

Государственный комитет Российской Федерации  
по высшему образованию

Самарский государственный аэрокосмический университет  
имени академика С. П. Королёва

*И. В. Белоконов*

РАСЧЕТ  
БАЛЛИСТИЧЕСКИХ  
ХАРАКТЕРИСТИК  
ДВИЖЕНИЯ  
КОСМИЧЕСКИХ  
АППАРАТОВ

*Учебное пособие*

САМАРА  
1994

*Расчет баллистических характеристик движения космических аппаратов: Учеб. пособие /И. В. Белоконов. Самар. аэрокосм. ун-т. Самара, 1994. 76 с. ISBN 5-230-16861-7*

Изложены стандартные инженерные подходы и методики решения комплекса взаимосвязанных задач баллистики и динамики полета, используемые на стадиях пред эскизного проектирования транспортных космических систем и космических аппаратов.

Рекомендуется применять при выполнении раздела курсовой работы по дисциплине "Динамика полета космических аппаратов и разгонных блоков" для студентов, обучающихся по специальности 13.07, а также при работе над дипломным проектом на этапе обоснования основных технических решений и проектно-баллистических характеристик рассматриваемых космических систем. Выполнено на кафедре динамики полета и систем управления.

Табл. 4. Ил. 16. Библиогр.: 6 назв.

Печатается по решению редакционно-издательского совета Самарского государственного аэрокосмического университета имени академика С. П. Королёва

Рецензенты: канд. техн. наук, проф. В. М. Шахмистов,  
канд. техн. наук В. В. Дмитриев

## ВВЕДЕНИЕ

Основной целью курсовой работы по динамике полета является закрепление теоретических знаний по курсу и усвоение студентами основных инженерных методик, используемых на стадии предварительного эскизного проектирования космических аппаратов.

Курсовая работа также способствует усвоению количественных оценок проектно-баллистических характеристик для типичных условий функционирования космических аппаратов, а настоящее пособие может быть использовано при выполнении соответствующих разделов дипломного проектирования.

Раздел курсовой работы, соответствующий данному пособию, включает решение комплекса взаимосвязанных задач по баллистическому проектированию космических аппаратов, движущихся по околоземным орбитам, начиная с момента окончания активного участка выведения до ввода в действие парашютной системы на заключительном этапе спуска в атмосфере.

Учебное пособие состоит из двух частей. В первой части дается список исходных данных и подробное описание последовательности решения задач и выполнения раздела курсовой работы. Во второй части приводятся основные расчетные методики и справочный материал, которые необходимо использовать при выполнении раздела курсовой работы.

Исходными данными при выполнении раздела курсовой работы являются требования к космическому аппарату, определяющие его целевое назначение и тактико-технические характеристики (в том числе параметры рабочей орбиты), основные проектные характеристики космического аппарата и его бортовых систем и т. д.

При выполнении раздела курсовой работы можно выделить следующие основные этапы:

- выбор и расчет баллистической схемы полета в штатном режиме функционирования космического аппарата,

- оценка потребного запаса топлива на борту космического аппарата,

- расчет баллистической схемы полета в аварийном режиме.

При выполнении этих этапов решаются следующие задачи:

- обоснование выбора типа рабочей орбиты и ее основных элементов,

- оценка эволюции орбиты от действия атмосферы Земли (в том числе расчет времени существования космического аппарата и т. д.) и от нецентральности поля притяжения,

- расчет маневра перевода космического аппарата с орбиты выведения на рабочую орбиту,

- расчет маневров поддержания рабочей орбиты (обеспечение заданной высоты полета, обеспечение движения в заданном диапазоне высот, корректирование элементов орбиты) на интервале времени активного существования на орбите,

- расчет трассы полета и вспомогательной баллистической информации (условий взаимной видимости космического аппарата и наземного пункта, наблюдаемости районов земной поверхности с борта космического аппарата, условий освещенности космического аппарата),

- расчет тормозного импульса, точки его приложения и характеристики внеатмосферного участка полета, предшествующего спуску космического аппарата в атмосферу,

- выбор требуемых условий входа и расчет движения в атмосфере спускаемого аппарата.

Часть изложенных в пособии методик в силу их трудоемкости реализована в виде прикладного учебно-исследовательского комплекса программ для ЭВМ СМ-1420 и ПЭВМ типа IBM PC, включенного в библиотеку стандартного программного обеспечения общего пользования кафедры динамики полета и систем управления.

# 1. СОДЕРЖАНИЕ РАЗДЕЛА КУРСОВОЙ РАБОТЫ

## 1.1. СПИСОК ИСХОДНЫХ ДАННЫХ

### 1.1.1. Целевое назначение и основные проектные параметры космического аппарата

Целевое назначение космического аппарата

(спутник метеорологический, исследования природных ресурсов Земли, связи навигационный и т. д.) \_\_\_\_\_

Полная масса космического аппарата после отделения от ракеты носителя  $m_0$  в кг \_\_\_\_\_

Масса полезной нагрузки  $m_{ин}$  в кг (масса космического аппарата незаполненного топливом) \_\_\_\_\_

Площадь миделевого сечения космического аппарата  $S_{КА}$  в  $m^2$

Площадь миделевого сечения спускаемого аппарата  $S_{СА}$  в  $m^2$

Коэффициент аэродинамического сопротивления в разреженной атмосфере космического аппарата  $C_x$  \_\_\_\_\_

Максимальное аэродинамическое качество при спуске в атмосфере  $K_{max}$  \_\_\_\_\_

Удельная тяга комбинированной двигательной установки системы управления движением  $P_{уд}$  в м/с \_\_\_\_\_

Угол обзора бортовой аппаратуры  $\delta_{КА}$  в град \_\_\_\_\_

Ресурс времени работы бортовой аппаратуры  $T_{БА}$  в сут \_\_\_\_\_

### 1.1.2. Параметры реализовавшейся орбиты выведения

Вариант задания через элементы орбиты:

Высота перигея  $H_p^{(0)}$  в км \_\_\_\_\_

Высота апогея  $H_a^{(0)}$  в км \_\_\_\_\_

Наклонение орбиты  $i^{(0)}$  в град \_\_\_\_\_

Аргумент перигея  $\omega^{(0)}$  в град \_\_\_\_\_

Долгота восходящего узла орбиты  $\Omega^{(0)}$  в град \_\_\_\_\_

Угол истинной аномалии в точке выведения  $\vartheta^{(0)}$  в град  
(в начальный момент времени) \_\_\_\_\_

Вариант задания через характеристики конца активного участка выведения:

координаты точки конца активного участка движения в стартовой системе координат

$x_{ск}$  в км \_\_\_\_\_

$y_{ск}$  в км \_\_\_\_\_

$z_{ск}$  в км \_\_\_\_\_

проекция вектора скорости в стартовой системе координат

$V_{xск}$  в м/с \_\_\_\_\_

$V_{yск}$  в м/с \_\_\_\_\_

$V_{zск}$  в м/с \_\_\_\_\_

### 1.1.3. Параметры рабочей орбиты и дополнительные требования к движению

Параметры рабочей орбиты:

высота апогея  $H_a^{(p)}$  в км \_\_\_\_\_

высота перигея  $H_p^{(p)}$  в км \_\_\_\_\_

наклонение орбиты  $i^{(p)}$  в град \_\_\_\_\_

аргумент перигея  $\omega^{(p)}$  в град \_\_\_\_\_

***Дополнительные требования, определяющие частоту проведения коррекции движения***

*Для круговой орбиты:*

допустимое изменение долготы восходящего узла орбиты  $\Delta\Omega^*$  в град. \_\_\_\_\_

допустимое падение высоты полета  $\Delta H^*$  в км \_\_\_\_\_

*Для эллиптической орбиты:*

допустимое изменение долготы восходящего узла орбиты  $\Delta\Omega^*$  в град. \_\_\_\_\_

допустимое падение высоты перигея  $\Delta H_{\Pi}^*$  в км \_\_\_\_\_

допустимое изменение аргумента перигея  $\Delta\omega^*$  в град. \_\_\_\_\_

***Дополнительные ограничения на орбитальное движение :***

продолжительность пребывания на орбите выведения  $\Delta t_{\text{orb}}$  в сут. \_\_\_\_\_

максимальное время перехода с орбиты выведения на рабочую орбиту  $\Delta t_{\text{пер}}^*$  в ч. \_\_\_\_\_

***Данные для расчета вспомогательной баллистической информации***

Географическая широта наземного пункта  $\varphi_{\text{ин}}$  в град. \_\_\_\_\_

Географическая долгота наземного пункта  $\lambda_{\text{ин}}$  в град. \_\_\_\_\_

Минимальный угол возвышения космического аппарата для его видимости с наземного пункта  $\gamma_{\text{min}}$  в град. \_\_\_\_\_

Угол склонения Солнца  $\delta_{\text{с}}$  в град. \_\_\_\_\_

Географическая широта пункта старта ракеты - носителя  $\varphi_{\text{ст}}$  в град. \_\_\_\_\_

Географическая долгота пункта старта ракеты-носителя  $\lambda_{\text{ст}}$  в град. \_\_\_\_\_

### *Данные для расчета маневра сближения с орбитальной станцией*

Начальное угловое расстояние между космическим аппаратом на орбите выведения и орбитальной станцией на рабочей орбите  $\nu$  в град

Проекции вектора положения космического аппарата относительно орбитальной станции после завершения дальнего сближения (промах по положению)

$$\tilde{x}_0 \text{ в м,}$$

$$\tilde{y}_0 \text{ в м,}$$

$$\tilde{z}_0 \text{ в м.}$$

Проекции вектора скорости полета космического аппарата относительно орбитальной станции после завершения дальнего сближения (промах по скорости)

$$\tilde{V}_{x0} \text{ в м/с,}$$

$$\tilde{V}_{y0} \text{ в м/с,}$$

$$\tilde{V}_{z0} \text{ в м/с.}$$

#### **1.1.4. Параметры предпусковой орбиты**

**и ограничения на контролируемые характеристики движения в атмосфере**

Наклонение  $i^{(cn)}$  в град \_\_\_\_\_

Высота полета  $H^{(cn)}$  в км \_\_\_\_\_

Географическая широта точки спуска  $\varphi_r$  в град \_\_\_\_\_

Географическая долгота точки спуска  $\lambda_r$  в град \_\_\_\_\_

Максимальное допустимое значение перегрузки  $n_{\text{доп}}^*$  \_\_\_\_\_

Максимальное допустимое значение удельного теплового

потока в критической точке спускаемого аппарата  $Q_{\text{доп}}^*$  в  $\frac{\text{кДж}}{\text{с} \cdot \text{м}^2}$

Максимальная допустимая температура конструкции спускаемого аппарата  $T_{\text{сч}}^0$  в  $^{\circ}\text{C}$ . \_\_\_\_\_



## **1.2. ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЬ ВЫПОЛНЕНИЯ КУРСОВОЙ РАБОТЫ**

### **1.2.1. Подготовка исходных данных**

Перед началом выполнения курсовой работы требуется внимательно ознакомиться с исходными данными.

Если параметры рабочей орбиты не полностью заданы, например, не задано наклонение орбиты, то необходимо их выбрать самостоятельно, основываясь на целевом назначении космического аппарата и пользуясь рекомендациями разд. 2.1.4.

Промежуточная орбита выведения может задаваться набором элементов или характеристиками конца активного участка полета в стартовой системе координат.

Если принята вторая форма задания исходных данных, то необходимо по методике разд. 2.1.1. произвести расчет начальных условий движения в абсолютной геоцентрической системе координат и найти элементы орбиты выведения.

### **1.2.2. Выбор и расчет баллистической схемы полета в штатном режиме функционирования космического аппарата**

#### **1.2.2.1. Расчет движения космического аппарата на заданном интервале пребывания на орбите выведения**

1) Рассчитывается эволюция орбиты выведения, вызванная нецентральностью поля притяжения ( $\Delta\Omega, \Delta\omega$ ) на интервале времени  $\Delta t_{оп}$  (разд. 2.1.2.1).

2) Рассчитывается эволюция орбиты, вызванная влиянием атмосферы ( $\Delta r, \Delta l, \Delta T, \Delta V_r, \Delta V_u$ ), на интервале времени  $\Delta t_{оп}$  (разд. 2.1.2.2.).

3) Рассчитывается маневр коррекции по поддержанию орбиты выведения (для круговых и околокруговых орбит-поддержание высоты полета) и определяются полные затраты характеристической скорости  $\Delta V_{хсп}^{(оп)}$  (разд. 2.2.2).

4) Рассчитывается трасса полета космического аппарата и стандартная баллистическая информация (зона взаимной видимости и освещенности космического аппарата):

— на интервале  $\Delta t_{off}$  с использованием программы "ТРАССА", при этом координаты наземного пункта выбираются из исходных данных;

— на интервале двух витков полета-вручную, при этом в качестве наземного пункта выбирается пункт старта и дополнительно вычисляются геометрические характеристики обзора земной поверхности (разд. 2.2.3).

#### **1.2.2.2. Выбор и расчет маневра перехода с орбиты выведения на рабочую орбиту (без фазирования)**

Маневр перехода рассчитывается в классе двухимпульсных и трехимпульсных энергетически оптимальных маневров с использованием методик разд. 2.2.1. В случае трехимпульсного маневра радиус апоцентра переходной эллиптической орбиты ограничен сверху из условия неперевышения времени перехода заданной величины  $\Delta t_{пр}^*$ .

В случае, если рабочая орбита является эллиптической, переход осуществляется или в ее апоцентр, или в ее перигейс. При этом расчетные формулы определения импульсов скорости выводятся самостоятельно с использованием интегралов энергии и площадей.

Рассчитываются полные затраты характеристической скорости и время полета для каждого варианта перехода.

#### **1.2.2.3. Расчет маневра сближения с орбитальной станцией**

Вначале рассматривается маневр дальнего сближения (переход с орбиты выведения на рабочую орбиту с фазированием). Данный расчет выполняется только для случая перехода между круговыми орбитами с использованием соотношений разд. 2.2.3.1.

Если при выполнении разд. 1.2.2.2 выбран в качестве оптимального двухимпульсный перелет, то определяется требуемый угол фазирования. При задании начального углового расстояния между маневрирующим космическим аппаратом на орбите выведения и орбитальной станцией на рабочей орбите также вычисляется время ожидания до установления требуемого угла фазирования по соотношениям (96) - (99).

Если при выполнении разд. 1.2.2.2 выбран в качестве оптимального трехимпульсный биэллиптический перелет, то из соотношения (100) определяется необходимая величина радиуса апоцентра переходной эллиптической орбиты из условия фазирования для заданного начального угла рассогласования между космическими аппаратами и рассчитываются заново характеристики перелета.

Предполагая, что в результате маневра дальнего сближения космический аппарат переходит в малую окрестность орбитальной станции, рассчитывается завершающий маневр этапа сближения. Считается, что продолжительность сближения не превышает периода обращения по орбите. Находятся оптимальная продолжительность и рассчитываются параметры маневра из условия минимальности величины характеристической скорости.

#### **1.2.2.4. Расчет корректирующих маневров для поддержания рабочей орбиты**

Для случая круговой орбиты выведения рассчитывается маневр поддержания движения космического аппарата в заданном диапазоне высот и долготы восходящего узла орбиты в заданном диапазоне значений.

Для случая эллиптической орбиты выведения рассчитываются маневры коррекции (в предположении их несвязности) в отдельности для поддержания высоты перигея, аргумента перигея, долготы в заданном интервале значений согласно требованиям, сформулированным в исходных данных. При этом оценивается частота проведения коррекции путем расчета эволюции орбиты, рассчитывается количество маневров коррекции и требуемые затраты характеристической скорости на интервале времени активного существования  $T_{\text{вд}}$  космического аппарата на рабочей орбите.

При расчете маневров коррекции используются методики разд. 2.2.2 пособия. Результаты расчетов представляются в виде табл. 1 для круговой орбиты и в виде табл.2 для эллиптической орбиты.

Таблица 1

Коррекция элемента орбиты	Условная частота коррекции в 1/сутки	Затраты характеристической скорости на 1 коррекцию в м/с	Количество коррекций на интервале $T_{\text{БА}}$	Затраты характеристической скорости на интервале $T_{\text{БА}}$ в м/с
$\Omega$				
$H$				
Полные затраты характеристической скорости в м/с				

Таблица 2

Коррекция элемента орбиты	Частота коррекции в 1/сутки	Затраты характеристической скорости на 1 коррекцию в м/с	Количество коррекций на интервале $T_{\text{БА}}$	Затраты характеристической скорости на интервале $T_{\text{БА}}$ в м/с
$\Omega$				
$H_{\text{II}}$				
$\omega_{\text{II}}$				
Полные затраты характеристической скорости в м/с				

#### 1.2.2.5. Расчет маневров на этапе доставки полезной нагрузки на Землю

Маневрирование на этапе доставки информации на Землю включает в себя маневр перехода космического аппарата с рабочей орбиты на предпусковую орбиту и маневр торможения для осуществления входа в плотные слои атмосферы с заданными условиями входа.

Максимальный по модулю угол входа  $|\theta_{вх}|$  приближенно можно оценить из соотношений (118), (120), (122) или (124), (125) для заданного типа спускаемого аппарата, подставляя вместо  $n_{\max}$ ,  $\dot{Q}_{\max}$ ,  $T_{гг, \max}$  их предельно допустимые значения. При этом скорость входа полагается равной  $\sim 8$  км/с.

Предпусковая орбита считается круговой. Если высота предпусковой орбиты  $H^{(n)}$  задана, то аналогично разд. 1.2.2.2 пособия рассчитываются параметры маневра перехода. Затем по методике разд. 2.2.1 рассчитывается маневр схода с предпусковой орбиты.

Если высота предпусковой орбиты не задана, то она выбирается из условия минимизации полных затрат характеристической скорости на маневр перехода на предпусковую орбиту и на маневр схода с предпусковой орбиты. Оптимальная высота предпусковой орбиты может находиться любым образом, например, перебором в выбранном диапазоне высот.

#### 1.2.2.6. Расчет траектории спуска с орбиты на Землю

Для выбранных в разд. 1.2.2.5 пособия величины тормозного импульса скорости  $\Delta V_{\tau}$  и угла его ориентации  $\alpha$  определяются скорость и угол входа в плотные слои атмосферы, угловая дальность и время полета на внеатмосферном участке.

Далее по заданным условиям входа в атмосферу по программе "СПУСК" рассчитывается траектория снижения, считая, что движение осуществляется в плоскости предпусковой орбиты при максимальном аэродинамическом качестве.

При этом проверяется выполнение всех ограничений на контролируемые характеристики движения, а также рассчитываются ориентировочные координаты точки достижения спускаемым аппаратом поверхности Земли (без участка движения на парашюте) по соотношениям разд. 2.3.2. В случае, если ограничения на траекторию спуска не выполняются; необходимо предложить меры, обеспечивающие их выполнение.

1.2.2.7. Расчет полных затрат топлива на реализацию принятой баллистической схемы полета

На основании результатов расчета характеристической скорости на все виды маневрирования, полученные в предыдущих разделах, рассчитывается табл. 3 по соотношениям (1), (2).

Найденные полные затраты топлива  $m_{\Sigma}$  на реализацию баллистической схемы полета сравниваются с запасом топлива  $m_{\text{тр}}$ , имеющимся на борту космического аппарата:

$$m_{\text{тр}} = m_0 - m_{\text{ин}}$$

Если  $m_{\Sigma} \leq m_{\text{тр}}$ , то рассмотренная баллистическая схема полета осуществима и часть топлива можно было бы перевести в полезную нагрузку или увеличить время активного существования космического аппарата. В этом случае необходимо оценить на сколько суток может быть продлено активное существование космического аппарата.

Таблица 3

Затраты характеристической скорости $I_{\text{эл}}$ в м/с		Затраты топлива в кг	Продолжит. работы двигат. установки в сек.
1	на маневр поддержания орбиты выведения		
2	на маневр перехода с орбиты выведения на рабочую орбиту		
3	на маневр сближения		
4	на маневр поддержания рабочей орбиты		
5	на маневр перехода с рабочей орбиты на предпусковую орбиту		
6	на маневр торможения при сходе с предпусковой орбиты		
Полные затраты			

Если  $m_t > m_{тр}$ , то данная баллистическая схема не осуществима и необходимо предложить варианты выполнения целевой задачи, например, оценить время активного существования космического аппарата исходя из имеющихся на борту запасов топлива, или определить массу полезной нагрузки, для которой может быть реализована принятая баллистическая схема полета.

### 1.2.3. Расчет баллистической схемы полета в аварийных режимах

В курсовой работе оцениваются две возможные аварийные ситуации.

**В а р и а н т 1.** После отделения космического аппарата от ракеты-носителя связь с ним установить не удастся (или вышла из строя корректирующая двигательная установка) и космический аппарат совершает неориентированное пассивное движение.

В этом случае необходимо:

- подсчитать время существования космического аппарата для минимального, среднего и максимального индексов солнечной активности,
- определить высоту критической орбиты,
- рассчитать и построить графики изменения высоты полета от времени до достижения критической высоты.

После достижения критической высоты, которая практически совпадает с условной границей плотной атмосферы, космический аппарат начинает движение по пологой траектории в атмосфере, где должно произойти его разрушение.

Для анализа процесса разрушения необходимо знать перегрузки и тепловые потоки при движении. Поэтому по программе "СПУСК" рассчитывается движение космического аппарата (с неотделенной спускаемой частью) в атмосфере до момента падения на Землю. При этом полагается, что происходит баллистический спуск ( $K=0$ ), а угол входа принимается равным  $\sim -0,1^\circ$ .

**В а р и а н т 2.** На заключительном этапе полета после схода спускаемого аппарата с орбиты вышла из строя система управления движением. В этом случае спускаемый аппарат закручивается относительно продольной оси и осуществляется баллистический спуск в атмосфере.

Траекторные и контролируемые характеристики движения (перегрузки и удельные тепловые потоки) также считаются по

программе "СПУСК". Причем начальные условия движения (условия входа в плотные слои атмосферы) берутся из разд. 1.2.2.6.

В результате расчета аварийных режимов должны быть сформулированы требования к конструкции космического аппарата и спускаемой его части с точки зрения их самозатухания при нештатной ситуации (принудительное разрушение или саморазрушение).

## 2. РАСЧЕТНЫЕ МЕТОДИКИ И СПРАВОЧНЫЕ ДАННЫЕ

### 2.1. ОРБИТАЛЬНЫЙ ПОЛЕТ КОСМИЧЕСКОГО АППАРАТА

В данном разделе приведены основные соотношения, позволяющие на этапе баллистического проектирования рассчитать пассивное движение космического аппарата под действием только гравитационной силы притяжения Земли, а для низковысотных космических аппаратов также и аэродинамической силы. Такое движение, происходящее без приложения реактивной силы, является основным для космических аппаратов, снабженных двигателями большой тяги, создающими значительные по величине, но относительно кратковременные ускорения.

#### 2.1.1. Расчет начальных условий движения и элементов орбиты выведения

**Ф о р м у л и р о в к а з а д а ч и .**

В результате расчета траектории выведения для ракеты-носителя найдены координаты  $x_{iK}$ ,  $y_{iK}$  ( $z_{iK} = 0$ ) и проекции скорости движения  $V_{x_{iK}}$ ,  $V_{y_{iK}}$  ( $V_{z_{iK}} = 0$ ) в конце активного участка относительно стартовой системы координат  $O X_c Y_c Z_c$ . Для определения характеристик реализовавшейся орбиты выведения космического аппарата необходимо для этого же момента времени вычислить координаты  $x_0$ ,  $y_0$ ,  $z_0$  и проекции скорости  $V_{x_0}$ ,  $V_{y_0}$ ,  $V_{z_0}$  относительно инерциальной системы отчета  $O_x X_u Y_u Z_u$  (начальные условия пассивного движения) и орбитальные элементы (долготу восходящего узла  $\bar{\Omega}$  отно-



нительно принятой системы отсчета, наклонение орбиты относительно плоскости экватора  $i$ , эксцентриситет  $e$  и большую полуось орбиты  $a$ , аргумент перицентра  $\omega$ , момент времени прохождения через перицентр  $\tau$ ).

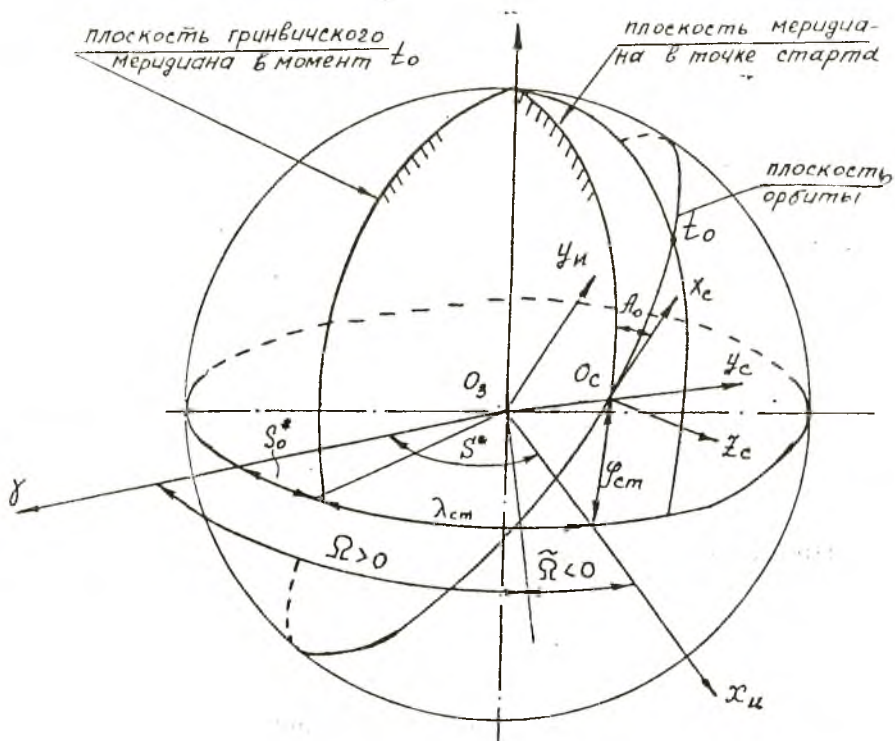


Рис. 1. Основные системы координат и их ориентация в пространстве

#### 2.1.1.1. Расчет начальных условий движения в абсолютной геоцентрической системе координат

В качестве инерциальной системы отсчета выбрана геоцентрическая экваториальная система координат, ось  $O_3 X_n$  которой проходит через меридиан точки старта в момент окончания активного участка. Введенная таким образом инерциальная система координат повернута относительно звездной геоцентрической инерциальной системы на угол  $S^*$ , где  $S^*$  - местное звездное

время в момент выхода космического аппарата на опорную орбиту.

Положение стартовой системы координат  $Ox_c y_c z_c$  относительно принятой инерциальной  $O_x X_u Y_u Z_u$  определяется широтой пункта старта  $\varphi_{cm}$  и азимутом запуска  $A_0$  (рис.1).

Переход от координат конца активного участка  $x_{ck}, y_{ck}, z_{ck}$  в стартовой системе к начальным координатам  $x_0, y_0, z_0$  орбитального движения в геоцентрической инерциальной системе (рис. 1) выполняется по формулам

$$\begin{aligned} x_0 &= -x_{ck} \cos A_0 \sin \varphi_{cm} + (R_3 + y_{ck}) \cos \varphi_{cm}, \\ y_0 &= x_{ck} \sin A_0, \\ z_0 &= x_{ck} \cos A_0 \cos \varphi_{cm} + (R_3 + y_{ck}) \sin \varphi_{cm}. \end{aligned} \quad (1)$$

Величина радиуса-вектора начальной точки орбитального движения

$$r_0 = \sqrt{x_0^2 + y_0^2 + z_0^2}. \quad (2)$$

Проекции относительной скорости  $V_{ck}$  на оси геоцентрической системы  $O_x X_u Y_u Z_u$  выражаются через проекции относительной скорости  $V_{xck}, V_{yck}, V_{zck} = 0$  на стартовые оси аналогичными формулами.

Абсолютная скорость в начале орбитального движения складывается из относительной скорости,  $\bar{V}^r = \bar{V}_{ck}$  и переносной скорости, которая определяется формулой

$$\bar{V}^e = \bar{\omega}_1 \times \bar{r}_0 = \begin{vmatrix} \bar{i}_u & \bar{j}_u & \bar{k}_u \\ 0 & 0 & \omega_3 \\ x_0 & y_0 & z_0 \end{vmatrix} = -\omega_3 y_0 \bar{i}_u + \omega_3 x_0 \bar{j}_u,$$

где  $\bar{i}_u, \bar{j}_u, \bar{k}_u$  - единичные векторы геоцентрической системы координат.

Таким образом, проекции абсолютной скорости на геоцентрические оси координат в начальной точке орбиты определяются формулами

$$\begin{aligned}
 V_{x0} &= -V_{x\kappa\kappa} \cos A_0 \sin \varphi_{cm} + V_{y\kappa\kappa} \cos \varphi_{cm} - \omega_3 y_0, \\
 V_{y0} &= V_{x\kappa\kappa} \sin A_0 + \omega_3 x_0, \\
 V_{z0} &= V_{x\kappa\kappa} \cos A_0 \cos \varphi_{cm} + V_{y\kappa\kappa} \sin \varphi_{cm}.
 \end{aligned}
 \tag{3}$$

Величина начальной скорости орбитального движения и угол наклона ее к местному горизонту соответственно:

$$\begin{aligned}
 V_0 &= \sqrt{V_{x0}^2 + V_{y0}^2 + V_{z0}^2}, \\
 \theta_0 &= \arcsin \frac{x_0 V_{x0} + y_0 V_{y0} + z_0 V_{z0}}{r_0 V_0}.
 \end{aligned}
 \tag{4}$$

### 2.1.1.2. Определение элементов орбиты выведения

При запуске космических аппаратов определяются элементы орбиты выведения. Сначала находятся компоненты и модуль векторной константы интеграла площадей (секториальной скорости):

$$\begin{aligned}
 C_1 &= y_0 V_{z0} - z_0 V_{y0}, \quad C_2 = z_0 V_{x0} - x_0 V_{z0}, \\
 C_3 &= x_0 V_{y0} - y_0 V_{x0}, \quad C = \sqrt{C_1^2 + C_2^2 + C_3^2}.
 \end{aligned}
 \tag{5}$$

Расчет элементов орбиты производится в следующей последовательности:

- долгота восходящего узла  $\tilde{\Omega}$  относительно принятой инерциальной системы отсчета:

$$\operatorname{tg} \tilde{\Omega} = -\frac{C_1}{C_2}, \quad \operatorname{sig} n(\sin \tilde{\Omega}) = \operatorname{sig} n C_1,$$

$$\operatorname{sig} n(\cos \tilde{\Omega}) = \operatorname{sig} n C_2,
 \tag{6}$$

- наклонение орбиты относительно плоскости экватора

$$\cos i = \frac{C_3}{C};
 \tag{7}$$

- эксцентриситет  $e$ , большая полуось орбиты  $a$ , период обращения  $T$ :

$$e = \sqrt{1 + (v_0 - 2)v_0 \cos^2 \theta_0}, \quad v_0 = \frac{V_0^2 r_0}{\mu} = \left( \frac{V_0}{V_{\text{кр}}} \right)^2,$$

$$a = \frac{r_0}{2 - v_0}, \quad p = a(1 - e^2), \quad T = 2\pi \frac{a^{3/2}}{\sqrt{\mu}}; \quad (8)$$

- аргумент перицентра  $\omega$ :

$$\operatorname{tg} \vartheta_0 = \frac{r_0 \sin \theta_0 \cos \theta_0}{r_0 \cos^2 \theta_0 - 1}, \quad \operatorname{sign}(\sin \vartheta_0) = \operatorname{sign}(\sin \theta_0)$$

$$\operatorname{sign}(\cos \vartheta_0) = \operatorname{sign}(v_0 \cos^2 \theta_0 - 1),$$

$$\cos \theta_0 = \frac{\sqrt{C_1^2 + C_2^2 + C_3^2}}{r_0 V_0}, \quad (9)$$

$$\sin \theta_0 = \frac{x_0 V_{x0} + y_0 V_{y0} + z_0 V_{z0}}{r_0 V_0},$$

$$\sin U_0 = \frac{z_0}{r_0 \sin i}, \quad (10)$$

$$\cos u_0 = \frac{x_0 \cos \Omega_0 + y_0 \sin \Omega_0}{r_0},$$

$$\omega = u_0 - \vartheta_0; \quad (11)$$

- момент времени прохождения через перицентр:

$$\operatorname{tg} \frac{E_0}{2} = \sqrt{\frac{1-e}{1+e}} \operatorname{tg} \frac{\vartheta_0}{2},$$

$$\tau = t_0 - \frac{a^{3/2}}{\sqrt{\mu}} (E_0 - e \sin E_0). \quad (12)$$

### 2.1.2. Возмущенное движение космического аппарата

Движение космического аппарата происходит в сложном силовом поле, характеризуемом большим числом сил различной физической природы. Основной силой является ньютоновская сила гравитационного притяжения, соответствующая сферической модели Земли с равномерным по радиусу распределением массы.

Движение под действием этой силы называется невозмущенным движением, характеризуемым постоянством элементов орбиты. При проектировании космических аппаратов, движущихся по низким высотам до 1000 км, необходимо использовать более

сложные модели движения, учитывающие дополнительные силы. К их числу относится сила, которая появляется в случае использования более сложной модели Земли - эллипсоида вращения (обычно ограничиваются учетом второй зональной гармоники разложения потенциала поля притяжения), а также аэродинамическая сила, возникающая за счет действия атмосферы Земли. Такое движение космического аппарата называется *возмущенным движением*.

Учет дополнительных сил приводит к появлению периодических и вековых возмущений в движении космического аппарата.

При проектировании космических аппаратов учитывают обычно вековые возмущения, которые нарастают монотонно от витка к витку.

Вековые возмущения вычисляются по приближенной методике за один виток космического аппарата вокруг Земли (на интервале изменения аргумента широты  $u$  от 0 до  $2\pi$ ).

**Ф о р м у л и р о в к а з а д а ч и .** Для известных начальных значений элементов орбиты определить вековые возмущения элементов орбиты за один и за  $N$  витков движения.

#### 2.1.2.1. Эволюция орбиты, вызванная нецентральностью поля притяжения

Вековые возмущения наклона  $i$ , фокального параметра  $p$ , эксцентриситета  $e$  орбиты равны нулю ( $\delta i = \delta p = \delta e = 0$ ). Вековое возмущение (прецессия) относительно звезд (в абсолютной системе координат) долготы восходящего узла орбиты за 1 виток определяется по соотношению

$$\delta\Omega = -\frac{2\pi}{p^3} \frac{\varepsilon}{\mu} \cos i. \quad (13)$$

Под влиянием сжатия Земли восходящий узел орбиты перемещается в сторону, противоположную вращению Земли (к Западу), для прямых орбит ( $i < 90^\circ$ ) и по направлению вращения Земли (к Востоку) для обратных орбит ( $i > 90^\circ$ ). Для полярных орбит ( $i = 90^\circ$ ) прецессия плоскости орбиты отсутствует ( $\delta\Omega = 0$ ).

Вековое возмущение (прецессия) аргумента перигея орбиты в абсолютной системе координат за 1 виток определяется по соотношению

$$\delta\omega = \frac{\pi}{p^3} \frac{\varepsilon}{\mu} (5 \cos^2 i - 1).$$

Под влиянием сжатия Земли аргумент перигея орбиты при  $i < 63^\circ 26'$  и  $i > 116^\circ 34'$  аргумент смещается в направлении движения космического аппарата, при  $63^\circ 26' < i < 116^\circ 34'$  аргумент перигея орбиты смещается в направлении, противоположном движению космического аппарата. При  $i = 63^\circ 26'$  и  $i = 116^\circ 34'$  смещение перигея отсутствует ( $\delta\omega = 0$ ).

Вековые возмущения за  $N$  витков  $\Delta\Omega$ ,  $\Delta\omega$ :

$$\Delta\Omega = N \delta\Omega,$$

$$\Delta\omega = N \delta\omega. \quad (15)$$

В формулах (13), (14)  $p$  - фокальный параметр и  $e$  - эксцентриситет орбиты в начальный момент времени.

### 2.1.2.2. Эволюция орбиты, вызванная влиянием атмосферы

Вековые возмущения долготы восходящего узла  $\Omega$ , наклона орбиты  $i$  (если не учитывается захват атмосферы вращением Земли), аргумента перигея  $\omega$  (для случая экспоненциальной модели плотности атмосферы) равны нулю ( $\delta\Omega = \delta i = \delta\omega = 0$ ). Вековые возмущения фокального параметра  $p$  и эксцентриситета  $e$  за 1 виток определяются по нижеприведенным формулам для

модели изотермической атмосферы  $p = p_1 \exp\left(-\frac{H - H_1}{H}\right)$ :

-эллиптические орбиты с малым начальным эксцентриситетом

$$0 < e < \frac{2H}{a},$$

$$\delta p = -4\pi\sigma r_{cp} p^2 \left(1 + \frac{v^2}{4} + \frac{v^4}{64} + \frac{v^6}{2304} + \dots\right), \quad (16)$$

$$\delta e = -2\pi\sigma r_{cp} p \left[ v \left(1 + \frac{v^2}{8} + \frac{v^4}{192} + \dots\right) + e \left(1 + \frac{3v^2}{8} + \frac{5v^4}{192} + \dots\right) \right],$$

-эллиптические орбиты со средним начальным эксцентриситетом

$$\frac{1,5H}{a} < e < 0,5,$$

$$\delta p = -\frac{2\sigma r_{cp} p^2}{1-e^2} \sqrt{\frac{2\pi}{v}} (j_0 - 0,5e^2 j_2 - 0,125e^4 j_4 - \dots),$$

$$\delta e = -2 \sigma \rho_{II} p \sqrt{\frac{2\pi}{v}} (f_1 + e f_2 + 0.5 e^2 f_3 + 0.5 e^3 f_4 + \dots),$$

$$f_0 = 1 + \frac{1}{8v} + \frac{9}{128 v^2} + \dots, \quad f_1 = 1 - \frac{3}{8v} - \frac{15}{128 v^2} - \dots, \quad (17)$$

$$f_2 = 1 - \frac{7}{8v} + \frac{57}{128 v^2} - \dots, \quad f_3 = 1 - \frac{11}{8v} + \frac{225}{128 v^2} - \dots,$$

$$f_4 = 1 - \frac{15}{8v} + \frac{489}{128 v^2} - \dots$$

- эллиптические орбиты с большим начальным эксцентриситетом

$$0,5 < e < 1,$$

$$\delta p = -2 f_0 \sigma p_{II} \sqrt{\frac{2\pi}{e}} p^3 \tilde{H},$$

$$\delta e = -2 f_1 \sigma p_{II} (1+e) \sqrt{\frac{2\pi}{e}} p \tilde{H}. \quad (18)$$

Здесь  $v = \frac{ae}{H}$ ,

$\tilde{H} = \frac{R_0 T}{g_1 M}$  - высота однородной атмосферы (равна высоте некоторого фиктивного столба однородной атмосферы, плотность которой равна  $\rho_1$ , и который имеет на высоте  $H = H_1$  то же давление, что и рассматриваемая атмосфера),

$\rho_{II}$  - плотность атмосферы в перигее,

$\rho_{cp} = \rho_{II} \exp(-v)$  - средняя плотность атмосферы для околокруговой орбиты.

Вековые возмущения фокального параметра  $p$  и эксцентриситета  $e$  за  $N$  витков рассчитываются по формулам.

Под влиянием атмосферы эллиптическая орбита космического аппарата с течением времени все более приближается к круговой.

Период обращения монотонно убывает, а средняя скорость полета возрастает. Максимальная скорость понижения высоты орбиты приходится на район апогея, минимальная - на район перигея орбиты.

Для круговой (или околосферической  $e < 0.02$ ) орбиты вековые возмущения обычно рассчитываются в полярных координатах.

Формулы расчета изменений траекторных параметров за 1 виток:

- изменение модуля радиуса - вектора

$$\delta r = -4 \pi \sigma \rho r^2, \quad (19)$$

- смещение вдоль орбиты

$$\delta l = 12 \pi^2 \sigma \rho r^2, \quad (20)$$

- изменение периода обращения

$$\delta T = -12 \pi^2 \sigma \rho \sqrt{\frac{r^3}{\mu}}, \quad (21)$$

- изменение радиальной составляющей скорости полета

$$\delta V_r = -2 \sigma \rho \sqrt{\mu r}, \quad (22)$$

- изменение тангенциальной составляющей скорости полета

$$\delta V_n = 2 \pi \sigma \rho \sqrt{\mu r}, \quad (23)$$

где  $r = R_3 + H$ .

Формулы расчета изменений траекторных параметров за  $N$  витков

$$\Delta l = \frac{N^2}{2} \delta l, \quad \Delta r = N \delta r, \quad \Delta V_n = N \delta V_n, \quad (24)$$

$$\Delta T = \frac{2N-1}{2} \delta T \quad (\text{возмущение периода обращения за } N \text{ витков}).$$

При проектировании космических аппаратов, движущихся по низким орбитам, важнейшей характеристикой является время существования на орбите, т. е. время пассивного движения с момента выхода космического аппарата на орбиту до момента входа в плотные слои атмосферы и прекращения его существования. Время существования можно приближенно рассчитать только для круговых орбит по формуле

$$t_{\text{сущ}} = \frac{F(H_0)}{\sigma}, \quad (25)$$

где  $F(H_0)$  - функция от начальной высоты полета отыскивается по табл. 4 для соответствующего индекса солнечной активности,  $\sigma$  - баллистический коэффициент космического аппарата.



Для получения зависимости изменения высоты полета от времени движения  $H(\Delta t_i)$  необходимо выбрать шаг расчета по высоте  $\Delta H$  и воспользоваться формулой (25):

$$H_i = (H \Delta t_i) = H_0 - \Delta H_i$$

$$\Delta t_i = t_i - t_0 = \frac{F(H_i) - F(H_0)}{\sigma}, \quad (26)$$

где  $\Delta t_i$  - время снижения с высоты  $H_0$  до высоты  $H_i$ :  
 $\Delta H = \frac{H_s - H_0}{K}$ ,  $K$  - количество шагов, на который разбит рассматриваемый интервал высот ( $H_0 \div H_k$ ).

В качестве конечной высоты, по достижении которой расчет необходимо прекращать, рекомендуется выбирать критическую высоту круговой орбиты  $H^*$  (высота круговой орбиты, для которой время существования равно периоду обращения космического аппарата по орбите).

Критическая высота круговой орбиты находится в результате решения уравнения

$$\frac{2\pi(R_s + H^*)^{3/2}}{\sqrt{\mu}} = \frac{F(H^*)}{\sigma}.$$

Для большинства космических аппаратов  $H^*$  лежит в диапазоне от 90 км до 110 км.

При проведении расчетов по вышеприведенным формулам рекомендуется использовать табл. 4, в которой в зависимости от высоты полета  $H$  приводятся величины функции  $F(H)$  для минимального ( $65 \cdot 10^{22} \text{ вт} / (\text{м}^2 \text{ Гц})$ ), среднего ( $175 \cdot 10^{22} \text{ вт} / (\text{м}^2 \text{ Гц})$ ) и максимального ( $275 \cdot 10^{22} \text{ вт} / (\text{м}^2 \text{ Гц})$ ) значений индекса солнечной активности  $F_0$ , высоты однородной атмосферы  $\tilde{H}$  модельной плотности воздуха  $\rho$  для среднего значения индекса солнечной активности. Эти данные соответствуют Государственному стандарту СССР "Атмосфера Земли верхняя. Модель плотности для проектных баллистических расчетов искусственных спутников Земли" (ГОСТ 25645.101 - 83).

## Модель атмосферы

H, км	$\tilde{H}$ , км	$\rho$ кг / м <sup>3</sup>	$\Phi F(H)$ , м <sup>2</sup> ·сут / кг		
			$F_0$ <sub>МВН</sub>	$F_0$ <sub>СП</sub>	$F_0$ <sub>МДКК</sub>
120	6	2,440-8	3,365-5	3,365-5	3,365-5
130	12	8,357-9	1,255-4	1,221-4	1,192-4
140	16	4,201-9	3,514-4	3,209-4	3,046-4
150	19	2,425-9	8,029-4	6,842-4	6,342-4
160	22	1,514-9	1,612-3	1,285-3	1,167-3
170	25	9,954-10	2,966-3	2,219-3	1,979-3
180	27	6,766-10	5,823-3	3,609-3	3,166-3
190	32	4,916-10	8,695-3	5,585-3	4,774-3
200	34	3,645-10	1,380-2	8,270-3	6,945-3
210	36	2,748-10	2,113-2	1,187-2	9,728-3
220	38	2,102-10	3,659-2	1,659-2	1,333-2
230	40	1,628-10	4,484-2	2,272-2	1,787-2
240	42	1,274-10	6,357-2	3,058-2	2,353-2
250	43	1,007-10	8,885-2	4,056-2	3,050-2
260	45	8,023-10	1,227-1	5,313-2	3,900-2
270	46	6,442-11	1,676-1	6,883-2	4,930-2
280	48	5,209-11	2,269-1	8,829-2	6,168-2
290	49	4,239-11	3,044-1	1,123-1	7,646-2
300	51	3,469-11	4,054-1	1,416-1	9,401-2
310	52	2,854-11	5,361-1	1,774-1	1,147-1
320	53	2,360-11	7,042-1	2,207-1	1,391-1
330	55	1,960-11	9,195-1	2,729-1	1,675-1
340	56	1,635-11	1,194-1	3,356-1	2,007-1
350	57	1,369-11	1,542	4,105-1	2,392-1
360	58	1,151-11	1,981	4,997-1	2,838-1
370	59	9,704-12	2,534	6,056-1	3,351-1
380	60	8,212-12	3,226	7,309-1	3,941-1
390	62	6,970-12	4,091	8,786-1	4,617-1
400	63	5,934-12	5,166	1,052	5,389-1

Н, м	$\bar{H}$ , км	$\rho$ кг / м <sup>3</sup>	$F(H)$ , м <sup>2</sup> ·сут / кг		
			$F_{0_{\text{мин}}}$	$F_{0_{\text{ср}}}$	$F_{0_{\text{макс}}}$
410	64	5,066-12	6,500	1,256	6,270-1
420	65	4,337-12	8,147	1,493	7,271-1
430	66	3,722-12	1,018	1,771	8,406-1
440	67	3,201-12	1,267	2,093	9,692-1
450	68	2,760-12	1,573+1	2,467	1,114
460	69	2,365-12	1,946+1	2,900	1,278
470	70	2,065-12	2,401+1	3,401	1,462
480	71	1,792-12	2,954+1	3,978	1,669
490	72	1,557-12	3,624+1	4,641	1,902
500	73	1,356-12	4,435+1	5,404	2,161
510	74	1,183-12	5,415+1	6,277	2,452
520	75	1,034-12	6,594+1	7,278	2,776
530	76	9,053-13	8,011+1	8,420	3,138
540	76	7,937-12	9,712+1	9,723	3,540
550	77	6,970-13	1,175+2	1,121+1	3,987
560	78	6,129-13	1,418+2	1,289+1	4,483
570	79	5,398-13	1,708+2	1,481+1	5,033
580	80	4,760-13	2,054+2	1,698+1	5,642
590	81	4,204-13	2,464+2	1,944+1	6,316
600	82	3,717-13	2,916+2	2,223+1	7,060
610	96	3,377-13	3,597+2	2,531+1	7,788
620	97	3,044-13	4,329+2	2,880+1	8,666
630	98	2,747-13	5,156+2	3,252+1	9,319
640	99	2,482-13	6,084+2	3,670+1	1,031+11
650	101	2,246-13	7,112+2	4,133+1	1,109+1
660	102	2,035-13	8,249+2	4,647+1	1,222+1
670	103	1,846-13	1,088+3	5,213+1	1,344+1
680	104	1,676-13	1,239+3	5,832+1	1,462+1
690	105	1,524-13	1,404+3	6,517+1	1,606+1
700	107	1,387-13		7,270+1	1,762+1

Н, км	$\bar{H}$ , км	$\rho$ кг / м <sup>3</sup>	$F(H), \text{м}^2 \cdot \text{сут} / \text{кг}$		
			$F_{0\text{ мин}}$	$F_{0\text{ ср}}$	$F_{0\text{ макс}}$
710	108	1,583-13	1,583+3	8,084+1	1,933+1
720	109	1,152-13	1,774+3	8,988+1	2,074+1
730	110	1,051-13	1,988+3	9,980+1	2,272+1
740	111	9,605-14	2,215+3	1,106+2	2,486+1
750	112	8,783-14	2,460+3	1,225+2	2,721+1
760	113	8,038-14	2,724+3	1,354+2	2,975+1
770	115	7,363-14	3,008+3	1,495+2	3,255+1
780	116	6,750-14	3,312+3	1,649+2	3,557+1
790	117	6,194-14	3,638+3	1,817+2	3,887+1
800	118	5,687-14	3,987+3	1,999+2	4,245+1
810	119	5,226-14	4,359+3	2,198+2	4,635+1
820	120	4,806-14	4,757+3	2,414+2	5,030+1
830	121	4,423-14	5,181+3	2,648+2	5,489+1
840	122	4,073-14	5,632+3	2,903+2	5,989+1
850	123	3,754-14	6,111+3	3,179+2	6,533+1
860	124	3,461-14	6,621+3	3,478+2	7,124+1
870	125	3,194-14	7,162+3	3,802+2	7,767+1
880	126	2,949-14	7,736+3	4,153+2	8,476+1
890	127	2,725-14	8,344+3	4,533+2	9,237+1
900	128	2,519-14	8,987+3	4,944+2	1,006+2
910	129	2,331-14	9,668+3	5,388+2	1,092+2
920	130	2,157-14	1,039+4	5,867+2	1,189+2
930	131	1,998-14	1,115+4	6,384+2	1,295+2
940	132	1,851-14	1,195+4	6,942+2	1,410+2
950	133	1,716-14	1,279+4	7,543+2	1,535+2
960	134	1,592-14	1,369+4	8,192+2	1,671+2
970	135	1,478-14	1,463+4	8,890+2	1,818+2
980	135	1,372-14	1,561+4	9,641+2	1,978+2
990	136	1,275-14	1,665+4	1,045+3	2,152+2
1000	137	1,185-14	1,775+4	1,132+3	2,341+2

В табл. 4 число со знаком, стоящее после значения параметра, является показателем степени десяти - сомножителя значения параметра, например:

$$1,115 + 3 = 1,115 \cdot 10^{+3}; \quad 2,441 - 11 = 2,441 \cdot 10^{-11}.$$

Оценка времени существования космического аппарата на эллиптической орбите является сложной задачей, которая решается путем численного интегрирования уравнений, описывающих возмущенное движение космического аппарата.

Для оценочных расчетов  $t_{\text{сум}}$  можно использовать следующие формулы:

$$t_{\text{сум}} = \begin{cases} \frac{F(H_{\text{ср0}}) F_1(v_0)}{\sigma}, & \text{при } e_0 < \frac{\tilde{H}}{a_0}; \\ \frac{\Phi(H_{\text{н0}}) \psi_1(e_0) F_2(v_0)}{\sigma}, & \text{при } \frac{\tilde{H}}{a_0} < e_0 < e_{\text{кр}}; \\ \frac{\Phi(H_{\text{н0}}) \psi(e_0)}{\sigma}, & \text{при } e_0 > e_{\text{кр}}. \end{cases}$$

$$\text{Здесь } v_0 = \frac{a_0 e_0}{H}, \quad e_{\text{кр}} \approx 0,66 \sqrt{\frac{\tilde{H}}{R_3 + H_{\text{н0}}}} - 0,22 \frac{\tilde{H}}{R_3 + H_{\text{н0}}}.$$

$$\Phi(H_{\text{н0}}) = \frac{R_3 + H_{\text{н0}}}{p(H_{\text{н0}})} \sqrt{\frac{\pi}{2 \mu \tilde{H}}}, \quad \psi_1(e_0) = \frac{e_0^{3/2}}{2(1-e_0)}.$$

$$\psi(e_0) = \frac{e_0^{3/2}}{2} \left( 1 + \frac{1}{6} e_0 + \frac{31}{48} e_0^2 + \frac{71}{480} e_0^3 + \dots \right),$$

$$\text{при } v_0 \leq 2 \quad F_1(v_0) = \left( 1 + \frac{v_0^2}{8} + \frac{v_0^4}{192} + \dots \right)^{-1},$$

$$F_2(v_0) = 2 \exp(v_0) \left[ \sqrt{2 \pi v_0^3} \left( 1 + \frac{v_0^2}{8} + \frac{v_0^4}{192} + \dots \right) \right],$$

при  $v_0 \geq 1,5$

$$F_2(v_0) = \left( 1 - \frac{3}{8 v_0} - \frac{15}{128 v_0^2} - \frac{105}{1024 v_0^3} \dots \right)^{-1}$$

Баллистический коэффициент  $\sigma$  является основным проектным параметром космического аппарата и определяется по формуле

$$\sigma = \frac{C_x S}{m},$$

где  $C_x$  - коэффициент аэродинамического сопротивления, который для большинства современных космических аппаратов лежит в пределах 2-2,5 (обычно принимается 2,2),

$m$  - масса космического аппарата,

$S$  - площадь максимального сечения космического аппарата, перпендикулярная вектору скорости полета (площадь минимального сечения).

Для ориентированного космического аппарата определение величины  $S$  не представляет труда, для неориентированного космического аппарата в форме цилиндра при его беспорядочном вращении

$$S \approx L d (0,818 + 0,25 \frac{L}{d}),$$

где  $L$  и  $d$  - соответственно длина и диаметр цилиндра.

Для космических аппаратов с выпуклой поверхностью при равновероятных положениях осей  $S \approx S_{\text{поверх}} / 4$ , где  $S_{\text{поверх}}$  - площадь всей поверхности.

### **2.1.3. Расчет вспомогательных характеристик движения космического аппарата**

Вспомогательные характеристики движения определяют привязку траектории космического аппарата к поверхности Земли, что необходимо для выполнения целевых задач полета и для нормального функционирования наземных служб контроля и управления движением.

#### **2.1.3.1. Расчет трассы полета космического аппарата**

Трасса полета представляет собой геометрическое место точек на поверхности вращающейся Земли, через зенит которых проходит космический аппарат (проекция траектории движения на поверхности Земли).

Ф о р м у л и р о в к а з а д а ч и : При известных начальных условиях движения рассчитать географическую широту  $\varphi$  и географическую долготу  $\lambda$  точек проекции положения космического аппарата на земную поверхность в зависимости от времени полета.

Уравнения для расчета трассы космического аппарата с учетом нецентральнойности поля притяжения, но без учета влияния сопротивления атмосферы, имеют вид

$$\varphi = \arcsin(\sin i \sin u) \quad (28)$$

$$\lambda = \Omega - S_0^* + \arctg(\operatorname{tg} u \cos i) + \delta\Omega \frac{t}{T}. \quad (29)$$

Здесь  $u$  - аргумент широты текущей точки полета, связанный со временем полета  $t$ ,  $T$  - период обращения по орбите,  $\delta\Omega$  - вековое смещение долготы восходящего узла орбиты за 1 виток,  $S_0^*$  - текущее звездное время на гринвичском меридиане, определяющее положение гринвичского меридиана в текущий момент времени относительно направления на точку весеннего равноденствия.

Если орбита является круговой (или околосферической), то аргумент широты  $u$  текущей точки полета определяется по формуле

$$u = \omega \Delta t + u_0 = u_0 + \sqrt{\frac{\mu}{r^3}}(t - t_0), \quad (30)$$

где  $r$  - модуль радиуса-вектора (или средний радиус) круговой орбиты,  $t_0$  - момент времени выхода космического аппарата на орбиту выведения или начала движения по орбите.

Если орбита полета является эллиптической, то аргумент широты определяется по следующим соотношениям:

$$E - e \sin E = \sqrt{\mu/a^3} (t - \tau) = M, \quad (31)$$

$$\operatorname{tg} \frac{\vartheta}{2} = \sqrt{\frac{1+e}{1-e}} \operatorname{tg} \frac{E}{2}, \quad (32)$$

$$\delta\omega = \pi r^{-3} \varepsilon \mu^{-1} (5 \cos^2 i - 1), \quad (33)$$

$$\omega = \omega_0 + \delta\omega(t - t_0) / T, \quad (34)$$

$$u = \omega + \vartheta. \quad (35)$$

Основной трудностью при расчете  $u$  является решение уравнения Кеплера (31), которое выполняется с использованием численного метода, например, метода Ньютона.

Для орбит с эксцентриситетами не превосходящими 0,3 можно использовать решение уравнения (31) в виде ряда

$$E = M + e \sin M + \frac{e^2}{2} \sin 2M + \\ + \frac{e^3}{8} (3 \sin 3M - M) + \frac{e^4}{16} (2 \sin 4M - \sin 2M) + \dots$$

При этом ряд быстро сходится и в большинстве случаев можно ограничиться рассмотрением нескольких первых членов. Первый неучитываемый член может быть использован для оценки точности получаемых результатов.

Если трасса привязывается к конкретному моменту времени (т. е. отражает характер прохождения космического аппарата над поверхностью Земли), то она строится в зависимости от текущего момента времени. В курсовой работе такая трасса строится для орбиты выведения.

Текущее звездное время на гринвичском меридиане определяется соотношением

$$S_0^* = S_0 + \omega_3(t - t_{S0}), \quad (36)$$

где  $S_0$  - звездное время на гринвичском меридиане в некоторую гринвичскую полночь (берется из Астрономического ежегодника),  $t_{S0}$  - время наступления полночи.

В разд. 2.1.1.2 рассчитывается долгота восходящего узла орбиты  $\tilde{\Omega}$  в специально выбранной инерциальной системе координат, повернутой относительно звездной инерциальной системы координат на угол  $S^*$ , где  $S^*$  - местное звездное время на меридиане точки старта в момент выхода космического аппарата на орбиту выведения (связь между углами  $\Omega$  и  $\tilde{\Omega}$  иллюстрируется рис. 1.). Это сделано, чтобы не привязываться к истинному звездному времени во всех расчетах.

Тогда уравнение (20) для расчета трассы примет вид

$$\lambda = \tilde{\Omega} + \lambda_{cm} + \arctg(\operatorname{tg} u \cos i) - \omega_3 \tilde{t} + \delta \Omega \frac{\tilde{t}}{T}. \quad (37)$$

Здесь  $\tilde{\Omega} + \lambda_{cm} = \Omega - S_0^*$ ,



$\lambda_{em}$  - географическая долгота точки старта,

$\tilde{t} = t - t_0$  - время, отсчитываемое от момента выведения на орбиту (для простоты можно  $t_0$  положить равным нулю).

Географические координаты точки начала трассы определяются при  $t = t_0$ :

$$\varphi_0 = \arcsin(\sin u_0 \sin i),$$

$$\lambda_0 = \lambda_{em} + \tilde{\Omega} + \arctg(\operatorname{tg} u_0 \cos i). \quad (38)$$

Если расчет трассы носит чисто иллюстративный характер, то трасса может строиться в зависимости от аргумента широты  $u$ . В курсовой работе такая трасса строится для рабочей орбиты, начиная с условной точки  $\varphi_0 = 0$ ,  $\lambda_0 = 0$  для момента времени  $t_0 = 0$ . При этом  $u_0 = 0$ , прецессный аргумента перигея пренебрегается.

Расчет проводится по следующим соотношениям:

$$\varphi = \arcsin(\sin i \cdot \sin u),$$

$$\lambda = \arctg(\operatorname{tg} u \cdot \cos i) - \omega_3(t - t_0) + \delta\Omega \frac{t - t_0}{T}, \quad (39)$$

$$\text{где } t = t_0 + \frac{a^{3,2}}{\sqrt{\mu}} \left[ (E - e \sin E) - (E_0 - e \sin E_0) \right],$$

$$\operatorname{tg} \frac{E}{2} = \sqrt{\frac{1-e}{1+e}} \operatorname{tg} \frac{v}{2}, \quad \operatorname{tg} \frac{E_0}{2} = \sqrt{\frac{1-e}{1+e}} \operatorname{tg} \frac{v_0}{2}.$$

$$e = u - \omega, \quad v_0 = u_0 - \omega.$$

**П р и м е ч а н и е .** Для временных привязок при баллистических расчетах обычно принимается 0-е января 1900 г., при этом  $S_0 = 0,2769194$  рад.,  $t_{S0} = 0$ .

Для перехода на 0-е января текущего года  $N_s$  используется соотношение

$$t_0(N_s) = 365(N_s - 1900) + \left[ \frac{N_0 - 1}{4} \right],$$

где  $\left[ \frac{N_0 - 1}{4} \right]$  - целая часть числа.

Для перехода на заданную дату старта ракеты - носителя используется соотношение

$$t_{cm} = t_0(N_r) + d,$$

где  $d$  - число дней от 0-го января текущего года до даты старта.

Для перехода на момент выхода космического аппарата на орбиту выведения  $t_0$  используется соотношение

$$t_0 = t_{cm} + \Delta t_{cm},$$

где  $\Delta t_{cm}$  -- продолжительность времени активного участка выведения.

### 2.1.3.2. Расчет условий освещенности в орбитальном полете

При проектировании космических аппаратов важным вопросом является определение условий их освещенности. Обычно в качестве источника тока используются бортовые солнечные преобразователи. Кроме того тепловые режимы конструкций и бортовых систем космических аппаратов (например, датчиков системы ориентации) также определяются условиями освещенности. На начальных этапах проектирования достаточно ограничиться приближенным определением условий входа в тень и выхода из нее. В этом случае задача сводится к оценке максимального времени теневого участка.

**Ф о р м у л и р о в к а з а д а ч и .** Для заданных элементов орбиты космического аппарата и угле склонения Солнца  $\delta_c$  найти угловые координаты точки входа в тень  $\vartheta_{вх}$  и выхода из нее  $\vartheta_{вых}$ , а также оценить максимальную продолжительность теневого участка  $\Delta \tau_{тсв}$ .

Тень от Земли принимается цилиндрической (см. рис. 2 для круговой орбиты, рис. 3 для эллиптической орбиты). Максимальное время нахождения космического аппарата в тени соответствует варианту, когда Солнце будет находиться в плоскости орбиты космического аппарата.

Для круговых орбит радиуса  $r$  максимальное время нахождения космического аппарата в тени определяется из соотношения (рис. 2)

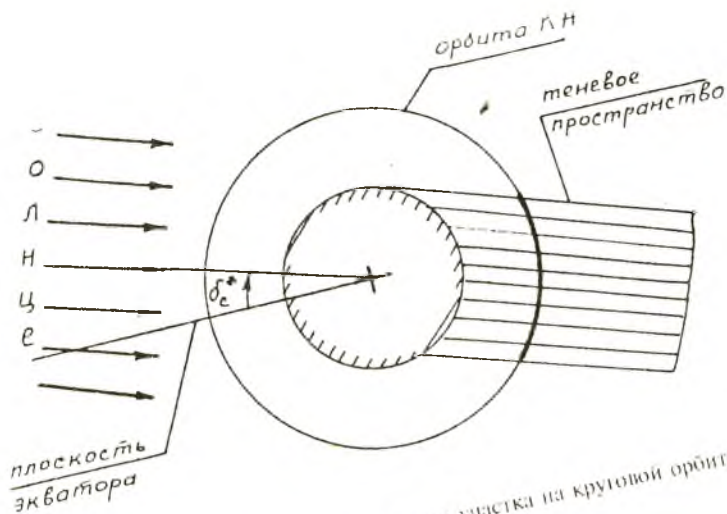


Рис. 2. Расположение теневого участка на круговой орбите

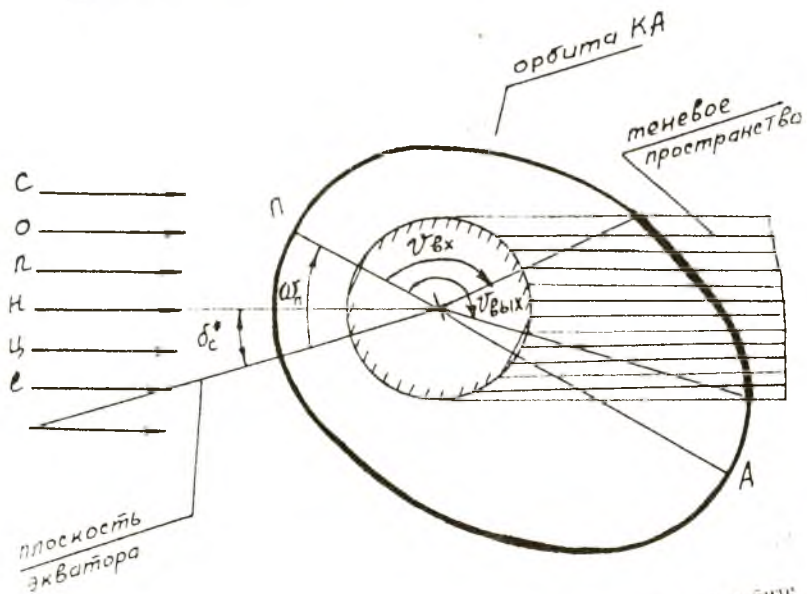


Рис. 3. Расположение теневого участка на эллиптической орбите

$$\Delta \tau_{OCB} = \frac{T}{2\pi} \arcsin \frac{R_3}{r} \quad (40)$$

Для эллиптических орбит (см. рис. 3) необходимо вычислить угловое расстояние Солнца до плоскости экватора в плоскости орбиты  $\delta^*$ :

$$\delta^* = \arcsin(\sin \delta / \sin i),$$

где  $\delta$  — склонение Солнца, которое может быть взято из Астрономического ежегодника или определено с использованием координат Солнца. Истинная аномалия точки входа в тень  $\vartheta_{вх}$  определяется в результате решения уравнения

$$\vartheta_{вх} = \pi - (\omega - \delta_c^*) - \arcsin \left[ \frac{R_3(1 + e \cos \vartheta_{вх})}{p} \right]. \quad (41)$$

Истинная аномалия точки выхода  $\vartheta_{вых}$  из тени определяется в результате решения уравнения

$$\vartheta_{вых} = \pi - (\omega - \delta_c^*) - \arcsin \left[ \frac{R_3(1 + e \cos \vartheta_{вых})}{p} \right]. \quad (42)$$

Уравнения (41), (42) целесообразно решать методом последовательных приближений.

Длительность пребывания в тени определяется по соотношению

$$\Delta \tau_{OCB} = \sqrt{\frac{a^3}{\mu}} \left[ (E_{вх} - e \sin E_{вх}) - (E_{вых} - e \sin E_{вых}) \right],$$

$$\operatorname{tg} \frac{E_{вых}}{2} = \sqrt{\frac{1-e}{1+e}} \operatorname{tg} \frac{\vartheta_{вых}}{2}, \operatorname{tg} \frac{E_{вх}}{2} = \sqrt{\frac{1-e}{1+e}} \operatorname{tg} \frac{\vartheta_{вх}}{2}. \quad (43)$$

### 2.1.3.3. Расчет зоны взаимной видимости космического аппарата и наземного пункта

В практике баллистического проектирования космических аппаратов различного назначения одной из первоочередных задач является определение условий прямой видимости космического аппарата как с пункта управления, так и с обслуживаемых наземных объектов.

Ф о р м у л и р о в к а з а д а ч и. Для известных элементов орбиты космического аппарата, максимального значения угла места  $\gamma_{\min}$  (угла возвышения космического аппарата над наземным пунктом), заданных географических координатах наземного пункта ( $\varphi_{\text{нап}}, \lambda_{\text{нап}}$ ) найти точки входа в зону радиовидимости и выхода из нее, а также продолжительность пребывания в зоне взаимной видимости  $\Delta \tau_{\text{ЗВВ}}$ .

Целесообразно расчет зоны взаимной видимости проводить одновременно с расчетом траектории космического аппарата. В первом приближении достаточно принять при записи геометрических условий, что Земля — сфера. Условием наличия взаимной видимости является выполнение неравенства

$$\gamma \geq \gamma_{\min}$$

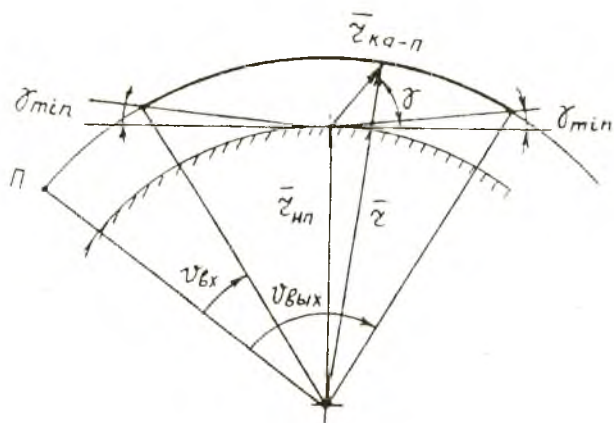


Рис. 4. Иллюстрация определения точек входа и выхода КА из зоны видимости с наземного пункта

Из геометрических условий (рис. 4) следует, что

$$\sin \gamma = \frac{\bar{r}_{\text{ка-нап}} \bar{r}_{\text{нап}}}{\bar{r}_{\text{ка-п}} \bar{r}_{\text{п}}}, \quad (44)$$

где  $\vec{r}_{\Pi}$  — радиус-вектор положения наземного пункта в выбранной ранее инерциальной системе отсчета  $\vec{r}$  — радиус-вектор текущего положения космического аппарата,  $\vec{r}_{\text{ка-}\Pi} = \vec{r} - \vec{r}_{\Pi}$  — радиус-вектор положения космического аппарата относительно наземного пункта.

Уравнение для определения моментов входа в зону видимости и выхода из нее

$$\Phi = \vec{r}_{\text{ка-}\Pi} \cdot \vec{r}_{\Pi} - |\vec{r}_{\text{ка-}\Pi}| R_3 \sin \gamma_{\text{min}} = 0, \quad (45)$$

$$\text{где } \vec{r}_{\text{ка-}\Pi} \cdot \vec{r}_{\Pi} = (x - x_{\Pi})x_{\Pi} + (y - y_{\Pi})y_{\Pi} + (z - z_{\Pi})z_{\Pi}, \quad (46)$$

$$|\vec{r}_{\text{ка-}\Pi}| = \sqrt{(x - x_{\Pi})^2 + (y - y_{\Pi})^2 + (z - z_{\Pi})^2}. \quad (47)$$

Если  $\Phi > 0$ , то имеется взаимная видимость, если  $\Phi < 0$ , то взаимная видимость отсутствует. Изменение функции  $\Phi$  от отрицательных значений на положительные соответствует восходу космического аппарата над горизонтом по отношению к наземному пункту.

Изменение функции  $\Phi$  от положительных значений на отрицательное соответствует заходу космического аппарата за горизонт по отношению к наземному пункту.

Здесь  $x, y, z$  — проекции радиуса-вектора космического аппарата на оси выбранной инерциальной геоцентрической системы координат (определяются по формулам разд. 2.1.1.1.),  $x_{\Pi}, y_{\Pi}, z_{\Pi}$  — координаты наземного пункта в инерциальной геоцентрической системе координат:

$$\begin{aligned} x_{\Pi} &= R_3 \cos \varphi_{\Pi} \cos [\lambda_{\Pi} - \lambda_{\text{cm}} + \omega_3(t - t_0)], \\ y_{\Pi} &= R_3 \cos \varphi_{\Pi} \sin [\lambda_{\Pi} - \lambda_{\text{cm}} + \omega_3(t - t_0)], \\ z_{\Pi} &= R_3 \sin \varphi_{\Pi}. \end{aligned} \quad (48)$$

#### 2.1.3.4. Расчет геометрических характеристик обзора земной поверхности

В качестве геометрических характеристик обзора земной поверхности используются зона обзора и ширина полосы обзора.

Зона обзора представляет собой сферический круг, граница которого видна со спутника под углом обзора аппаратуры спут-

нвика  $\delta_{КА}$  или спутник виден из каждой точки границы под углом места  $\gamma$  и определяется центральным углом  $\zeta$  (рис. 5).

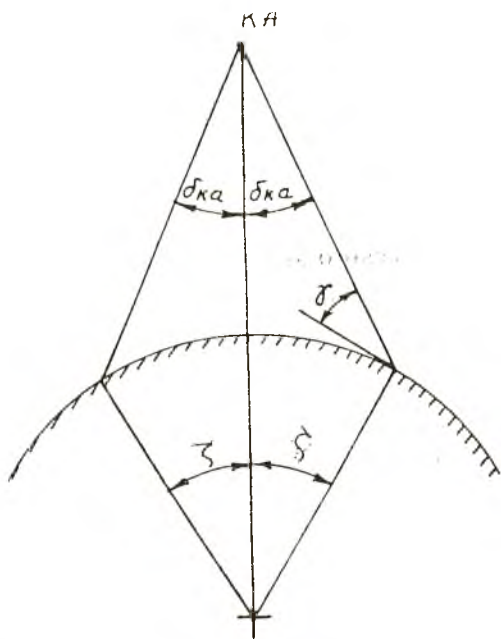


Рис. 5. Иллюстрация границ видимости земной поверхности с КА

Полоса обзора на земной поверхности определяется как геометрическое место мгновенных зон обзора на некотором интервале времени. Ширина полосы обзора  $l$  - это расстояние между огибающими мгновенных зон обзора в плоскости большого круга.

Формулировка задачи. Зная элементы орбиты и угол обзора бортовой аппаратуры космического аппарата  $\delta_{КА}$ , найти величину зоны обзора, ширину полосы обзора и минимальный угол места  $\gamma$ , под которым виден космический аппарат с полосы обзора.

Величина зоны обзора определяется по формуле

$$\zeta = \frac{\pi}{2} - \delta_{\lambda_1} - \arccos\left(\frac{r \sin \delta_{\lambda_1}}{R_s}\right), \quad (49)$$

где  $r$  — модуль радиуса вектора,  $R_s$  — средний радиус Земли.  
 Величина угла места

$$\gamma = \arccos\left(\frac{r \sin \delta_{\lambda_1}}{R_s}\right). \quad (50)$$

Величина ширины полосы обзора

$$l = 2R_s \zeta. \quad (51)$$

#### 2.1.4. Рекомендации по выбору рабочей орбиты для космического аппарата

Выбор орбит запускаемых космических аппаратов осуществляется с учетом большого числа факторов. К ним относятся условия старта и прежде всего географические координаты космодромов, возможные азимуты старта, положение на земной поверхности пунктов контроля и наблюдения и т. д.

Но основным фактором, во многом определяющим выбор орбиты, является назначение космического аппарата, устойчивость орбиты по отношению к действующим основным возмущениям. Ниже приводятся рекомендации по выбору рабочей орбиты для космических аппаратов, имеющих специализированное назначение.

1. *Спутники связи*, целевой задачей которых является ретрансляция информации от передающего пункта, находящегося на поверхности Земли, к пунктам ее приема на поверхности Земли.

При выборе орбиты спутника связи должна быть обеспечена его радиовидимость в течение продолжительного времени. Для этого целесообразно использовать высокоэллиптические орбиты, например, с периодом  $\sim 12$  ч. как для спутников типа "Молния".

Высота перигея выбирается малой, но в то же время обеспечивающей малые аэродинамические возмущения,  $\sim 500$  км.

Высота апогея при этом составляет  $\sim 40000$  км.

Наклонение орбиты целесообразно выбирать равным  $\sim 63,4^\circ$ , чтобы избежать векового ухода аргумента перигея ( $\delta\omega = 0$ ), вызываемого нецентральностью поля тяготения.



Спутник запускается так, чтобы аргумент перигея его орбиты был равен  $270^\circ$ , при этом перигей орбиты оказывается в южном полушарии, а апогей - в северном полушарии. То, что апогей находится в северном полушарии и не имеет векового ухода, обеспечивает длительное пребывание спутника в северном полушарии. Так, например, при периоде 12 ч. спутник находится в районе апогея в северном полушарии около 11 ч. Положение орбиты в пространстве (долгота восходящего узла) выбирается так, чтобы в районе апогея спутник находился в зоне радиовидимости передающего пункта и приемных пунктов. Большая высота апогея обеспечивает при этом радиовидимость спутника с очень значительной части земной поверхности, включая полярные районы. Продолжительность сеансов между пунктами зоны видимости для одного спутника за сутки может достигать 8 ч.

Кратность периода обращения продолжительности суток дает возможность использовать определенный спутник в конкретное время суток, так как через два витка траектории спутник оказывается над той же точкой поверхности Земли, над которой находился 24 ч. назад. Если создать систему спутников, то возможно обеспечить постоянную в течение суток связь на значительной территории страны.

В настоящее время для спутников связи также используется геостационарная орбита с элементами  $i=0$ ,  $e=0$ ,  $T=24$  ч. В этом случае спутник, выведенный в определенную точку орбиты "зависает" над поверхностью Земли. Для создания почти глобальной спутниковой системы связи достаточно поместить три спутника на стационарную орбиту со смещением один относительно другого на  $120^\circ$ , однако с их помощью невозможно реализовать связь с пунктами, расположенными в приполярных областях Земли (широта более  $70^\circ$ ).

Возмущающие факторы приводят к сдвигу геостационарного спутника по долготе, а также к изменению наклона орбиты на  $0,9^\circ$  в год.

Изменение наклона орбиты приводит к появлению трассы спутника в виде восьмерки, размах которой с севера на юг равен наклону орбиты.

Так как геостационарная орбита становится очень "населенной", то возможно в будущем использование орбит с периодами обращения 12; 8 и 6 часов, т. е. кратными суткам.

2. Спутники исследования природных ресурсов Земли, контроля окружающей среды и наблюдения метеорологическими процессами, целевой задачей которых является получение информации об атмосфере и всей поверхности Земли. Так как спутники должны иметь возможность обзирать всю Землю, включая полярные области, то целесообразно выбирать наклоненные орбиты около  $90^\circ$ . При этом отсутствует смещение долготы восходящего узла ( $\delta\Omega = 0$ ) орбиты, что позволяет создать устойчивую спутниковую систему, требующую минимальных затрат топлива на синхронизацию их движения.

Важным условием является одномасштабность снимков, что упрощает их обработку, увеличивает оперативность анализа. Для выполнения этого требования достаточно сделать орбиту спутника круговой или околосферической.

Выбор высоты орбиты определяется разрешающей способностью бортовой аппаратуры. В то же время, чем больше высота орбиты, тем больше полоса обзора поверхности Земли.

В последнее время для рассматриваемого типа спутников начали использоваться солнечно-синхронные (гелиостационарные) орбиты. Наклонение орбиты этих спутников выбрано так, чтобы угловая скорость векового ухода восходящего узла орбиты была равна угловой скорости поворота радиуса-вектора Земли относительно Солнца:

$$2\pi \frac{\varepsilon \cos i}{\mu} \frac{1}{p^2} \frac{1}{T_s} = \frac{2\pi}{T_s} \quad (52)$$

где  $T_s$  - драконический период обращения спутника (интервал времени между двумя последовательными прохождением спутником экваториальной плоскости при движении с юга на север), найденный при учете полярного сжатия земного эллипсоида.

Для круговых орбит высотой  $H$

$$T_s = \frac{2\pi(R_s + H)^{3/2}}{\sqrt{\mu}} \left[ 1 + \frac{\varepsilon}{\mu} (R_s + H)^{-2} (1 - 4\cos^2 i) \right] \quad (53)$$

Наклонение солнечно-синхронной круговой орбиты высотой  $H$  находится в результате решения уравнения

$$\frac{\varepsilon \cos i T_s}{\sqrt{\mu} (R_s + H)^2} = 2\pi \frac{\varepsilon}{\mu} (R_s + H)^{-2} \left[ 1 + \frac{\varepsilon}{\mu} (R_s + H)^{-2} (1 - 4\cos^2 i) \right] \quad (54)$$

Среди множества солнечно-синхронных орбит имеются такие орбиты, у которых трассы орбит последующих суток проходят по трассам предыдущих суток, т. е. имеется суточная повторяемость движения спутника относительно поверхности Земли или геосинхронность.

Для таких солнечно-синхронных геосинхронных орбит выполняется соотношение

$$kT_{\text{ор}} = T_{\text{сут}}$$

где  $k$  — целое число,  $T_{\text{сут}}$  — продолжительность солнечных суток.

В табл. 5 приведены элементы солнечно-синхронных геосинхронных орбит с высотами до 36000 км.

Таблица 5

Н, км	272	568	895	1264	1684	2166	2727	3391	4191	5180
$i$ , град	97	98	99	101	103	106	110	116	125	142

Изменение высоты солнечно-синхронной орбиты ведет к нарушению геосинхронности: при ее увеличении трассы последующих суток будут смещаться в западном направлении относительно трассе предыдущих суток, при ее уменьшении смещение будет происходить в восточном направлении.

Равенство (55) нарушается и взаимосвязь периода обращения спутника и солнечных суток представляется в виде

$$kT_{\text{ор}} = T_{\text{сут}} \left( 1 + \frac{\Delta b}{2\pi R_3} \right), \quad (56)$$

где  $\Delta b$  — суточный сдвиг трассы на экваторе (положительное значение соответствует сдвигу в западном направлении, отрицательное значение — в восточном направлении).

Совместное решение уравнений (54), (56) позволяет определить высоту  $H$  и наклонение солнечно-синхронной орбиты, обеспечивающей суточный сдвиг трассы на экваторе на величину  $\Delta b$  с целью обеспечения обзора земной поверхности.

Для обеспечения непрерывного обзора земной поверхности должно быть выполнено условие  $l \geq 2 \Delta b$ , при этом полный обзор будет осуществлен за  $n$  суток:

$$n = \frac{\pi R_3}{\Delta b} \quad (57)$$

При выборе высоты орбиты необходимо учесть требуемое качество получения информации, задаваемое предельно допустимым разрешением на местности  $\delta R_{\text{обз}}$  в метрах:

$$\delta R_{\text{обз}} = \frac{H}{2R_{\text{обз}} f} \quad (58)$$

где  $H$  — высота орбиты в метрах,

$R_{\text{обз}}$  — разрешающая способность системы "объектив-пленка" в лин/мм (для современной аппаратуры от 50 до 100 л/мм,

$f$  — фокусное расстояние объектива в мм (обычно находится в диапазоне от 80 до 200 мм).

## 2.2. МАНЕВРИРОВАНИЕ КОСМИЧЕСКОГО АППАРАТА

Под маневром понимается управляемое движение космического аппарата, в результате которого происходит изменение орбиты под действием силы тяги реактивного двигателя.

Активные участки полета при баллистическом проектировании космических аппаратов, работающих на химических источниках энергии, аппроксимируются точками приложения мгновенных импульсов скорости, действие тяги двигателя сводится к скачкообразному изменению скорости полета без изменения координат космического аппарата за время работы двигателя.

Орбита, по которой совершает полет космический аппарат до проведения маневра называется начальной орбитой. В результате проведения одного или нескольких маневров космический аппарат переводится на конечную (требуемую) орбиту. В промежутках между маневрами полет происходит по переходным орбитам.

В зависимости от поставленной задачи различаются следующие основные виды маневров:

- маневры перехода с одной орбиты на другую (межорбитальный переход);
- корректирующие маневры;

- маневры сближения на орбите;
- маневры схода с орбиты при возвращении на Землю.

В общем случае расчет маневров космического аппарата сводится к решению краевой задачи.

После определения полных затрат характеристической скорости на маневр (сумма импульсов скорости  $\Delta V_{x\Sigma}$ ) определяется необходимый запас топлива на его совершение по формуле Циолковского

$$m_t = m_0 \left[ 1 - \exp\left(-\frac{\Delta V_{x\Sigma}}{P_{уд}}\right) \right], \quad (59)$$

где  $m_0$  - начальная масса космического аппарата.  $P_{уд}$  - удельный импульс тяги двигателя.

Продолжительность работы двигателей приближенно оценивается по соотношению

$$\Delta t = \frac{m_t}{P} \cdot P_{уд}, \quad (60)$$

где  $P$  - тяга двигателя космического аппарата.

### 2.2.1. Расчет маневров перехода между орбитами

В курсовой работе под этими маневрами понимаются маневр перехода с орбиты выведения на рабочую орбиту (например, на геостационарную или высокоэллиптическую), маневр перехода с рабочей орбиты на предпусковую.

Если маневры совершаются в плоскости начальной орбиты, то они называются компланарными, в случае изменения плоскости орбиты в пространстве - некомпланарными.

**Ф о р м у л и р о в к а з а д а ч и :** Выбрать схему маневра, число и величины импульсов скорости, временные характеристики перелета (моменты включения и время работы двигателя, длительность всего перелета), затраты топлива и массу полезной нагрузки, выводимой на конечную орбиту  $(\Omega^{(k)}, i^{(k)}, \omega^{(k)}, p^{(k)}, e^{(k)})$  при старте космического аппарата с начальной орбиты  $(\Omega^{(0)}, i^{(0)}, \omega^{(0)}, p^{(0)}, e^{(0)})$  и нефиксированном времени перелета

2.2.1.1. Компланарные маневры ( $i^{(k)} = i^{(0)}, \Omega^{(k)} = \Omega^{(0)}$ )

Переход с круговой орбиты на эллиптическую или с эллиптической орбиты на круговую орбиту, касающиеся друг друга (рис. 6).

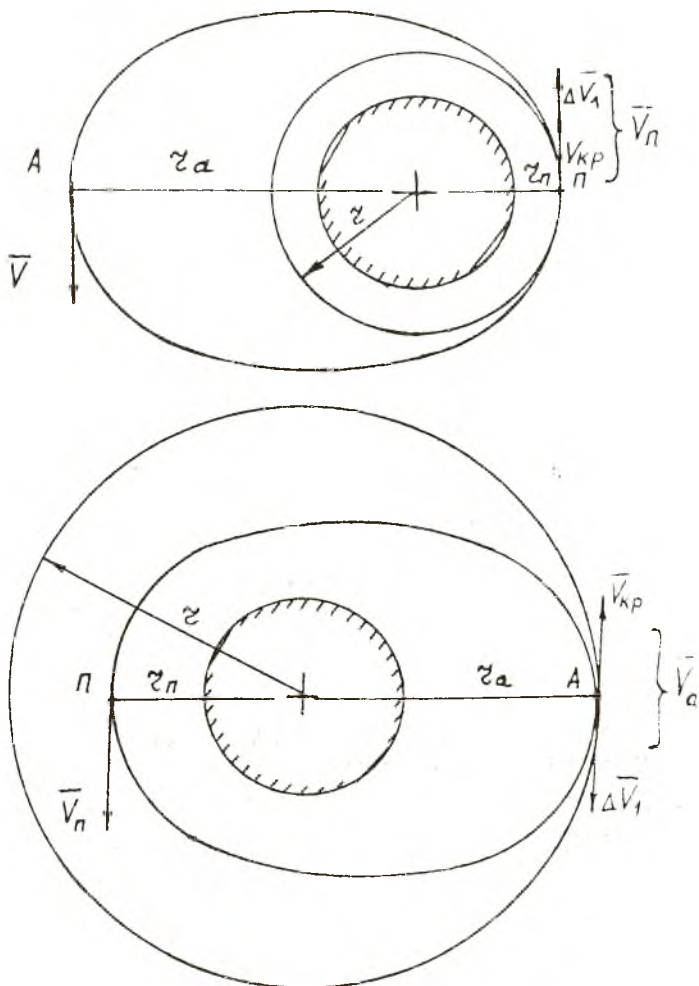


Рис. 6. Схема одноимпульсного перехода между компланарными касающимися орбитами

Маневр осуществляется путем приложения одного импульса в точке касания орбит (т. е. в перигее или апогее эллиптической орбиты). Скорости в перигее и апогее эллиптической орбиты определяются по формулам

$$v = \sqrt{\frac{2\mu r_a}{r_n(r_a + r_n)}}, \quad V_a = \sqrt{\frac{2\mu r_n}{r_a(r_a + r_n)}},$$

где  $r_n = \frac{p}{1-e}$ ,  $r_a = \frac{p}{1+e}$  — радиусы апоцентра и перигея орбиты.

Величина разгонного импульса скорости  $\Delta V_1$  перехода с круговой орбиты радиуса  $r$  на внешнюю эллиптическую орбиту  $r_n = r$ ,  $r_a > r$  (или тормозного импульса скорости при переходе с внешней эллиптической орбиты на круговую орбиту)

$$\Delta V_1 = V_n - V_{кр} = \sqrt{\frac{\mu}{r_n}} \left( \sqrt{\frac{2r_a}{r_a + r_n}} - 1 \right). \quad (61)$$

Величина тормозного импульса скорости  $\Delta V_1$  перехода с круговой орбиты радиуса  $r$  на внутреннюю эллиптическую орбиту  $r_n = r$ ,  $r_a < r$  (или разгонного импульса скорости при переходе с внутренней эллиптической орбиты на круговую орбиту):

$$\Delta V_1 = V_{кр} - V_a = \sqrt{\frac{\mu}{r_n}} \left( 1 - \sqrt{\frac{2r_n}{r_a + r_n}} \right). \quad (62)$$

*Переход с круговой орбиты на гиперболическую орбиту, касающиеся друг друга, при уходе на траекторию межпланетного перелета (или наоборот с гиперболической орбиты на круговую при возврате с траектории межпланетного перелета) (рис. 7). Маневр осуществляется путем приложения одного импульса в точке касания орбит (в перигее гиперболической орбиты).*

Величина импульса скорости определяется по формуле

$$\Delta V_1 = V_n - V_{кр} = \sqrt{V_r^2 + \frac{2\mu}{r_n}} - \sqrt{\frac{\mu}{r_n}}, \quad (63)$$

где  $V_n = \sqrt{V_r^2 + \frac{2\mu}{r_n}}$ ,  $V_r$  — гиперболический избыток скорости.

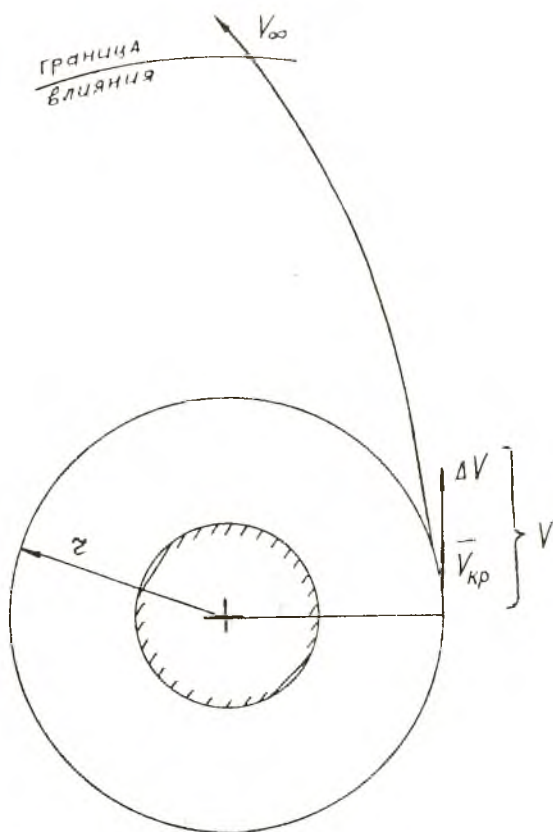


Рис. 7. Схема одноимпульсного перехода на гиперболическую орбиту

*Переход между круговыми орбитами.* Минимальное количество импульсов скорости для перехода равно двум. Для случая двухимпульсного перехода минимальные затраты характеристической скорости достигаются, если в качестве переходной орбиты выбрана эллиптическая орбита, которая в перигее и апогее касается начальной и конечной круговых. Первый импульс скорости дается для перехода с начальной орбиты на переходную орбиту, второй импульс скорости — для перехода с переходной орбиты на конечную орбиту.

Время перелета определяется по соотношению



$$\Delta t = \frac{\pi}{\sqrt{\mu}} \left( \frac{r^{(0)} + r^{(k)}}{2} \right)^{3/2}. \quad (64)$$

На рис. 8 приведена иллюстрация перехода с внутренней орбиты на внешнюю орбиту (например, переход с орбиты выведения на рабочую орбиту).

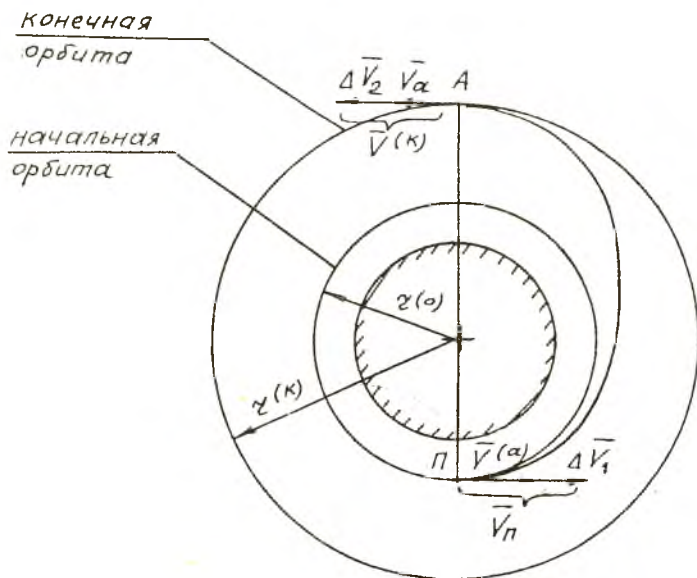


Рис. 8. Схема двухимпульсного перелета между копланарными круговыми орбитами по длине Цандера-Гомана

Оба импульса скорости — разгонные и определяются по формулам

$$\Delta V_1 = \sqrt{\frac{\mu}{r^{(0)}}} \left( \sqrt{\frac{2r^{(k)}}{r^{(0)} + r^{(k)}}} - 1 \right),$$

$$\Delta V_2 = \sqrt{\frac{\mu}{r^{(k)}}} \left( 1 - \sqrt{\frac{2r^{(0)}}{r^{(0)} + r^{(k)}}} \right). \quad (65)$$

Аналогично рассчитывается переход с внешней орбиты на внутреннюю орбиту (например, переход с рабочей орбиты на предпусковую орбиту). Оба импульса скорости — тормозные и находятся по соотношениям

$$\Delta V_1 = \sqrt{\frac{\mu}{r^{(0)}}} \left( 1 - \sqrt{\frac{2r^{(\kappa)}}{r^{(0)} + r^{(\kappa)}}} \right).$$

$$\Delta V_2 = \sqrt{\frac{\mu}{r^{(\kappa)}}} \left( \sqrt{\frac{2r^{(0)}}{r^{(0)} + r^{(\kappa)}}} - 1 \right). \quad (66)$$

При переходах с внутренней орбиты на внешнюю орбиту может быть использован трехимпульсный баллистический перелет (рис. 9), в котором присутствуют две переходные эллиптические орбиты.

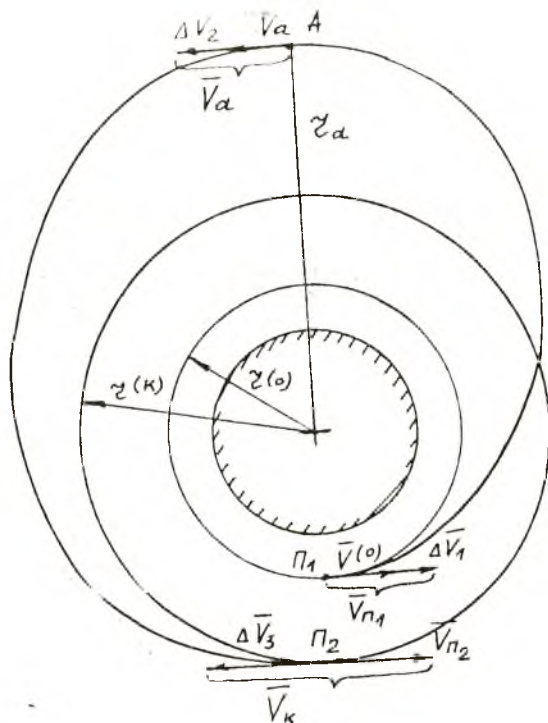


Рис. 9. Схема трехимпульсного биэллиптического перелета между копланарными круговыми орбитами

Первый и второй импульсы в этом случае будут разгонными, а третий - тормозным:

$$\Delta V_1 = \sqrt{\frac{\mu}{r^{(0)}}} \left( \sqrt{\frac{2r_a}{r_a + r^{(0)}}} - 1 \right);$$

$$\Delta V_2 = \sqrt{\frac{\mu}{r_a}} \left( \sqrt{\frac{2r^{(\kappa)}}{r^{(\kappa)} + r_a}} - \sqrt{\frac{2r^{(0)}}{r^{(0)} + r_a}} \right);$$

$$\Delta V_3 = \sqrt{\frac{\mu}{r^{(\kappa)}}} \left( \sqrt{\frac{2r_a}{r_a + r^{(\kappa)}}} - 1 \right). \quad (67)$$

Время перелета определяется по соотношению

$$\Delta t = \frac{\pi}{\sqrt{\mu}} \left[ \left( \frac{r^{(0)} + r_a}{2} \right)^{3/2} + \left( \frac{r^{(\kappa)} + r_a}{2} \right)^{3/2} \right]. \quad (68)$$

Если время на перелет ограничено  $\Delta t \leq \Delta t^*$ , то по (68) можно найти предельно допустимое значение  $r_a^*$ .

Сравнение двух и трехимпульсных переходов приводит к выводу, что если  $r^{(0)}/r_a < r^{(0)}/r_a^*$ , то трехимпульсная программа более экономична, чем оптимальная двухимпульсная программа при  $r^{(0)}/r^{(\kappa)} < 0,064$ , и менее экономична при  $r^{(0)}/r^{(\kappa)} > 0,084$ ; если  $0,064 < r^{(0)}/r^{(\kappa)} < 0,084$ , то в зависимости от величины отношения  $r^{(0)}/r_a$  экономичным может быть как двухимпульсный, так и трехимпульсный перелет.

Аналогично можно рассмотреть трехимпульсный биэллиптический переход с внешней орбиты на внутреннюю орбиту. В этом случае первый импульс будет разгонным, а второй и третий – тормозными.

Формулы для расчета перелета:

$$\Delta V_1 = \sqrt{\frac{\mu}{r^{(0)}}} \left( \sqrt{\frac{2r_a}{r^{(0)} + r_a}} - 1 \right),$$

$$\Delta V_2 = \sqrt{\frac{\mu}{r_a}} \left( \sqrt{\frac{2r^{(0)}}{r^{(0)} + r_a}} - \sqrt{\frac{2r^{(\kappa)}}{r^{(\kappa)} + r_a}} \right), \quad (69)$$

$$\Delta V_3 = \sqrt{\frac{\mu}{r^{(\kappa)}}} \left( \sqrt{\frac{2r_a}{r_a + r^{(\kappa)}}} - 1 \right).$$

*Переход между околокруговыми орбитами.* Рассматривается случай двухимпульсного перехода. Известно, что энергетически оптимальным является перелет, в котором импульсы скорости прикладываются перпендикулярно текущему радиусу (трансверсально). На рис. 10 показана схема перехода между околокруговыми орбитами.

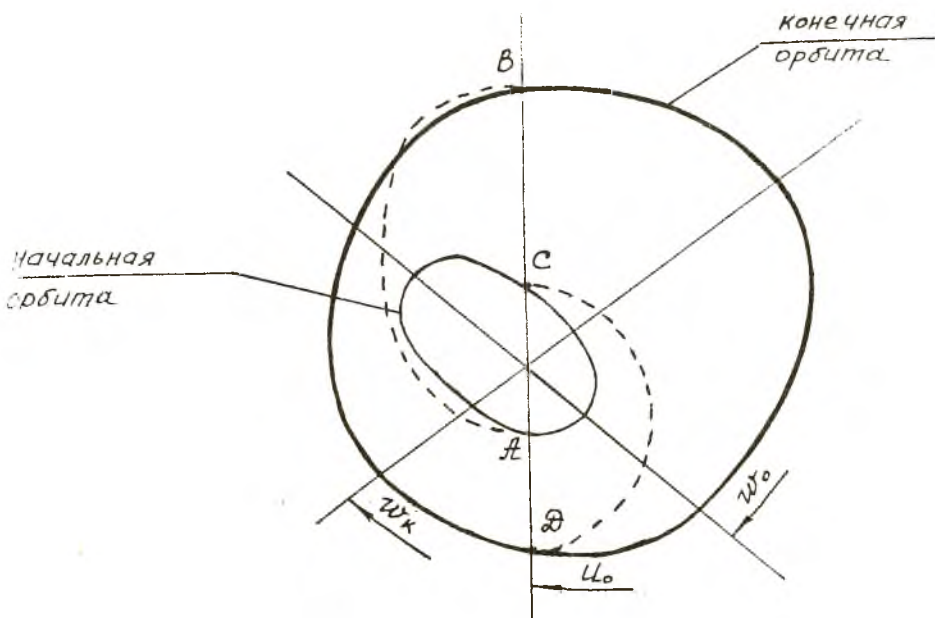


Рис. 10. Схема двухимпульсного перелета между копланарными околокруговыми орбитами

Точки приложения импульса разнесены вдоль орбиты на угол  $180^\circ$  и лежат на прямой, проходящей через притягивающий центр (такая прямая называется линией переключения).

Существуют две траектории двухимпульсного перехода с начальной орбиты на конечную, эквивалентные по энергетическим затратам. Для первой траектории (дуга АВ) аргументы широты точек приложения трансверсальных импульсов  $u_1 = u_0$ ,  $u_2 = u_0 + \pi$ , а величины импульсов определяются по соотношениям

$$\Delta V_1 = -\frac{\omega_{cp}}{4} (A_1 - A_2 \cos u_0 - A_3 \sin u_0),$$

$$\Delta V_2 = \frac{\omega_{cp}}{4} (A_1 + A_2 \cos u_0 + A_3 \sin u_0). \quad (70)$$

Для второй траектории (дуга СД) аргументы широты тяги приложения трансверсальных импульсов  $u_1 = u_0 + \pi$ ,  $u_2 = u_0$ , а величины импульсов определяются по соотношениям

$$\Delta V_1 = \frac{\omega_{cp}}{4} (A_1 + A_2 \cos u_0 - A_3 \sin u_0),$$

$$\Delta V_2 = \frac{\omega_{cp}}{4} (A_1 - A_2 \cos u_0 - A_3 \sin u_0) \quad (71)$$

Здесь  $\omega_{cp} = \frac{1}{\bar{r}^{(0)}} \sqrt{\frac{\mu}{\bar{r}^{(0)}}}$  — средняя угловая скорость движения по начальной орбите,  $\bar{r}^{(0)} = 0,5(r_a^{(0)} + r_u^{(0)})$  — средний радиус начальной орбиты,  $u_0 = \arctg \frac{A_3}{A_2}$  — аргумент широты линии переключения

$$A_1 = p^{(\kappa)} - p^{(0)},$$

$$A_2 = p^{(\kappa)} e^{(\kappa)} \cos \omega^{(\kappa)} - p^{(0)} e^{(0)} \cos \omega^{(0)},$$

$$A_3 = p^{(\kappa)} e^{(\kappa)} \sin \omega^{(\kappa)} - p^{(0)} e^{(0)} \sin \omega^{(0)}.$$

Для аппаратов дистанционного зондирования Земли в момент прохождения минимального расстояния от поверхности (в перигее) производится фотографирование. Если в процессе полета требуется производить фотографирование различных участков земной поверхности, то необходимо смещать перигеи без изменения ее формы (рис. 11).

Такой двухимпульсный маневр является частным случаем вышерассмотренного маневра и рассчитывается по соотношениям

$$\Delta V_1 = -\frac{\omega_{cp}}{4} (r_a - r_u) \sin \frac{\alpha}{2},$$

$$\Delta V_2 = -\frac{\omega_{cp}}{4}(r_a - r_u) \sin \frac{\alpha}{2},$$

$$u_1 = -\frac{\pi}{2}, u_2 = \frac{\pi}{2}. \quad (72)$$

Здесь  $\alpha$  — угол поворота линии аперид, аргументы широты  $u_1, u_2$  отсчитываются от биссектрисы угла  $\alpha$  (линия переключения перпендикулярна биссектрисе угла  $\alpha$ ).

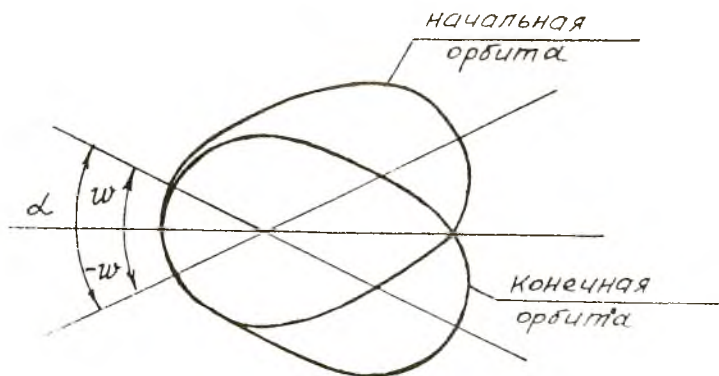


Рис. 11. Иллюстрация к маневру поворота линии аперид без изменения геометрических размеров орбиты

Вышеприведенные формулы дают достаточно точный результат в случае, если средние радиусы начальной и конечной круговых орбит отличаются не более чем на 3000 км.

### 2.2.1.2. Некомпланарные маневры ( $i^{(k)} \neq i^{(n)}, \Omega^{(k)} = \Omega^{(n)}$ )

При выборе схемы некомпланарного маневра необходимо руководствоваться следующим правилом: изменение плоскости орбиты следует проводить в точке, где скорость космического аппарата минимальна.

*Переход между некомпланарными круговыми орбитами равного радиуса.* Для случая одноимпульсного перехода между круговыми

орбитами импульс скорости прикладывается в точке пересечения орбит (рис. 12) и определяется по соотношению

$$\Delta V = 2V_{кр} \sin \frac{\Delta i}{2}, \quad (73)$$

где  $\Delta i = |i^{(\kappa)} - i^{(0)}|$ ,  $V_{кр} = \sqrt{\frac{\mu}{r}}$  — скорость движения по орбите.

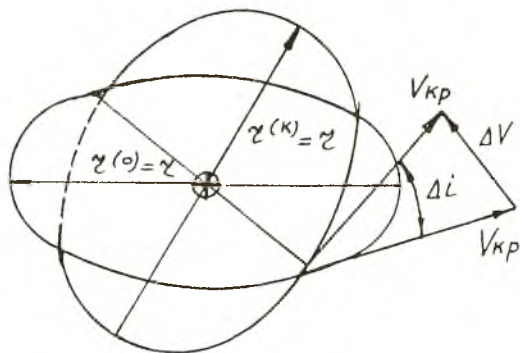


Рис. 12. Схема одноимпульсного поворота плоскости круговой орбиты

Более оптимальным с точки зрения энергетичности является трехимпульсный маневр (рис. 13):

- первый импульс  $\Delta V_1$  обеспечивает перевод космического аппарата на переходную орбиту, компланарную начальной, с перигеием равным  $r^{(0)}$  и апоцентром  $r_a$ ;

- второй импульс  $\Delta V_2$  прикладывается в апоцентре переходной орбиты и поворачивает ее плоскость на угол некомпланарности  $\Delta i$  без изменения геометрических характеристик орбиты;

- третий импульс  $\Delta V_3$  прикладывается в перигеие переходной орбиты, компланарной конечной орбите, и реализует переход на круговую орбиту радиуса  $r^{(0)}$

$$\Delta V_1 = \sqrt{\frac{\mu}{r^{(0)}}} \left( \sqrt{\frac{2r_a}{r^{(0)} + r_a}} - 1 \right),$$

$$\Delta V_2 = \sqrt{\frac{\mu}{r^{(0)}}} \left( \sqrt{\frac{4r^{(0)}}{r^{(0)} + r_u}} (1 - \cos \Delta i) \right),$$

$$\Delta V_3 = \sqrt{\frac{\mu}{r^{(0)}}} \left( \sqrt{\frac{2r_u}{r^{(0)} + r_u}} - 1 \right) \quad (74)$$

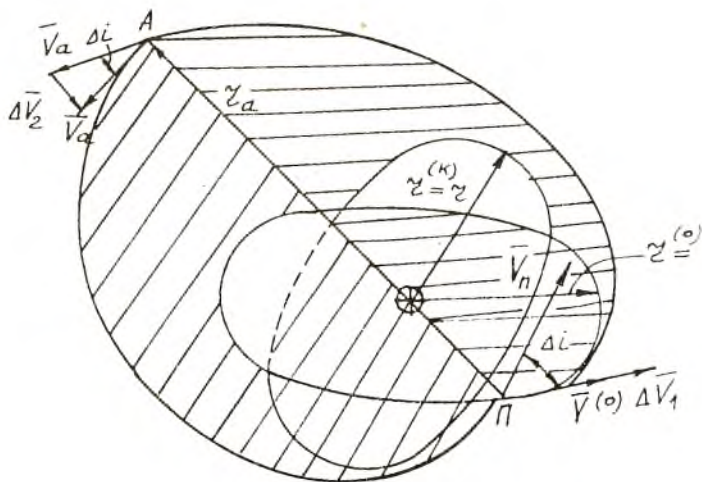


Рис. 13. Схема трехмногоугольного поворота плоскости круговой орбиты

Время перелета определяется формулой

$$\Delta t = \frac{2\pi}{\sqrt{\mu}} \left( \frac{r^{(0)} + r_u}{2} \right)^{3/2} \quad (75)$$

Здесь может быть решена однопараметрическая задача оптимизации по  $r_u$  с учетом возможного ограничения на допустимую продолжительность перелета из условия минимальных энергетических затрат на переход.

*Переход между некопланарными круговыми орбитами разного радиуса* (например, перевод космического аппарата на геостационарную орбиту спутника Земли). Существует несколько схем



двухимпульсных переходов с орбиты радиуса  $r^{(0)}$  на орбиту радиуса  $r^{(k)} > r^{(0)}$ , из которых для сравнения выбираются две.

Схема 1 (рис. 14): первый импульс  $\Delta V_1$  увеличивает скорость до такой величины, чтобы апоцентр переходной орбиты равнялся  $r^{(k)}$ , второй импульс скорости прикладывается в апоцентре переходной орбиты и осуществляет поворот плоскости орбиты на угол некомпланарности  $\Delta i$  и доразгон для выхода на конечную орбиту.

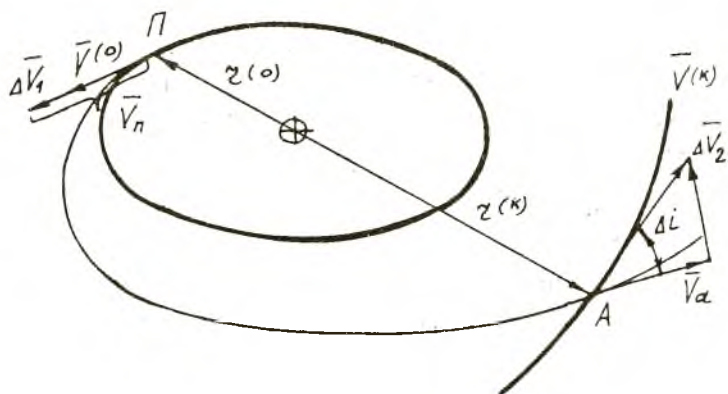


Рис. 14. Схема двухимпульсного перелета между некомпланарными круговыми орбитами разного радиуса

Схема 2: первый импульс  $\Delta V_1$  одновременно увеличивает скорость до достижения в апогее переходной орбиты расстояния  $r^{(k)}$  и поворачивает плоскость переходной орбиты на угол  $\Delta i_1$  ( $\Delta i_1 < \Delta i$ ), второй импульс прикладывается в апоцентре переходной орбиты, поворачивает плоскость орбиты на угол  $\Delta i_2 = \Delta i - \Delta i_1$  и увеличивает скорость до круговой, соответствующей радиусу орбиты  $r^{(k)}$ .

Для второго случая импульсы скорости рассчитываются по формулам

$$\Delta V_1 = \sqrt{\frac{\mu}{r^{(0)}}} \sqrt{\frac{r^{(0)} + 3r^{(k)}}{r^{(0)} + r^{(k)}}} - 2 \sqrt{\frac{r^{(k)}}{r^{(0)} + r^{(k)}}} \cos \Delta i_1$$

$$\Delta V_2 = \sqrt{\frac{\mu}{r^{(k)}}} \sqrt{\frac{3r^{(0)} + r^{(k)}}{r^{(0)} + r^{(k)}}} - 2 \sqrt{\frac{2r^{(0)}}{r^{(0)} + r^{(k)}}} \cos(\Delta i - \Delta i_1). \quad (76)$$

Для первого случая импульсы скорости рассчитываются по формулам (76), в которых  $\Delta i_1 = 0$ . Здесь может быть решена однопараметрическая задача оптимизации по  $\Delta i_1$  из условия обеспечения минимальных энергетических затрат на переход.

Заслуживает внимания трехимпульсный маневр перехода с тремя поворотами плоскости переходных орбит.

Первый импульс  $\Delta V_1$  обеспечивает перевод космического аппарата на первую переходную орбиту с радиусом перигея равным  $r^{(0)}$  и радиусом апогея  $r_a$ , повернутую относительно плоскости начальной орбиты на угол  $\Delta i_1$ .

Второй импульс  $\Delta V_2$  прикладывается в апоцентре первой переходной орбиты, поворачивает ее плоскость на угол  $\Delta i_2$  и переводит на вторую компланарную орбиту с радиусом апогея  $r_a$  и радиусом перигея  $r^{(k)}$ .

Третий импульс  $\Delta V_3$  прикладывается в перигее второй переходной орбиты, доворачивает ее плоскость на угол  $\Delta i_3 = \Delta i - \Delta i_1 - \Delta i_2$  и переводит на конечную круговую орбиту радиуса  $r^{(k)}$ .

Формулы для расчета величины импульсов скорости

$$\begin{aligned} \Delta V_1 &= \sqrt{\frac{\mu}{r^{(0)}}} \sqrt{\frac{r^{(0)} + 3r_a}{r^{(0)} + r_a}} - 2 \sqrt{\frac{2r_a}{r^{(0)} + r_a}} \cos \Delta i_1, \\ \Delta V_2 &= \sqrt{\frac{\mu}{r_a}} \sqrt{\frac{2r^{(0)}}{r^{(0)} + r_a} + \frac{2r^{(k)}}{r^{(k)} + r_a}} - 4 \sqrt{\frac{r^{(k)}}{(r^{(0)} + r_a)(r^{(k)} + r_a)}} \cos \Delta i_2, \\ \Delta V_3 &= \sqrt{\frac{\mu}{r^{(k)}}} \sqrt{\frac{r^{(k)} + 3r_a}{r^{(k)} + r_a}} - 2 \sqrt{\frac{2r_a}{r^{(k)} + r_a}} \cos(\Delta i - \Delta i_1 - \Delta i_2) \quad (77) \end{aligned}$$

Время перелета оценивается по формуле

$$\Delta t_{\text{оп}} = \frac{\pi}{\sqrt{\mu}} \left[ \left( \frac{r^{(0)} + r_a}{2} \right)^{3,2} + \left( \frac{r^{(k)} + r_a}{2} \right)^{3,2} \right] \quad (78)$$

Оптимизируя полные затраты скорости, находят оптимальные значения  $r_a, \Delta i_1, \Delta i_2$ .

### 2.2.2. Расчет корректирующих маневров

Корректирующие маневры предназначены для устранения ошибок действительной траектории полета, вызванных действием возмущающих факторов или другими причинами. Коррекции, как правило, подвергаются отдельные элементы орбиты. Величины импульсов скорости при этом относительно невелики, что позволяет использовать линеаризованные модели.

**Ф о р м у л и р о в к а з а д а ч и :** Задана величина, на которую необходимо изменить элемент орбиты или положение космического аппарата в пространстве. Выбрать тип корректирующего импульса, найти точку приложения, оценить минимальную величину импульса скорости и полные затраты характеристической скорости, если известны элементы орбиты космического аппарата до момента проведения коррекции.

#### 2.2.2.1. Коррекция околокруговых орбит

*Расчет коррекции на поддержание заданной высоты полета  $H^*$  или движения космического аппарата в заданном диапазоне высот ( $H_{\text{max}} - \Delta H, H_{\text{max}}$ ).* Методика расчета основывается на соотношениях разд. 1.2.2 и Государственном стандарте СССР "Расчеты баллистические искусственных спутников Земли. Методика расчета затрат топлива на маневрирование" (ГОСТ 25645.301-83).

Учитываются только возмущения, вызываемые действием атмосферы (аэродинамическое торможение космического аппарата). Корректирующие импульсы полагаются трансверсальными.

Затраты характеристической скорости на поддержание заданной высоты полета  $H^*$  определяются по следующим формулам:

$$- \text{ за виток } \Delta V_{\text{кор}}^{(s)} = 2\pi\sigma r(H^*)\sqrt{\mu(R_g + H^*)}, \quad (79)$$

$$- \text{ за сутки } \Delta V_{\text{сп}}^{(e)} = \frac{\mu \sigma \lambda (H^*)}{R_3 + H^*} 86400 \quad (80)$$

Поддержание высоты орбиты в заданном диапазоне высот ( $H_{\text{max}} - \Delta H, H_{\text{max}}$ ) осуществляется с помощью двухимпульсных коррекций (с использованием эллипса Цандера-Гомана), выполняемых циклично по мере падения высоты полета. Величины корректирующих импульсов находятся по соотношениям

$$\Delta V_1 = \sqrt{\frac{\mu}{R_3 + H_{\text{max}} - \Delta H}} \left( \sqrt{\frac{R_3 + H_{\text{max}}}{R_3 + H_{\text{max}} - \frac{\Delta H}{2}}} - 1 \right) \quad (81)$$

$$\Delta V_2 = \sqrt{\frac{\mu}{R_3 + H_{\text{max}}}} \left( 1 - \sqrt{\frac{R_3 + H_{\text{max}} - \Delta H}{R_3 + H_{\text{max}} - \frac{\Delta H}{2}}} \right) \quad (82)$$

$$\Delta V_{\text{сп}} = \Delta V_1 + \Delta V_2 \quad (83)$$

Интервал времени между двумя последовательными коррекциями (цикл коррекции) вычисляется по формуле из разд. 2.1.2.2

$$\Delta t = \frac{F(H_{\text{max}}) - F(H_{\text{max}} - \Delta H)}{\sigma} \quad (84)$$

*Коррекция положения космического аппарата в малой окрестности траектории движения.* Пусть  $\Delta r$ ,  $\Delta n$ ,  $\Delta b$  — отклонения относительно круговой орбиты радиуса  $r$  координат космического аппарата вдоль радиуса-вектора, трансверсали и по нормали к плоскости орбиты, вызванные действием аналогично спроектированных компонент корректирующего импульса  $\Delta V_r, \Delta V_n, \Delta V_b$ :

$$\Delta r = \frac{\sin \bar{u}}{\omega_{\text{сп}}} \Delta V_r + \frac{2(1 - \cos \bar{u})}{\omega_{\text{сп}}} \Delta V_n \quad (85)$$

$$\Delta n = -\frac{2(1 - \cos \bar{u})}{\omega_{\text{сп}}} \Delta V_r - \frac{3\bar{u} - 4 \sin \bar{u}}{\omega_{\text{сп}}} \Delta V_n \quad (86)$$

$$\Delta b = \frac{\sin \bar{u}}{\omega_{\text{сп}}} \Delta V_b \quad (87)$$

Здесь  $\omega_{cp} = \sqrt{\frac{\mu}{r_{cp}^3}}$  — средняя угловая скорость движения

космического аппарата по орбите,  $\dot{r}$  — угловая дальность полета, отсчитываемая от точки приложения импульса.

Зная требуемые значения  $\Delta r$ ,  $\Delta n$ ,  $\Delta b$ , которые характеризуют требуемое изменение положения космического аппарата на орбите в момент времени  $t$ , отсчитываемый от момента проведения коррекции, из соотношений (85) - (87) можно найти необходимые проекции корректирующего импульса.

### 2.2.2.2. Коррекция эллиптических орбит

Связь между проекциями корректирующего импульса  $\Delta V_r$ ,  $\Delta V_n$ ,  $\Delta V_b$  и вызываемыми ими изменениями элементов орбиты определяется следующими формулами:

$$\Delta p = \sqrt{\frac{p}{\mu}} \frac{2p}{1 + e \cos \vartheta} \Delta V_n, \quad (88)$$

$$\Delta e = \sqrt{\frac{p}{\mu}} \left( \sin \vartheta \Delta V_r + \frac{e \cos^2 \vartheta + 2 \cos \vartheta + e}{1 + e \cos \vartheta} \Delta V_n \right), \quad (89)$$

$$\Delta \omega = \frac{1}{e} \sqrt{\frac{p}{\mu}} \left[ -\cos \vartheta \Delta V_r + \frac{\sin \vartheta (2 + e \cos \vartheta)}{1 + e \cos \vartheta} \Delta V_n - \frac{e \operatorname{ctg} i \sin u}{1 + e \cos \vartheta} \Delta V_b \right], \quad (90)$$

$$\Delta \Omega = \sqrt{\frac{p}{\mu}} \frac{\sin u}{(1 + e \cos \vartheta) \sin i} \Delta V_b, \quad (91)$$

$$\Delta i = \sqrt{\frac{p}{\mu}} \frac{\cos u}{1 + e \cos \vartheta} \Delta V_b, \quad (92)$$

$$\Delta r_n \approx \frac{1}{1 + e} \Delta p - \frac{p}{(1 + e)^2} \Delta e. \quad (93)$$

Здесь  $p$ ,  $e$ ,  $\omega$ ,  $\Omega$ ,  $i$  - элементы орбиты в момент приложения импульса, аргумент широты  $u$  и угол истинной аномалии относятся к точке орбиты, в которой импульс прикладывается.

На основании соотношений (88) - (93) выбирается тип корректирующего импульса (трансверсальный  $\Delta V_{tr}$ , радикальный  $\Delta V_r$ , бинормальный  $\Delta V_b$ ), точка приложения (угол истинной аномалии  $\vartheta$  или аргумент широты  $u$ ) и минимальная величина импульса для требуемого изменения элемента орбиты.

Например, для компенсации накопившихся возмущений долготы восходящего угла орбиты  $\Delta \Omega$  из соотношения (91) следует, что необходимо выбрать бинормальный импульс, приложить в точке с аргументом широты около  $90^\circ$  или  $270^\circ$  для орбит с малыми значениями эксцентриситета и определить минимальное значение корректирующего импульса по соотношению

$$\Delta V_{b \min} \approx \sqrt{\frac{\mu}{p}} \sin i \Delta \Omega. \quad (94)$$

Для компенсации накопившихся возмущений аргумента перигея  $\omega$  может быть использован любой из типов корректирующих маневров, например, радиальный  $\Delta V_r$ , который целесообразно приложить в перигее или апогее орбиты.

Минимальное значение корректирующего импульса определяется по формуле

$$\Delta V_{r \min} \approx \sqrt{\frac{\mu}{p}} e \Delta \omega. \quad (95)$$

### 2.2.3. Расчет маневра сближения на орбите

Маневр сближения предполагает синхронизацию движения двух космических аппаратов, один из которых активный (1), совершающий маневрирование, второй - пассивный (2). Обычно перед этим обеспечивается компланарность орбит обоих космических аппаратов.

Сближение космических аппаратов состоит из двух основных этапов: дальнейшее сближение — рассчитывается по формулам межорбитальных переходов (разд. 1.2.2.1) и сближение на конечном участке — обычно рассчитывается в системе координат, связанной с пассивным космическим аппаратом.

### 2.2.3.1. Маневр дальнего сближения

Для того, чтобы в результате совершения маневра два космических аппарата оказались в малой окрестности друг друга необходимо обеспечить между ними в начальный момент времени (момент времени приложения первого импульса скорости) определенный угол, называемый углом фазирования.

Если рассматривается двухимпульсный перелет, совершаемый по эллипсу Цандера-Гомана между круговыми орбитами (рис. 15), то угол фазирования вычисляется по следующим формулам:

- для случая перехода на внешнюю орбиту

$$v^* = \pi \left[ 1 - \left( \frac{r^{(1)} + r^{(2)}}{2r^{(2)}} \right)^{3/2} \right] \quad (96)$$

- для случая перехода на внутреннюю орбиту

$$v^* = \pi \left[ \left( \frac{r^{(1)} + r^{(2)}}{2r^{(2)}} \right)^{3/2} - 1 \right] \quad (97)$$

Если в начальный момент времени угловое расстояние между активным (1) и пассивным (2) космическим аппаратом  $\tilde{v}$  не равно углу фазирования  $v^*$ , то необходимо рассчитать время ожидания угла фазирования (называется временем фазирования), которое определяется по формулам:

- для первого случая (96)

$$T_{ож} = \frac{r^{(1)3/2}}{\sqrt{\mu} \left[ 1 - \left( \frac{r^{(1)}}{r^{(2)}} \right)^{3/2} \right]} \Delta v, \quad (98)$$

- для второго случая (97)

$$T_{ож} = \frac{r^{(1)3/2}}{\sqrt{\mu} \left[ \left( \frac{r^{(1)}}{r^{(2)}} \right)^{3/2} - 1 \right]} \Delta v, \quad (99)$$

где

$$\Delta v = \tilde{v} - v^*, \quad 0 \leq \Delta v < 2\pi.$$

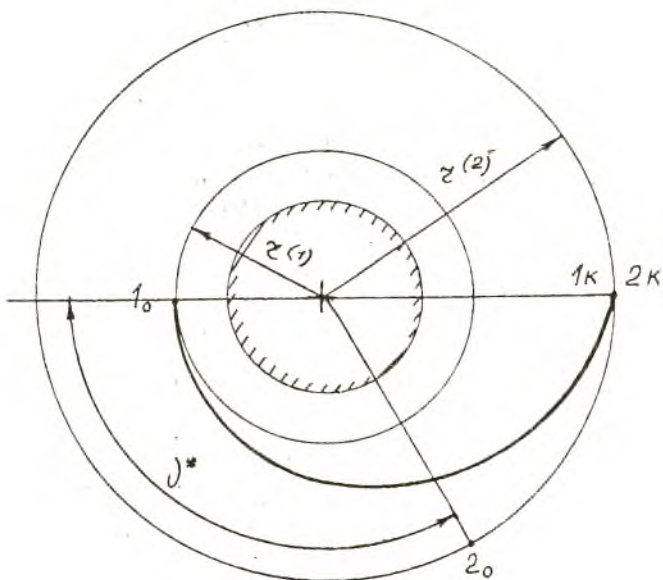


Рис. 15. Схема перелета с фазированием

Чем меньше разница в периодах обращения космических аппаратов, тем больше время фазирования для заданного угла рассогласования. Поэтому при малых разницах в периодах для уменьшения времени фазирования целесообразно использовать биэллиптические перелеты. В этом случае угол фазирования зависит от радиуса апоцентра переходной орбиты  $r_0$  и можно подобрать такой радиус апоцентра, чтобы в начальный момент времени  $\Delta v = 0$ .

В случае биэллиптического перелета на внешнюю орбиту при заданном начальном угловом рассогласовании  $\nu$  между космическими аппаратами радиус апоцентра переходной орбиты, обеспечивающей условие фазирования, находится из уравнения

$$\left( \frac{r^{(1)} + r_a}{2} \right)^{3/2} + \left( \frac{r^{(2)} + r_a}{2} \right)^{3/2} = \frac{v r_0^{3/2}}{\pi} \quad (100)$$

Импульсы скорости при маневрировании рассчитываются по методике разд. 2.2.1.



### 2.2.3.2. Маневр сближения на конечном участке

Маневр сближения на конечном участке считается двухимпульсным и рассчитывается в рамках метода свободных траекторий. Полагается, что оба космических аппарата движутся по близким околокруговым орбитам. Движение активного космического аппарата рассматривается в орбитальной системе координат, связанной с пассивным космическим аппаратом (ось  $O\tilde{X}$  направлена вдоль орбитальной скорости, ось  $O\tilde{Y}$  направлена по геоцентрическому радиусу-вектору, ось  $O\tilde{Z}$  дополняет систему координат до правой).

После выполнения этапа дальнего сближения имеются ошибки, приведенные в исходных данных к курсовой работе в орбитальной системе координат  $\tilde{x}_0, \tilde{y}_0, \tilde{z}_0, \tilde{v}_{x0}, \tilde{v}_{y0}, \tilde{v}_{z0}$ .

Невозмущенное относительное движение приближенно описывается следующими соотношениями:

$$\begin{aligned} \tilde{x} &= \tilde{x}_0 + 6(\sin(\omega_{cp} \Delta t) - \omega_{cp} \Delta t)\tilde{y}_0 + \\ &+ \left(\frac{4}{\omega_{cp}} \sin(\omega_{cp} \Delta t) - 3 \Delta t\right)\tilde{v}_{x0} - \\ &- \frac{2}{\omega_{cp}}(1 - \cos(\omega_{cp} \Delta t))\tilde{v}_{y0}, \\ \tilde{y} &= (4 - 3 \cos(\omega_{cp} \Delta t))\tilde{y}_0 + \frac{2}{\omega_{cp}}(1 - \cos(\omega_{cp} \Delta t))\tilde{v}_{x0} + \\ &+ \frac{1}{\omega_{cp}} \sin(\omega_{cp} \Delta t)\tilde{v}_{y0}, \\ \tilde{z} &= \cos(\omega_{cp} \Delta t)\tilde{z}_0 + \frac{1}{\omega_{cp}} \sin(\omega_{cp} \Delta t)\tilde{v}_{z0}, \\ \tilde{v}_x &= -6 \omega_{cp} (1 - \cos(\omega_{cp} \Delta t))\tilde{y}_0 - \\ &- 2 \sin(\omega_{cp} \Delta t)\tilde{v}_{y0} + (4 \cos(\omega_{cp} \Delta t) - 3)\tilde{v}_{x0}, \\ \tilde{v}_y &= 3 \omega_{cp} \sin(\omega_{cp} \Delta t)\tilde{y}_0 + \\ &+ 2 \sin(\omega_{cp} \Delta t)\tilde{v}_{x0} + \cos(\omega_{cp} \Delta t)\tilde{v}_{y0}, \end{aligned}$$

$$\vec{V}_z = -\omega_{cp} \sin(\omega_{cp} \Delta t) \vec{z}_0 + \cos(\omega_{cp} \Delta t) \vec{V}_{z0}, \quad (101)$$

где  $\omega_{cp}$  — средняя угловая скорость движения орбитальной станции по околокруговой орбите,  $\Delta t$  — интервал времени движения космического аппарата от момента завершения этапа дальнего сближения. Полагается, что первый импульс скорости прикладывается сразу после завершения этапа дальнего сближения и обеспечивает совпадение координат обоих космических аппаратов через интервал времени  $\Delta t_k$  (продолжительность этапа ближнего наведения):

$$\tilde{x}(\Delta t_k) = \tilde{y}(\Delta t_k) = \tilde{z}(\Delta t_k) = 0.$$

Проекции первого импульса скорости на оси орбитальной системы координат определяются по соотношениям

$$\begin{aligned} \Delta V_{x1} &= \vec{V}_{x0}^* - \vec{V}_{x0}^*, \\ \Delta V_{y1} &= \vec{V}_{y0}^* - \vec{V}_{y0}^*, \\ \Delta V_{z1} &= \vec{V}_{z0}^* - \vec{V}_{z0}^*, \end{aligned} \quad (102)$$

где  $\vec{V}_{x0}^*, \vec{V}_{y0}^*$  — находятся из решения системы линейных уравнений

$$\begin{cases} \left( \frac{4}{\omega_{cp}} \sin(\omega_{cp} \Delta t_k) - 3 \Delta t_k \right) \vec{V}_{x0}^* - \frac{2}{\omega_{cp}} (1 - \cos(\omega_{cp} \Delta t_k)) \vec{V}_{y0}^* = - \\ = -\tilde{x}_0 - 6(\sin(\omega_{cp} \Delta t) - \omega_{cp} \Delta t) \tilde{y}_0, \\ \frac{2}{\omega_{cp}} (1 - \cos(\omega_{cp} \Delta t)) \vec{V}_{x0}^* + \frac{1}{\omega_{cp}} \sin(\omega_{cp} \Delta t) \vec{V}_{y0}^* = - \\ = -(4 - 3 \cos(\omega_{cp} \Delta t)) \tilde{y}_0, \\ \vec{V}_{z0}^* = -\omega_{cp} ctg(\omega_{cp} \Delta t) \tilde{z}_0. \end{cases} \quad (103)$$

Второй импульс в момент  $\Delta t_k$  компенсирует рассогласование по скорости. Проекция второго импульса скорости на оси орбитальной системы координат определяются по соотношениям

$$\begin{aligned} \Delta V_{x2} &= - \left\{ -6 \omega_{cp} (1 - \cos(\omega_{cp} \Delta t)) \tilde{y}_0 + \right. \\ &\left. + (4 \cos(\omega_{cp} \Delta t) - 3) \vec{V}_{x0}^* - 2 \sin(\omega_{cp} \Delta t) \vec{V}_{y0}^* \right\} \end{aligned}$$

$$\Delta V_{\dot{z}_2} = -\left\{ 3\omega_{cp} \sin(\omega_{cp} \Delta t) \ddot{y}_0 + \right. \\ \left. + 2 \sin(\omega_{cp} \Delta t) \ddot{V}_{x0}^* + \cos(\omega_{cp} \Delta t) \ddot{V}_{y0}^* \right\}, \\ \Delta V_{\dot{z}_2} = -\left\{ \omega_{cp} \sin(\omega_{cp} M) \ddot{z}_0 + \cos(\omega_{cp} M) \ddot{V}_{z0}^* \right\}. \quad (104)$$

Таким образом, полные затраты характеристической скорости на сближение находятся по формуле

$$V_{\dot{v}_p} = \Delta V_1 + \Delta V_2 = \sqrt{\Delta V_{x1}^2 + \Delta V_{y1}^2 + \Delta V_{z1}^2} + \\ + \sqrt{\Delta V_{x2}^2 + \Delta V_{y2}^2 + \Delta V_{z2}^2}. \quad (105)$$

Предполагая, что маневр сближения на конечном участке производится в пределах одного витка, можно найти оптимальное время маневра  $\Delta t_k$  и рассчитать параметры маневра из условия минимальной величины характеристической скорости.

#### 2.2.4. Расчет маневра схода с орбиты при возвращении на Землю

Маневр схода с орбиты при возвращении на Землю должен обеспечить как в штатном, так и в аварийном варианте спуска непревышение допустимых перегрузок и термодинамического нагрева при полете в плотных слоях атмосферы, что обусловливается в первую очередь значением угла входа в плотные слои  $\theta_{\text{вх}}$ . Рассматривается случай спуска с круговой орбиты.

**Ф о р м у л и р о в к а з а д а ч и :** Найти оптимальный угол ориентации  $\alpha$  и минимальную величину тормозного импульса скорости  $\Delta V_1$  из условия обеспечения заданного угла входа

в плотные слои атмосферы  $\theta_{\text{вх}}$ .

Угол ориентации тормозного импульса  $\alpha$  откладывается от направления, противоположного вектору скорости полета и лежит

в диапазоне  $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$ . Методика расчета основывается на

ГОСТ 25645.301 - 83 "Расчеты баллистические искусственных спутников Земли. Методика расчета затрат топлива на маневрирование".

Минимальное значение тормозного импульса определяется по формуле

$$\Delta V_{\tau} = V_{\text{орб}} \left[ 1 - \sqrt{\frac{2(\tilde{r} - 1)}{(\tilde{r} \sec(\theta_{\text{ax}})^2 - 1)}} \right], \quad (106)$$

где  $V_{\text{орб}} = \sqrt{\frac{\mu}{r^{(0)}}}$  — скорость движения по круговой предпусковой орбите радиуса  $r^{(0)}$ ,  $\tilde{r} = \frac{r^{(0)}}{R_{\text{атм}}}$  — радиус условной границы атмосферы ( $R_{\text{атм}} = R_{\text{з}} + 100 \text{ км}$ ).

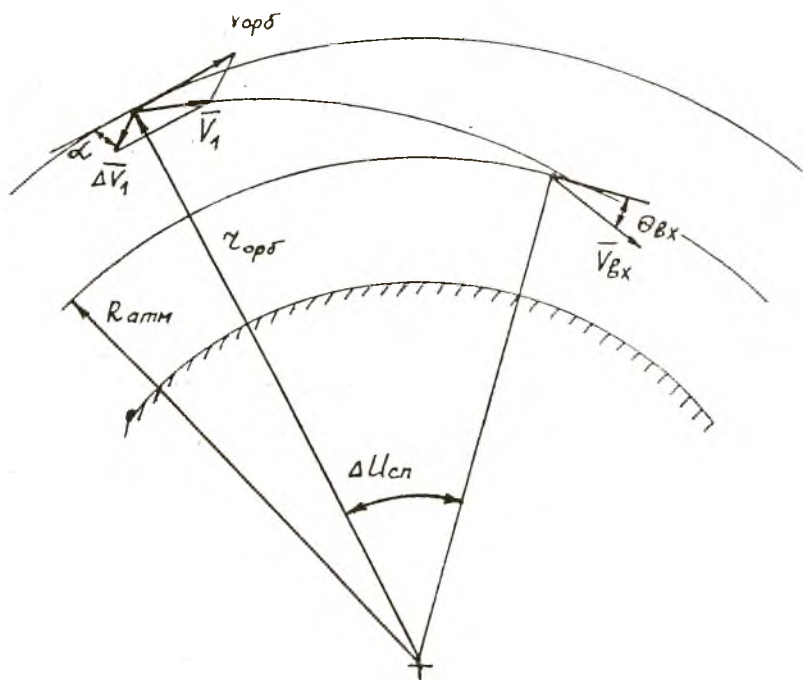


Рис. 16. Маневр выхода с предпусковой орбиты

Оптимальный угол ориентации тормозного импульса равен

$$\alpha_{\text{opt}} \begin{cases} 0, \text{ при } |b| > 1; \\ \arccos b, \text{ при } |b| \leq 1; \end{cases} \quad (107)$$

$$\text{где } b = \frac{\Delta \tilde{V}_\tau^2 + 2(\tilde{r} - 1)}{\Delta \tilde{V}_\tau}, \quad \Delta \tilde{V}_\tau = \frac{\Delta V_\tau}{V_{\text{орб}}}$$

## 2.3. СПУСК КОСМИЧЕСКОГО АППАРАТА НА ЗЕМЛЮ

### 2.3.1. Расчет внеатмосферного участка движения

Ф о р м у л и р о в к а з а д а ч и : По известным величине  $\Delta V_\tau$  и направлению ориентации  $\alpha$  тормозного импульса, радиусу  $r^{(0)}$  и наклонению  $i$  круговой предпусковой орбиты, географическим координатам (широта  $\varphi_\tau$  и долгота  $\lambda_\tau$ ) точки включения тормозной двигательной установки найти скорость  $V_{\text{вх}}$  и угол входа  $\theta_{\text{вх}}$  в плотные слои атмосферы, а также угловую дальность  $\Delta U_{\text{вх}}$ , время полета  $\Delta t_{\text{вх}}$  до входа в плотные слои атмосферы и географические координаты входа в плотные слои атмосферы.

Скорость входа и угол входа определяются по соотношениям

$$V_{\text{вх}} = \sqrt{V_1^2 + 2\mu \left( \frac{1}{R_{\text{атм}}} - \frac{1}{r^{(0)}} \right)}, \quad (108)$$

$$\cos \theta_{\text{вх}} = \frac{V_1 r^{(0)} \cos \theta_1}{V_{\text{вх}} R_{\text{атм}}} \quad (109)$$

Здесь  $V_1 = \sqrt{V_{\text{орб}}^2 + \Delta V_\tau^2 - 2V_{\text{орб}} \Delta V_\tau \cos \alpha}$  — скорость космического аппарата после подачи тормозного импульса;

$\theta_1 = -\text{arctg} \left[ \Delta V_\tau \sin \alpha (V_{\text{орб}} - \Delta V_\tau \cos \alpha)^{-1} \right]$  — угол наклона траектории космического аппарата после подачи тормозного импульса;

$V_{\text{орб}} = \sqrt{\frac{\mu}{r^{(0)}}}$  — скорость на предпусковой круговой орбите радиуса  $r^{(0)}$ .

Продолжительность и угловая дальность полета на внеатмосферном участке вычисляются по формулам

$$\Delta u_{cn} = \arccos \left[ \frac{1}{e} \left( 1 - \frac{p}{r^{(0)}} \right) \right] - \arccos \left[ \frac{1}{e} \left( 1 - \frac{p}{R_3 + H_{атм}} \right) \right], \quad (110)$$

$$\Delta t_{cn} = \frac{a^{3/2}}{\sqrt{\mu}} [E_{cn} - E_1 - (\sin E_{cn} - \sin E_1)] \quad (111)$$

Здесь  $p, a, e$  — фокальный параметр, большая полуось и эксцентриситет орбиты внеатмосферного участка движения:

$$p = \frac{(V_1 r^{(0)} \cos \theta_1)^2}{\mu},$$

$$a = \frac{p}{1 - e^2},$$

$$e = \sqrt{1 + v_1(v_1 - 2) \cos^2 \theta_1}, \quad v_1 = \frac{V_1^2 r^{(0)}}{\mu}, \quad (112)$$

$E_1, E_{cn}$  — углы эксцентрисической аномалии в точках начала и конца внеатмосферного участка движения, соответствующие углам истинной аномалии  $\vartheta_1, \vartheta_{cn}$ :

$$\operatorname{tg} \frac{E_1}{2} = \sqrt{\frac{1-e}{1+e}} \operatorname{tg} \frac{\vartheta_1}{2}, \quad \operatorname{tg} \frac{E_{cn}}{2} = \sqrt{\frac{1-e}{1+e}} \operatorname{tg} \frac{\vartheta_{cn}}{2},$$

$$\cos \vartheta_1 = \frac{1}{e} \left( 1 - \frac{p}{r^{(0)}} \right), \quad \cos \vartheta_{cn} = \frac{1}{e} \left( 1 - \frac{p}{R_3 + H_{атм}} \right) \quad (113)$$

Аргумент широты точки включения тормозной двигательной установки  $u_1$  (в предположении его нахождения на восходящем участке траектории) определяется соотношением

$$u_1 = \operatorname{aresin} \left( \frac{\sin \varphi_T}{\sin i} \right), \quad (114)$$

Аргумент широты точки входа в плотные слои атмосферы

$$u_{вх} = u_1 + \Delta u_{cn}, \quad (115)$$

географическая широта, на которой произошел вход в плотные слои атмосферы

$$\varphi_{вх} = \operatorname{aresin}(\sin u_{вх} \cdot \sin i), \quad (116)$$

географическая долгота точки входа в плотные слои атмосферы

$$\lambda_{ax} = \lambda_m + \arctg(\operatorname{tg} \Delta u_{en} \cos i) - \omega_3 \Delta t_{en} \quad (117)$$

### 2.3.2. Расчет атмосферного участка движения

Расчет траекторных параметров полета возможен только путем численного интегрирования уравнений математической модели движения. В настоящем разделе приведены приближенные аналитические соотношения, позволяющие сформировать требования к условиям входа в плотные слои атмосферы (в первую очередь к углу входа), исходя из необходимости обеспечить допустимые перегрузки и термодинамические параметры на всей траектории полета.

Приближенно географические координаты точки достижения спускаемым аппаратом поверхности Земли (без учета движения на парашюте) рассчитываются по нижеприведенным соотношениям:

угловая дальность полета на атмосферном участке спуска

$$\Delta u_{амв} = \frac{L}{R_z} \quad (118)$$

географическая широта точки достижения поверхности Земли

$$\varphi_{mi} = \arcsin[\sin(u_\tau + \Delta u_{en} + \Delta u_{амв}) \sin i], \quad (119)$$

географическая долгота точки достижения поверхности Земли

$$\lambda_{mi} = \lambda_{ax} + \arctg(\operatorname{tg} \Delta u_{амв} \cos i) - \omega_3 \Delta t_{амв} \quad (120)$$

Здесь  $L$  и  $\Delta t_{амв}$  — дальность и время полета на атмосферном участке спуска, найденные численным интегрированием;  $-u_\tau$ ,  $\Delta u_{en}$ ,  $\lambda_{ax}$  характеризуют внеатмосферный участок полета (см. разд. 2.3.1)

**Ф о р м у л и р о в к а з а д а ч и:** На основании известных условий входа в плотные слои атмосферы (угол  $\theta_{ax}$  и скорость  $V_{ax}$ ) оценить максимальные значения контролируемых характеристик полета - перегрузки, удельного теплового потока ( $n_{max} \cdot \dot{Q}_{max}$ ) и температуры конструкции в критической точке спускаемого аппарата ( $T_{кр}$ ).

### 2.3.2.1. Случай движения с нулевым аэродинамическим качеством

Этот случай рассматривается для спускаемых аппаратов сферической формы ( $K=0$ ) и для спускаемых аппаратов несферической формы, совершающих аварийное движение, связанное с выходом из строя системы управления движением. При этом спускаемый аппарат закручивается относительно продольной оси и происходит осреднение влияния на траекторию движения возникающей подъемной силы.

Величина максимальной перегрузки  $n_{\max}$  оценивается по соотношению

$$n_{\max} = - \frac{\beta \sin \theta_{\text{ax}}}{2g_0 \exp(l)} V_{\text{ax}}^2 \quad (121)$$

при этом скорость полета в этот момент составляет

$$V_{n_{\max}} \approx 0,605 V_{\text{ax}} \quad (122)$$

Максимальная величина удельного теплового потока (учитывается только конвективный тепловой поток, обтекание считается ламинарным), подведенного в критической точке, оценивается по формуле

$$\dot{Q}_{\max} \approx \tilde{k} V_{\text{ax}}^3 \sqrt{\frac{\beta \sin \theta_{\text{ax}}}{6 \sigma \exp(l)}} \quad (123)$$

при этом скорость полета в этот момент составляет

$$V_{\dot{Q}_{\max}} \approx 0,847 V_{\text{ax}} \quad (124)$$

Здесь  $\tilde{k} = c R_{\text{кр}}^{1,2} \rho_0^{1,2} V_1^{-3}$ ,  $\rho_0$  - плотность атмосферы на поверхности Земли,  $\beta$  - параметр модели атмосферы,  $R_{\text{кр}}$  - радиус кривизны носка спускаемого аппарата,  $V_1$  - первая космическая скорость для Земли,  $c \approx (38 \div 45) \cdot 10^{10} \frac{\text{Дж}}{\text{м}^2 \cdot \text{с}}$

Максимальная температура конструкции в критической точке

$$T_{\text{кр}}^{\text{с}} = \left( \frac{\dot{Q}_{\max}}{\sigma \varepsilon} \right)^{1,4} \quad (125)$$



где  $\bar{\sigma}$  - постоянная Стефана-Больцмана,  $\varepsilon$  - коэффициент черноты обшивки спускаемого аппарата (обычно берется 0,9).

Исходя из условий

$$n_{\max} \leq n_{\text{доп}}, \quad \dot{Q}_{\max} \leq \dot{Q}_{\text{доп}}, \quad (126)$$

формируются требования на угол входа  $\theta_{\text{вх}}$  при заданных конструктивных характеристиках спускаемого аппарата.

### 2.3.2.2. Случай движения с ненулевым аэродинамическим качеством

Для случая полета с максимальным значением аэродинамического качества  $K_{\max}$  максимальное значение перегрузки достигается в точке возникновения рикошета:

$$n_{\max} \approx \frac{\beta}{2g} V_{\text{вх}}^2 \rho_{\text{вх}}^2 \sqrt{1 + \frac{1}{K_{\max}^2}} \exp\left(\frac{2\theta_{\text{вх}}}{K_{\max}}\right). \quad (127)$$

В той же точке достигает максимального значения удельный тепловой поток

$$\dot{Q}_{\max} \approx k V_{\text{вх}}^3 \rho_{\text{вх}} \left(\frac{\beta}{2\sigma K_{\max}}\right)^{1/2} \exp\left(\frac{3\theta_{\text{вх}}}{K_{\max}}\right). \quad (128)$$

## 2.4. СПИСОК ОСНОВНЫХ КОНСТАНТ

$g_0 = 9,82 \frac{M}{c^2}$  — гравитационное ускорение на удалении от центра Земли, равном среднему радиусу;

$\mu = 398600 \frac{KM^2}{c^2}$  — гравитационный параметр Земли;

$\varepsilon = 2,634 \cdot 10^{10} \frac{KM^5}{c^2}$  — постоянная сжатия Земли;

$R_3 = 6371 \text{ км}$  — средний радиус сферической модели Земли;

$T_{\text{сут}} = 86400 \text{ с}$  — продолжительность солнечных суток;

$T_3 = 3,1536 \cdot 10^8 \text{ с}$  — период обращения Земли вокруг Солнца;

$V_1 = 7,91 \frac{KM}{c}$  — первая космическая скорость у Земли;

$Q = 5,6704 \cdot 10^{-8} \frac{\text{кДж}}{\text{м}^2 \text{с К}^4}$  — постоянная Стефана-Больцмана;

$\beta = 0,15 \cdot 10^{-3} \text{ м}^{-1}$  — логарифмический градиент плотности атмосферы;

$H_{\text{атм}} = 100 \text{ км}$  — условная граница плотной атмосферы Земли;

$\exp(1) = 2,7183$  — основание натурального логарифма;

$\pi = 3,14159$ .

### Список рекомендуемой литературы

1. Аппазов Р. Ф., Сытин О. Г. Методы проектирования траекторий посетителей и спутников Земли. М.: Наука, 1987. 440 с.
2. Механика космического полета: Учебник для вузов /М. С. Константинов и др.; Под ред. В. П. Мишина. М.: Машиностроение, 1989. 408 с.
3. Полет космических аппаратов. Примеры и задачи /Справочник под ред. Г. С. Титова. 2-е изд. переработ. и доп. М.: Машиностроение, 1990. 272 с.
4. Белоконов В. М. Динамика полета космических аппаратов: Конспект лекций. Куйбышев. Авиаци. ин-т. Куйбышев, 1985. 53 с.
5. ГОСГ 25645.301-83. Расчеты баллистические искусственных спутников Земли. Методика расчета затрат топлива на маневрирование. 1984 г.
6. ГОСГ 25645.101-83. Атмосфера Земли. Модель плотности для проектных баллистических расчетов искусственных спутников Земли. 1984 г.

## ОГЛАВЛЕНИЕ

Введение	3
1. Содержание раздела курсовой работ	5
1.1. Список исходных данных	5
1.1.1. Целевое назначение и основные проектные параметры космического аппарата	5
1.1.2. Параметры реализованной орбиты выведения	6
1.1.3. Параметры рабочей орбиты и дополнительные требования к движению	6
1.1.4. Параметры предпусковой орбиты и ограничения на контролируемые характеристики движения в атмосфере	8
1.2. Последовательность выполнения раздела	9
1.2.1. Подготовка исходных данных	9
1.2.2. Выбор и расчет баллистической схемы полета в штатном режиме функционирования космического аппарата	9
1.2.2.1. Расчет движения космического аппарата на заданном интервале пребывания на орбите выведения	9
1.2.2.2. Выбор и расчет маневра перехода с орбиты выведения на рабочую орбиту	10
1.2.2.3. Расчет маневра сближения с орбитальной станцией	10
1.2.2.4. Расчет корректирующих маневров для поддержания рабочей орбиты	11
1.2.2.5. Расчет маневров на этапе доставки полезной нагрузки на Землю	12
1.2.2.6. Расчет траектории спуска с орбиты на Землю	13
1.2.2.7. Расчет полных затрат топлива на реализацию принятой баллистической схемы полета	14
1.2.3. Расчет баллистической схемы полета в аварийных режимах	15
2. Расчетные методики и справочные данные	16
2.1. Орбитальный полет космического аппарата	16
2.1.1. Расчет начальных условий движения и элементов орбиты выведения	16
2.1.1.1. Расчет начальных условий движения в абсолютной геоцентрической системе координат	17
2.1.1.2. Определение элементов орбиты выведения	19
2.1.2. Возмущенное движение космического аппарата	20
2.1.2.1. Эволюция орбиты, вызванная нецентральностью поля тяготения	21
2.1.2.2. Эволюция орбиты, вызванная влиянием атмосферы	22
2.1.3. Расчет вспомогательных характеристик движения космического аппарата	30
2.1.3.1. Расчет трассы полета космического аппарата	30
2.1.3.2. Расчет условий освещенности в орбитальном полете	34

2.1.3.3. Расчет зоны взаимной видимости космического аппарата и наземного пункта	36
2.1.3.4. Расчет геометрических характеристик обзора земной поверхности	38
2.1.4. Рекомендации по выбору рабочей орбиты для космического аппарата	40
2.2. Маневрирование космического аппарата	44
2.2.1. Расчет маневров перехода между орбитами	45
2.2.1.1. Компланарные маневры	46
2.2.1.2. Некомпланарные маневры	51
2.2.2. Расчет корректирующих маневров	59
2.2.2.1. Коррекция околокруговых орбит	59
2.2.2.2. Коррекция эллиптических орбит	61
2.2.3. Расчет маневра сближения с орбитальной станцией	62
2.2.3.1. Маневр дальнего сближения	63
2.2.3.2. Маневр сближения на конечном участке	65
2.2.4. Расчет маневра схода с орбиты при возвращении на Землю	67
2.3. Спуск космического аппарата на Землю	69
2.3.1. Расчет внеатмосферного участка движения	69
2.3.2. Расчет атмосферного участка движения	71
2.3.2.1. Случай движения с нулевым аэродинамическим качеством	72
2.3.2.2. Случай движения с ненулевым аэродинамическим качеством	73
2.4. Список основных констант	73
Список рекомендуемой литературы	74