно, что для высоты от нуля до 11000 м давление и высота связаны соотношением

$$P = P_0 e^{-\frac{H}{RT_{cp}}}, \quad (2.56)$$

где P_0 — давление у Земли; $R = 29,27$ м/град — газовая постоянная; $T_{cp} = \frac{T_0 + T_H}{2}$ — средняя температура; T_0 и T_H — абсолютная температура воздуха у Земли и на высоте H соответственно.

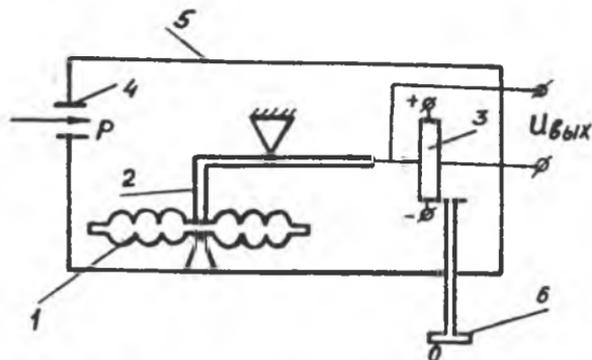
Из (2.56) следует, что

$$H = RT_{cp} \ln \frac{P_0}{P}. \quad (2.57)$$

Для высот от 11000 м до 33000 м абсолютная температура воздуха практически не изменяется и равна $T_{II} = 216,5$ К. Для этих высот

$$H = 11000 + RT_{II} \ln \frac{P_0}{P} \quad (2.58)$$

Чувствительным элементом барометрического высотомера является гибкая анероидная коробка 1, из которой откачан воздух. С центром анероидной коробки связана тяга передаточного механизма 2, управляющего положением токосъемника потенциометра 3. Все устройство рас-



Р и с. 2.21. Барометрический высотомер

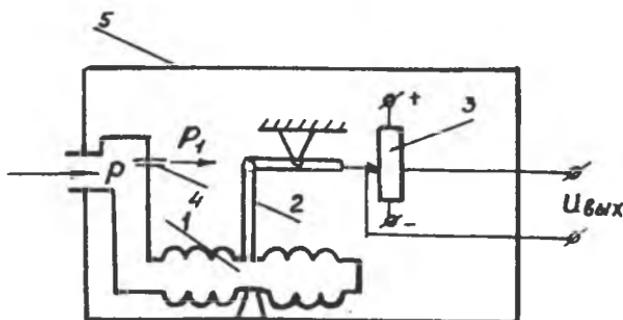
положено в корпусе 5, в который через штуцер 4 поступает атмосферное давление P (рис.2.21). Перед взлетом с помощью рукоятки 6 корпус потенциометра устанавливается в положение, при котором $U_{\text{вых}} = 0$, чем и осуществляется запоминание давления в месте взлета. При наборе высоты давление P уменьшается, анероидная ко-

робка изменяет свой объем и приводит в движение токосъемник потенциометра, с которого снимается напряжение, пропорциональное относительной высоте полета. Нелинейность зависимости $H = H(P)$ компенсируется за счет специальной конструкции рычажного механизма 2.

Достоинством барометрического высотомера является простота конструкции и высокая надежность. Недостаток - низкая точность ($\varepsilon \approx \pm 25$ м) что не позволяет использовать его при полетах на малых высотах.

2.3.8. Барометрический измеритель вертикальной скорости

Барометрический измеритель вертикальной скорости отличается (с точки зрения конструкции) от баровысотомера тем, что анероидная коробка соединена с атмосферой через достаточно большое отверстие в корпусе 5, а корпус соединен с атмосферой через трубку 4 очень малого диаметра (капилляр) (рис. 2.22). Внутри анероидной коробки давление, равное атмосферному, устанавливается практически мгновенно, а в кор-



Р и с. 2.22. Барометрический измеритель вертикальной скорости

пуге, из-за малого отверстия капилляра, давление изменяется значительно медленнее. Чем больше скорость изменения высоты \dot{H} , тем больше разность давлений

$$\Delta p = p - p_1 \quad (2.59)$$

Здесь p_1 — давление в корпусе прибора.

Вес воздуха внутри корпуса (рис. 2.22)

$$G = V \gamma_1, \quad (2.60)$$

где V — объем корпуса; γ_1 — удельный вес воздуха в корпусе.

Скорость изменения веса воздуха в корпусе определяется выражением [5]

$$-\frac{dG}{dt} = \gamma_k S_k v, \quad (2.61)$$

где γ_k — удельный вес воздуха в капилляре; S_k — площадь сечения капилляра; v — скорость воздуха в капилляре.

Известно также, что

$$v = \kappa_1 (p_1 - p), \quad \kappa_1 = f(\eta, d, V, l) = d^2 / 3 \eta l V, \quad (2.62)$$

где η — вязкость воздуха; d — диаметр капилляра; l — длина капилляра.

Подставив (2.60) и (2.62) в (2.61), получим

$$-\frac{d\gamma_1}{dt} = \frac{\gamma_k S_k \kappa_1}{V} (p_1 - p). \quad (2.63)$$

$$\text{Тогда как } T_1 = \frac{J_1}{R T_1}, \text{ то } -\frac{d\Omega_1}{dt} = R T_1 r_n \frac{S_n K_1}{V} (p_1 - p).$$

Используя (2.60), из последнего выражения получим

$$\frac{d\Delta p}{dt} - \frac{dp}{dt} = -k_2 \Delta p, \quad (2.64)$$

$$\text{где } k_2 = R T_1 r_n \frac{S_n K_1}{V}.$$

Преобразовав (2.64), получим

$$T \frac{d\Delta p}{dt} + \Delta p = T \frac{dp}{dt}, \quad T = \frac{1}{k_2}. \quad (2.65)$$

Так как $\frac{dp}{dt} = -\frac{p_0}{R T_{cp}} \dot{H}$, то будем иметь

$$T \frac{d\Delta p}{dt} + \Delta p = kH, \quad k = -\frac{p_0 T}{R T_{cp}}. \quad (2.66)$$

Уравнение (2.66) описывает аperiodическое звено I-го порядка. После окончания переходного процесса

$$\Delta p = k \dot{H}.$$

Величина Δp определяет величину перемещения токосъемника потенциометра и, таким образом,

$$U_{\text{вых}}(s) = K_n W(s) \dot{H}(s), \quad (2.67)$$

где K_n - коэффициент передачи потенциометра с рычажным механизмом;

$$W(s) = \frac{k}{T_s + 1} \text{ - передаточная функция чувствительного элемента.}$$

2.4. Гироскопические стабилизаторы систем ориентации

2.4.1. Основные задачи гироскопических систем.

Сущность силовой гироскопической стабилизации

Управление движением ЛА строится на базе информации о его угловых и линейных координатах. Если определение угловых координат ЛА относится к задаче ориентации, то определение линейных координат и скоростей их изменения является главной задачей навигации. Для целей навигации наиболее точным, надежным и автономным является метод инерциальной навигации, когда текущее местоположение ЛА определяется путем интегрирования показаний акселерометров или гиринонтеграторов линейных ускорений, измерительные оси которых ориентируются опреде -

ленным образом. Таким образом, задача навигации непосредственно связана с решением задачи ориентации.

Требуемую ориентацию измерительных осей приборов информационной подсистемы обеспечивают гироскопические системы. Рассмотрим вначале свободный гироскоп, на внешней рамке которого установлен акселерометр или другое измерительное устройство, определенную ориентацию которого нужно обеспечить. Ось внешней рамки OY , относительно которой необходимо обеспечить стабилизацию положения измерительных приборов, называется осью стабилизации. Пусть ЛА поворачивается относительно оси OY с угловой скоростью ω_y . За счет масс измерительных приборов возникнет момент M_y , который вызовет прецессию СТ относительно оси OX с угловой скоростью $\dot{\beta}$. За счет этого возникнет гироскопический момент R_x , который уравнивает возмущающий момент M_y (рис.2.23). Ошибка ориентации при $M_y = \text{const}$ будет равна нутационному броску, который крайне мал при достаточно больших значениях кинетического момента H . Такая стабилизация называется непосредственной. Цепь $M_y \rightarrow \dot{\beta} \rightarrow R_x$ называется цепью внутренней обратной связи. Уравнения движения СТ выше мы рассматривали в линейной постановке, когда углы прецессии α и β настолько малы, что $\cos \alpha = \cos \beta = 1$. Если в рассматриваемом случае для ошибки ориентации $\alpha(t)$ это допущение справедливо, то угол прецессии $\beta(t)$ при достаточно длительном воздействии момента $M_y(t)$ может достигать значительных величин, не позволяющих принимать равенство $\cos \beta(t) = 1$. Уравнения движения гироскопа примут вид

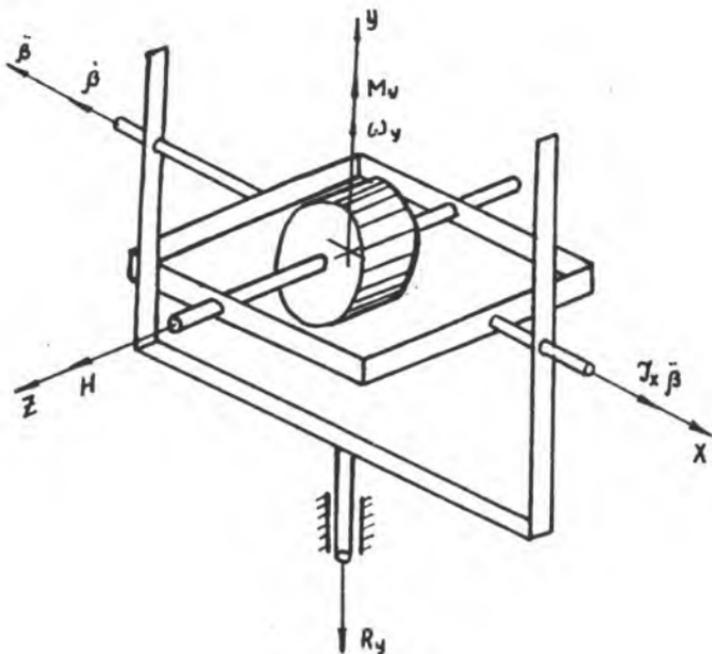
$$\left. \begin{aligned} J_y \ddot{\alpha}(t) + H \dot{\beta}(t) &= M_y(t), \\ J_x \ddot{\beta}(t) - H \dot{\alpha}(t) \cos \beta(t) &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (2.68)$$

Если в общем случае момент $M_y(t)$ изменяется во времени, то это означает, что возникает ускоренная прецессия, а, следовательно, и инерционный момент $J_x \ddot{\beta}$. Из второго уравнения системы (2.68) следует, что этот момент вызовет прецессию относительно оси стабилизации с угловой скоростью

$$\dot{\alpha}(t) = \frac{J_x}{H \cos \beta(t)} \ddot{\beta}(t). \quad (2.69)$$

Так как $M_x = 0$, то с достаточной точностью можно считать, что и $\ddot{\alpha}(t) = 0$. Тогда из первого уравнения системы получим

$$\dot{\beta} = \frac{M_y(t)}{H}$$



Р и с. 2.23. Непосредственная гироскопическая стабилизация

и, проинтегрировав это выражение, будем иметь

$$\beta(t) = \frac{1}{H} \frac{d}{dt} (M_y(t)) . \quad (2.70)$$

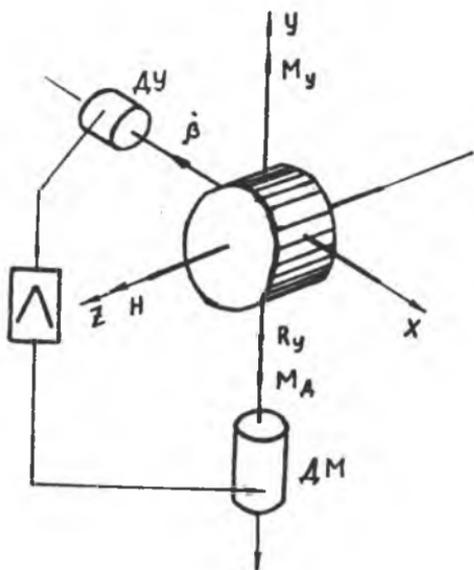
Подставив (2.70) в (2.69), окончательно получим

$$\dot{\beta}(t) = \frac{J_x}{H^2 \cos \beta(t)} \frac{d}{dt} (M_y(t)) . \quad (2.71)$$

Из (2.71) следует, что при действии на гироскоп постоянного момента $M_y(t) = \text{const}$ и при малых углах $\beta(t)$ установившаяся угловая скорость относительно оси стабилизации равна нулю, т.е. обеспечивается неизменная ориентация прибора относительно этой оси в инерциальном пространстве. При изменении во времени возмущающего момента скорость прецессии $\dot{\beta}$, а, следовательно, и ошибка ориентации $\Delta(t)$ тем меньше, чем больше величина кинетического момента H и чем меньше угол прецессии $\beta(t)$.

Таким образом, задача повышения точности ориентации связана с обеспечением минимального значения угла прецессии β .

С этой целью на оси прецессии OX устанавливается преобразователь угла в электрическое напряжение (датчик угла - ДУ), которое через усилитель подается на датчик момента ДМ, установленный на оси стабилизации. Датчик момента создает момент M_A относительно оси OY , который противоположен по направлению M_y , и, так как $M_A > M_y$, то это быстро приводит к достижению условия $\beta = 0$. Такая стабилизация называется силовой гироскопической стабилизацией (рис. 2.24). Цепь $\beta(t) \rightarrow ДУ \rightarrow ДМ$ или цепью разгрузки.



Р и с. 2.24. Одноосный силовой гироскопический стабилизатор

Гироскопические системы, в которых обеспечивается заданная ориентация стабилизируемого элемента, называются гиросtabilизаторами (ГС) или гиросtabilизированными платформами (ГСП). Общая схема ГС показана на рис. 2.25.

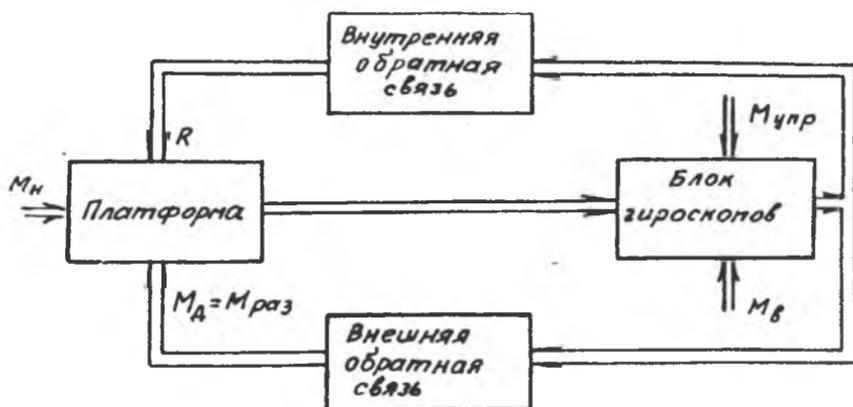
На схеме обозначено: M_n - момент нагрузки; M_b - возмущающий момент; $M_{раз}$ - момент разгрузки; $M_{упр}$ - управляющий момент.

Данная схема позволяет классифицировать ГС следующим образом.

1. Непосредственные ГС - не имеют внешней стабилизирующей обратной связи.

2. Индикаторные ГС - не имеют внутренней обратной связи. Константивно это означает, что стабилизируемая платформа находится отдельно от блока гироскопов и отслеживает ошибки ориентации только за счет специальных электродвигателей, получающих сигналы от ДУ гироскопов.

3. Силовые ГС - имеют и внутреннюю, и внешнюю обратные связи. В этом случае стабилизируемая платформа непосредственно совмещена с кардановым подвесом.



Р и с. 2.25. Общая схема гиросtabilизатора

По виду управления ориентацией ГС подразделяются на корректируемые и некорректируемые. Если $M_{упр} = 0$, то ГС - некорректируемый. Если $M_{упр}(t)$ является заданной функцией времени, то корректируемый ГС за счет прецессионного движения отслеживает заданную ориентацию.

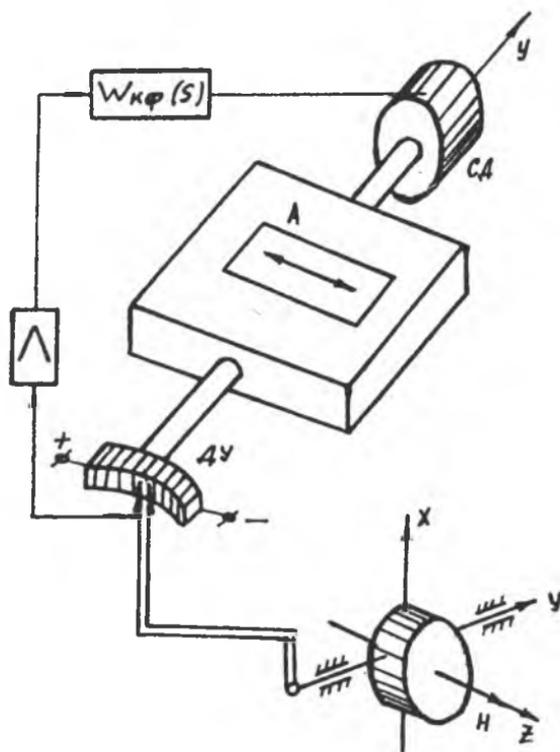
2.4.2. Математическая модель одноосной индикаторной ГСП

Рассмотрим индикаторную ГСП, включающую в себя следующие основные элементы (рис. 2.26):

- а) трехстепенной свободный гироскоп;
- б) собственно платформу, на которой установлены измерительные приборы, например акселерометр А ;
- в) потенциметрический преобразователь, установленный на оси стабилизации платформы, токоємник которого связан с внешней рамкой ГС;

- г) усилитель, корректирующий фильтр и стабилизирующий двигатель.

Пусть под действием внешнего момента $M_{вв}(t)$ платформа поворачивается на некоторый угол и вместе с ней поворачивается база потенциметра П . Так как СТ сохраняет неизменным положение в пространстве, то база потенциметра сдвинется относительно токоємника на некоторую величину и с него будет снят электрический сигнал, который через усилитель и корректирующий фильтр $W_{кф}(s)$ поступит на стабилизирующий двигатель, который скомпенсирует возмущающий момент, и платформа сохранит неизменным положение относительно оси ОУ .



Р и с. 2.26. Одноосная индикаторная ИСП

Выходной величиной будем считать угол поворота α платформы относительно оси OY , таким образом, ошибку ориентации. Угловая скорость поворота платформы ω_y связана с внешним моментом соотношением

$$J_y \frac{d\omega_y}{dt} = M_{yb}(t).$$

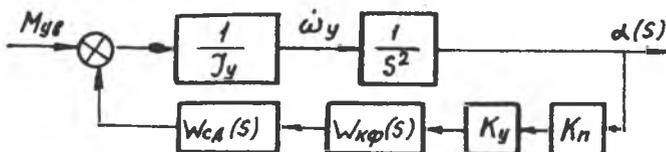
С учетом этого структурную схему одноосной индикаторной ИСП можно изобразить следующим образом (рис. 2.27):

На рис. 2.27 обозначено: K_n - коэффициент передачи потенциометра; K_u - коэффициент усиления усилителя; $W_{кф}(s)$ - передаточная функция корректирующего фильтра; $W_{с.д.}(s)$ - передаточная функция стабилизирующего электродвигателя. Считая, что передаточная функция двигателя по моменту

$$W_{cA}(s) = \frac{K_A}{T_A s + 1},$$

для передаточной функции замкнутой системы получим

$$\Phi(s) = \frac{d(s)}{M_{yB}(s)} = \frac{T_A s + 1}{J_y T_A s^3 + J_y s^2 + K_A K_y K_n W_{K\Phi}(s)}. \quad (2.72)$$



Р и с. 2.27. Структурная схема индикаторной ГСП

Предположим, что корректирующий фильтр отсутствует, т.е. $W_{K\Phi}(s) = 1$. Тогда в характеристическом уравнении будет отсутствовать член с оператором s в первой степени. Такая система структурно неустойчива и, следовательно, индикаторная ГСП без коррекции неработоспособна. Введем корректирующий фильтр с передаточной функцией, например

$$W_{K\Phi}(s) = \frac{T_1 s + 1}{T_2 s + 1}.$$

Тогда передаточная функция замкнутой системы имеет вид

$$\Phi(s) = \frac{(T_1 s + 1)(T_2 s + 1)}{J_y T_1 T_2 s^4 + J_y (T_A + T_2) s^3 + J_y s^2 + K T_1 s + K}, \quad (2.73)$$

$$K = K_y K_n K_A.$$

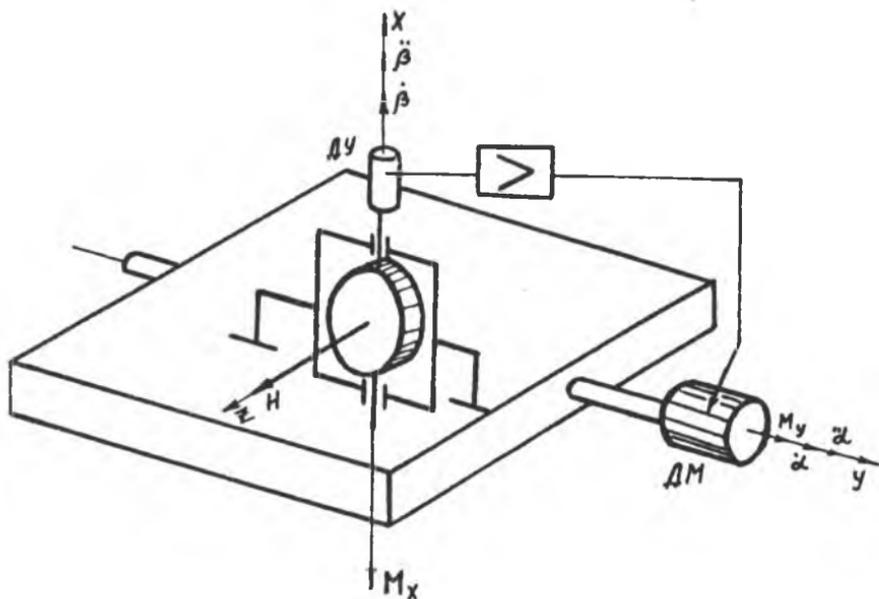
Система структурно устойчива и путем выбора параметров K, T_1, T_2 можно обеспечить необходимые запасы устойчивости и приемлемые показатели качества регулирования.

Пусть $M_{yB}(t) = M_{yB}^* = \text{const} \Rightarrow \frac{M_{yB}^*}{s}$. В соответствии с теоремой о конечном значении оригинала для статической ошибки ориентации получим

$$d_{ст} = \lim_{s \rightarrow 0} s \Phi(s) \frac{M_{yB}^*}{s} = \Phi(0) M_{yB}^* = \frac{M_{yB}^*}{K}. \quad (2.74)$$

2.4.3. Математическая модель силовой ГСП

Свободные гироскопы в составе силовой ГСП обладают двумя степенями свободы: относительно платформы и располагаются на ней так, чтобы вместе с одной из осей измерения ГСП образовать систему гироскопа с тремя степенями свободы (рис. 2.28).



Р и с. 2.28. Одноосная силовая ГСП

Так как ось стабилизации OY является осью собственно платформы, то примем, что $J_y = J_{пл}$. Момент диссипативных сил (момент трения) относительно оси стабилизации определяется скоростью обкатки ротора разгрузочного двигателя и параметрами редуктора. Момент трения относительно оси прецессии значительно меньше и им будем пренебрегать. Будем полагать, что ДА совершает колебания относительно осей Ox и Oy с угловыми скоростями ω_x и ω_y соответственно. Тогда уравнения движения одноосной силовой ГСП примут вид

$$\left. \begin{aligned} \mathcal{J}_{\text{пн}}(\dot{\alpha} + \dot{\omega}_y) + b(\dot{\alpha} + \dot{\omega}_y) + H(\dot{\beta} + \dot{\omega}_x) + K_{\beta}\beta &= M_{\text{наг}_y}, \\ \mathcal{J}_x(\dot{\beta} + \dot{\omega}_x) - H(\dot{\alpha} + \dot{\omega}_y) - M_{\text{наг}_x} &. \end{aligned} \right\} \quad (2.75)$$

В этих уравнениях b — коэффициент трения, K_{β} — коэффициент передачи цепи разгрузки, $M_{\text{наг}_y}$ и $M_{\text{наг}_x}$ — возмущающие моменты нагрузки возникающие за счет смещения центра масс относительно осей подвеса и воздействия со стороны токопроводящих устройств и т.д.

После преобразований и перехода к изображениям по Лапласу получим

$$\left. \begin{aligned} s(\mathcal{J}_{\text{пн}}s + b)\alpha(s) + (Hs + K_{\beta})\beta(s) &= M_{y\beta}(s), \\ \mathcal{J}_x s^2 \beta(s) - Hs\alpha(s) &= M_{x\beta}(s). \end{aligned} \right\} \quad (2.76)$$

Здесь

$$M_{y\beta}(s) = -(\mathcal{J}_{\text{пн}}s + b)\omega_y(s) - H\omega_x(s) + M_{\text{наг}_y}(s),$$

$$M_{x\beta}(s) = -\mathcal{J}_x s \omega_x(s) + H\omega_y(s) + M_{\text{наг}_x}(s).$$

Решим систему (2.76) относительно ошибки ориентации $\alpha(t)$. Характеристический определитель системы имеет вид

$$\mathcal{D}(s) = \begin{vmatrix} s(\mathcal{J}_{\text{пн}}s + b) & Hs + K_{\beta} \\ -Hs & \mathcal{J}_x s^2 \end{vmatrix} = sA(s),$$

где $A(s) = a_0 s^3 + a_1 s^2 + a_2 s + a_3$,

$$a_0 = \mathcal{J}_x \mathcal{J}_{\text{пн}}; \quad a_1 = \mathcal{J}_x b; \quad a_2 = H^2; \quad a_3 = K_{\beta} H.$$

Замещенный определитель по $\alpha(s)$ равен

$$R_{\alpha}(s) = \begin{vmatrix} M_{y\beta}(s) & Hs + K_{\beta} \\ M_{x\beta}(s) & \mathcal{J}_x s^2 \end{vmatrix} = \mathcal{J}_x s^2 M_{y\beta}(s) - (Hs + K_{\beta}) M_{x\beta}(s).$$

Для изображения $\alpha(s)$ получим

$$\alpha(s) = \frac{R_{\alpha}(s)}{\mathcal{D}(s)} = \frac{\mathcal{J}_x s}{A(s)} M_{y\beta}(s) - \frac{Hs + K_{\beta}}{sA(s)} M_{x\beta}(s).$$

Подставив в это выражение значения возмущающих моментов, можно записать

$$\alpha(s) = \alpha_1(s) + \alpha_2(s) + \alpha_3(s),$$

$$\alpha_1(s) = - \frac{\mathcal{J}_x s^2 (\mathcal{J}_{\text{пн}}s + b) + H^2 s + K_{\beta} H}{sA(s)} \omega_y(s),$$

$$d_2(s) = \frac{Y_x s [2Hs + K_\beta]}{sA(s)} \omega_x(s),$$

$$d_3(s) = \frac{Y_x s^2 M_{\text{наг}_x}(s) - (Hs + K_\beta) M_{\text{наг}_x}}{sA(s)}$$

Допустим, что угловые скорости ω_y и ω_x постоянны. Тогда

$$\omega_x(s) \doteq \frac{\omega_x^*}{s}, \quad \omega_y(s) \doteq \frac{\omega_y^*}{s},$$

где $\omega_y^* = \text{const}$ и $\omega_x^* = \text{const}$.

Найдем решение системы по отношению к угловой скорости $\dot{d}_1(s)$.

Установившееся значение этой угловой скорости

$$\dot{d}_{1\text{уст}} = \lim_{s \rightarrow 0} s \dot{d}_1(s) = -\omega_y^*. \quad (2.77)$$

Следовательно, угловая скорость \dot{d}_1 равна по величине и противоположна по направлению угловой скорости ЛА ω_y^* . Это означает, что угловая скорость ω_y^* не вызывает появления ошибки ориентации. Установившееся значение ошибки ориентации за счет угловой скорости ω_x^* будет равно

$$d_{2\text{уст}} = \lim_{s \rightarrow 0} s d_2(s) = \frac{Y_x}{H} \omega_x^*. \quad (2.78)$$

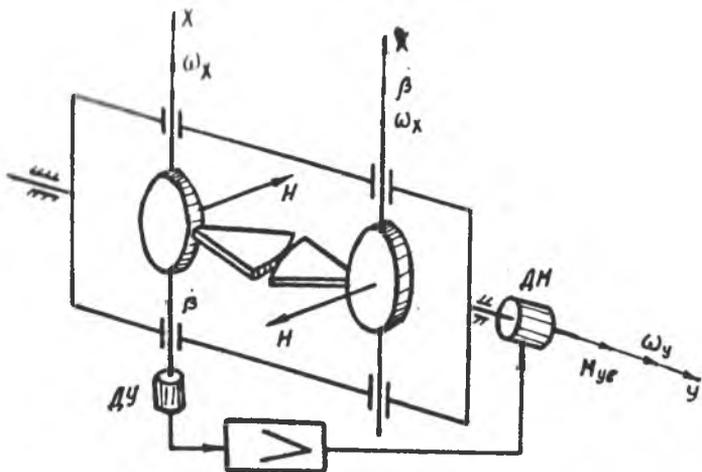
Для $d_{3\text{уст}}$ получим

$$\dot{d}_{3\text{уст}} = \lim_{s \rightarrow 0} s \dot{d}_3(s) = \frac{M_{\text{наг}_x}}{H}. \quad (2.79)$$

Из двух последних выражений следует, что одноосная силовая ГСП чувствительна к вращению основания относительно оси прецессии. Значения ошибки ориентации при переменных значениях ω_x и значительных ускорениях $\dot{\omega}_x$ могут достигать значительных величин. Для исключения этого недостатка используют двухгироскопные силовые стабилизаторы.

Двухгироскопный силовой гиростабилизатор представляет собой два гиromотора, помещенные в одну внешнюю рамку, соединенные между собой зубчатым сектором относительно оси прецессии и имеющие равные и противоположно направленные кинетические моменты (рис. 2.29).

При наличии момента M_{yB} гироскопы прецессируют в разные стороны, и зубчатый сектор не препятствует этому движению. Сигнал с по-



Р и с. 2.29. Двухгиропная гирорама

тендиометра через усилитель поступает на датчик моментов, который создает момент разгрузки $M_{раз} = k_p \beta$. При наличии угловой скорости ЛА ω_x гироскопы стремятся сохранить неизменным положение в пространстве и их видимое движение будет направлено в одну сторону и зубчатый сектор воспрепятствует этому движению. Гироскопы относительно оси OX сохраняют свое положение и момент $M_{xг}$ не возникнет. Это означает, что составляющая ошибки ориентации будет равна нулю. Сравнив значение ошибок с полученным для индикаторной ГСП, можно сделать вывод, что силовые ГСП существенно точнее. Силовая ГСП устойчива и без дополнительных корректирующих фильтров.

Характеристическое уравнение рассматриваемой одноосной ГСП $sA(s) = 0$ имеет один нулевой корень, т.е. гиросtabilизатор нейтрален к выбору заданного направления в инерциальном пространстве. Применяя критерий Гурвица к коэффициентам полинома $A(s)$, получим условие устойчивости

$$8H > k_p \mathcal{U}_{пл} \quad (2.80)$$

Требования к параметрам ГСП, определяемые условием (2.78), противоречивы. Для обеспечения высокой точности необходимо увеличивать k_p , но это может привести к потере устойчивости. Противоречивые требования к выбору параметров ГСП удается разрешить путем введения цепей коррекции.

При использовании трехосных ГСП влияние вращения относительно оси прецессии каждого канала компенсируется в значительной мере работой цепей разгрузки других каналов. В этом случае нет необходимости использовать двухгирскопные рамы в каналах ГСП.

2.4.4. Способы установки ГСП на баллистическом летательном аппарате, совершающем программный разворот по углу тангажа

Условимся обозначать: Ox_n – ось внутренней рамки ГСП; Oy_n – ось промежуточной рамки; Oz_n – ось внешней рамки ГСП.

Первый способ. Ось Oz_n совпадает со связанной осью БЛА OZ , вокруг которой осуществляется программный разворот на угол U_{np} (рис. 2.30). При развороте БЛА относительно оси OZ ГСП сохраняет неизменным положение в пространстве с точностью, определяемой выражениями (2.77)–(2.79). Связь угловых скоростей БЛА с их проекциями на оси $X_n Y_n Z_n$ определяется выражением

$$\begin{pmatrix} \dot{\psi}_n \\ \dot{\gamma}_n \\ \dot{u}_n \end{pmatrix} = A_v \begin{pmatrix} \dot{\psi} \\ \dot{\gamma} \\ \dot{u} \end{pmatrix} \quad (2.81)$$

В этом выражении

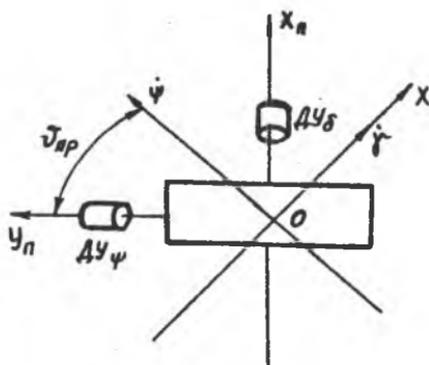
$$A_v = \begin{pmatrix} \cos U_{np} & -\sin U_{np} & 0 \\ \sin U_{np} & \cos U_{np} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Найдя обратную матрицу A_v^{-1} можно получить

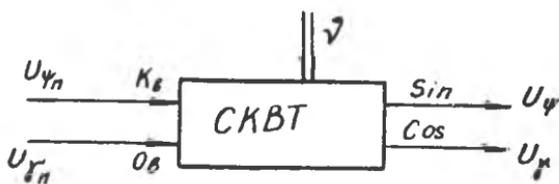
$$\left. \begin{aligned} U_{\psi} &= U_{\psi_{nл}} \cos U_{np} + U_{\gamma_{nл}} \sin U_{np}, \\ U_{\gamma} &= -U_{\psi_{nл}} \sin U_{np} + U_{\gamma_{nл}} \cos U_{np}. \end{aligned} \right\} \quad (2.82)$$

Здесь $U_{\psi_{nл}}$, $U_{\gamma_{nл}}$ – электрические сигналы датчиков углов Δy_{ψ} , Δy_{γ} .

Таким образом, для получения электрических сигналов U_{ψ} и U_{γ} , необходимых для стабилизации БЛА, в данном случае необходим специаль-



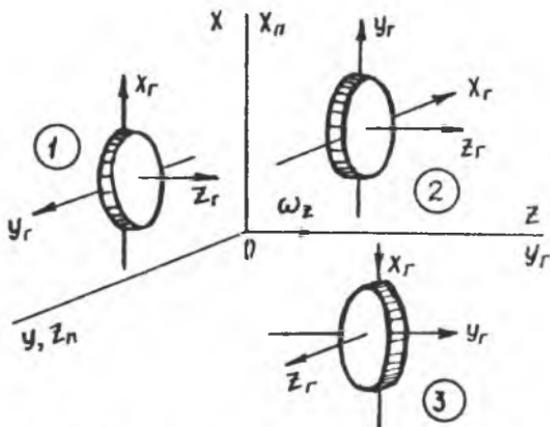
Р и с. 2.30. Первый способ установки ГСП



Р и с. 2.31. Преобразователь координат

пространстве, что может быть важным при установке на нее других приборов информационной подсистемы, ориентируемых в стартовой системе координат. Преобразователь координат (ПК) может быть реализован на одном СКВТ (рис. 2.31).

Второй способ. Ось внешней рамки ГСП совпадает в начальный момент с осью OY или OX (рис. 2.32). Угловая скорость $\omega_z = \dot{\nu}_{np}$ не оказывает никакого влияния на гироскопы 1 и 2, оси которых X_r и Y_r разворачиваются вместе с БЛА и постоянно совпадают с его связанными осями. Угловая скорость ω_z оказывает влияние на гироскоп 3, который сохраняет неизменное положение в пространстве своего кинетического момента с вышеописанной точностью. Нетрудно видеть, что в этом случае $U_{\Psi_{na}} = U_{\Psi}$, $U_{\Gamma_{na}} = U_{\Gamma}$ и никакого преобразователя координат для решения задач стабилизации БЛА не требуется. Недостаток данного способа заключается в том, что ГСП не сохраняет неизменным положение в пространстве.



Р и с. 2.32. Второй способ установки ГСП

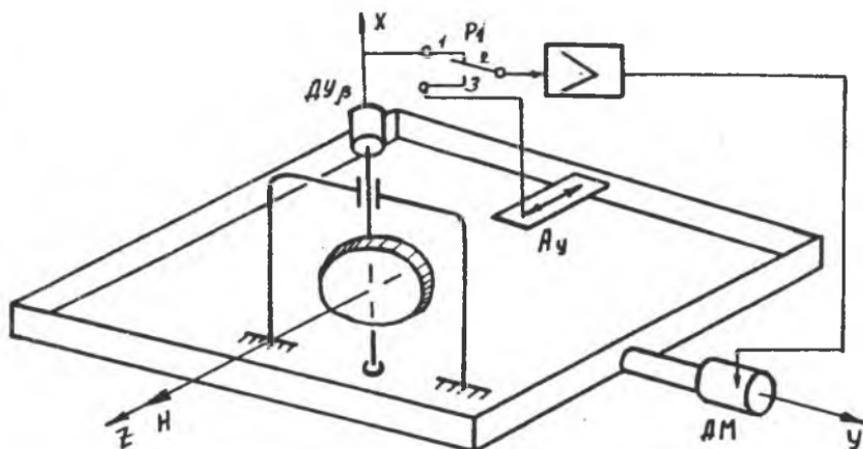
2.4.5. Начальная ориентация (выставка) гироскопических устройств

Решение многих задач ориентации требует начального ориентирования (выставки) гироскопических систем. Под выставкой гироскопических

систем будем понимать приведение осей гироскопического устройства в заданное положение, определяемое выбранной для решения базовой системы координат.

Точность начальной выставки во многом определяет точностные характеристики системы управления в целом. Следует различать начальную выставку гироскопов в базовых системах координат, связанных с фигурой Земли, т.е. на неподвижном основании, и выставку на движущемся (качающемся) основании.

Рассмотрим случай горизонтирования ГСП на неподвижном основании, что характерно для систем управления ракет-носителей. Для этого, прежде всего, необходимо определить ориентацию истинной вертикали места. С этой целью может быть использована автономная система выставки, включающая в себя акселерометр, ориентированный относительно какой-либо измерительной оси в плоскости платформы, усилителя и двигателя разгрузки (рис. 2.33).



Р и с. 2.33. Начальная выставка ГСП

После включения системы управления начинается процесс разгона гироскопов. В это время свободные гироскопы с помощью специальных механических устройств — арретиров лишены степени свободы относительно оси внутренней рамки подвеса. После достижения гироскопами необходимой скорости вращения арретирующие устройства освобождают гироскоп — раз-

ориентирует его, иначе ГСП сохранит положение в пространстве, заданное ей ориентацией осей носителя. По специальной команде срабатывает реле R_1 , замыкает контакты 3 и 2 и к усилителю подключается акселерометр A_1 .

Если в начальном положении ГСП отклонена от истинной вертикали места относительно оси OY на угол $\Delta(0)$, то с акселерометра сигнал, пропорциональный величине $g \sin \Delta(0) \approx g \Delta(0)$, поступит на усилитель и далее на электродвигатель разгрузки, который создает момент

$$M_y = k \Delta(0),$$

где $K = K_a K_y K_g$, K_a — коэффициент передачи акселерометра; K_y — коэффициент усиления усилителя; K_g — коэффициент передачи электродвигателя.

Так как основание неподвижно, то возмущающие моменты отсутствуют и система уравнений ГСП относительно оси OY примет вид

$$\left. \begin{aligned} \gamma_{na} \ddot{\Delta} + b \dot{\Delta} + H \beta + k \Delta &= 0, \\ \gamma_x \ddot{\beta} - H \dot{\Delta} &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (2.83)$$

Переходя к изображениям по Лапласу, с учетом начального отклонения $\Delta(0)$ получим

$$\left. \begin{aligned} (\gamma_{na} s^2 + b s + k) \Delta(s) + H s \beta(s) &= -(\gamma_{na} s + b) \Delta(0), \\ \gamma_x s^2 \beta(s) - H s \Delta(s) &= -H s \Delta(0). \end{aligned} \right\}$$

Решив эту систему относительно Δ и β , будем иметь

$$\left. \begin{aligned} \Delta(s) &= \frac{H^2 - \gamma_x (\gamma_{na} s + b)}{\gamma_{x1} A_1(s) + H^2} \Delta(0), \\ \beta(s) &= -\frac{H [A_1(s) + (\gamma_{na} s + b)]}{s [\gamma_{x1} A_1(s) + H^2]} \end{aligned} \right\} \quad (2.84)$$

Здесь $A_1(s) = \gamma_{na} s^2 + b s + k$.

Отсюда следует, что после окончания переходного процесса

$$\Delta_{уст} = \lim_{s \rightarrow 0} s \Delta(s) = 0,$$

$$\beta_{уст} = \lim_{s \rightarrow 0} s \beta(s) = \frac{H(k+b)}{K \gamma_{x1} + H^2} \Delta(0).$$

Таким образом, начальная ошибка ориентации обрабатывается и ГСП относительно рассматриваемой оси устанавливается в требуемое положение. После окончания этого процесса реле P_1 отпускает, замыкаются контакты 1 и 2 и к усилителю подключается датчик угла прецессии. Система уравнений ГСП примет обычный вид и с учетом начального значения

$$\beta(0) = \beta_{уст} \text{ можно записать}$$

$$\left. \begin{aligned} s(\gamma_{на} s + \beta) d(s) + (Hs + \kappa_p) \beta(s) &= H\beta(0), \\ \gamma_x s^2 \beta(s) - Hs d(s) &= \gamma_x s \beta(0). \end{aligned} \right\}$$

Решение этой системы будет следующим

$$d(s) = \frac{\gamma_x Hs - \gamma_x (Hs + \kappa_p)}{\gamma_x s^2 (\gamma_{на} s + \beta) + H(Hs + \kappa_p)} \beta(0),$$

$$\beta(s) = \frac{\gamma_x s (\gamma_{на} s + \beta) + H^2}{\gamma_x s^2 (\gamma_{на} s + \beta) + H(Hs + \kappa_p)} \beta(0).$$

Очевидно, что после обработки начального условия $\beta(0)$ ГСП устанавливается в требуемое положение, так как $d_{уст} = 0$ и $\beta_{уст} = 0$.

Аналогичным образом осуществляется горизонтирование ГСП относительно другой оси ГСП, ортогональной к оси Y в плоскости платформы.

В случае использования ГСП, положение которых корректируется в процессе полета, их начальную выставку при разарретированных гироскопах можно осуществить, используя свойство прецессии. В этом случае сигнал с акселерометра подается не на двигатель разгрузки, а на специальный датчик момента коррекции, расположенный на оси прецессии Ox соответствующего гироскопа. Система разгрузки при этом не отключается. Используя уравнение (2.75) при $\omega_x = \omega_y = M_{наг_y} = M_{наг_x} = 0$ и введя в правую часть второго уравнения системы управляющий момент $M_{уп} = \kappa_p d^*$, можно показать, что такая система обеспечивает начальную выставку ГСП.

Для начальной выставки ГСП по курсу необходимо получение информации об истинном ее положении по отношению к заданному курсу от внешнего источника информации.

После окончания процесса начальной выставки датчики угла, расположенные на осях стабилизации ГСП, запоминают значения начальных ошибок ориентации и после старта ракеты подаются на рулевые приводы, что заставляет объект управления занять требуемое угловое положение в пространстве.

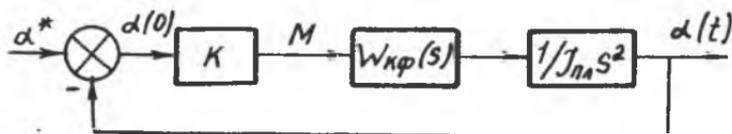
Начальная выставка может быть осуществлена с помощью двигателей разгрузки и до момента разарретирования гироскопов. В этом случае вся

платформа с установленными на ней приборами является обычным механическим объектом и описывается уравнением

$$J_{\text{на}} \frac{d^2 \alpha}{dt^2} = M,$$

где $M = k\alpha(0)$.

Структурная схема системы начальной выставки в этом случае будет иметь вид, показанный на рис. 2.34.



Р и с. 2.34. Структурная схема системы начальной выставки

На этом рисунке α^* – требуемое значение угла ориентации, $\alpha(t)$ фактическое значение этого угла, $W_{\text{кф}}(s)$ – передаточная функция корректирующего фильтра. В случае, когда коррекции нет, $W_{\text{кф}}(s) = 1$ и передаточная функция замкнутой системы имеет вид

$$\Phi(s) = \frac{k}{J_{\text{на}} s^2 + k}.$$

Данная передаточная функция описывает консервативное звено и, следовательно, система совершает незатухающие колебания относительно заданного положения с амплитудой, зависящей от $\alpha(0)$.

Введем корректирующий фильтр с передаточной функцией

$$W_{\text{кф}}(s) = \frac{T_1 s + 1}{T_2 s + 1}.$$

Тогда

$$\Phi(s) = \frac{k(T_1 s + 1)}{J_{\text{на}} T_2 s^3 + J_{\text{на}} s^2 + k T_1 s + k}.$$

Условие устойчивости данной системы, полученное при использовании критерия Гурвица, имеет вид $T_1 > T_2$.

Сложнее решается вопрос начальной выставки ГСП, установленной на подвижном основании. Использование для этой цели акселерометров, установленных на ГСП, невозможно, так как их сигналы содержат составляющие, зависящие от ускорения объекта управления и являющиеся возмущениями для системы выставки. Данная задача может быть решена с ис-

пользованием информации от приборов другой системы, хранящей информацию о требуемом положении осей ГСП. В некоторых случаях эта задача может быть решена с заданной точностью и рассмотренной выше автономной системой, но при этом на движение объекта управления накладываются определенные ограничения, главное из которых – ускорение должно быть равно нулю.

Если система внешней информации имеется, то на качающемся основании задача начальной выставки может быть решена системой арретирования. ГСП, качающаяся в заарретированном положении вместе с основанием, разарретировуется в момент прохождения ею заданного положения и, в дальнейшем, сохраняет это положение.

В случае начальной выставки отдельных свободных гироскопов (например, гировертикалей) используется свойство прецессии.

2.5. Инерциальные системы ориентации измерительных приборов систем управления ЛА

2.5.1. Сущность инерциальных систем управления

Суть работы инерциальных систем управления (ИНС) заключается в измерении ускорений движущегося ЛА в определенных направлениях и двукратном их интегрировании.

Допустим, что имеется акселерометр A_n , установленный в плоскости истинного горизонта и ориентированный в направлении на север (North).

После интегрирования сигнала этого акселерометра и деления на радиус Земли R , получим угловую скорость изменения широты места

$$\dot{\psi}(t) = \int_0^t \frac{a_n}{R} dt,$$

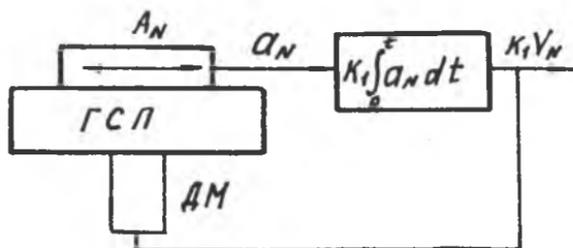
где a_n – измеренное ускорение.

Проинтегрировав полученное выражение, получим текущее значение широты места $\psi(t)$. Отсюда следует, что для решения такой задачи необходимо определенным образом ориентировать акселерометр, прежде всего установив его в плоскости истинного горизонта места. Для этой цели используется ГСП с коррекцией, позволяющей ей сохранять истинную вертикаль. Идеальным указателем истинной вертикали места является гипотетический маятник, точка подвеса которого расположена на поверхности Земли, а масса сосредоточена в центре Земли. Очевидно, что такой маятник при любых перемещениях точки подвеса всегда будет сохранять на-

правильно истинной вертикали места. Такой маятник получил название маятника Шулера.

Период собственных колебаний маятника Шулера

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{R}{g}} = 84,4 \text{ мин.}$$



Р и с. 2.35. Схема одноканальной инерциальной вертикали

истинной вертикали места по одному каналу (рис. 2.35).

Сигнал интегратора

$$x = k_1 \int_0^t a_n dt = k_1 V_n.$$

Этот сигнал подается на датчик моментов $\mathcal{D}M$, под действием которого ГСП прецессирует с угловой скоростью

$$\dot{\alpha} = \frac{M}{H}.$$

Так как $M = k_2 k_1 V_n$, где k_2 — коэффициент передачи датчика моментов, то

$$\dot{\alpha} = \frac{k_1 k_2}{H} V_n.$$

Если выбрать параметры системы так, что $k_1 k_2 / H = 1/R$, то получим, что $\dot{\alpha} = \dot{\varphi}$. Скорость прецессии ГСП будет равна скорости изменения широты места, и таким образом ГСП будет сохранять неизменным положение относительно истинной вертикали места. Такие построители вертикали называются инерциальными построителями или инерциальной вертикалью (ИВ).

Физически реализовать такой маятник невозможно, но можно создать построители истинной вертикали, являющиеся математической моделью маятника Шулера и имеющие период собственных колебаний, равный периоду Шулера.

Рассмотрим упрощенную схему построения

2.5.2. Динамические характеристики инерциальной вертикали

В рамках прецессионной теории, пренебрегая моментом трения, уравнения ГСП можно записать в виде

$$\left. \begin{aligned} Hq_1 &= M_x, \\ -Hp_1 &= M_y. \end{aligned} \right\} \quad (2.85)$$

Здесь q_1 и p_1 - абсолютные угловые скорости осей гироскопов.

В данном случае вопросы компенсации возмущений, выводящих ГСП из требуемого положения, рассматривать не будем. Пусть на ГСП расположены два акселерометра A_x и A_y , измерительные оси которых ориентированы по линии "восток-запад" и "север-юг" соответственно. Сигналы этих акселерометров являются основой для формирования управляющих моментов M_x и M_y

$$\begin{aligned} M_x &= \mu \int_0^t a_x(t) dt, \\ M_y &= \mu \int_0^t a_y(t) dt. \end{aligned}$$

В этих выражениях μ - коэффициент перелачи датчиков моментов.

За счет движения ЛА относительно Земли возникают угловые скорости $u_x = -\frac{V_N}{R}$, $u_y = -\frac{V_E}{R}$ (рис. 2.36).

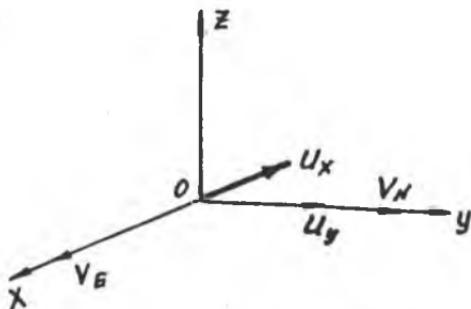
Тогда

$$\left. \begin{aligned} q_1 &= \dot{\alpha} + \frac{V_E}{R}, \\ p_1 &= -\dot{\beta} - \frac{V_N}{R}. \end{aligned} \right\}$$

Здесь $\dot{\alpha}$ и $\dot{\beta}$ - угловые скорости прецессии.

Ускорения, действующие вдоль осей OX и OY , равны:

$$\left. \begin{aligned} a_x &= \dot{V}_E - g \sin \alpha \approx \dot{V}_E - g \dot{\alpha}, \\ a_y &= \dot{V}_N - g \sin \beta \approx \dot{V}_N - g \dot{\beta}. \end{aligned} \right\}$$



Р и с. 2.36. Возникновение угловых скоростей

Сделаем следующие преобразования:

1. Подставим в (2.85) полученные значения угловых скоростей q_1 , β_1 и выражения для моментов M_x и M_y с учетом значений ускорений a_x и a_y .

2. Проинтегрируем обе части полученных выражений и разделим их на H .

После приведения подобных членов получим

$$\ddot{\alpha} + \frac{\mu q}{H} \alpha = \left(\frac{\mu}{H} - \frac{1}{R} \right) \dot{V}_E, \quad (2.86)$$

$$\ddot{\beta} + \frac{\mu q}{H} \beta = \left(\frac{\mu}{H} - \frac{1}{R} \right) \dot{V}_N.$$

Выберем параметры системы так, чтобы выполнялось условие

$$\mu/H = 1/R. \quad (2.87)$$

Получим систему уравнений

$$\left. \begin{aligned} \ddot{\alpha} + \frac{q}{R} \alpha &= 0, \\ \ddot{\beta} + \frac{q}{R} \beta &= 0. \end{aligned} \right\}$$

Движение такой системы не зависит от внешних условий и поэтому условие (2.87) получило название условия невозмущаемости. Решение, например, первого уравнения системы при начальных условиях $\alpha(0) = \alpha_0$ и $\dot{\alpha}(0) = \dot{\alpha}_1$ имеет вид

$$\alpha(t) = A \sin(\gamma t + \varphi), \quad (2.88)$$

где $A = \sqrt{\alpha_0^2 + (\dot{\alpha}_1/\gamma)^2}$; $\varphi = \arctg \frac{\dot{\alpha}_1}{\dot{\alpha}_1}$; $\gamma^2 = \frac{q}{R}$.

Выражение (2.88) описывает незатухающие колебания с амплитудой и фазой, зависящими от начальных условий. Период колебаний

$$T = \frac{2\pi}{\gamma} = 2\pi \sqrt{R/q} = 84,4 \text{ мин.}$$

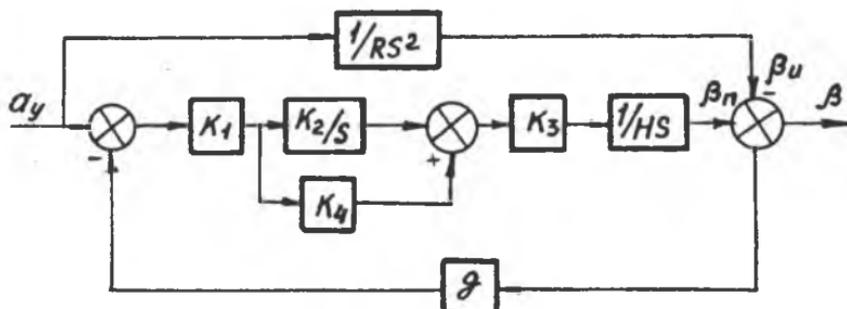
Следовательно, гироскопический построитель инерциальной вертикали является математической моделью маятника Шулера. Различие между маятником Шулера и его математической моделью заключается в том, что для первого начальные условия всегда нулевые и амплитуда его колебаний равна нулю. Отсюда возникают для модели маятника Шулера крайне высокие требования к точности начальной выставки (обнуление начальных условий), а также необходимость демпфирования колебаний ИВ.

2.5.3. Демпфирование инерциальной вертикали

Демпфирование ИВ может осуществляться за счет внутренних связей и внешней информации. Рассмотрим возможную схему демпфирования за счет внутренней связи.

На рис. 2.37 обозначено:

- K_1 — коэффициент передачи акселерометра;
- K_2 — коэффициент передачи интегратора;
- K_3 — коэффициент передачи датчика момента;
- K_4 — коэффициент передачи демпфирующей связи;
- β_n — истинное значение угла прецессии;
- β_n — приборное значение угла прецессии;
- $\beta = \beta_n - \beta_n$ — ошибка ориентации.



Р и с. 2.37. Демпфирование инерциальной вертикали внутренней связью

В соответствии со схемой можно записать

$$\beta_n = K_1 \left(\frac{K_2}{S} + K_4 \right) \frac{K_3}{HS} (\dot{V}_N - g\beta).$$

С другой стороны

$$\beta_n = \beta + \beta_n = \beta + \frac{\dot{V}_N}{RS^2}.$$

Приравняв эти выражения и умножив обе части на S^2 , после группировки членов с неизвестными в левой части получим

$$\ddot{\beta} + \frac{\delta q}{H} \dot{\beta} + \frac{\mu q}{H} \beta = \left(\frac{\mu}{H} - \frac{1}{R} \right) \dot{V}_n + \frac{\delta}{H} \ddot{V}_n,$$

где $\delta = \kappa_1 \kappa_3 \cdot \kappa_4$; $\mu = \kappa_1 \kappa_2 \cdot \kappa_3$.

При выполнении условия невозмущаемости уравнение примет вид

$$\ddot{\beta} + \frac{\delta q}{H} \dot{\beta} + \frac{q}{R} \beta = -\frac{\delta}{H} \ddot{V}_n. \quad (2.89)$$

Решение этого уравнения включает в себя выражение для затухающего колебательного процесса и член, определяемый правой частью уравнения

$$\beta(t) = e^{\lambda t} (C_1 \cos \nu t + C_2 \sin \nu t) + \beta_{\text{пер}}(t),$$

$$\lambda = -\frac{\delta q}{2H}.$$

Период колебаний $T = \frac{2\pi}{\nu} = 84,4 \text{ мин}$, но колебания стали затухающими. Недостатком такого способа демпфирования является то, что вертикаль стала возмущаемой производной от ускорения, и с этой точки зрения величина κ_4 ограничена сверху. Следует отметить, что величина производной от ускорения обычно мала. Достоинство способа – простота технической реализации.

Рассмотрим возможности демпфирования за счет внешней информации. Пусть на борту ЛА имеется возможность точно измерять пройденный путь s^* и скорость V^* , например, с помощью астрономических приборов. Тогда можно определить

$$\beta = \frac{s^* - S_n}{R}; \quad \dot{\beta} = \frac{V^* - V_n}{R},$$

где S_n и V_n – приборные значения пути и скорости.

Эти сигналы введем в цепь коррекции

$$M_y = \mu \int_0^t (\dot{V}_n - q\beta - n_1\beta - \delta\dot{\beta}) dt.$$

После описанных выше преобразований из системы (2.85) получим

$$\ddot{\beta} + \frac{\delta \mu}{H} \dot{\beta} + \frac{\mu(q + n_1)}{H} \beta = \left(\frac{\mu}{H} - \frac{1}{R} \right) \dot{V}_n. \quad (2.90)$$

При $\mu/H = 1/R$ вертикаль будет невозмущаемой. Решение уравнения (2.90) в таком случае будет описывать затухающие колебания с частотой $\nu^2 = \frac{q + n_1}{R}$. При $n_1 = 0$ получим математическую модель маятника Шуллера, при $n_1 > 0$ период колебаний уменьшается.

3. ПРИБОРЫ ЛОГИКО-ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОЙ И ИСПОЛНИТЕЛЬНОЙ ПОДСИСТЕМ

Общей задачей логико-вычислительной и исполнительной подсистем является формирование закона управления, который и определяет движение регулирующего органа.

Законом управления называется зависимость отклонения регулирующего органа от сигнала ошибки

$$R(s) = W(s)E(s).$$

В этом выражении $R(s)$ – изображение вектора регулирующего воздействия; $W(s)$ – диагональная матрица передаточных функций размера $n \times n$; $E(s)$ – изображения вектора ошибки, зависящие от вектора входа $G(s)$ и вектора наблюдения $Y(s)$ (см. рис. 1.1). В практических приложениях при определении структурной схемы системы и последующем синтезе параметров закона управления используют его идеализированную форму, пренебрегая постоянными времени элементов информационной, логико-вычислительной и исполнительной подсистем. Тогда

$$R(s) = A(s)E(s), \quad (3.1)$$

$$\text{где } A(s) = \sum_{i=0}^k a_i s^{k-i} + \sum_{j=k+1}^{\infty} a_j / s^{j-k}.$$

Регулирующим воздействием для ЛА являются отклонения аэродинамических рулей либо рулевых камер. В любом случае исполнительная подсистема является системой непрерывного действия. Логико-вычислительная подсистема может быть как аналоговой, так и дискретной. Из формулы (3.1) следует, что закон управления представляет собой сумму сигнала ошибки, $(k-1)$ ее производных и $\gamma - (k+1)$ интегралов, взятых с весами a_i .

Определение коэффициентов a_i и является задачей синтеза системы управления, оптимальной в некотором смысле.

Вопросам реализации вычислительных процедур, связанных с формированием закона управления в ЦВМ посвящено значительное количество литературы [9, 12, 15]. Мы рассмотрим здесь только принципы реализации требуемого закона управления с помощью корректирующих устройств аналогового типа.

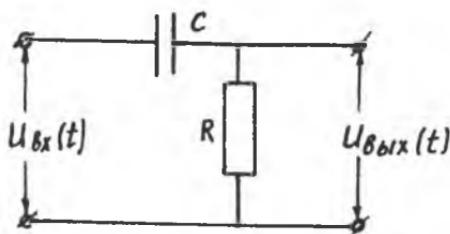
3.1. Линейные корректирующие устройства

Включение корректирующих устройств в контур управления с целью формирования закона управления обеспечивает системе необходимое качество и запасы устойчивости. Линейные корректирующие устройства вводят в закон управления производные, интегралы и их комбинации от сигнала ошибки или каких-либо промежуточных величин. В основе этих устройств лежат простейшие дифференцирующие и интегрирующие RC-контурь.

Дифференцирующий RC-контур

Сила тока в цепи (рис. 3.1) определяется из выражения

$$U_{вх} = i_c R + \frac{1}{C} \int_0^t i_c dt = U_R + U_C. \quad (3.2)$$



Р и с. 3.1. Дифференцирующий RC-контур

$$\frac{di_c}{dt} = \frac{1}{R} \frac{du_{вх}}{dt} - \frac{1}{R} \frac{du_C}{dt} = \frac{1}{R} \frac{du_{вх}}{dt} - \frac{1}{RC} i_c.$$

Отсюда легко получить дифференциальное уравнение рассматриваемого контура

$$\frac{di_c}{dt} + \frac{1}{T} i_c = \frac{1}{R} \frac{du_{вх}}{dt}, \quad (3.3)$$

$$T = RC.$$

Учитывая, что $U_{вых} = i_c R$ и переходя к изображениям по Лапласу, получим

$$U_{вых}(s) = \frac{Ts}{Ts+1} U_{вх}(s) = W(s) U_{вх}(s). \quad (3.4)$$

В оригиналах можно записать

$$U_{вых}(t) = T \left(1 - e^{-t/T} \right) \frac{dU_{вх}(t)}{dt}.$$

Рассматривая логарифмическую амплитудную характеристику контура, построенную по его передаточной функции (рис. 3.2), можно сделать следующие выводы:

при $\omega < \frac{1}{T}$ звено выполняет операцию дифференцирования;

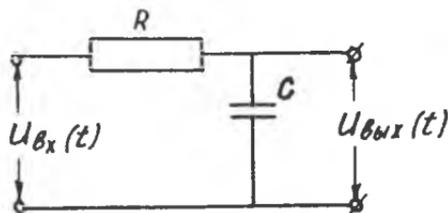
при $\omega > \frac{1}{T}$ звено является безынерционным с коэффициентом усиления, равным единице.

Чем меньше T , тем для большего диапазона частот выполняется операция дифференцирования.

Интегрирующий RC-контур (рис. 3.3)

По аналогии с предыдущим из (3.2) следует, что

$$U_{\text{вых}} = \frac{1}{C} \int_0^t i_c dt - U_{\text{вх}} - i_c R, \quad (3.5)$$



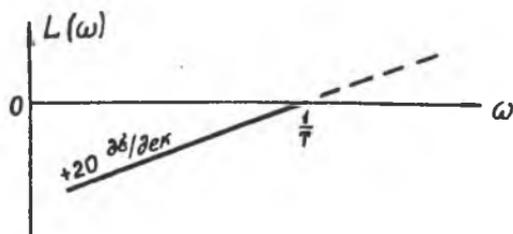
Р и с. 3.3. Интегрирующий RC-контур

$$U_{\text{вых}}(s) = \frac{1}{Ts+1} U_{\text{вх}}(s) = W(s) U_{\text{вх}}(s). \quad (3.6)$$

Передаточной функции данного контура соответствует ЛАХ, показанная на рис. 3.4.

При частоте $\omega > \frac{1}{T}$, $T^2 \omega^2 \gg 1$ и можно считать, что

$$W(s) = \frac{1}{Ts}, \quad (3.7)$$



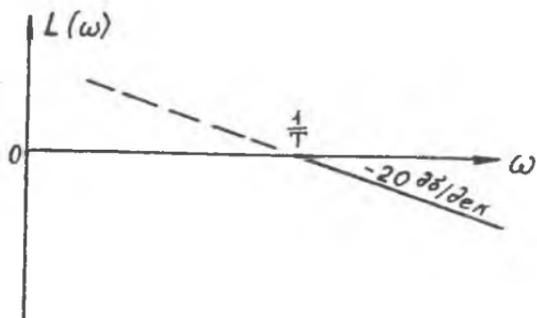
Р и с. 3.2. ЛАХ дифференцирующего контура

Подставив (3.5) в выражение для выходного напряжения, получим

$$U_{\text{вых}} = \frac{1}{T} \int_0^t (U_{\text{вх}} - U_{\text{вых}}) dt.$$

Перейдем к изображениям по Лапласу

$$U_{\text{вых}}(s) = \frac{1}{Ts} (U_{\text{вх}}(s) - U_{\text{вых}}(s)),$$



Р и с. 3.4. ЛАХ интегрирующего контура

т.е. в данном диапазоне передаточная функция рассматриваемого контура соответствует передаточной функции идеального интегрирующего звена и

$$U_{\text{вых}}(t) = \frac{1}{T} \int_0^t U_{\text{вх}}(t) dt$$

при $\omega < \frac{1}{T}$, $W(s) = 1$.

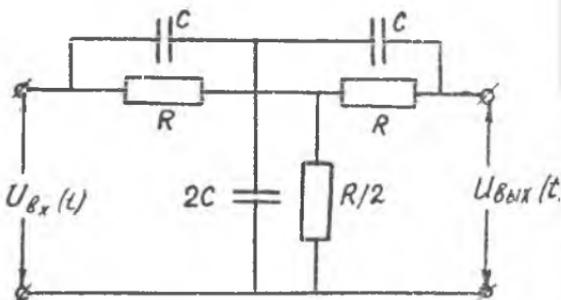
Комбинируя рассмотренные схемы, можно получить более сложные интегродифференцирующие контуры.

Разнообразные схемы таких контуров приведены в литературе [5, 7].

Антивибраторы

В процессе полета на ЛА действуют управляющие и возмущающие силы, приводящие к изгибным колебаниям корпуса. Эти колебания (вибрации) относительно большой частоты и малой амплитуды, проходя через прибор информационной подсистемы, в частности, через ДУС, могут получить значительное усиление и привести к нарушениям работы автоматов стабилизации ЛА вплоть до потери устойчивости. Для борьбы с такого рода помехами могут быть применены РС-контуры, которые получили название антивибраторов.

Одна из возможных схем антивибраторов приведена на рис. 3.5.



Р и с. 3.5. Антивибратор

Передаточная функция для данной схемы антивибратора имеет вид

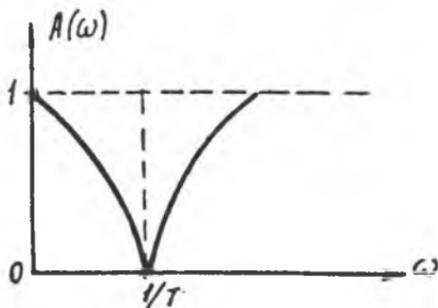
$$W(s) = \frac{1 + T^2 s^2}{T^2 s^2 + 4Ts + 1}, \quad T = RC. \quad (3.8)$$

Из (3.8) нетрудно получить выражение для частотных характеристик

$$\left. \begin{aligned} A(\omega) &= \frac{1 - T^2 \omega^2}{\sqrt{(1 - T^2 \omega^2)^2 + 16 T^2 \omega^2}} \\ \varphi(\omega) &= -\operatorname{arctg} \frac{4T\omega}{1 - T^2 \omega^2} \end{aligned} \right\} \quad (3.9)$$

Очевидно, что $\lim_{\omega \rightarrow \frac{1}{T}} A(\omega) = 0$, т.е. на частоте $\omega = \frac{1}{T}$ обеспечивается полное подавление сигнала. Фазовое запаздывание изменяется от нуля до -180° и на частоте $\omega = 1/T$ равно -90° (рис. 3.6).

Из последнего примера следует, что линейные корректирующие устройства имеют жесткую зависимость между амплитудной и фазовой характеристиками. В ряде случаев это является серьезным недостатком и для придания системе требуемых качеств используют нелинейные и псевдолинейные корректирующие устройства [5].



Р и с. 3.6. ЛЧХ антивибратора

Рассмотренные корректирующие устройства являются пассивными, могут вносить значительное ослабление сигнала и с достаточной точностью работают в ограниченном диапазоне частот. Для повышения качества коррекции могут быть использованы активные устройства, построенные на основе операционных усилителей, входные цепи и цепи обратной связи которых включают в себя пассивные RC-элементы [5, 7].

3.2. Усилители

Сигналы устройств логико-вычислительной подсистемы имеют незначительную мощность и не могут быть непосредственно использованы для обеспечения работы исполнительной подсистемы. Возникает необходимость усиления сигналов.

Общей функцией усилителей является усиление по мощности сигнала управления до уровня, необходимого для работы исполнительных устройств системы. Усилительные устройства систем автоматического управления представляют собой, как правило, многокаскадные усилители со сложными обратными связями, которые вводятся для улучшения его статических, динамических и эксплуатационных характеристик.

В бортовых системах управления ЛА применяются электрические усилители, которые, в свою очередь, подразделяются на электронные, релейные и магнитные. Особенностью электронных усилителей является их высокая чувствительность, они способны усиливать сигналы мощностью порядка нескольких микроватт.

К недостаткам электронных усилителей можно отнести их недостаточную высокую мощность, относительно низкую надежность, чувствительность к вибрациям и относительно большую мощность потребления. Транзисторные усилители, кроме того, обладают недостаточно стабильными характеристиками.

Широкое применение в системах управления нашли релейные усилители.

Основные их достоинства:

- устойчивость к изменению температуры и электрическим перегрузкам;
- широкий диапазон коммутируемых токов и напряжений;
- ударная и вибрационная стойкость;
- малый вес и габариты.

Реле является нелинейным элементом и включение его в систему делает ее существенно нелинейной, что может вызвать нежелательные движения. Поэтому часто на практике применяют линеаризованные релейные усилители, статическую характеристику которых в значительном диапазоне не можно считать линейной.

Значительное распространение нашли такие магнитные усилители, принцип действия которых основан на изменении динамической магнитной проницаемости ферромагнитного сердечника при его подмагничивании током управления.

Достоинства магнитных усилителей:

- высокая эксплуатационная надежность и стабильность параметров;
- большой коэффициент усиления на один каскад (до 10^5);
- высокая чувствительность (10^{-6} - 10^{-7} А);
- большая перегрузочная способность;
- ударная и вибрационная стойкость.

Основным недостатком магнитного усилителя является его относительно высокая инерционность, обусловленная индуктивностью обмоток управления.

Описанию принципов работы, расчета и анализа схем различных типов усилителей посвящено большое количество специальной литературы [5, 7].

3.3. Исполнительные двигатели

Исполнительная подсистема преобразует управляющий сигнал, усиленный до необходимого уровня, в механическое перемещение органа управления. Для непосредственного перемещения управляющего органа в системах управления летательными аппаратами нашли применение электродвигатели постоянного тока и гидравлические двигатели.

К достоинствам электродвигателя постоянного тока следует отнести:

- широкий диапазон изменения скорости вращения;
- возможность реверсирования;
- высокий коэффициент полезного действия;
- высокое быстродействие и большой диапазон мощностей.

Серьезным недостатком электродвигателей, ограничивающим область их применения, является быстрый рост габаритно-массовых характеристик с увеличением потребных мощностей.

Как динамическое звено электродвигатель постоянного тока можно описать передаточной функцией

$$W(s) = \frac{K_A}{s(T^2 s^2 + 2T\zeta s + 1)} \quad (3.10)$$

В этом выражении

$$T^2 = T_{\text{я}} T_{\text{д}}; \zeta = 0,5 \sqrt{T_{\text{д}} / T_{\text{я}}}; K_A = \frac{1}{K_M},$$

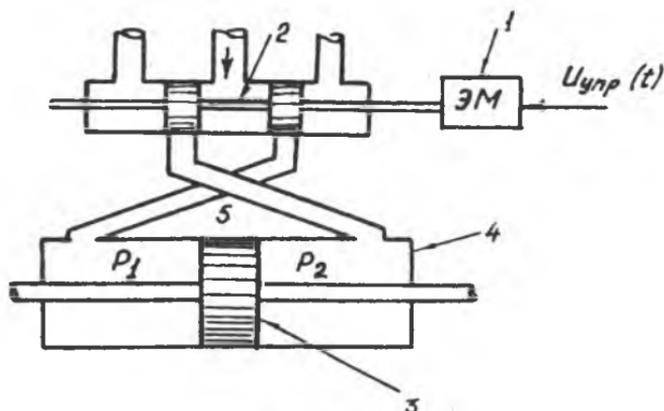
где $T_{\text{я}}$ — электромеханическая постоянная времени цепи якоря; $T_{\text{д}}$ — электромеханическая постоянная времени электродвигателя; K_M — постоянный коэффициент, зависящий от конструкции двигателя; K_A — коэффициент передачи электродвигателя по напряжению (по управляющему воздействию).

Величина $T_{\text{я}}$ очень мала и в практических приложениях ею пренебрегают. Тогда передаточная функция электродвигателя приобретает вид

$$W(s) = \frac{K_A}{s(T_{\text{д}} s + 1)} \quad (3.11)$$

Гидравлические исполнительные устройства имеют ряд важных преимуществ перед электрическими, а именно они обладают большей мощностью и большим быстродействием, чем электрические двигатели при тех же весах и габаритах.

Рассмотрим широко распространенную схему с золотниковым распределителем (рис. 3.7).



Р и с. 3.7. Гидравлическое исполнительное устройство

При отсутствии управляющего сигнала $U_{упр}(t)$ на входе электро-механического преобразователя 1 золотник 2 находится в нейтральном положении и закрывает доступ жидкости в рабочий цилиндр 4. В этом случае давления P_1 и P_2 в полостях цилиндра равны и перемещение рабочего штока равно нулю. При наличии входного сигнала электро-механический преобразователь перемещает золотник, открывая доступ жидкости в рабочий цилиндр через одну из магистралей 5 и одновременно открывая канал для слива жидкости из другой полости рабочего цилиндра. Под действием разности давления $\Delta p = P_1 - P_2$ поршень 3 перемещается в ту или иную сторону. Выходной величиной гидродвигателя является перемещение x штока рабочего цилиндра.

Для исследования динамических свойств гидродвигателя составим уравнения движения поршня в рабочем цилиндре

$$m\ddot{x} = (P_1 - P_2)S - R - G, \quad (3.12)$$

где m – приведенная масса поршня с учетом присоединенных к нему масс; S – площадь поршня; R – сила сопротивления; G – сопротивление нагрузки.

Сила сопротивления R создается за счет трения. В реальных ус-

ловиях сила трения может быть представлена в виде суммы жидкого и сухого трения

$$R = C\dot{x} + N \operatorname{sign} \dot{x} ,$$

где $C\dot{x}$ — сила жидкого (вязкого) трения; $N \operatorname{sign} \dot{x}$ — сила сухого трения.

Сопротивление нагрузки часто считают линейно зависящим от перемещения поршня. Зависимость разности давлений от управляющего сигнала является нелинейной, но в ограниченном диапазоне перемещений можно считать, что

$$\begin{aligned} \Delta p &= p_1 - p_2 = k_1 U_{\text{упр}}(t) , \\ (p_1 - p_2)S &= k U_{\text{упр}}(t) , \\ k &= k_1 S . \end{aligned}$$

Сила жидкого трения мала и, пренебрегая ее величиной, можно записать

$$m\ddot{x} + N \operatorname{sign} \dot{x} + \delta x = k U_{\text{упр}} ,$$

где δ — коэффициент сопротивления нагрузки.

Для нелинейной функции $N \operatorname{sign} \dot{x}$ коэффициент гармонической линеаризации

$$q(a) = \frac{4N}{\pi a} .$$

Здесь a — амплитуда эквивалентного гармонического воздействия.

Тогда

$$m\ddot{x} + q(a)\dot{x} + \delta x = k U_{\text{упр}} . \quad (3.13)$$

Переходя к изображениям по Лапласу, получим

$$x(s) = \frac{K_A}{T^2 s^2 + 2T\zeta s + 1} U_{\text{упр}}(s) , \quad (3.14)$$

где $T = \sqrt{\frac{m}{\delta}}$; $\zeta = \frac{q(a)}{2\sqrt{m\delta}}$; $K_A = \frac{k}{\delta}$.

Обычно силы инерции и силы сопротивления нагрузки малы по сравнению с силой давления ΔPS . Пренебрегая этими силами, из (3.13) получим

$$q(a)\dot{x} = k U_{\text{упр}} .$$

Тогда

$$x(s) = \frac{K}{s \cdot q(a)} U_{\text{упр}}(s) \quad (3.15)$$

Таким образом, малость постоянной времени гидродвигателя позволяет считать его при упрощенных исследованиях идеальным интегрирующим звеном с передаточной функцией

$$W(s) = \frac{K_A}{s}, \quad (3.16)$$

где $K_A = \frac{K}{q(a)}$.

Выражение для $q(a)$ свидетельствует о зависимости коэффициента K_A от собственно величины перемещения штока. Ниже будет показано, что эта зависимость компенсируется в системах с обратной связью.

3.4. Рулевой привод

Анализ выражений (3.10), (3.11) и (3.16) показывает, что исполнительные двигатели являются интеграторами и при непосредственном их использовании в качестве исполнительного устройства отклонение рулевого органа δ будет пропорционально не сигналу ошибки, а интегралу от нее. Это приведет к сильной колебательности процесса, что легко показать на простейшем примере. Пусть на некотором отрезке времени сигнал ошибки изменяется по закону

$$\varepsilon(t) = E \cos \omega t.$$

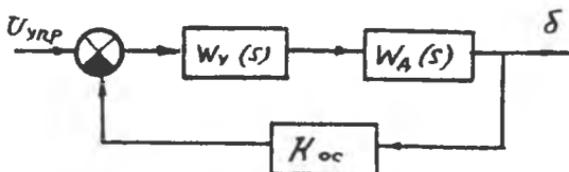
Если считать двигатель интегратором, то его выходной сигнал запишется в виде

$$x(t) = K_A \int_0^t E \cos \omega t dt = + \frac{K_A E}{\omega} \sin \omega t.$$

В некоторый момент времени $t_1 = \frac{\pi}{2\omega}$ сигнал ошибки равен нулю, но в этот же момент времени $\sin \omega t_1$ и величина $x(t) = \delta(t)$ приобретет максимальное значение. При изменении знака сигнала ошибки начнется "списывание" накопленного интеграла и т.д. Очевидно, что в рассматриваемом примере процесс приобретает характер незатухающих колебаний.

Для обеспечения нормальной работы системы управления необходимо обеспечить пропорциональность между сигналом ошибки и отклонением рулевого органа. С этой целью усилитель и исполнительный двигатель охватываются жесткой отрицательной обратной связью. Полученная система получила название рулевого привода.

На схеме (рис. 3.8) обозначено: $-W_y(s)$ — передаточная функция усилителя; $-W_A(s)$ — передаточная функция исполнительного двигателя; K_{oc} — коэффициент обратной связи.



Р и с. 3.8. Структурная схема рулевого привода

Считая, что $W_y(s) = K_y$ для рулевого привода с электродвигателем, передаточная функция которого имеет вид (3.11), получим

$$\Phi(s) = \frac{K_y K_A}{T_g s^2 + s + K_y K_A K_{oc}} = \frac{\delta(s)}{U_{упр}(s)} \quad (3.17)$$

Это передаточная функция устойчивого звена 2-го порядка и после окончания переходного процесса

$$\delta(t) = K U_{упр}(t), \quad K = 1/K_{oc}$$

В случае использования гидродвигателя с передаточной функцией (3.16)

$$\Phi(s) = \frac{K_y K_A}{s + K_{oc} K_y K_A} = \frac{K}{Ts + 1} \quad (3.18)$$

Здесь $K = 1/K_{oc}$; $T = \frac{1}{K_{oc} K_y K_A}$

Так как величины K_y и K_A достаточно велики, то постоянная времени мала и практически можно считать, что данный рулевой привод является безынерционным звеном, т.е.

$$\delta(t) = K U_{упр}(t)$$

Коэффициент K не зависит от величины перемещения поршня гидродвигателя.

Таким образом, за счет жесткой обратной связи удается компенсировать интегрирующие свойства исполнительного двигателя.

4. АВТОНОМНЫЕ СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ

Общее определение автономного управления, как способа управления дано выше в разд. 1.2. Необходимо еще раз подчеркнуть, что система автономного управления обеспечивает стабилизацию ЛА относительно заданной траектории. Именно поэтому данная система входит в качестве составной части и в другие способы управления, связанные с телеуправлением и самонаведением. Устройства телеуправления и самонаведения определяют требуемую траекторию, устройства автономной подсистемы осуществляют стабилизацию ЛА относительно этой траектории. Может осуществляться стабилизация как угловых, так и линейных координат ЛА.

Автономные системы управления в системах, связанных с баллистическими ЛА, получили название автоматов стабилизации. Аналогичные системы на аэродинамических ЛА называют автопилотами.

Процесс синтеза системы автономного управления начинается с определения состава информационной (наблюдающей) подсистемы. Требуется решить вопрос – сколько и какие параметры состояния объекта управления необходимо измерять (наблюдать) и вводить в закон управления, чтобы обеспечить требуемый характер переходных процессов. При описании системы в понятиях пространства состояний эта задача может быть решена с использованием критериев управляемости и наблюдаемости. Кратко этот вопрос рассмотрен в разд. 2.1.

При использовании аппарата передаточных функций задача решается следующим образом.

Пусть закон управления определяется некоторым полиномом $A_y(s)$ степени l

$$d(s) = A_y(s)E(s)$$

и передаточная функция системы в разомкнутом состоянии имеет вид

$$W(s) = \frac{B(s)}{A(s)},$$

где полином $B(s)$ имеет степень m , а полином $A(s)$ – степень n .

Передаточная функция замкнутой САУ

$$\Phi(s) = \frac{A_y(s)B(s)}{A(s) + A_y(s)B(s)}$$

Из условия физической реализуемости системы необходимо выполнение условия

$$m_1 + l \leq n - 1$$

или

$$l \leq n - m_1 - 1. \quad (4.1)$$

При максимальном значении $l = n - m_1 - 1$ обеспечивается влияние на все коэффициенты характеристического полинома $\mathcal{D}(s) = A(s) + A_0(s)B(s)$. Выбор величины l позволяет сформировать структуру системы, а расчет и оптимизация коэффициентов полинома $A_0(s)$ даст системе требуемое качество.

4.1. Формирование контура стабилизации баллистического ЛА как твердого тела

Особенности формирования контура стабилизации рассмотрим на примере продольного движения.

Уравнения баллистического ЛА (БЛА) в продольном движении имеют вид [15]

$$\left. \begin{aligned} \ddot{y} + K_4 \dot{y} + K_2 v + K_3 \delta &= F_y'(t), \\ \ddot{v} + C_1 \dot{v} + C_2 v + C_3 \dot{y} + C_4 \delta &= M_2'(t). \end{aligned} \right\} \quad (4.2)$$

Здесь $F_y'(t) = \frac{F_y(t)}{m}$; $M_2'(t) = \frac{M_2(t)}{J_z}$.

Из (4.2) получим передаточные функции БЛА по отношению к отклонению рулевого органа δ

$$W_{v\delta}(s) = \frac{v(s)}{\delta(s)} = - \frac{C_4 s + (K_1 C_1 - K_3 C_3)}{A(s)}, \quad (4.3)$$

$$W_{y\delta}(s) = \frac{y(s)}{\delta(s)} = - \frac{K_3 s^2 + K_3 C_1 + (K_3 C_2 - K_2 C_4)}{sA(s)}, \quad (4.4)$$

$$A(s) = s^3 + a_1 s^2 + a_2 s + a_3,$$

$$a_1 = C_1 + K_4; \quad a_2 = C_2 + K_4 C_1; \quad a_3 = K_4 C_2 - K_2 C_3.$$

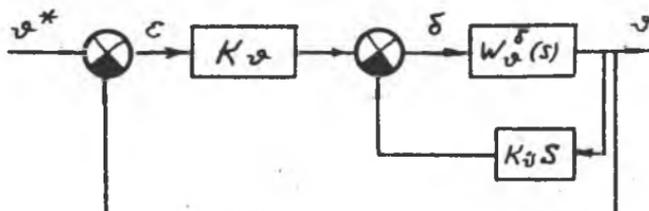
При конкретных значениях коэффициентов уравнений передаточные функции могут быть приведены к стандартному виду.

Сформируем контур угловой стабилизации по координате $v(t)$. Так как $n = 3$, $m_1 = 1$, то $l \leq 1$. Выберем $l = 1$. Тогда

$$A(s) = (k_{\dot{\nu}} s + k_{\nu}) E(s),$$

где $E(s) = \nu^*(s) - \nu(s)$, ν^* — требуемое значение угла тангажа.

Считая, что $\nu^* = \text{const}$, получим структурную схему системы угловой стабилизации (рис. 4.1).



Р и с. 4.1. Структурная схема автомата угловой стабилизации

Рулевой привод в данном случае рассматриваем как безынерционное звено. Измерителем угловой скорости $\dot{\nu}(t)$ является ДУС.

Конкретная методика выбора и расчета коэффициентов закона управления определяется как видом передаточной функции объекта управления, так и опытом лица, производящего расчет, наличием вычислительной техники, пакетов прикладных программ и т.д.

В общем случае первым этапом расчета является построение области устойчивости в плоскости параметров K_{ν} и $K_{\dot{\nu}}$. Для ракеты-носителя "Авангард" на 75 секунде полета передаточная функция имеет вид

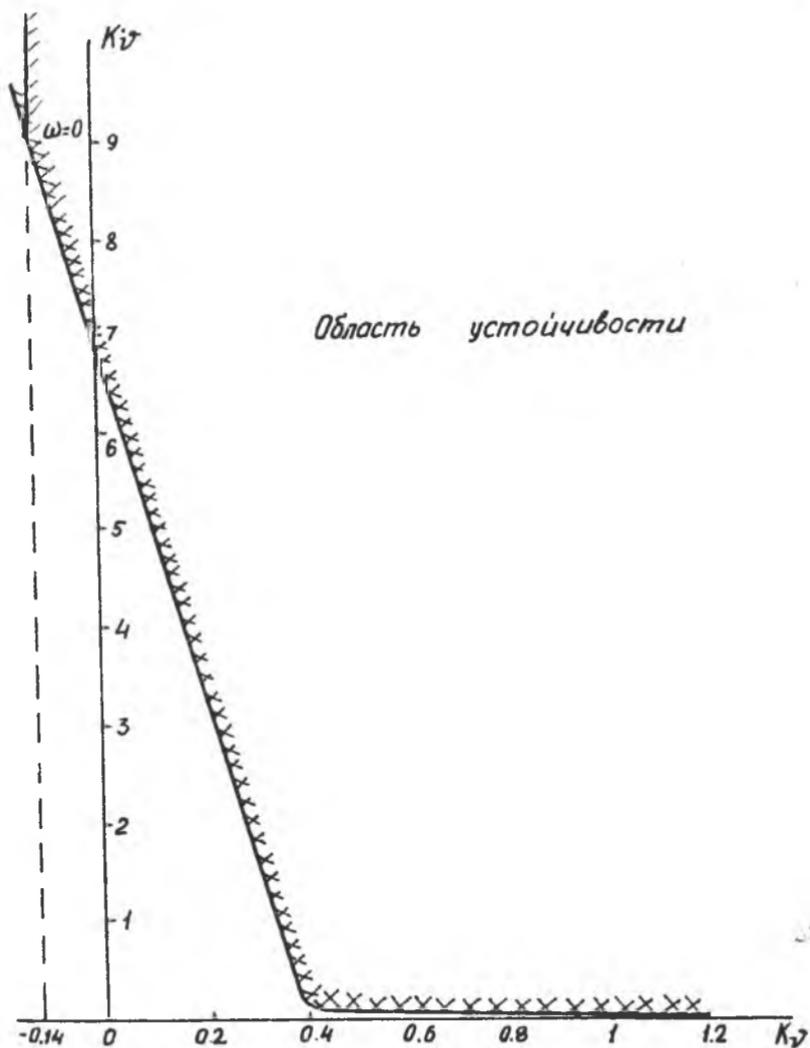
$$W_{\nu}^{\delta}(s) = \frac{K_p (T_1 s + 1)}{(T_2 s - 1)(T_3 s - 1)(T_4 s + 1)}, \quad (4.5)$$

где $K_p = 7,10$; $T_1 = 19,12$; $T_2 = 45,45$; $T_3 = 0,68$; $T_4 = 0,63$.

Очевидно, что объект управления неустойчив.

При избранном законе управления методом Д-разбиения строим область устойчивости системы угловой стабилизации в плоскости параметров K_{ν} , $K_{\dot{\nu}}$ (рис. 4.2). Нетрудно видеть, что граница устойчивости в данном случае достигается не при увеличении коэффициента усиления K_{ν} , а при его уменьшении.

Можно предложить большое количество методик расчета конкретных значений коэффициентов закона управления, обеспечивающих требуемое качество регулирования. В любом случае желательно, чтобы принятая методика обеспечивала оптимальный, в каком-либо смысле, процесс управ-



Р и с. 4.2. Область устойчивости РН "Авангард"

ления. при аналитическом синтезе линейных детерминированных САУ может быть использован метод квадратичных интегральных оценок. Наиболее часто используются квадратичная интегральная оценка \mathcal{J}_0 и улучшенная квадратичная интегральная оценка \mathcal{J}_1

$$\begin{aligned} \mathcal{J}_0 &= \int_0^{\infty} \varepsilon^2(t) dt, \\ \mathcal{J}_1 &= \int_0^{\infty} \left(\varepsilon^2(t) + \tau^2 \left(\frac{d\varepsilon}{dt} \right)^2 \right) dt. \end{aligned} \quad (4.6)$$

В этих выражения $\varepsilon(t) = x(t) - x(\infty)$ — динамическая ошибка регулирования.

Интегралы (4.6) являются функциями изменяемых параметров системы. Минимизируя интегралы по этим параметрам, можно вычислить их значения, определяющие оптимальный переходный процесс в указанном смысле.

Если изображение ошибки при ступенчатом единичном входном воздействии имеет вид

$$E(s) = \Phi_\varepsilon(s) \frac{1}{s},$$

где $\Phi_\varepsilon(s) = \frac{b_0 s^m + b_1 s^{m-1} + \dots + b_{m-1} s + b_m}{a_0 s^n + a_1 s^{n-1} + \dots + a_{n-1} s + a_n} = \frac{B(s)}{A(s)}$ — передаточная функция системы по ошибке, то при $m < n$ интеграл \mathcal{J}_0 может быть вычислен по формуле [7]

$$\begin{aligned} \mathcal{J}_0 &= \int_0^{\infty} (x(t) - x(\infty)) dt = \frac{1}{2 a_n^2 \Delta} (B_m \Delta_m + \\ &+ B_{m-1} \Delta_{m-1} + \dots + B_0 \Delta_0 - 2 b_m b_{m-1} \Delta). \end{aligned} \quad (4.7)$$

В этом выражении

$$\Delta = \begin{vmatrix} a_n & -a_{n-2} & a_{n-4} & -a_{n-6} & \dots & 0 \\ 0 & a_{n-1} & -a_{n-3} & a_{n-5} & \dots & 0 \\ 0 & -a_n & a_{n-2} & -a_{n-4} & \dots & 0 \\ 0 & 0 & -a_{n-1} & a_{n-3} & \dots & 0 \\ \vdots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & a_1 \end{vmatrix} \quad (4.8)$$

$$\left. \begin{aligned} B_m &= b_m^2; \\ B_{m-1} &= b_{m-1}^2 - 2 b_m b_{m-2}; \\ B_k &= b_k^2 - 2 b_{k-1} b_{k+1} + \dots + 2 (-1)^k b_m b_{2k}; \\ B_0 &= b_0^2. \end{aligned} \right\} \quad (4.9)$$

Определители Δ_k ($k = 0, 1, \dots, m$) получаются из Δ заменой $(m+1-k)$ -го столбца столбцом вида $(a_{n-1}, a_n, 0, 0, \dots, 0)$.

Показано, что улучшенная интегральная оценка

$$J_1 = J_0 + \tau^2 J_{01},$$

где $J_{01} = \int_0^{\infty} \left(\frac{d\varepsilon}{dt} \right)^2 dt$.

Изображение производной от сигнала ошибки

$$E_1(s) = sE(s) - \varepsilon(0).$$

При единичном ступенчатом воздействии на входе $\varepsilon(0) = 1$. После определения $E_1(s)$ вычисления J_{01} можно производить в соответствии с выражениями (4.7)–(4.9).

Минимизация оценки J_0 означает стремление переходного процесса к ступенчатому виду, что в ряде случаев приводит к сильной колебательности и высокому перерегулированию. Минимизация оценки J_1 означает стремление к переходному процессу вида

$$x(t) = 1 - e^{-t/\tau}.$$

Выбор параметров по минимуму J_1 может привести к увеличению времени регулирования, т.е. к затягиванию переходного процесса. В случаях $m > 0$ хорошие результаты дает применение оценки J_0 .

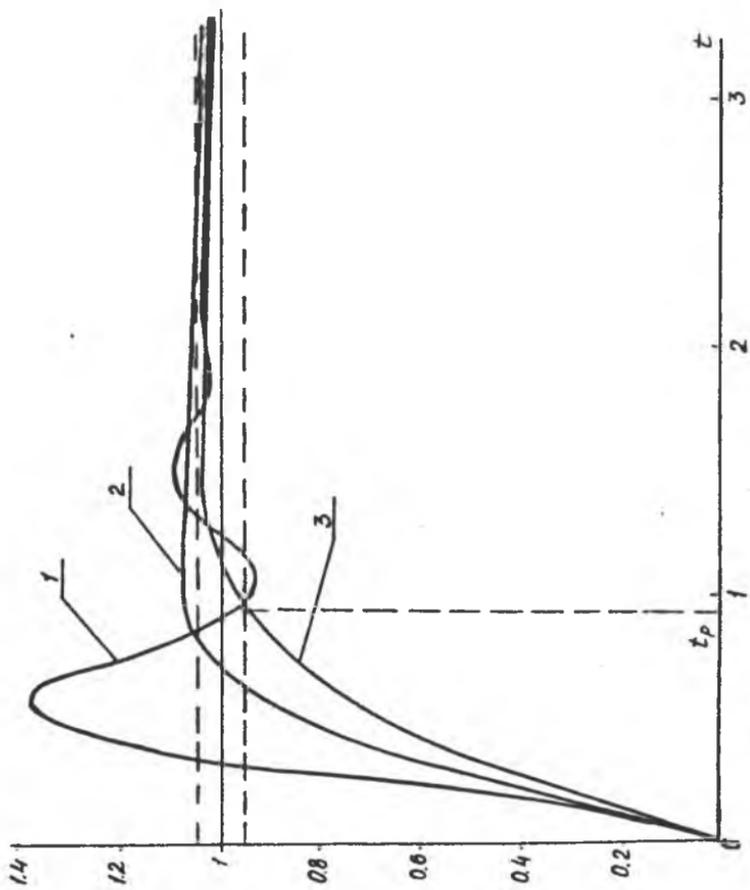
Следует сказать, что использование интегральных оценок связано с большим количеством трудоемких вычислений. Их использование для целей синтеза целесообразно при наличии ЭВМ и соответствующих программ.

Если количество варьируемых параметров равно двум ($l = 2$), то задачу синтеза можно упростить. Если в число варьируемых параметров входит коэффициент передачи системы (в нашем случае K_v), то его можно определить, исходя из требуемой точности системы. Если система статическая, то коэффициент передачи легко определить по значению коэффициента ошибки по положению

$$C_0 = \Phi_\varepsilon(0) = f(K_v).$$

Для системы с астатизмом первого порядка коэффициент передачи может быть определен, исходя из выражения для коэффициента ошибки по скорости

$$C_1 = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{1}{s} \Phi_\varepsilon(s).$$



Р и с. 4.3. Переходные процессы автомата стабилизации

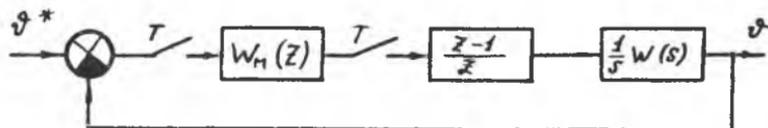
После выбора коэффициента передачи определение коэффициента по первой производной ($\kappa_{\dot{\psi}}$) может быть сделано путем простого перебора значений $\kappa_{\dot{\psi}}$ и построения соответствующих переходных процессов (рис. 4.3).

Для автомата стабилизации БЛА "Авангард" на 75 с полета при избранном $\kappa_{\dot{\psi}} = 7$ построены переходные процессы (рис. 4.5) для $\kappa_{\dot{\psi}} = 0,7$ (кривая 1), $\kappa_{\dot{\psi}} = 2$ (кривая 2) и $\kappa_{\dot{\psi}} = 3$ (кривая 3).

Очевидно, что вполне удовлетворительным является процесс при $\kappa_{\dot{\psi}} = 3$, обеспечивающий перерегулирование $\delta < 4\%$ и время регулирования $t_p = 0,95$ с.

В настоящее время в контур управления БЛА включают ЦВМ и система управления становится дискретно-непрерывной (гибридной). Анализ и синтез таких систем может производиться на основе Z -преобразования. Выбор состава измерительных элементов основывается на тех же принципах, что и для непрерывных систем. Поэтому будем считать, что для решения задачи угловой стабилизации используется информация об угловом отклонении и угловой скорости.

Далее необходимо решить вопрос о составе информации, поступающей в ЦВМ. Может быть случай, когда информация об угловом отклонении и угловой скорости обрабатывается в ЦВМ, возможен также и случай, когда информация об угловой скорости циркулирует в непрерывной части контура стабилизации, а в ЦВМ подается только информация о величине углового отклонения. Во всех случаях структурную схему можно свести к виду, показанному на рис. 4.4.



Р и с. 4.4. Структурная схема дискретной САУ

На схеме обозначено: $W_M(z)$ - передаточная функция ЦВМ; $(z-1)/z$ - передаточная функция экстраполятора нулевого порядка; $W(s)$ - передаточная функция непрерывной части. Синтез системы заключается в определении передаточной функции $W_M(z)$, т.е. программы вычислительной машины. Могут быть приняты различные методики синтеза, исходя из требований, предъявляемых к качеству системы. Рассмотрим только одну из них, основанную на получении переходного процесса конечной, причем минимальной, длительности. Методика заключается в следующем.

1. После получения Z - передаточной функции

$$W(z) = Z \left\{ \frac{1}{s} W(s) \right\}$$

производится операция факторизации и передаточная функция $W(z)$ принимает вид

$$W(z) = \frac{P(z)}{Q(z)} = \frac{P^+(z)P^-(z)}{Q^+(z)Q^-(z)} . \quad (4.10)$$

В этом выражении полиномы $P^+(z)$, $Q^+(z)$ содержат все корни, лежащие внутри круга единичного радиуса, а полиномы $P^-(z)$ и $Q^-(z)$ - вне этого круга.

2. Задается вид характеристического полинома замкнутой системы

$$A(z) = z^l , \quad (4.11)$$

где l - целое положительное число.

3. Определяется значение l_{min} :

$$l_{min} = \|Q^-(z)\| + \|P^-(z)\| , \quad (4.12)$$

где знак $\|\cdot\|$ означает степень полинома.

4. Определяется $W_m(z)$ решением полиномиального уравнения

$$P^-(z)M(z) + Q^-(z)N(z) = A(z) . \quad (4.13)$$

Степени искомых полиномов $M(z)$ и $N(z)$ определяются из условий

$$\|N\| \geq \|P^-\| , \quad \|M\| \geq \|Q^-\| - 1 .$$

Знак равенства соответствует значению l_{min} . Коэффициенты n_i , m_j полиномов $M(z)$ и $N(z)$ рассчитываются разворачиванием уравнения (4.13) в систему алгебраических уравнений и ее решением. Передаточная функция $W_m(z)$ определяется в виде

$$W_m(z) = \frac{Q^+(z)}{P^+(z)} \frac{M(z)}{N(z)} . \quad (4.14)$$

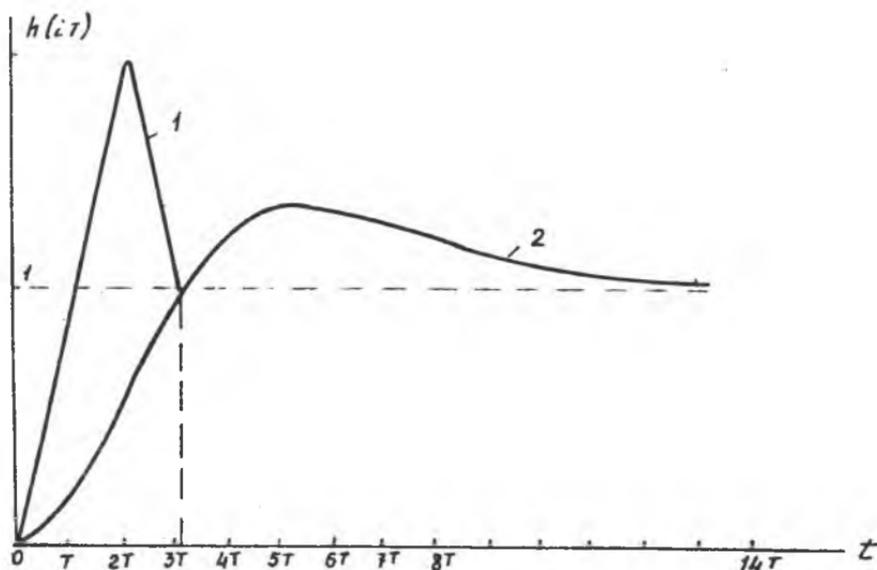
Для автомата угловой стабилизации БЛА "Авангард" получены:

$$M(z) = -7,6z + 4,66 ,$$

$$N(z) = z + 0,892 .$$

Переходный процесс в данной системе показан на рис. 4.5 (кривая I).

При синтезе систем с переходным процессом конечной длительности часто получаются системы со значительным перерегулированием.



Р и с. 4.5. Переходные процессы в дискретном автомате стабилизации

В рассматриваемом примере перерегулирование $\sigma \approx 88\%$. С целью получения высокого качества регулирования уходят от требования конечной длительности и характеристический полином выбирают в виде

$$A(z) = (z - a)^l, \quad (4.15)$$

где значение a выбирается по необходимым запасам устойчивости.

Далее расчет ведется по той же методике. Для рассматриваемого примера и $a = 0,6$ получены

$$M(z) = -1,32z + 1,143,$$

$$N(z) = z + 0,0031.$$

Переходный процесс для полученной системы показан на рис. 4.5 (кривая 2). Все расчеты проведены для $T = 0,1$ с. Очевидно, что процесс удовлетворителен по качеству.

Для реализации заданной траектории необходимо стабилизировать ракету и по линейной координате. Если ГСП ориентирована по истинной вер-

тикали места, то в продольной плоскости линейная координата $У$ совпадает с высотой полета.

Линейная координата и скорость ее изменения определяются на основании показаний акселерометра, ориентированного по истинной вертикали места.

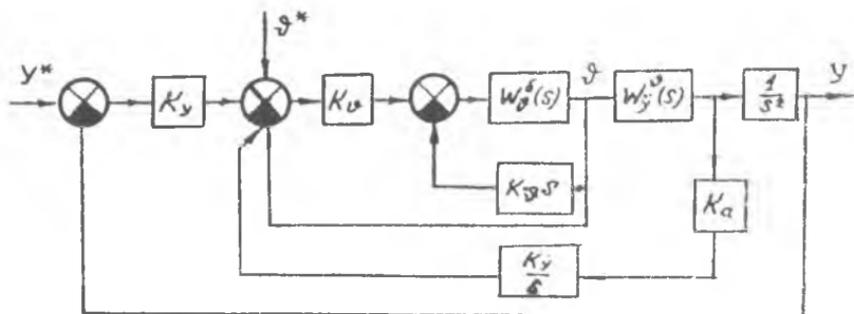
Из (4.3) и (4.4) можно получить

$$W_{\dot{y}}^v(s) = \frac{s[K_3 s^2 + K_3 C_1 + (K_3 C_2 - K_2 C_4)]}{C_4 s + (K_1 C_4 - K_3 C_3)}$$

Структурная схема автомата стабилизации для закона регулирования

$$\delta(s) = (K_v s + K_v)(v^* - v) + (K_y s + K_y)(y^* - y)$$

примет вид, показанный на рис. 4.6.



Р и с. 4.6. Структурная схема автомата стабилизации РН как твердого тела

На первом этапе синтеза проводится расчет значений $K_v, K_{\dot{y}}$. Затем после определенных структурных преобразований схема приводится к виду, позволяющему рассчитать значения K_y и $K_{\dot{y}}$ по вышеприведенным методикам.

4.2. Формирование контура стабилизации БЛА с учетом упругих колебаний корпуса

В процессе полета под воздействием аэродинамических и управляющих моментов корпус ракеты подвергается упругим деформациям. Эти деформации воспринимаются измерительными приборами информационной подсистемы, которые и вносят высокочастотные сигналы упругих деформаций в замкнутый контур управления. Это может привести к ухудшению точности управле -

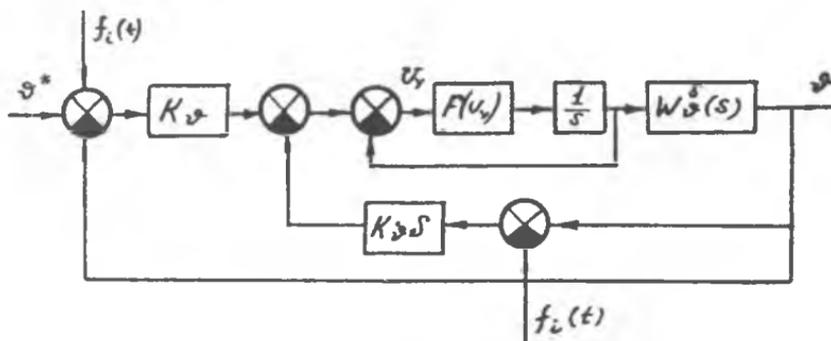
ления, а в случае отсутствия статической устойчивости самого ЛА, и к потере устойчивости. Это явление связано с наличием нелинейности ограничения скоростной характеристики рулевого привода.

В состав рулевого привода всегда входит интегрирующее звено и это позволяет считать, что он сильно ослабляет (не пропускает) сигнал на частотах упругих колебаний. Упругие колебания дискретны по частоте и принято учитывать только несколько первых тонов этих колебаний. Указанное свойство рулевого привода позволяет считать цепь высокочастотного сигнала от упругих колебаний разомкнутой и сам высокочастотный сигнал можно считать внешней гармонической помехой

$$f_i = B_i \sin \omega_i t ,$$

где B_i — амплитуда i -го тона колебаний; ω_i — его частота.

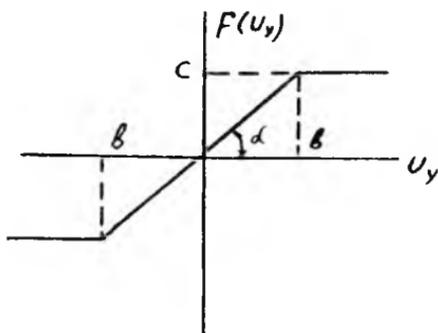
Еще раз подчеркнем, что в линейных системах внешние высокочастотные возмущения не приводят к каким-либо серьезным нарушениям функционирования и не влияют на запасы устойчивости. Картина существенно меняется, если в этих условиях учесть существенную нелинейность ограничения скоростной характеристики рулевого привода. Структурная схема системы угловой стабилизации в этом случае имеет вид, показанный на рис. 4.7.



Р и с. 4.7. Нелинейный автомат стабилизации

Нелинейность ограничения скоростной характеристики (рис. 4.8) рулевого привода характеризуется максимальной скоростью $\dot{\delta} = C = 1,25 \text{ } ^\circ/\text{с}$ и порогом ограничения $\delta = 0,125 \text{ } ^\circ$.

Амплитуда высокочастотных колебаний, поступающих на вход рулевого привода, может быть определена по формуле



Р и с. 4.8. Нелинейность скоростной характеристики рулевого привода

$$W_p(s) = \frac{k}{s+k}$$

Определив теперь передаточную функцию всей системы, можно найти критическое значение K . Для рассматриваемого примера и уже рассчитанных значений K_v и $K_{\dot{v}}$ можно получить условие устойчивости $k > 2,4$. В данном случае $k = 10$. При $A_c > \delta$ систему нужно рассматривать как нелинейную. Показано [13], что при $A_c > \delta$ происходит вибрационная линеаризация нелинейности, что приводит к уменьшению коэффициента усиления, который теперь называется нелинейным коэффициентом усиления и обозначается как K_n .

Для данной нелинейности

$$K_n = \frac{2k}{\pi} \arcsin \frac{\delta}{A_c} \quad (4.17)$$

Отсюда можно получить

$$(A_c)_{\max} = \frac{\delta}{\sin \frac{\pi K_{n \min}}{2k}} \quad (4.18)$$

Учитывая (4.16), теперь легко определить максимально допустимое значение амплитуды изгибных колебаний B_i , при котором система теряет устойчивость

$$B_{\max_i} = \frac{(A_c)_{\max}}{\sqrt{K_v^2 + (K_{\dot{v}} \omega_i)^2}} \quad (4.19)$$

Для БЛА "Авангард" необходимо учитывать два тона упругих колебаний с частотами $\omega_1 = 24,6$ 1/с и $\omega_2 = 62,5$ 1/с соответственно.

$$A_c = B_i \sqrt{K_v^2 + (K_{\dot{v}} \omega_i)^2} \quad (4.16)$$

Считаем, что в качестве исполнительного устройства использован гидропривод, обладающий крайне малой инерционностью, что позволяет на линейном участке считать гидродвигатель идеальным интегрирующим звеном с передаточной функцией

$$W_r(s) = \frac{K}{s},$$

где $k = tg \alpha$.

Передаточная функция рулевого привода в зоне линейности

$|U_y| < \delta$ имеет вид

Произведя расчеты по вышеприведенной методике и учтя, что $K_{\text{мин}} = 24$, получим

$$V_{\text{max}_1} = 16,7 \text{ угл. мин} ; V_{\text{max}_2} = 6,2 \text{ угл. мин}.$$

Отсюда следует вывод о том, что крайне малые по амплитуде изгибные колебания могут вызвать потерю устойчивости системы стабилизации БЛА.

Как видно, основным источником вибрационной помехи является ДУС, усиливающий амплитуду помехи в ω раз. Величина амплитуды изгибных колебаний V_{max} , при которой нарушаются условия устойчивости, определяет уровень вибрационной помехоустойчивости системы. Повышение этого уровня связано с необходимостью подавления сигналов от изгибных колебаний корпуса БЛА. С этой целью можно использовать антивибраторы (разд. 3.1), но при этом необходимо учесть, что в связи с вносимым фазовым запаздыванием включение антивибраторов может привести к изменению показателей устойчивости системы стабилизации БЛА как твердого тела. Поэтому после введения антивибраторов нужно исследовать систему на устойчивость и при необходимости откорректировать значения K_v и $K_{\dot{y}}$. Антивибраторы обычно включают после ДУС.

Для подавления сигналов упругих колебаний в непрерывных системах могут быть использованы нелинейные и псевдолинейные корректирующие фильтры, не вносящие фазовое запаздывание, а в дискретных системах и цифровые фильтры.

4.3. Угловое движение БЛА с дополнительной степенью свободы, вносимой колебаниями топлива

При полете БЛА его баки совершают колебания относительно траектории. В результате возникают колебания жидкости, которые математически описываются функциями Бесселя. Каждый член ряда этих функций соответствует вполне определенному тону колебаний. На практике принято учитывать лишь первый тон колебаний жидкости, так как остальные тона вызывают незначительные дополнительные силы и моменты.

Уравнения движения БЛА с двумя баками при учете только первого тона колебаний имеют вид [14]

$$\left. \begin{aligned} \ddot{y} + K_1 \dot{y} + K_2 y + K_3 \delta + \sum_{i=1}^2 K_{4i} \ddot{q}_i &= F_y'(t), \\ \ddot{u} + C_1 u + C_2 v + C_3 \dot{y} + C_4 \delta + \sum_{i=1}^2 (C_{5i} \ddot{q}_i + C_{6i} q_i) &= M_z'(t), \\ \ddot{q}_i + \varepsilon_i \dot{q}_i + \omega_i^2 q_i &= R_{1i} \ddot{u} + R_{2i} v + R_{3i} \ddot{y}, \quad i=1,2 \end{aligned} \right\} \quad (4.20)$$

Из (4.20) можно определить передаточную функцию БЛА. Доказано, что в силу малости амплитуд колебаний за счет дополнительных сил и моментов и их влияния только в узкой полосе частот, вблизи частоты тона колебаний жидкости, передаточную функцию автоматизированного БЛА можно записать в виде

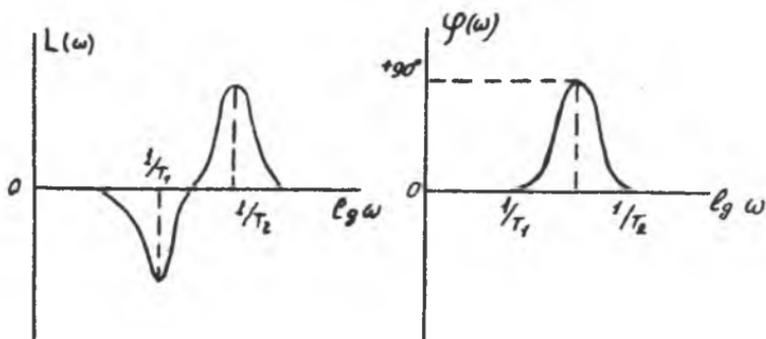
$$W(s) = W_{\nu}^{\delta}(s) W_{AC}(s) W_{ж}(s). \quad (4.21)$$

В этом выражении $W_{AC}(s)$ – передаточная функция автомата стабилизации, $W_{ж}(s)$ – передаточная функция, характеризующая колебания жидкости.

Так как собственный показатель затухания колебаний жидкости очень мал, то можно записать

$$W_{жi}(s) = \frac{T_{1i} s^2 + 1}{T_{2i} s^2 + 1}. \quad (4.22)$$

Величины T_1 и T_2 достаточно близки по величине, ЛЧХ звена типа (4.20) имеют вид, показанный на рис. 4.9.



Р и с. 4.9. ЛЧХ звена колебаний жидкости в баках

В зависимости от конструкции и расположения баков выброс фазовой характеристики может быть и вниз. Частоты колебаний жидкости ниже частот упругих колебаний и они попадают в полосу пропускания БЛА как твердого тела.

Степень влияния колебаний жидкости на устойчивость определяется величиной и стороной выбросов ЛЧХ. При неблагоприятных условиях могут быть нарушены условия устойчивости. Тогда приходится прибегать к методам подавления собственно колебаний жидкости и сигналов от них. В

первом случае используют конструктивные методы: установка перегородок в баках. Для подавления сигналов от колебаний жидкости используют корректирующие фильтры (антивибраторы).

4.4. Формирование и методика расчета контуров стабилизации самолетов

При допущении о малости угловых и линейных отклонений самолета от их установившихся значений и неучете несущественных связей между каналами [3, 6, 10] общее движение самолета можно разделить на продольное и боковое движение, причем в боковом движении можно выделить движение курса (рыскания) и движение крена.

Линеаризованные уравнения продольного движения самолета в скоростной системе координат приводятся к виду

$$\left. \begin{aligned} s\theta - a_2^d \alpha &= \frac{1}{mV^*} F_{y\theta}(s), \\ s(s + a_3^{\dot{\theta}})\theta + (s^2 + a_3^d s + a_3^d)\alpha + a_3^{\delta_3} \delta_3 &= \frac{1}{J_z} M_{z\theta}(s), \\ sH - a_4^q Q &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (4.23)$$

Уравнения бокового движения имеют вид

$$\left. \begin{aligned} (s + a_1^{\beta})\beta - a_1^{\omega_y} s\psi &= \frac{1}{mV^*} F_{z\beta}(s), \\ a_3^{\beta} \beta + s(s + a_3^{\omega_y})\psi + a_3^{\delta_n} \delta_n &= \frac{1}{J_y} M_{y\beta}(s), \end{aligned} \right\} \quad (4.24)$$

$$s(s + a_2^{\omega_x})\gamma + a_2^{\delta_3} \delta_3 = \frac{1}{J_x} M_{x\delta_3}(s). \quad (4.25)$$

Уравнения (4.23)–(4.25) записаны относительно отклонений параметров движения от их установившихся значений. В этих уравнениях α – угол атаки, θ – угол наклона вектора скорости, H – высота полета, β – угол скольжения, ψ – угол рыскания, γ – угол крена, m – масса самолета, V^* – установившееся движение скорости. На самолет действуют возмущающие силы $F_{y\theta}$, $F_{z\beta}$ и моменты $M_{z\theta}$, $M_{y\beta}$, $M_{x\delta_3}$.

Как δ_3 , δ_n , δ_3 обозначены отклонения рулей высоты, направления и элеронов. Коэффициенты уравнений вычисляются в точке установившегося движения, которое обозначено индексом "*" по следующим формулам [3,7]

$$a_2^d = \frac{1}{T} (C_p + C_{ya}^d); \quad a_3^d = \frac{M_{Bz}^{\omega_z}}{J_z} = \mathcal{D}_z m_z^{\omega_z} \frac{\beta_A}{V^*};$$

$$a_3^d = \frac{M_{Rz}^d + M_{Rz}^{\omega_z}}{J_z} = \mathcal{D}_z \frac{\beta_A}{V^*} (m_z^d + m_z^{\omega_z});$$

$$a_3^d = \frac{M_{Bz}^d}{J_z} = \mathcal{D}_z m_{Bz}^{c_y} C_{ya}^d;$$

$$a_4^0 = V^* \cos \theta^*; \quad \tau = \frac{2m}{\rho S V^*}; \quad \mathcal{D}_z = \frac{S q \beta_A}{J_z};$$

$$a_1^p = \frac{Z^p}{m V^*} = \frac{q}{V^*} n_z^p; \quad n_z^p = \frac{C_z^p}{C_{y.r.n.}}; \quad C_{y.r.n.} = \frac{m g}{S q};$$

$$a_1^{\omega_y} = \cos \lambda^*; \quad a_3^p = -\frac{M_y^p}{J_y} = -\mathcal{D}_y m_y^p; \quad a_3^{\omega_y} = -\frac{M_y^{\omega_y}}{J_y} = \frac{\mathcal{D}_y}{2V^*} m_y^{\omega_y};$$

$$a_3^{\delta_n} = -\frac{M_y^{\delta_n}}{J_x} = -\mathcal{D}_y m_y^{\delta_n}; \quad a_2^{\omega_x} = -\frac{M_x^{\omega_x}}{J_x} = \frac{\mathcal{D}_x}{2V^*} m_x^{\omega_x};$$

$$a_2^{\delta_s} = -\frac{M_x^{\delta_s}}{J_x} = \mathcal{D}_x m_x^{\delta_s}; \quad \mathcal{D}_y = \frac{S q l}{J_y};$$

$$\mathcal{D}_x = \frac{S q l}{J_x}.$$

Сделав в (4.23) замену $Q = V - d$ и положив $F_{y6} = M_{z6} = 0$, можно найти передаточную функцию

$$W_{V^*}^{\delta_s}(s) = \frac{v(s)}{\delta_s(s)} = \frac{\kappa_c (T_1 s + 1)}{s(T_c^2 s^2 + 2T_c \zeta_c s + 1)}, \quad (4.26)$$

где

$$\kappa_c = \frac{a_3^{\delta_s} a_2^d}{a_3^p a_2^d + a_3^d}; \quad T_c = \frac{1}{\sqrt{a_3^p a_2^d + a_3^d}}; \quad T_1 = \frac{1}{a_2^d}; \quad \zeta_c = \frac{a_3^d + a_3^p}{2\sqrt{a_3^p a_2^d + a_3^d}}$$

Из (4.24) при $F_{z6} = M_{y6} = 0$ получим

$$W_{V^*}^{\delta_n}(s) = \frac{v(s)}{\delta_n(s)} = \frac{\kappa_c (T_1 s + 1)}{s(T_c^2 s^2 + 2T_c \zeta_c s + 1)}, \quad (4.27)$$

где

$$\kappa_c = \frac{a_1^{\delta_n} a_1^p}{a_1^p a_3^{\omega_y} + a_1^{\omega_y} a_3^p}; \quad T_c = \frac{1}{\sqrt{a_1^p a_3^{\omega_y} + a_1^{\omega_y} a_3^p}};$$

$$T_1 = \frac{1}{a_1^p}; \quad \zeta_c = \frac{a_1^p + a_3^{\omega_y}}{2\sqrt{a_1^p a_3^{\omega_y} + a_1^{\omega_y} a_3^p}}.$$

Вид передаточных функций (4.26) и (4.27) совершенно одинаков, но численные значения их коэффициентов вычисляются по различным формулам.

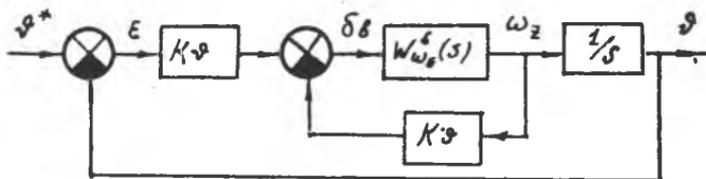
Одинаковый вид передаточных функций позволяет на первых этапах для расчета коэффициентов законов управления (передаточных чисел) использовать одинаковую методику. Точно так же, как и для БЛА, можно найти, что достаточны законы управления

$$\delta_{\delta}^* = (\kappa_{\delta} s + \kappa_{\delta}) E(s),$$

$$\delta_{\psi}^* = (\kappa_{\psi} s + \kappa_{\psi}) E(s),$$

где $E(s) = v^*(s) - v(s)$ или $E(s) = \psi^*(s) - \psi(s)$.

Структурная схема системы угловой стабилизации будет иметь вид, показанный на рис. 4.10.



Р и с. 4.10. Структурная схема системы стабилизации угла тангажа самолета

Показатель затухания ζ_c обычно не превышает значений 0,2–0,3 и можно рекомендовать следующую методику расчета передаточных чисел автомата угловой стабилизации.

Передаточная функция внутреннего контура демпфирования

$$W_{\psi}(s) = \frac{\dot{v}(s)}{\delta_{\delta}^*(s)} = \frac{K_c'(T_1 s + 1)}{T^2 s^2 + 2T\zeta_c s + 1}, \quad (4.28)$$

$$\text{где } K_c' = \frac{K_c}{1 + K_c K_{\psi}}; \quad T^2 = \frac{T_c^2}{1 + K_c K_{\psi}}; \quad \zeta_c = \frac{2T_c \zeta_c + K_{\psi} K_c T_1}{2T_c \sqrt{1 + K_c K_{\psi}}}.$$

Выбрав требуемое значение ζ обычно в пределах 0,6–0,7, из последнего выражения можно определить значение K_{ψ} .

Для этого потребуется решить квадратное уравнение

$$K_{\psi}^2 + \beta K_{\psi} + \alpha = 0, \quad (4.29)$$

$$\text{где } \beta = \frac{4T_c \zeta_c K_c T_1 - 4T_c^2 K_c \zeta_c^2}{(K_c T_1)^2},$$

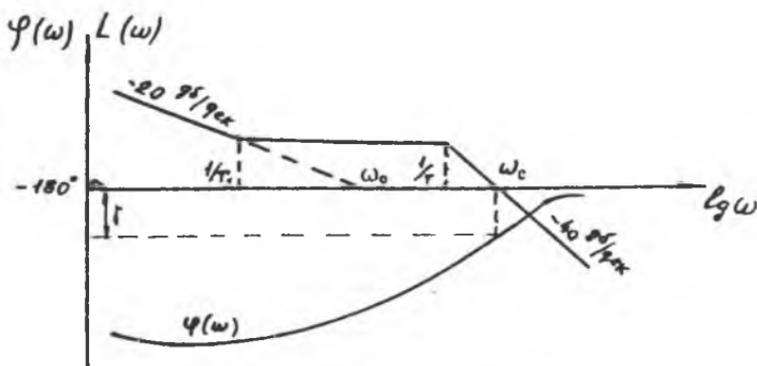
$$c = \frac{4T_c(\zeta_c^2 - \zeta^2)}{(K_c T_1)^2}.$$

Для K_v берется только арифметическое значение корня уравнения (4.29).

Передачная функция разомкнутой цепи

$$v(s) = \frac{K_v K_c' (T_1 s + 1)}{s(T^2 s^2 + 2T\zeta s + 1)} \quad (4.30)$$

Теперь можно построить фазовую характеристику системы (рис. 4.11) так как она не зависит от неизвестного коэффициента усиления K_v .



Р и с. 4.11. ЛЧХ автомата тангажа

Выбрав запас устойчивости по фазе $\gamma > 24^\circ$, можно непосредственно по графику получить значение частоты среза ω_c . После этого можно уточнить значение этой частоты, исходя из желаемого времени регулирования, так как

$$\frac{\pi}{\omega_c} \leq t_p \leq \frac{2\pi}{\omega_c}.$$

При этом следует помнить, что для ЛА значение ω_c не может превышать значения $(10-12) 1/s$.

После определения ω_c по известным значениям T_1 и T можно построить логарифмическую амплитудную характеристику и, пролив ее до пересечения с осью частот, получить значение базовой частоты ω_0 . Коэффициент передачи по углу тангажа K_v имеет следующий вид

$$K_v = \frac{\omega_0}{K_c'} \quad (4.31)$$

Расчет значений K_{ψ} и K_{ν} для автомата стабилизации курса ведется по тем же формулам после замены K_{ψ} на K_{ψ} и K_{ν} на K_{ν} . Полученный автомат стабилизации по отношению к внешним возмущениям является статическим. Например, если положить, что $M_{z\delta} \neq 0$ и $M_{z\delta} = -M_{z\delta}^* = \text{const} \div \frac{M_{z\delta}^*}{s}$, а также добавить к уравнениям (4.23) уравнение закона управления, то легко получить, что статическая ошибка системы

$$v_{cr} = \frac{M_{z\delta}^*}{K_{\nu} \alpha_s^{\theta}} \frac{1}{J_z}.$$

Аналогичный результат можно получить и для v_{cr} .

Очевидно, что если существует v_{cr} , то имеется и θ_{cr} . Тогда из третьего уравнения системы (4.23) следует, что

$$H(t) = \alpha_4^{\theta} \int_0^t \theta_{cr} dt = \alpha_4^{\theta} \theta_{cr} \cdot t. \quad (4.32)$$

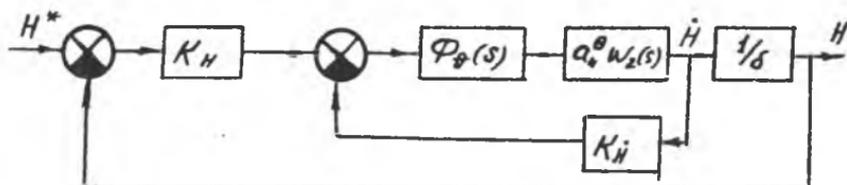
Таким образом, самолет, стабилизированный по углу тангажа, уходит с заданной высоты полета пропорционально времени. Поэтому необходима стабилизация высоты полета. Обычно для этой цели используют информацию об отклонении высоты и вертикальной скорости.

Закон управления в продольном канале приобретает вид

$$\delta_{\theta}^* = (K_{\psi} s + K_{\nu}) V(s) + (K_H s + K_H) H(s). \quad (4.33)$$

Этому закону регулирования соответствует структурная схема, приведенная на рис. 4.12. На этой схеме передаточная функция $W_2(s)$ также определяется на основании решения системы (4.23)

$$W_2(s) = \frac{W_{\theta}^{\delta_{\theta}^*}(s)}{W_{\nu}^{\delta_{\theta}^*}(s)} = \frac{1}{T_1 s + 1}. \quad (4.34)$$



Р и с. 4.12. Структурная схема автомата высоты полета

Передаточная функция $\Phi_{\nu}(s)$ — это передаточная функция замкнутого контура регулирования угла тангажа

$$\Phi_{\nu}(s) = \frac{B_{\nu}(s)}{A_{\nu}(s)} = \frac{K_{\nu} K_c' (T_1 s + 1)}{s(T^2 s^2 + 2T\zeta s + 1) + K_{\nu} K_c' (T_1 s + 1)}.$$

Передаточная функция контура демпфирования высоты

$$W_H(s) = \frac{\Phi_V(s) \alpha_V^0 W_2(s)}{1 + \kappa_H \Phi_V(s) \alpha_V^0 W_2(s)} = \frac{\kappa_V \kappa_C^1 \alpha_V^0}{A_V(s) + \kappa_H \alpha_V^0 \kappa_V \kappa_C^1}.$$

Определяя корни характеристического уравнения этой передаточной функции для различных κ_H , можно выбрать такое его значение, которое обеспечивает необходимый показатель затухания ζ . Далее по заданному запасу устойчивости рассчитывается значение κ_H . Обозначим

$$\delta_B(s) = R_V(s) V(s) + R_H(s) H(s).$$

Подставив это выражение в систему (4.23) и решив ее относительно $H(s)$ при $M_{z\delta}^*(s) = M_{z\delta}^* = \text{const} \Rightarrow \frac{M_{z\delta}^*}{s}$, получим

$$H(s) = \frac{B_H(s)}{D(s)} \frac{M_{z\delta}^*}{J_z s};$$

где $D(s) = D_0(s) + R_H(s) \alpha_V^0 \alpha_2^0 \alpha_3^0$ и $D_0(s)$ — некоторый полином, причем $D_0(0) \neq \infty$

Очевидно, что при избранном законе регулирования статическая ошибка

$$H_{ст} = \lim_{s \rightarrow 0} sH(s) \neq 0 = \frac{B_H(0)}{D(0)} \frac{M_{z\delta}^*}{J_z} \neq 0.$$

Очень часто выдвигается требование, чтобы $H_{ст} = 0$. Тогда в закон регулирования вводят интеграл

$$\delta_B = R_V(s) V + \left(\kappa_H s + \kappa_H + \frac{\kappa_H}{s} \right) H(s),$$

т.е. $R_H(s) = \kappa_H s + \kappa_H + \frac{\kappa_H}{s}$.

Теперь $\lim_{s \rightarrow 0} D(s) = \infty$ и $H_{ст} = 0$.

Для расчета величины κ_H можно использовать следующую методику. Передаточная функция разомкнутой цепи регулирования при параллельном введении интеграла может быть записана в виде

$$W(s) = \frac{s + \kappa_H}{s} W_{ст}(s), \quad (4.35)$$

где $W_{ст}(s)$ — передаточная функция разомкнутого контура статической системы.

Фазовая характеристика

$$\varphi(\omega) = -90^\circ + \varphi_{ст}(\omega) + \text{arctg} \frac{1}{\kappa_H} \omega. \quad (4.36)$$

Выбрав частоту среза, равную частоте среза статического автомата, получим $\varphi(\omega_c) = -180^\circ + \gamma$, где γ - запас устойчивости системы по фазе.

Задаввшись значением $\gamma \geq 24^\circ$ и найдя $\varphi(\omega_c)$, из (4.36) получим

$$\alpha \operatorname{ctg} \frac{1}{K_H} \omega_c = \varphi(\omega_c) + 90^\circ - \varphi_{\text{ст}}(\omega_c). \quad (4.37)$$

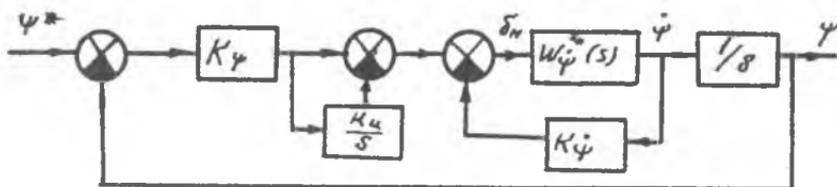
Отсюда определяется значение K_H . На этом и заканчивается синтез контура продольной стабилизации самолета.

В отличие от автомата тангажа автомат курса является основным автоматом и к нему может быть предъявлено требование $\psi_{\text{ст}} = 0$.

Тогда используется закон регулирования

$$\delta_{\psi} = \left(K_{\psi} s + K_{\psi} + \frac{K_H}{s} \right) \psi(s) \quad (4.38)$$

и схема автомата курса получает вид, приведенный на рис. 4.13. Расчет величины K_H ведется аналогично вышеописанному.



Р и с. 4.13. Структурная схема автомата курса самолета

В заключение рассмотрим автомат стабилизации угла крена (рис.4.14). Передаточная функция самолета по крену определяется из уравнения(4.25)

$$W_{\delta_y}^{\delta_y}(s) = \frac{\delta(s)}{\delta_y(s)} = \frac{K_c}{s(T_c s + 1)}; \quad (4.39)$$

$$K_c = \frac{a_z^{\delta_y}}{a_x^{\delta_y}}; \quad T_c = \frac{1}{a_x^{\delta_y}}.$$

Для стабилизации крена обычно используется закон регулирования

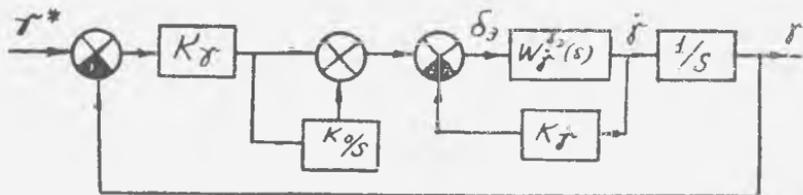
$$\delta_y = \left(K_{\delta} s + K_{\delta} + \frac{K_H}{s} \right) \delta(s). \quad (4.40)$$

Расчет коэффициентов закона (4.40) можно вести так же, как для автоматов тангажа и курса. Но передаточная функция разомкнутого контура стабилизации крена является стандартной

$$W(s) = \frac{k(T_1 s + 1)}{s^2(T_2 s + 1)}, \quad (4.41)$$

где $k = \frac{K_{\gamma} K_c K_M}{1 + K_c K_{\gamma}}$; $T_1 = \frac{1}{K_M}$; $T_2 = \frac{T_c}{1 + K_c K_{\gamma}}$.

Для передаточной функции такого типа разработаны кривые нормированных переходных процессов в зависимости от показателя колебательности M . Выбрав значения M и t_p по нормированной кривой, по $T_p = \omega_0 t_p$ определяем ω_0 .



Р и с. 4.14. Структурная схема автомата крана

Затем определяем

$$\left. \begin{aligned} T_1 &\leq \frac{1}{\omega_0} \sqrt{\frac{M}{M-1}}, \\ T_2 &\leq \frac{1}{\omega_0} \frac{\sqrt{M(M-1)}}{M+1} \end{aligned} \right\} \quad (4.42)$$

Зная T_1 и T_2 , определяем K_{δ} , K_M и K_{γ} .

В заключение отметим, что синтез законов регулирования для самолетов может быть проведен и с использованием квадратичных интегральных оценок так, как это было сделано для БЛА.

5. СИСТЕМЫ ТЕЛЕУПРАВЛЕНИЯ И САМОНАВЕДЕНИЯ

При телеуправлении (ТУ) и самонаведении (СН) ЛА управление полетом осуществляется по командам, вырабатываемым на пункте управления или на борту ЛА в зависимости от взаимного положения его и цели.

В любом случае необходимо сформулировать закон, по которому должны вырабатываться команды управления, обеспечивающие достижение цели наведения. Таким законом является метод наведения.

Дифференциальные и конечные соотношения между координатами, линейными и угловыми скоростями или иными кинематическими параметрами

полета ЛА и движения цели, определяющие относительное движение ЛА в процессе выполнения наведения, называются методами наведения.

При рассмотрении зависимостей, определяющих какой-либо метод наведения, делаются следующие предположения:

- а) летательный аппарат и цель рассматриваются как материальные точки;
- б) ошибки системы управления считаются равными нулю.

Таким образом, метод наведения определяет некоторую идеализированную траекторию полета, к которой должна стремиться траектория ЛА в условиях реального процесса наведения. Траектория, определяемая методом наведения, называется кинематической.

При ТУ в процессе наведения участвуют три точки: пункт управления, летательный аппарат и цель. Поэтому методы наведения при ТУ называются трехточечными. При телеуправлении осуществляется управление положением центра масс ЛА.

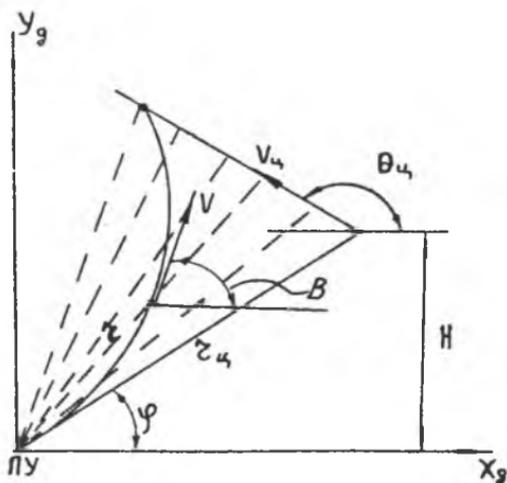
При СН в процессе наведения участвуют две точки, ЛА и цель, и соответствующие методы наведения называются двухточечными. В этом случае осуществляется управление угловым положением ЛА.

5.1. Метод трех точек

При реализации этого метода используется информация о положении ЛА и цели относительно пункта управления.

На рис. 5.1 обозначено:
 V – скорость ЛА; V_c – скорость цели;
 θ – угол наклона вектора скорости ЛА;
 θ_c – угол наклона вектора скорости цели;
 r_c – расстояние от пункта управления (ПУ) до цели;
 r – расстояние от ПУ до ЛА;
 φ – угол наклона линии визирования цели.

Основным требованием метода является выполнение условия



Р и с. 5.1. Наведение по методу трех точек

$$\Delta\varphi = \varphi_u - \varphi_p = 0 \quad (5.1)$$

или $\varphi_u = \varphi_p = \varphi$, что то же самое.

Таким образом, условием метода является постоянное нахождение ЛА на линии визирования цели. Очевидно, что при этом в конце наведения произойдет совмещение точек ЛА и цели, т.е. попадание в цель. При выполнении условия (5.1) на одной линии находятся три точки - ПУ, ЛА и цель. Отсюда и произошло название метода.

На основании рис. 5.1 можно записать дифференциальные уравнения

$$\left. \begin{aligned} \frac{d\gamma_u}{dt} &= +V_u \cos(\varphi - \theta_u), \\ \gamma_u \frac{d\varphi}{dt} &= -V_u \sin(\varphi - \theta_u), \\ \frac{d\gamma}{dt} &= V \cos(\theta - \varphi), \\ \gamma \frac{d\varphi}{dt} &= V \sin(\theta - \varphi). \end{aligned} \right\} \quad (5.2)$$

Второе и четвертое уравнения этой системы определяют одну и ту же скорость линии визирования. Выполнение условия (5.1) поэтому накладывает для реализации метода определенные требования на положение вектора скорости ЛА, т.е. на угол $\theta(t)$ и угловую скорость $\frac{d\theta(t)}{dt}$. Очевидно, что траектория полета ЛА является в общем случае кривой линией.

Расчет кинематической траектории и исследование параметров движения ЛА путем решения системы нелинейных уравнений (5.2) крайне сложны и в полной мере могут быть численно реализованы только при использовании ЦЕМ.

В каждом конкретном случае кинематическая траектория может быть легко построена графически.

Для исследования общих свойств метода сделаем ряд допущений. Прежде всего положим, что скорости ЛА и цели постоянны, т.е. $V = \text{const}$, $V_u = \text{const}$. Рассмотрим случай, когда $\theta_u = 180^\circ$, т.е. цель движется на постоянной высоте H . Система уравнений (5.2) преобразуется к виду

$$\left. \begin{aligned} \frac{d\gamma_u}{dt} &= -V_u \cos\varphi, \\ \gamma_u \frac{d\varphi}{dt} &= V_u \sin\varphi, \\ \frac{d\gamma}{dt} &= V \cos(\theta - \varphi), \\ \gamma \frac{d\varphi}{dt} &= V \sin(\theta - \varphi). \end{aligned} \right\} \quad (5.3)$$

Определим значение угловой скорости вектора скорости ЛА, необходимое для выполнения требуемой траектории при принятых условиях. Продифференцируем четвертое уравнение системы (5.3)

$$\frac{d\gamma}{dt} \frac{d\varphi}{dt} + \gamma \frac{d^2\varphi}{dt^2} = V \cos(\theta - \varphi) \left[\frac{d\theta}{dt} - \frac{d\varphi}{dt} \right].$$

Отсюда получим

$$\frac{d\theta}{dt} = \frac{1}{V \cos(\theta - \varphi)} \left[\frac{d\gamma}{dt} \frac{d\varphi}{dt} + \gamma \frac{d^2\varphi}{dt^2} \right] + \frac{d\varphi}{dt}.$$

Учитывая третье уравнение системы (5.3), а также то, что

$$\frac{d\gamma}{dt} = V \sqrt{1 - \sin^2(\theta - \varphi)} = \sqrt{V^2 - \gamma^2 \left(\frac{d\varphi}{dt} \right)^2},$$

получим

$$\frac{d\theta}{dt} = 2 \frac{d\varphi}{dt} + \frac{\gamma \frac{d^2\varphi}{dt^2}}{\sqrt{V^2 - \gamma^2 \left(\frac{d\varphi}{dt} \right)^2}}$$

Так как цель летит на постоянной высоте, то $\gamma_u = H / \sin \varphi$. Тогда из второго уравнения рассматриваемой системы следует

$$\frac{d\varphi}{dt} = \frac{V_u}{H} \sin^2 \varphi.$$

Обозначим $k = V / V_u$ и получим окончательное выражение для угловой скорости $d\theta/dt$:

$$\frac{d\theta}{dt} = 2 \frac{V}{kH} \sin^2 \varphi + \frac{\gamma}{\sqrt{V^2 - \gamma^2 \left(\frac{d\varphi}{dt} \right)^2}} \frac{V_u}{H} 2 \sin \varphi \cos \varphi \frac{d\varphi}{dt}$$

или

$$\frac{d\theta}{dt} = \frac{V}{kH} \sin^2 \varphi \left(2 + \frac{\gamma \sin 2\varphi}{\sqrt{k^2 H^2 - \gamma^2 \sin^4 \varphi}} \right). \quad (5.4)$$

Нормальная перегрузка, действующая на ЛА в процессе наведения, и угловая скорость $\frac{d\theta}{dt}$ связаны соотношением

$$n = \frac{V}{g} \frac{d\theta}{dt}. \quad (5.5)$$

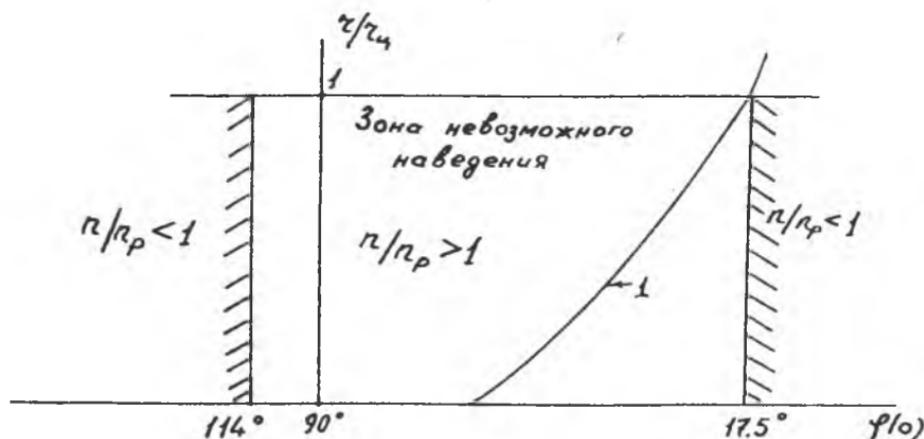
Анализ выражения (5.4) показывает, что величина $d\theta/dt$, а значит и перегрузка n , конечны при выполнении условия

$$kH > \gamma \sin^2 \varphi.$$

Так как в процессе наведения до момента встречи $r \sin \varphi \leq H$, то это условие можно преобразовать к виду

$$k > \sin \varphi .$$

Так как всегда должно быть $k > 1$, то условие конечности перегрузки соблюдается по всей траектории. Выражения (5.4) и (5.5) определяют требуемую перегрузку для выполнения наведения по данному методу. Для обеспечения достижения цели необходимо, чтобы на всей траектории располагаемая перегрузка были не ниже требуемой. Иначе ЛА сойдет с кинематической траектории. Отсюда следует, что условной границей выполнения наведения является значение отношения n/n_p , где n_p – располагаемая перегрузка. Наведение возможно, если $n/n_p < 1$ при $r \leq r_u$. Анализ полученных выражений показывает, что в наибольшей степени величина требуемой перегрузки определяется величиной k . Чем больше скорость ЛА по сравнению со скоростью цели, тем меньше требуемые перегрузки. При любом $k > 1$ при $\varphi = 0$ и $\varphi = 180^\circ$, т.е. при полете точно навстречу или влогон цели требуемая нагрузка равна нулю. Между этими крайними значениями при $k = \text{const}$ перегрузка определяется конкретными значениями угла φ и дальности до ЛА. На рис. 5.2 показана зона возможного наведения при $V = 800$ м/с, $V_u = 400$ м/с для различных значений $\varphi(0)$. Принято, что $r_u(0) = 10000$ м.

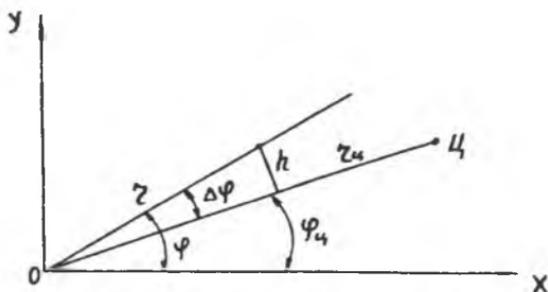


Р и с. 5.2. Зона возможных атак по методу ЗТ

Кривая I на рис. 5.2 соответствует значению $n/n_p = 1$. Из рисунка следует, что при данных условиях наведение в передней полусфере возможно, если $\varphi(0) \leq 17,5^\circ$, в задней полусфере – при $\varphi(0) \geq 114^\circ$. При уменьшении скорости цели зона невозможного наведения уменьшается.

Теперь можно сделать вывод, что основным недостатком метода трех точек является кривизна траектории, что может вызвать превышение потребных перегрузок над располагаемыми и сход ЛА с кинематической траектории. Достоинством метода является относительная простота технической реализации.

Из формулы (5.1) следует, что основой для выработки команд управления является угловое отклонение $\Delta\varphi$. Очевидно, что при одинаковом значении $\Delta\varphi$ линейное отклонение h от кинематической траектории будет зависеть от дальности до ЛА (рис. 5.3).



Р и с. 5.3. Линейное отклонение h

$$h = r \sin \Delta\varphi. \quad (5.6)$$

Поэтому команды управления, передаваемые на ЛА, вычисляются в функции от линейного отклонения h .

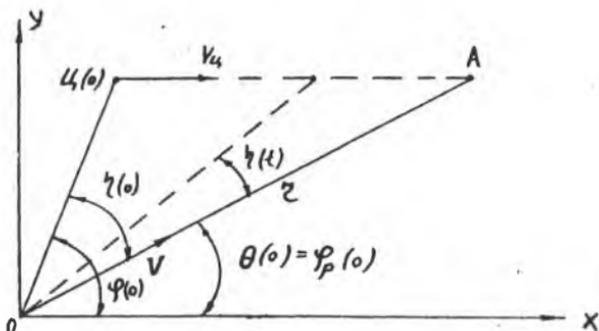
5.2. Методы спрямления траектории

Анализ кинематических траекторий метода трех точек показывает, что путь ликвидации его основного недостатка заключается в уменьшении потребных перегрузок, т.е. приближении кинематической траектории к прямой линии.

Рассмотрим рис. 5.4. Будем считать, что при $V_c = \text{const}$ и $V = \text{const}$ значений $\theta(0)$ выбрано так, что в точке А совмещаются точки ЛА и цели.

В данном случае $d\theta/dt = 0$ и ЛА наводится в упрежденную точку цели А. Угол $\lambda(0)$ называется углом упреждения.

На основании теоремы синусов можно получить



Р и с. 5.4. Наведение в упрежденную точку

$$\dot{\gamma}(0) = V_u / V \sin \varphi(0). \quad (5.7)$$

Текущее значение угла $\dot{\gamma}(t)$ изменяется от $\dot{\gamma}(0)$ до 0, причем

$$\dot{\gamma}(t) = \begin{cases} \dot{\gamma}(0), & \Delta\gamma = \gamma_u - \gamma = \gamma_u, \\ 0, & \Delta\gamma = 0. \end{cases} \quad (5.8)$$

Тогда текущее положение линии визирования ЛА можно определить следующим образом:

$$\varphi_p = \varphi_u - \dot{\gamma}(t) = \varphi_u - \alpha \Delta\gamma. \quad (5.9)$$

Положим, что $\alpha = \text{const}$. Проинтегрируем выражение (5.9)

$$\dot{\varphi}_p = \dot{\varphi}_u - \alpha \dot{\Delta\gamma}.$$

При полете ракеты в упрежденную точку по прямой линии $\dot{\varphi}_p = \dot{\theta} = 0$. Учитывая, что $\dot{\Delta\gamma} < 0$, можно записать

$$\varphi_p = \varphi_u + \frac{\dot{\varphi}_u}{|\dot{\Delta\gamma}|} \Delta\gamma. \quad (5.10)$$

Уравнение (5.10) определяет кинематическую траекторию ЛА. Если ЛА отклоняется от этой траектории, то команды управления вырабатываются в соответствии с линейным отклонением

$$h = \left(\varphi_u - \varphi_p - \frac{\dot{\varphi}_u}{|\dot{\Delta\gamma}|} \Delta\gamma \right) \gamma. \quad (5.11)$$

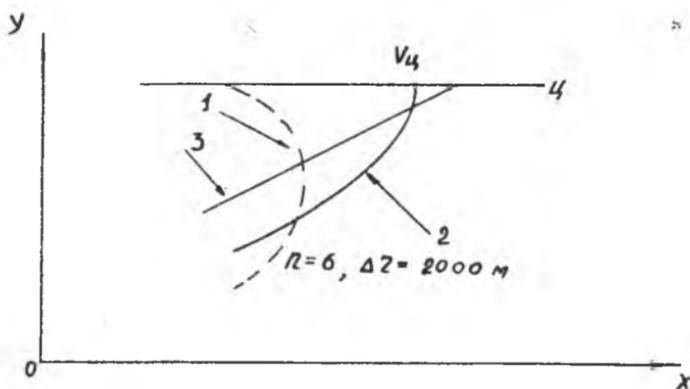
Если $V_u = \text{const}$, то метод определяет полет ракеты по прямолинейной траектории. При переменной скорости цели траектория искривляется,

но ее кривизна значительно меньше, чем при наведении по методу трех точек. Рассмотренный метод получил название метода полного спрямления траектории. Для учета возможного маневра цели используются методы частичного спрямления траектории, определяемые выражением

$$h = \left(\varphi_u - \varphi_p - \frac{1}{n} \frac{\dot{\varphi}_u}{|\Delta \dot{\gamma}|} \Delta \gamma \right) r, \quad (5.12)$$

где $n = 2, 3, \dots, k$ — коэффициент спрямления траектории. При $n = 2$ метод называется методом половинного спрямления траектории.

На рис. 5.5 показаны конечные участки траекторий по методу трех точек и полного спрямления, рассчитанные для условий предыдущего примера и $\varphi(0) = 23,5^\circ$.



Р и с. 5.5. Траектория наведения

Траектория 1 соответствует потребной кинематической траектории метода трех точек. В точке $\Delta \gamma \approx 2000$ м потребная перегрузка становится больше располагаемой, ЛА сходит с кинематической траектории и движется по кривой 2, не попадая в цель. При наведении по методу полного спрямления траектория на конечном участке является практически прямой линией. Перегрузка по всей траектории не превышает величин 0,75 и стремится к нулю при $\Delta \gamma \rightarrow 0$. Траектория наведения по методу половинного спрямления лежит между кривой 2 и траекторией 3, перегрузки не превышают 1,3. Некоторая кривизна траектории метода спрямления связана с неточностью допущения, что $a = \text{const}$.

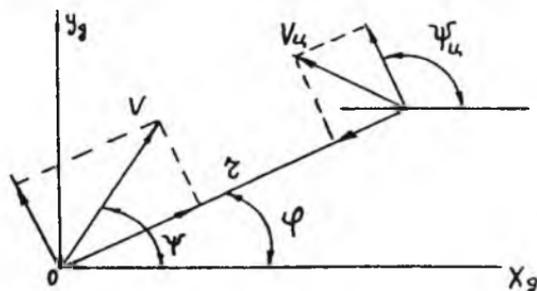
5.3. Метод пропорционального сближения

Данный метод относится к двухточечным и является достаточно общим для систем самонаведения. Рассмотрим самонаведение в горизонтальной плоскости. На

рис. 5.6 обозначено:

ψ_c — курс цели; ψ — курс ракеты; r — расстояние между ракетой и целью; φ — угол наклона линии визирования цели. Начало координат совпадает с центром масс ракеты.

На основании рисунка можно записать систему уравнений



Р и с. 5.6. Относительное движение точки цели наведения и летательного аппарата

$$\left. \begin{aligned} \dot{r} &= +V_c \cos(\psi_c - \varphi) - V \cos(\psi - \varphi), \\ r\dot{\varphi} &= V_c \sin(\psi_c - \varphi) - V \sin(\psi - \varphi). \end{aligned} \right\} \quad (5.13)$$

Система (5.13) в полярной системе координат описывает взаимное положение ракеты и цели и определяет (так называемое) кинематическое звено. Для того чтобы ракета достигла цели, ее движение должно быть таким, чтобы в конечном случае выполнить условие $r = 0$. Допустим, что с некоторого момента $t = t_0$ ракета и цель движутся равномерно и прямолинейно. Можно показать [6], что в этом случае кратчайшее расстояние между ракетой и целью определяется выражением

$$h = \frac{r}{V_{отн}} \dot{\varphi}, \quad (5.14)$$

где $V_{отн} = \sqrt{V^2 - V_c^2}$ — относительная скорость. Величина h называется мгновенным промахом.

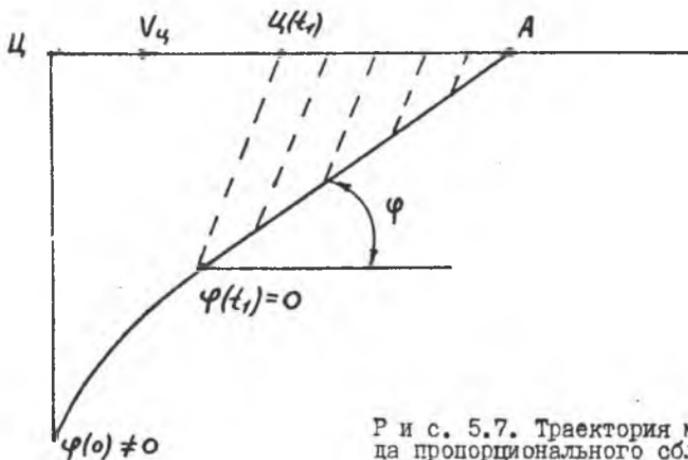
Следовательно, если считать h ошибкой наведения и команды управления формировать в функции промаха, то ракета в конечном итоге попадет в цель. Вычисление величины h непосредственно с целью управления достаточно сложно и нецелесообразно в связи с наличием сигналов помех в канале измерения дальности. Гораздо удобнее использовать

в качестве сигнала ошибки угловую скорость линии визирования $\dot{\psi}$, которая может быть непосредственно измерена устройством самонаведения. Тогда уравнение метода пропорционального сближения запишется в виде

$$\begin{aligned} \dot{\psi} &= k\psi, \\ k &= \text{const}. \end{aligned} \quad (5.15)$$

При $k > 1$ курс ракеты изменяется до тех пор, пока $\dot{\psi}$ не станет равным нулю. При $V_x = \text{const}, V_y = \text{const}, V = \text{const}$ ракета далее летит прямолинейно в упрежденное место цели.

На начальном участке, когда $\psi \neq 0$, траектория наведения является кривой линией (рис. 5.7), но потребные перегрузки невелики в силу большого значения γ . При $t > t_1$, когда $\dot{\psi} = 0$, ракета летит прямолинейно. Так как при этом $\psi = \text{const}$, то линия визирования переносится параллельно сама себе. Участок траектории от t_1 до t называется участком параллельного сближения.



Р и с. 5.7. Траектория метода пропорционального сближения

Достоинства метода очевидны. Необходимо отметить, что если устройство самонаведения жестко связано с ракетой, то в канал измерения ψ будут попадать сигналы собственных колебаний ракеты, вызванные работой системы стабилизации. Это вызовет ошибку наведения. Для исключения этого явления необходимо координатор устройства самонаведения установить на ИСП, т.е. значительно усложнить систему.

5.4. Методы погони и прямого наведения

Уравнения метода погони можно получить из (5.15.). Проинтегрировав это выражение, получим

$$\psi = k\varphi + C.$$

При $C = 0$ и $k = 1$ можно записать

$$\psi = \varphi. \quad (5.16)$$

Это и есть уравнение метода погони, которое требует, чтобы вектор скорости ЛА был постоянно направлен на цель. Так как в этом случае $\dot{\psi} \neq 0$ на всей траектории, то последняя является кривой линией и условие $h = 0$ совпадает с условием $\gamma = 0$ только в момент совмещения с целью, которое может произойти только тогда, если располагаемые перегрузки будут больше потребных.

Рассмотрим свойства метода при некоторых упрощающих предположениях, таких как

$$V_c = \text{const}; V = \text{const}; \gamma_c = 180^\circ;$$

$$\cos(\psi - \varphi) = 1; \sin(\psi - \varphi) = 0.$$

Система уравнений примет вид

$$\left. \begin{aligned} \dot{\psi} &= -(V + V_c \cos \varphi), \\ \gamma \dot{\varphi} &= V_c \sin \varphi. \end{aligned} \right\} \quad (5.17)$$

Из второго уравнения системы следует

$$\dot{\varphi} = \frac{V_c \sin \varphi}{\gamma}. \quad (5.18)$$

Условие метода требует, чтобы $\psi = \varphi$. Так как $\gamma \rightarrow 0$, то $\dot{\varphi} \rightarrow \infty$, и, следовательно, потребные перегрузки растут с приближением к цели и при $\gamma = 0$ равны бесконечности. Так как располагаемые перегрузки всегда конечны, то отсюда следует, что на некотором расстоянии от цели ракета всегда сходит с кинематической траектории. Важно, чтобы величина промаха при этом была меньше линейных размеров цели. Предположим, что скорость ЛА настолько больше скорости цели, что

$$\dot{\psi} \approx -V.$$

Тогда $\gamma = \gamma(0) - V \cdot t$.

Можно теперь записать

$$\dot{\varphi} = \frac{V_u \sin \varphi}{r(t) - V \cdot t} = \frac{1}{k} \frac{\sin \varphi}{\left(\frac{r(t)}{V} - t\right)},$$

где $k = \frac{V}{V_u}$.

Из (5.18) получим

$$\frac{d\varphi}{\sin \varphi} = \frac{V_u}{r(t) - V \cdot t} dt.$$

Это дифференциальное уравнение с разделяющимися переменными и, решив его, получим

$$\ln (\csc \varphi - \operatorname{ctg} \varphi) \Big|_{\varphi(0)}^{\varphi} = -\frac{V_u}{V} \ln (r(t) - V \cdot t) \Big|_0^t.$$

После преобразований будем иметь

$$\frac{\sin \varphi - \cos^2 \varphi}{\sin \varphi \cos \varphi} = \frac{1}{(r(t) - V \cdot t)^{1/k}} + C. \quad (5.19)$$

Очевидно, что

$$\lim_{t \rightarrow t_n} \frac{1}{(r(t) - V \cdot t)^{1/k}} = \infty,$$

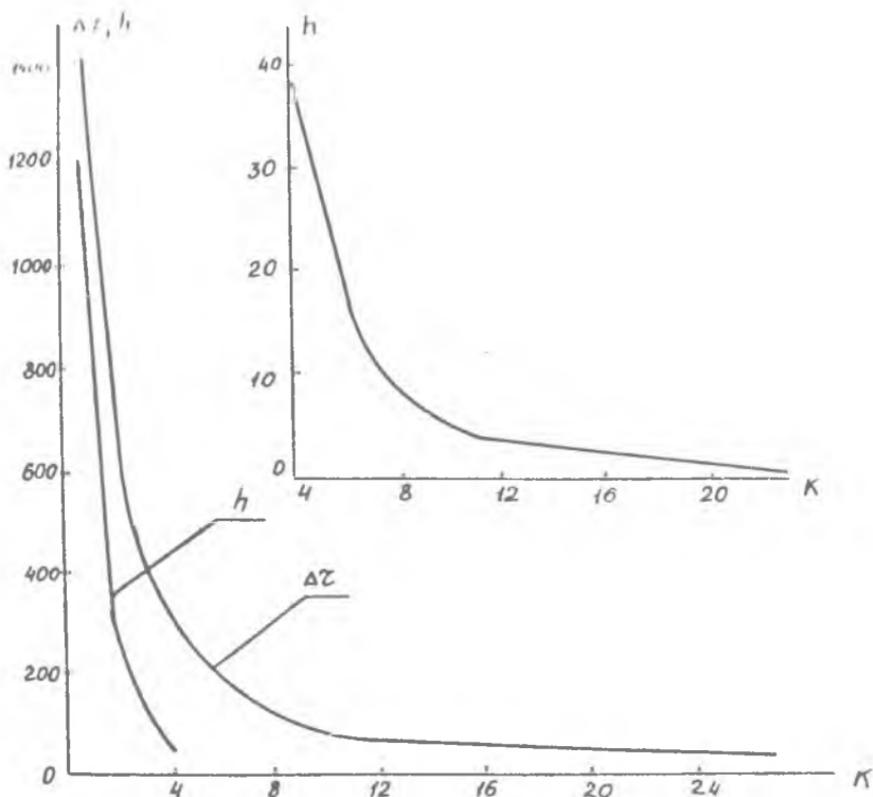
где $t = t_n$ — момент совмещения с целью.

Из уравнения (5.19) следует, что его левая часть стремится к бесконечности при $\varphi \rightarrow 180^\circ$. Это означает, что при наведении по рассматриваемому методу ракета атакует цель сзади. Отсюда и произошло название — метод погони.

Основной недостаток метода: большие потребные перегрузки на конечном участке траектории и сход ракеты в некоторый момент с кинематической траектории. Из выражения для $\dot{\varphi}$ следует, что перегрузки тем меньше, чем больше k , т.е. чем больше скорость ракеты по сравнению со скоростью цели. Чем больше k , тем на меньшем расстоянии от цели происходит сход ракеты с кинематической траектории.

Метод погони реализовать достаточно трудно, так как для управления непосредственно положением вектора скорости необходимо знать это положение, т.е. знать углы скольжения и атаки.

Значительно более просто путем определенной ориентации устройства самонаведения по отношению к связанной системе координат определяется положение продольной оси ракеты относительно направления на цель.



Р и с. 5.8. Графики функций $\Delta\gamma(\kappa)$, $h(\kappa)$

Поэтому практическое применение нашел метод, при котором на цель направляют не вектор скорости, а продольную ось ракеты. Метод получил название метода прямого наведения. Этому же методу присущи все недостатки, свойственные методу погони, с добавлением составляющей ошибки наведения, вызванной неучетом угла скольжения (угла атаки).

На рис. 5.8 приведены графики функции $\Delta\gamma = \Delta\gamma(\kappa)$ и $h = h(\kappa)$, где $\Delta\gamma$ — расстояние до цели, на котором происходит сход ракеты с кинематической траектории. Графики рассчитаны для $\psi_0 = 180^\circ$, $V = 300$ м/с, $\gamma(0) = 12000$ м. Величины $\Delta\gamma$ и h на графиках даны в метрах.

График $h=h(\kappa)$, наложенный на линейные размеры цели, определяет возможности метода погони с точки зрения кинематики. Использование в реальных системах самонаведения метода прямого наведения еще больше сужает область возможных атак, так как ошибка за счет неучета угла скольжения (атаки) тем больше, чем больше потребная скорость разворота продольной оси ракеты. Большие значения потребных перегрузок вызывают отклонения управляющих органов, близкие или равные предельно возможному, и цель компенсации отклонений от заданной траектории за счет возмущающих воздействий оказывается разомкнутой. Это, в свою очередь, приводит к увеличению ошибки наведения. Реальные устройства самонаведения, особенно радиотехнические, имеют так называемую "мертвую" зону, на границе которой происходит потеря цели, и ракета сходит с кинематической траектории. Во многих случаях величина "мертвой" зоны $l_{мз} > \Delta \gamma$ и сход с траектории происходит при $n_p > n$. Промах в результате этого увеличивается и становится равным

$$h = \frac{l_{мз}^2}{V_{отн}} \varphi_{мз},$$

где $\varphi_{мз}$ - угловая скорость на границе "мертвой" зоны.

Из приведенных рассуждений можно сделать вывод: область применения методов погони и прямого наведения ограничена наведением на малоскоростные цели. Достоинство методов - простота технической реализации, не требующей стабилизации координатора устройства самонаведения.

5.5. Структурная схема командного телеуправления

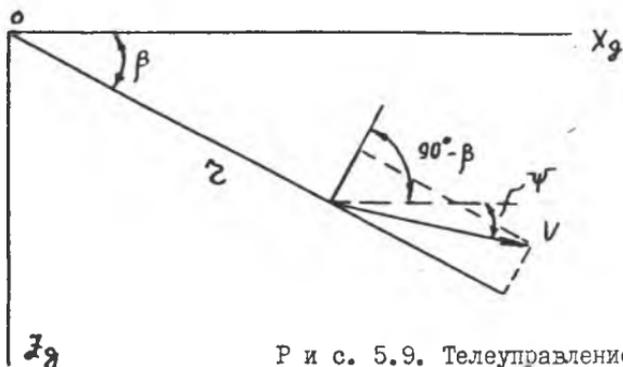
Из определения ТУ как способа управления следует, что в состав системы входят:

- а) станция сопровождения цели (ССЦ), которая определяет текущие координаты цели;
- б) станция визирования ракет (СВР), определяющая координаты ракеты;
- в) вычислительное устройство, рассчитывающее параметры движения цели и команды управления;
- г) система передачи команд (СПК) из пункта управления (ПУ) на ракету;
- д) приемник команд телеуправления (ПТУ) на борту ракеты.

Уже говорилось, что при ТУ происходит управление положением центра масс ракеты. Но изменить положение центра масс в требуемом направ-

лении можно, только ориентируя определенным образом положение вектора скорости. Поэтому для формирования замкнутого контура управления необходимо связать параметры движения ракеты (вектор скорости) с положением ее центра масс. Дифференциальные уравнения, определяющие эту связь, описывают так называемое кинематическое звено.

Рассмотрим ТУ, например, в плоскости азимута.



Р и с. 5.9. Телеуправление в плоскости азимута

На рис. 5.9 обозначено: β - азимут ракеты; V - скорость ракеты; ψ - угол поворота вектора скорости ракеты; γ - дальность от ЦУ до ракеты.

Из анализа рисунка можно записать дифференциальные уравнения кинематического звена

$$\left. \begin{aligned} \dot{\beta} &= \frac{V \sin \psi}{\gamma} , \\ \dot{\gamma} &= V \cos \psi , \\ \psi &= \psi - \beta . \end{aligned} \right\} \quad (5.20)$$

Положим, что скорость есть заданная функция времени, и линеаризуем систему (5.20)

$$\left. \begin{aligned} \Delta \dot{\beta} &= \frac{V \cos \psi^*}{\gamma^*} \Delta \psi - \frac{V \sin \psi^*}{(\gamma^*)^2} \Delta \gamma = K_1 \Delta \psi + K_2 \Delta \gamma , \\ \Delta \dot{\gamma} &= -V \sin \psi^* \Delta \psi = K_3 \Delta \psi , \\ \Delta \psi &= \Delta \psi - \Delta \beta . \end{aligned} \right\} \quad (5.21)$$

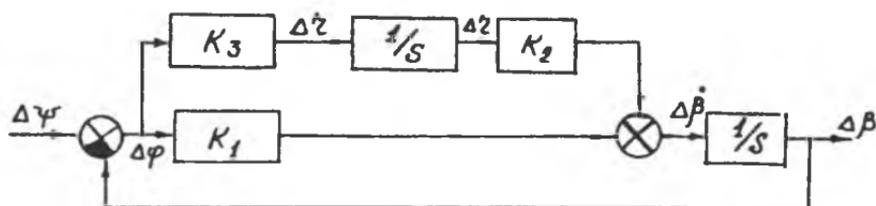
В этих уравнениях

$$K_1 = \frac{V \cos \varphi^*}{\gamma^*}; \quad K_2 = -\frac{V \sin \varphi^*}{(\gamma^*)^2};$$

$$K_3 = -V \sin \varphi^*.$$

На основании (5.21) составим структурную схему кинематического звена (рис. 5.10). На основании структурной схемы легко получить передаточную функцию кинематического звена

$$\Phi_{k3}(s) = \frac{\Delta\beta(s)}{\Delta\psi(s)} = \frac{K_1 s + K_2 K_3}{s^2 + K_1 s + K_2 K_3}. \quad (5.22)$$



Р и с. 5.10. Структурная схема кинематического звена

Из выражений для K_2 и K_3 следует, что

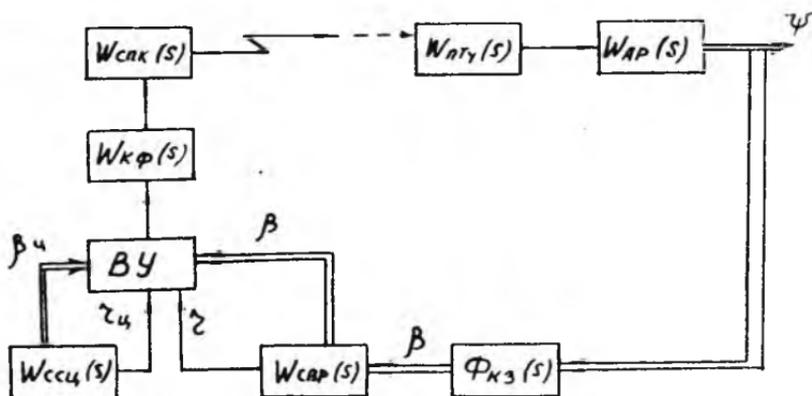
$$K_2 K_3 = \frac{V^2 \sin^2 \varphi^*}{(\gamma^*)^2}.$$

В тех случаях, когда угол φ мал, а дальность до ракеты велика, величиной $K_2 K_3$ можно пренебречь и считать, что

$$\Phi_{k3}(s) = \frac{K_1}{s + K_1}. \quad (5.23)$$

Теперь можно сформировать замкнутый контур командного телеуправления. На рис. 5.11 обозначено: $W_{ap}(s)$ – передаточная функция автоматизированной ракеты, т.е. ракеты с автоматом стабилизации; $W_{пту}(s)$ – передаточная функция приемника телеуправления; $W_{спк}(s)$ – передаточная функция СПК; $W_{кф}(s)$ – передаточная функция корректирующего фильтра; $W_{соц}(s)$ – передаточная функция контура автоматического сопровождения цели; $W_{свр}(s)$ – передаточная функция контура визирования ракеты; ВУ – вычислительное устройство.

Алгоритм работы ВУ определяется избранным методом наведения. Передаточные функции $W_{пту}(s)$ и $W_{спк}(s)$ обычно представляются в виде пе-



Р и с. 5.11. Замкнутый контур командного телеуправления

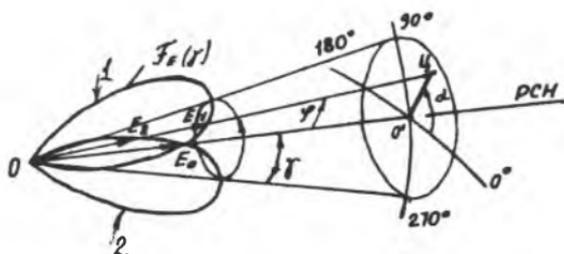
редаточных функций безнерционного звена, $W_{свп}(s)$ и $W_{свп}(s)$ – соответствуют звену второго порядка. Корректирующий фильтр $W_{кф}(s)$ обеспечивает необходимые запасы устойчивости и качество управления. Анализ выражений для K_1, K_2, K_3 , а также команд методов спрямления показывает, что рассматриваемая система является нелинейной и нестационарной. Анализ и синтез таких систем требуют применения специальных методов, таких как метод "замороженных" коэффициентов или метод спектральных характеристик.

5.6. Структурная схема теленавещения (наведение в луче)

Рассмотрим случай ТУ, когда команды управления вырабатываются непосредственно на борту ракеты. Пусть луч радиолокационной станции сопровождения цели (ССЦ) вращается вокруг линии, смещенной относительно оси луча на некоторый угол δ (рис. 5.12). На этом рисунке обозначено:

- а) 1 и 2 – два крайних положения луча ССЦ;
- б) РСН – равносигнальное направление, относительно которого луч вращается с угловой скоростью $\Omega_{сц}$;
- в) E_1 и E_2 – потоки энергии, излучаемые в направлении цели в крайних положениях луча;
- г) δ – угол отклонения цели от РСН.

Из рисунка следует, что при $\delta = 0$, $E_1 = E_2$ и поток энергии, излучаемый вдоль РСН, равен



Р и с. 5.12. Формирование сигналов управления при теленавещении

$$E_0 = \frac{E^*}{2} = \frac{E_1 + E_2}{2}.$$

Пусть теперь $d \neq 0$. Тогда

$$\left. \begin{aligned} E_1 &= E_0 + \Delta E(d), \\ E_2 &= E_0 - \Delta E(d). \end{aligned} \right\} \quad (5.24)$$

Отсюда следует: при всех значениях d , $E_1 + E_2 = 2E_0 = \text{const}$, т.е. в любом случае энергия, излучаемая в направлении РСН, имеет постоянное значение. В соответствии с этим эта линия и получила название равносигнального направления или равносигнальной линии. Поток энергии E , излучаемой в направлении цели, изменяется по гармоническому закону относительно E_0 с частотой сканирования $\Omega_{\text{СК}}$ (рис. 5.13). Можно записать, что

$$E = E_0 + \Delta E \cos(\Omega_{\text{СК}} t - d). \quad (5.25)$$

Из (5.25) получим

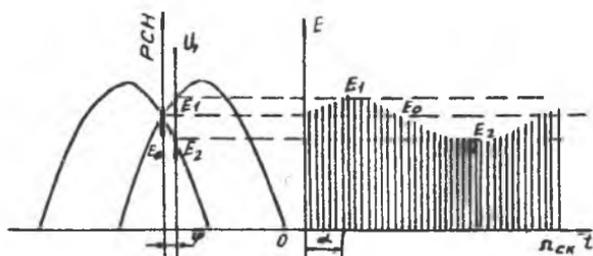
$$E = E_0 \left(1 + \frac{\Delta E}{E_0} \cos(\Omega_{\text{СК}} t - d) \right).$$

Так как $\Delta E = \frac{E_1 - E_2}{2}$, то обозначив $m = \frac{E_1 - E_2}{E_1 + E_2}$, можно записать

$$E = E_0 \left(1 + m \cos(\Omega_{\text{СК}} t - d) \right), \quad (5.26)$$

где m — коэффициент модуляции, величина которого зависит от угла отклонения d ракеты от РСН.

Сторона отклонения определяется фазой сигнала E , зависящей от стороны отклонения ракеты от РСН. Выделив с помощью специальных фильтров сигнал ошибки



Р и с. 5.13. Формирование сигнала ошибки

$$E_{co} = E_0 m \cos(\Omega_{ck} t - \alpha), \quad (5.27)$$

можно сформировать необходимые команды управления. Возникает следующая схема наведения ракеты на цель. ССЦ в каждый момент времени совмещает РСН с направлением на цель. Приемник ТУ на борту ракеты воспринимает сигналы ССЦ и путем обработки его выделяет сигнал ошибки, на основании которого и вырабатываются сигналы управления, заставляющие ракету вернуться на РСН. Такая схема возможна при наведении в настоящее место цели (метод трех точек). Если наведение осуществляется в упрежденную точку, то кроме ССЦ необходима специальная радиолокационная станция, создающая РСН в упрежденное место цели. Такое ТУ получило название теленаведения или телеуправления в луче.

Рассматривая по-прежнему наведение по азимуту, необходимо учесть что оно происходит в наклонной плоскости, положение которого зависит от угла места ракеты ε .

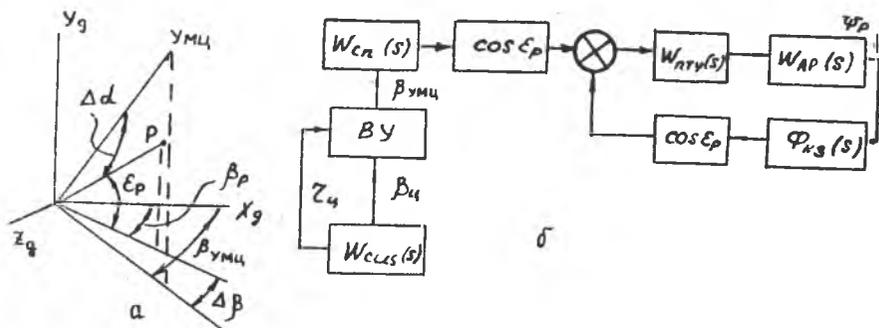
Сигнал ПТУ пропорционален величине

$$\Delta \alpha = \Delta \beta \cos \varepsilon,$$

где $\Delta \beta = \beta_{умц} - \beta$.

На рис. 5.14 обозначено: УМЦ — упрежденное место цели (рис. 5.14,а); $W_{cp}(s)$ — передаточная функция следящего привода, разворачивающего антенну станции наведения в направлении УМЦ (рис. 5.14,б).

Данная система нелинейна и нестационарна и для ее анализа и синтеза справедливо все сказанное для системы командного ТУ.



Р и с. 5.14. Структурная схема контура теленавещения

5.7. Структурные схемы контуров самонавещения, реализующих метод прямого наведения

В этом случае устройство самонавещения (УСН) можно рассматривать как задатчик режима полета, определяющий требуемое направление продольной оси ракеты в двух плоскостях. УСН представляет собой автоматическую систему сопровождения цели по направлению, которая выдает сигналы, пропорциональные углу между продольной осью ракеты и направлением на цель. Эта система обладает высоким быстродействием, ее инерционность значительно меньше инерционности собственно ракеты. Это дает возможность считать УСН безынерционным звеном с коэффициентом передачи $K_{сн}$. Тогда схема простейшего контура статического самонавещения примет вид, показанный на рис. 5.15. Здесь Ψ_k - сигнал команды, определяющий положение линии визирования "ракета - цель".

Передаточная функция замкнутого контура стабилизации

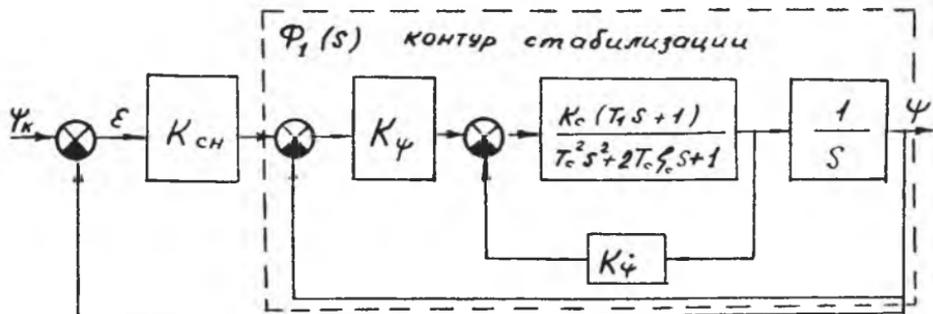
$$\Phi_1(s) = \frac{K_{\Psi} K_c (T_1 s + 1)}{a_0 s^3 + a_1 s^2 + a_2 s + a_3} = \frac{B_1(s)}{A_1(s)},$$

где $a_0 = T_c^2$; $a_1 = 2T_0 \zeta_c + K_c K_{\Psi} T_1$;

$$a_2 = 1 + K_c K_{\Psi} + K_{\Psi} K_c T_1; \quad a_3 = K_{\Psi} K_c.$$

Передаточная функция системы по ошибке

$$\Phi_{\varepsilon}(s) = \frac{\varepsilon(s)}{\Psi_k(s)} = \frac{A_1(s)}{A_1(s) + K_{сн} B_1(s)}. \quad (5.28)$$



Р и с. 5.15. Структурная схема контура статического самонаведения

Коэффициент ошибки по положению

$$K_0 = \Phi_{\epsilon}(0) = \frac{1}{1 + K_{сн}} \neq 0.$$

Это означает, что при статическом самонаведении ошибка будет даже при стрельбе по неподвижной цели

$$\epsilon_{ст} = K_0 \Psi_K(0).$$

Увеличение $K_{сн}$ с целью уменьшения $\epsilon_{ст}$ ограничено по условиям устойчивости. При стрельбе по движущейся цели ошибка будет возрастать в течение всего процесса наведения. Например, при $\dot{\Psi}_K = \text{const}$

$$\epsilon(t) = K_0 \Psi_K(t) + K_1 \dot{\Psi}_K = K_0 (\Psi_K(0) + \dot{\Psi}_K t) + K_1 \dot{\Psi}_K.$$

Очевидно, что при $t \rightarrow t_n$ ошибка возрастает пропорционально времени.

Для повышения точности самонаведения в закон управления вводят интеграл, т.е. придают системе астатизм. Структурная схема контура астатического самонаведения приведена на рис. 5.16.

Передаточная функция такой системы по ошибке

$$\Phi_{\epsilon}(s) = \frac{s A_1(s)}{s A_1(s) + K_{сн} K_{и} B_1(s)} \quad (5.29)$$

Отсюда следует

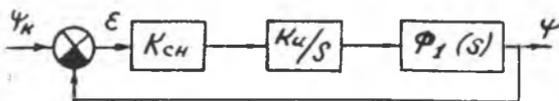
$$K_0 = \Phi_\varepsilon(0) = 0,$$

$$K_1 = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{1}{s} [\Phi_\varepsilon(s) - K_0] = \frac{1}{K_{сн} K_{и}}$$

Точность значительно выше, чем при использовании статической системы, но величина $K_{сн} K_{и}$ также ограничена сверху по условиям устойчивости, и ошибка по скорости существует. Если же

относительное движение таково, что $\dot{Y}_K(t) = \dot{Y}_K(0) + \ddot{Y}_K \cdot t$, где $\ddot{Y}_K = const$, то $\varepsilon(t) = K_1(\dot{Y}_K(0) + \ddot{Y}_K t) + K_2 \ddot{Y}_K$. Ошибка при наведении на цель, движущуюся даже с небольшим ускорением, пропорциональна времени.

Повышение астатизма с целью дальнейшего повышения точности бесперспективно как ввиду усложнения системы и необходимости специальных мер по ее стабилизации, так и ввиду того, что такой путь только повышает точность реализации метода прямого наведения, но не затрагивает присущие ему недостатки.



Р и с. 5.16. Структурная схема контура астатического самонаведения

5.8. Структурная схема контура самонаведения с жесткой положительной обратной связью

Рассматриваемый контур самонаведения (рис. 5.17) позволяет реализовать наведение в упрежденное место цели при обеспечении простоты технической реализации, присущей методу прямого наведения. Сигнал положительной обратной связи вводится с выхода системы через переключатель П на вход интегратора. При замкнутых контактах переключателя передаточная функция разомкнутой системы примет вид

$$W(s) = \frac{K_{сн} K_{и} K_c K_w B_1(s) (T_1 s + 1)}{s A_1(s) - K_1 K_{и} B_1(s)}$$

Передаточная функция по ошибке

$$\Phi_\varepsilon(s) = \frac{s A_1(s) - K_1 K_{и} B_1(s)}{s A_1(s) - K_1 K_{и} B_1(s) + K_{сн} K_{и} B_1(s)} \quad (5.30)$$

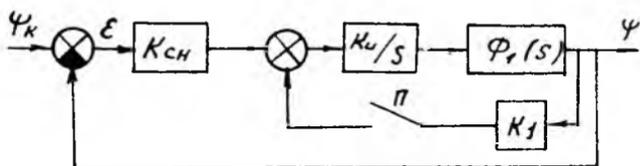
Коэффициент ошибки по положению

$$K_0 = -\frac{K_1}{K_{сн} - K_1} \neq 0.$$

Коэффициент ошибки по скорости, равный

$$K_1 = \frac{K_{сн}}{K_n(K_{сн} - K_1)^2},$$

можно сделать достаточно малым.



Р и с. 5.17. Самонаведение с жесткой положительной обратной связью

При $\dot{\psi}_K = \text{const}$ можно записать

$$\epsilon(t) = K_0(\psi_K(0) + \dot{\psi}_K t) + K_1 \dot{\psi}_K.$$

Таким образом, ошибка снова зависит от начального рассогласования $\psi_K(0)$. Для исключения этого явления наведение проводится в два этапа. На первом, начальном этапе, переключатель разомкнут, и реализуется метод прямого наведения. Этот этап называется этапом "обнуления" начальных условий и продолжается до выполнения условия $\epsilon_0(\infty) = \psi_K(\infty) - \psi(\infty) = K_0 \psi_K(0) = 0$. С этого момента, принимаемого за $t = 0$, замыкается переключатель и начинается второй этап наведения.

На этом этапе

$$\epsilon(t) = K_0 \dot{\psi}_K t + K_1 \dot{\psi}_K.$$

Если выбрать $K_{сн} > K_1$, то $K_0 < 0$ и

$$\epsilon(t) = (K_1 - |K_0|t) \dot{\psi}_K.$$

Тогда, начиная с некоторого момента времени t , ошибка $\epsilon(t)$ становится меньше нуля, а это означает, что $\psi > \psi_K$ и, следовательно, продольная ось ракеты опережает линию визирования цели и направляется в некоторую упрежденную точку. С течением времени величина упреждения возрастает, что ведет к уменьшению угловой скорости линии визирования $\dot{\psi}_K = \dot{\psi}$. В момент $t = t^*$, при котором $\dot{\psi}(t^*) = 0$, как следует

из второго уравнения системы (5.13), величина упреждения

$$\xi(t^*) = \frac{V_u}{V} \sin \varphi(t^*), \quad (5.31)$$

что полностью совпадает с требуемой величиной, полученной в разд. 5.2.

Последовательность выработки величины упреждения во времени и определила название рассмотренного метода – метод последовательных упреждений.

При $V_u = \text{const}$ и $\Psi_u = \text{const}$ с момента $t = t^*$ ракета ложится на курс параллельного сближения.

Жесткая положительная обратная связь может быть реализована с помощью свободного гироскопа, ось внешней рамки которого совмещена со связанной осью ракеты. На этапе обнуления этот гироскоп зааретирован и его сигнал равен нулю. В момент начала второго этапа свободный гироскоп, который получил название гироскопа упреждения, разаретировается и с него поступает сигнал

$$\Psi_{гг} = K_1 \dot{\Psi}_k t.$$

Ввиду простоты технической реализации и высокой точности наведения на движущиеся цели этот метод получил широкое практическое применение.

Проведенный анализ метода является качественным. Количественный анализ и выбор точных значений коэффициентов $K_{сн}$ и K_1 затруднены нелинейностью и нестационарностью дифференциальных уравнений кинематического звена (5.13) и могут быть проведены путем моделирования системы на ЦВМ.

Библиографический список

1. Бессекерский В.А. Руководство по проектированию систем автоматического управления. М.: Высшая школа, 1983. 296 с.
2. Боднер В.А. Теория автоматического управления полетом. М.: Наука, 1964. 698 с.
3. Бочкарев А.Ф., Андреевский В.В., Белоконнов В.М. и др. Аэромеханика самолета. М.: Машиностроение, 1985. 360 с.
4. Горбатенко С.А. и др. Расчет и анализ движения летательных аппаратов. Инженерный справочник. М.: Машиностроение, 1971. 352 с.

5. Гусев А.Н., Слесаренко Ю.М. Элементы автоматики ракетного оружия. Баку: КВВМУ, 1987. 319 с.

6. Гусев А.Н., Воробьев В.М., Подгорный Б.О. Теоретические основы систем управления ракетами. Баку: КВВМУ, 1980. 304 с.

7. Иващенко Н.Н. Автоматическое регулирование. М.: Машиностроение, 1978. 736 с.

8. Красовский А.А. Системы автоматического управления полетом и их аналитическое конструирование. М.: Наука, 1973. 560 с.

9. Кузовков Н.Г. Системы стабилизации летательных аппаратов. М.: Высшая школы, 1976. 304 с.

10. Козлов А.С. Теория авиационных гироскопических приборов. М.: Оборонгиз, 1956, 256 с.

11. Лебедев А.А., Чернобровкин Л.С. Динамика систем управления беспилотными летательными аппаратами. М.: Машиностроение, 1965, 527 с.

12. Михалев И.А., Окоемов Б.И. и др. Система автоматического управления самолетом. М.: Машиностроение, 1971, 464 с.

13. Попов Е.П. Прикладная теория процессов управления в нелинейных системах. М.: Наука, 1973. 584 с.

14. Репников А.В., Сачков Г.П., Черноморский А.И. Гироскопические системы. М.: Машиностроение, 1983. 320 с.

15. Топчиев Ю.И., Потемкин В.Г., Иваненков В. Системы стабилизации. М.: Машиностроение, 1974. 248 с.

16. Шаталов А.С., Топчиев Ю.И., Кондратьев В.С. Летательные аппараты как объекты управления. М.: Машиностроение, 1972. 240 с.

СО Д Е Р Ж А Н И Е

В в е д е н и е	3
I. Принципы построения и основные функциональ- ные элементы систем управления летательными аппаратами	3
I.1. Технические средства автоматики	3
I.2. Классификация систем управления ЛА	4
I.3. Задачи и состав системы управления ЛА ...	6
2. Информационная подсистема	8
2.1. Минимальный состав измерительных средств САУ	8
2.2. Преобразователи	10
2.3. Измерительные устройства	18
2.4. Гироскопические стабилизаторы систем ориентации	38
2.5. Инерциальные системы ориентации измери- тельных приборов систем управления ЛА...	55
3. Приборы логико-вычислительной и исполнитель- ной подсистем	61
3.1. Линейные корректирующие устройства	62
3.2. Усилители	65
3.3. Исполнительные двигатели	67
3.4. Рулевой привод	70
4. Автономные системы управления	72
4.1. Формирование контура стабилизации балли- стического ЛА как твердого тела	73
4.2. Формирование контура стабилизации БЛА с учетом упругих колебаний корпуса	82
4.3. Угловое движение БЛА с дополнительной степенью свободы, вносимой колебаниями топлива	85

- 4.4. Формирование и методика расчета контуров стабилизации самолетов
- 5. Системы телеуправления и самонаведения
- 5.1. Метод трех точек
- 5.2. Методы спрямления траектории
- 5.3. Метод пропорционального сближения
- 5.4. Методы погони и прямого наведения
- 5.5. Структурная схема командного телеуправления
- 5.6. Структурная схема теленаведения (наведение в луче)
- 5.7. Структурные схемы контуров самонаведения, реализующих метод прямого наведения
- 5.8. Структурная схема контура самонаведения с жесткой положительной обратной связью..
- Библиографический список

Учебное издание

Гусев Александр Николаевич

СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ ДЕТАТЕЛЬНЫМИ АППАРАТАМИ

Конспект лекций

Редактор Т.И.Кузнецова

Техн. редактор Н.М.Каленюк

Корректор Н.С.Купринова

Лицензия ЛР 020301 от 28.II.91

Подписано в печать 14.02.96. Формат 60x84^I/16

Бумага офсетная. Печать офсетная.

Усл.печ.л. 6,97. Усл.кр.-офт. 7,09. Уч.-изд.л. 7,1.

Тираж 150 экз. Заказ 80.

Самарский государственный аэрокосмический
университет имени академика С.П.Королева.

443086 Самара, Московское шоссе, 34.

Издательство Самарского государственного аэрокосмического
университета имени академика С.П.Королева.

443001 Самара, ул. Ульяновская, 18.