

МИНИСТЕРСТВО ПО ДЕЛАМ НАУКИ,  
ВЫСШЕЙ ШКОЛЫ И ТЕХНИЧЕСКОЙ ПОЛИТИКИ  
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

САМАРСКИЙ ордена ТРУДОВОГО КРАСНОГО ЗНАМЕНИ  
АВИАЦИОННЫЙ ИНСТИТУТ имени АКАДЕМИКА С. П. КОРОЛЕВА

*В. Л. БАЛАКИН    В. В. ЮРИН*

РАСЧЕТ ТРАЕКТОРИЙ  
И ЛЕТНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК  
САМОЛЕТА

*Конспект лекций*

САМАРА 1992

УДК 629.7.015(0.75.8)

*Расчет траекторий и летных характеристик самолета: Конспект лекций / Сост. В. Л. Балакин, В. В. Юрин. Самар. авиац. ин-т; Самара 1992. 54 с.*  
ISBN 5-230-16924-9

Излагается первая часть курса лекций по динамике полета самолета для студентов вечернего отделения специальности 13.01 «Самолето- и вертолетостроение». Приводятся необходимые сведения для расчета траекторий движения самолета и методы расчета основных летных характеристик.

Работа подготовлена на кафедре динамики полета и систем управления.

Ил. 39. Библиогр.: 3 назв.

Печатается по решению редакционно-издательского совета Самарского ордена Трудового Красного Знамени авиационного института имени академика С. П. Королева

Рецензенты: В. Н. Бородин, В. Н. Кочетков

ISBN 5-230-16924-9

© Самарский авиационный институт, 1992

## ВВЕДЕНИЕ

Динамика полета самолета (аэромеханика) является научной дисциплиной, которая рассматривает вопросы, связанные с исследованием траекторий движения самолета, его устойчивости и управляемости. Курс динамики полета самолета относится к числу дисциплин, образующих теоретические основы авиационной техники. Этот курс опирается на основные положения теоретической механики, аэродинамики, теории двигателей, теории автоматического управления и других дисциплин. Ввиду большой сложности задачи исследования движения самолета ее обычно решают в два этапа.

На первом этапе самолет рассматривают как управляемую материальную точку с массой, равной массе самолета, к которой приложены силы. Это позволяет изучать различные режимы полета (горизонтальный полет, набор высоты, снижение, маневры и т. п.). На втором этапе самолет рассматривают как материальное тело. Определяют моменты, действующие на самолет, и исследуют вопросы обеспечения устойчивости и управляемости самолета.

Решение вышесказанных задач, изучаемых в курсе динамики полета, позволяет определить все летные и динамические характеристики самолета и выяснить их зависимость от аэродинамических характеристик и проектных параметров самолета. Кроме того, знание законов динамики полета позволяет выработать рациональную технику пилотирования самолета, определить условия его эксплуатации.

## 1. УРАВНЕНИЯ ДВИЖЕНИЯ САМОЛЕТА

### 1.1. ПРИМЕНЕНИЕ ОБЩИХ ТЕОРЕМ МЕХАНИКИ К СОСТАВЛЕНИЮ УРАВНЕНИЙ ДВИЖЕНИЯ САМОЛЕТА

Рассмотрим инерциальную систему отсчета, т. е. систему, которая перемещается поступательно, прямолинейно и равномерно.

Из основных теорем динамики твердого тела следует, что

$$d\vec{Q}/dt = \vec{F}, \quad d\vec{K}/dt = \vec{M}, \quad (1.1)$$

где  $\vec{Q}$  — главный вектор, а  $\vec{K}$  — главный момент относительно центра масс количества движения твердого тела;  $\vec{F}$  — главный вектор, а  $\vec{M}$  — главный момент относительно центра масс внешних сил, действующих на твердое тело.

Самолет является системой переменного состава. Запишем уравнения движения его твердой оболочки, используя принцип затвердевания. Согласно этому принципу уравнения движения твердой оболочки самолета имеют вид уравнений твердого тела, если представить, что система в рассматриваемый момент времени затвердела и к полученному фиктивному твердому телу приложены внешние силы, действующие на систему, реактивные силы, внутренние силы Кориолиса и вариационные силы.

Внутренние кориолисовы силы инерции возникают из-за относительного движения масс внутри твердой оболочки тела при ее вращении. Вариационные силы обусловлены нестационарностью движения масс внутри оболочки тела. В большинстве задач динамики полета самолета влиянием внутренних кориолисовых и вариационных сил и моментов можно пренебречь.

Принято объединять вместе реактивную силу, статические силы от разности атмосферного давления и давления газов во

входном сечении воздухозаборника и в выходном сечении сопла и вариационные силы, вызванные нестационарностью движения масс внутри оболочки тела. Полученную таким образом силу называют *силой тяги двигателя*  $\vec{P}$ . Момент этой силы относительно центра масс обозначим через  $\vec{M}_p$ .

Внешние силы, не связанные с работой двигательной установки и не включенные в силу тяги  $\vec{P}$ , и момент этих сил обозначим соответственно как  $\vec{F}_{\text{вн}}$  и  $\vec{M}_{\text{вн}}$ .

Таким образом, можно записать

$$\vec{F} = \vec{F}_{\text{вн}} + \vec{P}, \quad \vec{M} = \vec{M}_{\text{вн}} + \vec{M}_p. \quad (1.2)$$

Тогда векторные уравнения (1.1) количества движения и момента количества движения самолета в инерциальной системе отсчета имеют вид

$$d\vec{Q}_s/dt = \vec{F}_{\text{вн}} + \vec{P}, \quad d\vec{K}_s/dt = \vec{M}_{\text{вн}} + \vec{M}_p, \quad (1.3)$$

где  $\vec{Q}_s$  и  $\vec{K}_s$  — количество движения и момент количества движения относительно центра масс самолета как затвердевшей системы переменного состава (на это указывает индекс  $S$ ).

При переходе от абсолютного движения к относительному форма уравнений движения не меняется, но в правые части уравнений необходимо добавить переносную  $\vec{F}_{\text{пер}}$  и кориолисову  $\vec{F}_{\text{кор}}$  силы инерции и моменты этих сил —  $\vec{M}_{\text{пер}}$  и  $\vec{M}_{\text{кор}}$ :

$$\begin{aligned} d\vec{Q}_{s \text{ отн}}/dt &= \vec{F}_{\text{вн}} + \vec{P} + \vec{F}_{\text{пер}} + \vec{F}_{\text{кор}}, \\ d\vec{K}_{s \text{ отн}}/dt &= \vec{M}_{\text{вн}} + \vec{M}_p + \vec{M}_{\text{пер}} + \vec{M}_{\text{кор}}, \\ \vec{Q}_{s \text{ отн}} &= m_s \vec{V}, \quad \vec{K}_{s \text{ отн}} = I_s \cdot \vec{\omega}, \end{aligned} \quad (1.4)$$

где  $m_s$  — масса самолета,  $I_s$  — момент инерции,  $\vec{V}$  — вектор скорости,  $\vec{\omega}$  — вектор угловой скорости вращения самолета.

**З а м е ч а н и е.** При изучении движения в системе координат, связанной с вращающейся Землей, переносная и кориолисова силы инерции определяются угловой скоростью вращения Земли  $\vec{\omega}_3$ .

В справочных таблицах обычно приводятся значения ускорения свободного падения с учетом переносной силы инерции в зависимости от высоты, поэтому переносная сила инерции учитывается при определении силы тяжести. В большинстве задач динамики полета самолета для скоростей, меньших 1 км/с,

влиянием кориолисовой силы инерции и ее моментом можно пренебречь. Окончательно уравнения движения самолета как тела переменного состава в относительной (ненерцнальной) системе отсчета запишем в виде

$$\frac{d\vec{Q}_{S \text{ отн}}}{dt} = \vec{F}_{\text{вн}} + \vec{P}, \quad \frac{d\vec{K}_{S \text{ отн}}}{dt} = \vec{M}_{\text{вн}} + \vec{M}_p. \quad (1.5)$$

На практике векторные уравнения движения (1.5) заменяют эквивалентной системой дифференциальных уравнений, являющихся проекциями векторных уравнений на оси выбранной прямоугольной системы координат. Поэтому необходимо рассмотреть основные системы координат, применяемые в динамике полета самолета.

## 1.2. СИСТЕМЫ КООРДИНАТ, ПРИМЕНЯЕМЫЕ В ДИНАМИКЕ ПОЛЕТА САМОЛЕТА

Системы координат, применяемые в динамике полета самолета, представляют собой прямоугольные декартовы правые системы. Эти системы координат определяются согласно ГОСТ 20058-80.

Рассмотрим только те системы координат, которые будут использоваться в дальнейшем.

*Нормальная система координат  $OX_g Y_g Z_g$ .* Система содержит ось  $OY_g$ , направленную вверх по местной вертикали. Под местной вертикалью понимают прямую, совпадающую с направлением силы тяжести в рассматриваемой точке. Начало  $O$  координат обычно совпадает с центром масс. Направление осей  $OX_g$  и  $OZ_g$  выбирают в соответствии с задачей.

Для определенности примем, что ось  $OX_g$  направлена с запада на восток по касательной к географической параллели.

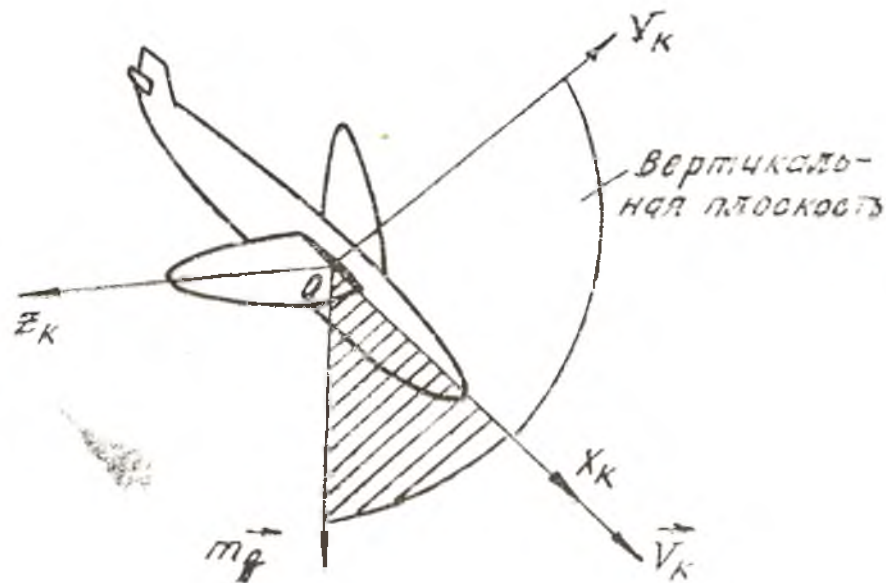


Рис. 1.1. Траекторная система координат  $OX_K Y_K Z_K$

Ось  $OZ_g$  расположена параллельно касательной к меридиану в направлении с севера на юг.

*Траекторная система координат  $OX_k Y_k Z_k$ .* Система содержит ось  $OX_k$ , совпадающую с вектором скорости самолета относительно земной поверхности (с вектором скорости  $\vec{V}_k$  самолета). Начало  $O$  координат обычно совпадает с центром масс. Ось  $OY_k$  располагается в вертикальной плоскости, проходящей через ось  $OX_k$ , и направлена обычно вверх от поверхности Земли (рис. 1.1).

*Скоростная система координат  $OX_a Y_a Z_a$ .* Система содержит скоростную ось  $OX_a$ , совпадающую с вектором воздушной скорости самолета; ось подъемной силы  $OY_a$ , лежащую в плоскости симметрии самолета и направленную к верхней части самолета (при обычных условиях полета), и боковую ось  $OZ_a$ , перпендикулярную  $OX_a$  и  $OY_a$  и направленную по правому крылу самолета. Начало координат  $O$  обычно совпадает с центром масс.

Под воздушной скоростью  $\vec{V}$  понимается вектор скорости начала  $O$  связанной системы координат относительно воздуха, невозмущенного самолетом (рис. 1.2).

*Связанная система координат  $OXYZ$ .* Связанная система координат жестко фиксирована по отношению к самолету, и ее положение относительно нормальной системы координат определяет пространственное положение самолета.

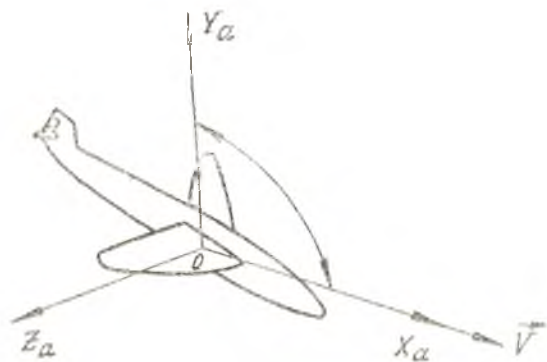


Рис. 1.2. Скоростная система координат  $OX_a Y_a Z_a$

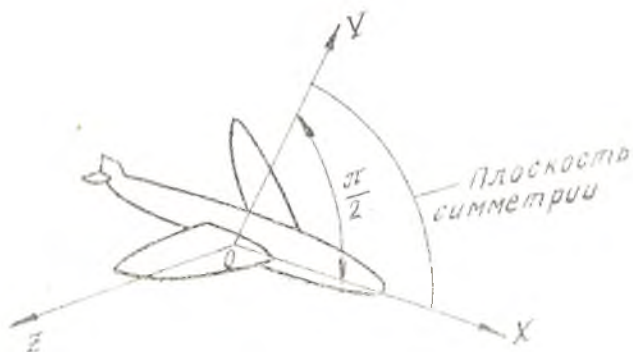


Рис. 1.3. Связанная система координат  $OXYZ$

Система имеет продольную ось  $OX$ , лежащую в плоскости симметрии и направленную вперед (от хвостовой части к носовой вдоль главной оси инерции или параллельно средней аэродинамической хорде); нормальную ось  $OY$ , лежащую в той же плоскости, перпендикулярную продольной оси и направленную вверх (к верхней части самолета); поперечную ось  $OZ$ , перпендикулярную плоскости симметрии и направленную по правому крылу самолета. Начало координат обычно совпадает с центром масс (рис. 1.3).

### 1.3. ВЗАИМНАЯ ОРИЕНТАЦИЯ СИСТЕМ КООРДИНАТ

Рассмотрим относительное положение скоростной и связанной систем координат (рис. 1.4). Введем углы, определяющие направление скорости самолета. Угол атаки  $\alpha$  — угол между про-

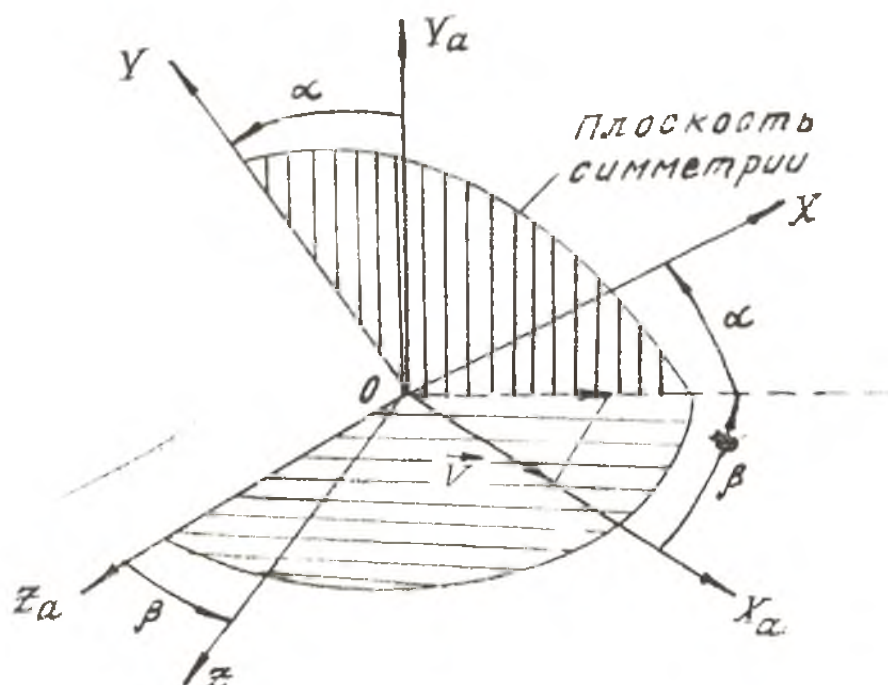


Рис. 1.4. Взаимная ориентация связанной и скоростной систем координат

екцией воздушной скорости самолета  $\vec{V}$  на плоскость  $XOY$  и продольной осью связанной системы координат. Угол считается положительным, если проекция скорости самолета на нормальную ось отрицательна (рис. 1.5).

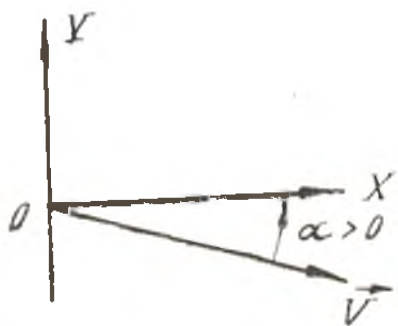


Рис. 1.5. Определение знака угла атаки

Угол скольжения  $\beta$  — угол между направлением воздушной скорости самолета и плоскостью  $XOY$  связанной системы координат. Угол  $\beta$  положителен, если проекция воздушной скорости самолета на его поперечную ось положительна (см. рис. 1.4).

Перейдем к рассмотрению углов между осями связанной и нормальной систем координат (рис. 1.6).

Угол рыскания  $\psi$  — угол между осью  $OX_g$  нормальной системы координат и проекцией продольной оси связанной системы координат на горизонтальную плоскость  $X_gOZ_g$ . Угол  $\psi$  положителен, когда ось  $OX_g$  совмещается с указанной проекцией



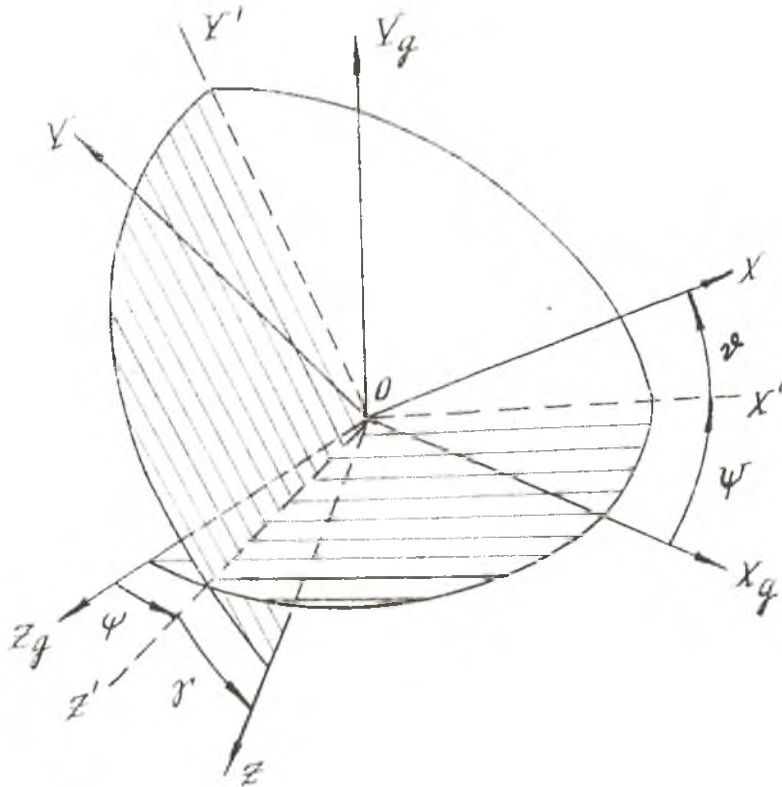


Рис. 1.6. Взаимная ориентация связанной и нормальной систем координат

продольной оси поворотом вокруг оси  $OY_g$  по часовой стрелке, если смотреть в направлении оси  $OY_g$ .

Угол тангажа  $\phi$  — угол между продольной осью  $OX$  и горизонтальной плоскостью  $X_gOZ_g$  нормальной системы координат. Угол  $\phi$  положителен, если продольная ось лежит выше горизонтальной плоскости.

Угол крена  $\gamma$  — угол между поперечной осью  $OZ$  и осью  $OZ_g$ , смещенной в положение, соответствующее нулевому углу рыскания. Угол  $\gamma$  положителен, когда смещенная ось  $OZ_g$  совмещается с поперечной осью поворотом по часовой стрелке, если смотреть в направлении продольной оси  $OX$ .

Введем в рассмотрение понятие скоростного угла крена  $\gamma_a$  — угла между боковой осью  $OZ_a$  и осью  $OZ_g$  нормальной системы координат, смещенной в положение, соответствующее нулевому углу скоростного рыскания  $\Psi_a$  (рис. 1.7). Угол  $\gamma_a$  положителен, когда смещенная ось  $OZ_g$  совмещается с боковой осью поворотом по часовой стрелке вокруг оси  $OX_a$ , если смотреть в направлении этой оси.

Введем в рассмотрение понятие траекторных углов.

Угол пути  $\Psi$  — угол между осью  $OX_g$  нормальной системы координат и направлением путевой скорости  $\vec{V}_n$ . Угол  $\Psi$  положителен, когда поворот вокруг оси  $OY_g$ , приводящий ось  $OX_g$

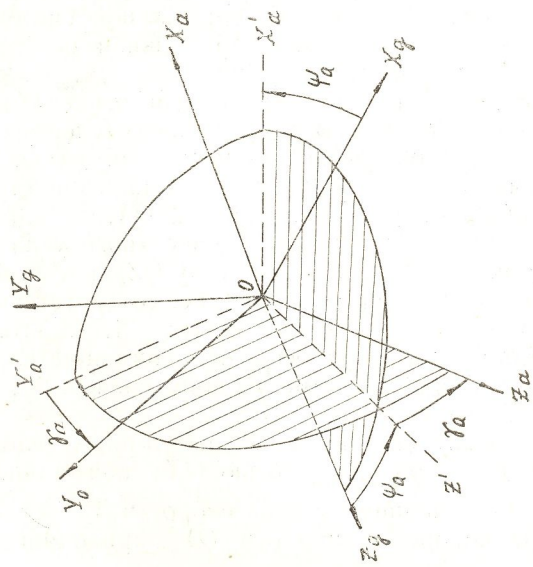


Рис. 1.7. Взаимная ориентация скоростной и нормальной систем координат

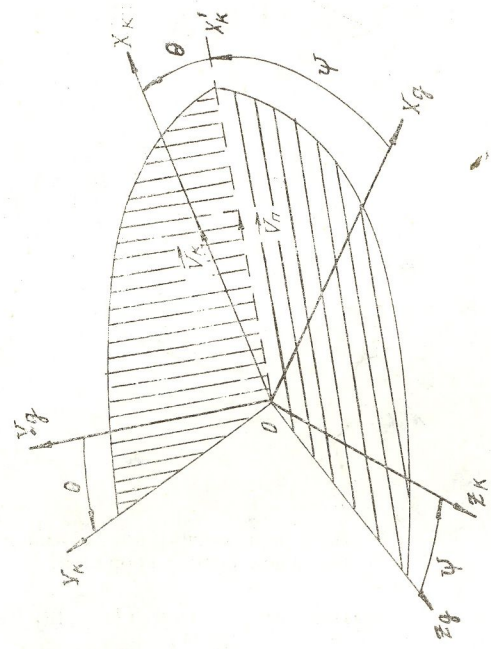


Рис. 1.8. Взаимная ориентация траекторной и нормальной систем координат

к совпадению с направлением путевой скорости, осуществляется по часовой стрелке, если смотреть в направлении оси  $OY_g$  (рис. 1.8). Под путевой скоростью понимается проекция земной скорости  $\vec{V}_k$  на горизонтальную плоскость  $X_g OZ_g$  нормальной земной системы координат.

Угол наклона траектории  $\Theta$  — угол между направлением земной скорости  $V_k$  и горизонтальной плоскостью  $X_g OZ_g$  нормальной системы координат. Он принимается положительным, когда проекция вектора земной скорости на ось  $OY_g$  положительна (см. рис. 1.8).

#### *1.4. РАЗДЕЛЕНИЕ ОБЩЕГО ДВИЖЕНИЯ САМОЛЕТА НА ДВИЖЕНИЕ ЦЕНТРА МАСС И ЕГО ВРАЩЕНИЕ ВОКРУГ ЦЕНТРА МАСС*

Рассмотрим кратко процесс изменения траектории самолета при движении в атмосфере. При отклонении органов управления на некоторый угол  $\Delta\delta$  возникает управляющая сила  $R_{упр}$  и соответствующий ей управляющий момент  $M_{упр}$ . Этот момент приводит к возникновению (или изменению) угловых скоростей и изменению углов, характеризующих положение самолета относительно воздушного потока (например углов атаки и скольжения). В результате изменяются аэродинамические силы, действующие на самолет, и, следовательно, траектория его движения. Таким образом, движение центра масс самолета и его вращение относительно центра масс связаны. Однако совместное их изучение весьма затруднительно ввиду большого числа уравнений, описывающих общее движение самолета.

На практике обычно всегда выполняются следующие допущения.

1. Время от момента отклонения органа управления до момента изменения аэродинамических сил, действующих на самолет, мало.

2. Управляющие силы существенно меньше основных аэродинамических сил.

Эти два допущения позволяют считать, что угловое движение самолета в пространстве можно изменить достаточно быстро. Следовательно, можно рассматривать отдельно движение (вращение) самолета относительно его центра масс и движение центра масс по траектории.

В первой части курса мы будем рассматривать только траектории движения самолета, считая, что вышеуказанные допущения выполняются, и в каждый момент времени самолет сбалансирован, т. е. сумма моментов, действующих на самолет, равна нулю.

1.5. УРАВНЕНИЯ ДВИЖЕНИЯ ЦЕНТРА МАСС  
САМОЛЕТА В ПРОЕКЦИЯХ НА ОСИ ТРАЕКТОРНОЙ  
СИСТЕМЫ КООРДИНАТ

Движение центра масс самолета описывается первым уравнением системы (1.5), которое после подстановки  $\vec{F}_{\text{вн}} = \vec{R}_a + \vec{G}$ , где  $\vec{R}_a$  — главный вектор аэродинамических сил,  $\vec{G}$  — сила тяжести, примет вид

$$m \frac{d\vec{V}_k}{dt} = \vec{R}_a + \vec{P} + \vec{G}. \quad (1.6)$$

Кратко остановимся на силах, входящих в правую часть векторного уравнения. Более подробная их характеристика будет дана позднее.

Начнем с главного вектора аэродинамических сил  $\vec{R}_a$ . Он может быть разложен по осям скоростной системы координат со следующими составляющими:  $X_a$  — сила лобового сопротивления — составляющая по оси  $OX_a$ , взятая с обратным знаком;  $Y_a$  — аэродинамическая подъемная сила — составляющая по оси  $OY_a$ ;  $Z_a$  — аэродинамическая боковая сила — составляющая по оси  $OZ_a$ .



Рис. 1.9. Определение угла установки двигателя  $\varphi_p$

Сила тяги  $\vec{P}$  обычно лежит в плоскости симметрии самолета  $XOY$  и составляет некоторый известный угол  $\varphi_p$  с положительным направлением оси  $OX$  (рис. 1.9). Сила тяжести  $\vec{G}$  приложена в центре масс самолета и направлена по местной вертикали вниз. Ее можно записать в виде

$$\vec{G} = m\vec{g},$$

где  $\vec{g}$  — ускорение свободного падения.

Если спроектировать векторное уравнение (1.6) на оси траекторной системы координат, то система уравнений движения центра масс самолета при отсутствии угла скольжения ( $\beta = 0$ ) примет наиболее простую и удобную форму:

$$\begin{aligned} m\dot{V} &= P \cos(\alpha + \varphi_p) - X_a - mg \sin \Theta, \\ mV\dot{\Theta} &= P \sin(\alpha + \varphi_p) \cos \gamma_a + Y_a \cos \gamma_a - mg \cos \Theta, \\ -mV \cos \Theta \dot{\Psi} &= P \sin(\alpha + \varphi_p) \sin \gamma_a + Y_a \sin \gamma_a. \end{aligned} \quad (1.7)$$

В уравнения движения центра масс самолета входит масса самолета, которая у некоторых типов самолетов в процессе полета заметно меняется. Поэтому следует добавить уравнение, описывающее изменение массы самолета:

$$\dot{m} = -\mu_c, \quad (1.8)$$

где  $\mu_c$  — секундный массовый расход топлива.

Перемещение самолета в пространстве описывается кинематическими уравнениями движения центра масс. Спроектируем векторное кинематическое уравнение на оси нормальной системы координат  $OX_g, Y_g, Z_g$

$$\frac{d\vec{r}}{dt} = \vec{V}, \quad (1.9)$$

где  $\vec{r}$  — радиус-вектор центра масс самолета.

Получим кинематические уравнения движения центра масс самолета в виде

$$\begin{aligned} \dot{X}_g &= V_k \cos \Theta \cos \Psi, \\ \dot{Y}_g &= \dot{H} = V_k \sin \Theta, \\ \dot{Z}_g &= -V_k \cos \Theta \sin \Psi. \end{aligned} \quad (1.10)$$

Здесь  $X_g, Y_g, Z_g$  — координаты центра масс самолета относительно Земли,  $H$  — высота полета.

#### 1.6. УРАВНЕНИЯ ДВИЖЕНИЯ САМОЛЕТА В ЧАСТНЫХ СЛУЧАЯХ

Запишем уравнения для наиболее важных частных случаев движения самолета.

Основной режим движения, который будет изучаться в первой части курса, это полет самолета без скольжения ( $\beta=0$ ) и без крена ( $\gamma_a=0$ ), т. е. полет в вертикальной плоскости. Тогда из системы уравнений движения центра масс самолета останутся только два первых уравнения:

$$\begin{aligned} m\dot{V} &= P \cos(\alpha + \varphi_p) - X_a - mg \sin \Theta, \\ mV\dot{\Theta} &= P \sin(\alpha + \varphi_p) + Y_a - mg \cos \Theta. \end{aligned} \quad (1.11)$$

Во многих случаях полет происходит с малыми углами атаки (т. к. угол атаки должен быть меньше критических значений). Угол установки двигателя  $\varphi_p$  также мал и отрицателен, поэтому приближенно можно считать, что

$$\cos(\alpha + \varphi_p) \approx 1, \quad \sin(\alpha + \varphi_p) \approx \alpha + \varphi_p, \quad (1.12)$$

Уравнения (1.11) перепишем в виде

$$m\dot{V} = P - X_a - mg \sin \Theta,$$

$$mV\dot{\Theta} = P(\alpha + \varphi_p) + Y_a - mg \cos \Theta. \quad (1.13)$$

Как правило,  $P(\alpha + \varphi_p) \ll Y_a$ . (1.14)

Теперь окончательно запишем важные для дальнейшего анализа движения самолета в вертикальной плоскости уравнения:

$$m\dot{V} = P - X_a - mg \sin \Theta,$$

$$mV\dot{\Theta} = Y_a - mg \cos \Theta. \quad (1.15)$$

Получим их, спроектировав силы  $P$ ,  $X_a$ ,  $Y_a$ ,  $mg$  на оси траекторной системы координат (рис. 1.10).

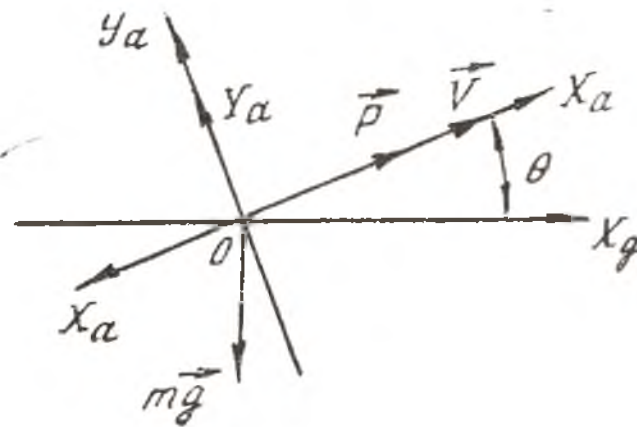


Рис. 1.10. Силы, действующие на самолет при полете в вертикальной плоскости

Второй важный случай — это *полет самолета в горизонтальной плоскости без скольжения с малыми углами атаки* (маневр изменения курса):

$$\Theta = \dot{\Theta} = 0, \quad \beta = 0,$$

$$\cos(\alpha + \varphi_p) \approx 1; \quad \sin(\alpha + \varphi_p) \approx \alpha + \varphi_p.$$

Уравнения движения в этом случае имеют вид

$$m\dot{V} = P - X_a,$$

$$[P(\alpha + \varphi_p) + Y_a] \cos \gamma_a - mg = 0,$$

$$-mV\dot{\Psi} = [P(\alpha + \varphi_p) + Y_a] \sin \gamma_a. \quad (1.16)$$

Учитывая, что  $P(\alpha + \varphi_p) \ll Y_a$ , окончательно запишем

$$m\dot{V} = P - X_a,$$

$$Y_a \cos \gamma_a - mg = 0 \quad \text{и} \quad Y_a \cos \gamma_a = mg,$$

$$-mV\dot{\Psi} = Y_a \sin \gamma_a. \quad (1.17)$$

## 2. РАСЧЕТ ЛЕТНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК САМОЛЕТА В УСТАНОВИВШЕМСЯ ПРЯМОЛИНЕЙНОМ ПОЛЕТЕ

### 2.1. ИСХОДНЫЕ ДАННЫЕ ДЛЯ РАСЧЕТА ТРАЕКТОРИЙ САМОЛЕТА

В качестве исходных данных для расчета траекторий самолета рассмотрим последовательно его аэродинамические характеристики и характеристики двигателей, применяемых на самолетах.

Начнем с аэродинамических характеристик самолета и запишем ранее введенные нами составляющие вектора аэродинамической силы:

$$\begin{bmatrix} X_a \\ Y_a \\ Z_a \end{bmatrix} = q \cdot S \begin{bmatrix} C_{xa} \\ C_{ya} \\ C_{za} \end{bmatrix}, \quad (2.1)$$

где  $q = \rho v^2/2$  — скоростной напор;  $\rho$  — плотность воздуха;  $V$  — скорость;  $C_{xa}$  — коэффициент силы лобового сопротивления;  $C_{ya}$  — коэффициент аэродинамической подъемной силы;  $C_{za}$  — коэффициент аэродинамической боковой силы;  $S$  — площадь крыла.

Наиболее важными являются сила лобового сопротивления  $X_a$  и аэродинамическая подъемная сила  $Y_a$ , т. к. для многих режимов полета угол скольжения  $\beta$  и аэродинамическая боковая сила  $Z_a$  равны нулю.

Рассмотрим зависимость  $C_{ya}(\alpha)$  (рис. 2.1). В диапазоне уг-

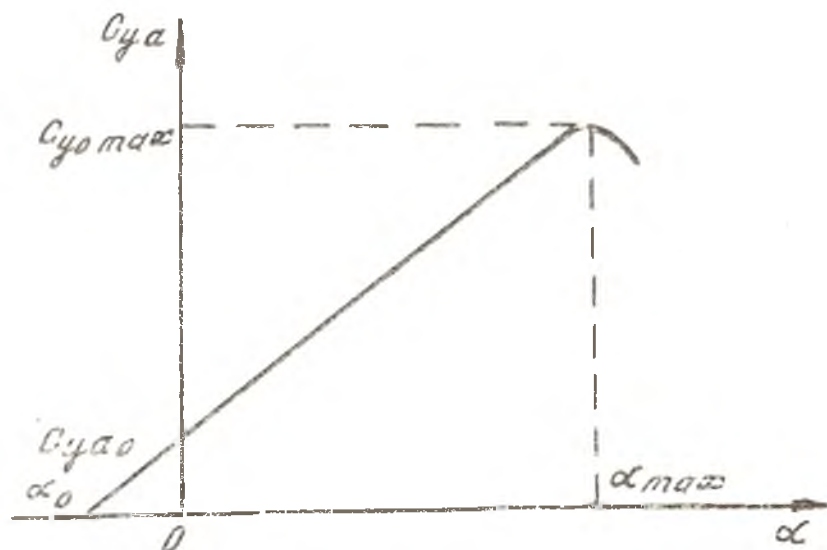


Рис. 2.1. Зависимость  $C_{ya}(\alpha)$

лов атаки до  $15...20^\circ$  (обычно это летный диапазон углов атаки) зависимость  $C_{ya}(\alpha)$  можно считать линейной:

$$C_{ya} = C'_{ya} (\alpha - \alpha_0), \quad (2.2)$$

где  $C'_{ya} = \partial C_{ya} / \partial \alpha$  — частная производная коэффициента  $C_{ya}$  по углу атаки;  $\alpha_0$  — угол нулевой подъемной силы.

При больших углах атаки зависимость  $C_{ya}(\alpha)$  становится существенно нелинейной. Нарушение линейности  $C_{ya}(\alpha)$  говорит о возникновении на крыле местного срыва потока, развитие которого вызывает вибрации и тряску самолета. Наибольший угол атаки, при котором еще не появляется предупреждающая тряска самолета, называется *допустимым углом атаки*  $\alpha_{\text{доп}}$ . Дальнейшее увеличение угла атаки приводит сначала к некоторому увеличению  $C_{ya}$  до максимального значения  $C_{ya \text{ max}}$ , а затем, из-за развития срыва потока, к резкому падению коэффициента аэродинамической подъемной силы. Значения  $C_{ya \text{ доп}}$  и  $C_{ya \text{ max}}$  являются важными характеристиками самолета, во многом определяющими его маневренность, диапазон скоростей полета и т. п. (Для самолета Ту-154:  $\alpha_{\text{доп}} = 11...12^\circ$ ,  $C_{ya \text{ доп}} = 0,72$ ;  $\alpha_{\text{max}} = 21^\circ$ ,  $C_{ya \text{ max}} = 1,3$ ).

Зависимость коэффициента лобового сопротивления  $C_{xa}$  от величины коэффициента аэродинамической подъемной силы  $C_{ya} - C_{xa}(C_{ya})$  называется *полярой* самолета. В летном диапазоне углов атаки полярю с достаточной точностью можно представить в виде квадратичной зависимости

$$C_{xa} = C_{xa0} + A C_{ya}^2, \quad (2.3)$$

где  $A = 1/\pi\lambda_{\text{эф}}$  — коэффициент отвала поляры;  $\lambda_{\text{эф}}$  — эффективное удлинение крыла:  $\lambda_{\text{эф}} = \frac{\lambda}{1 + \pi\lambda/100 \cdot \cos^2 \chi}$ ,  $\lambda = l^2/S$  — удлинение крыла;  $l$  — размах крыла,  $\chi$  — угол стреловидности крыла.

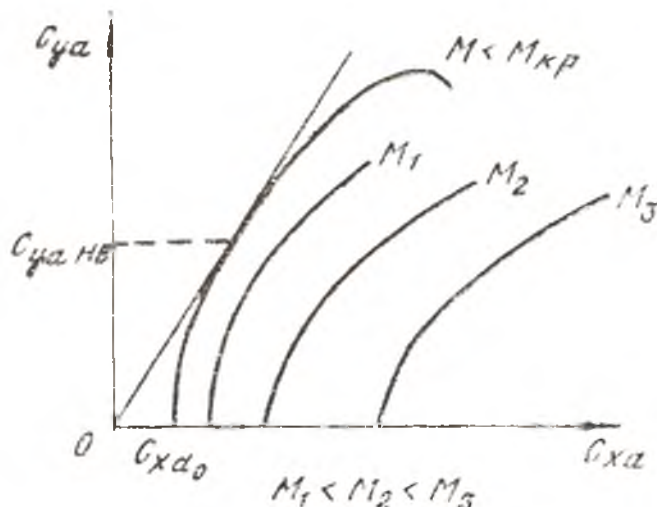


Рис. 2.2. Семейство поляр околозвукового самолета

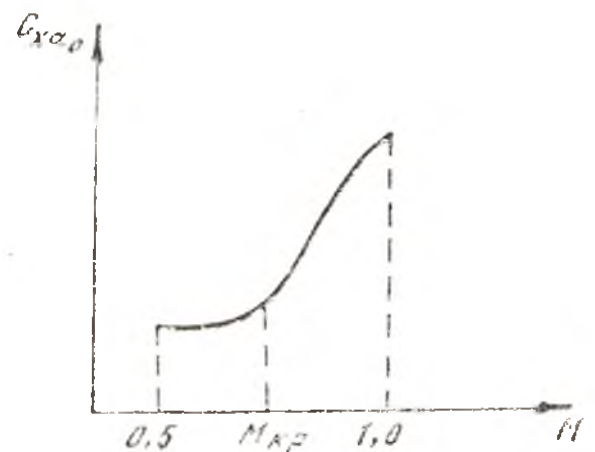


Рис. 2.3. Зависимость  $C_{xa0}(M)$



На рис. 2.2 и 2.3 приведены типичная поляра  $C_{xa}$  ( $C_{ya}$ ) и зависимость  $C_{xa0}$  от числа Маха для околозвукового самолета. Отметим, что при скоростях, больших критической  $M_{кр}$ , с ростом числа  $M$  сопротивление самолета резко возрастает (из-за возрастания волнового сопротивления).

Важной характеристикой самолета является его *аэродинамическое качество*

$$K = C_{ya}/C_{xa} = C_{ya}/(C_{xa0} + AC_{ya}^2). \quad (2.4)$$

Определим значение максимального аэродинамического качества из условия

$$\begin{aligned} \frac{\partial K}{\partial C_{ya}} &= 0; \\ \frac{\partial K}{\partial C_{ya}} &= \frac{2AC_{ya} - (C_{xa0} + AC_{ya}^2)}{(C_{xa0} + AC_{ya}^2)^2} = 0, \\ 2AC_{ya} - C_{xa0} - AC_{ya}^2 &= 0, \\ AC_{ya}^2 &= C_{xa0}, \end{aligned} \quad (2.5)$$

$$\begin{aligned} C_{ya_{нв}} &= \sqrt{\frac{C_{xa0}}{A}}, \\ K_{\max} &= \frac{C_{ya_{нв}}}{C_{xa}} = \frac{\sqrt{C_{xa0}/A}}{C_{xa0} + A \frac{C_{xa0}}{A}} = \frac{\sqrt{C_{xa0}/A}}{2C_{xa0}} = \\ &= \frac{1}{2\sqrt{C_{xa0} \cdot A}}. \end{aligned}$$

Значение  $K_{\max}$  во многом характеризует предельные возможности, заложенные в аэродинамике самолета. С ростом числа  $M$  из-за возрастания сопротивления максимальное качество убывает (рис. 2.4).

Например, у самолета Ту-154 при  $M = 0,4$   $K_{\max} = 16$ , а при  $M = 0,9$   $K_{\max} = 10$ .

На взлете и посадке, где желательно получить прирост коэффициента подъемной силы даже ценой значительного прироста сопротивления, используют так называемую механизацию крыла самолета — отклоняемые щитки, закрылки, предкрылки и т. п. (рис. 2.5). Например, для самолета Ту-154 при взлете закрылки отклоняются на  $28^\circ$  ( $C_{ya_{взл}} = 1,92$ ), а при посадке на  $45^\circ$  ( $C_{ya_{пос}} = 2,15$ ).

Перейдем теперь к краткой характеристике двигателей, устанавливаемых на самолетах. На современных самолетах практическое применение получили: силовые установки с воздушно-реактивными (турбореактивными — ТРД, двухконтурными — ТРДД) и турбовинтовыми (ТВД) двигателями. Зависимости

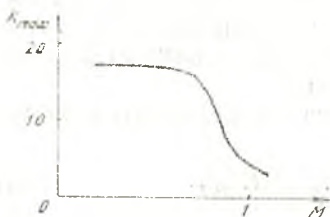


Рис. 2.4. Зависимость  $K_{\max}(M)$

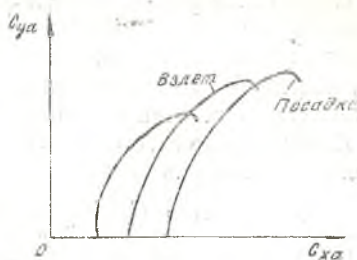


Рис. 2.5. Взлетная и посадочная поляры самолета

силы тяги  $P$  и удельного расхода  $C_{уд}$  топлива ТРД (ТРДД) при номинальном режиме работы двигателя от высоты и скорости полета называют *высотно-скоростными характеристиками*. Удельный расход топлива  $C_{уд}$  — это расход массы топлива на единицу силы тяги в час ( $\text{кг}/\text{Н}\cdot\text{ч}$ ), который характеризует экономичность двигателя. После высоты 11 км величина  $C_{уд}$  не зависит от высоты  $H$ . На рис. 2.6 приведены типичные высотно-скоростные характеристики ТРД. Здесь  $P_0$  — статическая тяга:  $P_0 = P (M=0, H=0)$ ;  $C_{уд0}$  — удельный расход топлива при  $M = 0, H = 0$ .

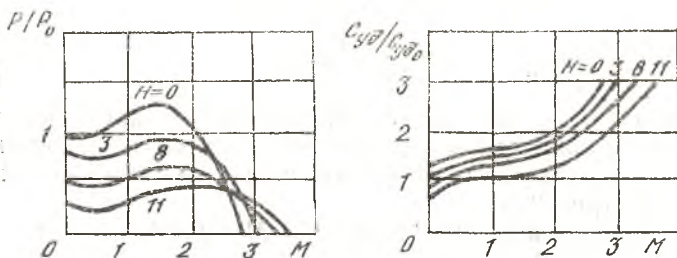


Рис. 2.6. Высотно-скоростные характеристики ТРД

Суммарная тяга всех двигателей, установленных на самолете, с учетом потерь в воздушном тракте силовой установки, называется *располагаемой тягой*.

## 2.2. УПРОЩЕННЫЙ МЕТОД ТЯГ

Установившиеся режимы движения самолета, т. е. режимы полета, при которых кинематические параметры остаются постоянными, характерны для ряда этапов полета.

При проектировании самолета многие его летные характеристики определяют именно на установившихся режимах: максимальную скорость при горизонтальном полете, теоретический и практический потолок, максимальную вертикальную скорость набора высоты.

Будем рассматривать установившийся ( $V = \text{const}$ ,  $\dot{V} = 0$ ) и прямолинейный ( $\Theta = \text{const}$ ,  $\dot{\Theta} = 0$ ) полет самолета без крена и скольжения. Ранее нами были получены уравнения, описывающие полет самолета в вертикальной плоскости (1.15):

$$\begin{aligned} m\dot{V} &= P - X_a - mg \sin \Theta, \\ mV\dot{\Theta} &= Y_a - mg \cos \Theta. \end{aligned} \quad (2.6)$$

При  $\dot{V} = \dot{\Theta} = 0$  имеем уравнения равновесия сил

$$\begin{aligned} P &= X_a + mg \sin \Theta, \\ Y_a &= mg \cos \Theta. \end{aligned} \quad (2.7)$$

Одним из методов аэродинамического расчета самолета с ТРД является метод тяг Н. Е. Жуковского. Идея метода заключается в сопоставлении требуемого значения тяги двигателя для осуществления выбранного режима полета с располагаемым значением тяги, которое обеспечивает установленная на самолете силовая установка. Тяга, необходимая для прямолинейного установившегося полета под некоторым углом наклона к горизонту  $\Theta$ , называется *требуемой тягой*  $P_n$ .

В большинстве случаев на практике пользуются упрощенным методом тяг, принимая следующие упрощающие предположения:

требуемую тягу подсчитывают для прямолинейного установившегося горизонтального полета ( $\Theta = 0$ );

угол ( $\alpha + \varphi_p$ ) мал, а проекция силы тяги существенно меньше аэродинамической подъемной силы:  $P(\alpha + \varphi_p) \ll Y_a$ .

Учитывая, что  $\sin \Theta = 0$ , а  $\cos \Theta = 1$ , из равенства (2.7) получаем два основополагающих соотношения (рис. 2.7)

$$P_n = X_a, \quad Y_a = mg. \quad (2.8)$$

При установившемся горизонтальном полете самолета сила тяги уравновешивает силу лобового сопротивления, а силу тяжести уравновешивает аэродинамическая подъемная сила.

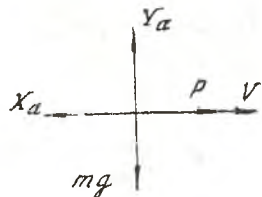


Рис. 2.7. Силы, действующие на самолет в установившемся горизонтальном полете

Потребная тяга, необходимая для совершения установившегося горизонтального полета с заданной скоростью, определяется из соотношений (2.8):

$$P_{\Pi} = mg \frac{X_a}{Y_a} = mg \frac{C_{xa} \rho S (V^2/2)}{C_{ya} \rho S (V^2/2)} = \frac{mg}{K}. \quad (2.9)$$

Совмещенный график зависимостей потребной тяги  $P_{\Pi}$  и располагаемой тяги  $P_p$  от скорости (числа  $M$ ) полета при заданных значениях массы самолета  $m$ , высоты полета  $H$  и режима работы двигателя называют *диаграммой потребных и располагаемых тяг*. Рассмотрим последовательность расчетов при определении потребной тяги.

В общем случае

$$C_{xa} = f(C_{ya}, M), \quad (2.10)$$

поэтому при расчетах удобно задаваться числом Маха. Определяем коэффициент аэродинамической подъемной силы

$$C_{ya} = mg/q_a SM^2, \quad (2.11)$$

$$\text{где } q_a = \frac{\rho a^2}{2} = f(H), \quad (2.12)$$

$a$  — скорость звука.

По семейству поляр находим коэффициент лобового сопротивления  $C_{xa}(C_{ya}, M)$ , затем рассчитываем аэродинамическое качество  $K = C_{ya}/C_{xa}$  и потребную тягу  $P_{\Pi}$ :

$$P_{\Pi} = mg/K. \quad (2.13)$$

Потребные тяги рассчитываются для различных высот и скоростей полета и нескольких значений полетной массы самолета от минимальной до максимальной. Располагаемые тяги опре-

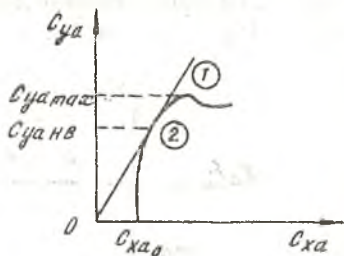


Рис. 2.8. Определение  $C_{ya \max}$  и  $C_{ya \min}$

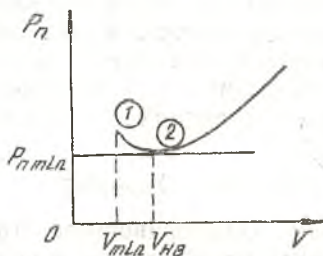


Рис. 2.9. Максимальная и наимыгоднейшая скорости на кривой потребных тяг

деляют также в функции скорости для тех же высот, что и потребные тяги.

Затем строим диаграмму потребных и располагаемых тяг.

Минимальное значение полетного числа  $M_{\min}$  рассчитываем по формуле

$$M_{\min} = \sqrt{\frac{mg}{\gamma_a S C_{ya \max}}} \quad (2.14)$$

На рис. 2.8, 2.9 показаны две характерные точки на поляре и диаграмме потребной и располагаемой тяг, соответствующие минимальной (точка 1) и наивыгоднейшей (точка 2) скоростям полета.

### 2.3. ХАРАКТЕРНЫЕ ОБЛАСТИ И РЕЖИМЫ НА ДИАГРАММЕ ПОТРЕБНЫХ И РАСПОЛАГАЕМЫХ ТЯГ

Типичная диаграмма потребных и располагаемых тяг для дозвукового или околозвукового самолета приведена на рис. 2.10. Точка А соответствует режиму максимальной скорости горизон-



Рис. 2.10. Характерные области и режимы на диаграмме потребных и располагаемых тяг

тального полета  $V_{\max}$ . Точка В соответствует полету на режиме максимального аэродинамического качества  $K_{\max}$  и, согласно соотношению (2.13), при этом потребная тяга будет минимальной  $P_{\min}$ . Этот режим полета называется *наивыгоднейшим*, а скорость полета и угол атаки — *наивыгоднейшей скоростью и наивыгоднейшим углом атаки*,

Точка  $C$  касания прямой, параллельной оси ординат, с кривой потребных тяг соответствует полету с  $C_{ya \max}$ . Максимальному значению  $C_{ya}$  соответствует минимальная скорость полета  $V_{\min}$  (скорость сваливания). Практически на этой скорости летать нельзя, так как даже небольшая ошибка в пилотировании или попадание самолета в восходящий поток (при этом увеличивается угол атаки) могут привести к сваливанию самолета. Поэтому на практике используется понятие *минимально допустимой скорости*, соответствующей полету с допустимым  $C_{ya \text{ доп}}$  (безопасным  $C_{ya \text{ без}}$ ) коэффициентом аэродинамической подъемной силы, равным примерно 0,85  $C_{ya \max}$ . Предупреждающими признаками подхода к этой скорости являются появление тряски самолета, самопроизвольное кренеие или кабрирование, уменьшение эффективности органов управления и т. д. В настоящее время на самолетах устанавливаются автоматические устройства, предупреждающие летчика об ограничении минимальной скорости полета. При приближении к минимально допустимой скорости в кабине летчика появляется световой или звуковой сигнал, предупреждающий, что дальнейшее уменьшение скорости запрещается.

Режимы установившегося прямолинейного горизонтального полета могут быть *устойчивыми* и *неустойчивыми*. Точка  $A$  соответствует устойчивому режиму горизонтального полета, т. е. при произвольном увеличении или уменьшении скорости самолет самостоятельно (без вмешательства летчика) возвращается к первоначальному значению скорости. Пусть, например, скорость произвольно увеличилась. В этом случае потребная тяга, необходимая для поддержания нового значения скорости, превысит располагаемую, и скорость самолета уменьшится. При произвольном уменьшении скорости, напротив, потребная тяга будет меньше располагаемой, и скорость самолета увеличится.

Точки, лежащие левее  $B$ , например точка  $D$  на рис. 2.10, соответствуют неустойчивому режиму горизонтального полета, т. е. при произвольном увеличении или уменьшении скорости самолет самостоятельно не возвращается к первоначальному значению скорости. Пусть, например, первоначальная скорость самолета соответствовала точке  $D$ . При произвольном уменьшении скорости потребная тяга будет превышать тягу, установленную пилотом, и скорость самолета будет уменьшаться до значения  $V_{\min}$  (точка  $C$ ). При увеличении же скорости, наоборот, установленная тяга будет превышать потребную, скорость самолета будет увеличиваться до значения, соответствующего точке  $D'$  (см. рис. 2.10).

Устойчивые режимы горизонтального полета называют *первыми режимами*, а неустойчивые — *вторыми режимами*. Дли-

тельный полет на вторых режимах на практике не применяется, так как требует частого вмешательства летчика в управление полетом.

Рассмотрим особенности диаграммы потребных и располагаемых тяг сверхзвуковых самолетов. На средних высотах (форсажные режимы) кривая располагаемых тяг пересекает кривую потребных тяг в нескольких точках (рис. 2.11).

Из рис. 2.11 видно, что существует две области установившегося горизонтального полета сверхзвукового самолета. Первая соответствует дозвуковым (или малым сверхзвуковым) скоростям (до точки 1). Вторая соответствует значительным сверхзвуковым скоростям (от точки 2 до точки 3). Отметим, что точки 1 и 3 соответствуют первым режимам полета, а точка 2 — второму режиму.

Зная зависимости  $V_{min}$ ,  $V_{HВ}$  и  $V_{max}$  от высоты  $H$ , можно построить результирующий график, который характеризует область установившихся режимов горизонтального полета, т. е. диапазон высот и скоростей, в котором самолет при заданной полетной массе может совершать установившийся горизонтальный полет (рис. 2.12, 2.13).

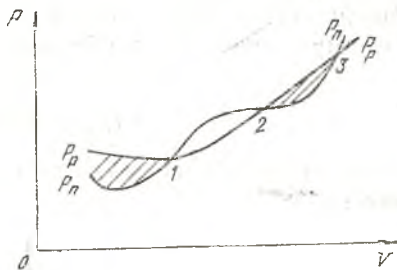


Рис. 2.11. Примерный вид диаграммы потребных и располагаемых тяг для сверхзвукового самолета

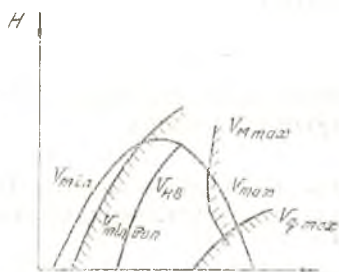


Рис. 2.12. Область установившихся режимов горизонтального полета дозвукового самолета

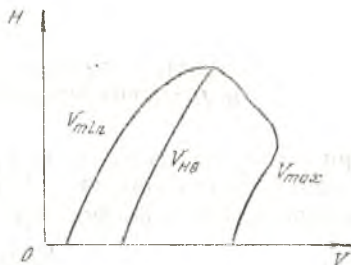


Рис. 2.13. Область установившихся режимов горизонтального полета сверхзвукового самолета

При построении области высот и скоростей установившегося горизонтального полета следует учитывать эксплуатационные летные ограничения.

1. Ограничение по минимальной скорости вызвано неприятностями при подходе к  $C_{ya \max}$  (тряска, сваливание). Поэтому должен быть обеспечен запас  $\Delta C_{ya}$ :

$$C_{ya \text{ доп}} = C_{ya \max} - \Delta C_{ya}, \quad (2.15)$$

$$\Delta C_{ya} = 0,15 C_{ya \max}.$$

Скорость полета не должна быть меньше минимально допустимой

$$V_{\text{min доп}} = \sqrt{\frac{2mg}{C_{ya \text{ доп}} \rho S}}. \quad (2.16)$$

2. Ограничение по максимальному скоростному напору  $q_{\max}$  обуславливается прочностью конструкции, возможностью возникновения реверса элеронов или флаттера:

$$q_{\max} = \rho (H) \frac{V_{q \max}^2}{2}, \quad (2.17)$$

$$V_{q \max} = \sqrt{2 q_{\max} / \rho (H)}. \quad (2.18)$$

С ростом высоты полета  $H$  плотность воздуха  $\rho$  уменьшается, и скорость  $V_{q \max}$  увеличивается.

3. Ограничение по максимальному числу  $M_{\max}$  из-за условий обеспечения устойчивости, а для сверхзвуковых самолетов— из-за нагрева обшивки и работы воздухозаборников — составляет

$$V_{M \max} = M_{\max} \cdot a(H).$$

#### 2.4. РАСЧЕТ СКОРОПОДЪЕМНОСТИ, ТЕОРЕТИЧЕСКОГО И ПРАКТИЧЕСКОГО ПОТОЛКОВ САМОЛЕТА

При наборе высоты, т. е. при полете с положительным углом наклона траектории  $\theta > 0$ , вертикальная составляющая скорости определяется по формуле (рис. 2.14):

$$V_y = V \sin \theta. \quad (2.19)$$

Используя первое из соотношений (2.7), выразим  $\sin \theta$ :

$$\sin \theta = (P - X_a) / mg. \quad (2.20)$$

Умножим правую и левую части на скорость  $V$ . Тогда получим

$$V \sin \theta = (P - X_a) V / mg \quad (2.21)$$



и окончательно

$$V_y^* = (P - X_a) V / mg, \quad (2.22)$$

где звездочкой обозначено значение вертикальной скорости при установившемся наборе высоты, т. е. при  $V = \text{const}$ .

При расчетах по упрощенному методу тяг ранее мы предполагали, что сила лобового сопротивления уравновешена потребной тягой:

$$P_n = X_a. \quad (2.23)$$

Обычно делают допущение, что на пологих траекториях ( $\theta \approx 0$ ) величина силы лобового сопротивления приблизительно равна величине силы лобового сопротивления в горизонтальном полете с той же скоростью и, следовательно, величине потребной тяги.

Тогда можно записать

$$V_y^* = \Delta P V / mg, \quad (2.24)$$

где  $\Delta P = P_p - P_n$  — избыток тяги (с учетом того, что  $X_a \approx P_n$ ). Очевидно, что вертикальная скорость  $V_y^*$  имеет наибольшее значение при максимальной располагаемой тяге двигателя и зависит от скорости полета  $V$ . Для оценки характеристик самолета рассчитывают вертикальные скорости для ряда значений высот в летном диапазоне скоростей (рис. 2.15, 2.16). По этим графикам для каждой высоты определяют максимальные значения вертикальной скорости  $V_{y^* \max}$  и соответствующие им скорости при наборе высоты.

Отметим, что вертикальная скорость  $V_y^*$  у сверхзвуковых самолетов на средних высотах полета имеет два максимума:

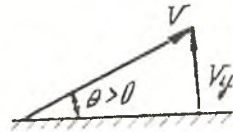


Рис. 2.14. Определение вертикальной составляющей скорости

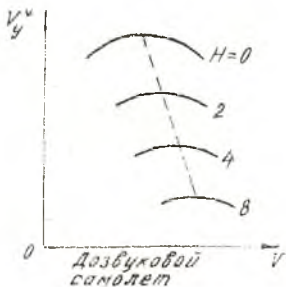


Рис. 2.15. Зависимость  $V_y^*(V, H)$  для дозвукового самолета

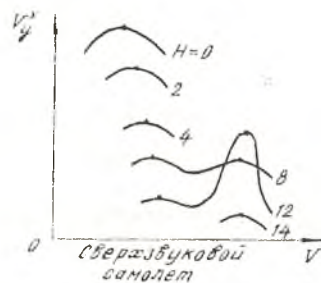


Рис. 2.16. Зависимость  $V_y^*(V, H)$  для сверхзвукового самолета

первый — на дозвуковой скорости, а второй — на сверхзвуковой (см. рис. 2.16). Начиная с некоторой высоты (порядка 8...10 км), сверхзвуковой максимум становится больше. Практически сверхзвуковой самолет совершает подъем на малых высотах с дозвуковыми скоростями, а затем, достигнув определенной высоты  $H^*$ , разгоняется до сверхзвуковой скорости и продолжает подъем (рис. 2.17).

Имея зависимость  $V_{y \max}^*(H)$ , можно определить максимальную высоту, на которой возможен установившийся горизонтальный полет (при  $V_{y \max}^* = 0$ ). Такая высота называется *теоретическим потолком* самолета  $H_T$ . Очевидно, что на теоретическом потолке  $V_{\min} = V_{\text{нв}} = V_{\max}$ , т. е. существует единственная возможная установившаяся скорость горизонтального полета.

Помимо теоретического потолка при расчетах определяют и *практический потолок*  $H_{\text{пр}}$ , под которым понимают высоту полета, где максимальная вертикальная скорость равна некоторой заданной величине.

Определим время подъема самолета на различные высоты. иными словами, определим *скороподъемность* самолета. Для этого используем введенное ранее кинематическое уравнение

$$dH/dt = V \sin \Theta. \quad (2.25)$$

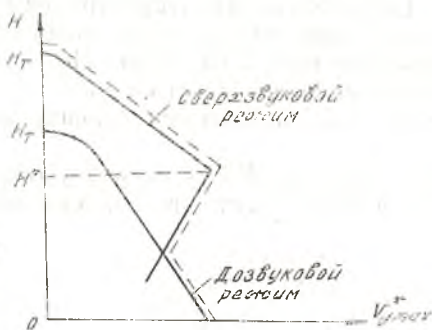


Рис. 2.17. Зависимость  $V_{y \max}^*(H)$  для дозвукового и сверхзвукового самолетов

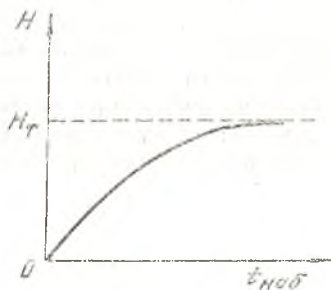


Рис. 2.18. Барограмма подъема самолета

Интегрируя уравнение (2.25) от начальной  $H_0$  до текущей  $H$  высоты полета, получаем

$$t(H) = \int_{H_0}^H dH/V \sin \Theta. \quad (2.26)$$

Поскольку при установившемся наборе высоты  $V \sin \theta = V_y^*$ , то

$$t_{\text{наб}}(H) = \int_{H_0}^H dH/V_y^*(H), \quad (2.27)$$

где  $t_{\text{наб}}$  — время набора высоты  $H$ .

Задаваясь различными значениями высоты  $H$ , этот интеграл можно вычислять численно или графически. Зависимость времени набора от высоты полета  $t_{\text{наб}}(H)$  называют *барограммой подъема самолета* (рис. 2.18).

Поскольку  $V_{y\text{max}}^*$  при приближении к теоретическому потолку стремится к нулю, то время установившегося подъема на теоретический потолок получается бесконечно большим. Для самолета Ту-154 время набора высоты 11 км составляет 21 мин.

В заключение введем понятие *индикаторной скорости*  $V_i$ . Это такая скорость, с которой бы двигался самолет на нулевой высоте в стандартной атмосфере, имея тот же скоростной напор, что и на заданной высоте. Установим связь между истинной  $V$  и индикаторной  $V_i$  скоростями:

$$q = \rho V^2/2 = \rho_0 V_i^2/2 = \text{const}, \quad (2.28)$$

$$V_i = V \sqrt{\rho/\rho_0},$$

$$V_i = V \sqrt{\Delta},$$

где  $\Delta = \rho/\rho_0$  — относительная плотность воздуха.

Индикаторная скорость вводится для лучшего контроля над самолетом в полете (например, при подъеме на высоту с поддержанием заданного скоростного напора). Индикаторная скорость примерно совпадает с приборной скоростью полета самолета относительно воздуха.

## 2.5. РАСЧЕТ УСТАНОВИВШЕГОСЯ СНИЖЕНИЯ САМОЛЕТА С РАБОТАЮЩИМ ДВИГАТЕЛЕМ. ПЛАНИРОВАНИЕ САМОЛЕТА

Снижение самолета с заданной высоты полета на другую может быть обусловлено различными обстоятельствами. К ним относятся: снижение самолета с крейсерской высоты до высоты полета по кругу перед совершением посадки, экстренное снижение самолета с крей-

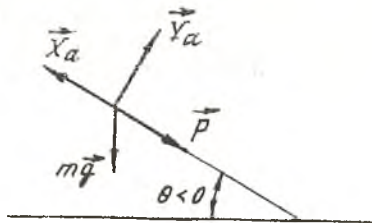


Рис. 2.19. Силы, действующие на самолет при снижении

серской высоты до безопасной высоты полета в случае разгерметизации кабины и т. д.

Рассмотрим установившееся прямолинейное снижение самолета с работающим двигателем (рис. 2.19). Соотношения, описывающие снижение, сохраняют прежний вид:

$$\begin{aligned} P - X_a - mg \sin \Theta &= 0, \text{ так как } \dot{V} = 0, \\ Y_a - mg \cos \Theta &= 0, \text{ так как } \dot{\Theta} = 0. \end{aligned} \quad (2.29)$$

Из них можно получить почленным делением

$$\operatorname{tg} \Theta = (P - X_a) / Y_a. \quad (2.30)$$

Поскольку  $\Theta < 0$  (снижение), то  $\operatorname{tg} \Theta < 0$ ,  $P - X_a < 0$  ( $Y_a > 0$ ) и  $P < X_a$ .

Определим вертикальную скорость снижения:

$$V_{y \text{ сн}} = V \sin \Theta = V (P - X_a) / mg. \quad (2.31)$$

Поскольку, как и при наборе высоты,  $X_a \approx P_n$ , то

$$V_{y \text{ сн}} = \Delta P V / mg, \quad (2.32)$$

где  $\Delta P = P - P_n$  — недостаток тяги.

Рассмотрим теперь *планирование*, т. е. снижение самолета с нулевой тягой. Соотношения (2.31) и (2.32) можно переписать в виде

$$\begin{aligned} -X_a - mg \sin \Theta &= 0, \\ Y_a - mg \cos \Theta &= 0, \\ \operatorname{tg} \Theta &= -(X_a / Y_a) = -(1/K). \end{aligned} \quad (2.33)$$

Отсюда следует, что чем больше аэродинамическое качество при планировании, тем более пологой будет траектория самолета. Наиболее пологая траектория будет при  $K = K_{\max}$ :

$$\operatorname{tg} \Theta_{\min} = -(1/K_{\max}), \quad (2.34)$$

где индекс  $\min$  надо относить к модулю угла  $\Theta$ .

Для крутого планирования (экстренное снижение), когда нужно получить большие вертикальные скорости снижения, аэродинамическое качество должно быть малым (используют воздушные щитки, тормоза, увеличивающие  $C_{xa}$ ).

### 3. МЕТОДЫ РАСЧЕТА НЕСТАЦИОНАРНЫХ РЕЖИМОВ ПОЛЕТА САМОЛЕТА

#### 3.1. УЧЕТ ИЗМЕНЕНИЯ КИНЕТИЧЕСКОЙ ЭНЕРГИИ САМОЛЕТА ПРИ НАБОРЕ ВЫСОТЫ

Выход самолета на *расчетный режим полета* связан не только с набором заданной высоты, но и с *разгоном* от взлетной скорости до скорости на маршевом участке. Для современных самолетов диапазон изменения скорости весьма значителен, и работа, затраченная на увеличение кинетической энергии, сравнима с работой, затраченной на увеличение потенциальной энергии самолета, или даже превосходит ее. Поэтому нельзя затраты времени и топлива на участках набора высоты и разгона оценивать по соотношениям, полученным для установившегося набора высоты.

Неустановившееся движение самолета связано с изменением его энергии вдоль траектории. Полная энергия самолета  $W$  равна сумме кинетической и потенциальной энергий:

$$W = mV^2/2 + mgH. \quad (3.1)$$

Удобно при расчетах пользоваться так называемой удельной энергией

$$H_3 = W/mg = H + (V^2/2g). \quad (3.2)$$

Удельная энергия имеет размерность высоты, и поэтому ее называют *энергетической высотой*. Энергетическая высота представляет собой наибольшую высоту, на которую мог подняться самолет, если всю его кинетическую энергию превратить в потенциальную, уменьшив скорость полета до нуля.

Запишем производную  $H_3$  по времени  $t$  как

$$\frac{dH_3}{dt} = \frac{dH}{dt} + \frac{d}{dt} \left( \frac{V^2}{2g} \right) = \frac{dH}{dt} + \frac{V}{g} \frac{dV}{dt}.$$

Введем новую вспомогательную переменную  $\kappa$ :

$$\kappa = \frac{dH}{dH_3}, \quad (3.3)$$

характеризующую долю прироста потенциальной энергии  $dH$  в общем приросте энергии  $dH_3$ . Перепишем выражение для  $\kappa$  в виде

$$\kappa = \frac{dH}{dH_3} = \frac{dH/dt}{dH_3/dt} = \frac{dH/dt}{\frac{dH}{dt} + \frac{V}{g} \frac{dV}{dt}} =$$

$$= \frac{1}{1 + \frac{V}{g} \frac{dV}{dH}} = \frac{1}{1 + \frac{VV'}{g}}$$

где  $V' = dV/dH$ .

Из этой формулы видно, что на установившихся участках полета  $V' = 0$  и  $\alpha = 1$ ; при разгоне и торможении на постоянной высоте ( $dH/dt = 0$ ) величина  $\alpha$  равна нулю.

Определим теперь *вертикальную скорость самолета* при установившемся наборе высоты. С этой целью запишем дифференциальное уравнение для скорости

$$m (dV/dt) = P - X_a - mg \sin \Theta$$

Умножим правую и левую части на  $V$  и преобразуем уравнение

$$\begin{aligned} mV \frac{dV}{dt} &= V (P - X_a - mg \sin \Theta), \\ mV \frac{dV}{dt} &= \frac{m}{2} \frac{d(V^2)}{dt} = \frac{m}{2} \frac{d(V^2)}{dH} \frac{dH}{dt}, \\ \frac{dH}{dt} &= V \sin \Theta, \\ mV \frac{dV}{dt} &= \frac{m}{2} \frac{d(V^2)}{dH} V \sin \Theta, \\ \frac{m}{2} \frac{d(V^2)}{dH} V \sin \Theta &= V (P - X_a - mg \sin \Theta). \end{aligned}$$

Назовем величину  $V_y = V \sin \Theta$  *истинной вертикальной скоростью*. Тогда

$$\begin{aligned} \frac{m}{2} \frac{d(V^2)}{dH} V_y &= V (P - X_a - mg \sin \Theta), \\ \frac{mg}{2g} \frac{d(V^2)}{dH} V_y &= V (P - X_a) - mg V_y, \\ V_y &= \frac{V (P - X_a)}{mg \left(1 + \frac{1}{2g} \frac{d(V^2)}{dH}\right)} = \frac{\Delta PV}{mg \left(1 + \frac{1}{2g} \frac{d(V^2)}{dH}\right)}. \end{aligned}$$

С учетом ранее введенных обозначений

$$V_y^* = \frac{\Delta PV}{mg} \quad \text{и} \quad \alpha = \frac{1}{1 + \frac{VV'}{g}}$$

окончательно получим

$$V_y = V_y^* \alpha. \quad (3.4)$$

Если скорость полета увеличивается, то  $\alpha < 1$ , и истинная вертикальная скорость  $V_y$  подъема самолета меньше  $V_y^*$ , полученной для установившегося режима набора высоты.

### 3.2. РАЗГОН И ТОРМОЖЕНИЕ САМОЛЕТА В ГОРИЗОНТАЛЬНОМ ПОЛЕТЕ

Этот случай является наиболее простым, т. к. высота в процессе полета остается неизменной.

Найдем время  $t_p$ , требуемое для разгона самолета от скорости  $V_1$  до скорости  $V_2$ .

Из уравнения

$$m \frac{dV}{dt} = P - X_a \quad (3.5)$$

следует, что

$$dt = \frac{m}{P - X_a} dV, \quad (3.6)$$

$$t_p = m \int_{V_1}^{V_2} \frac{dV}{P(V) - X_a(V)}.$$

Этот интеграл можно определить численно. Можно получить и путь  $L_p$ , проходимый самолетом при разгоне от скорости  $V_1$  до скорости  $V_2$ :

$$dL = V dt = V \frac{m}{P - X_a} dV, \quad (3.7)$$

$$L_p = \int_{V_1}^{V_2} \frac{m V dV}{P(V) - X_a(V)}.$$

### 3.3. РАСЧЕТ НЕУСТАНОВИВШЕГОСЯ СНИЖЕНИЯ САМОЛЕТА

Рассмотрим производную

$$\begin{aligned} V' &= \frac{dV}{dt} = \frac{dV/dt}{dH/dt} = \frac{P - X_a - mg \sin \Theta}{m V \sin \Theta} = \\ &= \frac{g \frac{P - X_a}{mg} - \sin \Theta}{V \sin \Theta}. \end{aligned}$$

Учитывая, что

$$V_y^* = \frac{(P - X_a) V}{mg} = V \sin \Theta^*,$$

где  $\sin \Theta^* = \frac{P - X_a}{mg}$ ,

получим

$$V' = g \frac{\sin \Theta^* - \sin \Theta}{V \sin \Theta} = \frac{g}{V} \left( \frac{\sin \Theta^*}{\sin \Theta} - 1 \right). \quad (3.8)$$

(Здесь звездочкой обозначены значения угла наклона траектории для установившегося режима).

Для режима неустановившегося снижения

$$V' = -\frac{g}{V} \left( \frac{\sin \Theta_{\text{сн}}^*}{\sin \Theta_{\text{сн}}} - 1 \right), \quad (3.9)$$

где  $\sin \Theta_{\text{сн}}^* = \frac{P - X_a}{mg} < 0$ , так как  $P < X_a$ .

Проведем анализ возможных случаев снижения. Пусть поддерживается угол  $\Theta_{\text{сн}}$  по абсолютной величине меньший, чем  $\Theta_{\text{сн}}^*$ , т. е.  $|\Theta_{\text{сн}}| < |\Theta_{\text{сн}}^*|$ . Тогда

$$\frac{\sin \Theta_{\text{сн}}^*}{\sin \Theta_{\text{сн}}} > 1 \text{ и, следовательно, } V' > 0 \text{ и } dV/dH > 0.$$

С учетом  $dH < 0$  получим, что и  $dV < 0$ , т. е. снижение происходит с торможением. Если при снижении  $|\Theta_{\text{сн}}| > |\Theta_{\text{сн}}^*|$ , то

$$\frac{\sin \Theta_{\text{сн}}^*}{\sin \Theta_{\text{сн}}} < 1, \quad V' < 0, \quad dV/dH < 0,$$

и снижение происходит с разгоном, т. е. с увеличением скорости.

Рассмотрим теперь неустановившееся снижение самолета при планировании (сила тяги близка к нулю). В этом случае уравнения движения будут иметь вид

$$\begin{aligned} m\dot{V} &= -X_a - mg \sin \Theta, \\ Y_a &= mg \cos \Theta, \\ H &= V \sin \Theta, \\ \dot{L} &= V \cos \Theta. \end{aligned} \quad (3.10)$$

Найдем угол наклона траектории  $\Theta_{\text{пл}}$  при установившемся планировании. Для этого рассмотрим уравнение

$$\dot{V} = (-X_a - mg \sin \Theta) / m.$$

Преобразуем его левую часть:

$$\dot{V} = \frac{dV/dH}{dt/dH} = V' V \sin \Theta.$$

Преобразуем его правую часть:

$$\begin{aligned} \frac{1}{m} (-X_a - mg \sin \Theta) &= -\frac{1}{m} \left( \frac{Y_a}{K} + mg \sin \Theta \right) = \\ &= -\frac{1}{m} \left( \frac{mg \cos \Theta}{K} + mg \sin \Theta \right) = -g \left( \frac{\cos \Theta}{K} + \sin \Theta \right). \end{aligned}$$

Теперь приравняем левую и правую части исходного дифференциального уравнения:



$$V'V \sin \Theta = -g \left( \frac{\cos \Theta}{K} + \sin \Theta \right).$$

После преобразований получим

$$V'V \sin \Theta + g \sin \Theta = -g \frac{\cos \Theta}{K},$$

$$(V'V + g) \sin \Theta = -g \frac{\cos \Theta}{K},$$

$$\operatorname{tg} \Theta = -\frac{g}{K(V'V + g)} = -\frac{1}{K(1 + V'V/g)}.$$

Поскольку  $\kappa = \frac{1}{1 + V'V/g}$ ,

то окончательно запишем формулу для определения угла наклона траектории при неустановившемся планировании

$$\operatorname{tg} \Theta_{\text{пл}} = -(\kappa/K). \quad (3.11)$$

С другой стороны,

$$\frac{dH}{dL} = \frac{dH/dt}{dL/dt} = \frac{V \sin \Theta}{V \cos \Theta} = \operatorname{tg} \Theta.$$

Следовательно,

$$dL = \frac{dH}{\operatorname{tg} \Theta_{\text{пл}}}$$

и

$$L_{\text{пл}} = \int_{H_0}^{H_{\kappa}} \frac{dH}{\operatorname{tg} \Theta_{\text{пл}}} = - \int_{H_0}^{H_{\kappa}} \frac{K}{\kappa} dH = \int_{H_{\kappa}}^{H_0} \frac{K}{\kappa} dH.$$

Учитывая, что

$$dH = \kappa dH_{\text{э}},$$

определим дальность планирования через энергетическую высоту:

$$L_{\text{пл}} = \int_{H_{\text{э}\kappa}}^{H_{\text{э}0}} K dH_{\text{э}}. \quad (3.12)$$

Если планирование происходит при постоянном значении аэродинамического качества, то

$$L_{\text{пл}} = K(H_{\text{э}0} - H_{\text{э}\kappa}). \quad (3.13)$$

Для установившегося планирования  $\kappa = 1$ , и дальность определяется из интеграла (3.12):

$$L_{\text{пл}}^* = K(H_0 - H_{\kappa}). \quad (3.14)$$

Разность в дальности полета при неустановившемся и установившемся планировании определится следующим образом:

$$\begin{aligned} \Delta L_{\text{пл}} &= L_{\text{пл}} - L^*_{\text{пл}} = K(H_{\text{э0}} - H_{\text{эк}}) - K(H_0 - H_k) = \\ &= K \left( H_0 + \frac{V_0^2}{2g} - H_k - \frac{V_k^2}{2g} - H_0 + H_k \right) = \frac{K}{2g} (V_0^2 - V_k^2). \end{aligned} \quad (3.15)$$

Из формулы (3.15) видно, что при планировании с уменьшением скорости дальность полета возрастает.

### 3.4. ХАРАКТЕРНЫЕ МАНЕВРЫ САМОЛЕТА

Под маневренностью самолета обычно понимают способность самолета быстро изменять положение центра масс в пространстве, т. е. скорость, высоту и направление полета. Рассмотрим некоторые маневры в вертикальной и горизонтальной плоскостях. Маневры удобно изучать, используя уравнения движения центра масс самолета в перегрузках. Получим эти уравнения, взяв за исходную систему уравнений:

$$\begin{aligned} m\dot{V} &= P - X_a - mg \sin \Theta, \\ mV\dot{\Theta} &= [P(\alpha + \varphi_p) + Y_a] \cos \gamma_a - mg \cos \Theta, \\ -mV \cos \Theta \dot{\Psi} &= [P(\alpha + \varphi_p) + Y_a] \sin \gamma_a. \end{aligned} \quad (3.16)$$

Введем понятие перегрузки. Под перегрузкой  $n$  летательного аппарата понимается отношение результирующей силы  $\vec{R}$  к произведению массы летательного аппарата на ускорение свободного падения

$$\vec{n} = \vec{R} / mg. \quad (3.17)$$

В результирующую силу  $\vec{R}$  входит аэродинамическая сила  $\vec{R}_a$  и сила тяги  $\vec{P}$ . Таким образом,

$$\vec{n} = (\vec{R}_a + \vec{P}) / mg. \quad (3.18)$$

Спроектируем вектор перегрузки  $\vec{n}$  на оси скоростной системы координат. В результате получим следующие составляющие:

тангенциальная перегрузка  $n_{xa}$ :

$$n_{xa} = (P - X_a) / mg; \quad (3.19)$$

нормальная скоростная перегрузка  $n_{ya}$

$$n_{ya} = \frac{P(\alpha + \varphi_p) + Y_a}{mg}. \quad (3.20)$$

Запишем теперь уравнения в перегрузках. Разрешая уравнения движения (3.16) относительно  $\dot{V}$ ,  $\dot{\Theta}$ ,  $\dot{\Psi}$ , и с учетом выражений для составляющих перегрузки, получаем

$$\begin{aligned} \dot{V} &= g(n_{xa} - \sin \Theta), \\ \dot{\Theta} &= g/V(n_{ya} \cos \gamma_a - \cos \Theta), \\ \dot{\Psi} &= -(g/V \cos \Theta)n_{ya} \sin \gamma_a. \end{aligned} \quad (3.21)$$

Рассмотрим теперь конкретные маневры. Начнем с маневров в вертикальной плоскости.

*Пикирование самолета.* Пикированием называется неустановившееся снижение самолета, сопровождающееся быстрой потерей высоты. Условно траекторию пикирования можно разбить на три участка (рис. 3.1). Первый участок — вход в пикирование — криволинейный участок 1—2, служащий для перехода от горизонтального полета (до точки 1) к снижению. Далее следуют прямолинейный участок пикирования 2—3 с постоянным углом наклона траектории  $\Theta$ . Заключительный участок — криволинейный участок выхода из пикирования 3—4.

Рассмотрим дифференциальное уравнение для угла наклона траектории при  $\gamma_a = 0$ :

$$\dot{\Theta} = g/V(n_{ya} - \cos \Theta). \quad (3.22)$$

Очевидно, что на первом участке 1—2  $\dot{\Theta} < 0$  и, следовательно,  $n_{ya} < \cos \Theta$ . На втором участке 2—3 выполняется условие:  $\dot{\Theta} = 0$ , и поэтому  $n_{ya} = \cos \Theta$ . На заключительном участке 3—4:  $\dot{\Theta} > 0$  и  $n_{ya} > \cos \Theta$ . Отметим, что желательно входить в пикирование и выходить из него по возможности быстро и с минимальной потерей высоты.

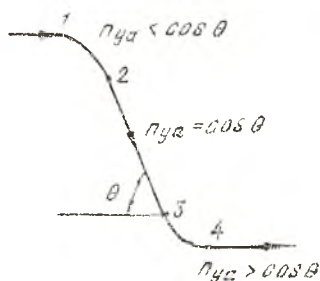


Рис. 3.1. Траектория пикирования

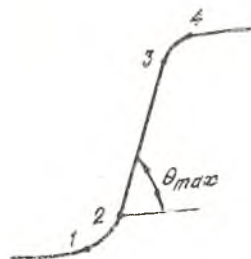


Рис. 3.2. Траектория маневра «горка»

«Горка». «Горкой» называется маневр самолета, производимый для быстрого набора высоты по S-образной траектории, лежащей в вертикальной плоскости (рис. 3.2).

Из уравнения (3.22) следует, что на горизонтальном участке полета (до точки 1) при  $\Theta = 0$ :  $n_{ya} = \cos \Theta = \cos 0 = 1$ . На участке 1—2 — входе в горку — самолет переходит в криволинейный полет по восходящей траектории, поэтому должна быть создана перегрузка  $n_{ya} > 1$ . По достижении максимального угла наклона траектории  $\Theta_{\max}$  самолет переводится в прямолинейный полет с перегрузкой  $n_{ya} = \cos \Theta_{\max}$  (участок 2—3). Заключительный участок — криволинейный выход из горки 3—4 — совершается с перегрузкой  $n_{ya} < \cos \Theta$ , т. к.  $\Theta < 0$ . Таким образом, траектория горки аналогична траектории пикирования. Разница заключается в том, что движение происходит в обратном направлении, а именно, вверх.

Рассмотрим маневр самолета в горизонтальной плоскости.

*Правильный вираж самолета.* Криволинейный маневр, служащий для изменения направления движения, называется *разворотом самолета*. Полный разворот на  $360^\circ$  называется *виражом*. Вираж в горизонтальной плоскости, при выполнении которого все параметры движения (скорость, углы атаки, крена и скольжения) остаются постоянными, называется *установившимся*. Установившийся вираж без скольжения называется *правильным*. Схема сил, действующих на самолет, приведена на рис. 3.3.

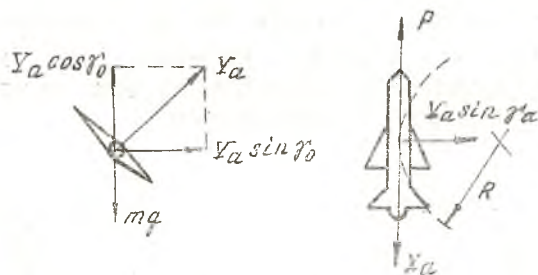


Рис. 3.3. Схема сил, действующих на самолет при выполнении виража

Занишем уравнения движения с учетом  $\Theta = 0$ :

$$\dot{V} = gn_{xa},$$

$$\dot{\Theta} = g/V(n_{ya} \cos \gamma_a - 1) = 0,$$

$$\dot{\Psi} = -(g/V)n_{ya} \sin \gamma_a.$$

Из кинематики движения самолета по окружности радиуса  $R$  следует:  $V = R\dot{\Psi}$ ,  $\dot{\Psi} = V/R$ . Тогда можно записать

$$V/R = g/V (n_{ya} \sin \gamma_a)$$

(знак «—» опущен, так как не играет роли) и

$$R = \frac{V^2}{g n_{ya} \sin \gamma_a}. \quad (3.23)$$

Выразим  $\gamma_a$  через  $n_{ya}$ , и с этой целью рассмотрим второе уравнение:

$$g/V(n_{ya} \cos \gamma_a - 1) = 0,$$

$$n_{ya} \cos \gamma_a - 1 = 0,$$

$$n_{ya} \cos \gamma_a = 1.$$

Следовательно,

$$\cos \gamma_a = \frac{1}{n_{ya}}, \quad \sin \gamma_a = \sqrt{1 - \frac{1}{n_{ya}^2}} = \frac{1}{n_{ya}} \sqrt{n_{ya}^2 - 1}.$$

Подставляя это соотношение в формулу (3.23), окончательно получаем выражение для радиуса правильного виража

$$R = \frac{V^2}{g \sqrt{n_{ya}^2 - 1}}.$$

Определим время выполнения виража:

$$T = \frac{2\pi R}{V} = \frac{2\pi V^2}{Vg \sqrt{n_{ya}^2 - 1}} = \frac{2\pi V}{g \sqrt{n_{ya}^2 - 1}}.$$

Для определения всех параметров виража достаточно знать значения двух величин, например, скорости и перегрузки.

## 4. ДАЛЬНОСТЬ И ПРОДОЛЖИТЕЛЬНОСТЬ ПОЛЕТА

### 4.1. ОБЩИЕ СООТНОШЕНИЯ ДЛЯ РАСЧЕТА ДАЛЬНОСТИ И ПРОДОЛЖИТЕЛЬНОСТИ ПОЛЕТА САМОЛЕТА С ТРД

Дальностью полета называется расстояние, измеренное по земной поверхности, которое может пролетать самолет, расходуя определенный запас топлива.

При этом время, затраченное на полет, называется *продолжительностью полета*. Дальность и продолжительность полета

определяются величиной располагаемого запаса топлива и выбором режима полета самолета.

Определим часовой расход топлива  $q_{\text{ч}}$  (кг/ч):

$$q_{\text{ч}} = C_{\text{уд}} P \quad (4.1)$$

и километровой расход  $q_{\text{к}}$  (кг/км):

$$q_{\text{к}} = \frac{q_{\text{ч}}}{3,6 V} = \frac{C_{\text{уд}} P}{3,6 V},$$

если скорость  $V$  задается в метрах на секунду или

$$q_{\text{к}} = \frac{q_{\text{ч}}}{V} = \frac{C_{\text{уд}} P}{V}, \quad (4.2)$$

если скорость  $V$  задается в километрах в час.

Поскольку

$$\frac{dm}{dL} = - \frac{dm_{\text{T}}}{dL} = - \frac{C_{\text{уд}} P}{3,6 V} = -q_{\text{к}},$$

где  $m_{\text{T}}$  — масса топлива, то дальность полета  $L_{\text{к}}$  при изменении массы самолета от начальной  $m_{\text{н}}$  до конечной  $m_{\text{к}}$  равна:

$$L_{\text{к}} = - \int_{m_{\text{н}}}^{m_{\text{к}}} \frac{dm}{q_{\text{к}}} = \int_{m_{\text{к}}}^{m_{\text{н}}} \frac{dm}{q_{\text{к}}} = \int_{m_{\text{к}}}^{m_{\text{н}}} \frac{3,6 V}{C_{\text{уд}} P} dm. \quad (4.3)$$

Поскольку

$$\frac{dm}{dt} = - \frac{dm_{\text{T}}}{dt} = -C_{\text{уд}} P = -q_{\text{ч}},$$

то продолжительность полета при изменении массы самолета от  $m_{\text{н}}$  до  $m_{\text{к}}$  равна:

$$t_{\text{к}} = - \int_{m_{\text{н}}}^{m_{\text{к}}} \frac{dm}{q_{\text{ч}}} = \int_{m_{\text{к}}}^{m_{\text{н}}} \frac{dm}{q_{\text{ч}}} = \int_{m_{\text{к}}}^{m_{\text{н}}} \frac{dm}{C_{\text{уд}} P}. \quad (4.4)$$

#### 4.2. РАСЧЕТ ДАЛЬНОСТИ ПОЛЕТА ПРИ ЗАДАННОЙ ВЫСОТЕ И СКОРОСТИ

Пусть полет происходит при неизменной скорости  $V^*$  на постоянной высоте  $H^*$ :

$$V = V^* = \text{const} \quad (M = M^* = \text{const}) \quad \text{и} \quad H = H^* = \text{const}.$$

С уменьшением полетной массы самолета из-за выгорания топлива коэффициент подъемной силы  $C_{\text{ya}}$  будет уменьшаться, так как

$$Y_a = mg,$$

$$C_{ya} = \frac{2mg}{S \rho V^2} = \frac{2mg(H^*)}{S \rho (H^*)(V^*)^2}. \quad (4.5)$$

Это приводит к уменьшению  $C_{xa}$ , так как

$$C_{xa} = C_{xa0} + A C_{ya}^2. \quad (4.6)$$

Для расчета  $L_k = \int_{m_k}^{m_n} \frac{dm}{q_k}$  выразим  $q_k = \frac{C_{yd} P}{3,6 V}$  в функции переменной интегрирования  $m$ :

$$C_{ya}(m) = \frac{2mg}{\rho(H^*)V(H^*)^2S}; \quad (4.7)$$

по поляре  $C_{xa} = f(C_{ya}, M^*)$ ,

$$K = \frac{C_{ya}}{C_{xa}} = K(m); \quad (4.8)$$

$$P_n = \frac{mg}{K(m)} = P_n(m);$$

$$\bar{P} = \frac{P_n(m)}{P_p(H^*, V^*)} \text{ — степень дросселирования двигателя} \quad (4.9)$$

и по дроссельной характеристике определяем  $C_{yd}(m) = f(\bar{P}, H^*, V^*)$ ;

$$q_k = \frac{C_{yd}(m)P(m)}{3,6 V^*} = q_k(m). \quad (4.10)$$

Интеграл 
$$L_k = \int_{m_k}^{m_n} \frac{dm}{q_k(m)} \quad (4.11)$$

подсчитывается численными или графическими методами.

Если участок полета с постоянной скоростью и высотой имеет малую протяженность и массу самолета можно считать постоянной величиной, равной некоторому среднему значению  $m_{ср}$ , то можно принять

$$q_{k \text{ ср}} = q_k(m_{ср})$$

$$\text{и } L_k = \int_{m_k}^{m_n} \frac{dm}{q_{k \text{ ср}}} = \frac{m_n - m_k}{q_{k \text{ ср}}} = \frac{m_T}{q_{k \text{ ср}}}. \quad (4.12)$$

### 4.3. РАСЧЕТ ДАЛЬНОСТИ ПОЛЕТА ПРИ ЗАДАННОЙ ВЫСОТЕ (ПОЛЕТ ПО «ЭШЕЛОНУ»)

Воспользуемся общим соотношением

$$L_k = \int_{m_k}^{m_n} \frac{3,6 V}{C_{уд} \rho} dt. \quad (4.13)$$

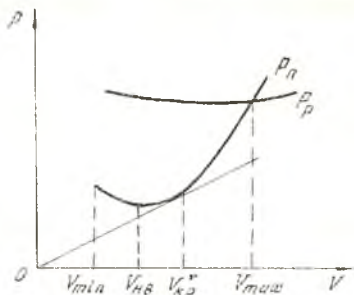


Рис. 4.1. Определение условной крейсерской скорости

$= 1,31 V_{нв}$  и  $V_{нв} < V_{кр}^* < V_{max}$  (рис. 4.1). Более точно выбор режима  $L_{max}$  с учетом переменного удельного расхода производится перебором вблизи  $V_{кр}^*$ .

Для обеспечения максимальной дальности полета, очевидно, следует стремиться к максимуму отношения  $V/P$  или к минимуму отношения  $P/V$ . Поскольку тяга  $P$  является функцией скорости  $V$ , то можно найти такое значение скорости, при котором достигается минимум  $P/V$ . Это можно сделать либо графически, либо аналитически. Соответствующая скорость называется *условной крейсерской скоростью*  $V_{кр}^*$ .

Можно показать, что  $V_{кр}^* =$

### 4.4. РАСЧЕТ ДАЛЬНОСТИ ПОЛЕТА ПРИ ЗАДАННОЙ СКОРОСТИ (ПОЛЕТ ПО «ПОТОЛКАМ»)

Пусть полет происходит с заданной скоростью  $V = V^*$  и с постоянным углом атаки  $\alpha = \alpha^*$  ( $C_{ya} = C_{ya}^*$ ). Практически такой режим возможен, если летчик вмешивается в управление самолетом по углу атаки только для парирования возмущений или если угол тангажа стабилизируется с помощью автопилота. По мере выгорания топлива при сохранении числа  $M^*$  (скорости  $V^*$ ) и коэффициента аэродинамической подъемной силы  $C_{ya}^*$  «облегченный» самолет увеличивает высоту полета.

Из условия равенства аэродинамической подъемной силы и силы тяжести ( $Y_a = mg$ ) определяем зависимость плотности воздуха:

$$\rho(H) = \frac{2 mg}{C_{ya}^* S V^{*2}} = \frac{2 g m(t)}{C_{ya}^* (V^*)^2 S}. \quad (4.14)$$



Отсюда следует, что по мере выгорания топлива (уменьшения массы самолета  $m(t)$ ) плотность воздуха  $\rho(H)$  уменьшается и, следовательно, растет высота полета  $H$ .

Зависимость минимального километрового расхода  $q_{км\ min}$  от высоты полета  $H$  для различных значений массы самолета приведена на рис. 4.2. При приближении к потолку возрастает  $C_{ya}$ . Вследствие этого возрастает лобовое сопротивление, уменьшается аэродинамическое качество, растет километровый расход топлива  $q_{км}$ .

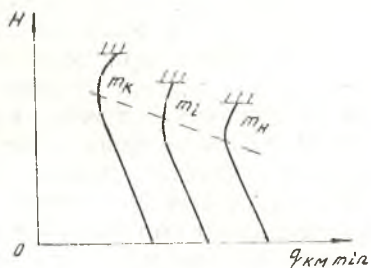


Рис. 4.2. Зависимость минимального километрового расхода от высоты полета для различных значений массы самолета

#### 4.5. ОПТИМАЛЬНЫЕ РЕЖИМЫ КРЕЙСЕРСКОГО ПОЛЕТА

Оптимальный выбор высоты и скорости полета может расширить возможности самолета с точки зрения достижимой дальности полета. Режим полета, при котором километровый расход топлива минимален при каждом текущем значении массы самолета, будем называть *крейсерским*.

Для гражданских самолетов различают следующие режимы крейсерского полета: экономические, максимальной крейсерской скорости, максимальной дальности и максимальной продолжительности.

Режим максимальной крейсерской скорости соответствует номинальному режиму работы двигателей (без дросселирования). Режим максимальной дальности соответствует минимуму километрового расхода  $q_{км\ min}$ . Режим максимальной продолжительности соответствует минимуму часового расхода  $q_{ч\ min}$ . Минимальное время полета на заданную дальность, очевидно, соответствует максимальной скорости.

Основными эксплуатационными режимами гражданского самолета являются экономические, при которых обеспечивается наименьшая себестоимость эксплуатации. Эти режимы лежат в основе составления расписания движения самолетов, норм расхода топлива и рейсового времени. Экономическая скорость  $V_{эк}$  превышает скорость минимальных километровых расходов

$V_{q \text{ км мин}}$ . Например, для самолета ТУ-154 при  $m=70$  т и  $H=11$  км  $V_{\text{эк}} \approx 925$  км/ч, а  $V_{q \text{ км мин}} \approx 780$  км/ч.

На практике при полетах на большую дальность с целью уменьшения расхода топлива на полет, а также для обеспечения требований службы управления воздушным движением (УВД) по сокращению плотности воздушного движения на отдельных участках трассы применяется ступенчатый профиль смены эшелонов. Он состоит из двух, трех и более участков горизонтального полета. Полет «по потолкам» соответствует минимальному расходу топлива, который используется в особых случаях (например при отказе двигателей), когда по согласованию со службой УВД получено разрешение на полет «по потолкам» без выдерживания заданных эшелонов.

Для боевых самолетов важной характеристикой является радиус действия, т. е. расстояние по поверхности Земли, которое может пролететь самолет в одном направлении с последующим возвращением на аэродром вылета.

#### 4.6. РАСЧЕТ ДАЛЬНОСТИ ПОЛЕТА НА УЧАСТКАХ НАБОРА ВЫСОТЫ И СНИЖЕНИЯ

При расчете дальности полета на участке набора высоты  $L_{\text{наб}}$  необходимо иметь зависимости от времени  $t$  для скорости набора  $V_{\text{наб}}(t)$  и угла наклона траектории  $\Theta_{\text{наб}}(t)$ . Тогда

$$L_{\text{наб}} = \int_0^{t(H)} V_{\text{наб}}(t) \cos \Theta_{\text{наб}}(t) dt \approx V_{\text{наб ср}} \cdot t(H),$$

где  $V_{\text{наб ср}}$  — среднее значение скорости при наборе высоты.

Если набор высоты происходит по прямолинейной траектории (рис. 4.3), то

$$L_{\text{наб}} = H_{\text{кр}} \operatorname{ctg} \Theta_{\text{наб}}, \quad (4.15)$$

где  $H_{\text{кр}}$  — высота крейсерского участка полета.

При снижении самолета по прямолинейной траектории дальность полета составляет

$$L_{\text{сн}} = H_{\text{кр}} \operatorname{ctg} |\Theta_{\text{сн}}|, \text{ т. к. } \Theta_{\text{сн}} < 0. \quad (4.16)$$

При планировании самолета, как было показано ранее,

$$\operatorname{tg} |\Theta_{\text{сн}}| = 1/K, \quad (4.17)$$

и, следовательно, дальность планирования будет

$$L_{пл} = H_{кр} K. \quad (4.18)$$

Дальность полета при снижении определяется соотношением

$$L_{сн} = \int_{H_{кр}}^0 \frac{dH}{\operatorname{tg} \Theta(H)}. \quad (4.19)$$

Рассмотрим случай снижения с изменяющимся наклоном траектории. Вначале получим формулу для угла наклона траектории в предположении, что скорость и угол наклона траектории изменяются незначительно, т. е.  $\dot{V} \approx 0$  и  $\dot{\Theta} \approx 0$ . Запишем известные соотношения равновесия сил, действующих на самолет, в следующем виде:

$$\begin{aligned} P - X_a &= mg \sin \Theta, \\ Y_a &= mg \cos \Theta. \end{aligned} \quad (4.20)$$

Тогда можно получить, что

$$\operatorname{tg} \Theta = \frac{P - X_a}{Y_a}, \quad (4.21)$$

а с учетом  $Y_a \approx mg$  (т. к.  $\cos \Theta \approx 1$  вследствие снижения самолета с небольшим углом наклона траектории) окончательно запишем

$$\operatorname{tg} \Theta = P/mg - 1/K. \quad (4.22)$$

С учетом вышесприведенной формулы (4.22) запишем

$$L_{сн} = \int_{H_{кр}}^0 \frac{dH}{P/mg - 1/K} = \int_0^{H_{кр}} \frac{dH}{1/K - P/mg}.$$

При расчетах обычно пользуются величиной

$$K^* = \frac{1}{1/K - P/mg}, \quad (4.23)$$

которую называют *условным аэродинамическим качеством* самолета с работающим двигателем ( $K^* = 20 \dots 30$ ). Таким образом, средняя  $K^*$ , получаем

$$L_{сн} = H_{кр} K_{ср}^*. \quad (4.24)$$

## 5. ВЗЛЕТНЫЕ И ПОСАДОЧНЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ САМОЛЕТА

### 5.1. ВЗЛЕТ САМОЛЕТА С РАЗБЕГОМ

При малых скоростях движения крыло не может создать подъемной силы, достаточной для поддержания самолета в воздухе, поэтому на начальном этапе взлета необходимо использовать

опорную реакцию грунта, взлетной полосы или водной поверхности. Таким образом, взлет должен состоять из двух участков: наземного (разбега по поверхности) и воздушного (разгона в воздухе с набором высоты). Под взлетом подразумевается движение самолета с разгоном от точки старта до набора безопасной высоты (высоты круга порядка 400..500 м) и установки полетной конфигурации самолета для дальнейшего набора высоты по маршруту.

Полный взлет с разбегом состоит из следующих этапов: разбег до скорости отрыва  $V_{отр}$ ; отрыв и разгон до безопасной скорости  $V_2$  с одновременным набором безопасной высоты; начальный набор высоты с переходом к полетной конфигурации и разгоном до скорости набора высоты по маршруту. В дальнейшем будем рассматривать взлетную дистанцию самолета, т. е.

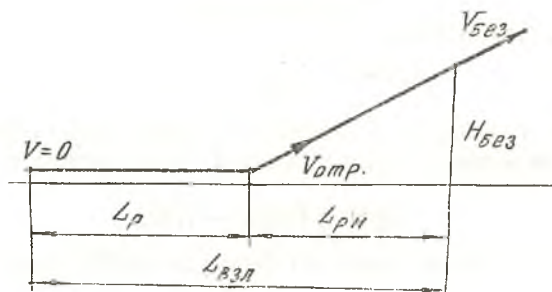


Рис. 5.1. Взлетная дистанция самолета

суммарную дистанцию первых двух этапов взлета: разбега и разгона до безопасной скорости (рис. 5.1).

Рассмотрим разбег самолета с трехопорным шасси по твердой горизонтальной поверхности при отсутствии ветра. Примем, что траектория прямолинейна и лежит в вертикальной плоскости.

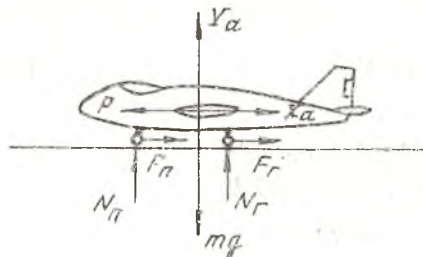


Рис. 5.2. Схема сил, действующих на самолет при разбеге

Рассмотрим схему сил, действующих на самолет при разбеге (рис. 5.2) Кроме известных нам ранее сил:  $P$ ,  $Y_a$ ,  $X_a$  и  $mg$  — при разбеге на самолет действуют  $N_r$  и  $N_n$  — силы нормальных реакций, а также  $F_r$  и  $F_n$  — силы трения. Эти силы действу-

ют соответственно на главные (основные) опоры и переднюю опору шасси.

Спроектировав силы на оси траекторной системы координат, запишем уравнения движения:

$$m\dot{V} = P \cos(\alpha + \varphi_p) - X_a - F_r - F_n, \quad (5.1)$$

$$mV\dot{\Theta} = P \sin(\alpha + \varphi_p) + Y_a + N_r + N_n - mg. \quad (5.2)$$

Поскольку разбег происходит горизонтально, то  $\Theta = 0$ , и из уравнения (5.2) можно определить сумму нормальных реакций:

$$-(N_r + N_n) = P \sin(\alpha + \varphi_p) + Y_a - mg. \quad (5.3)$$

Между силами  $F_r$  и  $N_r$ , а также  $N_n$  и  $F_n$  существуют очевидные соотношения:

$$F_r = f_r N_r; \quad F_n = f_n N_n, \quad (5.4)$$

где  $f_r, f_n$  — коэффициенты трения.

Считая, что  $f_r = f_n = f$ , запишем

$$F_r + F_n = f(N_r + N_n) \quad (5.5)$$

или с учетом формулы (5.3)

$$-(F_r + F_n) = -f(N_r + N_n) = f[P \sin(\alpha + \varphi_p) + Y_a - mg]. \quad (5.6)$$

На большей части разбега угол  $(\alpha + \varphi_p)$  мал, и поэтому

$$\cos(\alpha + \varphi_p) \approx 1, \quad \sin(\alpha + \varphi_p) \approx \alpha + \varphi_p$$

и, кроме того,  $P(\alpha + \varphi_p) \ll Y_a$ . Учитывая это, получим

$$-(F_n + F_r) = f(Y_a - mg),$$

$$F_n + F_r = f(mg - Y_a). \quad (5.7)$$

Теперь подробно рассмотрим первое уравнение и с учетом (5.7) преобразуем его:

$$m\dot{V} = P - X_a - (F_r + F_n),$$

$$m\dot{V} = P - X_a - f(mg - Y_a), \quad (5.8)$$

$$\dot{V} = \frac{P}{m} - \frac{X_a}{m} - \frac{f}{m}(mg - Y_a) = \frac{P}{m} - \frac{X_a}{m} - f\left(g - \frac{Y_a}{m}\right).$$

Поскольку

$$X_a = C_{xa} \frac{S \rho V^2}{2}, \quad (5.9)$$

$$Y_a = C_{ya} \frac{S \rho V^2}{2},$$

то окончательно получим

$$\dot{V} = g \left[ \frac{P}{mg} - f - (C_{xa} - C_{ya}f) \frac{\rho V^2}{2} S \frac{1}{mg} \right], \quad (5.10)$$

При заданном режиме работы двигателя выражение в квадратных скобках является функцией угла атаки, т. к.  $C_{ya}(\alpha)$ , а  $C_{xa}(C_{ya})$  и  $C_{xa}(\alpha)$ , и скорости. Это есть не что иное, как тангенциальная перегрузка  $n_{xa}(\alpha, V)$ , поэтому уравнение для скорости можно записать в виде

$$\dot{V} = g n_{xa}(\alpha, V). \quad (5.11)$$

Интегрируя это уравнение, получим формулу для определения времени разбега:

$$t_p = \int_0^{\dot{V}_{отр}} \frac{dV}{g n_{xa}(\alpha, V)}. \quad (5.12)$$

Теперь получим формулу для определения длины разбега:

$$\frac{dL}{dt} = V, \quad \frac{dL}{dV} = \frac{dL/dt}{dV/dt} = \frac{V}{g n_{xa}(\alpha, V)}, \quad (5.13)$$

$$L_p = \int_0^{\dot{V}_{отр}} \frac{V dV}{g n_{xa}(\alpha, V)}.$$

Если задать программу угла атаки от скорости  $\alpha(V)$ , то  $n_{xa}$  зависит только от скорости —  $n_{xa}(V)$ . В этом случае интеграл можно определить графически или численно. Обычно программу  $\alpha(V)$  выбирают таким образом, чтобы минимизировать длину разбега. Это, очевидно, соответствует максимуму  $n_{xa}$  (минимуму  $C_{xa} - f C_{ya}$ ). По эксплуатационным соображениям (ухудшение обзора при большом угле атаки, трудность выдерживания направления при поднятой передней стойке) стояночный угол атаки сохраняется до скорости подъема переднего колеса, равной  $(0,7 \dots 0,95) V_{отр}$ . Затем угол атаки увеличивается так, чтобы к моменту достижения скорости отрыва  $V_{отр}$  он стал заданным, равным  $\alpha_{отр}$ . При такой технике пилотирования при взлете за счет небольшого увеличения длины разбега улучшается удобство пилотирования и повышается безопасность при взлете.

При приближенных расчетах предполагается, что при разбеге на самолет действует некоторая средняя тангенциальная перегрузка

$$n_{xa \text{ ср}} = \frac{P}{mg} - f. \quad (5.14)$$

Тогда приближенно дистанцию разбега можно оценить по формуле

$$L_p \approx \frac{V_{отр}^2}{2\left(\frac{P}{mg} - f\right)g}. \quad (5.15)$$

Самолет отрывается от Земли при достижении некоторой скорости  $V_{отр}$ , когда аэродинамическая подъемная сила плюс вертикальная составляющая силы тяги уравнивают силу тяжести. При этом нормальная реакция равна нулю. Определим скорость отрыва, приняв  $N_r + N_n = 0$  и  $\sin(\alpha + \varphi_p) \approx \alpha + \varphi_p$ . Тогда из условия равновесия сил

$$P(\alpha + \varphi_p) + Y_a = mg,$$

$$P(\alpha + \varphi_p) + C_{ya\ отр} S \frac{\rho V_{отр}^2}{2} = mg,$$

и окончательно

$$V_{отр} = \sqrt{\frac{2mg}{S\rho C_{ya\ отр}} \left[ 1 - \frac{P}{mg}(\alpha_{отр} + \varphi_p) \right]}. \quad (5.16)$$

Из этого выражения следует, что для уменьшения скорости отрыва (следовательно, и дистанции разбега) следует увеличить коэффициент аэродинамической подъемной силы при отрыве. Из-за опасности срыва потока и сваливания самолета на крыло величина  $C_{ya\ отр}$  не должна превышать 0,85  $C_{ya\ доп}$ .

К основным способам уменьшения длины разбега относятся: увеличение тяговооруженности (взлетные и форсажные режимы, установка ускорителей) и уменьшение скорости отрыва (применение механизации крыла — выдвижные и многоцелевые закрылки, предкрылки и т. п.).

После отрыва самолет переводится в режим неустановившегося набора высоты. Ввиду малой протяженности этого участка точный расчет траектории необязателен. Поэтому подсчитаем длину  $L_{пр}$  разгона с набором высоты с помощью энергетического метода. Для этого сравним приращение полной энергии самолета с работой внешних сил. Полная энергия самолета в момент его отрыва полностью определяется его кинетической энергией

$$W_1 = \frac{mV_{отр}^2}{2}, \quad (5.17)$$

а в конце набора высоты представляет сумму потенциальной и кинетической энергий

$$W_2 = \frac{mV_2^2}{2} + mgH_{без}, \quad (5.18)$$

где  $H_{\text{без}} = 10,7$  м — высота набора безопасной скорости,  $V_2 = (1,2-1,3) V_{\text{отр}}$  (по статистике). Работа внешних сил, действующих в направлении движения  $A = \int_l \Delta P dl$ , где  $\Delta P = P - X_a$  —

избыток тяги, а интеграл вычисляется по длине  $l$  траектории набора высоты. Примем  $\Delta P \approx \Delta P_{\text{ср}} = \text{const}$ , и угол наклона траектории невелик —  $\cos \Theta \approx 1$ . Тогда  $A \approx \Delta P_{\text{ср}} \cdot L_{\text{пр}}$ , так как  $L_{\text{пр}} = l \cos \Theta$ . Приравнявая изменение энергии

$$\Delta W = W_2 - W_1$$

произведенной работе, получаем  $\Delta W = A$ :

$$\frac{mV_2^2}{2} + mgH_{\text{без}} - \frac{mV_{\text{отр}}^2}{2} = \Delta P_{\text{ср}} L_{\text{пр}}, \quad (5.19)$$

$$L_{\text{пр}} = \frac{mg}{\Delta P_{\text{ср}}} \left( \frac{V_2^2 - V_{\text{отр}}^2}{2g} + H_{\text{без}} \right).$$

Взлетная дистанция будет равна сумме длин разбега и набора высоты с разгоном:

$$L_{\text{взл}} = L_p + L_{\text{пр}}. \quad (5.20)$$

Например, для самолета ТУ-154 взлетная дистанция составляет 2200...2500 м.

## 5.2. ПРЕРВАННЫЙ И ПРОДОЛЖЕННЫЙ ВЗЛЕТ

При взлете самолета может произойти отказ одного или части двигателей при разбеге. Тяговооруженность современных самолетов позволяет совершать взлет даже при работе половины двигателей. Поэтому при отказе двигателя возможно как продолжение взлета на работающих двигателях (продолженный взлет), так и прекращение взлета (прерванный взлет). Принятие решения о прекращении или продолжении взлета зависит от скорости  $V_{\text{отк}}$ , при которой произошел отказ двигателя. Критерием для принятия решения является так называемая *критическая скорость взлета*  $V_{\text{крит}}$ . Это наибольшая достигаемая самолетом скорость, при которой в случае отказа двигателя возможно как безопасное прекращение взлета, так и его продолжение.

Рассмотрим порядок определения критической скорости взлета. Рассчитывается длина продолженного взлета  $L_{\text{прод}}$ , в которую входят участок разбега на всех двигателях от  $V = 0$  до  $V = V_{\text{отк}}$ ; участок разбега при одном неработающем двига-



теле от  $V_{отк}$  до  $V_{отр}$  и участок набора безопасной скорости до высоты  $H_{без}$ . Строится график зависимости  $L_{прод}(V_{отк})$  (рис.5.3). Затем рассчитывается длина прерванного взлета  $L_{прер}$ , куда вхо-

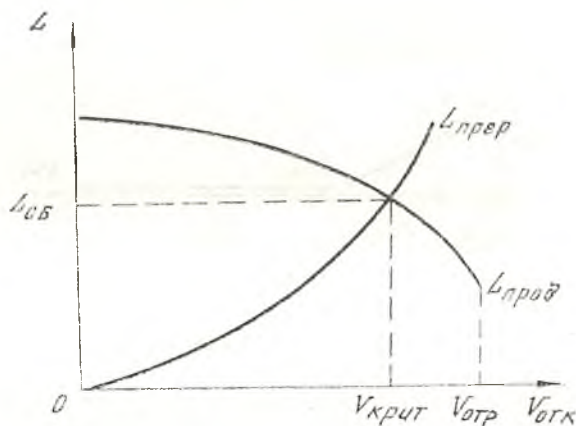


Рис. 5.3. Определение критической скорости взлета

дят участок разбега при одном неработающем двигателе (из-за реакции летчика на отказ, которая равна примерно 3 сек) и участок торможения до  $V = 0$ . Строится график зависимости  $L_{прер}(V_{отк})$  (см. рис.5.3). Точка пересечения двух данных кривых и будет соответствовать критической скорости взлета. Очевидно, что при  $V_{отк} < V_{крит}$  взлет следует прекратить, а при  $V_{отк} > V_{крит}$  продолжить. Критическая скорость рассчитывается перед каждым взлетом в зависимости от его конкретных условий.

Потребная длина взлетно-посадочной полосы (ВПП), соответствующая отказу при  $V_{крит}$ , называется *сбалансированной длиной*  $L_{сб}$ .

### 5.3. ПОСАДКА САМОЛЕТА С ПРОБЕГОМ

Посадка с пробегом является маневром, завершающим полет. В процессе посадки рассеивается энергия самолета, уменьшаются скорости и высота полета. Посадочная дистанция состоит из двух участков: воздушного и наземного (рис. 5.4). Началом посадочной дистанции считается точка, расположенная на высоте  $H_{сн}$  (15 м) над входной кромкой ВПП. После пролета над этой точкой начинается первый этап посадки — планирование, который является продолжением предыдущего снижения по глиссаде. Поскольку угол наклона траектории при снижении невелик

(по нормам автоматизированной посадки он равен  $2^{\circ}40'$ ), то для его выдерживания приходится снижаться с работающим двигателем. На высоте 8...12 м над ВПП путем увеличения  $C_{ya}$  соз-

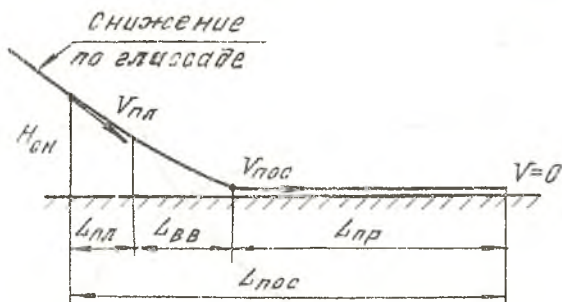


Рис. 5.4. Посадочная дистанция самолета

дается перегрузка  $n_{ya} > 1$ . Траектория искривляется вверх, чтобы стать горизонтальной на высоте около 1 м от нижней кромки колес шасси до поверхности полосы. Этот участок называется *выравниванием*. Далее на горизонтальном участке выдерживания скорость уменьшается. Для сохранения постоянной перегрузки  $n_{ya} = 1$  угол атаки постепенно увеличивается. Когда угол атаки станет равен посадочному  $\alpha_{пос}$ , то его увеличение прекращается. При правильной посадке выдерживание происходит с уменьшением расстояния до ВПП, и самолет плавно касается земли колесами основных стоек шасси. Скорость самолета в этот момент называется *посадочной*.

Следует отметить, что для современных скоростных самолетов все эти этапы проводятся слитно, как единый маневр (может отсутствовать выдерживание).

Наземный участок посадки — пробег — начинается с движения на главных колесах. Из-за плохого обзора и невозможности торможения колес нос самолета опускают, и большая часть пробега происходит при стояночном угле атаки. Дистанция от точки на высоте 15 м до полной остановки самолета составляет посадочную дистанцию  $L_{пос}$ :

$$L_{пос} = L_{пл\ вв} + L_{пр}. \quad (5.21)$$

Будем вести расчет воздушного участка посадки с помощью энергетического метода с привлечением статистических данных. Приравняем изменение полной энергии работе внешних сил:

$$\Delta W = W_1 - W_2 = A,$$

$$W_1 = m \frac{V_{пл}^2}{2} + mg H_{сн},$$

$$W_2 = m \frac{V_{\text{пос}}^2}{2},$$

$$A = (X_a - P) L_{\text{пл вв}},$$

$$mg \left( \frac{V_{\text{пл}}^2 - V_{\text{пос}}^2}{2g} + H_{\text{св}} \right) = (X_a - P) L_{\text{пл вв}}.$$

Полагая  $Y_a \approx mg$  и вводя обозначение

$$K_{\text{ср}}^* = \frac{Y_a}{X_a - P} \quad (5.22)$$

с учетом ненулевой тяги двигателей, получаем формулу для определения воздушной дистанции посадки

$$L_{\text{пл вв}} = K_{\text{ср}}^* \left( \frac{V_{\text{пл}}^2 - V_{\text{пос}}^2}{2g} + H_{\text{св}} \right), \quad (5.23)$$

Здесь  $K_{\text{ср}}^*$  — условное среднее аэродинамическое качество на воздушном участке (при отклоненных закрылках и выпущенных шасси), для самолетов с ТРД  $K_{\text{ср}}^* = 6 \dots 8$ .

Определим скорость планирования и посадочную скорость из условия равенства аэродинамической подъемной силы и силы тяжести:

$$V_{\text{пл}} = \sqrt{\frac{2mg}{C_{y\text{апл}} \rho S}}, \quad (5.24)$$

$$V_{\text{пос}} = \sqrt{\frac{2mg}{C_{y\text{апос}} \rho S}}, \quad (5.25)$$

где  $C_{y\text{апл}} = (0,5 \dots 0,7) C_{y\text{апос}}$ ,  $C_{y\text{апос}} \approx 0,75 C_{y\text{адоп}}$  (в посадочной конфигурации).

Отметим, что скорость планирования должна быть не меньше 1,3 минимальной скорости в посадочной конфигурации самолета.

При пробеге на самолет действуют те же силы, что и при разбеге. Отличие состоит в том, что при беге тяга двигателя соответствует режиму земного малого газа или (при реверсе) может быть отрицательной. Уравнения движения, использовавшиеся при изучении разбега, полностью справедливы и при рассмотрении пробега. Так как колеса основных опор шасси тормозят, то коэффициенты трения  $f_{\text{г}}$  и  $f_{\text{п}}$  различны. Для упрощения анализа введем коэффициент трения, определяемый из условия

$$f_{\text{пр}} (N_{\text{г}} + N_{\text{п}}) = f_{\text{г}} N_{\text{г}} + f_{\text{п}} N_{\text{п}}. \quad (5.26)$$

В среднем  $f_{\text{пр}} = 0,2 \dots 0,3$  для сухого бетона.

С учетом введенного обозначения запишем выражение для тангенциальной перегрузки

$$n_{\text{ха}}(V) = \frac{P}{mg} - f_{\text{пр}} - (C_{x\text{а}} - f_{\text{пр}} C_{y\text{а}}) \frac{S \rho V^2}{2mg}. \quad (5.27)$$

Определим длину пробега из соотношений

$$\frac{dL}{dt} = V, \quad \frac{dV}{dt} = n_{xa}(V)g, \quad \frac{dt}{dV} = \frac{V}{gn_{xa}(V)},$$

$$L_{\text{пр}} = \int_{V_{\text{пос}}}^0 \frac{VdV}{gn_{xa}(V)} = \int_0^{V_{\text{пос}}} \frac{VdV}{g|n_{xa}(V)|}, \quad \text{так как } n_{xa} < 0.$$

Приближенно можно считать, что

$$L_{\text{пр}} = \frac{V_{\text{пос}}^2}{2g|n_{xa \text{ ср}}|} \quad (5.28)$$

Сумма длин воздушного  $L_{\text{пл вв}}$  и наземного  $L_{\text{пр}}$  участков определяет длину посадочной дистанции. Для самолета ТУ-154 она составляет 2000...2300 м. Потребная длина ВПП должна быть в 1,66 раза больше расчетной.

К возможным способам уменьшения длины пробега относятся следующие: максимальное увеличение тормозящей силы (реверс тяги, торможение колес, тормозные щитки), уменьшение посадочной скорости (механизация крыла, управление пограничным слоем).

Преобладающим и определяющим шумом при эксплуатации самолетов является шум, создаваемый на местности при взлете и заходе на посадку. ИКАО рекомендует метод посадки с малым уровнем шума, согласно которому самолет заходит на посадку с большей скоростью и на значительно большей высоте при очень малой тяге двигателей и выпускает закрылки и шасси лишь вблизи ВПП. Потребная для полета по глиссаде тяга в посадочной конфигурации создается лишь за 45...50 с до момента касания ВПП. К этому времени самолет обычно проходит над населенными пунктами, расположенными в районе аэропорта, но уже с меньшим шумом (на 40—50%) по сравнению с уровнем шума при обычном методе посадки.

#### БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

- Аэромеханика самолета/Под ред. А. Ф. Бочкарева и В. В. Андреевского. М: Машиностроение, 1985. 359 с.  
 Мхитарян А. М. Динамика полета. М: Машиностроение, 1978. 428 с.  
 Остославский И. В. Аэродинамика самолета. М: Оборонгиз, 1957. 491 с.

## ОГЛАВЛЕНИЕ

Введение . . . . .	3
1. Уравнения движения самолета . . . . .	4
1.1. Применение общих теорем механики к составлению уравнений движения самолета . . . . .	4
1.2. Системы координат, применяемые в динамике полета самолета . . . . .	6
1.3. Взаимная ориентация систем координат . . . . .	8
1.4. Разделение общего движения самолета на движение центра масс и его вращение вокруг центра масс . . . . .	11
1.5. Уравнения движения центра масс самолета в проекциях на оси траекторной системы координат . . . . .	12
1.6. Уравнения движения самолета в частных случаях . . . . .	13
2. Расчет летных характеристик самолета в установившемся прямолинейном полете . . . . .	15
2.1. Исходные данные для расчета траекторий самолета . . . . .	15
2.2. Упрощенный метод тяг . . . . .	18
2.3. Характерные области и режимы на диаграмме потребных и располагаемых тяг . . . . .	21
2.4. Расчет скороподъемности, теоретического и практического потолков самолета . . . . .	24
2.5. Расчет установившегося снижения самолета с работающим двигателем. Планирование самолета . . . . .	27
3. Методы расчета нестационарных режимов полета самолета . . . . .	29
3.1. Учет изменения кинетической энергии самолета при наборе высоты . . . . .	29
3.2. Разгон и торможение самолета в горизонтальном полете . . . . .	31
3.3. Расчет неустановившегося снижения самолета . . . . .	31
3.4. Характерные маневры самолета . . . . .	34
4. Дальность и продолжительность полета . . . . .	37
4.1. Общие соотношения для расчета дальности и продолжительности полета самолета с ТРД . . . . .	37
4.2. Расчет дальности полета при заданной высоте и скорости . . . . .	38
4.3. Расчет дальности полета при заданной высоте (полет по «эшелону») . . . . .	40
4.4. Расчет дальности полета при заданной скорости (полет по «потолкам») . . . . .	40
4.5. Оптимальные режимы крейсерского полета . . . . .	41
4.6. Расчет дальности полета на участках набора высоты и снижения . . . . .	42
5. Взлетные и посадочные характеристики самолета . . . . .	43
5.1. Взлет самолета с разбегом . . . . .	43
5.2. Прерванный и продолженный взлет . . . . .	48
5.3. Посадка самолета с пробегом . . . . .	49
Библиографический список . . . . .	52

*Балакин Виктор Леонидович*  
*Юрин Владимир Викторович*

*РАСЧЕТ ТРАЕКТОРИИ*  
*И ЛЕТНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК САМОЛЕТА*

Редактор Е. Д. Антонова  
Техн. редактор Г. А. Усачева  
Корректор Н. С. Куприянова

Свод. тем. пл. № 52  
Сдано в набор 11.11.91. Подписано в печать 26.02.92 г.  
Формат 60×84 1/16. Бумага оберточная.  
Гарнитура литературная. Печать высокая.  
Усл. печ. л. 3,25. Усл. кр.-отт. 3,49. Уч.-изд. л. 3,34.  
Тираж 300 экз. Заказ 759. Цена 1 р.

Самарский ордена Трудового Красного Знамени  
авиационный институт имени академика С. П. Королева.  
443086 Самара, Московское шоссе, 34.

---

Тип. ЭОЗ Самарского авиационного института.  
443001 Самара, ул. Ульяновская, 18.