

МИНИСТЕРСТВО ВЫСШЕГО И СРЕДНЕГО
СПЕЦИАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ РСФСР

КУЙБЫШЕВСКИЙ ОРДЕНА ТРУДОВОГО КРАСНОГО ЗНАМЕНИ
АВИАЦИОННЫЙ ИНСТИТУТ имени С. П. КОРОЛЕВА

*КАФЕДРА «ДИНАМИКА ПОЛЕТА И СИСТЕМЫ
УПРАВЛЕНИЯ»*

В. М. Белоконов

В. А. Вьюжанин

РАСЧЕТ ЛЕТНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК ЛЕТАТЕЛЬНЫХ АППАРАТОВ

*Учебное пособие для курсового и дипломного
проектирования по динамике полета*

В. М. Белоконов, В. А. Вьюжанпп. *Расчет летных характеристик летательных аппаратов*. Учебное пособие. — Куйбышев. КуАИ, 1982. — 68 с.

Рассматриваются методы расчета программных траекторий запуска на орбиты баллистических и космических летательных аппаратов, а также характеристик устойчивости и управляемости носителя в процессе запуска.

Даны необходимые рекомендации и материалы по применению электронных вычислительных машин для выполнения трудоемких расчетов при численном интегрировании траекторий активных участков и построении областей устойчивости летательных аппаратов. Приведены вспомогательные графики и таблицы, облегчающие принятие решений при проектных расчетах.

Учебное пособие необходимо для студентов специальностей ЛА, поскольку материал, относящийся к рассматриваемым вопросам, разбросан в различных литературных источниках и недостаточно систематизирован для практического использования, кроме того, отсутствуют учебники по данным специальностям.

Рецензенты Т. К. Сираветдинов, Г. Л. Дегтярев

Утверждено на редакционно-издательском совете института
12.12.80 г.

Целями расчета летных характеристик летательных аппаратов (ЛА) являются определение оптимальной программы управления движением, программной траектории и основных параметров органов управления и автомата стабилизации, обеспечивающих устойчивое программное движение носителя и парирование возмущающих воздействий. Результаты расчета позволяют составить достаточно полное представление о процессе полета и основных летно-технических характеристиках носителя. Они необходимы для проектирования системы управления полетом и проведения тепловых и прочностных расчетов конструкции.

Основными задачами курсового проекта по динамике полета является закрепление теоретических знаний по одноименному курсу и освоение студентами приемов поверочно-проектировочного расчета программных траекторий и характеристик устойчивости и управляемости ЛА. Курсовой проект способствует усвоению количественных оценок летно-технических характеристик для типичных случаев полета носителей космического и баллистического летательных аппаратов (КЛА и БЛА), развивает у студентов навыки рационального ведения инженерных расчетов и оформления их результатов. В процессе выполнения курсового проекта студенты должны освоить применение электронных цифровых вычислительных машин (ЭЦВМ) на примере решения задач динамики полета.

Настоящее учебное пособие окажет помощь студентам в использовании открытой учебной, научной и справочно-информационной литературы при выполнении курсового или дипломного проекта.

1. РАСЧЕТ ПРОГРАММНОЙ ТРАЕКТОРИИ МНОГОСТУПЕНЧАТОГО ЛЕТАТЕЛЬНОГО АППАРАТА

1. ПОДГОТОВКА ИСХОДНЫХ ДАННЫХ К РАСЧЕТУ ТРАЕКТОРИИ

1.1. ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ, МАССОВЫЕ И ПРОЕКТНЫЕ ПАРАМЕТРЫ МНОГОСТУПЕНЧАТОЙ РАКЕТЫ

Многоступенчатая ракета состоит из полезной нагрузки, выводимой на орбиту, и ускорителей [1].

Ускорителями (ракетными блоками) составной ракеты называются каждая отделяемая часть ракеты, содержащая в своем составе топливо и двигательную установку.

Ступенью называется соединение ускорителя (ракетного блока) с полезной нагрузкой, которую разгоняет ускоритель рассматриваемой ступени. Полезной нагрузкой каждой ступени является следующая по порядку работы ступень носителя. Так, ракета на старте является первой ступенью носителя; часть ракеты после отделения ускорителя первой ступени называется второй ступенью и т. д.

Составные ракеты могут иметь последовательное, параллельное и смешанное соединение ступеней (рис. 1).

При последовательном соединении (поперечном делении) ступеней работа двигателей следующей ступени происходит после окончания работы двигателей и отбрасывания ускорителя предыдущей ступени.

При параллельном соединении (продольном делении) ступеней одновременно работают двигатели всех ускорителей. После выгорания горючего и отделения предыдущего ускорителя продолжают работу двигатели всех остальных ступеней.

Последовательно связанные ракеты в комбинации с параллельно присоединенными ускорителями образуют смешанную схему ракеты (например, ракеты—носители «Восток», «Сагури-1В-7», «Горад—Дельта»).

Расчет энергетики многоступенчатой ракеты с параллельным и смешанным соединением ступеней приводится к расчету энер-

гетики ракеты с последовательным соединением ступеней введением понятия об условных ускорителях ступеней. Условный ускоритель ступени включает отбрасываемый блок и часть топлива, выгоревшего из оставшихся блоков за время работы отбрасываемого ускорителя (см. рис. 1).

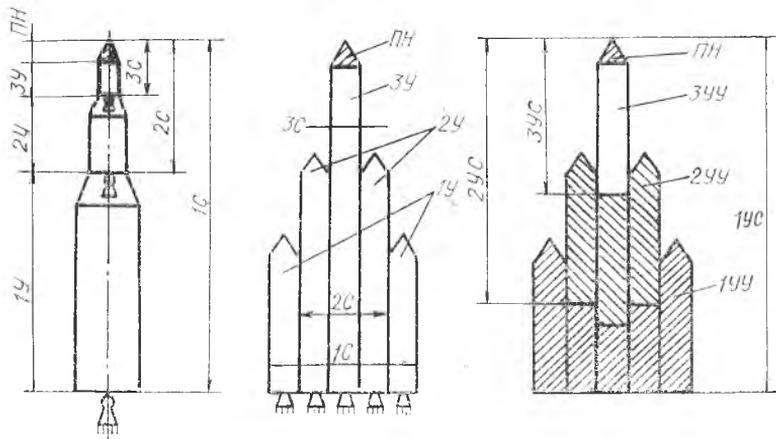


Рис. 1. Схемы последовательного и параллельного соединений ускорителей

При выполнении баллистических расчетов применяются следующие массовые характеристики:

- m_i — начальная масса i -й ступени;
- m_{ti} — масса топлива ($m_{окi} + m_{гi}$) i -го ускорителя;
- m_{ki} — сухая масса i -го ускорителя (масса конструкции);
- $m_{ни}$ — масса полезной нагрузки многоступенчатой ракеты.

Рассмотрим также ряд безразмерных массовых характеристик.

Относительной массой ступени называется отношение начальной массы ступени к массе ее полезной нагрузки (следующей ступени):

$$p_i = \frac{m_i}{m_{i+1}}$$

Относительной массой многоступенчатой ракеты называется отношение ее стартовой массы к массе полезной нагрузки, выводимой на орбиту:

$$p_2 = \frac{m_1}{m_{ни}}, \quad p_2 = p_1 \cdot p_2 \dots p_n = \prod_{i=1}^n p_i$$

Этот параметр непосредственно связан со стоимостью выведения на орбиту полезной нагрузки. Для ракет-носителей КЛА $p_2 = 30 \div 100$, для БЛА $p_2 = 20 \div 40$.

Конструктивной характеристикой ускорителя называется отношение массы ускорителя к его сухой массе:

$$s_i = \frac{m_{\kappa i} + m_{\nu i}}{m_{\kappa i}}.$$

Эта характеристика определяет степень совершенства конструкции ускорителей (ракетных блоков) и зависит от типа двигателей: для ЖРД $s_i = 8 \div 16$, для РДТТ $s_i = 5 \div 11$.

Числом Цюлковского (отношением масс) ступени называется отношение начальной массы ступени к ее массе после выгорания горючего работающего ускорителя:

$$z_i = \frac{m_i}{m_i - m_{\nu i}}, \quad z_i = 3 \div 6.$$

Эти безразмерные массовые параметры связаны между собой следующим соотношением:

$$\frac{z_i - 1}{z_i} = \frac{p_i - 1}{p_i} \cdot \frac{s_i - 1}{s_i}.$$

В задании на курсовую работу указывается прототип ракеты-носителя, для которого конструктивно-компоновочная схема известна. Следует четко уяснить вид соединения ступеней и в случае параллельной или смешанной схемы выделить условные ускорители последовательного соединения ступеней.

1.2. ИСХОДНЫЕ ДАННЫЕ ДЛЯ ПОВЕРОЧНО-ПРОЕКТИРОВОЧНОГО РАСЧЕТА ПРОГРАММНОЙ ТРАЕКТОРИИ

Для поверочно-проектировочного расчета программной траектории запуска космического или баллистического ЛА на опорную орбиту* должны быть известны следующие данные:

1. Тактико-технические требования к опорной орбите запускаемого ЛА:

а) для КЛА — радиусы перигея r_{π} и апогея r_{α} орбиты выведения; угол истинной аномалии θ_0 , определяющий положение перигея относительно точки выведения на орбиту, угол наклонения i ;

б) для БЛА — минимальная L_{\min} и максимальная L_{\max} дальности полета, определяющие рабочий диапазон дальностей стрельбы, азимут стрельбы A_0 .

2. Географические условия старта: долгота λ_0 и широта φ_0 пункта старта.

* Орбиту ИСЗ, на которой КА начинает самостоятельный полет, называют опорной орбитой [8, с. 13].

3. Проектные характеристики носителя и его двигательных установок.

Общие характеристики: стартовая масса m_0 , масса полезной нагрузки $m_{пн}$, площадь миделевого (наибольшего) сечения носителя S_m , общая длина носителя L , размах стабилизаторов l .

Характеристики по ступеням нужно представить сводной таблицей (табл. 1).

Таблица 1

Характеристика	Обозначение	Размерность	Ускоритель 1 ступени	Ускоритель 2 ступени	Ускоритель 3 ступени
Масса ускорителя	m_{yi}	т	m_{y1}	m_{y2}	m_{y3}
Масса топлива	m_{fi}	т	m_{f1}	m_{f2}	m_{f3}
Тип и число двигателей	—	—	—	—	—
Горючее	—	—	—	—	—
Окислитель	—	—	—	—	—
Тяга двигателей ступени в пустоте	P_{oi}	кН	P_{o1}	P_{o2}	P_{o3}
Удельная тяга в пустоте	$P_{уд\ o i}$	$\frac{\text{кН}}{\text{кг/с}} = \frac{\text{м}}{\text{с}}$	$P_{уд\ o1}$	$P_{уд\ o2}$	$P_{уд\ o3}$
Коэффициент высотности сопла 1 ступени	$\lambda = \frac{P_{уд\ o1}}{P_{уд\ o1}}$	—	λ	—	—
Диаметр ускорителя	d_i	м	d_1	d_2	d_3

Проектные характеристики носителя и его двигательных установок выбираются в соответствии с заданным прототипом носителя из справочно-информационной литературы. Недостающие данные принимаются на основании статистики по согласованию с преподавателем.

4. Аэродинамические характеристики носителя в стартовой конфигурации, представленные в виде графических или табличных зависимостей в указанных диапазонах аргументов:

$$C_y^e(M), M = 0 \div 0,9,$$

$$C_{x\ min}(M, H), M = 0 \div 5, H = H_{расч} = 10 \text{ км},$$

$$\partial C_x / \partial \alpha^2(M), M = 0 \div 0,9.$$

Аэродинамические характеристики берутся из курсовой работы по аэрогазодинамике ЛА.

5. Стандартная атмосфера (СА) Земли [2] представлена значениями абсолютной температуры в узловых точках кусочно-линейной зависимости температуры от высоты в табл. 2.

Таблица 2

Высота H, км	0	11	25	46	54	80	95
Температура воздуха, К	288.16	216.0	216.0	274.0	274.0	185.0	185.0

Подготовка исходных данных завершается определением системы баллистических проектных параметров и характеристик двигательной установки.

Баллистическими проектными параметрами ракеты называются параметры, которые при заданных конструктивной схеме ракеты характеристиках двигательных установок и программе полета однозначно определяют конечную скорость выводимой на орбиту полезной нагрузки.

Используем следующую систему проектных параметров:

1. Числа Циолковского ступеней

$$z_i = \frac{m_i}{m_i - m_{\pi i}}, \quad i = 1, \dots, n.$$

Вместо числа Циолковского применяют также один из следующих параметров:

$$a_{ki} = \frac{m_{\pi i}}{m_i} \text{ — коэффициент заполнения топливом ускорителя } i\text{-й ступени [3, 4].}$$

$$\mu_{ki} = \frac{m_i - m_{\pi i}}{m_i} \text{ — относительная конечная масса ступени [5],}$$

которые связаны между собою и с z_i соотношениями:

$$\mu_{ki} = \frac{1}{z_i}; \quad \mu_{\pi i} = 1 - a_{ki};$$

$$z_i = \frac{1}{\mu_{ki}}; \quad z_i = \frac{1}{1 - a_{ki}};$$

$$a_{ki} = 1 - \frac{1}{z_i}; \quad a_{\pi i} = 1 - \mu_{ki}.$$

2. Удельные тяги в пустоте двигателей ступеней

$$P_{уд \pi i} = \frac{P_{\pi i}}{m_i}, \quad i = 1, \dots, n.$$

3. Отношение удельных тяг в пустоте и на Земле первой ступени (степень высотности сопла):

$$\lambda = \frac{P_{уд\ n1}}{P_{уд\ 01}} = \frac{P_{n1}}{P_{01}}, \quad \lambda = 1,08 \div 1,25.$$

4. Начальные тяговооруженности ступеней:

$$n_{0i} = \frac{P_{0i}}{m_i g_0}, \quad n_{0i} = \frac{P_{ni}}{m_i g_0}, \quad i = 2, \dots, n.$$

5. Начальная нагрузка на мидель

$$P_M = \frac{m_M}{S_M} \left[\frac{T}{M^2} \right].$$

Для каждой ступени должны быть рассчитаны также следующие характеристики двигательных установок:

эффективная скорость истечения газов в пустоте: $u_i = P_{уд\ ni} \text{ м/с}$;

секундный расход топлива: $\dot{m}_i = \frac{P_{ni}}{P_{уд\ ni}} \text{ т/с}$;

время работы ступени: $t_{ki} = m_{i\ell} / \dot{m}_i \text{ с}$.

Примечание.

В случае параллельного соединения ускорителей 1 и 2 ступеней определяется время работы отделяемого ускорителя 1 ступени:

$$\dot{m}_{y1} = \frac{P_{ny1}}{P_{уд\ n1}}; \quad t_{k1} = \frac{m_{ry1}}{\dot{m}_{y1}},$$

а затем рассчитываются секундный и полный расходы топлива:

$$\dot{m}_{y2} = \frac{P_{ny2}}{P_{уд\ ny2}}, \quad \dot{m}_1 = \dot{m}_{y1} + \dot{m}_{y2}, \quad m_{r1} = \dot{m}_1 t_{k1},$$

а также массы топлива условного ускорителя 2 ступени:

$$\Delta m_2 = m_{r1} - m_{ry1}, \quad m_{r2} = m_{ry2} - \Delta m_2.$$

1.3. РАСЧЕТ ПОТРЕБНОЙ КОНЕЧНОЙ СКОРОСТИ ЗАПУСКА ЛА

Конечная скорость запуска на опорную орбиту является одновременно начальной скоростью орбитального полета, поэтому она определяется через заданные параметры орбиты выведения ЛА.

А. Расчет орбитальных скоростей движения КЛА приведен подробно в курсе лекций или в работах [3, 6]. Обычно вывод КЛА производится в перигей орбиты и в направлении, совпадающем с местной горизонталью.

Начальные орбитальные скорости V_0 при запуске в перигее

на круговую, эллиптическую, параболическую или гиперболическую орбиты рассчитываются по формулам:

$$V_{кр} = \sqrt{\frac{k}{R + H_0}}, \quad V_{эл.л} = V_{кр} \sqrt{2 - \frac{r_\pi}{a}}; \quad /$$

$$V_{пар} = \sqrt{2} V_{кр}; \quad V_{гип} = \sqrt{V_{пар}^2 + V_\infty^2}$$

где $k = 3,98602 \cdot 10^5$ км³/с² — гравитационный параметр Земли;
 $R = 6371$ км — средний радиус Земли;
 H_0 — заданная высота круговой орбиты или ее перигея;
 $r_\pi = R + H_0$ — радиус перигея орбиты выведения;
 $a = 0,5 (r_\pi + r_\alpha)$ — большая полуось эллиптической орбиты;
 r_α — радиус апогея орбиты выведения;
 V_∞ — гиперболический избыток скорости при выходе из гравитационного поля Земли.

При выводе КЛА на эллиптическую орбиту не в перигее, но с заданным положением перигея относительно точки выведения, определяемым углом истинной аномалии ϑ_0 , начальные орбитальная скорость и угол наклона скорости к местному горизонту могут быть вычислены по формулам:

$$V_0 = V_{кр r_0} \sqrt{2 - \frac{r_0}{a}}, \quad \cos \Theta = \sqrt{\frac{r_\alpha r_\pi}{r_0 (r_\alpha + r_\pi - r_0)}};$$

где $V_{кр r_0}$ — круговая скорость на расстоянии r_0 от центра Земли;

$$r_0 = \frac{p}{1 + e \cos \vartheta_0}, \quad p = \frac{2r_\alpha r_\pi}{r_\alpha + r_\pi}, \quad e = \frac{r_\alpha - r_\pi}{r_\alpha + r_\pi}.$$

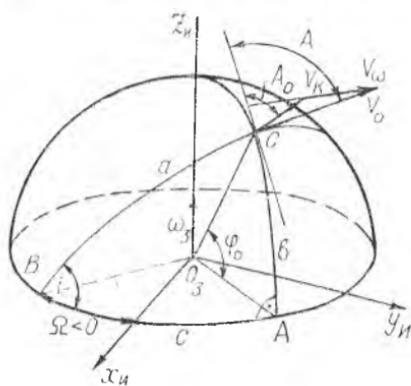


Рис. 2. Определение азимута стрельбы

Для определения азимута стрельбы A_0 необходимо вычислить угол между плоскостью опорной орбиты и местным меридианом пункта старта (рис. 2) из формулы косинусов углов сферического прямоугольного треугольника ABC:

$A = \arcsin (\cos i / \cos \varphi_0)$. Скорость полета в конце участка выведения на промежуточную орбиту относительно стартовой системы координат определяется из формулы

$$V_k = \sqrt{V_0^2 + V_\infty^2 - 2 V_0 V_\infty \sin A},$$

где V_0 — орбитальная скорость на промежуточной орбите;

$V_{\text{ст}} = \omega_3 R \cos \varphi_0$ — скорость стартового стола, обусловленная вращением Земли; $\omega_3 = 7,2921 \cdot 10^{-5}$ 1/с — угловая скорость вращения Земли; $R = 6371$ км — средний радиус Земли.

Азимут стрельбы вычисляется по формуле

$$A_0 = \arccos \left(\frac{V_0}{V_K} \cos A \right).$$

Б. Теория орбитального полета БЛА и ее приложения подробно приведены в работе [5]. Для определения оптимальных величины и направления скорости в конце активного участка, обеспечивающих максимальную дальность баллистического полета, можно использовать схему решения третьей задачи баллистики, по которой определяются последовательно:

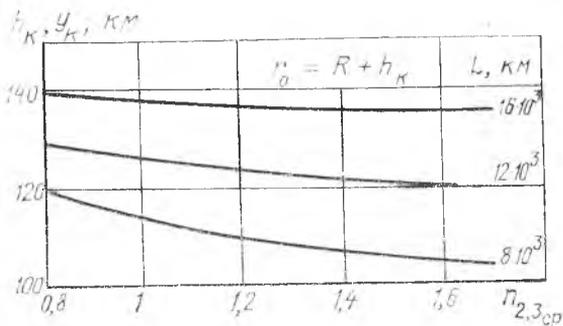
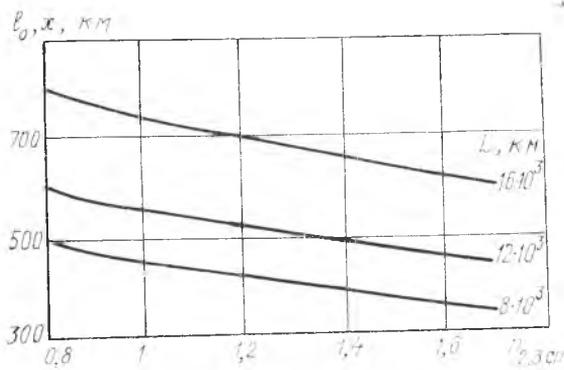


Рис. 3. Зависимости дальности и высоты активного участка от тяговооруженности верхних ступеней и дальности полета

угловая дальность:

$$\beta = \frac{L - l_0}{R},$$

оптимальный угол наклона траектории в конце активного участка:

$$\operatorname{tg} 2 \Theta_{opt} = \frac{R \sin \beta}{r_0 - R \cos \beta}.$$

минимальная безразмерная скорость: $\gamma_{0 \min} = 2 \operatorname{tg} \frac{\beta}{2} \operatorname{tg} \Theta_{opt}$;

минимальная скорость бросания: $V_{0 \min} = V \sqrt{k v_{0 \min} / r_0}$.

В этих формулах L , l_0 и r_0 — полная дальность полета по поверхности Земли, дальность и радиус конца активного участка выведения. Последние два параметра приближенно определяются по графикам рис. 3, полученным обработкой многочисленных поверочных расчетов.

1.4. ОЦЕНКА ЭНЕРГЕТИЧЕСКИХ ВОЗМОЖНОСТЕЙ НОСИТЕЛЯ

Оценка энергетических возможностей носителя производится с целью проверки выполнимости задачи выведения носителем номинальной полезной нагрузки на опорную орбиту.

Запасы топлива в ускорителях, конструктивно-компоновочная схема ракеты и удельные характеристики двигательной установки определяют располагаемую характеристическую скорость. Располагаемой характеристической скоростью носителя называют скорость, которую теоретически может он развить под действием реактивных сил, двигаясь прямолинейно в вакууме при отсутствии гравитации. Эта скорость определяется известной формулой Циолковского:

$$V_{X \text{ расп}} = \sum_{i=1}^n V_{ид i} = \sum_{i=1}^n u_i \ln z_i,$$

где $u_i = P_{уд и i}$ — эффективная скорость истечения газов;
 n — число ступеней ракеты.

При вычислении $V_{X \text{ расп}}$ следует зафиксировать характеристические скорости каждой ступени в отдельности, которые могут служить верхней оценкой развиваемых каждой ступенью приращений скорости.

Поставленная задача выведения ЛА на опорную орбиту определяет потребные запасы топлива носителя и, следовательно, потребную для запуска характеристическую скорость.

Найдем сначала идеальную потребную характеристическую

скорость запуска. Идеальной потребной характеристической скоростью запуска называется скорость, которая должна быть сообщена ЛА на поверхности Земли мгновенным импульсом, чтобы ЛА вышел без сопротивления атмосферы в точку, соответствующую концу активного участка, с заданной орбитальной скоростью V_0 . Эта скорость определяется с помощью интеграла энергии:

$$V_{x \text{ ид}} = \sqrt{V_0^2 + \frac{2k}{R} \left(1 - \frac{R}{R+H_0}\right)}.$$

А. Идеальные характеристические потребные скорости запуска КЛА на круговую, эллиптическую, параболическую и гиперболическую орбиты вычисляются, соответственно, по формулам:

$$\begin{aligned} V_{x \text{ кр}} &= \sqrt{\frac{k}{R+H_0}} \sqrt{\frac{2(R+H_0)}{R} - 1} = V_{\text{кр } H_0} \sqrt{\frac{2(R+H_0)}{R} - 1}; \\ V_{x \text{ элл}} &= \sqrt{\frac{k}{R} \left(2 - \frac{R}{a}\right)} = V_1 \sqrt{2 - \frac{R}{a}}; \\ V_{x \text{ пар}} &= \sqrt{\frac{2k}{R}} = V_{\text{II}}; \\ V_{x \text{ гип}} &= \sqrt{\frac{2k}{R} + V_\infty^2} = \sqrt{V_{\text{II}}^2 + V_\infty^2}, \end{aligned} \quad (1.1)$$

где V_1 и V_{II} — первая и вторая космические скорости.

Б. Идеальная характеристическая потребная скорость запуска БЛА, для которого $V_0 = V_{0 \text{ мин}}$, определится по формуле

$$V_{x \text{ БЛА}} = \sqrt{V_{0 \text{ мин}}^2 + \frac{2k}{R} \left(1 - \frac{R}{r_0}\right)}. \quad (1.2)$$

При запуске КЛА и БЛА имеют место потери скорости от действия силы тяжести за конечное время запуска и силы сопротивления атмосферы за счет уменьшения тяги вследствие противодействия атмосферы и потери на программное управление углом атаки. Вместе с тем за счет вращения Земли можно получить выигрыш в скорости выведения, который зависит от географических условий старта:

$$\Delta V_{\text{вр}} = 465 \cos \varphi \sin A_0.$$

Потребную характеристическую скорость запуска с учетом этих поправок можно рассчитать по формуле

$$V_{x \text{ потр}} = V_{x \text{ ид}} + \Delta V_{G1} + \Delta V_{Xa} + \Delta V_P + \Delta V_{G2} + \Delta V_{e2} - \Delta V_{\text{вр}}.$$

Здесь $V_{x \text{ ид}}$ — идеальная потребная характеристическая скорость, которая определяется по одной из формул (1.1) для КЛА или по формуле (1.2) для БЛА.

Потери скорости приближенно определяются по вспомогательным таблицам или графикам, составленным для проектировочных расчетов на основании обработки массовых расчетов и представленным в работе [4].

Гравитационные потери скорости при движении первой ступени рассчитываются по формуле

$$\Delta V_{G1} = \frac{P_{уд 01}}{n_{01}} I_{g1}(a_{к1}, \Theta_{к1}),$$

где n_{01} и $P_{уд 01}$ — начальная тяговооруженность и удельная тяга двигателей 1 ступени на уровне Земли;

$a_{к1}$ — коэффициент заполнения топливом ускорителя 1 ступени;

$\Theta_{к1}$ — угол наклона траектории в конце работы 1 ступени (см. примечание);

$I_{g1} = \int_0^{a_{к1}} \sin \Theta da$ — вспомогательная функция, определяемая по

табл. 3.

Таблица 3

$a_{к1}$	$I_{g1}(a_{к1})$ при $\Theta_{к1}$					
	20°	25°	30°	35°	40°	45°
0.50	0,352	0,371	0,388	0,405	0,422	0,436
0.55	0,369	0,392	0,414	0,436	0,454	0,471
0.60	0,386	0,413	0,438	0,463	0,486	0,506
0.65	0,404	0,434	0,464	0,491	0,518	0,542
0.70	0,421	0,455	0,488	0,520	0,550	0,577
0.75	0,438	0,477	0,513	0,548	0,582	0,612
0.80	0,455	0,498	0,538	0,577	0,614	0,645
0.85	0,472	0,519	0,563	0,606	0,646	0,683
0.90	0,488	0,540	0,588	0,634	0,678	0,718

Потеря скорости на лобовое сопротивление при движении первой ступени находится по формуле

$$\Delta V_{X0} = \frac{P_M^3}{P_M} \frac{I_{X1}(a_{к1})}{1 - \sin^2 \Theta_{к1}} n_{01},$$

где $I_{X1}(a_{к1})$ — вспомогательная функция, определяемая по графику рис. 4;

$P_M^3 = 12 \text{ т/м}^2$ — эталонная начальная нагрузка на мидель ракеты;

P_M — нагрузка на мидель рассчитываемой ракеты.

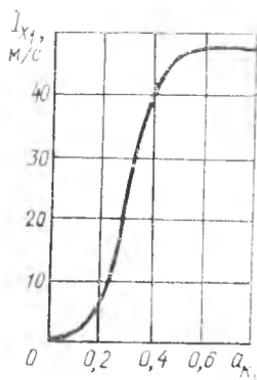


Рис. 4. Зависимость λ_{X1} от a_{K1}

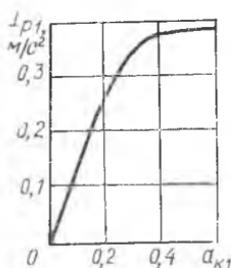


Рис. 5. Зависимость I_{P1} от a_{K1}

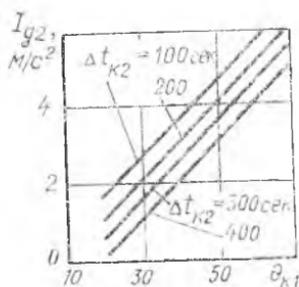


Рис. 6. Зависимость I_{G2} от Θ_{K1} и Δt_{K2}

Потеря скорости на статическое противодавление, связанное с изменением тяги в зависимости от высоты, рассчитывается по формуле

$$\Delta V_P = \frac{\lambda - 1}{(\lambda^9 - 1)g_0} P_{уд01} I_{P1}(a_{K1}),$$

где λ — степень высотности сопла рассматриваемой ракеты;

$\lambda^9 = 1,15$ — степень высотности сопла эталонной ракеты;

$I_{P1}(a_{K1})$ — вспомогательная функция, определяемая по графику рис. 5.

Гравитационные потери скорости при движении верхних ступеней носителей КЛА и БЛА рассчитываются различным образом:

1. Для двухступенчатого носителя КЛА в случае непрерывного выведения на круговую орбиту

$$\Delta V_{G2} = t_{K2} I_{G2}(\Theta_{K1}, t_{K2}),$$

где t_{K2} — время работы двигателей второй ступени;

I_{G2} — вспомогательная функция, определяемая по графику рис. 6.

2. Для носителя БЛА на второй и третьей ступенях угол наклона траектории изменяется слабо $\Theta \simeq \Theta_{opt}$. Поэтому гравитационные потери определяются формулами:

$$\Delta V_{G2} = \int_0^{t_{K2}} g \sin \Theta dt \simeq g_{cp} t_{K2} \sin \Theta_{opt};$$

$$\Delta V_{G3} = g_{cp} t_{K3} \sin \Theta_{opt}.$$

Потеря скорости на программное управление углом атаки имеет место при движении верхних ступеней РН КЛИА и определяется для двухступенчатого носителя с ЖРД по формуле

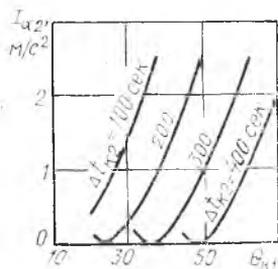
$$\Delta V_{\Delta 2} = t_{к2} n_{02} I_{\Delta 2}(\Theta_{к1}; t_{к2}),$$

где $I_{\Delta 2}$ — вспомогательная функция, определяемая по графику рис. 7.

При запуске БЛА потери скорости на программное управление не учитываются.

Знание располагаемой и потребной характеристических скоростей позволяет теперь оценить энергетические возможности выведения носителем полезной нагрузки на заданную опорную орбиту.

Рис. 7. Зависимость $I_{\Delta 2}$ от $\Theta_{к1}$ и $\Delta t_{к1}$



Условием успешного выведения номинальной полезной нагрузки является

$$V_{X \text{ расп}} \geq V_{X \text{ потр}}.$$

В случае $V_{X \text{ расп}} > V_{X \text{ потр}}$ следует ожидать, что на заданную орбиту носитель сможет вывести полезную нагрузку, большую номинальной.

Если $V_{X \text{ расп}} < V_{X \text{ потр}}$, то запасов топлива для выведения номинальной полезной нагрузки недостаточно.

В том и другом случаях в конце расчета траектории следует определить величину полезной нагрузки, которую сможет вывести носитель на орбиту, указанную в задании.

Заметим, что с помощью найденных потерь скорости могут быть сделаны приближенные оценки приращений скорости при движении первой и второй ступеней:

$$V_{к1} = \Delta V_1 = V_{и1} - \Delta V_{G1} - \Delta V_{Xa} - \Delta V_P,$$

$$\Delta V_2 = V_{и2} - \Delta V_{G2} - \Delta V_{\Delta 2}.$$

которые используются для контроля за правильностью расчетов траектории первой и второй ступеней.

Примечание.

При запуске КЛИА ориентировочно можно принимать значения угла наклона траектории $\Theta_{к1}$ в конце работы первой ступени в зависимости от высоты выведения H_0 , указанные в табл. 4.

Таблица 4

Высота орбиты, км	185	200	250	300	400	500
Угол наклона траектории в конце первой ступени, град	20	25	28	30	35	40

При запуске БЛА угол $\Theta_{к1}$ должен превышать потребный оптимальный угол бросания Θ_{opt} на $4 \div 10^\circ$ в зависимости от тяговооруженности второй ступени:

$$\Theta_{к1} = \Theta_{opt} + \Delta\Theta,$$

где $\Delta\Theta = 4 \div 6^\circ$ для $n_{02} = 3.0 \div 1.8$;

$\Delta\Theta = 6 \div 10^\circ$ для $n_{02} = 1.8 \div 1.25$

2. РАСЧЕТ ПРОГРАММНОЙ ТРАЕКТОРИИ ПЕРВОЙ СТУПЕНИ НОСИТЕЛЯ

2.1. СИСТЕМА ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИИ ДВИЖЕНИЯ

При поверочно-проектировочном расчете траектории первой ступени рассматривается движение ЛА относительно стартовой системы координат в вертикальной плоскости и принимаются следующие допущения: пренебрегают переносной и кориолисовой силами инерции, поле силы тяжести принимается однородным и плоскопараллельным, секундный расход массы принимается постоянным.

Система дифференциальных уравнений в проекциях на оси траекторной системы координат с учетом принятых допущений имеет вид

$$\begin{cases} \dot{V} = g_0 (n_{xк} - \sin \Theta) \\ \dot{\Theta} = \frac{g_0}{V} (n_{yк} - \cos \Theta) \\ \dot{x} = V \cos \Theta \\ \dot{y} = V \sin \Theta \end{cases} \begin{cases} V_0 = 0 \\ \Theta_0 = \pi/2 \\ x_0 = 0 \\ y_0 = 0, \end{cases} \quad (2.1)$$

$$\text{где } n_{xк} = \frac{P - X_a}{m g_0}; \quad n_{yк} = x \frac{(P/57.296) + Y_a^z}{m g_0};$$

$$m = m_0 - |\dot{m}| t; \quad P = P_{н} - (P_{н} - P_0) \frac{p(y)}{p_0}; \quad (2.2)$$

$$X_a = C_x q S; \quad Y_a^z = C_{ya}^z q S.$$

Параметры атмосферы, использующиеся при вычислении подъемной силы и лобового сопротивления, заданы таблицами стандартной атмосферы (СА) [2] в виде азвисимостей плотности ρ , температуры T , давления p и скорости звука a от высоты.

При расчете на ЭЦВМ эти таблицы можно ввести в память машины, а значения параметров атмосферы определять интерполяцией по этим таблицам.

С целью экономии оперативной памяти машины для определения атмосферного давления удобно интегрировать дополнительно дифференциальное уравнение равновесия атмосферы:

$$\frac{dp}{dt} = -g\rho \frac{dy}{dt} = -\frac{g\rho}{RT} \frac{dy}{dt}, \quad p_0 = 101,360 \text{ кН/м}^2, \quad (2.3)$$

где $R = 287,05 \text{ м}^2/\text{с}^2 \text{ град}$ — универсальная газовая постоянная.

Входящая в это уравнение функция $T(y)$ по СА состоит из линейных участков, просто задается и вычисляется.

Скоростной напор выражается через давление и число М:

$$q = \frac{\rho V^2}{2} = \frac{\kappa}{2} \rho M^2, \quad \kappa = 1,405,$$

скорость звука вычисляется через температуру:

$$a = \sqrt{\kappa RT} = 19,75 \sqrt{T}.$$

Через проектные параметры первой ступени величины (2.2), стоящие в правых частях дифференциальных уравнений, а также время работы двигателя определяются по формулам:

$$n_x = \frac{P - X_a}{m g_0} = \frac{n_{01} \left[\lambda - (\lambda - 1) \frac{p}{p_0} \right] - \frac{1}{g_0 p_m} C_x q}{1 - \frac{n_{01} g_0}{P_{y \lambda 01}} t}; \quad (2.4)$$

$$n_y = \alpha^a \frac{(P/57,296) + Y_a^{\alpha^a}}{m g_0} = \alpha^a \frac{\frac{n_{01}}{57,296} \left[\lambda - (\lambda - 1) \frac{p}{p_0} \right] + \frac{1}{g_0 p_m} C_y q}{1 - \frac{n_{01} g_0}{P_{y \lambda 01}} t}; \quad (2.5)$$

$$t_{к1} = \frac{z_1 - 1}{z_1} \frac{P_{y \lambda 01}}{n_{01} g_0}. \quad (2.6)$$

2.2. ПОСТРОЕНИЕ ПРОГРАММЫ ПОЛЕТА ПЕРВОЙ СТУПЕНИ

При выборе программы полета носителя на активном участке необходимо обеспечить полезной нагрузке максимально возможную конечную скорость для заданных конечных значений угла наклона траектории и высоты с учетом необходимых ограничений, наложенных условиями старта, аэродинамикой, прочностью конструкции и возможностями системы управления.

Большинство ограничений наложены на движение первой ступени [5, с. 279], поэтому оптимальная программа движения первой ступени строится по ограничениям. Единственная возможность оптимизации заключается в варьировании участка ненулевых углов атаки.

В соответствии с ограничениями траектория первой ступени разделяется на характерные участки (рис. 8):

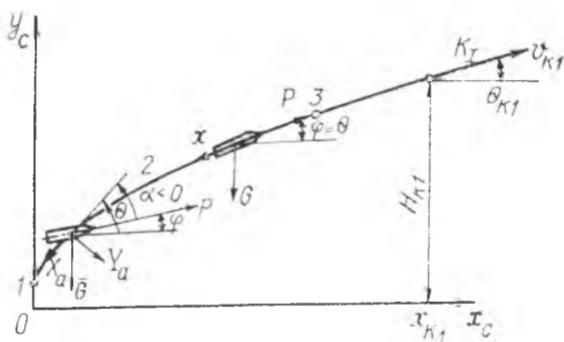


Рис. 8. Основные участки траектории первой ступени

Стартовый вертикальный участок возможно короткой длительности. Продолжительность вертикального участка определяется временем, которое необходимо, чтобы развить скорость $V_1 \approx 50$ м/с, достаточную для эффективного действия органов управления. Этот момент времени t_1 может быть приближенно определен из второй формулы Циолковского, которая является transcendентным уравнением относительно t_1 :

$$V_1 = P_{уд01} \ln \frac{1}{1 - \frac{n_{01} g_0}{P_{уд01}} t_1} - g_0 t_1. \quad (2.7)$$

Программа на вертикальном участке: $\alpha = 0 \left(\varphi = \Theta = \frac{\pi}{2} \right)$.

Начальный участок разворота, на котором система управления быстро отклоняет продольную ось носителя до заданного максимального отрицательного угла атаки α_m , затем постепенно уменьшает угол атаки до нулевого или пренебрежимо малого значения.

Длительность этого участка определяется моментом времени t_2 , когда достигается скорость $V_2 = 270$ м/с, соответствующая $M_2 = 0,8$. Этот момент времени приближенно рассчитывается также из уравнения Циолковского:

$$V_2 = P_{уд01} \ln \frac{1}{1 - \frac{n_{01} g_0}{P_{уд01}} t_2} - g_0 t_2. \quad (2.8)$$

Программа изменения угла атаки может быть взята в виде непрерывной функции (А) (рис. 9):

$$\alpha = -a_m \sin^2 \frac{\pi (t - t_1)}{(t - t_1) + k (t_2 - t)}, \quad (2.9)$$

где $k = \frac{t_m - t_1}{t_2 - t_m} = \frac{1}{4}$;

t_m — момент времени, когда достигается минимум угла атаки.

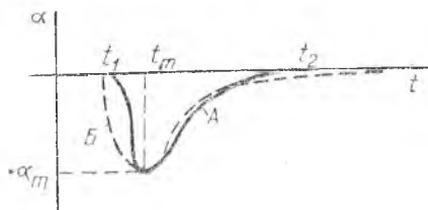


Рис. 9. Программы изменения угла атаки

Требованиям, предъявляемым к программе на этом участке, удовлетворяет также

следующая зависимость (Б):

$$\alpha = a_m \varphi (\varphi - 2), \quad \varphi = 2 e^{-a(t-t_1)}. \quad (2.10)$$

Коэффициент a подбирается так, чтобы при $t = t_2$ угол атаки был мал, например, $\alpha = -0,10 a_m$. В этом случае $a = 3,6633 / (t_2 - t_1)$.

Каждая из зависимостей (2.9) или (2.10) определяет семейство программ, зависящих от одного параметра a_m . Варьированием этого параметра a_m определяется программа, обеспечивающая в конце работы первой ступени нужный угол наклона траектории Θ_{K1} .

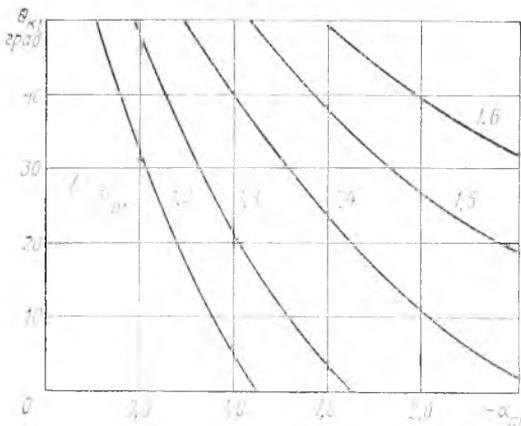


Рис. 10. Зависимость Θ_{K1} от a_m .

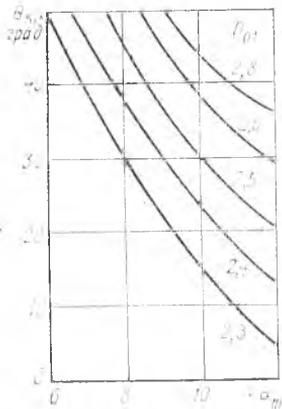


Рис. 11. Зависимость Θ_{K1} от a_m для больших α_m .

Угол α_m ориентировочно можно определить по графикам рис. 10, 1Γ в зависимости от заданного $\Theta_{к1}$ и от тягоспособности ступени n_{01} . Выбрав шаг варьирования $\Delta \alpha_m$ в окрестности α_m , по результатам расчетов траектории на ЭЦВМ следует построить для заданного носителя график $\Theta_{к1}(\alpha_m)$, по которому определяется уточненное значение α_m . Для найденного значения α_m окончательно выполняется расчет траектории первой ступени.

Участок гравитационного разворота, на котором угол атаки равен нулю (программа 2.9) или пренебрежимо мал (программа 2.10). Искривление траектории носителя происходит только под действием силы тяжести. За это время носитель проходит околозвуковой диапазон скоростей и совершает разгон до гиперзвуковых скоростей, одновременно преодолевая плотные слои атмосферы с минимальным лобовым сопротивлением.

Для многоступенчатых носителей КЛА и БЛА этим участком заканчивается программа первой ступени. В конце участка гравитационного разворота носитель выйдет на определенную высоту $y_{к1} = H_{к1}$, разовьет скорость $V_{к1}$ и будет иметь заданный угол наклона траектории $\Theta_{к1}$, которые являются начальными условиями для построения программы и расчета траектории второй ступени.

2.3. РАСЧЕТ ТРАЕКТОРИИ ПЕРВОЙ СТУПЕНИ НА ЭЦВМ

Система дифференциальных уравнений (2.1) и (2.3) дополняется машинным уравнением $(dt/dt) = 1$ и записывается в виде

$$\frac{dx_i}{dt} = f_i(x_1, x_2, \dots, x_n), \quad i = 1, \dots, n; \quad n = 6, \quad (2.11)$$

где $x_1 = t$, $x_2 = V$, $x_3 = \Theta$, $x_4 = x$, $x_5 = y$, $x_6 = p$.

Интегрирование системы (2.11) выполняется методом Рунге-Кутты 4 порядка с постоянным шагом интегрирования h по формулам:

$$\begin{aligned} x_{k+1,i} &= x_{ki} + \frac{1}{6} k_{1i} + \frac{1}{3} k_{2i} + \frac{1}{3} k_{3i} + \frac{1}{6} k_{4i}; \\ k_{1i} &= h f_i(x_{k1}, \dots, x_{kn}); \\ k_{2i} &= h f_i\left(x_{k1} + \frac{k_{11}}{2}, \dots, x_{kn} + \frac{k_{1n}}{2}\right); \\ k_{3i} &= h f_i\left(x_{k1} + \frac{k_{21}}{2}, \dots, x_{kn} + \frac{k_{2n}}{2}\right); \\ k_{4i} &= h f_i(x_{k1} + k_{31}, \dots, x_{kn} + k_{3n}). \end{aligned} \quad (2.12)$$

Основу программы расчета на ЭЦВМ составляет стандартная программа интегрирования системы дифференциальных уравнений методом Рунге—Кутты, которая многократно обращается к подпрограмме вычисления правых частей уравнений.

В программу расчета также включены: решение трансцендентных уравнений (2.7) и (2.8) для определения длительности вертикального участка t_1 и момента окончания участка началь-

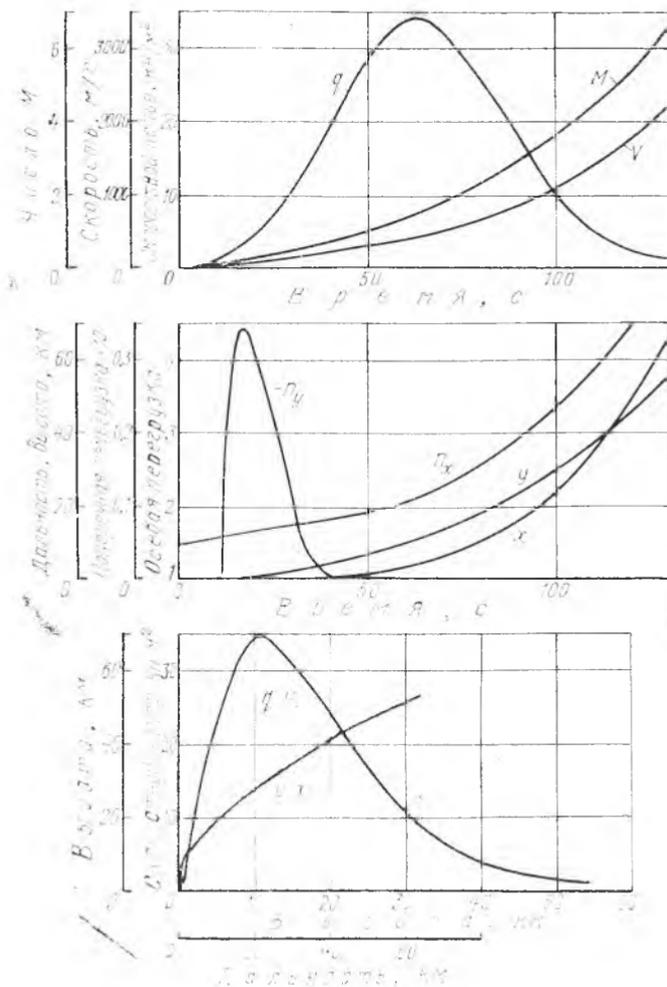


Рис. 12. Результаты расчета движения первой ступени

ного разворота t_2 , определение времени работы первой ступени $t_{к1}$.

Для выполнения расчета траектории необходимо подготовить и ввести в ЭЦВМ следующий числовой материал: основные проектные параметры первой ступени; границы диапазона чисел M и интервал ΔM ; коэффициенты лобового сопротивления C_x в диапазоне $M = 0,5$ с интервалом $\Delta M = 0,2$; средний коэффициент наклона кривой подъемной силы $C_{у\text{ср}}^a$; начальные условия движения; границы диапазона варьирования угла атаки $\alpha_m^{\min} - \alpha_m^{\max}$ и интервал $\Delta \alpha_m$.

В результате интегрирования на печать выдаются значения фазовых координат x_i (интегрируемых переменных) и основные характеристики движения: число M , скоростной напор q , угол атаки α , поперечная n_y и продольная n_x перегрузки, тяга двигателя P .

По этим данным строятся графики зависимости от времени скорости $V(t)$, числа $M(t)$, скоростного напора $q(t)$, высоты $y(t)$ и дальности $x(t)$ полета, продольной $n_x(t)$ и поперечной $n_y(t)$ перегрузок (рис. 12), а также график зависимости скоростного напора от высоты $q(y)$ и траектория $y = \int(x)$.

Кроме того, необходимо построить программу полета первой ступени $\alpha(t)$ и графики угла наклона траектории $\Theta(t)$ и угла тангажа $\vartheta(t)$ (рис. 13).

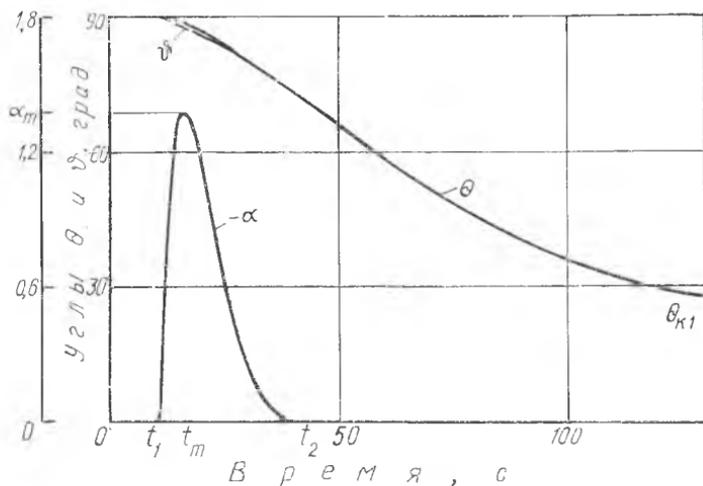


Рис. 13. Программы движения первой ступени

3. РАСЧЕТ ОПТИМАЛЬНОЙ ТРАЕКТОРИИ ВТОРОЙ И ПОСЛЕДУЮЩИХ СТУПЕНЕЙ НОСИТЕЛЯ

3.1. РАСЧЕТ КОНЕЧНЫХ ПАРАМЕТРОВ ОПТИМАЛЬНОГО ДВИЖЕНИЯ СТУПЕНИ С УЧЕТОМ КРИВИЗНЫ ЗЕМЛИ

При определении траекторий верхних ступеней необходимо учитывать кривизну поверхности Земли и неоднородность поля силы тяжести. Аэродинамическими силами и инерционными силами, обусловленными вращением Земли, пренебрегаем.

Система дифференциальных уравнений движения в проекциях на оси стартовой системы координат (рис. 14) с учетом принятых допущений после линеаризации проекций гравитационного ускорения имеет вид [3, с. 29]:

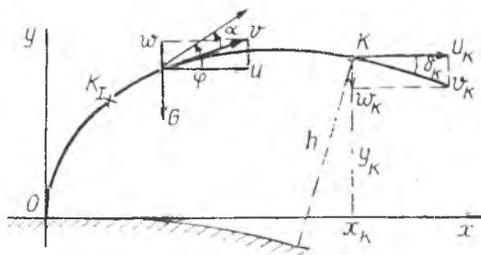


Рис. 14. Схема движения верхней ступени носителя

$$\frac{du}{dt} = p \cos \varphi - v^2 x,$$

$$\frac{dw}{dt} = p \sin \varphi - g_0 + 2v^2 y,$$

$$\frac{dx}{dt} = u, \quad \frac{dy}{dt} = w,$$

где $p = \frac{P}{m} = \frac{n_0 g_0}{1 - \beta t}$ — ускорение силы тяги;

$\beta = \frac{\dot{m}}{m} = \frac{n_0 g_0}{P_{\text{в.н.}}}$ — относительный секундный расход топлива;

$$v^2 = g_0/R.$$

Начальные условия выражаются через параметры, полученные в конце траектории первой ступени:

$$u_0 = V_{\text{к1}} \cos \Theta_{\text{к1}}; \quad x_0 = x_{\text{к1}},$$

$$w_0 = V_{\text{к1}} \sin \Theta_{\text{к1}}; \quad y_0 = y_{\text{к1}}.$$

В качестве приближенно-оптимальной программы угла тангажа примем программу, полученную из решения вариационной задачи движения верхней ступени в плоскопараллельном гравитационном поле вне атмосферы [7]:

$$\operatorname{tg} \varphi = \operatorname{tg} \varphi_0 + Bt, \quad \text{где } B = bit_{\kappa}. \quad (3.2)$$

После подстановки этого закона изменения угла тангажа и интегрирования дифференциальных уравнений движения получим формулы [3, с. 41] для двухступенчатого носителя:

$$\left. \begin{aligned} u_{\kappa} &= C_2 + n_0 g_0 t_{\kappa} I_2(a, b, \varphi_0) + \Delta u, \quad C_2 = u_0, \\ \omega_{\kappa} &= C_1 + n_0 g_0 t_{\kappa} I_1(a, b, \varphi_0) + \Delta \omega, \quad C_1 = \omega_0 - g_0 t_{\kappa}, \\ x_{\kappa} &= C_4 + n_0 g_0 t_{\kappa}^2 I_4(a, b, \varphi_0) + \Delta x, \quad C_4 = x_0 + u_0 t_{\kappa}, \\ y_{\kappa} &= C_3 + n_0 g_0 t_{\kappa}^3 I_3(a, b, \varphi_0) + \Delta y, \quad C_3 = y_0 + \omega_0 t_{\kappa} - \frac{g_0 t_{\kappa}^2}{2}, \end{aligned} \right\} (3.3)$$

$$\left. \begin{aligned} \Delta u &= -v^2 (C_6 + n_0 g_0 t_{\kappa}^3 I_6), \quad C_6 = x_0 t_{\kappa} + u_0 \frac{t_{\kappa}^2}{2}, \\ \Delta \omega &= 2v^2 (C_5 + n_0 g_0 t_{\kappa}^3 I_5), \quad C_5 = y_0 t_{\kappa} + \omega_0 \frac{t_{\kappa}^2}{2} - g_0 \frac{t_{\kappa}^3}{6}, \\ \Delta x &= -v^2 (C_8 + n_0 g_0 t_{\kappa}^4 I_8), \quad C_8 = x_0 \frac{t_{\kappa}^2}{2} + u_0 \frac{t_{\kappa}^3}{6}, \\ \Delta y &= 2v^2 (C_7 + n_0 g_0 t_{\kappa}^4 I_7), \quad C_7 = y_0 \frac{t_{\kappa}^2}{2} + \omega_0 \frac{t_{\kappa}^3}{6} - g_0 \frac{t_{\kappa}^4}{26}. \end{aligned} \right\} (3.4)$$

Таблицы интегралов I_1, \dots, I_8 приведены в работе [3] или в учебном пособии кафедры.

Конечные параметры движения второй ступени вычисляются через координаты и проекции скорости относительно стартовой системы координат по формулам:

$$\left. \begin{aligned} H_{\kappa} &= y_{\kappa} + \frac{x_{\kappa}^2}{2R}; \quad \operatorname{tg} \delta_{\kappa} = \frac{x_{\kappa}}{R + y_{\kappa}}; \\ \Theta_{\kappa} &= \delta_{\kappa} + \operatorname{arctg} \frac{\omega_{\kappa}}{u_{\kappa}}; \quad V_{\kappa} = \sqrt{u_{\kappa}^2 + \omega_{\kappa}^2}. \end{aligned} \right\} (3.5)$$

3.2. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПАРАМЕТРОВ ОПТИМАЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ УГЛА ТАНГАЖА ВТОРОЙ СТУПЕНИ ДВУХСТУПЕНЧАТОГО НОСИТЕЛЯ КЛА

При подборе оптимальной программы движения верхней ступени носителя необходимо определить два параметра φ_0 и b из условия получения в конце работы ступени заданных высоты $H_{\text{орб}}$ и угла наклона траектории к местному горизонту $\Theta_{\text{орб}}$.

Рассматриваемая двухпараметрическая краевая задача решается методом последовательных приближений с использованием таблиц интегралов I_1, \dots, I_8 .

Предварительно необходимо рассчитать все величины, которые не изменяются при последовательных приближениях:

$$C_1, C_2, \dots, C_8; n_0 g_0 t_k, n_0 g_0 t_k^2, n_0 g_0 t_k^3, n_0 g_0 t_k^4.$$

Для начала расчета нужно задать параметры программы начального приближения. За начальное приближение можно принять программу, при которой отсутствует скачок угла тангажа в начале работы второй ступени, а угол атаки стремится к нулю в конце работы двигателя, т. е.

$$\varphi_0^{(0)} = \varphi_{к1} \simeq \Theta_{к1}, \quad \varphi_k^{(0)} = \Theta_{орб},$$

$$b^{(0)} = \operatorname{tg} \varphi_k^{(0)} - \operatorname{tg} \varphi_0^{(0)}.$$

Последовательные приближения выполняются по следующему алгоритму:

«i» приближение

1. По таблицам для принятых $b^{(i-1)}$ и $\varphi_0^{(i-1)}$ определяются интегралы $I_2^{(i)}, I_4^{(i)}, I_5, \dots, I_8$ и вычисляются

$$x_k^{(i)} = C_4 + n_0 g_0 t_k^2 I_4^{(i)} + \Delta x, \quad u_k^{(i)} = C_2 + n_0 g_0 t_k I_2^{(i)} + \Delta u.$$

2. Исходя из заданных значений высоты $H_{орб}$ и угла наклона траектории $\Theta_{орб}$, по формулам (3.5) определяются:

$$y_k^{(i)} = H_{орб} - \frac{(x_k^{(i)})^2}{2R}, \quad \operatorname{tg} \delta_k^{(i)} = \frac{x_k^{(i)}}{R + y_k^{(i)}},$$

$$\omega_k^{(i)} = u_k^{(i)} \operatorname{tg} (\Theta_{орб} - \delta_k^{(i)}).$$

3. Находим потребное значение интегралов I_1 и I_3 :

$$I_1^{(i)} = \frac{\omega_k^{(i)} - C_1 - \Delta \omega}{n_0 g_0 t_k}, \quad I_3^{(i)} = \frac{y_k^{(i)} - C_3 - \Delta y}{n_0 g_0 t_k^2}.$$

4. Из таблиц интегралов $I_1(a, b, \varphi_0)$ с использованием линейной интерполяции находится для нужного значения $I_1^{(i)}$ та пара параметров $b^{(i)}$ и $\varphi_0^{(i)}$, для которой интеграл I_3 равен вычисленному значению $I_3^{(i)}$.

Примечания. При расчете первого приближения поправки $\Delta x, \Delta y, \Delta u, \Delta \omega$ можно не учитывать. Поправки $\Delta x, \Delta y, \Delta u, \Delta \omega$, вычисленные для второго приближения, можно принять постоянными для последующих приближений. Во избежание повторения излишних записей расчет целесообразно вести в табличной форме (табл. 5). С достаточной степенью точности расчет параметров программы завершается третьим приближением.

Таблица 5

Расчетные формулы	Приближение		
	1	2	3
$I_2(a, b, \varphi_0)$			
$I_4(a, b, \varphi_0)$			
$I_5(a, b, \varphi_0)$			
$I_6(a, b, \varphi_0)$			
$I_7(a, b, \varphi_0)$			
$I_8(a, b, \varphi_0)$			
$\Delta x = -v^2 (C_8 + n_0 g_0 t_{\kappa}^4 I_8)$			
$\Delta u = -v^2 (C_6 + n_0 g_0 t_{\kappa}^3 I_6)$			
$x_{\kappa} = C_4 + n_0 g_0 t_{\kappa}^2 I_4 + \Delta x$			
$u_{\kappa} = C_2 + n_0 g_0 t_{\kappa} I_2 + \Delta u$			
$y_{\kappa} = H_{\text{орб}} - \frac{x_{\kappa}^2}{2R}$			
$\bar{v}_{\kappa} = \text{arctg} \left(\frac{x_{\kappa}}{R + y_{\kappa}} \right)$			
$w_{\kappa} = u_{\kappa} \text{tg} (\Theta_{\text{орб}} - \bar{v}_{\kappa})$			
$\Delta w = 2v^2 (C_5 + n_0 g_0 t_{\kappa}^3 I_5)$			
$\Delta y = 2v^2 (C_7 + n_0 g_0 t_{\kappa}^4 I_7)$			
$I_1 = \frac{w_{\kappa} - C_1 - \Delta w}{n_0 g_0 t_{\kappa}}$			
$I_3 = \frac{y_{\kappa} - C_3 - \Delta y}{n_0 g_0 t_{\kappa}^2}$			
b			
φ_0			

3.3. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ОПТИМАЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ
УГЛА ТАНГАЖА ВТОРОЙ СТУПЕНИ НОСИТЕЛЯ
ПРИ ЗАПУСКЕ БЛА

Оптимальной программой полета верхних ступеней носителя БЛА на максимальную дальность является программа постоянного угла тангажа ($\varphi = \varphi_0$, $b = 0$). Необходимое значение угла $\varphi = \varphi_0$ должно быть выбрано так, чтобы обеспечить условие для конечного угла наклона траектории:

$$\Theta_{orb} = \Theta_{opt}(L) \text{ при } t = t_k.$$

Интегралы, входящие в формулы для расчета конечных значений координат и проекций скорости (3.3), (3.4), вычисляются в элементарных функциях при $b = B = 0$ и имеют вид:

$$\begin{aligned} I_1 &= A \sin \varphi_0; I_2 = A \cos \varphi_0; I_3 = C \sin \varphi_0; I_4 = C \cos \varphi_0; \\ I_5 &= D \sin \varphi_0; I_6 = D \cos \varphi_0; I_7 = E \sin \varphi_0; I_8 = E \cos \varphi_0. \end{aligned} \quad (3.6)$$

где

$$\begin{aligned} A &= \frac{1}{a} \ln \frac{1}{1-c}; \quad C = \frac{1}{a^2} \left[a - (1-a) \ln \frac{1}{1-a} \right]; \\ D &= \frac{1}{a^2} \left[\frac{(1-a)^2}{2a} \ln \frac{1}{1-a} + \frac{3a-2}{4} \right]; \\ E &= \frac{1}{a^2} \left\{ \frac{1}{6a^2} \left[(1-a)^3 \ln(1-a) + \frac{1-(1-a)^3}{3} \right] - \frac{1-a}{4} \right\}. \end{aligned} \quad (3.7)$$

Подбор необходимого угла тангажа $\varphi = \varphi_0$ производится также методом последовательных приближений.

За начальное приближение программы принимаем $\varphi_0^{(0)} = \Theta_{к1}$.

Последовательные приближения для решения однопараметрической краевой задачи выполняются по следующему алгоритму:

«i» приближение

1. Для принятого приближения $\varphi_0^{(i-1)}$ по формулам (3.6) и (3.7) определяем интегралы $I_2^{(i)}$, $I_3^{(i)}$, $I_4^{(i)}$, I_5 , ..., I_8 и вычисляем конечные параметры:

$$u_k^{(i)} = C_2 + n_0 g_0 t_k I_2^{(i)} + \Delta u;$$

$$x_k^{(i)} = C_4 + n_0 g_0 t_k^2 I_4^{(i)} + \Delta x;$$

$$y_k^{(i)} = C_3 + n_0 g_0 t_k^3 I_3^{(i)} + \Delta y.$$

2. Исходя из заданного значения оптимального угла бросания $\Theta_k = \Theta_{opt}$, определяем $\omega_k^{(i)}$:

$$\omega_k^{(i)} = u_k^{(i)} \operatorname{tg}(\Theta_{opt} - \delta_k^{(i)}), \quad \operatorname{tg} \delta_k^{(i)} = \frac{x_k^{(i)}}{R + y_k^{(i)}}.$$

Таблица 6

Расчетные формулы	Приближение		
	1	2	3
$I_2 = A \cos \varphi_0$			
$I_3 = C \sin \varphi_0$			
$I_4 = C \cos \varphi_0$			
$I_5 = D \sin \varphi_0$			
$I_6 = D \cos \varphi_0$			
$I_7 = E \sin \varphi_0$			
$I_8 = E \cos \varphi_0$			
$\Delta u = -v^2 (C_6 + n_0 g_0 t_{\kappa}^2 I_6)$			
$\Delta x = -v^2 (C_8 + n_0 g_0 t_{\kappa}^4 I_8)$			
$\Delta y = 2v^2 (C_7 + n_0 g_0 t_{\kappa}^4 I_7)$			
$u_{\kappa} = C_2 + n_0 g_0 t_{\kappa} I_2 + \Delta u$			
$x_{\kappa} = C_4 + n_0 g_0 t_{\kappa}^2 I_4 + \Delta x$			
$y_{\kappa} = C_3 + n_0 g_0 t_{\kappa}^2 I_3 + \Delta y$			
$\delta_{\kappa} = \arctg \left(\frac{x_{\kappa}}{R + y_{\kappa}} \right)$			
$w_{\kappa} = u_{\kappa} \operatorname{tg} (\theta_{opt} - \delta_{\kappa})$			
$\Delta \omega = 2v^2 (C_5 + n_0 g_0 t_{\kappa}^2 I_5)$			
$I_1 = \frac{w_{\kappa} - C_1 - \Delta \omega}{n_0 g_0 t_{\kappa}}$			
$\varphi_0 = \arcsin \left(\frac{I_1}{A} \right)$			

3. Вычисляем требуемое значение интеграла I_1 :

$$I_1^{(i)} = \frac{w_k^{(i)} - C_1 - \Delta \omega}{n_0 g_0 t_k}$$

4. Из формулы для I_1 (3.6) определяем соответствующее значение угла тангажа:

$$\sin \varphi_0^{(i)} = \frac{I_1^{(i)}}{A}$$

Примечания, сделанные в параграфе 3.2, целиком относятся и к данному алгоритму. Расчет также следует вести в табличной форме (табл. 6).

3.4. РАСЧЕТ КОНЕЧНЫХ ПАРАМЕТРОВ ДВИЖЕНИЯ

После подбора параметров оптимальной программы угла тангажа по найденным параметрам окончательно определяются интегралы I_1, \dots, I_8 и рассчитываются конечные параметры движения верхней ступени относительно стартовой системы координат по формулам (3.5). Затем следует определить ошибки конечных параметров и сравнить их с заданными допустимыми отклонениями. Кроме того, по результатам подбора оптимальных программ определяются аналитические зависимости угла тангажа от времени

$$\varphi = \text{arctg} (\text{tg } \varphi_0 + bt/t_k)$$

и строятся соответствующие графики $\varphi(t)$ для верхних ступеней носителя (рис. 15).

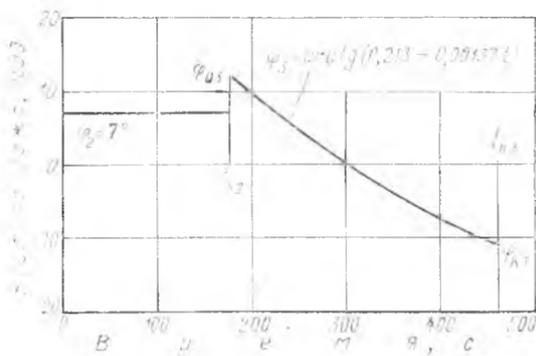


Рис. 15. Оптимальные программы движения верхних ступеней

4. ПЕРЕХОД ОТ ОТНОСИТЕЛЬНОГО ДВИЖЕНИЯ К АБСОЛЮТНОМУ

В предыдущем расчете найдены координаты и проекции скорости движения ЛА в конце активного участка относительно стартовой системы координат $O x_c y_c z_c$.

Для определения характеристик орбитального движения ИСЗ или БЛА необходимо для этого же момента времени вычислить координаты и проекции скорости относительно инерциальной системы отсчета.

В качестве инерциальной системы отсчета возьмем геоцентрическую экваториальную систему координат, ось $O_3 x_n$, которая проходит через меридиан точки старта в момент окончания активного участка. Заметим, что введенная таким образом инерциальная система координат повернута относительно звездной геоцентрической инерциальной системы на угол $\omega_3 S$, где S — местное звездное время в точке старта в момент выхода ЛА на орбиту, ω_3 — угол, на который поворачивается Земля за 1 с звездного времени [9, с. 87].

Положение стартовой системы координат $O x_c y_c z_c$ относительно принятой инерциальной $O_3 x_n y_n z_n$ определяется широтой пункта старта φ_0 и азимутом запуска A_0 (рис. 16).

Переход от координат конца активного участка x_k, y_k, z_k в стартовой системе к начальным координатам x_0, y_0, z_0 орбитального движения в геоцентрической инерциальной системе (рис. 16) выполняется по формулам [5, с. 109]:

$$\begin{aligned} x_0 &= -x_k \cos A_0 \sin \varphi_0 + (R + y_k) \cos \varphi_0; \\ y_0 &= x_k \sin A_0; \\ z_0 &= x_k \cos A_0 \cos \varphi_0 + (R + y_k) \sin \varphi_0. \end{aligned} \quad (4.1)$$

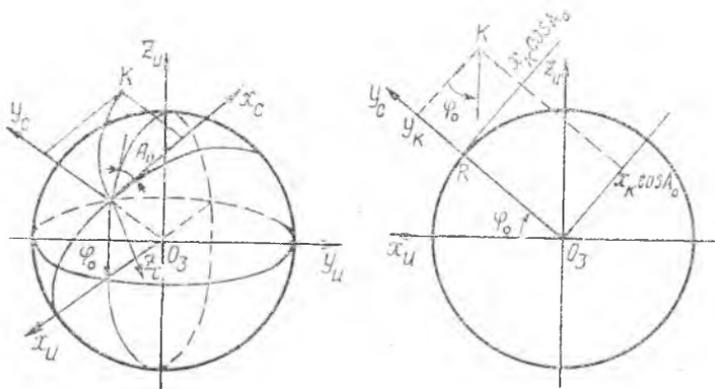


Рис. 16. Переход от стартовой к инерциальной системе координат

Величина радиуса-вектора начальной точки орбитального движения

$$r_0 = \sqrt{x_0^2 + y_0^2 + z_0^2}. \quad (4.2)$$

Проекции относительной скорости V_k на оси геоцентрической системы $O_3, x_{II}, y_{II}, z_{II}$ выражаются через проекции относительной скорости u_k, ω_k на стартовые оси аналогичными формулами.

Абсолютная скорость в начале орбитального движения складывается из относительной скорости $V_k = V_k$ и переносной скорости, которая определяется формулой

$$\vec{V}^c = \vec{\omega}_3 \times \vec{r}_0 = \begin{vmatrix} \vec{i}_{II} & \vec{j}_{II} & \vec{k}_{II} \\ 0 & 0 & \omega_3 \\ x_0 & y_0 & z_0 \end{vmatrix} = -\omega_3 y_0 \vec{i}_{II} + \omega_3 x_0 \vec{j}_{II},$$

где $\vec{i}_{II}, \vec{j}_{II}, \vec{k}_{II}$ — единичные векторы геоцентрической системы координат.

Таким образом, проекции абсолютной скорости на геоцентрические оси координат в начальной точке орбиты определяются формулами:

$$\begin{aligned} V_{x_0} = \dot{x}_0 &= -u_k \cos A_0 \sin \varphi_0 + \omega_k \cos \varphi_0 - \omega_3 y_0; \\ V_{y_0} = \dot{y}_0 &= u_k \sin A_0 + \omega_k x_0; \\ V_{z_0} = \dot{z}_0 &= u_k \cos A_0 \cos \varphi_0 + \omega_k \sin \varphi_0. \end{aligned} \quad (4.3)$$

Величина начальной скорости орбитального движения и угол наклона ее к местному горизонту —

$$V_0 = \sqrt{\dot{x}_0^2 + \dot{y}_0^2 + \dot{z}_0^2}, \quad \Theta_0 = \arcsin \frac{x_0 \dot{x}_0 + y_0 \dot{y}_0 + z_0 \dot{z}_0}{r_0 V_0}. \quad (4.4)$$

5. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ХАРАКТЕРИСТИК ДВИЖЕНИЯ ЛЕТАТЕЛЬНОГО АППАРАТА НА ОПОРНОЙ ОРБИТЕ

При запуске космических аппаратов определяются элементы орбиты выведения, период обращения и вековые возмущения.

Сначала находятся компоненты и модуль секторальной скорости:

$$\begin{aligned} C_1 &= y_0 \dot{z}_0 - z_0 \dot{y}_0, \quad C_2 = z_0 \dot{x}_0 - x_0 \dot{z}_0, \quad C_3 = x_0 \dot{y}_0 - y_0 \dot{x}_0; \\ C &= \sqrt{C_1^2 + C_2^2 + C_3^2}. \end{aligned}$$

Расчет элементов орбиты производится в следующей последовательности:

Долгота восходящего узла Ω и угла наклона орбиты i —
 $\operatorname{tg} \Omega = -\frac{C_1}{C_2}$, $\operatorname{sign}(\sin \Omega) = \operatorname{sign} C_1$, $\operatorname{sign}(\cos \Omega) = \operatorname{sign}(-C_2)$;
 $\cos i = C_3/C_2$.

Эксцентриситет e и большая полуось орбиты a —
 $e = \sqrt{1 + (v_0 - 2) v_0 \cos^2 \Theta_0}$, $v_0 = V_0^2 r_0/k = (V_0/V_{\text{кр}})^2$;

$$a = \frac{r_0}{2 - v_0}, \quad p = a(1 - e^2).$$

Аргумент перицентра ω —

$$\operatorname{tg} \vartheta_0 = \frac{v_0 \sin \Theta_0 \cos \Theta_0}{v_0 \cos^2 \Theta_0 - 1}; \quad \operatorname{sign}(\sin \vartheta_0) = \operatorname{sign}(\sin \Theta_0);$$

$$\operatorname{sign}(\cos \vartheta_0) = \operatorname{sign}(v_0 \cos^2 \Theta_0 - 1);$$

$$\cos \Theta_0 = \sqrt{C_1^2 + C_2^2 + C_3^2/r_0 V_0}; \quad \sin \Theta_0 = \frac{x_0 \dot{x}_0 + y_0 \dot{y}_0 + z_0 \dot{z}_0}{r_0 V_0};$$

$$\sin u_0 = \frac{z_0}{r_0 \sin i}; \quad \cos u_0 = \frac{x_0 \cos \Omega + y_0 \sin \Omega}{r_0};$$

$$\omega = u_0 - \vartheta_0.$$

Момент времени прохождения через перицентр —

$$\operatorname{tg} \frac{E_0}{2} = \sqrt{\frac{1-e}{1+e}} \operatorname{tg} \frac{\vartheta_0}{2};$$

$$\tau = t_0 - \frac{a^3}{\sqrt{k}} (E_0 - e \sin E_0).$$

Период обращения —

$$T = 2\pi \frac{a^3}{\sqrt{k}}.$$

Вековые возмущения за один оборот спутника вокруг Земли вследствие ее несферичности [6, с. 315, 338] —

$$\frac{d\Omega}{dN} = \frac{2\pi}{p^2} \frac{\varepsilon}{k} \cos i; \quad \frac{d\omega}{dN} = \frac{\pi}{p^2} \frac{\varepsilon}{k} (5 \cos^2 i - 1),$$

где $\varepsilon = 2,634 \cdot 10^{10} \text{ км}^5/\text{с}^2$, $k = 3,986 \cdot 10^5 \text{ км}^3/\text{с}^2$.

Расчет характеристик траектории БЛА

Сначала определяются географические координаты конца активного участка [5, с. 111]:

$$\operatorname{tg}(\lambda_k - \lambda_0) = \frac{y_0}{x_0}; \quad \operatorname{tg} \varphi_k = \frac{z_0 \cos(\lambda_k - \lambda_0)}{x_0}.$$

Решается первая (прямая) задача баллистики и вычисляются элементы эллиптической траектории пассивного полета БЛА в абсолютном движении [5, с. 120]:

$$v_0 = \frac{V_0^2 r_0}{k} = \left(\frac{V_0}{V_{кр}} \right)^2; p = v_0 r_0 \cos^2 \Theta_0; e = \sqrt{1 - (2 - v_0) v_0 \cos^2 \Theta_0};$$

$$a = 2R(1 + \operatorname{tg}^2 \Theta_0) - v_0(r_0 + R); b = v_0 R \operatorname{tg} \Theta_0; c = v_0(r_0 - R);$$

$$\operatorname{tg} \frac{\beta_c}{2} = \frac{b + \sqrt{b^2 + ac}}{a}; \delta_{\kappa} = \operatorname{arctg} \frac{x_{\kappa}}{R + y_{\kappa}};$$

$$l_{\text{бал}} = R \beta_c, l_0 = R \delta_{\kappa}, L = l_0 + l_{\text{бал}}.$$

Скорость и ее угол наклона в точке падения на Землю —

$$v_c = \frac{2(r_0 - R) + v_0 R}{r_0}; V_c = \sqrt{\frac{k v_c}{R}}, \cos \Theta_c = \sqrt{\frac{p}{v_c R}}.$$

Время свободного полета и полное время полета —

$$t_c = \frac{r_0}{V_0} \frac{v_0 \cos \Theta_0}{2 - v_0} \left[\operatorname{tg} \Theta_0 - \operatorname{tg} \Theta_c + \frac{\pi - \left(\arcsin \frac{1 - v_c}{e} + \arcsin \frac{1 - v_0}{e} \right)}{\sqrt{(2 - v_0) v_0 \cos^2 \Theta_0}} \right];$$

$$T = t_{\kappa} + t_c.$$

Далее вычисляются производные, характеризующие отклонения максимальной дальности от параметров в конце активного участка [5, с. 132]:

$$\frac{\partial l_{\text{бал}}}{\partial H_{\kappa}} = R \frac{v_0 + \frac{2R}{r_0} (1 + \operatorname{tg}^2 \Theta_0) \sin^2 \frac{\beta_c}{2} \operatorname{tg} \frac{\beta_c}{2}}{v_0 \left(r_0 - R + R \operatorname{tg} \Theta_0 \operatorname{tg} \frac{\beta_c}{2} \right)};$$

$$\frac{\partial l_{\text{бал}}}{\partial V_0} = \frac{4R^2}{V_0} \frac{(1 + \operatorname{tg}^2 \Theta_0) \sin^2 \frac{\beta_c}{2} \operatorname{tg} \frac{\beta_c}{2}}{v_0 \left(r_0 - R + R \operatorname{tg} \Theta_0 \operatorname{tg} \frac{\beta_c}{2} \right)};$$

$$\frac{\partial l_{\text{бал}}}{\partial \Theta_0} = 2R^2 \frac{(1 + \operatorname{tg}^2 \Theta_0) \left(v_0 - 2 \operatorname{tg} \Theta_0 \operatorname{tg} \frac{\beta_c}{2} \right) \sin^2 \frac{\beta_c}{2}}{v_0 \left(r_0 - R + R \operatorname{tg} \Theta_0 \operatorname{tg} \frac{\beta_c}{2} \right)}.$$

В заключение определяются географические координаты точки падения через координаты конца активного участка:

$$\sin \varphi_c = \sin \varphi_{\kappa} \cos \beta_c + \cos \varphi_{\kappa} \sin \beta_c \cos A_0;$$

$$\sin (\lambda_c - \lambda_{\kappa} + \omega_{\text{з}} t_c) = \frac{\sin \beta_c \sin A_0}{\cos \varphi_c}.$$

По географическим координатам точки падения находятся центральный угол β , описанный по трассе в относительном дви-

жении, соответствующая баллистическая дальность и относительный азимут в точке падения A_c :

$$\cos \beta = \sin \varphi_k \sin \varphi_c + \cos \varphi_k \cos \varphi_c \cos (\lambda_c - \lambda_k),$$

$$L_{\text{бал. отн}} = R \beta;$$

$$\sin A_c = \frac{\cos \varphi_k \sin (\lambda_c - \lambda_k)}{\sin \beta}.$$

6. ВЫВОД КОСМИЧЕСКОГО АППАРАТА НА ЦЕЛЕВУЮ ОРБИТУ

Заданиями на курсовое проектирование предусмотрены следующие основные типы целевых задач полета ракетно-космической системы:

- 1) выведение спутника связи на высокоэллиптическую орбиту;
- 2) выведение спутника связи на геостационарную орбиту;
- 3) полет космического аппарата (КА) к Луне;
- 4) полеты КА к планетам солнечной системы;
- 5) выведение зонда для исследования Солнца.

В соответствии с вариантом задания должны быть определены:

минимальная потребная характеристическая скорость перелета с промежуточной на целевую орбиту;

временные характеристики перелета (моменты включения и время работы двигателей, длительность всего перелета и отдельных участков полета);

затраты топлива на каждом участке перелета и массу полезной нагрузки, выводимой на целевую орбиту;

Перед началом расчета необходимо обосновать целесообразное членение выведенной на промежуточную орбиту космической системы на отдельные космические ракетные блоки и указать количество и цели включения двигателей каждого ракетного блока.

6.1. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПОТРЕБНОЙ ХАРАКТЕРИСТИЧЕСКОЙ СКОРОСТИ ПОЛЕТА КА ДЛЯ ВЫПОЛНЕНИЯ ЦЕЛЕВЫХ ЗАДАЧ

В общем случае полет КА для выполнения целевой задачи является сложной космической операцией и предусматривает многократное включение двигательных установок.

Каждое включение двигательной установки с целью изменения величины и (или) направления скорости КА назовем эле-

ментарной космической операцией. Потребная характеристическая скорость элементарной операции определяется видом маневра изменения скорости.

Потребная характеристическая скорость сложной космической операции является суммой характеристических скоростей элементарных космических операций:

$$V_x = \sum_{i=1}^n V_{xi}$$

где n — число элементарных космических операций.

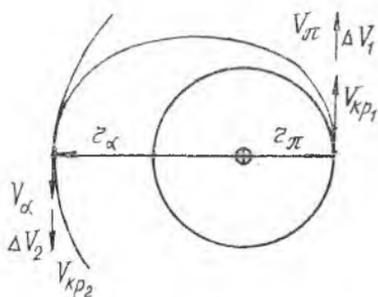
При решении задачи выведения КА на целевую орбиту будем принимать, что двигатели работают на химических источниках энергии и их тяга достаточно велика.

В этом случае время работы двигателей при совершении маневров перехода между орбитами мало по сравнению с общей продолжительностью перелета, и можно принять предположение об импульсном изменении скорости.

Приведем основные формулы для расчета потребных импульсов скорости для различных маневров на орбитах, рассматриваемых как элементарные космические операции.

Компланарные маневры

Одноимпульсный переход с круговой орбиты на эллиптическую (и наоборот) (рис. 17). Скорости в перигентре и апоцентре эллиптической орбиты определяются по формулам:



$$V_{\pi} = \sqrt{\frac{2kr_{\alpha}}{r_{\pi}(r_{\alpha} + r_{\pi})}};$$

$$V_{\alpha} = \sqrt{\frac{2kr_{\pi}}{r_{\alpha}(r_{\alpha} + r_{\pi})}}.$$

Характеристическая скорость перехода с круговой орбиты на внешнюю эллиптическую (и обратно) —

$$\Delta V_1 = V_{\pi} - V_{kp1} = \sqrt{\frac{k}{r_{\pi}}} \left(\sqrt{\frac{2r_{\alpha}}{r_{\alpha} + r_{\pi}}} - 1 \right).$$

Характеристическая скорость перехода с круговой на внут-

реннюю эллиптическую орбиту (и наоборот) —

$$\Delta V_1 = V_{kp2} - V_{\alpha} = \sqrt{\frac{k}{r_{\alpha}}} \left(1 - \sqrt{\frac{2r_{\pi}}{r_{\alpha} + r_{\pi}}} \right).$$

Одноимпульсный переход с круговой орбиты на гиперболическую (и наоборот) (рис. 18):

$$V_{\infty} = \sqrt{V_{\infty}^2 + \frac{2k}{r_{\infty}}};$$

$$\Delta V = V_{\infty} - V_{кр} =$$

$$= \sqrt{V_{\infty}^2 + \frac{2k}{r_{\infty}}} - \sqrt{\frac{k}{r_{\infty}}}.$$

Двухимпульсный перелет между круговыми орбитами осуществляется по гомановскому переходному эллипсу (см. рис. 17):

$$\Delta V = \Delta V_1 + \Delta V_2;$$

$$\Delta V_1 = \sqrt{\frac{k}{r_1}} \left(\sqrt{\frac{2r_2}{r_1 + r_2}} - 1 \right);$$

$$\Delta V_2 = \sqrt{\frac{k}{r_2}} \left(1 - \sqrt{\frac{2r_1}{r_1 + r_2}} \right).$$

Некомпланарные маневры

Одноимпульсный маневр поворота плоскости орбиты (рис. 19):

$$\Delta V = 2 V_{кр} \sin \frac{\Delta i}{2}.$$

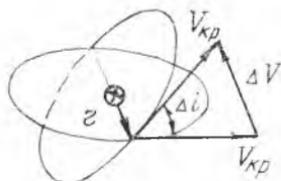


Рис. 19. Одноимпульсный поворот плоскости орбиты

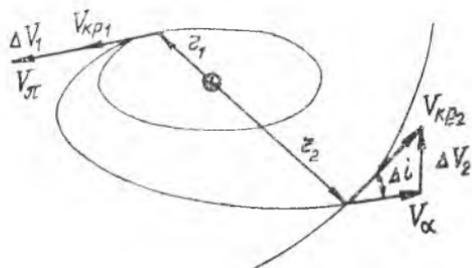


Рис. 20. Двухимпульсный переход между некомпланарными круговыми орбитами

Двухимпульсный маневр перехода между круговыми орбитами (рис. 20):

$$\Delta V = \Delta V_1 + \Delta V_2;$$

$$\Delta V_1 = \sqrt{\frac{k}{r_1}} \left(\sqrt{\frac{2r_2}{r_1 + r_2}} - 1 \right);$$

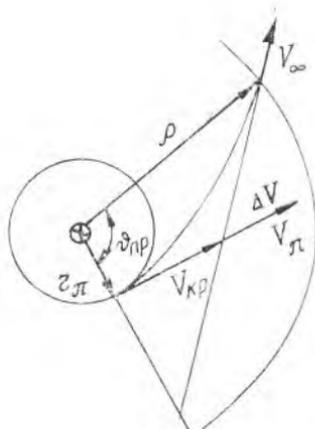


Рис. 18. Переход с круговой на гиперболическую орбиту

$$\Delta V_2 = \sqrt{V_{кр 2}^2 + V_2^2 - 2 V_{кр 2} V_2 \cos \Delta i} =$$

$$= \sqrt{\frac{k}{r_2}} \sqrt{1 + \frac{2 r_1}{r_1 + r_2} - 2 \sqrt{\frac{2 r_1}{r_1 + r_2}} \cos \Delta i}.$$

6.2. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ДЛИТЕЛЬНОСТИ ПЕРЕЛЕТА

Импульсные маневры перехода между орбитами являются достаточно точным приближением при условии, что разгон КА под действием приложенной тяги двигателя происходит по дуге исходной орбиты путем соответствующего программирования направления тяги двигателя.

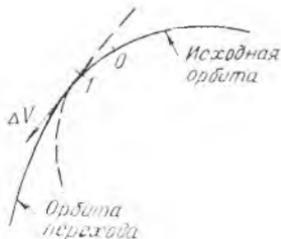


Рис. 21. Импульсный переход между орбитами

При расчете моментов включения двигателей будем принимать, что двигатель выключается и тем самым заканчивается приращение скорости перехода в момент касания исходной или конечной орбиты и орбиты перехода (рис. 21).

По найденным в п. 6.1 характеристическим скоростям перехода ΔV_i определяются затраты топлива на разгон

m_i и длительности работы двигателей Δt_i :

$$m_{\tau i} = \frac{z_i - 1}{z_i} m_i; \quad z_i = e^{\Delta V_i / u};$$

$$\Delta t_i = \frac{m_{\tau i}}{P} P_{уд},$$

где m_i — начальная масса КА до включения двигателя;

P — тяга двигателя;

$P_{уд}$ — удельная тяга двигателя;

$u = P_{уд}$ м/с — эффективная скорость истечения продуктов сгорания.

Длительности перелета по переходным орбитам определяются по формулам Кеплера, соответствующим типу орбит.

Для эллиптической орбиты перехода

$$t - \tau = \sqrt{\frac{a^3}{k}} (E - e \sin E); \quad \operatorname{tg} \frac{E}{2} = \sqrt{\frac{1-e}{1+e}} \operatorname{tg} \frac{\eta}{2};$$

$$a = \frac{r_\tau + r_\pi}{2}; \quad e = \frac{r_\pi - r_\tau}{r_\pi + r_\tau}.$$

Для гиперболической орбиты перелета

$$t - \tau = \sqrt{\frac{a^3}{k}} (e \operatorname{sh} H - H); \quad \operatorname{th} \frac{H}{2} = \sqrt{\frac{e-1}{e+1}} \operatorname{tg} \frac{\eta}{2};$$

$$a = \frac{k}{V_\infty^2}; \quad e = 1 + \frac{r^-}{u}.$$

6.3. ОПРЕДЕЛЕНИЕ МАССЫ ПОЛЕЗНОЙ НАГРУЗКИ И ПОСТРОЕНИЕ СХЕМЫ ПОЛЕТА КОСМИЧЕСКОГО АППАРАТА

Массой полезной нагрузки ракетно-космической системы назовем массу космического аппарата, выведенную на конечную орбиту для выполнения целевой задачи полета.

При использовании для перелета космического аппарата на целевую орбиту одного ракетного блока (ускорителя) космической системы масса полезной нагрузки определяется через характеристическую скорость перелета по формуле Циолковского:

$$V_x = u \ln z = u \ln (m_0/m_{\text{кон}}),$$

откуда

$$m_{\text{ин}} = m_{\text{кон}} = m_0 e^{-V_x/u}.$$

Если для перелета космического аппарата с промежуточной на целевую орбиту рационально применить два или более последовательно работающих ракетных блоков (ускорителей), то необходимо предварительно распределить суммарную характеристическую скорость по n ступеням космической системы:

$$V_x = V_{x1} + \dots + V_{xm}.$$

Затем, используя характеристические скорости V_{xi} для каждой ступени космической системы, последовательно определяем конечные массы каждой ступени $m_{\text{кон}i}$; начальные массы последующей ступени $m_{0,i+1}$ и в заключение — массу полезной нагрузки космической системы:

$$m_{\text{кон}1} = m_{01} e^{-V_{x1}/u_1}; \quad m_{02} = m_{\text{кон}1} - m_{k1};$$

$$m_{\text{кон}2} = m_{02} e^{-V_{x2}/u_2}; \quad m_{03} = m_{\text{кон}2} - m_{k2};$$

$$m_{\text{ин}} = m_{0,m} e^{-V_{xm}/u_m}.$$

где m_{ki} — отбрасываемая масса ракетного блока (ускорителя) после выгорания горючего.

В заключение этого этапа расчета необходимо построить схему перелета космического аппарата с промежуточной орбиты выведения на конечную орбиту для выполнения целевой задачи с указанием моментов включения и выключения двигателей и потребных импульсов скоростей.

II. РАСЧЕТ УПРАВЛЯЕМОСТИ И УСТОЙЧИВОСТИ ДВИЖЕНИЯ ЛЕТАТЕЛЬНОГО АППАРАТА В ПЛОСКОСТИ ТАНГАЖА НА АКТИВНЫХ УЧАСТКАХ ПОЛЕТА

1. ОСНОВНЫЕ ЗАДАЧИ РАСЧЕТА УСТОЙЧИВОСТИ И, УПРАВЛЯЕМОСТИ ЛЕТАТЕЛЬНОГО АППАРАТА

Чтобы обеспечить движение ЛА по заданной траектории и необходимую точность полета, ЛА должен быть управляемым, а движение его устойчивым. Эта задача решается установкой на ЛА специальной системы управления (СУ) и стабилизации. Обычно системы управления и стабилизации объединяют в одном комплексе—автомате стабилизации (АС). Устойчивость движения ЛА обеспечивается системой стабилизации центра масс и тремя автоматами стабилизации, стабилизирующими ЛА по углу тангажа, углу рыскания и углу крена. Вследствие осевой симметрии ЛА АС по углу рыскания и углу тангажа оказываются одинаковыми.

Начальный этап проектирования ЛА и его СУ связан с динамической моделью ЛА, рассматриваемого как абсолютно твердое и жесткое тело. Действительно, если предпринять определенные конструктивные меры, обеспечивающие устойчивость дополнительных степеней свободы, то они не оказывают практически заметного влияния на движение ЛА в целом.

С моделью твердого тела связано решение следующих вопросов проектирования ЛА: анализ основных возмущающих аэродинамических сил и моментов, действующих на ЛА в полете; выбор типа и эффективности органов управления (ОУ); выбор массовой и аэродинамической компоновки ЛА.

Выбор эффективности ОУ не может быть выполнен без определенных сведений о параметрах АС и устойчивости ЛА. Поэтому уже на начальной стадии проектирования ЛА необходимо оценить устойчивость его невозмущенного движения как твердого тела. На последующих стадиях проектирования должна быть

получена полная система уравнений возмущенного движения ЛА с учетом подвижности жидкости в баках и упругих колебаний конструкции. Окончательное уточнение параметров органов управления и автомата стабилизации проводится на основе этих уравнений методом электромоделирования (или на ЭЦВМ) с учетом возможных разбросов параметров всех систем, их нелинейностей и случайных возмущений, возникающих в полете.

2. ПОДГОТОВКА ИСХОДНЫХ ДАННЫХ К РАСЧЕТУ УПРАВЛЯЕМОСТИ И УСТОЙЧИВОСТИ ДВИЖЕНИЯ ЛЕТАТЕЛЬНОГО АППАРАТА

2.1. ДАННЫЕ АЭРОДИНАМИЧЕСКОГО И БАЛЛИСТИЧЕСКОГО РАСЧЕТОВ

Перед началом расчетов необходимо заполнить таблицы основных проектных параметров ЛА, полученных на основе данных о прототипе или в результате баллистического расчета (табл. 7, 8).

Таблица 7

Наименование параметра	Размерность	Величина
Стартовая масса m_0	т	
Масса полезной нагрузки $m_{пн}$	т	
Число боковых ускорителей n_B	—	
Длина ЛА l_{ϕ}	м	
Площадь миделя S_M	м ²	
Площадь пары стабилизаторов $S_{ст}$	м ²	
Число пар стабилизаторов $n_{ст}$	—	

Таблица 8

№ п/п	Наименование параметра	Размерность	Ускорители	
			1 ступ.	2 ступ.
1	Суммарная масса сухой конструкции $m_{кi}$	т		
2	Суммарная масса топлива m_{T_i}	т		
3	Массовые соотношения компонентов топлива x_i	—		
4	Плотность окислителя $\rho_{окi}$	т/м ³		
5	Плотность горючего $\rho_{Гi}$	т/м ³		

№ п/п	Наименование параметра	Размерность	Ускорители	
			1 ступ.	2 ступ.
6	Длина l_i	м		
7	Максимальный диаметр $d_{i \max}$	м		
8	Минимальный диаметр $d_{i \min}$	м		
9	Тяга ДУ P_{0i}/P_{0i}	кН		
10	Масса ДУ $m_{дУi}$	г		
11	Число камер сгорания ДУ $n_{ксi}$	—		
12	Время работы ДУ t_{ki}	с		
13	Тяга УД по тангажу $P_{\theta 0i}/P_{\theta 0i}$	кН		
14	Максимальный угол поворота УД по тангажу $\delta \theta i_{\max}$	град		

Если нет данных о тяге управляющих двигателей (УД) и максимальных углах их отклонений, то пункты 13 и 14 табл. 8 заполняются после расчета управляемости ЛА.

Масса двигательной установки (ДУ) определяется по формуле $m_{дУi} = \frac{b}{g_0} P_{0i}$, где $b = 0,0067 [1 + 3 \exp(-0,0038 P_{0i})]$. P_{0i} — тяга ДУ в вакууме (кН).

(2.1)

На рис. 22 строится схематический чертеж ЛА с размерами. По данным баллистического и аэродинамического расчетов строятся графики изменения на первой ступени полета следующих параметров:

массы ЛА $m(t)$, т; тяги ДУ $P(t)$, кН; момента инерции ЛА $I_z(t)$, тм^2 (рассчитывается ниже) (рис. 23, а);

скоростного напора $q(t)$, кН/м^2 ; скорости ветра $W(t)$, м/с (рис. 24); координаты аэродинамического фокуса $x_F(t)$, м в связанной системе координат; коэффициента $C_v^z(t)$ (производная коэффициента нормальной аэродинамической силы по углу атаки в радианах) (рис. 23, б).

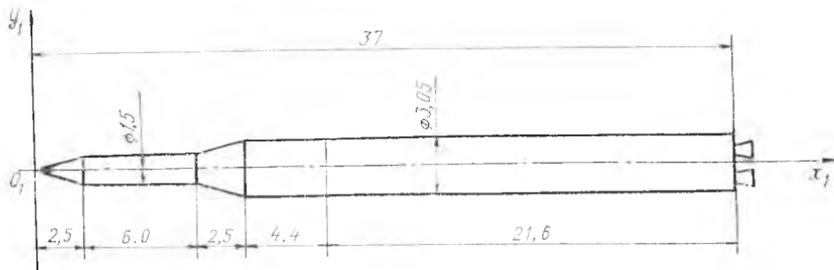


Рис. 22. Геометрическая схема ЛА

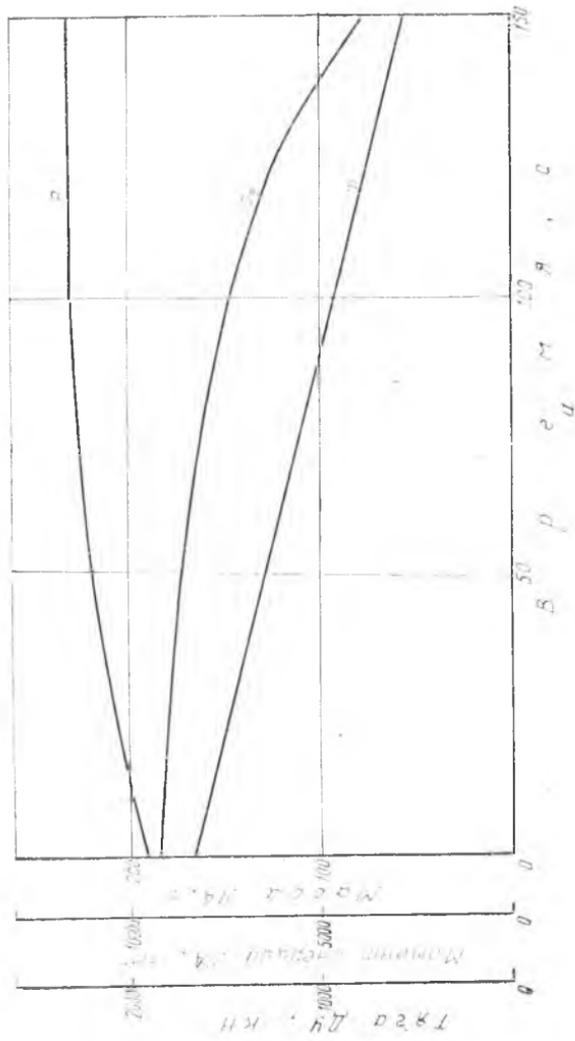


Рис. 23, а. Графики исходных данных для расчета устойчивости и управляемости: итерционные характеристики ДУ и тяга ДУ

Коэффициент C_y^{α} равен

$$C_y^{\alpha} = C_{y\alpha}^{\alpha} + C_{x0}, \quad (2.2)$$

где $C_{y\alpha}^{\alpha}$ [1/рад] = 57,3 $C_{y\alpha}^{\alpha}$ [1/град].

Следует заметить, что график $x_F(t)$ строится после вычисления координат центра масс ЛА $x_{1r}(t)$ в разделе 1.2. Координата x_F рассчитывается по формуле $x_F(t) = x_{1r}(t) - x_{1F}(t)$, где координата фокуса $x_{1F}(t)$ от носика ЛА, а также $C_{y\alpha}^{\alpha}$ и C_{x0} берутся из аэродинамического расчета.

Масштабы графиков и начало отсчета ординат выбираются таким образом, чтобы было возможно снимать значения параметров с точностью до трех значащих цифр. Все графики строятся на миллиметровках стандартных размеров.

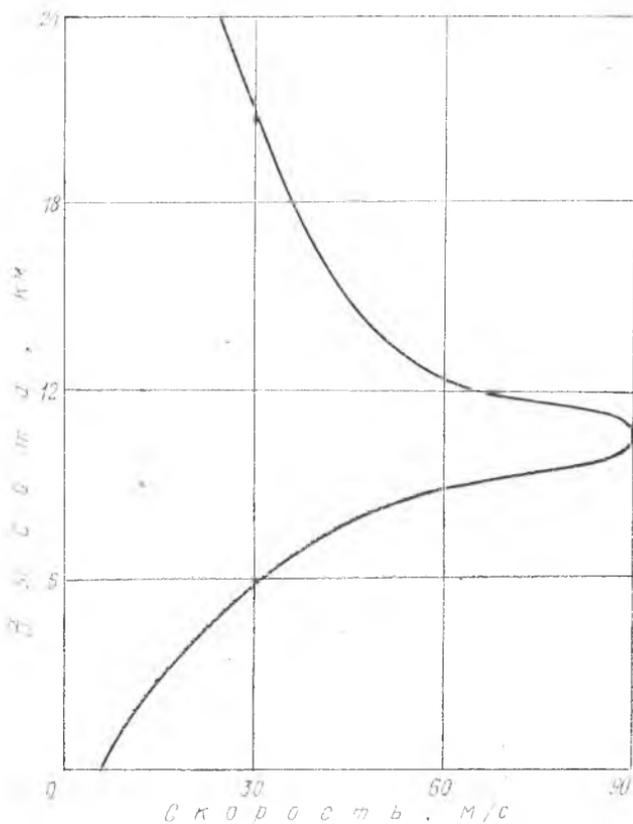


Рис. 24. Профиль ветра по высоте

2.2. КОМПОНОВКА И ПРИБЛИЖЕННЫЕ РАСЧЕТЫ ИНЕРЦИОННЫХ ХАРАКТЕРИСТИК ЛА

Для получения компоновочной схемы ЛА необходимо предварительно рассчитать массы окислителя и горючего ступеней по формулам:

$$m_{\text{ок}i} = \frac{z_i}{1 + z_i} m_{T_i}; \quad (2.3)$$

$$m_{\text{г}i} = \frac{1}{1 + z_i} m_{T_i}.$$

Далее вычисляются объемы компонентов топлива:

$$V_{\text{ок(гор)}i} = \frac{m_{\text{ок(гор)}i}}{\rho_{\text{ок(гор)}i}} \quad (2.4)$$

На основе компоновочной схемы прототипа (если она есть) или габаритного чертежа ЛА по ускорителям с учетом вычисленных объемов располагаются топливные баки. При этом желательно баки с более тяжелыми компонентами помещать выше для более верхнего положения центра масс ЛА. При компоновке необходимо предусмотреть отсеки для ДУ, межбаковые, переходные и приборные отсеки. Для упрощения расчетов днища баков (цилиндрических и конических) можно считать плоскими. Полученная компоновочная схема изображена на рис. 25 в одинаковом масштабе по длине и диаметру. Вспомогательная ось ox_1 направляется от носка ЛА к донному срезу. Аналогично строится компоновочная схема одного бокового ускорителя, если таковые имеются.

Далее определяются секундные расходы окислителя и горючего на первой ступени полета:

$$m_{\text{ок(гор)}1} = \frac{m_{\text{ок(гор)}1}}{t_{\text{к1}}}. \quad (2.5)$$

Для трех моментов времени полета первой ступени*

$$t_1 = 0,25 t_{\text{к1}}, \quad t_2 = 0,5 t_{\text{к1}} \quad \text{и} \quad t_3 = 0,75 t_{\text{к1}}$$

вычисляются остатки компонентов топлива на борту и занимаемые ими объемы:

$$m_{\text{ок(гор)}1}(t_j) = m_{\text{ок(гор)}1}(t_0) - t_j \dot{m}_{\text{ок(гор)}1}; \quad (2.6)$$

$$V_{\text{ок(гор)}1}(t_j) = \frac{m_{\text{ок(гор)}1}(t_j)}{\rho_{\text{ок(гор)}1}}. \quad (2.7)$$

* Для цилиндрических баков эти вычисления можно не проводить ввиду липцевидного изменения уровней по времени полета.

По этим объемам определяются уровни топлива в баках ускорителей первой ступени (от днищ баков) и на рис. 25, отложив на оси ординат время t полета, строятся графики изменения уровней окислителя ($H_{ок}$) и горючего ($H_{г}$) по 5 точкам ($t_0 = 0, t_1, t_2, t_3$ и $t_4 = t_{к1}$).

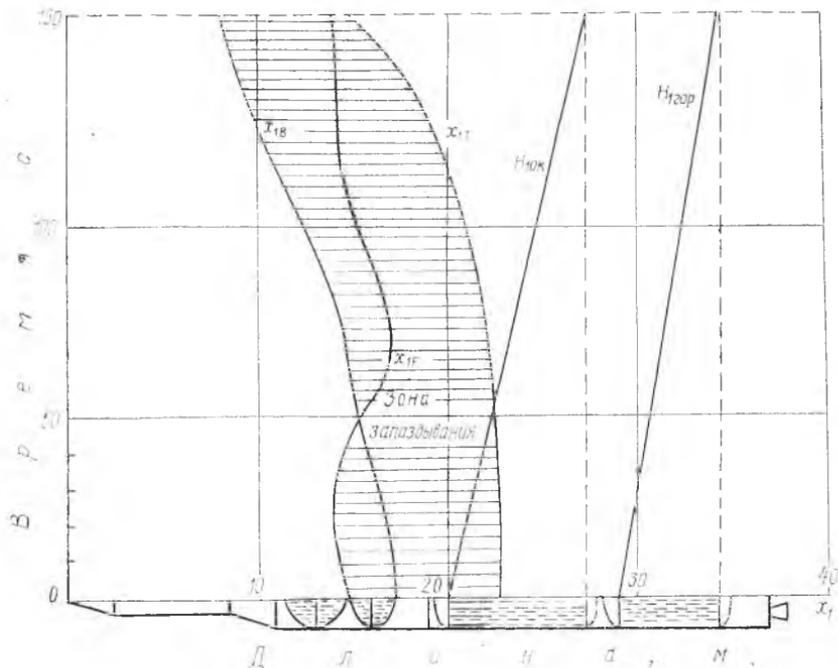


Рис. 25. Графики результатов расчета

Далее рассчитываются эпюры погонных масс сухой конструкции ускорителей без двигателя:

$$m_{кi}^* = m_{кi} - m_{дyi} \quad (2.8)$$

Значения погонной массы $m_{кi}(x_1)$ ускорителя вычисляются из предположения постоянства толщины обшивки по длине отсека:

$$m_{кi}(x_1) = \frac{2m_{кi}^* \cdot d_{i\min}}{l_i(d_{i\min} + d_{i\max})} \left[1 + \frac{d_{i\max} - d_{i\min}}{l_i d_{i\min}} (x_1 - x_{1i0}) \right], \quad (2.9)$$

где x_{1i0} — координата начала ускорителя.

Такое допущение ввиду малости веса сухой конструкции по сравнению с весом топлива дает небольшую погрешность в вычислении положения центра масс (ЦМ) и момента инерции ЛА.

Погонные массы топлива вычисляются по следующим формулам:

$$m_{ок(гор)}i(x_1) = \rho_{ок(гор)}i S_{ок(гор)}(x_1), \quad (2.10)$$

$$\text{где } S_{ок(гор)}(x_1) = \pi R_{ок(гор)}^2(x_1); \quad (2.11)$$

$R_{ок(гор)}(x_1)$ — радиус поперечного сечения бака с координатой x_1 .

Эпюра погонной массы полезной нагрузки определяется, исходя из равномерной плотности заполнения объема, занятого полезной нагрузкой:

$$m_{пн}(x_1) = \rho_{пн} S_{пн}(x_1); \quad (2.12)$$

$$\rho_{пн} = \frac{m_{пн}}{V_{пн}}, \quad (2.13)$$

где $V_{пн}$ — объем полезной нагрузки.

Окончательно на участках с топливом вычисляется суммарная погонная масса ЛА:

$$m(x_1) = m_{ок(гор)}i(x_1) + m_{кi}(x_1). \quad (2.14)$$

Там, где нет топлива, $m(x_1) = m_{кi}(x_1)$ или $m(x_1) = m_{пн}(x_1)$.

На рис. 26 строятся эпюры погонных масс основного блока. Аналогично вычисляются и строятся эпюры погонных масс $m_b(x_1)$ для одного бокового ускорителя. Стрелками на эпюрах

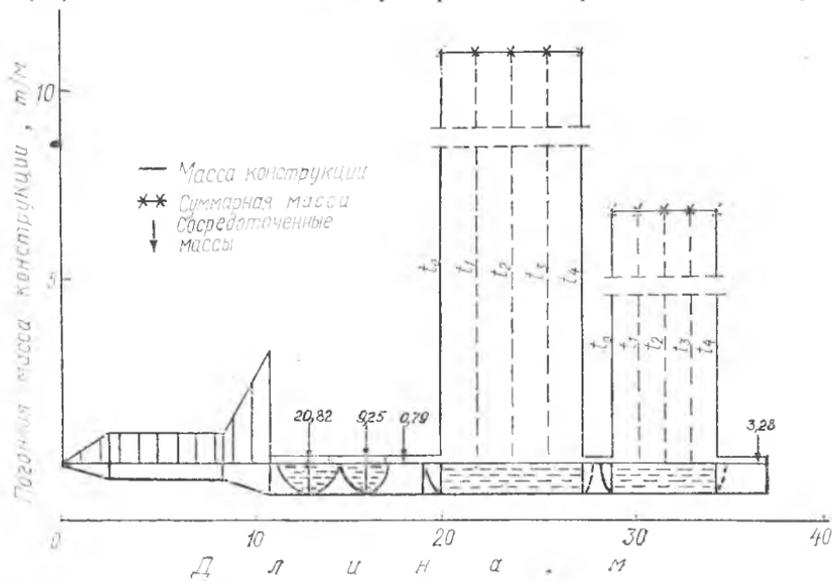


Рис. 26. Эпюра погонных масс

указываются центры масс ДУ, сферических, эллиптических и тортовых баков и величины их масс. Положение ЦМ ДУ можно принять в центре соответствующего двигательного отсека.

Далее для пяти моментов времени t_j определяется положение ЦМ ЛА относительно его носика. В этих целях эпюры масс основного и бокового ускорителей разбиваются на прямоугольные и трапецидальные участки (рис. 26), вычисляются их площади (массы) и определяются координаты ЦМ.

После этого вычисляется статический момент ЛА при $t = t_{к1}$ $\sigma(t_k)$ по формуле

$$\sigma(t_k) = \sum_{\nu} m_{\nu} x_{1T\nu} + n_B \sum_{\mu} m_{B\mu} x_{1T\mu}, \quad (2.15)$$

где m_{ν} — масса ν -го участка основного блока (или сосредоточенная масса);

$x_{1T\nu}$ — координата ЦМ ν -го участка;

$m_{B\mu}$ — масса μ -го участка бокового ускорителя;

$x_{1T\mu}$ — координата ЦМ μ -го участка.

Статический момент $\sigma(t_{j-1})$ находится по известному $\sigma(t_j)$:

$$\sigma(t_{j-1}) = \sigma(t_j) - \sum_k \Delta m_{TK}(t_j) x_{1TK}(t_j), \quad (2.16)$$

где $\Delta m_{TK}(t_j)$ — масса выгоревшего в интервале (t_{j-1}, t_j) топлива в k -ом баке ЛА;

$x_{1TK}(t_j)$ — координата ЦМ выгоревшего топлива в k -ом баке.

Координаты центра масс ЛА рассчитываются по найденным значениям $\sigma(t_j)$:

$$x_{1T}(t_j) = \frac{\sigma(t_j)}{m(t_j)}, \quad (2.17)$$

где $m(t_j)$ — масса ЛА в момент t_j .

На рис. 25 должен быть построен график $x_{1T}(t)$.

Далее производится расчет момента инерции ЛА относительно ЦМ (поперечной оси Oz).

Момент инерции каждого ν -го участка относительно некоторой точки x_1^* есть сумма

$$I_{\nu}^* = I_{\nu \text{ пер}}^* + I_{\nu \text{ соб}}^*, \quad (2.18)$$

$$\text{где } I_{\nu \text{ пер}}^* = m_{\nu} (x_{1T\nu} - x_1^*)^2; \quad (2.19)$$

$I_{\nu \text{ пер}}^*$ — переносный момент инерции участка;

$I_{\nu \text{ соб}}^*$ — собственный момент инерции участка.

Чтобы избежать вычислений с большими числами, принимаем

$$x_1^* \approx 0,5 (x_{1T \max} + x_{1T \min}). \quad (2.20)$$

Известно, что подвижность жидкости в баках приводит к уменьшению момента инерции ЛА по сравнению с моментом инерции при затвердевшей жидкости [10]. Поэтому для приближенного учета этого эффекта собственным моментом инерции всех участков можно пренебречь, допуская при этом небольшую погрешность.

В результате для вычисления момента инерции ЛА относительно точки x_1^* в конечный момент времени получим следующую формулу:

$$I_z^*(t_{k1}) = \sum_{\nu} m_{\nu} (x_{1T\nu} - x_1^*)^2 + n_B \sum_{\mu} m_{B\mu} [(x_{1T\mu} - x_1^*)^2 + h_{\mu}^2], \quad (2.21)$$

где h_{μ} — расстояние между осью μ -го участка бокового ускорителя (в центре) и осью центрального блока.

Далее по известному $I_z^*(t_j)$ рассчитываются моменты инерции для других участков полета:

$$I_z^*(t_{j-1}) = I_z^*(t_j) - \sum_k \Delta m_{Tk}(t_j) [(x_{1Tk}(t_j) - x_1^*)^2 + h_k^2]. \quad (2.22)$$

В (2.21) и (2.22) обозначения аналогичны (2.15) и (2.16).

$$\text{Окончательно } I_z(t_j) = I_z^*(t_j) - m(t_j) [x_{1T}(t_j) - x_1^*]^2. \quad (2.23)$$

Расчет $x_{1T}(t_j)$ и $I_z(t_j)$ желательно оформить в виде единой таблицы, что возможно при выборе $x_1^* = 0$.

3. РАСЧЕТ И ОБЕСПЕЧЕНИЕ УПРАВЛЯЕМОСТИ ЛЕТАТЕЛЬНОГО АППАРАТА НА АТМОСФЕРНОМ УЧАСТКЕ ПОЛЕТА

Управляемость летательного аппарата есть его способность реагировать изменением кинематических параметров движения (скорости, углы, координаты) на отклонение органов управления. В задачу расчета и обеспечения управляемости на начальной стадии проектирования при рассмотрении ЛА как твердого тела входит решение следующих вопросов:

- а) выбор способа управления и расчет эффективности ОУ;
- б) подбор стабилизаторов и рациональной весовой компоновки ЛА.

В дальнейшем эти решения уточняются с учетом всех степеней свободы ЛА и реального АС.

На современных ЛА управляющие силы и моменты создаются, как правило, путем поворота маршевых двигателей. Этот способ управления примем для дальнейших расчетов. Тогда под эффективностью органов управления понимается отношение управляющего момента при единичном (на 1 радиан) отклонении управляющих двигателей к моменту инерции ЛА. В плоскости тангажа эффективность ОУ характеризуется коэффициентом

$$C_{\delta\delta} = \frac{P_{\delta} |x_p|}{I_z}, \quad (3.1)$$

где $x_p = x_{1r} - x_{1p}, x_{1p}$ — координата приложения тяги УД.

Величина управляющего момента, который должен быть в любой момент времени больше суммарного возмущающего момента, действующего на ЛА в полете, определяется на основе неравенства

$$|M_{зупр}(t)| = |I_z(t) C_{\delta\delta}(t) \delta_{\delta}(t)| > |M_{звозм}(t)|. \quad (3.2)$$

Задача выбора эффективности ОУ сводится, таким образом, к выбору тяги УД P_{δ} и максимальному углу их поворота $\delta_{\delta_{\max}}$.

В случае однокамерной и двухкамерной двигательной установки $P_{\delta} = P$. При многокамерных ДУ на управление могут быть задействованы как все камеры ($P_{\delta} = P$), так и их часть ($P_{\delta} < P$). В последнем случае выбор P_{δ} неоднозначен и решается с учетом как управляемости, так и устойчивости движения. Дело в том, что увеличение $C_{\delta\delta}$ ведет к сужению областей устойчивости и, таким образом, ухудшает возможности стабилизации полета. Однако уменьшение P_{δ} приводит к необходимости отклонять УД для компенсации возмущений на большие углы. В этой ситуации необходим приемлемый компромисс. Как правило, он достигается, если $P_{\delta} \approx \frac{P}{2}$ для многокамерных ДУ.

Перейдем к расчету максимального угла поворота УД. Для этого определим в первом приближении потребный угол поворота $\Delta\delta_{\delta}^{(1)}$ для компенсации ветровых возмущений с учетом работы АС. Будем рассматривать установившийся (балансировочный по углу атаки) режим полета и упрощенные уравнения короткопериодического движения ЛА с АС [10]:

$$C_{\delta\delta}\Delta\delta^{(1)}(t) + C_{\delta\omega}\delta_{\delta\omega}(t) = -C_{\delta\omega} \frac{W_y(t) - \Delta V_y(t)}{V(t)}; \quad (3.3)$$

$$\Delta\delta_{\delta\omega}(t) = a_0 \Delta\delta^{(1)}(t), \quad (3.4)$$

$$\text{где } C_{\text{нн}} = -\frac{1}{I_z} q S_M C_y^* x_F; \quad (3.5)$$

a_0 — статический коэффициент усиления АС.

Подставляя (3.4) в (3.2), получим:

$$\Delta \delta_{\text{нв}}(t) = \frac{-C_{\text{нн}} \frac{W_y(t)}{V(t)}}{C_{\text{нв}} + b_0 C_{\text{нн}}} 57,3^\circ, \quad (3.6)$$

$$\text{где } b_0 = \frac{1}{a_0} \text{ и принято } \Delta V_y(t) = 0. \quad (3.7)$$

Из равенства (3.6) видно, что потребный угол поворота УД существенно зависит от статического коэффициента усиления a_0 и является переменным по времени полета. Чтобы вычислить $\Delta \delta_{\text{нв}}^{(1)}(t)$, необходимо задаться в первом приближении некоторым реальным значением коэффициента $a_0^{(1)}$. Из необходимого условия устойчивости движения для любого момента времени (на участке статической неустойчивости ЛА) должно выполняться неравенство

$$a_0^{(1)} > \left| \frac{c_{\text{нн}}}{c_{\text{нв}}} \right| = a_{0\text{н}}(t). \quad (3.8)$$

Желательно иметь один коэффициент для всей траектории полета, поэтому принимаем

$$a_0^{(1)} = k_a \left| \frac{c_{\text{нн}}}{c_{\text{нв}}} \right|_{\max t} \text{ при } c_{\text{нн}} < 0, \quad (3.9)$$

где $k_a = 2 \dots 4$ — коэффициент запаса устойчивости по нижней границе.

При выборе коэффициента k_a для статически неустойчивых ЛА следует принимать во внимание, что увеличение a_0 приводит к уменьшению потребных углов поворота УД, но большие значения a_0 могут оказаться вне областей устойчивости движения по параметрам АС.

Для выбора $a_0^{(1)}$ для 5...7 моментов времени рассчитываются и строятся графики коэффициентов $c_{\text{нн}}(t)$ и $c_{\text{нв}}(t)$, (рис. 27), и по ним определяется максимум $a_{0\text{н}}(t)$ на участке статической неустойчивости ЛА. Далее по формулам (3.6, 3.8) определяется $a_0^{(1)}$ и рассчитываются углы $\Delta \delta_{\text{нв}}^{(1)}(t)$, которые также строятся на рис. 27. При этом обязательно учитывается случай $W_y = 90$ м/с.

Для случая $|a|_{\max}$ вычисляется потребный угол поворота УД для поддержания максимального угла атаки:

$$\delta_{\alpha \max} = \left| \frac{c_{\text{нн}}}{c_{\text{нв}}} \right|_{\alpha^\circ} \left| x^\circ \right|_{\max t}, \quad c_{\text{нн}} \text{ и } c_{\text{нв}} \text{ берутся при } t_{\alpha \max}. \quad (3.10)$$

По рис. 27 выбирается $|\Delta\delta_{\text{ВУ}}^{(1)}|_{\text{max } t}$ и вычисляется максимальный угол поворота управляющих двигателей:

$$\delta_{\text{В}}^{(1)} = k_{\delta} |\Delta\delta_{\text{ВУ}}^{(1)}|_{\text{max } t} \quad (3.11)$$

где $k_{\delta} = 1,5 \dots 2$ — коэффициент запаса, учитывающий динамику процессов стабилизации, разброс параметров ЛА и прочие, кроме ветрового, возмущения. Время, при котором $|\Delta\delta_{\text{ВУ}}|_{\text{max}}$ обозначим через t_{δ} .

Если ЛА статически устойчив на всей ступени полета, то расчет максимального угла поворота УД выполняется по формулам (3.6), (3.11) после выбора a_0 из рассчитанных областей устойчивости.

3.2. ОПРЕДЕЛЕНИЕ МАКСИМАЛЬНО ДОПУСТИМОЙ СТЕПЕНИ СТАТИЧЕСКОЙ НЕУСТОЙЧИВОСТИ ЛА И ПОДБОР СТАБИЛИЗАТОРОВ

Из конструктивных, весовых и энергетических соображений угол поворота управляющих двигателей бывает ограничен некоторым допустимым значением $\delta_{\text{В доп}}$. По статистике для двигателей, качающихся в двух плоскостях (одно- и двухкамерные ДУ), $\delta_{\text{В доп}} = 5 \dots 7^\circ$; для двигателей, качающихся в одной плоскости (тангаж или рыскание), $\delta_{\text{В доп}} = 7 \dots 10^\circ$. Рассчитав $\delta_{\text{В max}}$, необходимо сравнить его с допустимым значением. Если выполняется неравенство $\delta_{\text{В max}} \leq \delta_{\text{В доп}}$, то ЛА спроектирован правильно и будет управляем. В случае $\delta_{\text{В max}} > \delta_{\text{В доп}}$ необходимо принять конструктивные меры, обеспечивающие выполнение неравенства $\delta_{\text{В max}} \leq \delta_{\text{В доп}}$. Это можно достичь тремя путями:

а) включением на поворот для многокамерных ДУ всех камер сгорания, т. е. увеличением P_{δ} ;

б) переконфигурацией ЛА с тем, чтобы переместить вверх к носу центр масс ЛА;

в) установкой стабилизаторов или увеличением их площади для смещения центра давления (аэродинамического фокуса) ЛА вниз к хвосту изделия.

Наиболее эффективен и чаще других используется третий путь — установка стабилизаторов. Сдвигая фокус ЛА вниз, стабилизаторы уменьшают координату $x_{\text{ф}}$ и, таким образом, степень статической неустойчивости, характеризуемую коэффициентом $c_{\text{ВВ}}$ ($c_{\text{ВВ}} < 0$). Уменьшение $|c_{\text{ВВ}}|$ приводит к уменьшению $|\Delta\delta_{\text{ВУ}}|$ и, следовательно, величины $\delta_{\text{В max}}$.

Определим допустимую степень статической неустойчивости ЛА для момента t_{δ} из следующего равенства:

$$c_{\text{ВВ доп}}(t_{\delta}) = c_{\text{ВВ рас}}(t_{\delta}) \frac{\delta_{\text{В доп}}}{\delta_{\text{В max}}} \quad (3.12)$$

или в безразмерной форме:

$$m_z^z \text{ доп} (t_\delta) = m_z^z \text{ рас} (t_\delta) \frac{\delta \dot{\psi} \text{ доп}}{\delta \dot{\psi} \text{ макс}} \quad (3.13)$$

где

$$m_z^z \text{ рас} (t_\delta) = \frac{C_{y \text{ рас}}^z (t_\delta) x_{F \text{ рас}} (t_\delta)}{I_\Phi} \quad (3.14)$$

безразмерный располагаемый коэффициент момента по углу атаки.

На основе данных (3.13) и (3.14) определяем требуемое приращение площади пары стабилизаторов:

$$\Delta S_{\text{ст}} = S_M \frac{m_z^z \text{ доп} (t_\delta) - m_z^z \text{ рас} (t_\delta)}{C_{y \text{ ст}}^z (t_\delta) x_{F \text{ ст}} (t_\delta)} I_\Phi, \quad (3.15)$$

где $C_{y \text{ ст}}^z$ — производная коэффициента нормальной аэродинамической силы стабилизатора;

$x_{F \text{ ст}}$ — координата фокуса стабилизатора ($x_{F \text{ ст}} < 0$).

Для определения $C_{y \text{ ст}}^z (t_\delta)$ надо задаться формой стабилизатора в плане и принять $x_{F \text{ ст}} (t_\delta) = x_p (t_\delta)$ [11]. Если стабилизаторы отсутствовали, то $S_{\text{ст}} = \Delta S_{\text{ст}}$. После выбора площади стабилизаторов необходимо пересчитать $C_{y \text{ ст}}^z$, $C_{y \text{ рас}}^z$ и x_F по формулам:

$$C_{y \text{ ст}}^z (t_j) = C_{y \text{ рас}}^z (t_j) + C_{y \text{ ст}}^z (t_j) \frac{\Delta S_{\text{ст}}}{S_M}; \quad (3.16)$$

$$C_{y \text{ рас}}^z (t_j) = C_{y \text{ рас}}^z (t_j) + C_{y \text{ ст}}^z (t_j) \frac{\Delta S_{\text{ст}}}{S_M}; \quad (3.17)$$

$$x_F (t_j) = \frac{C_{y \text{ рас}}^z x_{F \text{ рас}} + C_{y \text{ ст}}^z x_{F \text{ ст}} \frac{\Delta S_{\text{ст}}}{S_M}}{C_{y \text{ рас}}^z} \quad \text{для момента } t_j. \quad (3.18)$$

4. РАСЧЕТ И ОБЕСПЕЧЕНИЕ УСТОЙЧИВОСТИ ДВИЖЕНИЯ ЛЕТАТЕЛЬНОГО АППАРАТА НА АТМОСФЕРНОМ УЧАСТКЕ ПОЛЕТА

Устойчивость движения летательного аппарата есть его свойство реагировать ограниченными изменениями кинематических параметров движения на ограниченные возмущения. Существует много различных математических определений устойчивости движения, наиболее распространенным из которых является понятие устойчивости, данное А. А. Ляпуновым [10]. В этом случае рассматривается свободное возмущенное движение системы при некоторых произвольных начальных условиях. Тогда под

устойчивостью движения ЛА понимается его способность вернуться на программную траекторию после прекращения действия возмущений. В дальнейших расчетах по устойчивости принимается определение Ляпунова и построение областей устойчивости по параметрам АС ведется на основе уравнений свободного возмущенного движения ЛА.

4.1. РАСЧЕТ КОЭФФИЦИЕНТОВ УРАВНЕНИЙ ВОЗМУЩЕННОГО ДВИЖЕНИЯ ЛА

Рассматривая устойчивость движения ЛА в плоскости тангажа, ограничимся уравнениями короткопериодического возмущенного движения [10] (без учета демпфирования):

$$\Delta \ddot{V}_y(t) + C_{y0} \Delta \dot{\theta}(t) + C_{y\delta} \Delta \delta_y(t) = \frac{\Delta F_{y \text{ возм}}(t)}{m}; \quad (4.1)$$

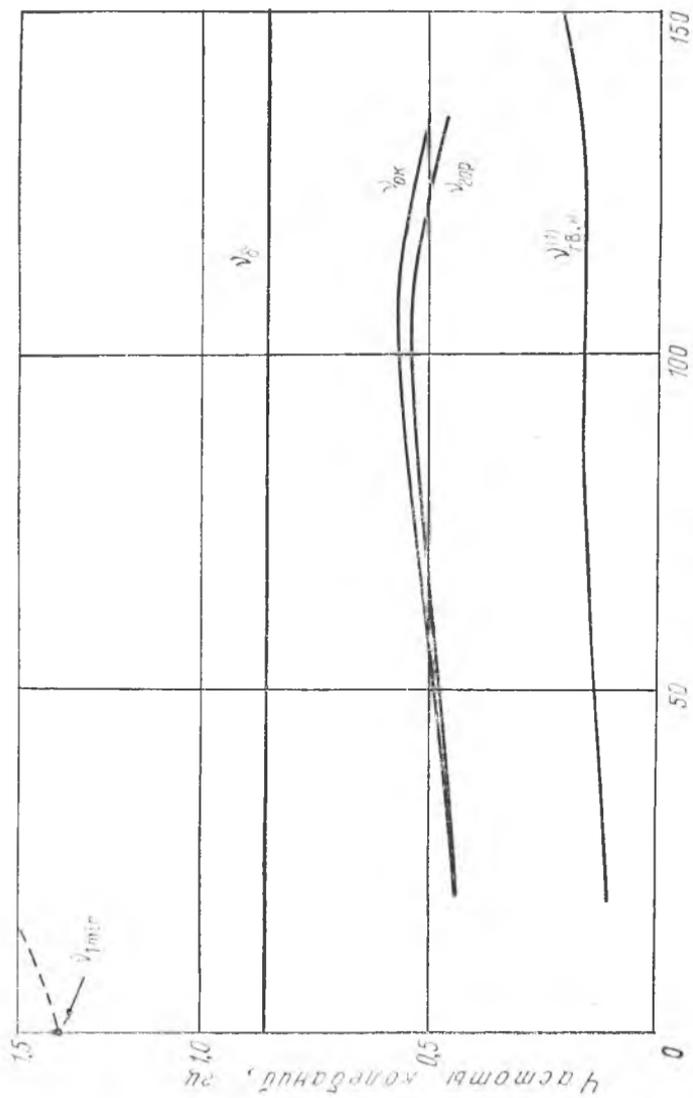
$$\Delta \ddot{\theta}(t) + C_{\theta 0} \Delta \dot{\theta}(t) + C_{\theta \delta} \Delta \delta_y(t) = \frac{\Delta M_{z \text{ возм}}(t)}{I_z}. \quad (4.2)$$

Исследуя устойчивость по Ляпунову, принимаем далее

$$\Delta F_{y \text{ возм}} = \Delta M_{z \text{ возм}} = 0.$$

Таблица 9

№ п/п	Коэффициент	Размерность	Время		
			t_0	t_1	...
1	m	т			
2	I_z	тм ²			
3	P	кН			
4	P_{δ}	кН			
5	S_M	м ²			
6	$ x_p = x_{1p} - x_{1T}$	м			
7	$x_F = x_{1T} - x_{1d}$	м			
8	C_{ya}^x	1/рад			
9	$C_y^x = C_{ya}^y + C_{x0}$	1/рад			
10	q	кН/м ²			
11	$c_{y\delta} = -\frac{P_{\delta}}{m}$	$\frac{м}{с^2}$			
12	$c_{y0} = -\frac{P + C_{ya}^x q S_M}{m}$	$\frac{м}{с^2}$			
13	$c_{\theta\delta} = \frac{P_{\delta} x_p }{I_z}$	$\frac{1}{с^2}$			
14	$c_{\theta 0} = -\frac{1}{I_z} q S_M C_y^x x_F$	$\frac{1}{с^2}$			



В р е м я , с
 Рис. 28. Частоты собственных колебаний

Для построения областей устойчивости необходимо рассчитать для 5...7 характерных моментов времени полета коэффициенты уравнений возмущенного движения (4.1) и (4.2). Расчет следует оформить в виде таблицы (табл. 9). Выбор расчетных моментов времени проиллюстрирован на рис. 23.

Далее для баков окислителя и горючего ускорителя первой ступени рассчитываются частоты собственных колебаний жидкости для 5 моментов времени $t_i = (0; 0,25; 0,5; 0,75; 0,9)t_{к1}$ по формуле

$$v_j = 0,68 \sqrt{\frac{n_j}{R_j} t_i \left(\frac{1,84 H_j}{R_j} \right)} \quad (4.3)$$

где R_j — радиус j -го бака у свободной поверхности жидкости, м;
 H_j — высота столба жидкости в баке, м.

Расчет оформляется в виде таблицы. Графики частот $v_{ок}(t)$ и $v_{гор}(t)$ строятся на рис. 28.

По графикам определяется максимальная частота $v_{j \max}$ (Гц) и $\omega_{j \max} = 2\pi v_{j \max}$, необходимая для дальнейших расчетов.

Далее для тех же моментов времени рассчитывается в первом приближении собственная недемпфированная частота ЛА как твердого тела по формуле

$$v_{тв.н}^{(1)} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{c_{00} + a_0^{(1)} c_{0z}} \quad (4.4)$$

График $v_{тв.н}^{(1)}(t)$ также строится на рис. 28.

4.2. ВЫБОР ДИНАМИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК АС И КОЭФФИЦИЕНТОВ УСИЛЕНИЯ АС ЦЕНТРА МАСС ЛА

Линсаризованное уравнение автомата стабилизации в плоскости тангажа имеет следующий вид [10]:

$$\tau_2 \Delta \ddot{\delta}_y(t) + \tau_1 \Delta \dot{\delta}_y(t) + \Delta \delta_y(t) = a_0 \Delta \ddot{\eta}(t) + a_1 \Delta \dot{\eta}(t) + a_2 \Delta \eta(t) + a_3 \Delta V_y(t) \quad (4.5)$$

где a_i — коэффициенты усиления соответствующих входных сигналов АС;

τ_2 и τ_1 — коэффициенты, характеризующие динамические свойства АС, в первую очередь рулевого привода.

Уравнение (4.5) можно переписать в следующем виде:

$$\Delta \ddot{\delta}_y(t) + 2\zeta_0 \omega_0 \Delta \dot{\delta}_y(t) + \omega_0^2 \Delta \delta_y(t) = f(t), \quad (4.6)$$

где $\omega_0 = \frac{1}{V \tau_2}$ — собственная недемпфированная круговая частота АС;

$\nu_{\delta} = \frac{1}{2\pi \sqrt{\tau_2}}$ — та же частота АС, Гц;

ξ_{δ} — коэффициент демпфирования АС.

Собственная частота АС выбирается из условия стабилизации ЛА как твердого тела, а также с учетом подвижности жидкости в баках и упругости конструкции.

Для обеспечения стабилизации ЛА как твердого тела и гашения колебаний жидкости в большинстве баков автомат стабилизации на частотах ν_j и $\nu_{тв}$ должен давать фазовое опережение. Для подавления изгибных колебаний ЛА по первому тону АС должен обеспечивать фазовое запаздывание на собственной частоте ν_1 этих колебаний. Исходя из перечисленных требований, должно выполняться следующее неравенство:

$$\nu_{тв \text{ и }} < \nu_{j \text{ max}} < \nu_{\delta} < \nu_{1 \text{ min}}. \quad (4.7)$$

Как правило, для всех ЛА $\nu_{тв \text{ и }} < \nu_{j \text{ max}}$, а $\nu_{1 \text{ min}}$ соответствует началу полета. Частота ν_1 изгибных колебаний ЛА может быть рассчитана известными методами по заданным эпюрам погонных масс и жесткостей. Если таковые расчеты отсутствуют, то частоту $\nu_{1 \text{ min}}$ на основе статистики можно принять равной

$$\nu_{1 \text{ min}} = k_j \nu_{j \text{ max}}, \quad (4.8)$$

где $k_j = 3...5$.

Исходя из этих соображений, выбираем допустимый диапазон

$$\nu_{\delta} = (1.2...1.8) \nu_{j \text{ max}} \text{ или, что то же,} \quad (4.9)$$

$$\tau_2 = \frac{1}{[2\pi (1.2...1.8) \nu_{j \text{ max}}]^2}. \quad (4.10)$$

Из условия обеспечения общей для всех моментов времени полета области устойчивости τ_2 должно удовлетворить также следующему соотношению:

$$\tau_2 \leq \frac{0.15}{a_0^{(1)} C_{\delta\delta}(t_{к1})}. \quad (4.11)$$

Окончательно значение τ_2 выбирается так, чтобы удовлетворить выражениям (4.10) и (4.11) в пределах их допусков. В противном случае необходима постановка стабилизаторов для уменьшения $a_{0u}(t)$.

После выбора τ_2 вычисляется коэффициент τ_1 по формуле

$$\tau_1 = 2\xi_{\delta} \sqrt{\tau_2} \text{ и частота } \nu_{\delta} = \frac{1}{2\pi \sqrt{\tau_2}}, \quad (4.12)$$

где $\xi_{\delta} = 0.6...0.8$.

Коэффициенты усиления АС a_2 и a_3 задаются на основе статистических данных:

$$a_2 = (0,0003...0,0005) a_0^{(1)} \left[\frac{1}{M} \right]; \quad (4.13)$$

$$a_3 = (10...20) a_2 \left[\frac{c}{M} \right]. \quad (4.14)$$

4.3. ПОСТРОЕНИЕ ОБЛАСТЕЙ УСТОЙЧИВОСТИ ЛА ПО КАНАЛУ ТАНГАЖА В ПАРАМЕТРАХ АС

Области устойчивости строятся на плоскости параметров a_0 и a_1 на основе метода Д-разбиения по следующему характеристическому уравнению системы уравнений возмущенного движения (4.1), (4.2) и (4.5):

$$\begin{aligned} & \tau_2 \lambda^6 + \tau_1 \lambda^5 + (1 + c_{\theta\theta} \tau_2) \lambda^4 + (c_{\theta\theta} \tau_1 + c_{\theta\theta} a_1 + \\ & + c_{y\theta} a_3) \lambda^3 + (c_{\theta\theta} + c_{y\theta} a_2 + c_{\theta\theta} a_0) \lambda^2 + a_3 (c_{y\theta} c_{\theta\theta} - \\ & - c_{\theta\theta} c_{y\theta}) \lambda + a_2 (c_{y\theta} c_{\theta\theta} - c_{\theta\theta} c_{y\theta}) = 0. \end{aligned} \quad (4.15)$$

При выводе характеристического уравнения (4.15) в уравнениях (4.1) и (4.2) опущены члены, учитывающие аэродинамическое демпфирование, пропорциональное ΔV_y и $\Delta \dot{\theta}$, ввиду их малой величины и слабого влияния на области устойчивости. Неучет демпфирования несколько сужает области устойчивости, что идет в запас при выборе рабочей точки автомата стабилизации.

Задавая комплексной переменной λ в уравнении (4.15) различные значения $\lambda = i\omega$ ($0 < \omega = \omega_s$) с некоторым шагом $\Delta\omega$, вычисляются границы области устойчивости для коэффициентов a_0 и a_1 по формулам:

$$\begin{aligned} a_0 = \frac{1}{c_{\theta\theta}} \left[-\tau_2 \omega^4 + (1 + c_{\theta\theta} \tau_2) \omega^2 - (c_{\theta\theta} + a_2 c_{y\theta}) + \right. \\ \left. + \frac{a_2}{\omega^2} (c_{y\theta} c_{\theta\theta} - c_{\theta\theta} c_{y\theta}) \right]; \end{aligned} \quad (4.16)$$

$$a_1 = \frac{1}{c_{\theta\theta}} \left[\tau_1 \omega^2 - (c_{\theta\theta} \tau_1 + c_{y\theta} a_3) + \frac{a_3}{\omega^2} (c_{y\theta} c_{\theta\theta} - c_{\theta\theta} c_{y\theta}) \right]. \quad (4.17)$$

Расчет проводится на ЭЦВМ для 5...7 характерных моментов времени (см. табл. 9). Области устойчивости строятся на рис. 29 в параметрах a_1 (по оси абсцисс) и a_0 (по оси ординат) для этих моментов времени.

По рис. 29 выбирается рабочая точка (РТ) автомата стабилизации, т. е. коэффициенты a_0 и a_1 . Соображения, которыми необходимо руководствоваться при выборе РТ, следующие:

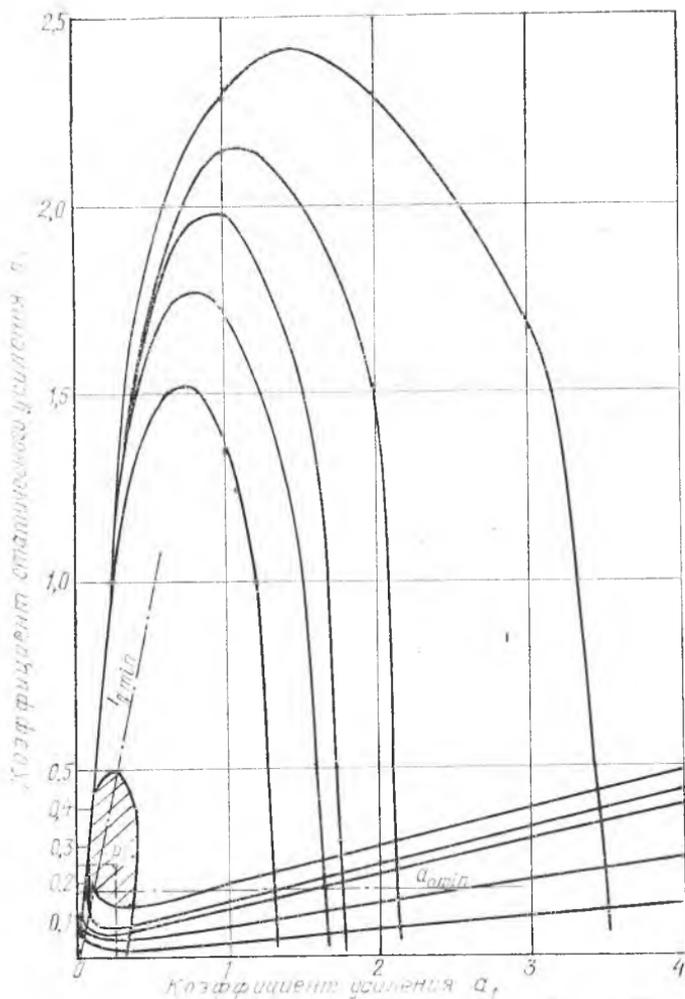


Рис. 29. Области устойчивости

1. РТ должна лежать в области устойчивости, общей для всех моментов времени, и находиться вдали от ее границ, что обеспечивает устойчивость движения серии ЛА с учетом разброса их характеристик.

2. Коэффициент усиления a_0 не должен быть меньше значения $a_0^{(1)}$, по которому проводился расчет $|\Delta \delta_{\text{в } w}|_{\text{max}}$, что обеспечивает управляемость и устойчивость ЛА при действии возмущений.

3. РТ должна лежать правее прямой, проходящей через начало координат и точку $(T_{д \min}, 1)$,

$$\text{где } T_{д \min} = \frac{\tau_1}{1 - \tau_2 \omega_j^2 \max} \quad (4.18)$$

минимально допустимая постоянная времени дифференцирующего контура.

При выполнении неравенства $T_d > T_{д \min}$ АС на частотах собственных колебаний жидкости будет давать фазовое опережение, что обеспечивает затухание колебаний топлива в большинстве баков. Если не удается подобрать единую РТ, удовлетворяющую трем перечисленным выше условиям, то допускается выбор двух рабочих точек.

Для выбранного значения a_0 , если оно больше $a_0^{(1)}$, уточняется значение $|\Delta \delta_{\text{шт}}|_{\max}$ в момент t_0 и максимальный угол поворота управляющих двигателей согласно формулам (3.6 и 3.11), определяется время затухания переходного процесса для расчетных моментов времени — $T_{\text{зат}} = 6/a_1 C_{\text{ш}}(t_j)$.

4.4. ДОПОЛНИТЕЛЬНЫЕ ТРЕБОВАНИЯ К КОНСТРУКЦИИ ЛА И ХАРАКТЕРИСТИКАМ АС

Известно, что для фазовой стабилизации ЛА как твердого тела, а также гашения колебаний жидкости в баках, уровень в которых ниже ЦМ ($x_{1н} = x_{1т}$) и выше сечения $x_{1в}$, автомат стабилизации должен давать фазовое опережение [10]. Из этих соображений были определены коэффициенты уравнения АС. Координата $x_{1н}(t)$ вычисляется по формуле [10]

$$x_{1н}(t) = x_{1т}(t) - \frac{I_z(t)}{m(t) | x_p(t) |} \quad (4.19)$$

График $x_{1в}(t)$ строится на рис. 25.

Там же построен график $x_{1н}(t) = x_{1т}(t)$.

Однако для фазовой стабилизации жидкости в баках, где уровень выше $x_{1н}(t)$, но ниже $x_{1в}(t)$, от АС требуется фазовое запаздывание. Частоты колебаний жидкости во всех баках довольно близки друг к другу и поэтому АС на всех этих частотах будет давать фазовое опережение. В результате без специальных конструктивных мероприятий полет ЛА с выбранным АС окажется неустойчивым из-за раскачки жидкости в некоторых баках ЛА [12]. Чтобы этого не произошло, для баков, где уровень жидкости лежит в зоне запаздывания (рис. 25) необходимо обеспечить амплитудную стабилизацию или исключить подвижность жидкости вообще. Достигается это с помощью следующих конструктивных мероприятий [12]:

1. Жидкость в неопорожняющихся на первой ступени полета баках закрывают специальными перфорированными крышками, что исключает ее подвижность.

2. В опорожняющиеся баки ставятся продольные перегородки (с перфорацией) на глубину зоны запаздывания, что приводит к увеличению демпфирования и собственной частоты колебаний жидкости.

На частоте первого тона изгибных колебаний корпуса АС должен обеспечить фазовое запаздывание. При этом гиросприборы должны быть установлены как можно ближе к носу ЛА, чтобы обеспечить фазовое запаздывание АС для всех моментов времени полета с учетом разброса динамических характеристик ЛА от изделия к изделию.

5. РАСЧЕТ УСТОЙЧИВОСТИ ДВИЖЕНИЯ ЛЕТАТЕЛЬНОГО АППАРАТА НА АКТИВНОМ УЧАСТКЕ ПОЛЕТА ВНЕ АТМОСФЕРЫ

Рассмотрим вопросы расчета и обеспечения устойчивости (стабилизации) углового движения ЛА в плоскости тангажа при полете вне атмосферы с работающим двигателем. Основным возмущением здесь является момент, возникающий из-за перекоса и эксцентриситета линии действия тяги. Для компенсации этого момента требуется большое управляющее воздействие. Поэтому наиболее распространенным способом создания управляющих моментов на рассматриваемом участке полета является поворот маршевого двигателя, т. е. $P_{\delta} = P$.

Максимальный угол поворота УД определяется из соотношения

$$\Delta \delta_{\theta \max} = K_{\theta} \left| \frac{M_{pz}}{I_z \epsilon^{\theta}} \right|_{\max t} \quad (5.1)$$

где M_{pz} — возмущающий момент от тяги двигателя (оценивается на основе допусков на точность его установки).

Если пренебречь эксцентриситетом вектора тяги, то

$$\delta_{\theta \max} = K_{\theta} \varphi_p \quad (5.2)$$

где φ_p — угол между вектором тяги и продольной осью ЛА (принимается равным допустимому по технологии сборки).

Расчет и построение областей устойчивости по параметрам автомата стабилизации выполняется на основе следующих уравнений свободного движения ЛА и АС:

$$\begin{aligned} \Delta \ddot{\theta}(t) + c_{\Delta \theta} \Delta \dot{\theta}(t) &= 0; \\ \tau_2 \Delta \delta_{\theta}''(t) + \tau_1 \Delta \delta_{\theta}'(t) + \Delta \delta_{\theta}(t) &= a_0 \Delta \theta(t) + a_1 \Delta \dot{\theta}(t). \end{aligned} \quad (5.3)$$

Характеристическое уравнение системы дифференциальных уравнений (5.3) имеет вид [13]

$$\tau_2 \lambda^4 + \tau_1 \lambda^3 + \lambda^2 + a_1 c_{\text{вз}} \lambda + a_0 c_{\text{вз}} = 0. \quad (5.4)$$

В соответствии с алгебраическими критериями устойчивости на коэффициенты a_0 и a_1 должны быть наложены следующие ограничения:

$$a_0 > 0, \quad a_1 > 0, \quad (5.5)$$

$$a_0 < \frac{a_1}{\tau_1} \left(1 - \frac{a_1}{\tau_1} \tau_2 c_{\text{вз}} \right);$$

Границы области устойчивости по параметрам a_0 и a_1 определяются равенствами:

$$a_0 = 0 \text{ и } a_0 = \frac{a_1}{\tau_1} \left(1 - \frac{a_1}{\tau_1} \tau_2 c_{\text{вз}} \right). \quad (5.6)$$

Последнее равенство (5.6) удобнее представить в виде

$$a_1 = \frac{\tau_1}{2C} \left(1 \pm \sqrt{1 - 4a_0 C} \right). \quad (5.7)$$

где $C = \tau_2 c_{\text{вз}}$.

Из уравнения (5.7) следует, что каждому значению a_0 соответствуют два значения a_1 . Для построения области устойчивости задаются несколькими характерными значениями a_0 , например:

$$1. \quad a_0 = 0, \text{ при этом } a_1^{(1)} = 0, \quad a_1^{(11)} = \frac{\tau_1}{C};$$

$$2. \quad a_0 = \frac{1}{4C} = a_{0 \text{ max}}, \quad a_1^{(1)} = a_1^{(11)} = \frac{\tau_1}{2C};$$

$$3. \quad a_0 = \frac{1}{6C}, \quad a_1^{(1)} = 0,21 \frac{\tau_1}{C}, \quad a_1^{(11)} = 0,70 \frac{\tau_1}{C};$$

$$4. \quad a_0 = \frac{2}{9C}, \quad a_1^{(1)} = 0,33 \frac{\tau_1}{C}, \quad a_1^{(11)} = 0,67 \frac{\tau_1}{C}. \quad (5.8)$$

Области устойчивости достаточно построить для двух моментов времени — начала и конца работы ступени. Коэффициенты τ_1 и τ_2 АС выбираются согласно формулам (4.10) и (4.12), т. е. из условия фазового опережения на частотах колебаний жидкости в баках. За частоту $\omega_{j \text{ max}}$ можно принять собственную частоту колебаний горючего в момент времени $0,9 t_k$. При выборе рабочей точки АС учитываются требования (1) и (3) раздела 4.3.

После выбора рабочей точки АС (параметров a_0 и a_1) следует оценить низшую собственную частоту, безразмерный коэффициент демпфирования и время затухания колебаний системы

«ЛА + АС» по приближенным формулам (для начала и конца работы ступени):

$$\gamma_{ТВ} = \frac{\omega_{1В}}{2\pi} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{a_0 c_{\Phi\delta}}; \quad (5.9)$$

$$\xi_{ТВ} = \frac{a_1}{2} \sqrt{\frac{c_{\Phi\delta}}{a_0}}; \quad (5.10)$$

$$T_{\text{зат}} = \frac{6}{a_1 c_{\Phi\delta}}. \quad (5.11)$$

Формулы (5.9—5.11) получены из уравнения (5.4) в предположении, что АС есть безынерционное звено, т. е. $\tau_2 = \tau_1 = 0$. Коэффициенты усиления a_0 и a_1 желательно подобрать такими, чтобы $\xi_{ТВ} = 0,6 \dots 0,8$, а время затухания составляло несколько секунд.

ЛИТЕРАТУРА

1. Москаленко Г. М. Инженерные методы проектирования в ракетодинамике. М.: Машиностроение, 1974.
2. Стандартная атмосфера. Параметры. ГОСТ 4401-73. М.: Изд-во стандартов, 1973.
3. Тихонравов М. К. и др. Основы теории полета и элементы проектирования искусственных спутников Земли. М.: Машиностроение, 1967.
4. Проектирование и испытания баллистических ракет. М.: Воениздат МО СССР, 1970.
5. Аппазов Р. Ф., Лавров С. С., Мишин В. П. Баллистика управляемых ракет дальнего действия. М.: Наука, 1966.
6. Эльясберг П. Е. Введение в теорию полета искусственных спутников Земли. М.: Наука, 1966.
7. Охоцкий Д. Е., Энеев Т. М. Вариационная задача, связанная с запуском искусственного спутника Земли. — «Успехи физических наук», Т. 63, вып. 1а, 1957.
8. Ракеты-носители. М.: Воениздат, 1981.
9. Основы теории полета космических аппаратов / Под ред. Г. С. Нариманова и М. К. Тихонравова. М.: Машиностроение, 1972.
10. Абгарян К. А., Рапопорт И. М. Динамика ракет. М.: Машиностроение, 1969.
11. Лебедев А. А., Чернобровкин Л. С. Динамика полета. М.: Машиностроение, 1973.
12. Колесников К. С. Жидкостная ракета как объект регулирования. М.: Машиностроение, 1969.
13. Разыграев А. П. Основы управления полетом космических аппаратов и кораблей. М.: Машиностроение, 1977.

ПРЕДИСЛОВИЕ	3
I. РАСЧЕТ ПРОГРАММНОЙ ТРАЕКТОРИИ МНОГОСТУПЕНЧАТОГО ЛЕТАТЕЛЬНОГО АППАРАТА	4
1. Подготовка исходных данных к расчету траектории	4
1.1. Основные понятия, массовые и проектные параметры многоступенчатой ракеты	4
1.2. Исходные данные для поверочно-проектировочного расчета программной траектории	6
1.3. Расчет потребной конечной скорости запуска ЛА	9
1.4. Оценка энергетических возможностей носителя	12
2. Расчет программной траектории первой ступени носителя	17
2.1. Система дифференциальных уравнений движения	17
2.2. Построение программы полета первой ступени	18
2.3. Расчет траектории первой ступени на ЭЦВМ	21
3. Расчет оптимальной траектории второй и последующих ступеней носителя	24
3.1. Расчет конечных параметров оптимального движения ступени с учетом кривизны Земли	24
3.2. Определение параметров оптимальной программы угла тангажа второй ступени двухступенчатого носителя КЛА	25
3.3. Определение оптимальной программы угла тангажа второй ступени носителя при запуске БЛА	28
3.4. Расчет конечных параметров движения	30
4. Переход от относительного движения к абсолютному	31
5. Определение характеристик движения летательного аппарата по опорной орбите	32
6. Вывод космического аппарата на целевую орбиту	35
6.1. Определение потребной характеристической скорости полета КА для выполнения целевых задач	35
6.2. Определение длительности перелета	38
6.3. Определение массы полезной нагрузки и построение схемы полета космического аппарата	39

II. РАСЧЕТ УПРАВЛЯЕМОСТИ И УСТОЙЧИВОСТИ ДВИЖЕНИЯ ЛЕТАТЕЛЬНОГО АППАРАТА В ПЛОСКОСТИ ТАНГАЖА НА АКТИВНЫХ УЧАСТКАХ ПОЛЕТА	40
1. Основные задачи расчета устойчивости и управляемости летательного аппарата	40
2. Подготовка исходных данных к расчету управляемости и устойчивости движения летательного аппарата	41
2.1. Данные аэродинамического и баллистического расчетов	41
2.2. Компоновка и приближенные расчеты инерционных характеристик ЛА	46
3. Расчет и обеспечение управляемости летательного аппарата на атмосферном участке полета	50
3.1. Выбор эффективности органов управления	51
3.2. Определение максимально допустимой степени статической неустойчивости ЛА и подбор стабилизаторов	54
4. Расчет и обеспечение устойчивости движения летательного аппарата на атмосферном участке полета	55
4.1. Расчет коэффициентов уравнений возмущенного движения ЛА	56
4.2. Выбор динамических характеристик АС и коэффициентов усиления АС центра масс ЛА	58
4.3. Построение областей устойчивости ЛА по каналу тангажа в параметрах АС	60
4.4. Дополнительные требования к конструкции ЛА и характеристикам АС	62
5. Расчет устойчивости движения летательного аппарата на активном участке полета вне атмосферы	63

*Виталий Михайлович Белоконов,
Вячеслав Аркадьевич Вьюжанин*

РАСЧЕТ ЛЕТНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК ЛЕТАТЕЛЬНЫХ АППАРАТОВ

Учебное пособие

Редактор Н. В. Касаткина
Техн. редактор Н. М. Каленюк
Корректор Н. С. Куприянова

Темплан 1982 г., поз. 71

Сдано в набор 27.05.82 г. Подписано в печать 12.10.82 г. ЕО 14805

Бумага оберточная. Гарнитура литературная. Печать высокая.

Усл. п. л. 3.02. Уч.-изд. л. 3.0. Тираж 500 экз. Заказ № 592. Цена 10 коп.

Куйбышевский ордена Трудового Красного Знамени авиационный институт
им. С. П. Королева, г. Куйбышев, ул. Молодогвардейская, 151.

Типография УЭЗ КуАИ, г. Куйбышев, ул. Ульяновская, 18.

- 10.10 A "Высота круговой орбиты корабля" H
 10.15 A "Масса полезной нагрузки и масса корабля (T)" X, Y
 10.20 A "Сколько возьмете топлива (T)" MT
 10.25 A "Расстояние от Земли до Луны" RA
 10.30 A "Корабль скорректирован. Стартуйте (0)" DD
 10.35 T!, "Внимание! Корабль стартовал к Луне"
 10.40 S $M = X + Y + MT$
 10.45 S $RP = 6371 + H$
 10.50 S $VK = \sqrt{398602 / RP}$
 10.55 S $VP = \sqrt{398602 * RA / (RP * (RA + RP))}$
 10.60 S $V = VP - VK$
 10.65 S $Z = 2,7 - (V / 1,4)$
 10.70 S $MB = ((Z - 1) / Z) * M$
 10.75 S S = 0
 10.80 S S = S + 1
 10.85 T!, "Выполняется перелет"
 10.90 I (S - 100) 10.30, 10.45, 10.95
 10.95 I (MT - MB) 20.10, 20.10, 20.25
 20.10 T!, "У вас кончилось топливо. Ой, ой, ой, ой"
 20.15 T!, "Корабль навсегда останется в космосе"
 20.20 G 20.60
 20.25 I (MT - (MB + 1)) 20.30, 20.30, 20.45
 20.30 T!, "В самый ответственный момент кончилось топливо"
 20.35 T!, "Корабль сделал кратер в лунной поверхности"
~~20.40 I (MT - (MB + 2)) E~~
 20.40 G 20.80
 20.45 T!, "Корабль благополучно достиг Луны"
 20.50 T!, "Груз доставлен в целости"
 20.55 G 20.80
 20.60 A "ЗВн может вам позволить позвать помощь. (SOS = 101)" A
 20.65 I (A - 101) 20.60, 20.70, 20.60
 20.70 T!, "Ваш сигнал принят на Земле"
 20.75 T!, "За вами придет герц Злесеца"
 20.80 T!, "Всего хорошего. Предлагаем вам"
 20.85 T!, "Попробать еще раз. Конечу"

Расстояние от Земли до Луны 380000 км

Радиус Луны 1700 км

Ускорение св. падения на Луне $1,6 \text{ м/с}^2$

Перв. косм. скорость для Луны $1,7 \text{ км/с}$

Скорость движения Луны вокруг Земли 1 км/с