ГОСКОМИТЕТ РСФСР ПО ДЕЛАМ НАУКИ И ВЫСШЕЙ ШКОЛЫ

КУЙБЫШЕВСКИЙ ОРДЕНА ТРУДОВОГО КРАСНОГО ЗНАМЕНИ
АВИАЦИОННЫЙ ИНСТИТУТ им. акад. С.П.КОРОЛЕВА

В.И.Леонов

РАСЧЕТ БАКОВ ЛЕТАТЕЛЬНЫХ АППАРАТОВ НА ПРОЧНОСТЬ И УСТОЙЧИВОСТЬ

Учебное пособие

Куйбышев 1990

УДК 629.76.015.4

Расчет баков летательных аппаратов на прочность и устойчивость: Учеб.пособие /В.И.Леонов; Куйбышевский авиационный ин-т. Куйбышев, 1990. 74 с.

В пособии излагаются методики расчета на прочность и устойчивость гладких и подкрепленных топливных баков летательных аппаратов. Приведены примеры и результаты, иллюстрирующие рассматриваемые методики.

Предназначено для студентов дневного обучения, изучающих курс расчета на прочность летательных аппаратов. Может быть использовано также студентами вечернего отделения при изучении курса строительной механики и прочности летательных аппаратов.

Табл. 3. Ил. 50. Приложений 2. Библиогр.: II назв.

Учебное пособие подготовлено кафедрой прочности летательных аппаратов

Печатается по решению редакционно-издательского совета Куйбышевского авиационного института.

Рецензенты: профессор, д.т.н. Ю.Э.Сеницкий
доцент, к.т.н. А.Н.Беликов

ВВЕДЕНИЕ

В учебном пособии излагаются вопросы расчета на прочность и устойчивость топливных баков летательных аппаратов. Основную часть массы многих летательных аппаратов составляет масса топлива, размещенного в герметичных емкостях – баках. На топливные баки приходится большая часть длины корпуса летательного аппарата. Поэтому рациональная компоновка баков в корпусе и удачное конструктивное решение во многом определяют массу всего летательного аппарата. По конструктивно-силовой схеме различают баки несущие и подвесные.

Несущие баки входят в силовую схему корпуса, и их обечайки передают осевые и поперечные нагрузки, действующие на корпус летательного аппарата (рис. I).

Подвесные баки располагаются в силовом несущем корпусе летательного аппарата, нагружаются внутренним давлением и массовыми силами топлива (рис. 2).

Исходными данными для расчета на прочность баков являются внешние нагрузки и температурное состояние конструкции.

Пособие предназначено для студентов, изучающих курс "Расчет на прочность летательных аппаратов", и состоит из двух частей и приложения. В первой части излагаются вопросы прочности элементов несущих и подвесных топливных баков. Рассматривается расчет баков как по безмоментной теории, так и с учетом моментности напряженного состояния (методом конечных элементов). Приведены числовые примеры расчетов.

Вторая часть посвящена расчету цилиндрических несущих топливных баков на устойчивость. Рассматриваются как гладкие, так и подкрепленные (вафельные) баки.

В приложении приведен текст двух подпрограмм, написанных на алгоритмическом языке ФОРТРАН, предназначенных для вычисления критических нормальных и касательных напряжений в гладком цилиндрическом баке.

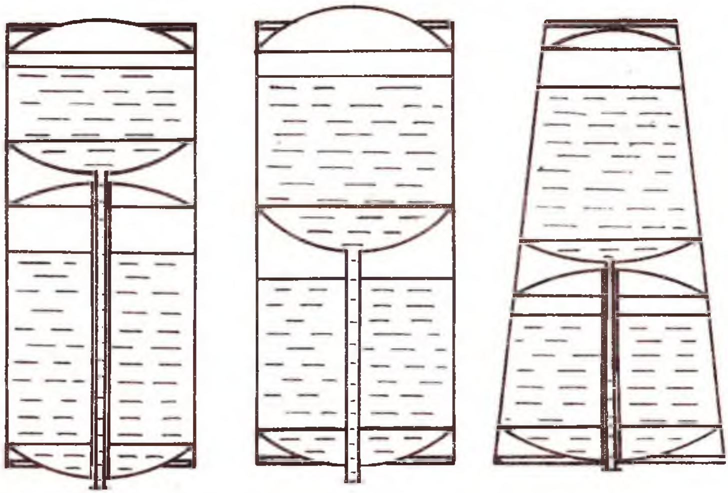

Рис. I. Несущие топливные баки

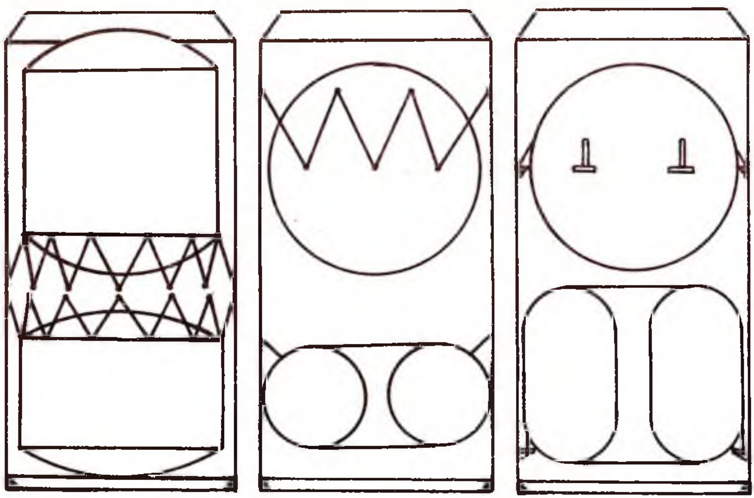

Рис. 2. Подвесные топливные баки

I. РАСЧЕТ БАКОВ НА ПРОЧНОСТЬ

I.I. Расчет днищ топливных баков на действие постоянного внутреннего давления

В конструкции баков летательных аппаратов применяются днища различной формы: полусферические, эллиптические, торосферические (коробовые), пологие сферические, конические и т.д. В основе расчета осесимметрично нагруженных днищ и баков по безмоментной теории оболочек /5,II/ лежат следующие два уравнения:

$$\frac{N_1}{R_1} + \frac{N_2}{R_2} = p \qquad N_1 = \frac{\Phi(\theta)}{2\pi R_2 \sin^2\theta} \qquad (I.I)$$

где p – интенсивность внутреннего давления; N_1 и N_2 – меридиональные и окружные погонные нормальные усилия; R_1 и R_2 – главные радиусы кривизны срединной поверхности оболочки в меридиональном и окружном направлениях соответственно; $\Phi(\theta)$ – равнодействующая внешней нагрузки, приложенной к оболочке выше параллельного круга, определяемого углом θ .

Первое из уравнений безмоментной теории (I.I) носит название уравнения Лапласа, второе – уравнение равновесия зоны.

Рассмотрим цилиндрический бак с днищами различной формы и произведем их сопоставление.

I.I.I. Полусферическое днище. Рассмотрим бак с полусферическим днищем радиуса R (рис. I.I), находящийся под действием внутреннего давления p . В цилиндрической обечайке меридиональные и окружные усилия будут равны соответственно:

$$N_1 = \frac{pR}{2}; \quad N_2 = pR \qquad (I.2)$$

Для сферического днища будем иметь

$$N_1 = N_2 = \frac{pR}{2} \qquad (I.3)$$

Соответствующие напряжения можно подсчитать по формулам:

$$\sigma_1 = \frac{N_1}{\delta}; \quad \sigma_2 = \frac{N_2}{\delta},$$

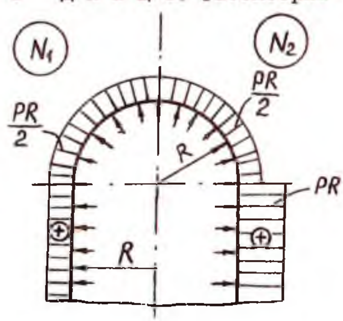

Рис. I.I. Полусферическое днище

где δ – толщина стенки обечайки или днища. Эпюры погонных усилий в полусферическом днище и обечайке бака приведены на рис. I.I. Как известно из курса строительной механики /5,II/, в зоне стыка днища с обечайкой из-за скачкообразного изменения кривизны меридиана нарушается условие существования безмоментного напряженного состояния, что приводит к появлению изгибных напряжений. Уточненный расчет по моментной теории (см. § I.5) показывает, что максимальные напряжения в цилиндрической обечайке (окружные) на 3-4% выше, чем по безмоментной теории, а в днище отличие составляет около 30% (при одинаковых толщинах днища и обечайки).

Полусферическое днище идеально в смысле прочности, легкости и технологичности. Однако оно имеет серьезный недостаток – большую высоту, что приводит к росту размеров межбаковых отсеков летательного аппарата.

I.I.2. Эллиптическое днище. Рассмотрим бак с эллипсоидальным днищем, высоту которого обозначим через b (рис. I.2). С точки зрения компоновки это днище более выгодно, чем полусферическое.

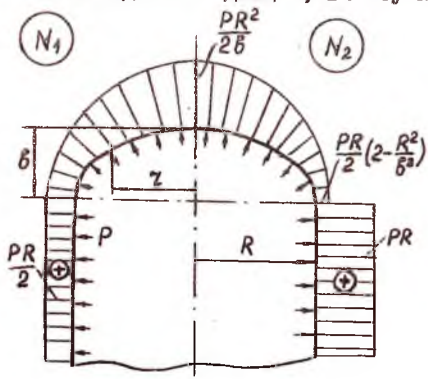

Рис. I.2. Эллипсоидальное днище

В цилиндрической обечайке усилия определяются, как и в предыдущем случае, по формулам (I.2). В эллипсоидальном днище, нагруженном раномерным внутренним давлением p, погонные усилия, как известно /5/, определяются по формулам:

$$N_{1(\rho)} = \frac{PR^2}{2b}\sqrt{1-\varepsilon\rho^2}, \qquad N_{2(\rho)} = \frac{PR^2}{2b}\,\frac{1-2\varepsilon\rho^2}{\sqrt{1-\varepsilon\rho^2}}, \tag{I.4}$$

где $\varepsilon = 1 - \frac{b^2}{R^2}$, $\rho = \frac{r}{R}$

В вершине днища при $\rho = 0$ $N_{1(0)} = N_{2(0)} = \frac{PR^2}{2b}$. По линии стыка днища с обечайкой (ρ = I):

$$N_{1(1)} = \frac{PR}{2}, \qquad N_{2(1)} = \frac{PR}{2}\left(2-\frac{R^2}{b^2}\right) \tag{I.5}$$

Анализируя соотношения (I.5), можно отметить, что высота днища b должна быть ограничена условием отсутствия сжимающих окружных усилий неравенством:

$$b \geqslant \frac{R}{\sqrt{2}}$$

В противном случае в днище будут возникать нежелательные с точки зрения устойчивости окружные сжимающие усилия.

В стыке эллипсоидального днища с обечайкой происходит нарушение безмоментности напряженного состояния в большей мере, чем в случае полусферического днища (см. § I.5). Погрешность безмоментного решения при этом составляет 5-10%.

I.I.3. Торосферическое (коробовое) днище. Рассмотрим днище, образованное путем плавного сопряжения оболочки, имеющей форму сферического сегмента радиуса R_0, с частью тора, ограниченного двумя параллельными кругами и радиусом меридиана r_T (рис. I.3). Радиус цилиндрической обечайки обозначим, как и прежде, через R, тогда усилия в ней будут находиться по формулам (I.2).

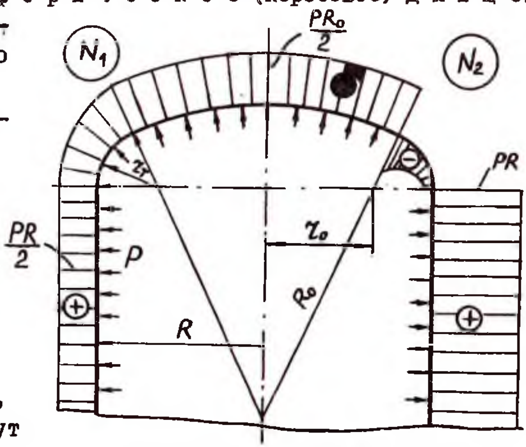

Рис. I.3. Торосферическое днище

В сферическом сегменте днища будем иметь

$$N_1 = N_2 = \frac{PR_0}{2}$$

Для участка кругового тора можно записать:

$$N_1 = \frac{P(r_T \sin\theta + r_0)}{2\sin\theta}, \quad N_2 = \frac{P(r_T^2 \sin^2\theta - r_0^2)}{2 r_T \sin^2\theta} \qquad (I.6)$$

Если r_T - величина малая, то при всех значениях угла окружные усилия N_2 будут сжимающими, что, как отмечалось ранее, является нежелательным с точки зрения устойчивости конструкции.

В коробовом днище происходит сильное нарушение безмоментного напряженного состояния (см. § I.5). Расчет по безмоментной теории дает лишь ориентировочные значения напряжений, особенно в области торового участка. Если днище будет иметь малую высоту, то в нем появятся сжимающие усилия и возможна потеря устойчивости.

I.I.4. Пологое сферическое днище. Рассмотрим пологое сферическое днище радиуса R_0 (рис. I.4). Обязательным элементом такого днища является так называемый распорный шпангоут в месте стыка днища с обечайкой, который воспринимает значительные окружные сжимающие усилия, передающиеся на обечайку со стороны днища.

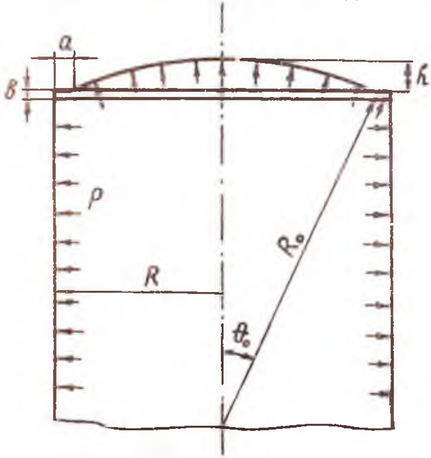

Рис. I.4 . Пологое сферическое днище

Преимуществом такого днища является его сравнительно малая высота, в качестве недостатка можно отметить необходимость постановки распорного шпангоута и значительную моментность напряженного состояния в районе стыка днища с обечайкой.

В цилиндрической обечайке бака, как и ранее, усилия можно вычислить по формулам

$$N_1 = \frac{pR}{2}, \quad N_2 = pR \tag{I.7}$$

В днище будем иметь

$$N_1^0 = N_2^0 = \frac{pR_0}{2} \tag{I.8}$$

Выясним роль распорного шпангоута, для чего мысленно отсоединим друг от друга днище, шпангоут и обечайку. Усилия, с которыми они взаимодействуют друг с другом, изобразим на рис. I.5. На шпангоут действуют меридиональные погонные силы N_1^0 и N_1 со стороны днища и обечайки соответственно, а также давление наддува p . Эти силы можно свести к равномерной радиальной сжимающей нагрузке q и скручивающему моменту интенсивностью m (рис. I.6).

Интенсивность радиальной нагрузки q в соответствии с рис. I.5 будет равна:

$$q = N_1^0 \cos\theta_0 - p\text{в} = \frac{pR_0}{2}\cos\theta_0 - p\text{в} \tag{I.9}$$

Радиус днища R_0 можно выразить следующим образом (рис. I.4):

$$R_0 = \frac{R-a}{\sin\theta_0} \qquad \text{(I.10)}$$

Подставляя это выражение в (I.9), запишем:

$$q = \frac{PR}{2}\,ctg\,\theta_0 - \frac{Pa}{2}\,ctg\,\theta_0 - Pb \qquad \text{(I.11)}$$

Если размеры поперечного сечения шпангоута малы по сравнению с радиусом обечайки R , то два последних слагаемых в (I.11) могут быть отброшены, и тогда окончательно получим

$$q \approx \frac{PR}{2}\,ctg\,\theta_0 \qquad \text{(I.12)}$$

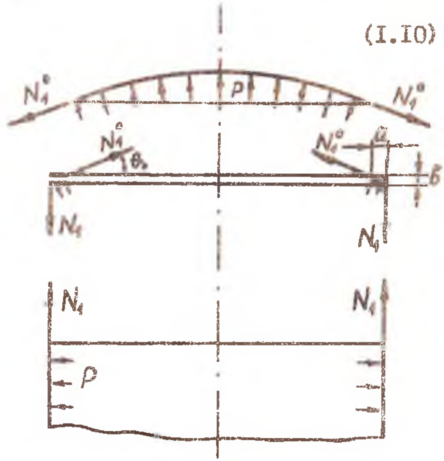

Рис. I.5. Усилия взаимодействия между элементами днища

Рис. I.6. Усилия, действующие на распорный шпангоут

Для вычисления скручивающего момента m прежде всего рассмотрим геометрию поперечного сечения шпангоута (рис. I.7). Начало декартовой системы координат XOY поместим в центре тяжести поперечного сечения шпангоута так, чтобы ось x лежала в плоскости шпангоута. Остальные обозначения ясны из рис. I.7. Скручивающий момент m , обусловленный силами N_1^0 и N_1 :

$$m = N_1^0 \sin\theta_0 + N_1 a_2 - N_1^0 \cos\theta_0\, b_1$$

Подставляя в это соотношение (I.7), (I.8) и (I.10), получим

$$m = \frac{PR}{2}\,(a - b_1\,ctg\,\theta_0) - \frac{Pa}{2}\,(a_1 - b_1\,ctg\,\theta_0) \qquad \text{(I.13)}$$

С учетом малости размеров поперечного сечения шпангоута последним слагаемым в (I.13) можно пренебречь, в результате чего будем иметь

$$m \approx \frac{PR}{2}\,(a - b_1 \,ctg\,\theta_0) \qquad (I.14)$$

Под действием радиальной нагрузки q и скручивающего момента m в поперечном сечении шпангоута возникает осевое усилие $N = -qR$ и изгибающий момент $M = mR$. Зная эти величины, можно вычислить нормальные напряжения в поперечном сечении шпангоута по формуле

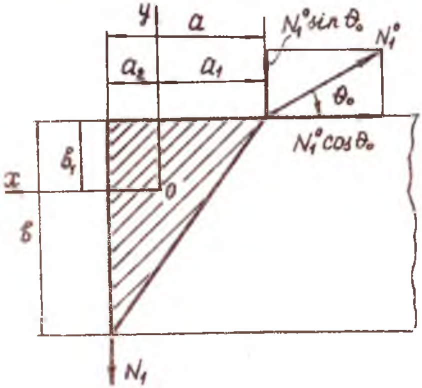

Рис. I.7. Поперечное сечение распорного шпангоута

$$\sigma = \frac{N}{F} + \frac{M}{J_x}\,y, \qquad (I.15)$$

где F – площадь поперечного сечения шпангоута; J_x – момент инерции поперечного сечения относительно оси x, проходящей через центр тяжести поперечного сечения шпангоута и лежащей в плоскости шпангоута (рис. I.7); y – расстояние от центра тяжести поперечного сечения до рассматриваемой точки.

Следует особо отметить, что с помощью конструктивных мероприятий появление изгибающего момента M всегда можно избежать. Для этого геометрические параметры поперечного сечения распорного шпангоута подбирают так, чтобы выполнялось условие равенства нулю скручивающего момента m, т.е.

$$a = b_1 \,ctg\,\theta_0 \qquad (I.16)$$

В этом случае формула (I.15) упрощается и имеет вид

$$\sigma = \frac{N}{F} \qquad (I.17)$$

С учетом (I.12) выражение для осевой силы может быть представлено в виде

$$N = -\frac{PR^2}{2}\,ctg\,\theta_0$$

или

$$N = p\Omega\,, \qquad \Omega = -\frac{R^2}{2}\,ctg\,\theta_0 \qquad (I.18)$$

Здесь Ω – так называемая площадь давления. Для выяснения геометрической интерпретации поступим следующим образом. В точке сопряжения днища с обечайкой (точка А) отложим два отрезка АВ и АС, перпендикулярных касательной к меридиану днища и обечайки соответственно, до пересечения с осью вращения оболочки (рис. I.8). Площадь треугольника, образованного этими отрезками с осью вращения, равна по величине площади давления Ω. Если треугольник АВС получается путем наложения двух секторов, образованных отрезками АВ и АС и соответствующими линиями меридиана (в нашем случае LAB и MAC), то площадь давления берется со знаком минус. В противном случае знак Ω – положительный.

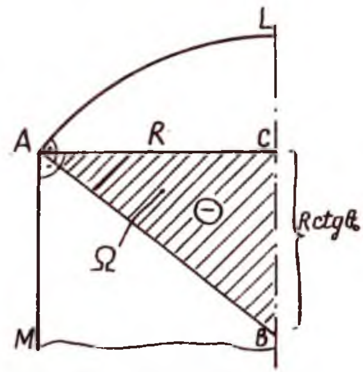

Рис. I.8. Геометрический смысл площади давления

Нами рассмотрено понятие площади давления на примере стыка пологого сферического днища с обечайкой. Можно показать, что все полученные здесь результаты будут справедливы и в случаях стыка оболочек с другими формами меридианов /7/.

Приведенный выше расчет шпангоута носит приближенный характер. В действительности вместе со шпангоутом работает часть обшивки и днища. Это можно учесть в расчетах.

Обозначим через ℓ и ℓ_0 – эффективные части обечайки и днища соответственно, которые работают совместно со шпангоутом. Эти величины можно вычислить по формулам

$$\ell = \kappa\sqrt{R\delta}\ , \quad \ell_0 = \kappa\sqrt{R_0\delta_0}\ , \tag{I.19}$$

где δ и δ_0 – толщины обечайки и днища. Коэффициент κ для данного типа сопрягаемых оболочек рекомендуется /7/ принимать равным 0,6 при $\theta_0 = 30 \div 60^0$ и $\kappa = 0,7$ при $\theta_0 \geqslant 60$.

Построим теперь площадь давления с учетом того, что вместе со шпангоутом работает эффективная часть обечайки и днища (рис. I.9). Площадь давления в этом случае состоит из двух составляющих: Ω_1 и Ω_2, первая из которых положительная величина, а вторая отрицательная.

Если давление в баке равно расчетному p^p, то, в соответствии с (I.I8), расчетное осевое усилие в распорном шпангоуте будет равно

$$N^p = p^p(\Omega_1 + \Omega_2) \qquad (I.20)$$

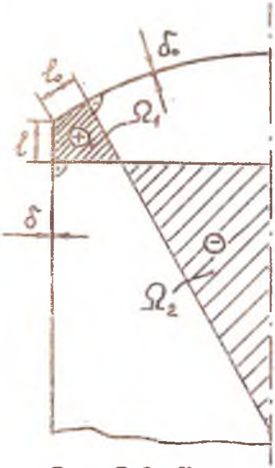

Рис. I.9. К вычислению площади давления

Сложение в (I.20) производится алгебраически. Обычно осевое усилие N^p получается отрицательным (сжимающим). Напряжения, возникающие при этом в шпангоуте, должны быть меньше критических:

$$\frac{|N^p|}{F + \delta\ell + \delta_0\ell_0} \leq \sigma_{кр} \qquad (I.21)$$

Критические напряжения для не связанного с обшивкой кругового кольца определяются формулой /I/:

$$\sigma_{кр} = \frac{n^2-1}{R^2}\,\frac{EJ_y}{F}, \qquad (I.22)$$

где R - радиус кольца; EJ_y - жесткость кольца на изгиб относительно оси (рис. I.7); n - число волн, по которым теряет устойчивость кольцо (шпангоут).

В литературе /I/ имеются результаты исследования устойчивости шпангоутов, соединяющих цилиндрическую обечайку с сегментом сферической оболочки. Критические напряжения при этом за счет поддерживающего влияния обечайки и днища возрастают по сравнению с (I.22).

Для реальных размеров бака число волн n, по которым теряет устойчивость шпангоут, равно 6...8. При этом зачастую критические напряжения, вычисленные по формуле (I.22), превосходят предел прочности материала $\sigma_в$. В этом случае $\sigma_{кр}$ принимается равным пределу прочности материала $\sigma_в$. Тогда потребное значение площади шпангоута в стыке днища с обечайкой будет находиться по формуле

$$F \geq \left|\frac{N^p}{\sigma_в}\right| - \delta\ell - \delta_0\ell_0 \qquad (I.23)$$

Определение потребной площади шпангоутов в местах сопряжения оболочек вращения различных очертаний подробно рассмотрено в книге /7/.

I.I.5. Коническое днище. Рассмотрим цилиндрический бак радиуса R с коническим днищем (рис. I.I0), находящийся под действием внутреннего давления p. При этом в днище меридиональные и окружные усилия будут равны соответственно

$$N_1 = \frac{px\,tg\alpha}{2}, \qquad N_2 = px\,tg\alpha, \qquad (1.24)$$

где x – расстояние от рассматриваемой точки меридиана до вершины конуса (рис. 1.10); α – угол полураствора конуса.

В стыке обечайки с коническим днищем ставится шпангоут, воспринимающий значительное окружное сжимающее усилие:

$$N = -\frac{PR^2}{2}\,tg\alpha$$

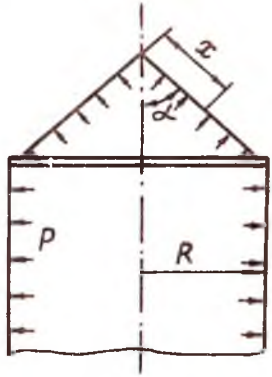

Рис.1.10. Коническое днище

1.1.6. Торообразное днище кольцевого бака. Рассмотрим кольцевой бак с днищем, представляющим собой элемент кругового тора с радиусом R (рис. 1.11), нагруженный внутренним давлением P.

Меридиональные и окружные погонные усилия в днище могут быть вычислены по формулам

$$N_1 = \frac{PR}{2}\left(1 + \frac{r_0}{r}\right), \qquad N_2 = \frac{PR}{2} \qquad (1.25)$$

Здесь r – расстояние от оси вращения до рассматриваемой точки меридиана (рис. 1.11).

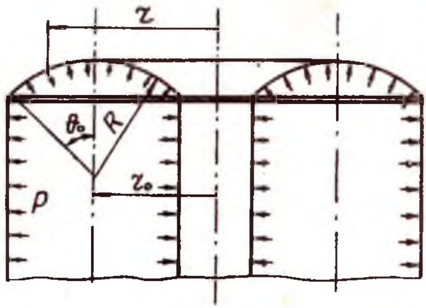

Рис. 1.11. Торообразное днище

В стыках днища с цилиндрическими участками бака ставятся два шпангоута. Шпангоут с большим радиусом воспринимает окружное сжимающее усилие

$$N = -\frac{PR^2}{2}\,\frac{r_1 + r_0}{r_1}\cos\theta_0,$$

а шпангоут с меньшим радиусом воспринимает растягивающее усилие

$$N = \frac{PR^2}{2}\,\frac{r_2 + r_0}{r_2}\cos\theta_0$$

Здесь введены обозначения:

$$r_1 = r_0 + R\sin\theta_0, \qquad r_2 = r_0 - R\sin\theta_0$$

Пример. Требуется подобрать толщину верхнего полого сферического днища бака δ_0 и сечение распорного шпангоута (рис.I.4) при следующих исходных данных.

Радиус цилиндрического бака R = I50 см, толщина стенки обечайки бака δ = 0,25 см, радиус сферического днища R_0 = 300 см, значение эксплуатационного давления наддува $P_0^э$ = 0,I6 МПа, коэффициент безопасности f = I,5. Материал бака – алюминиевый сплав АМГ-6 ($\sigma_в$ = 320 МПа, E =6,8$\cdot$I0^{4}МПа).

Расчетные напряжения в днище равны:

$$\sigma_1^p = \sigma_2^p = f\,\frac{P_0^э R_0}{2\delta_0}$$

Требуя, чтобы эти напряжения были меньше $\sigma_в$, получим

$$\delta_0 \geqslant \frac{f\cdot P_0^э R_0}{2\sigma_в} = \frac{1{,}5\cdot 0{,}16\cdot 300}{2\cdot 320} = 0{,}1125\,см$$

Полученное значение δ_0 следует скорректировать в соответствии с нормальным рядом толщин листового материала. Принимая δ_0=0,I5см, найдем напряжения в днище:

$$\sigma_1^p = \sigma_2^p = 1{,}5\,\frac{0{,}16\cdot 300}{2\cdot 0{,}15} = 240\ МПа$$

Потребная площадь распорного шпангоута определяется по формуле (I.23). Эффективные части обечайки и днища, работающие совместно со шпангоутом, будут равны:

$$\ell = \kappa\sqrt{R\delta} = 0{,}6\sqrt{150\cdot 0{,}25} = 3{,}67\,см$$

$$\ell_0 = \kappa\sqrt{R_0\delta_0} = 0{,}6\sqrt{300\cdot 0{,}15} = 4{,}02\,см$$

Вычислим площадь давления $\Omega = \Omega_1 + \Omega_2$ (рис. I.I2). В нашем случае θ_0=30^0 и

$$\theta_0 - \alpha = \frac{180\cdot \ell_0}{\pi R_0} = 0{,}768^0,$$

$$\alpha = 29{,}232^0,$$

$$\Omega_1 = -\frac{a^2\,ctg\,\alpha}{2},$$

$$a = AD - AB - BC = R - \frac{\ell_0}{\cos\theta_0} - \ell\,tg\,\alpha =$$

$$= I50 - \frac{4.02}{0{,}866} - 3.67\cdot 0.5596 = I43.3см$$

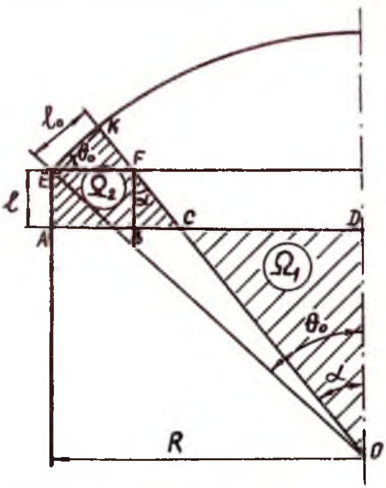

Рис. I.I2. К вычислению площади давления

Тогда

$$\Omega_1 = -\frac{143{,}3^2 \cdot 1{,}787}{2} = -1{,}8347 \cdot 10^4 \text{ см}^2$$

$$\Omega_2 = S_{EFK} + S_{ABFE} + S_{BCF} = \frac{1}{2}\ell_0^2 \, tg\,\theta_0 + \ell \frac{\ell_0}{\cos\theta_0} + \frac{\ell^2 tg\,\alpha}{2} =$$

$$= 25{,}5 \text{ см}$$

и $\Omega = \Omega_1 + \Omega_2 = -1{,}8322 \cdot 10^4$ см^2

Расчетное усилие:

$$N^p = f P_0^э \Omega = -1{,}5 \cdot 0{,}16 \cdot 1{,}8322 \cdot 10^6 = -440 \text{ кН}$$

Потребная площадь сечения шпангоута:

$$F \geqslant \left|\frac{N^p}{\sigma_в}\right| - \delta\ell - \delta\ell_0 = \frac{440 \cdot 10^3}{320} - 2{,}5 \cdot 36{,}7 - 1{,}5 \cdot 40{,}2 = 1223 \text{ мм}^2$$

Принимаем $F = 15$ см^2. Поперечное сечение распорного шпангоута возьмем в виде прямоугольного треугольника (рис. I.7) с размерами $b = 7{,}2$ см, $a = 4{,}167$ см ($b_1 = 2{,}4$ см).

Вычислим напряжения, возникающие в поперечном сечении шпангоута, в соответствии с формулой (I.I5).

Имеем:

$$q^p = f \frac{P_0^э R}{2} \, ctg\,\theta_0 = 1{,}5 \frac{0{,}16 \cdot 1500}{2} 1{,}732 = 312 \frac{Н}{мм}$$

$$N^p = -q^p R = -312 \cdot 1500 = -467{,}6 \text{ кН}$$

$$m^p = f \frac{P_0^э R}{2} (a - b_1 ctg\,\theta_0) = 1{,}5 \frac{0{,}16 \cdot 1500}{2} (41{,}67 - 24 \cdot 1{,}732) = 18{,}36 \text{ Н}$$

$$M^p = m^p R = 18{,}36 \cdot 1500 = 2{,}754 \cdot 10^4 \text{ Нмм}$$

$$J_x = \frac{a b^3}{36} = \frac{41{,}67 \cdot 72^3}{36} = 4{,}32 \cdot 10^5 \text{ мм}^4$$

Тогда:

$$\sigma = \frac{N^p}{F} + \frac{M^p}{J_x} y = -\frac{4{,}676 \cdot 10^5}{1{,}5 \cdot 10^3} + \frac{2{,}754 \cdot 10^4}{4{,}32 \cdot 10^5} = 312 + 0{,}064 y$$

Напряжения в стыке шпангоута с днищем при $y = b_1 = 24$ мм

$$\sigma = -312 + 0{,}064 \cdot 24 = -310 \text{ МПа}$$

Напряжения в стыке шпангоута с обечайкой при $y = -(b - b_1) = -48$ мм

$$\sigma = -312 - 0{,}064 \cdot 48 = -315 \text{ МПа}.$$

Вычислим угол закручивания поперечного сечения шпангоута

$$\theta = \frac{m R^2}{E J_x} = \frac{18{,}36 \cdot 1500^2}{6{,}8 \cdot 10^4 \cdot 4{,}32 \cdot 10^5} = 1{,}406 \cdot 10^{-3} \text{рад} = 0{,}08^\circ$$

I.2. Расчет днищ топливных баков от гидростатического давления

I.2.I. Полусферическое днище. Рассмотрим цилиндрический топливный бак летательного аппарата с полусферическими днищами, находящийся под давлением наддува P_o и частично заполненный жидкостью (рис. I.13). Рассмотрим расчет нижнего, заполненного жидкостью днища.

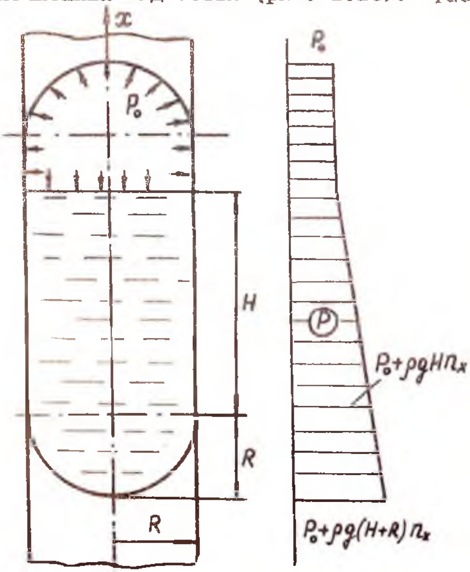

Рис. I.13. Бак с полусферическими днищами и эпюра распределения давления

Будем предполагать, что на летательный аппарат действует только продольная перегрузка n_x .

Давление внутри жидкости складывается из давления на свободной поверхности (давление наддува P_o) и гидростатического давления, пропорционального глубине. Эпюра распределения давления по длине бака приведена на рис. I.13.

На уровне стыка нижнего днища с обечайкой давление в жидкости равно:

$$P' = P_o + \rho g H n_x , \tag{I.26}$$

а в самой нижней точке равно максимальному:

$$P_{max} = P_o + \rho g (H+R) n_x \tag{I.27}$$

Здесь ρ – плотность жидкости; g – ускорение силы тяжести.

В нижнем днище бака распределение давления неравномерное, поэтому полученными ранее формулами мы воспользоваться не можем.

Мысленно отсоединим нижнее днище от обечайки по линии стыка (рис. I.14). В этом сечении на жидкость будет действовать давление p' , вычисляемое по формуле (I.26). Напряженное состояние в нижнем днище представим в виде суммы двух составляющих:

$$N_1 = N_1' + N_1''$$
$$N_2 = N_2' + N_2'' \qquad (I.28)$$

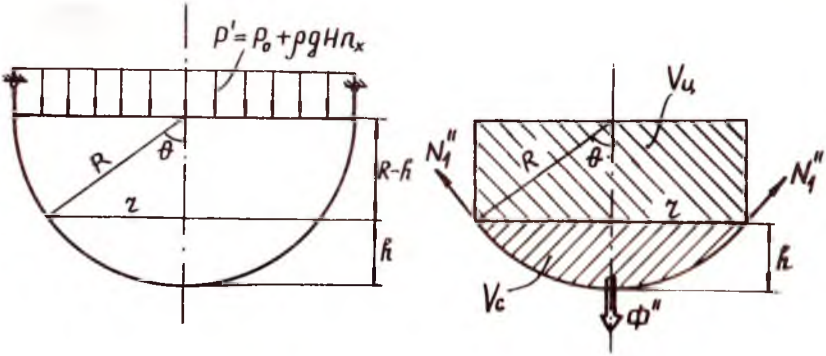

Рис. I.I4. К расчету нижнего полусферического днища

Штрихом здесь обозначены усилия, обусловленные действием постоянного давления p' :

$$N_1' = N_2' = \frac{p'R}{2} = \frac{R(p_0+\rho g H n_x)}{2} \qquad (I.29)$$

Двумя штрихами обозначены усилия, вызванные давлением жидкости в объеме днища.

Рассматривая равновесие сферического сегмента днища высотой h и углом раствора θ (рис. I.I4), будем иметь

$$N_1'' = \frac{\Phi''}{2\pi R \sin^2\theta} \qquad (I.30)$$

Здесь Φ'' - равнодействующая сил гидростатического давления жидкости в объеме днища, действующих на отсеченную часть. Эта величина может быть вычислена /3/ как

$$\Phi'' = \rho g n_x (V_c + V_ц), \qquad (I.31)$$

где V_c - объем сферического сегмента высотой h ; $V_ц$ - объем цилиндра радиуса r и высотой $R-h$:

$$V_c = \frac{1}{3}\pi h^2 (3R-h)$$

$$V_ц = \pi r^2 (R-h)$$

Введем безразмерный параметр η, характеризующий высоту сегмента по формуле

$$\eta = \frac{h}{R}$$

Тогда выражение для суммарного объема $V = V_c + V_ц$ примет вид

$$V = \frac{2\pi R^3}{3}\eta\,(3 - 3\eta + \eta^2) \qquad (I.32)$$

Подставляя (I.31) и (I.32) в (I.30) и учитывая, что

$$\sin^2\theta = \eta\,(2 - \eta),$$

получим

$$N_1'' = \frac{\rho g n_x R^2}{3}\,\frac{3 - 3\eta + \eta^2}{2 - \eta} \qquad (I.33)$$

Для отыскания N_2'' воспользуемся уравнением Лапласа

$$\frac{N_1''}{R_1} + \frac{N_2''}{R_2} = P_n'',$$

где в нашем случае $R_1 = R_2 = R$, $P_n'' = \rho g n_x R\,(1 - \eta)$. Тогда

$$N_2'' = \frac{R^2 \rho g n_x}{3}\,\frac{3 - 6\eta + 2\eta^2}{2 - \eta} \qquad (I.34)$$

Рассмотрим нижнюю точку днища, для которой $\eta = 0$. Для этой точки из (I.33) и (I.34) получим:

$$N_1'' = N_2'' = \frac{R^2 \rho g n_x}{2}$$

Тогда, в соответствии с (I.28), будем иметь

$$N_1 = N_2 = \frac{R(P_0 + \rho g H n_x)}{2} + \frac{R^2 \rho g n_x}{2} = \frac{P_{max} R}{2}, \qquad (I.35)$$

где P_{max} – максимальное давление в баке, вычисляемое по формуле (I.26).

Таким образом, для самой нижней точки днища усилия N_1 и N_2, являющиеся наибольшими, можно вычислить так же, как и для случая раномерного нагружения днища с давлением, равным P_{max}.

Рассмотрим сечение днища в районе стыка с обечайкой, что соответствует η = I. В этом случае

$$N_1'' = \frac{R^2 \rho g n_x}{3}, \qquad N_2'' = -\frac{R^2 \rho g n_x}{3}$$

Тогда суммарные усилия N_1 и N_2 найдутся по формулам:

$$N_1 = \frac{R[P_0 + \rho g n_x (H + \frac{2}{3}R)]}{2}$$

$$N_2 = \frac{R[P_0 + \rho g n_x (H - \frac{2}{3}R)]}{2} \qquad (I.36)$$

При больших уровнях жидкости в баке величина $\frac{2}{3}R$ может быть мала по сравнению с H . Кроме того, в большинстве случаев второе слагаемое в квадратных скобках бывает мало по сравнению с первым.

Получив закон распределения погонных усилий N_1 и N_2 в днище и зная его толщину, можно найти напряжения $\sigma_1 = N_1/\delta$, $\sigma_2 = N_2/\delta$ в любой точке. При растягивающих напряжениях толщину днища выбирают из условия прочности, сравнивая расчетные напряжения с пределом прочности $\sigma_в$ материала днища. В связи с тем, что напряжения вдоль меридиана днища изменяются, иногда применяют днища переменной толщины. Так, в одном из баков носителя "Сатурн-I" полусферическое днище имеет переменную толщину.

I.2.2. Эллиптическое днище. Рассмотрим цилиндрический бак с эллипсоидальным днищем, находящийся под действием давления наддува p_0 и частично заполненный жидкостью с уровнем H (рис. I.I5). Рассмотрим нижнее заполненное жидкостью

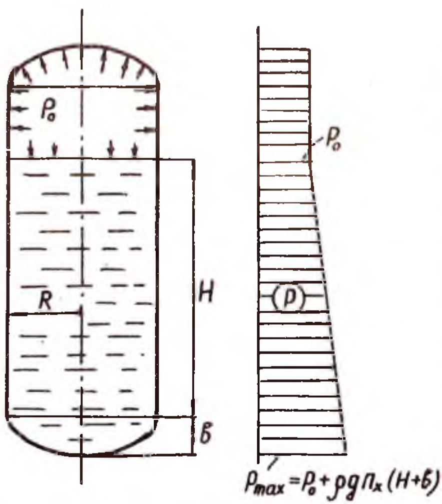

Рис. I.I5. Бак с эллипсоидальным днищем

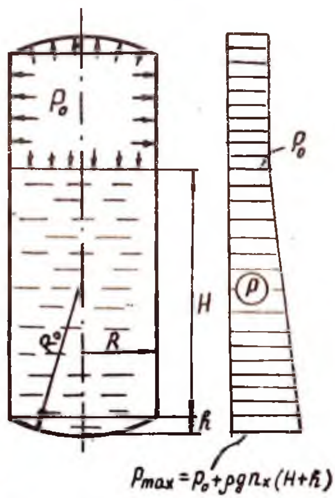

Рис. I.I6. Бак с пологим сферическим днищем

днище, высоту которого обозначим через $в$. Эпюра распределения давления по длине бака представлена на рис. I.I5. Наибольшее значение давления p_{max} в нижней точке днища А можно вычислить по формуле:

$$p_{max} = p_0 + \rho g n_x (H + b) \qquad (I.37)$$

Если глубина днища b мала по сравнению с уровнем жидкости H, то при расчете можно в запас прочности принять, что днище находится под действием постоянного давления, равного p_{max}. Максимальные усилия при этом возникают в точке А, где они равны

$$N_1 = N_2 = \frac{p_{max} R^2}{2b} \qquad (I.38)$$

Заметим, что для точки А это выражение совпадает с точным.

Аналогично можно выполнить расчет торосферического днища. Давление в нем можно считать также постоянным и равным максимальному.

I.2.3. Пологое сферическое днище. Рассмотрим бак с пологим сферическим днищем радиуса R_0, заполненный жидкостью с уровнем H и находящийся под действием давления наддува p_0 (рис. I.16). Снова (с еще меньшей погрешностью) можно положить, что в днище действует постоянное давление, равное максимальному:

$$p_{max} = p_0 + \rho g n_x (H + h)$$

Тогда в точке А

$$N_1 = N_2 = \frac{p_{max} R_0}{2}, \qquad (I.39)$$

что совпадает с точным расчетом.

Распорный шпангоут в стыке нижнего днища с обечайкой рассчитывается так же, как это было описано выше, только в качестве давления с некоторым запасом можно взять все ту же наибольшую величину p_{max}.

I.2.4. Коническое днище. Рассмотрим цилиндрический бак с нижним коническим днищем высотой h, находящийся под действием давления наддува p_0 и частично заполненный жидкостью с глубиной H (рис. I.17). Давление в произвольной точке на поверхности днища, отстоящей на расстоянии x от вершины конуса, можно записать так:

$$p_n = p_0 + \rho g n_x (H + h - x\cos\alpha)$$

Меридиональные и окружные погонные усилия могут быть вычислены по формулам:

$$N_1 = [p_0 + \rho g n_x (H + h - \tfrac{2}{3} x \cos\alpha)] \frac{x}{2} \operatorname{tg}\alpha$$

$$N_2 = [p_0 + \rho g n_x (H + h - x\cos\alpha)]\, x \operatorname{tg}\alpha$$

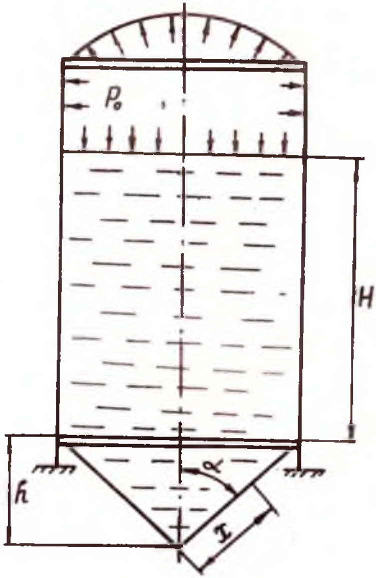

Рис. I.I7. Бак с коническим днищем

Для расчета распорного шпангоута следует воспользоваться описанной выше методикой.

I.3. Определение напряжений в обечайках несущих топливных баков

I.3.I. Цилиндрический бак. Рассмотрим несущий цилиндрический бак летательного аппарата, частично заполненный жидкостью и находящийся под действием давления наддува p_0. Для определения напряженного состояния обечайки несущего бака необходимо для интересующего нас расчетного случая иметь эпюры распределения по корпусу осевой силы N, изгибающего момента M, перерезывающей силы Q и внутреннего давления в баке p (рис.I.I8) От действия осевой силы N и изгибающего момента M в баке возникают меридиональные напряжения σ_1, от действия перерезывающей силы Q – касательные напряжения τ, а от действия внутреннего давления p – окружные напряжения σ_2

Начнем с окружных напряжений σ_2. Для их отыскания восползуемся уравнением Лапласа (I.I) безмоментной теории оболочек. Для цилиндрической оболочки $R_1 = \infty$, $R_2 = R$. Тогда

$$N_2 = PR, \quad \sigma_2 = \frac{N_2}{\delta} = \frac{PR}{\delta}$$

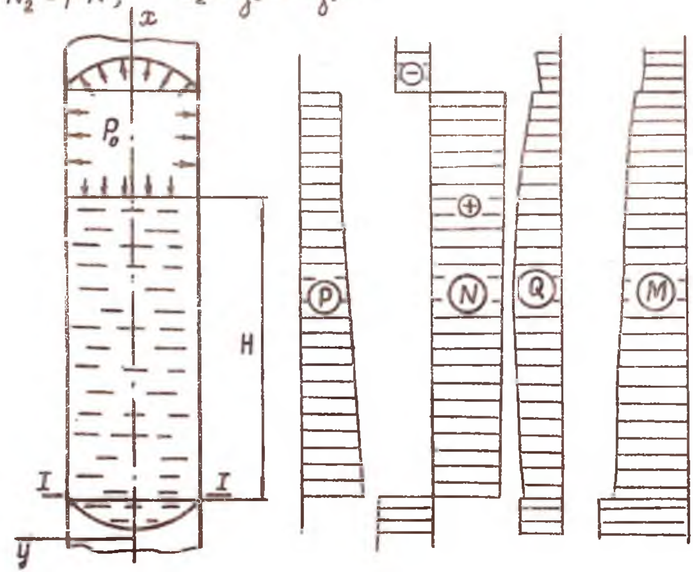

Рис. I.18. Цилиндрический несущий бак и распределение давления и внутренних силовых факторов вдоль корпуса

Из характера эпюры внутреннего давления ясно, что наибольшие окружные расчетные напряжения σ^p_{2max} будут возникать в самом нижнем сечении бака I–I и будут равны

$$\sigma^p_{2max} = \frac{P^p_{max} R}{\delta} \tag{I.40}$$

Если пренебречь нормальной перегрузкой n_y и угловым ускорением ε_z, то

$$P^p_{max} = f\,(P^э_0 + \rho g\, n^э_x H), \tag{I.41}$$

где f – коэффициент безопасности; $P^э_0$, $n^э_x$ – эксплуатационные значения давления наддува и продольной перегрузки для данного расчетного случая.

Так как в цилиндрическом баке обычно $\sigma_2 > \sigma_1$, то именно из расчета окружных напряжений подбирают толщину стенки бака. Для этого требуют, чтобы они были меньше разрушающих напряжений $\sigma_{разр.}$:

$$\sigma^{p}_{2\,max} = \frac{P^{p}_{max} R}{\delta} \leq \sigma_{разр} \qquad (I.42)$$

Если в зоне обечайки бака отсутствует утолщение стенки (рис. I.I9 а), то

$$\sigma_{разр} = K_{ш} \cdot \sigma_{в}$$

Рис. I.I9. Типы сварного соединения стенок бака: а – без утолщения; б – с утолщением

где $K_{ш} = 0{,}8 \div 0{,}95$ – коэффициент, учитывающий снижение механических характеристик материала при сварке

Если в обечайке бака предусматривается утолщение стенки для компенсации снижения механических характеристик (рис. I.I9 б),то

$$\sigma_{разр} = \sigma_{в}$$

Таким образом, из неравенства (I.42) подбирается толщина стенки бака. Для отыскания меридиональных напряжений σ_1 воспользуемся балочной теорией тонкостенных конструкций, согласно которой

$$\sigma^{p}_{1} = \frac{N^{p}}{F} + \frac{M^{p}}{J} y \qquad (I.43)$$

Здесь F – площадь поперечного сечения стенки бака; J – момент инерции поперечного сечения бака относительно оси z .

Если бак гладкий, то

$$F = 2\pi R \delta, \qquad J = \pi R^{3} \delta$$

Подставляя эти выражения в (I.43), получим выражение для наибольших и наименьших меридиональных напряжений при $y = \pm R$.

$$\sigma^{p}_{1\,\substack{max\\min}} = \frac{N^{p}}{2\pi R \delta} \pm \frac{M^{p}}{\pi R^{2} \delta} \qquad (I.44)$$

Растягивающие напряжения, получаемые по формуле (I.44), обычно меньше окружных напряжений σ_2 и практически не влияют на прочность. Опасными являются сжимающие напряжения, которые могут получиться по формуле (I.44), так как от них возможна потеря устойчивости обечайки бака.

Таким образом, если по формуле (I.44) в баке возникают сжимающие напряжения, то его необходимо проверить на устойчивость:

$$|\sigma_{1\,сжат.\,max}| \leq \sigma_{кр}, \qquad (I.45)$$

где $\sigma_{кр}$ – критические напряжения потери устойчивости, методика определения которых будет изложена далее.

Приступим к определению касательных напряжений τ. Цилиндрический бак представляет собой тонкостенную конструкцию с однозамкнутым контуром поперечного сечения. Как известно, поток погонных касательных усилий T в тонкостенной конструкции с однозамкнутым контуром поперечного сечения определяется по формуле

$$T = T^* + T^o$$

Здесь T^* – поток касательных усилий в конструкции с разомкнутым контуром поперечного сечения; T^o – поток касательных усилий в точке размыкания контура. Касательные напряжения τ вычисляются через T по формуле $\tau = T/\delta$.

При выборе точки размыкания контура на оси симметрии Oy (рис. I.20) $T^o = 0$. В соответствии с теорией тонкостенных конструкций

$$T^* = \frac{Q}{J} S,$$

где S – статический момент отсеченной части конструкции относительно поперечной оси Oz. Эта величина определяется выражением

$$S = R^2 \delta \sin \vartheta$$

Тогда наибольшие расчетные касательные напряжения, возникающие при $\vartheta = \frac{\pi}{2}$, будут равны

$$\tau^p_{max} = \frac{Q^p_{max}}{\pi R \delta} \qquad (I.46)$$

Эти напряжения могут вызвать потерю устойчивости обечайки бака от сдвига и поэтому должны быть меньше критических касательных напряжений $\tau_{кр}$:

$$\tau^p_{max} \leq \tau_{кр}$$

I.3.2. К о н и ч е с к и й б а к. Рассмотрим теперь несущий конический бак, заполненный жидкостью и находящийся под действием давления наддува P_o, рис. I.2I. Для конического бака $R_1 = \infty$, $R_2 = \frac{z}{\cos\beta}$. Тогда наибольшее окружное напряжение σ^p_{2max} можно записать из уравнения Лапласа:

$$\sigma^p_{2max} = \frac{P^p_{max}\, z_{max}}{\delta \cos\beta} \qquad (I.47)$$

Как и ранее, необходимо потребовать, чтобы оно было меньше разрушающего напряжения:

$$\sigma^p_{2max} \leq \sigma_{разр}$$

Далее найдем меридиональные напряжения σ_1, для чего мысленно отсечем часть бака и заменим действие отброшенной части на

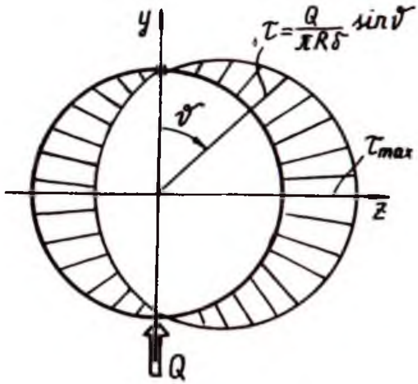

Рис. I.20. Касательные напряжения в поперечном сечении бака

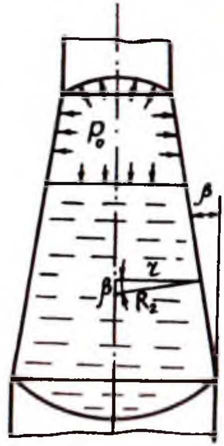

Рис. I.2I. Конический бак

оставшуюся внутренними усилиями (рис. I.22). Так как меридиональные силы N_1 и соответствующие напряжения σ_1 действуют по направлению меридиана и образуют с продольной осью x угол β, то по теории тонкостенных конструкций мы будем иметь:

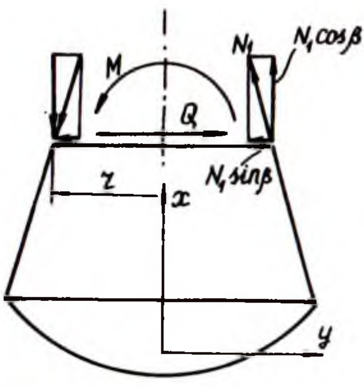

Рис. I.22. Отсеченная часть конического бака

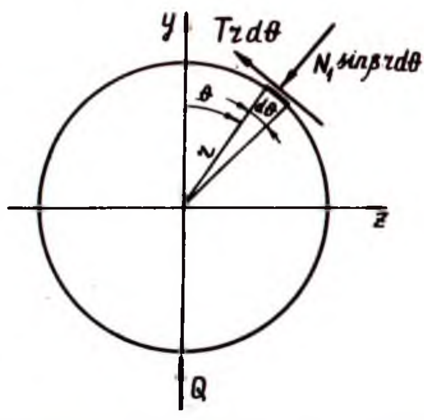

Рис. I.23. К уравновешиванию перерезывающей силы в поперечном сечении конического бака

$$\sigma^p_{1\,\substack{max\\min}} = \frac{1}{\cos\beta}\left[\frac{N^p}{2\pi r\delta} \pm \frac{M^p}{\pi r^2\delta}\right] \qquad (I.48)$$

Из рис. I.22 видно, что за счет угла конусности β часть перерезывающей силы в поперечном сечении бака уравновешивается проекцией меридиональных усилий N_1 на направление оси y. Через Q_τ обозначим ту долю перерезывающей силы, которая уравновешивается касательными напряжениями. Эту величину можно записать через погонные касательные усилия T (рис. I.23) в виде

$$Q_\tau = \int_0^{2\pi} T r \sin\theta \, d\theta$$

Тогда уравнение равновесия в проекции на ось y в поперечном сечении конического бака можно записать (см. рис. I.23):

$$Q_\tau - \int_0^{2\pi} N_1 \sin\beta \cos\theta \, r \, d\theta = Q \qquad (I.49)$$

Здесь

$$N_1 = \frac{\delta}{\cos\beta}\left[\frac{N}{2\pi r\delta} + \frac{M}{\pi r^2\delta}\cos\theta\right].$$

Разрешая соотношение (I.49) относительно Q_τ и выполняя интегрирование по θ, получим:

$$Q_\tau = Q + \frac{M \,\mathrm{tg}\,\beta}{r} \qquad (I.50)$$

Тогда максимальные расчетные касательные напряжения при $\theta = \frac{\pi}{2}$ запишутся как

$$\tau^p_{max} = \frac{Q^p_{\tau\,max}}{\pi r\delta} \qquad (I.5I)$$

В коническом баке,так же как и в цилиндрическом, наибольшие сжимающие меридиональные напряжения (I.48) и касательные напряжения (I.5I) следует сопоставлять с соответствующими критическими напряжениями потери устойчивости.

П р и м е р. Требуется подобрать толщину обечайки несущего цилиндрического бака (рис. I.24) и определить напряженное состояние бака в сечении А–А, если известно, что в этом сечении $N^э$ =I90кН, $M^э$ = 560 кН·м, $Q^э$ = 90 кН. Радиус бака R = I50 см, уровень топлива H = 4 м, продольная перегрузка $n^э_x$ = 2,2; давление наддува в баке $p^э_0$ = 0,I6 МПа; плотность топлива ρ =II40 кг/м^3; коэффициент безопасности f = I,5. Материал бака – алюминиевый сплав АМГ-6 ($\sigma_в$ = 320 МПа, E = 6,8·I0^4 МПа).

Найдем расчетное давление в сечении А–А:

$$P^p = f\,(P_0^э + \rho g n_x^э H) =$$

$$= 1{,}5\,(0{,}16 + 1140 \cdot 9{,}8 \cdot 4 \cdot 2{,}2 \cdot 10^{-6}) = 0{,}387 \text{ МПа}$$

$$\sigma_{разр} = K_ш \cdot \sigma_в = 0{,}8 \cdot 320 = 254 \text{ МПа}$$

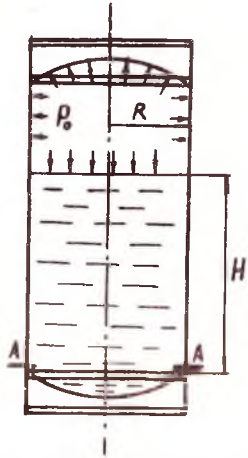

Рис. I.24. Несущий цилиндрический топливный бак

Толщину обечайки найдем из условия

$$\delta \geq \frac{P^p R}{\sigma_{разр}} = \frac{0{,}387 \cdot 1500}{256} = 2{,}27 \text{ мм}$$

Принимаем $\delta = 2{,}5$ мм.

Окружное расчетное напряжение σ_2^p в сечении А–А будет равно:

$$\sigma_2^p = \frac{P^p R}{\delta} = \frac{0{,}387 \cdot 1500}{2{,}5} = 232{,}2 \text{ МПа}$$

Меридиональные расчетные напряжения

$$\sigma_{1\,\substack{max\\min}}^p = f\left(\frac{N^э}{2\pi R\delta} \pm \frac{M^э}{\pi R^2 \delta}\right)$$

или

$$\sigma_{1\,max}^p = 1{,}5\left(\frac{1{,}9 \cdot 10^5}{2\pi \cdot 1{,}5 \cdot 10^3 \cdot 2{,}5} + \frac{5{,}6 \cdot 10^8}{\pi \cdot 1500^2 \cdot 2{,}5}\right) =$$

$$= 59{,}6 \text{ МПа}, \qquad \sigma_{1\,min}^p = -35{,}4 \text{ МПа}$$

Расчетные касательные напряжения в сечении А–А:

$$\tau_{max}^p = \frac{f Q^э}{\pi R \delta} = \frac{1{,}5 \cdot 9 \cdot 10^4}{\pi \cdot 1{,}5 \cdot 10^3 \cdot 2{,}5} = 11{,}5 \text{ МПа}$$

I.4. Расчет подвесного сферического бака

Рассмотрим сферический подвесной бак радиуса R, заполненный жидкостью с плотностью ρ и уровнем h_0, находящийся под действием давления наддува P_0 и прикрепленный к корпусу летательного аппарата с помощью опорного кольца на расстоянии h_1 от нижней точки бака (рис. I.25). Напряженное состояние в баке запишем в виде суммы двух слагаемых:

$$N_1 = N_1' + N_1''$$

$$N_2 = N_2' + N_2'', \tag{I.52}$$

где N_1', N_2' – усилия, обусловленные давлением наддува, которые можно записать:

$$N_1' = N_2' = \frac{P_0 R}{2} \qquad (I.53)$$

N_1'', N_2'' – усилия, обусловленные гидростатическим давлением.

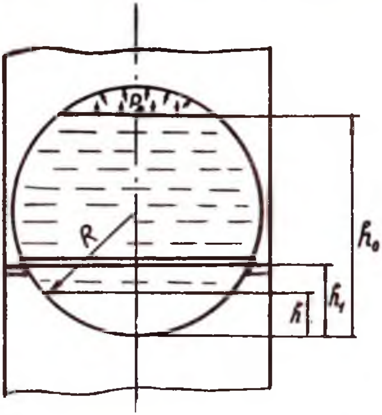

Рис. I.25. Сферический бак

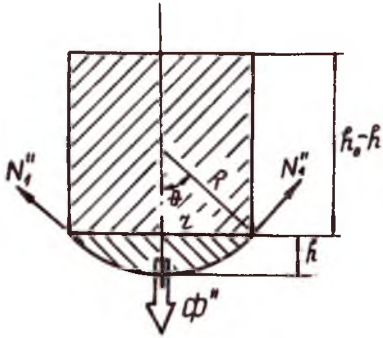

Рис. I.26. Сегмент сферического бака

Для определения N_1'' и N_2'' рассмотрим сначала участок бака ниже опорного шпангоута. Выделим в пределах этого участка сегмент высотой h (рис. I.26) и запишем для него уравнение равновесия зоны

$$N_1'' = \frac{\Phi''(\theta)}{2\pi R \sin^2\theta},$$

где

$$\Phi''(\theta) = \rho g n_x \left[\frac{\pi h^2}{3}(3R-h) + \pi r^2 (h_0 - h)\right] \qquad (I.54)$$

Выражение, стоящее в квадратных скобках в (I.54), представляет собой сумму объемов сферического сегмента высотой h и кругового цилиндра радиуса r и высотой $h_0 - h$ (рис. I.26). Высота h на этом участке изменяется от 0 до h_1. Если ввести безразмерный параметр η по формуле

$$\eta = \frac{h}{R},$$

то для него будем иметь

$$0 \le \eta < \frac{h_1}{R} = \eta_1$$

Через параметр η можно выразить геометрические характеристики рассматриваемого сегмента:

$$r^2 = R^2 - (R-h)^2 = R^2\eta(2-\eta)$$

$$\sin^2\theta = \frac{r^2}{R} = \eta(2-\eta)$$

Подставляя эти выражения в (I.54), получим

$$\Phi''(\theta) = \frac{1}{3}\rho g n_x \pi R^3 [\eta^2(3-\eta) + 3\eta(2-\eta)(\eta_0-\eta)] \qquad (I.55)$$

$$N_1'' = \frac{1}{6}\rho g n_x R^2 [\eta\frac{3-\eta}{2-\eta} + 3(\eta_0-\eta)], \qquad (I.56)$$

где

$$\eta_0 = \frac{h_0}{R}$$

Имея в виду, что в случае гидростатического давления

$$p = \rho g n_x (h_0 - h) = \rho g n_x R(\eta_0 - \eta),$$

из уравнения Лапласа получим

$$N_2'' = pR - N_1'' = \frac{1}{6}\rho g n_x R^2 [3(\eta_0-\eta) - \eta\frac{3-\eta}{2-\eta}] \qquad (I.57)$$

Рассмотрим далее второй участок бака, включающий в себя опорный шпангоут. Для этого участка

$$\eta_1 \le \eta \le \eta_0$$

Выделяя в пределах этого участка сегмент бака высотой h, где $h_1 \le h \le h_0$, запишем равнодействующую $\Phi''(\theta)$ всех внешних сил, приложенных к рассматриваемому сегменту. Она состоит из суммы равнодействующей гидростатического давления (I.55) и реакции со стороны опорного шпангоута, равной

$$\frac{1}{3}\rho g n_x \pi R^3 \eta_0^2 (3-\eta_0)$$

и направленной в противоположную сторону.

В результате на втором участке бака будем иметь

$$\Phi''(\theta) = \frac{1}{3}\rho g n_x \pi R^3 [\eta^2(3-\eta) + 3\eta(2-\eta)(\eta_0-\eta) - \eta_0^2(3-\eta_0)]$$

И тогда

$$N_1'' = \frac{1}{6}\rho g n_x R^2 [\eta\frac{3-\eta}{2-\eta} + 3(\eta_0-\eta) - \frac{\eta_0^2}{\eta}\,\frac{3-\eta_0}{2-\eta}]$$

$$N_2'' = \frac{1}{6}\rho g n_x R^2 [3(\eta_0-\eta) - \eta\frac{3-\eta}{2-\eta} + \frac{\eta_0^2}{\eta}\,\frac{3-\eta_0}{2-\eta}] \qquad (I.58)$$

I.5. Расчет элементов бака по моментной теории методом конечных элементов

В зоне сопряжения днища с обечайкой бака происходит нарушение безмоментности напряженного состояния и возникает местный осесимметричный изгиб. Изгиб оболочки возникает и в случаях скачкообразного изменения толщины стенки бака, в зоне подкрепления оболочки, в зоне скачкообразного изменения внешней нагрузки или радиуса кривизны.

Во всех этих случаях формулы безмоментной теории оказываются несправедливы, и для исследования напряженно-деформированного состояния этих участков необходимо применять аппарат моментной теории оболочек /I,5/. При этом можно использовать либо аналитические методы, либо численные, например метод конечных элементов.

Учет моментности напряженного состояния особенно важен в тех случаях, когда бак изготовлен из высокопрочного и малопластичного материала.

Рассмотрим применение метода конечных элементов к расчету топливных баков при осесимметричном нагружении. Дальнейшее изложение опирается на методику и программу, разработанную на кафедре прочности летательных аппаратов Куйбышевского авиационного института /5, I0/.

В соответствии с методом конечных элементов мысленно разобьем оболочку плоскостями, перпендикулярными оси вращения, на ряд поясов (рис. I.27). Эти пояса и будут являться конечными элементами, а узлами – узловые окружности.

В качестве узловых перемещений выбираются осевое перемещение узловой окружности V_{kx}, радиальное перемещение V_{kr} и угол поворота нормали к срединной поверхности оболочки ϑ_k (рис. I.27). Тогда для произвольного узла k будем иметь матрицу узловых перемещений в виде

$$[V_k] = [V_{kx} \;\; V_{kr} \;\; \vartheta_k]^T \qquad (I.59)$$

На бак могут действовать нагрузки двух типов. Во-первых, распределенные поверхностные силы p_n и p_t, а во-вторых, равномерно распределенные, по некоторым узловым окружностям погонные силы q_{kx}, q_{kr} и моменты m_k (рис. I.27). Поверхностная нагрузка, действующая в пределах каждого конечного элемента, приводится к эквивалентным узловым силам. Кроме того, бак может находиться под действием осесимметричного температурного поля. Бак может иметь подкрепление в виде кольцевых шпангоутов, которые рассматриваются как конечные элементы.

Если для каждого из конечных элементов мы будем располагать матрицами жесткости и матрицами эквивалентных узловых сил, то можно сформировать общую матрицу жесткости конструкции с учетом наложенных на нее кинематических связей, а также матрицу нагрузок обычным образом, т.е. путем суммирования по всем конечным элементам компонентов, соответствующих перемещениям с одинаковыми индексами.

В качестве конечного элемента оболочки примем простейший изопараметрический элемент оболочки вращения с двумя узловыми окружностями, имеющий вид усеченного конуса (рис. I.28).

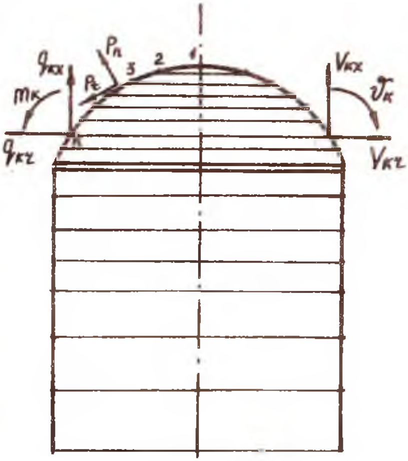

Рис. I.27. Дискретизация оболочки вращения

Описание других, более сложных конечных элементов можно найти в литературе /4,8/.

Через x_i , r_i , x_j , r_j обозначим координаты узлов i и j . Координата x отсчитывается вдоль оси оболочки от некоторой начальной плоскости. Координаты произвольной точки на образующей оболочки могут быть выражены через значения координат узлов с помощью линейных соотношений

$$x = \sum_{k=i,j} \psi_k x_k , \qquad r = \sum_{k=i,j} \psi_k r_k \tag{I.60}$$

где $\psi_k = \frac{1}{2}(1 + \xi_k \xi)$ – так называемая функция формы.

Здесь ξ – безразмерная координата, изменяющаяся от –I до I при движении от узла i к узлу j и связанная с расстоянием равенством $\xi = \frac{2s}{\ell} - 1$, где $\ell = \sqrt{(x_j - x_i)^2 + (r_j - r_i)^2}$ – длина образующей элемента; ξ_k – координата соответствующего узла (ξ_i = –I; ξ_j = I).

Перемещения u и w точек срединной поверхности вдоль образующей и по нормали к поверхности, а также угол поворота нормали ϑ (рис. I.28) аппроксимируются в пределах элемента, так же как и координаты, линейными зависимостями /5,8/:

$$U=\sum_{k=i,j}\psi_k U_k \qquad W=\sum_{k=i,j}\psi_k W_k \qquad \vartheta=\sum_{k=i,j}\psi_k \vartheta_k \tag{I.61}$$

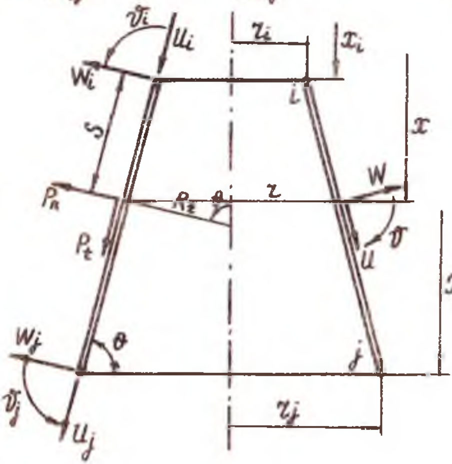

Рис. I.28. Конечный элемент оболочки вращения в форме усеченного конуса

Деформации ε_1^z и ε_2^z слоя оболочки, расположенного на расстоянии z от срединной поверхности, в меридиональном и окружном направлениях связаны с деформациями ε_1, ε_2, χ_1, χ_2 срединной поверхности соотношениями

$$\varepsilon_1^z=\varepsilon_1+z\chi_1$$
$$\varepsilon_2^z=\varepsilon_2+z\chi_2 \tag{I.62}$$

Здесь

$$\varepsilon_1=\frac{dU}{dS}$$
$$\chi_1=\frac{d\vartheta}{dS}$$

$$\varepsilon_2=\frac{1}{r}(U\cos\theta+W\sin\theta) \qquad \chi_2=\frac{1}{2}\vartheta\cos\theta \tag{I.63}$$

Помимо ε_1^z, ε_2^z в оболочке возникает деформация поперечного сдвига, которая обозначается через ε_{13}. Она равна изменению угла между нормалью и касательной к меридиану, и ее можно найти как сумму двух углов, один из которых равен ϑ, а второй есть угол поворота касательной. Через перемещение W срединной поверхности угол поворота касательной выражается как $\frac{dW}{dS}$, так что для ε_{13} имеем:

$$\varepsilon_{13}=\frac{dW}{dS}+\vartheta \tag{I.64}$$

В соответствии с соотношениями (I.60)-(I.64) можно построить матрицу жесткости конечного элемента оболочки вращения, которая приведена в работах /5,10/.

Шпангоут, подкрепляющий бак, рассматривается как тонкое круговое кольцо. Поперечное сечение кольца считается недеформируемым; пренебрегается также эффектом надавливания волокон друг на друга.

Через r_* обозначим радиус окружности, проходящей через центр тяжести его поперечного сечения (рис. I.29), а через F и J_η соответственно площадь его поперечного сечения и момент инерции сечения относительно центральной оси, лежащей в плоскости кольца.

Окружность, проходящая через центр тяжести поперечного сечения шпангоута, считается узловой с номером i, а сам шпангоут рассматривается как конечный элемент.

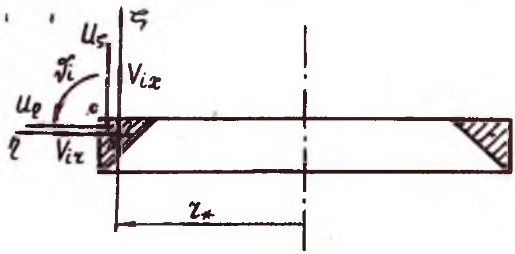

Рис. I.29. Конечный элемент в виде кольца и его поперечное сечение

Обозначив через V_{ix}, V_{ir} осевое и радиальное перемещения центра тяжести поперечного сечения кольца, а через ϑ_i – угол поворота его сечения, можно ввести матрицу узловых перемещений i-ого узла в виде

$$[V_i]=[V_{ix}\ \ V_{ir}\ \ \vartheta_i]^T \tag{I.65}$$

Перемещения U_η, U_ζ произвольной точки с поперечного сечения шпангоута выражаются через V_{ix}, V_{ir} и ϑ_i следующим образом (рис. I.29):

$$U_\eta = V_{ir} + \zeta\vartheta_i \qquad U_\zeta = V_{ix} - \eta\vartheta_i$$

Окружную деформацию ε в точке поперечного сечения шпангоута при этом можно вычислить как

$$\varepsilon = \frac{U_\eta}{r_*} = \frac{1}{r_*}V_{ir} + \frac{\zeta}{r_*}\vartheta_i \tag{I.66}$$

В этом случае матрица жесткости шпангоута $[K_*]$ имеет вид:

$$[K_*]=\frac{2\pi E_*}{r_*}\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & F & 0 \\ 0 & 0 & J_\eta \end{bmatrix} \tag{I.67}$$

Программа, реализующая расчет оболочек вращения при осесимметричном нагружении методом конечных элементов, описана в /IO/. К настоящему времени эта программа дополнена и позволяет проводить расчеты оболочек трех типов: однослойных, трехслойных с легким заполнителем и конструктивно-ортотропных (вафельных).

Рассмотрим ряд примеров расчета элементов конструкции топливных баков, проведенных с помощью вышеуказанной программы.

I.5.I. С т ы к п о л у с ф е р и ч е с к о г о д н и щ а с ц и л и н д р и ч е с к о й о б е ч а й к о й. Рассмотрим бак с полусферическим днищем радиуса R = 100 см, находящийся под действием внутреннего давления p = 0,2 МПа (рис. I.I). Толщина

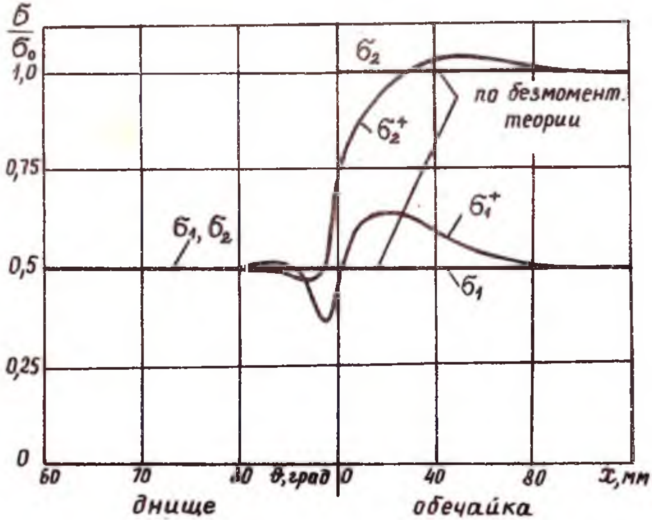

Рис. I.30. Распределение напряжений вблизи стыка полусферического днища с цилиндрической обечайкой

стенок днища и обечайки одинаковы и равны δ =0,I см. По безмоментной теории в днище мы имели $\sigma_1 = \sigma_2$ = 100 МПа, а в обечайке σ_1 = 100 МПа, σ_2 = 200 МПа. Результаты расчетов представлены на рис. I.30. Через σ_1^+ и σ_2^+ на рисунке обозначены меридиональные и окружные нормальные напряжения на внешней поверхности бака. График построен в безразмерном виде. Напряжения отнесены к $\sigma_0 = \frac{pR}{\delta}$ = 200 МПа, т.е. к окружному напряжению в цилиндрической обечайке, вычисленному по безмоментной теории. Анализируя результаты расчетов, можно отметить, что в обечайке бака наибольшее значение напряжения превосходит соответствующее значение, полученное по безмоментной теории на 3%. Что касается днища, то там аналогичное превышение напряжений составляет около 40%.

I.5.2. Стык эллиптического днища с цилиндрической обечайкой. Рассмотрим цилиндрический бак с R = 100 см и эллипсоидальным днищем, высотой b = 80 см, находящийся под действием внутреннего давления p = 0,2 МПа (см. рис. I.2). Толщины стенок днища и обечайки одинаковы

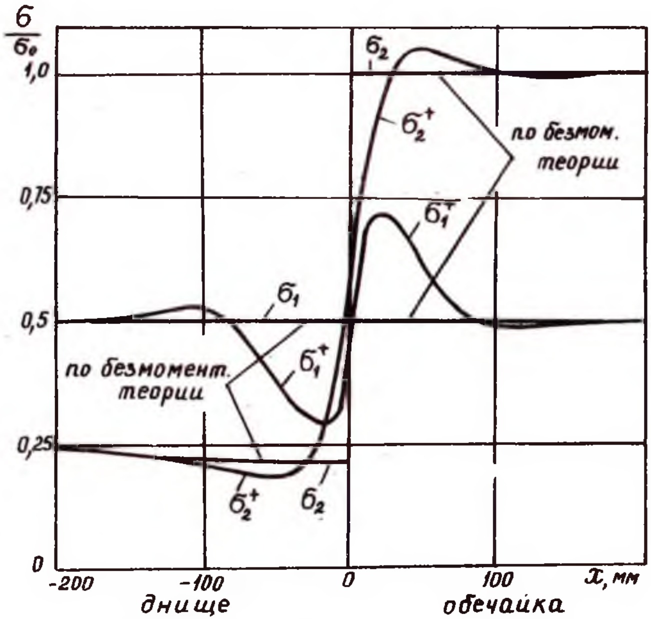

Рис. I.3I. Распределение напряжений вблизи стыка эллипсоидального днища (b/R =0,8) с цилиндрической обечайкой

и равны δ = I мм. Распределение меридиональных и окружных напряжений на внешней поверхности бака (σ_1^+ , σ_2^+) вблизи стыка днища с обечайкой показано на рис. I.3I. Там же приведены результаты расчетов по безмоментной теории, которая дает для обечайки σ_1 = I00 МПа, σ_2 = 200 МПа, для днища: σ_1 = I00 МПа, $\sigma_2|_{x=0}$ =44 МПа. На рис. I.3I напряжения отнесены к $\sigma_0 = \frac{PR}{\delta}$ = 200 МПа. Анализ результатов показывает, что в обечайке превышение наибольших напряжений по сравнению с безмоментной теорией составляет около 5%, в днище аналогичное превышение достигает 25%.

I.5.3. Стык торосферического днища с цилиндрической обечайкой. Рассмотрим цилиндрический бак с R = 100 см и торосферическим днищем (рис.I.3), имеющим следующие параметры: R_0 = 160 см, r_T = 30 см, r_0 =70см.

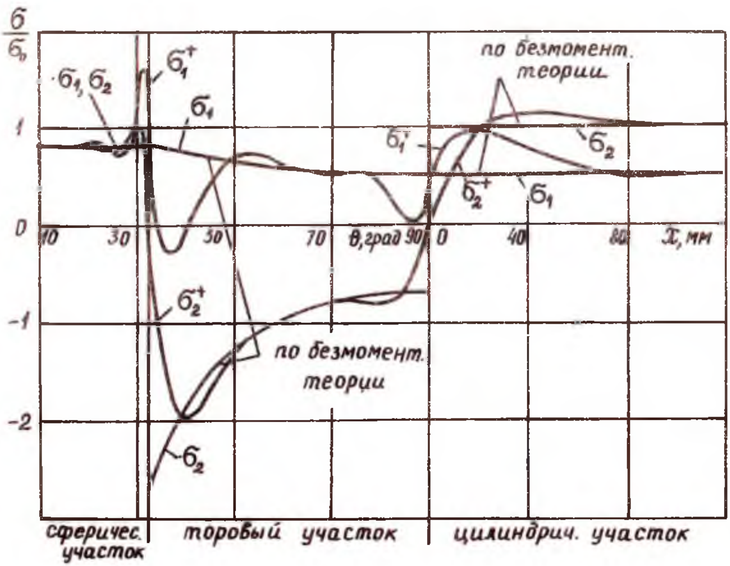

Рис. I.32. Распределение напряжений в баке с торосферическим днищем

Толщина стенок днища и обечайки одинакова и равна δ = I мм. Бак нагружен внутренним давлением p = 0,I МПа. На рис. I.32 представлено распределение меридиональных и окружных напряжений на внешней поверхности стенки бака (σ_1^+ , σ_2^+). Там же для сравнения приведены результаты расчета по безмоментной теории. В соответствии с безмоментной теорией на сферическом участке днища $\sigma_1 = \sigma_2$ =80МПа, в обечайке σ_1 = 50 МПа, σ_2 = 100 МПа и на торовом участке меридиональные напряжения σ_1 меняются от 80 до 50 МПа, а окружные напряжения σ_2 являются сжимающими с максимальным значением 267МПа.

Графики построены в безразмерном виде. Через σ_0 на рис. I.32 обозначена величина $\sigma_0 = \frac{PR}{\delta}$ = 100 МПа. Приведенные результаты показывают, что в обечайке наибольшие напряжения, вычисленные по моментной теории, превосходят соответствующие напряжения по безмоментной теории на 10%, на сферическом участке днища такое превышение составляет 100%. На торовом участке днища наибольшие напряжения, полученные по моментной теории, получаются ниже, чем аналогичные величины по безмоментной теории.

I.5.4. Пологое сферическое днище с распорным шпангоутом. Рассмотрим цилиндрический бак радиуса R = 100 см и с пологим сферическим днищем R_0 =130см (рис. I.4). В стыке днища с обечайкой установлен распорный шпангоут, поперечное сечение которого имеет форму прямоугольного треугольника (рис. I.7) с размерами $a = b$ = 2 см. Толщина стенок днища и обечайки одинакова и равна δ = 0,2 см. Бак нагружен внутренним давлением p = 0,1 МПа. Распределение напряжений вблизи стыка обечайки с днищем приведено на рис. I.33. Через σ_1^+ и σ_2^+ здесь обозначены меридиональные и окружные напряжения на внешней поверхности бака. Напряжения на рис. I.33 отнесены к $\sigma_0 = \frac{PR}{\delta}$ =50 МПа. Там же представлены напряжения, возникающие в днище и обечайке в соответствии с безмоментной теорией. Из анализа приведенных результатов видно, что в зоне стыка обечайки с днищем напряженное состояние представляет собой ярко выраженный краевой эффект и сильно отличается от безмоментного. Так, например, в обечайке наибольшее напряжение в 12,5 раза превосходит безмоментное, а в днище в 3,4 раза. Это указывает на необходимость учета моментности напряженного состояния. Большое влияние на максимальные значения напряжения в стыке оказывает жесткость распорного шпангоута. Влияние площади поперечного сечения шпангоута на максимальные напряжения в обечайке рассматриваемого бака представлено на рис. I.34. По мере роста жесткости шпангоута наибольшие напряжения существенно уменьшаются.

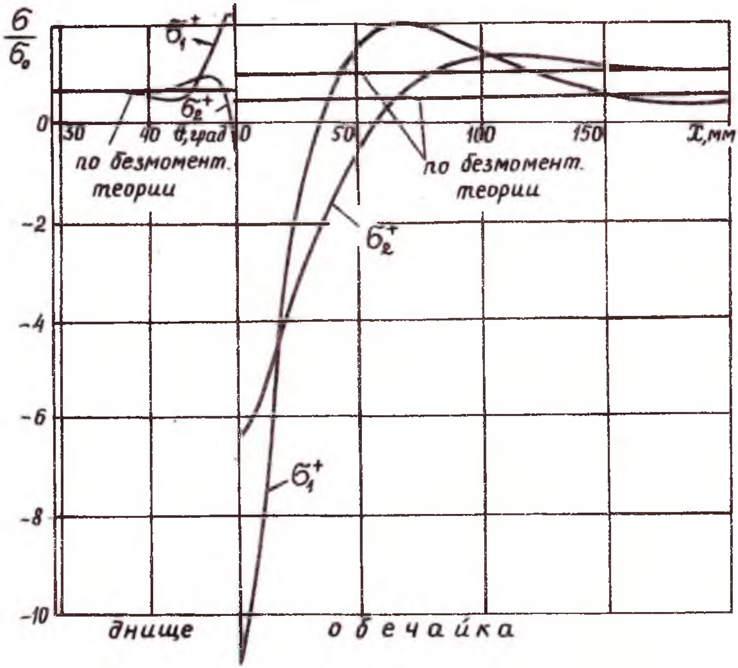

Рис. I.33. Распределение напряжений вблизи стыка пологого сферического днища с цилиндрической обечайкой

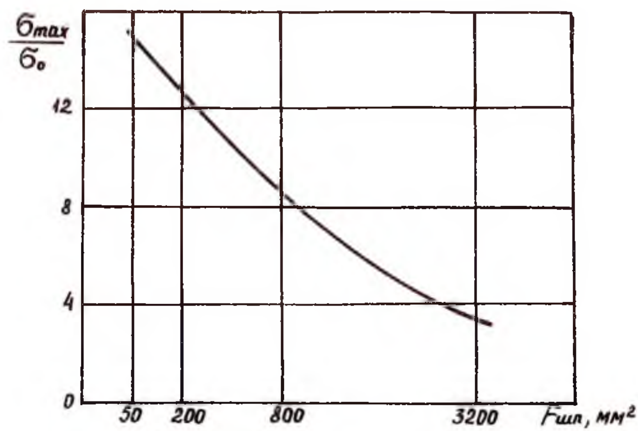

Рис. I.34. Зависимость максимальных напряжений в обечайке бака от жесткости распорного шпангоута

2. РАСЧЕТ БАКОВ НА УСТОЙЧИВОСТЬ

2.I. Дифференциальные уравнения устойчивости цилиндрической оболочки

Рассмотрим круговую цилиндрическую оболочку с радиусом срединной поверхности R и толщиной δ (рис. 2.I). Положение любой точки на срединной поверхности оболочки определяется координатой x и углом α. Вместо угла α можно использовать криволинейную

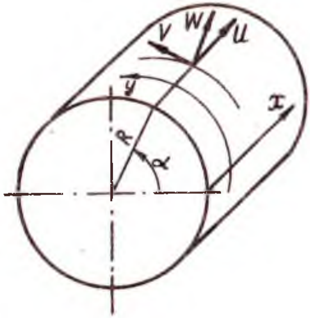

Рис. 2.I. Цилиндрическая оболочка

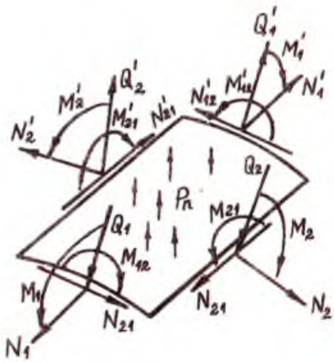

Рис. 2.2. Положительные направления внутренних усилий

координату $y = R\alpha$. Ось z направим по нормали к срединной поверхности оболочки. Таким образом, координатные линии x и y являются меридианом и параллелью соответственно. Обозначим через u, w и v перемещения точки срединной поверхности в направлении осей x, z и y. Под действием произвольной внешней нагрузки в сечениях оболочки будут возникать погонные нормальные и касательные силы N_1, N_2, N_{12}, N_{21} (рис. 2.2), изгибающие и крутящие моменты M_1, M_2, M_{12}, M_{21} и перерезывающие силы Q_1 и Q_2. Положительные направления сил и моментов показаны на рис. 2.2. Воспользуемся приближенной теорией пологих оболочек. Будем предполагать, что перемещения точек срединной поверхности в своей плоскости u и v малы по сравнению с прогибом w. В этом случае расчет оболочки сводится к отысканию двух функций:

функции прогиба – W и функции усилий – φ. Если они известны, то изгибающие и крутящие моменты, а также перерезывающие силы определяются через прогиб по формулам, совпадающим соотношениями теории изгиба тонких пластин /2,6/:

$$M_1 = -D\left(\frac{\partial^2 W}{\partial x^2} + \mu\frac{\partial^2 W}{\partial y^2}\right) \qquad Q_1 = -D\frac{\partial}{\partial x}\nabla^2 W$$

$$M_2 = -D\left(\frac{\partial^2 W}{\partial y^2} + \mu\frac{\partial^2 W}{\partial x^2}\right) \qquad Q_2 = -D\frac{\partial}{\partial y}\nabla^2 W \tag{2.I}$$

$$M_{12} = -D(1-\mu)\frac{\partial^2 W}{\partial x\,\partial y}$$

где

$$D = \frac{E\delta^3}{12(1-\mu^2)}$$

Погонные усилия в срединной поверхности оболочки могут быть найдены через функцию усилий φ по формулам:

$$N_1 = \frac{\partial^2\varphi}{\partial y^2} \qquad N_2 = \frac{\partial^2\varphi}{\partial x^2} \qquad N_{12} = \frac{\partial^2\varphi}{\partial x\,\partial y} \tag{2.2}$$

Функции прогиба и усилий должны удовлетворять /2/ двум следующим дифференциальным уравнениям:

$$D\nabla^2\nabla^2 W + \frac{1}{R}\frac{\partial^2\varphi}{\partial x^2} = P_n + N_1\chi_1 + N_2\chi_2 + 2N_{12}\chi_{12}$$

$$\frac{1}{E\delta}\nabla^2\nabla^2\varphi - \frac{1}{R}\frac{\partial^2 W}{\partial x^2} = -\left(\chi_1\chi_2 - \chi_{12}^2\right) \tag{2.3}$$

где P_n – нормальное к срединной поверхности оболочки давление;

$$\chi_1 = \frac{\partial^2 W}{\partial x^2}, \quad \chi_2 = \frac{\partial^2 W}{\partial y^2}, \quad \chi_{12} = \frac{\partial^2 W}{\partial x\,\partial y}, \quad \nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}$$

Если решать линейную задачу, то систему (2.3) можно упростить и пользоваться следующими уравнениями:

$$D\nabla^2\nabla^2 W + \frac{1}{R}\frac{\partial^2\varphi}{\partial x^2} = P_n$$

$$\frac{1}{E\delta}\nabla^2\nabla^2\varphi - \frac{1}{R}\frac{\partial^2 W}{\partial x^2} = 0 \tag{2.4}$$

При $R \to \infty$ система (2.4) распадается на два независимых дифференциальных уравнения:

$$D\nabla^2\nabla^2 W = P_n \qquad \nabla^2\nabla^2\varphi = 0$$

первое из которых описывает изгиб тонких пластин, а второе – плоское напряженное состояние пластины.

Система дифференциальных уравнений (2.3) является сложной нелинейной системой. Линеаризуем систему (2.3), т.е. перейдем от нелинейных уравнений к линейным, воспользовавшись следующими рассуждениями. Предположим, что в докритическом состоянии мы имеем решение системы (2.3), которое будем обозначать ноликом сверху, т.е. W^0 и φ^0. По формулам (2.1) и (2.2) можно вычислить усилия и моменты, соответствующие этому состоянию N_1^0, N_2^0 ..... Q_1^0, Q_2^0, χ_1^0, χ_2^0 и χ_{12}^0. Это напряженное состояние существует вплоть до критического значения внешней нагрузки $p_n = p_{пкр}$. В момент потери устойчивости, т.е. при $p_n = p_{пкр}$, возникает другое напряженное состояние, удовлетворяющее дифференциальным уравнениям (2.3), которое можно определять следующим образом:

$$W = W^0 + W^*;\quad \varphi = \varphi^0 + \varphi^*,\quad N_1 = N_1^0 + N_1^*,\quad \chi_1 = \chi_1^0 + \chi_1^* \quad и\ т.д.$$

Мы будем предполагать, что величины, помеченные сверху звездочкой, весьма малы. Это означает, что при потере устойчивости оболочки происходит переход системы в сложное положение равновесия.

Запишем уравнения (2.3) в состоянии после потери устойчивости и вычтем из них уравнения, записанные для докритического состояния при одних и тех же нагрузках $p_n = p_{пкр}$:

$$D\nabla^2\nabla^2(W^0+W^*) + \frac{1}{R}\frac{\partial^2(\varphi^0+\varphi^*)}{\partial x^2} = p_{пкр} + (N_1^0+N_1^*)(\chi_1^0+\chi_1^*)+\ldots$$

$$-\quad D\nabla^2\nabla^2 W^0 + \frac{1}{R}\frac{\partial^2\varphi}{\partial x^2} = p_{пкр} + N_1^0\chi_1^0 + \ldots$$

$$D\nabla^2\nabla^2 W^* + \frac{1}{R}\frac{\partial^2\varphi}{\partial x^2} = N_1^0\chi_1^* + N_1^*\chi_1^0 + N_1^*\chi_1^* + \ldots$$

Проанализируем величины, стоящие в правой части полученного уравнения. Так как величины, обозначенные звездочкой, малы, то их произведением как величиной второго порядка малости можно пренебречь, т.е. $N_1^*\chi_1^* \approx 0$. Имея в виду, что усилия в срединной поверхности оболочки мало изменяются при потере устойчивости по сравнению с прогибами, можно утверждать, что и $N_1^*\chi_1^0 \approx 0$.

В дальнейшем условимся звездочку опускать, полагая, что все уравнения относятся к дополнительным величинам, появляющимся за счет потери устойчивости. В результате приходим к следующей системе дифференциальных уравнений:

$$D\nabla^2\nabla^2 W + \frac{1}{R}\frac{\partial^2\varphi}{\partial x^2} = N_1^0\frac{\partial^2 W}{\partial x^2} + N_2^0\frac{\partial^2 W}{\partial y^2} + 2N_{12}\frac{\partial^2 W}{\partial x\partial y}$$

$$\frac{1}{E\delta}\nabla^2\nabla^2\varphi - \frac{1}{R}\frac{\partial^2 W}{\partial x^2} = -\left(\frac{\partial^2 W^0}{\partial x^2}\frac{\partial^2 W}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 W^0}{\partial y^2}\frac{\partial^2 W}{\partial x^2} - 2\frac{\partial^2 W^0}{\partial x\partial y}\frac{\partial^2 W}{\partial x\partial y}\right) \quad (2.5)$$

Это и есть линеаризованные уравнения устойчивости цилиндрической оболочки.

Схема решения задачи устойчивости с использованием уравнений (2.5) сводится к следующему: на первом этапе рассчитывается докритическое напряженное состояние, т.е. находятся N_1^0, N_2^0 и т.д., далее найденные величины подставляются в систему дифференциальных уравнений (2.5), которая затем интегрируется.

Если докритическое состояние оболочки является безмоментным, то

$$\frac{\partial^2 W^0}{\partial x^2} = 0 \qquad \frac{\partial^2 W^0}{\partial y^2} = 0 \qquad \frac{\partial^2 W^0}{\partial x \partial y} = 0$$

и система уравнений (2.5) несколько упрощается и принимает вид:

$$\begin{gathered} D\nabla^2\nabla^2 W + \frac{1}{R}\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} = N_1^0 \frac{\partial^2 W}{\partial x^2} + N_2^0 \frac{\partial^2 W}{\partial y^2} + 2N_{12}\frac{\partial^2 W}{\partial x \partial y} \\ \frac{1}{E\delta}\nabla^2\nabla^2\varphi - \frac{1}{R}\frac{\partial^2 W}{\partial x^2} = 0 \end{gathered} \tag{2.6}$$

2.2. Устойчивость цилиндрической оболочки при равномерном осевом сжатии

Рассмотрим круговую цилиндрическую оболочку радиусом R, толщиной δ и длиной ℓ, нагруженную по торцам равномерными сжимающими усилиями, интенсивность которых обозначим через N (рис.2.3). Будем предполагать торцы оболочки свободно опертыми.

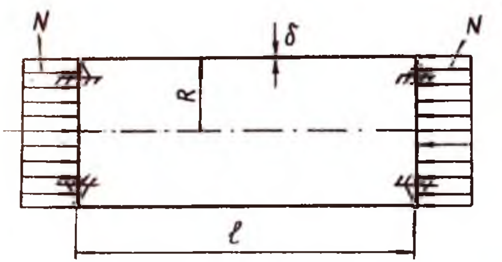

Рис. 2.3. Цилиндрическая оболочка при равномерном осевом сжатии

Начнем с расчета докритического, безмоментного состояния оболочки. В этом случае /5/:

$$N_1^0 = -N \qquad N_2^0 = N_{12}^0 = 0$$

$$W^0 = \frac{\mu R N}{E h}$$

Подставим найденные выражения в уравнение устойчивости цилиндрической оболочки (2.6). В итоге получим:

$$\begin{gathered} D\nabla^2\nabla^2 W + N\frac{\partial^2 W}{\partial x^2} + \frac{1}{R}\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} = 0 \\ \frac{1}{E\delta}\nabla^2\nabla^2\varphi - \frac{1}{R}\frac{\partial^2 W}{\partial x^2} = 0 \end{gathered} \tag{2.7}$$

Нашей задачей является исследование устойчивости оболочки. В связи с этим нам необходимо ответить на следующий вопрос. Существует ли нетривиальное решение системы дифференциальных уравнений (2.7)? Если оно существует, то нагрузка N, соответствующая этому решению, и будет являться критической нагрузкой $N_{кр}$.

Будем предполагать, что искомое решение системы уравнений (2.7) имеет вид:

$$W = A \sin\frac{\pi m}{\ell}x \sin\frac{n}{R}y$$

$$\varphi = B \sin\frac{\pi m}{\ell}x \sin\frac{n}{R}y, \qquad (2.8)$$

где m и n – целые числа.

При этом решение (2.8) удовлетворяет условию периодичности в окружном направлении и граничным условиям свободного опирания на торцах оболочки:

при $x=0$, $x=\ell$, $W=0$, $M_1=0$

Подставим решение (2.8) в дифференциальные уравнения (2.7), введя обозначения: $\alpha = \frac{\pi m}{\ell}$, $\beta = \frac{n}{R}$. В результате будем иметь

$$\left\{A\left[D(\alpha^4+2\alpha^2\beta^2+\beta^4)-N\alpha^2\right]-\frac{B}{R}\alpha^2\right\}\sin\alpha x \sin\beta y = 0$$

$$\left\{\frac{A}{R}\alpha^2+\frac{B}{E\delta}(\alpha^4+2\alpha^2\beta^2+\beta^4)\right\}\sin\alpha x \sin\beta y = 0$$

Эти уравнения будут удовлетворяться, если выражения. стоящие в фигурных скобках, будут равны нулю:

$$A\left[D(\alpha^2+\beta^2)-N\alpha^2\right]-B\frac{\alpha^2}{R}=0$$

$$A\frac{\alpha^2}{R}-B\frac{(\alpha^2+\beta^2)^2}{E\delta}=0$$

Нетривиальное решение возможно, если эти два линейных алгебраических уравнения являются линейно зависимыми, т.е. определитель, составленный из коэффициентов при неизвестных, равен нулю.

Приравнивая определитель нулю, получим

$$\left[D(\alpha^2+\beta^2)-N\alpha^2\right]\frac{(\alpha^2+\beta^2)^2}{E\delta}+\frac{\alpha^4}{R^2}=0$$

Отсюда найдем критическую нагрузку $N_{кр}$:

$$N_{кр} = D\lambda + \frac{E\delta}{R^2}\frac{1}{\lambda} \qquad (2.9)$$

Здесь через λ обозначена величина, зависящая от m и n :

$$\lambda = \frac{(\alpha^2+\beta^2)^2}{\alpha^2}$$

Для определения минимальной критической нагрузки необходимо потребовать, чтобы $\frac{\partial N_{кр}}{\partial \lambda} = 0$. При этом

$$\lambda = \frac{1}{R}\sqrt{\frac{E\delta}{D}} \qquad (2.10)$$

Подставляя (2.10) в (2.9), получим выражение для минимальной критической нагрузки в виде

$$N_{кр} = \frac{2}{R}\sqrt{E\delta D} \qquad (2.11)$$

Переходя от усилий к напряжениям и подставляя в (2.11) выражение для изгибной жесткости оболочки D , получим

$$\sigma_{кр} = \frac{N_{кр}}{\delta} = K\frac{E\delta}{R}, \qquad (2.12)$$

где

$$K = \frac{1}{\sqrt{3(1-\mu^2)}}$$

При $\mu = 0{,}3$, $K = 0{,}605$.

Как показывают многочисленные эксперименты, проведенные рядом исследователей /2,3,7/, значения коэффициента устойчивости K , полученные опытным путем, значительно ниже 0,605. Даже для оболочек, изготовленных с большой тщательностью точением на токарном станке, значения критических напряжений оказывается в 2÷3 раза меньше по сравнению с данными теории.

Коэффициент устойчивости K для качественно изготовленных оболочек рекомендуется определять по эмпирической зависимости, хорошо согласующейся с результатами многочисленных экспериментов /7/, при значении отношения R/δ от 100 до 1500:

$$K = \frac{1}{\pi}\sqrt[8]{\left(\frac{100\delta}{R}\right)^3} \qquad (2.13)$$

Если оболочка изготовлена недостаточно качественно и начальные несовершенства соизмеримы с толщиной стенки, расчетные значения K снижают примерно вдвое. Несовершенства, заметно превышающие толщину стенки оболочки, вообще недопустимы, так как при этом значительно снижается жесткость конструкции. Некоторые авторы /1,9/ предлагают использовать для нахождения коэффициента K следующую зависимость:

$$K = 0{,}605 - 0{,}545\left(1 - e^{-0{,}0625\sqrt{R/\delta}}\right) \qquad (2.14)$$

Сопоставление этих формул и результатов многочисленных экспериментальных исследований приведено на рис. 2.4.

В качестве примера рассмотрим цилиндрическую оболочку со следующими значениями ее параметров: R = 100 см, δ = 0,2 см, $E = 6{,}8 \cdot 10^4$ МПа, μ = 0,3. По формуле (2.12) будем иметь

$$\sigma_{кр} = K \frac{6{,}8 \cdot 10^4 \cdot 2}{100} = K \cdot 136 \text{ МПа}$$

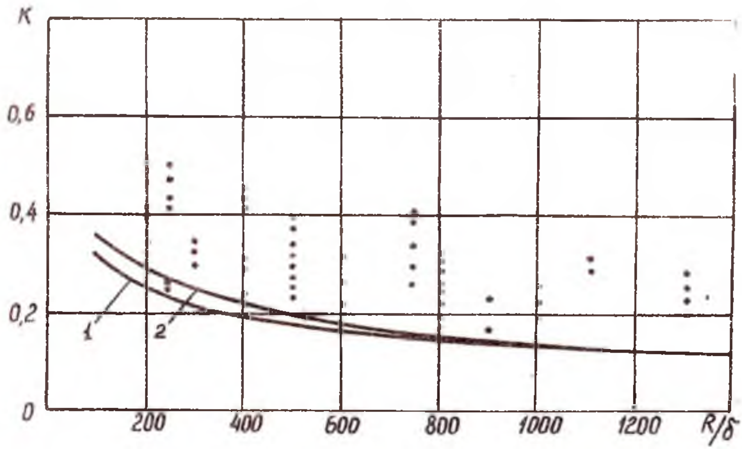

Рис. 2.4. Коэффициент устойчивости для цилиндрической оболочки при осевом сжатии

1 – по формуле (2.13); 2 – по формуле (2.14);

• – экспериментальные значения

Как уже отмечалось ранее, теория дает K =0,605, т.е. $\sigma_{кр}$= 89,3 МПа, а по эмпирической формуле (2.14) K =0,1741, и тогда $\sigma_{кр}$ = 23,7 МПа.

2.3. Устойчивость цилиндрического бака при действии меридиональных сжимающих напряжений

Рассмотрим несущий цилиндрический топливный бак с радиусом R и толщиной стенки δ . Бак нагружен осевой силой $N^э$, изгибающим моментом $M^э$ и внутренним давлением $p^э$, складывающимся из давления наддува $p_0^э$ и гидростатического давления жидкости $p_p^э$. Предположим, что от действия внешних нагрузок в некоторой части бака появляются сжимающие меридиональные напряжения $\sigma_1^p < 0$.

Критические напряжения, соответствующие потере устойчивости бака, находятся по формуле /I,9/:

$$\sigma_{кр} = K\frac{E\delta}{R}, \qquad (2.15)$$

где коэффициенты устойчивости K можно представить в форме

$$K = K_0 \cdot K_p \cdot K_м \cdot K_i \qquad (2.16)$$

Каждый из коэффициентов в этой формуле отражает влияние определенного фактора.

K_0 – коэффициент устойчивости цилиндрической оболочки при равномерных сжимающих силах, учитывающий влияние начальных несовершенств оболочки. Его можно представить как функцию от параметра тонкостенности оболочки $K_0 = K_0(R/\delta)$. В соответствии с вышеизложенным его можно вычислять по формуле:

$$K_0 = \frac{1}{\pi}\sqrt[8]{\left(\frac{100\delta}{R}\right)^3} \qquad (2.17)$$

K_p – коэффициент, учитывающий влияние внутреннего давления в баке. Зависимость коэффициента K_p от внутреннего давления может быть отражена соотношением

$$K_p = \frac{1+0{,}21\alpha\left(\frac{R}{\delta}\right)^{0{,}6}}{1+3\alpha} \qquad (2.18)$$

где $\alpha = \frac{p^э R^2}{E\delta}$ – безразмерный параметр. На рис. 2.5 приведены кривые $K_p(\alpha)$ для ряда отношений R/δ. Из рис. 2.5 видно, что увеличение внутреннего давления приводит к существенному росту коэффициента K_p, особенно для очень тонких оболочек.

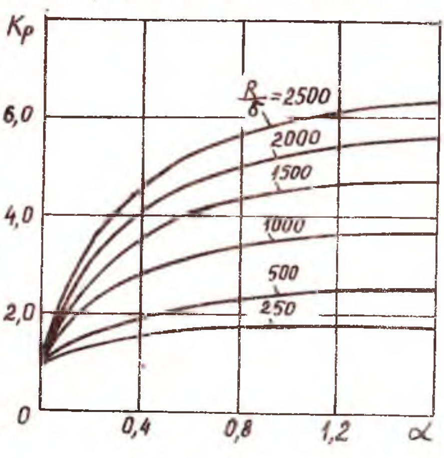

Рис. 2.5. Зависимость коэффициента K_p от параметра α

$K_м$ – коэффициент, учитывающий неравномерность распределения сжимающих напряжений по сечению бака, обусловленную действием изгибающего момента.

При этом

$$K_м = \frac{1-1{,}25\frac{2|M^э|}{N^э R}}{1-\frac{2|M^э|}{N^э R}} \qquad (2.19)$$

K_i – коэффициент, учитывающий влияние пластических деформаций материала бака. От действия внутреннего давления в баке возникают большие окружные напряжения, в результате чего появляются пластические деформации. Следствием этого является резкое падение жесткости конструкции.

Стенки бака находятся в условиях плоского напряженного состояния с напряжениями σ_x , σ_y и τ . Это требует введения так называемой интенсивности напряжений σ_i , которая может быть вычислена по формуле:

$$\sigma_i = \sqrt{\sigma_x^2 - \sigma_x \sigma_y + \sigma_y^2 + 3\tau^2} \qquad (2.20)$$

Наибольшие сжимающие напряжения будут возникать в сечении бака либо при $\vartheta = 0$, либо при $\vartheta = \pi$ (рис. I.20). В этих точках касательные напряжения будут обращаться в ноль. В соответствии с этим подставим $\sigma_x = -\sigma_{кр}$, $\sigma_y = \sigma_2^э$, $\tau = 0$ в (2.20). Будем иметь

$$\sigma_i = \sigma_2^э \sqrt{1 + \gamma + \gamma^2} \qquad (2.21)$$

где $\gamma = \sigma_{кр} / \sigma_2^э$.

Если σ_i не выше предела пропорциональности материала, т.е. $\sigma_i \le \sigma_p$, то K_i = I.

Если же $\sigma_i > \sigma_p$, то коэффициент K_i можно вычислить по формуле

$$K_i = \frac{\sqrt{E_к E_c}}{E}, \qquad (2.22)$$

где $E_к$ и E_c – соответственно касательный и секущий модули диаграммы растяжения материала бака (рис. 2.6). При этом

$$E = tg\,\beta$$

$$E_c = tg\,\beta_1 = \frac{\sigma}{\varepsilon}$$

$$E_к = tg\,\beta_2 = \frac{d\sigma}{d\varepsilon}$$

Таким образом, если в баке возникают пластические деформации, то коэффициент K_i , а следовательно и K , зависит от уровня напряженного состояния, что не позволяет непосредственно вычислить критические напряжения. Чтобы определить $\sigma_{кр}$, соответствующее потере устойчивости бака, можно воспользоваться методом последовательных приближений. В первом приближении можно принять коэффициент $K_i^{(1)}$ = I, т.е. считать, что оболочка работает в упругой области. Затем по зависимостям (2.I5) и (2.I6) можно определить критические напряжения в первом приближении $\sigma_{кр}^{(1)}$. Далее при известном давлении находим $\sigma_2^э = \frac{P^э R}{\delta}$, $\gamma^{(2)} = \sigma_{кр}^{(1)} / \sigma_2^э$ и по соотношениям (2.2I) – интенсивность напряжений второго приближения. По диаграмме деформирования определяются касательные и секущие модули второго приближения $E_к^{(2)}$ и $E_c^{(2)}$, а по (2.22) новый коэффициент $K_i^{(2)}$. Умножив его на величину $K_0 \cdot K_p \cdot K_м$, получают значение коэффициента $K^{(2)}$ второго приближения. Далее находят критическое напряжение второго приближения $\sigma_{кр}^{(2)}$ и т.д.

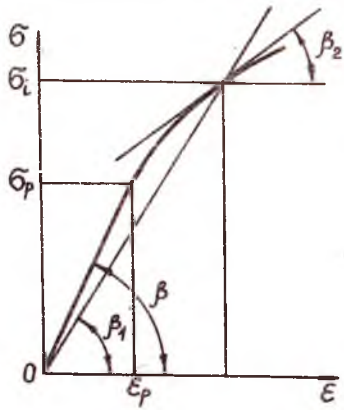

Рис. 2.6. Диаграмма деформирования материала бака

Процесс вычислений продолжается до тех пор, пока в двух соседних приближениях значения $\sigma_{кр}$ не совпадут с требуемой точностью.

Для автоматизации проведения расчетов на ЭВМ возникает необходимость аналитической аппроксимации диаграмм деформирования материала.

Для многих конструкционных материалов диаграмму деформирования можно аппроксимировать следующими аналитическими зависимостями:

$$\sigma = E\varepsilon \qquad при \quad \varepsilon \le \varepsilon_p$$

$$\sigma = \sigma_p \left[a - \frac{b}{\bar{\varepsilon} - g} + \frac{c}{(\bar{\varepsilon} - g)^2} + d \cdot \bar{\varepsilon} \right], \quad при \quad \varepsilon > \varepsilon_p \tag{2.23}$$

где σ_p – предел пропорциональности материала, $\varepsilon_p = \frac{\sigma_p}{E}$ – соответствующая деформация, $\bar{\varepsilon} = \frac{\varepsilon}{\varepsilon_i}$. Коэффициенты b, c и g выражаются через a и d из условия непрерывности кривой при $\sigma = \sigma_p$. Параметры a и d выбираются таким образом, чтобы получались подходящие кривые. Так, для алюминиевого сплава АМГ-6 (σ_p = I20 МПа, E = 6,8$\cdot$I0^4 МПа) можно принять a = I,4, d = 0,032; при этом g = 0,779, b = 0,I46, c = 0,0I08.

При такой аппроксимации при $\bar{\varepsilon} > 1$ будем иметь:

$$E_c = \frac{E}{\bar{\varepsilon}} \left[a - \frac{b}{\bar{\varepsilon} - g} + \frac{c}{(\bar{\varepsilon} - g)^2} + d \cdot \bar{\varepsilon} \right]$$

$$E_к = E\left[\frac{b}{(\bar{\varepsilon}-g)^2} - \frac{2\cdot c}{(\bar{\varepsilon}-g)^3} + d\right] \tag{2.24}$$

В приложении I приведен текст программы на алгоритмическом языке ФОРТРАН, реализующей вычисление критических напряжений в баке методом последовательных приближений применительно к материалу АМГ-6, с аппроксимацией диаграммы деформирования в виде (2.23).

Рассмотрим теперь влияние внутреннего давления на значение критических напряжений. С ростом внутреннего давления (давление наддува) увеличиваются растягивающие напряжения, т.е. при определенном значении давления сжатие может полностью исчезнуть.

Если же сжатие все-таки имеет место, то, как правило, повышение внутреннего давления ухудшает работу бака на устойчивость. С ростом давления увеличивается коэффициент K_p (рис. 2.5), следовательно, возрастает $\sigma_{кр}$, но это происходит до тех пор, пока интенсивность напряжений σ_i не достигнет предела пропорциональности в момент потери устойчивости. С этого момента начинает падать коэффициент K_i, вследствие чего по мере роста давления p критические напряжения бака $\sigma_{кр}$ будут резко уменьшаться.

П р и м е р. Вычислим критические меридиональные напряжения в сечении цилиндрического бака, для которого $N^э$ = I90 кН, $M^э$ = 560 кН.м, $p^э$ = 0,26 МПа, коэффициент безопасности f = I,5. Геометрические размеры бака: R = I50 см, δ = 0,25 см, материал бака – алюминиевый сплав АМГ-6 (σ_p = I20 МПа, $E = 6{,}8\cdot 10^4$ МПа). Имеем:

$$\sigma_{кр} = K\frac{E\delta}{R} = K\frac{6{,}8\cdot 10^4\cdot 2{,}5}{1500} = 113\cdot K \text{ МПа}$$

$$K = K_0\cdot K_p\cdot K_м\cdot K_i$$

Здесь: $K_0 = \frac{1}{\pi}\sqrt[8]{\left(\frac{100\cdot\delta}{R}\right)^3} = \frac{1}{\pi}\sqrt[8]{\left(\frac{100\cdot 2{,}5}{1500}\right)^3} = 0{,}163$

$$K_p = \frac{1+0{,}21\alpha\left(\frac{R}{\delta}\right)^{0,6}}{1+3\alpha}, \quad где \quad \alpha = \frac{p^э R^2}{E\delta^2} = \frac{0{,}26\cdot 1500^2}{6{,}8\cdot 10^4\cdot 2{,}5^2} = 1{,}38$$

$$K_p = \frac{1+0{,}21\cdot 1{,}38\left(\frac{1500}{2{,}5}\right)^{0,6}}{1+3\cdot 1{,}38} = 2{,}81$$

$$K_м = \frac{1-1{,}25\,\frac{2|M^э|}{N^э R}}{1-\frac{2|M^э|}{N^э R}} = \frac{1-1{,}25\,\frac{2\cdot 560}{190\cdot 1{,}5}}{1-\frac{2\cdot 560}{190\cdot 1{,}5}} = 1{,}33$$

Полагаем $K_i^{(1)}$ = I и вычисляем:

$$K^{(1)} = 0{,}163\cdot 2{,}81\cdot 1{,}33\cdot 1 = 0{,}609$$

$$\sigma_{кр}^{(1)} = 0{,}609 \cdot 113 = 68{,}8 \text{ МПа}$$

$\gamma^{(1)} = \dfrac{\sigma_{кр}^{(1)}}{\sigma_2^э}$ где $\sigma_2^э = \dfrac{p^э R}{\delta} = \dfrac{0{,}26 \cdot 1500}{2{,}5} = 156$ МПа тогда $\gamma^{(1)} = \dfrac{68{,}8}{156} = 0{,}44$

Вычислим интенсивность напряжений в первом приближении:

$$\sigma_i^{(1)} = \sigma_2^э \sqrt{1 + \gamma^{(1)} + \gamma^{(1)2}} = 156 \sqrt{1 + 0{,}44 + 0{,}44^2} = 199{,}4 \text{ МПа}$$

Так как $\sigma_i^{(1)} > \sigma_p$, то $K_i^{(2)} = \dfrac{\sqrt{E_к^{(2)} \cdot E_c^{(2)}}}{E}$

При этом: $\bar{\varepsilon}^{(1)} = \dfrac{\varepsilon^{(1)}}{\varepsilon_p} = \dfrac{\sigma_i^{(1)}}{E \varepsilon_p} = \dfrac{\sigma_i^{(1)}}{\sigma_p} = \dfrac{199{,}4}{120} = 1{,}66$

$$\bar{\varepsilon}^{(1)} - g = 1{,}66 - 0{,}779 = 0{,}881, \quad (\bar{\varepsilon}^{(1)} - g)^2 = 0{,}776, \quad (\bar{\varepsilon}^{(1)} - g)^3 = 0{,}687$$

В соответствии с (2.24) будем иметь

$$E_c^{(2)} = \frac{E}{\bar{\varepsilon}^{(1)}}\left[a - \frac{b}{\bar{\varepsilon}^{(1)} - g} + \frac{c}{(\bar{\varepsilon}^{(1)} - g)^2} + \bar{\varepsilon}^{(1)} \cdot d\right] =$$

$$= \frac{6{,}8 \cdot 10^4}{1{,}66}\left[1{,}4 - \frac{0{,}146}{0{,}881} + \frac{0{,}0108}{0{,}776} + 1{,}66 \cdot 0{,}032\right] = 5{,}33 \cdot 10^4 \text{ МПа}$$

$$E_к^{(2)} = E\left[\frac{b}{(\bar{\varepsilon}^{(1)} - g)^2} - \frac{2 \cdot c}{(\bar{\varepsilon}^{(1)} - g)^3} + d\right] = 6{,}8 \cdot 10^4\left[\frac{0{,}146}{0{,}776} - \frac{2 \cdot 0{,}0108}{0{,}684} + 0{,}032\right] = 1{,}28 \cdot 10^4 \text{ МПа}$$

$$K_i^{(2)} = \frac{\sqrt{1{,}28 \cdot 10^4 \cdot 5{,}33 \cdot 10^4}}{6{,}8 \cdot 10^4} = 0{,}384$$

Тогда: $\sigma_{кр}^{(2)} = K_i^{(2)} \sigma_{кр}^{(1)} = 0{,}384 \cdot 68{,}8 = 26{,}4$ МПа

Отличие $\sigma_{кр}^{(2)}$ от $\sigma_{кр}^{(1)}$ составляет 160%. Продолжаем вычисления

$$\gamma^{(2)} = \frac{\sigma_{кр}^{(2)}}{\sigma_2^э} = \frac{26{,}4}{156} = 0{,}169, \text{ тогда:}$$

$$\sigma_i^{(2)} = 156 \sqrt{1 + 0{,}169 + 0{,}169^2} = 170{,}7 \text{ МПа}$$

Так как $\sigma_i^{(2)} > \sigma_p$, то

$$\bar{\varepsilon}^{(2)} = \frac{\sigma_i^{(2)} \cdot E}{E_c^{(2)} \cdot \sigma_p} = \frac{170{,}7 \cdot 6{,}8 \cdot 10^4}{5{,}33 \cdot 10^4 \cdot 120} = 1{,}81$$

$$\bar{\varepsilon}^{(2)} - g = 1{,}81 - 0{,}779 = 1{,}031 \quad (\bar{\varepsilon}^{(2)} - g)^2 = 1{,}063 \quad (\bar{\varepsilon}^{(2)} - g)^3 = 1{,}096$$

Для секущего и касательного модуля имеем:

$$E_c^{(3)} = \frac{6{,}8 \cdot 10^4}{1{,}81}\left[1{,}4 - \frac{0{,}146}{1{,}031} + \frac{0{,}0108}{1{,}063} + 1{,}81 \cdot 0{,}032\right] = 4{,}98 \cdot 10^4 \text{ МПа}$$

$$E_к^{(3)} = 6{,}8\cdot 10^4\left[\frac{0{,}146}{1{,}063} - \frac{2\cdot 0{,}0108}{1{,}096} + 0{,}032\right] = 1{,}02\cdot 10^4 \text{ МПа}$$

$$K_i^{(3)} = \frac{\sqrt{1{,}02\cdot 10^4\cdot 4{,}98\cdot 10^4}}{6{,}8\cdot 10^4} = 0{,}33$$

В результате

$$\sigma_{кр}^{(3)} = K_i^{(3)}\cdot \sigma_{кр}^{(1)} = 0{,}33\cdot 68{,}8 = 22{,}8 \text{ МПа}$$

Отличие $\sigma_{кр}^{(3)}$ от $\sigma_{кр}^{(2)}$ составляет I6%. Продолжаем вычисления дальше. Результаты расчетов удобно представить в виде таблицы 2.I.

Таблица 2.I

Вычисление критических меридиональных напряжений в цилиндрическом баке

K_i	$\sigma_{кр}$, МПа	γ	σ_i, МПа	ε	E_c, МПа	$E_к$, МПа
I	68,8	0,44	I99,4	I,66	$5{,}33\cdot 10^4$	$1{,}28\cdot 10^4$
0,384	26,4	0,I69	I70,7	I,8I	$4{,}98\cdot 10^4$	$1{,}02\cdot 10^4$
0,33	22,8	0,I46	I68,5	I,92	$4{,}75\cdot 10^4$	$0{,}88\cdot 10^4$
0,30	20,68	0,I33	I67,3	I,996	$4{,}6\cdot 10^4$	$0{,}806\cdot 10^4$
0,283	I9,47	0,I25	I66,6	2,052	$4{,}5\cdot 10^4$	$0{,}759\cdot 10^4$
0,272	I8,7	0,I2	I66,I	2,09	$4{,}43\cdot 10^4$	$0{,}73\cdot 10^4$
0,264	I8,I9	0,II7	I65,9	2,I2	$4{,}38\cdot 10^4$	$0{,}708\cdot 10^4$
0,259	I7,82	0,II4	I65,6	2,I4	$4{,}34\cdot 10^4$	$0{,}694\cdot 10^4$
0,255	I7,54					

Вычисления продолжаем до тех пор, пока $\sigma_{кр}$ в двух соседних приближениях не будут отличаться менее чем на два процента.

Окончательно получаем: $\sigma_{кр}$ = I7,54 МПа

2.4. Устойчивость цилиндрической оболочки при действии внешнего избыточного давления

Рассмотрим круговую цилиндрическую оболочку радиуса R , с толщиной стенки δ и длиной ℓ , нагруженную внешним избыточным давлением p . Торцы оболочки будем рассматривать свободно опертыми (рис. 2.7). Докритическое состояние оболочки будем предполагать безмоментным. В этом случае

$$N_1^0=0, \quad N_2^0=pR$$

$$N_{12}^0=0, \quad W^0=-\frac{pR^2}{E\delta} \qquad (2.25)$$

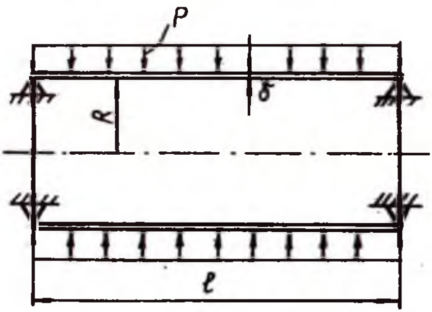

Рис. 2.7. Цилиндрическая оболочка под действием внешнего избыточного давления

Подставим найденные компоненты докритического напряженного состояния в уравнения устойчивости цилиндрической оболочки (2.6).

В результате будем иметь

$$D\nabla^2\nabla^2 W+pR\frac{\partial^2 W}{\partial y^2}+\frac{1}{R}\frac{\partial^2\varphi}{\partial x^2}=0$$

$$\frac{1}{E\delta}\nabla^2\nabla^2\varphi-\frac{1}{R}\frac{\partial^2 W}{\partial x^2}=0 \qquad (2.26)$$

Решение системы дифференциальных уравнений (2.26), соответствующее появлению новой равновесной формы при потере устойчивости оболочки и удовлетворяющее граничным условиям свободного опирания на торцах, будем искать в виде

$$W=A\sin\alpha x\,\sin\beta y$$

$$\varphi=B\sin\alpha x\,\sin\beta y \qquad (2.27)$$

где $\alpha=\frac{\pi m}{\ell}$, $\beta=\frac{n}{R}$

Здесь m и n – число полуволн в продольном и окружном направлениях оболочки соответственно.

Подставляя (2.27) в (2.26), получим:

$$\left\{A\left[D(\alpha^2+\beta^2)^2-pR\beta^2\right]-B\frac{\alpha^2}{R}\right\}\sin\alpha x\,\sin\beta y=0$$

$$\left\{\frac{B}{E\delta}(\alpha^2+\beta^2)^2+\frac{A}{R}\alpha^2\right\}\sin\alpha x\,\sin\beta y=0$$

Для выполнения этих соотношений при любых значениях x и y необходимо приравнять нулю выражения, стоящие в фигурных скобках:

$$A\left[D(\alpha^2+\beta^2)^2-pR\beta^2\right]-B\frac{\alpha^2}{R}=0$$

$$A\frac{\alpha^2}{R}+B\frac{(\alpha^2+\beta^2)^2}{E\delta}=0$$

В результате имеем однородную систему двух линейных алгебраических уравнений относительно неизвестных А и В. Нетривиальное решение такой системы будет существовать лишь в том случае, когда определитель, составленный из коэффициентов при неизвестных, будет равняться нулю. В результате будем иметь соотношение

$$[D(\alpha^2+\beta^2)^2 - pR\beta^2]\,\frac{(\alpha^2+\beta^2)}{E\delta} + \frac{\alpha^4}{R^2} = 0$$

Из этого условия найдем критическое значение внешнего давления $p_{кр}$, соответствующее появлению новой равновесной формы оболочки, описываемой выражениями (2.27):

$$p_{кр} = \frac{E\delta}{R^3}\,\frac{\alpha^4}{\beta^2(\alpha^2+\beta^2)} + \frac{D}{R}\,\frac{(\alpha^2+\beta^2)^2}{\beta^2} \qquad (2.28)$$

Нас, естественно, интересует минимально возможное значение критического давления. Анализируя соотношение (2.28), можно отметить, что минимальному значению $p_{кр}$ будет соответствовать $\alpha = \alpha_{min} = \frac{\pi}{\ell}$ (m = I). Тогда

$$p_{кр\,min} = \frac{E\delta}{R^3}\,\frac{\alpha_{min}^4}{\beta^2(\alpha_{min}^2+\beta^2)^2} + \frac{D}{R}\,\frac{(\alpha_{min}^2+\beta^2)^2}{\beta^2}$$

Предположим далее, что $\beta \gg \alpha_{min}$. Это будет справедливо, если в окружном направлении образуется достаточно большое число вмятин, т.е. для не слишком длинных оболочек. В этом случае можно получить более простое выражение для $p_{кр} = p_{кр}(\beta)$:

$$p_{кр} = \frac{E\delta}{R^3}\,\frac{\alpha_{min}^4}{\beta^6} + \frac{D}{R}\beta^2$$

Минимизируя это выражение по β $\left(\frac{\partial p_{кр}}{\partial \beta} = 0\right)$, получим

$$\beta^2 = \alpha_{min}\sqrt[4]{\frac{3E\delta}{R^2 D}}$$

Подставляя результат в формулу для $p_{кр}$, будем иметь

$$p_{кр} = \frac{\pi\sqrt[4]{36(1-\mu^2)}}{9(1-\mu^2)}\,E\,\frac{\delta}{R}\,\frac{\delta}{\ell}\sqrt{\frac{\delta}{R}}$$

Принимая μ = 0,3, получим известную формулу Папковича для критического внешнего избыточного давления:

$$p_{кр} = 0{,}92\,E\,\frac{\delta}{R}\,\frac{\delta}{\ell}\sqrt{\frac{\delta}{R}} \qquad (2.29)$$

Отсюда можно вычислить критическое значение окружных напряжений в цилиндрической оболочке:

$$\sigma_{2кр} = \frac{p_{кр}R}{\delta} = 0{,}92\,E\,\frac{\delta}{\ell}\sqrt{\frac{\delta}{R}} \qquad (2.30)$$

Формула Папковича хорошо согласуется с результатами многочисленных экспериментальных исследований. В связи с этим возникает вопрос о пределах ее применимости.

Рассмотрим бесконечно длинную цилиндрическую оболочку. Очевидно, что применение к ней формулы Папковича (2.29) дает абсурдный результат $P_{кр} = 0$ вследствие принятого при выводе этой формулы допущения, что $\beta \gg \alpha_{min}$.

Найдем критическое значение внешнего избыточного давления для бесконечно длинной цилиндрической оболочки иначе. При потере устойчивости такой оболочки все ее сечения будут деформироваться одинаково. В связи с этим нам достаточно рассмотреть кольцо единичной ширины, вырезанное из оболочки (рис. 2.8).

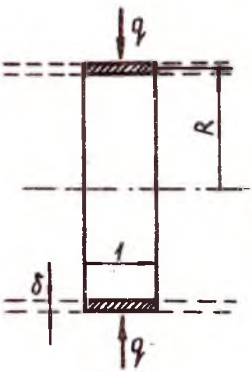

Рис. 2.8. Кольцо, выделенное из бесконечной цилиндрической оболочки

Для кругового кольца, нагруженного равномерной радиальной сжимающей нагрузкой, критическое значение этой нагрузки $q_{кр}$ может быть вычислено по формуле /I,9/:

$$q_{кр} = \frac{3EJ}{R^3} \qquad (2.31)$$

где EJ – жесткость кольца на изгиб в своей плоскости. Имея в виду, что рассматриваемое нами кольцо работает не изолированно, в (2.31) необходимо жесткость кольца на изгиб заменить на цилиндрическую жесткость

$$D = \frac{E\delta^3}{12(1-\mu^2)}$$

С учетом того, что $q = 1 \cdot p$, из (2.31) получим:

$$p_{кр} = \frac{3D}{R^3}$$

или при $\mu = 0.3$

$$p_{кр} = 0{,}275\,\frac{E\delta^3}{R^3} \qquad (2.32)$$

Приравнивая (2.29) и (2.32), получим значение длины оболочки ℓ^*, которое определяет верхнюю границу области применения формулы Папковича:

$$0{,}92\,\frac{\delta}{\ell^*}\,\frac{\delta}{R}\sqrt{\frac{\delta}{R}} = 0{,}275\,\frac{E\delta^3}{R^3}$$

Откуда

$$\frac{\ell^*}{R} = 3{,}3\sqrt{\frac{R}{\delta}} \qquad (2.33)$$

Если длина оболочки $\ell > \ell^*$, то следует пользоваться формулой (2.32); если же $\ell < \ell^*$, то формулой Папковича (2.29).

Можно указать и нижнюю границу ℓ^{**} области применимости формулы (2.29). Из (2.30) видно, что по мере уменьшения длины оболочки критические напряжения $\sigma_{2кр}$ растут. Обозначим через ℓ^{**} такую длину оболочки, при которой они будут равны пределу пропорциональности материала – σ_p. Из (2.30) получим:

$$\frac{\ell^{**}}{\delta} = 0{,}92 \frac{E}{\sigma_p} \sqrt{\frac{\delta}{R}} \tag{2.34}$$

Если $\ell < \ell^{**}$, то формулой Папковича (2.29) пользоваться нельзя из-за невыполнения закона Гука.

В этом случае приближенно можно вычислить критическую окружную деформацию оболочки

$$\varepsilon_{кр} = \frac{\sigma_{2кр}}{E} = 0{,}92 \frac{\delta}{\ell} \sqrt{\frac{\delta}{R}},$$

а затем, пользуясь диаграммой растяжения материала, найти значение $\sigma_{2кр}$.

В качестве примера рассмотрим цилиндрическую оболочку с геометрическими параметрами R = 100 см, δ = 0,2 см, ℓ = 500 см и изготовленную из алюминиевого сплава АМГ-6 ($E = 6{,}8 \cdot 10^4$ МПа, σ_p = 120 МПа). Для этой оболочки

$$\ell^* = 3{,}3 R \sqrt{\frac{R}{\delta}} = 3{,}3 \cdot 100 \sqrt{\frac{100}{0{,}2}} = 7379 \text{ см}$$

$$\ell^{**} = 0{,}92 \delta \frac{E}{\sigma_p} \sqrt{\frac{\delta}{R}} = 0{,}92 \cdot 0{,}2 \frac{6{,}8 \cdot 10^4}{120} \sqrt{\frac{0{,}2}{100}} = 4{,}7 \text{ см}$$

Так как $\ell^{**} < \ell < \ell^*$, то

$$p_{кр} = 0{,}92 E \frac{\delta}{R} \frac{\delta}{\ell} \sqrt{\frac{\delta}{R}} = 0{,}92 \cdot 6{,}8 \cdot 10^4 \frac{0{,}2}{100} \frac{0{,}2}{500} \sqrt{\frac{0{,}2}{100}} = 0{,}0022 \text{ МПа}$$

$$\sigma_{2кр} = \frac{p_{кр} \cdot R}{\delta} = \frac{0{,}0022 \cdot 100}{0{,}2} = 1{,}12 \text{ МПа}$$

Сопоставляя окружные критические напряжения $\sigma_{2кр}$ с меридиональными критическими напряжениями при осевом сжатии (раздел 2.2), видим, что они составляют $\approx$ 4,7% от меридиональных.

С учетом этого факта попытаемся объяснить большое отличие экспериментальных значений коэффициента устойчивости от теоретического значения K = 0,605 при осевом сжатии цилиндрической оболочки.

Предположим, что в сжимаемой цилиндрической оболочке имеется вмятина. Через R_o обозначим радиус кривизны меридиана оболочки (рис. 2.9), появляющийся за счет вмятины.

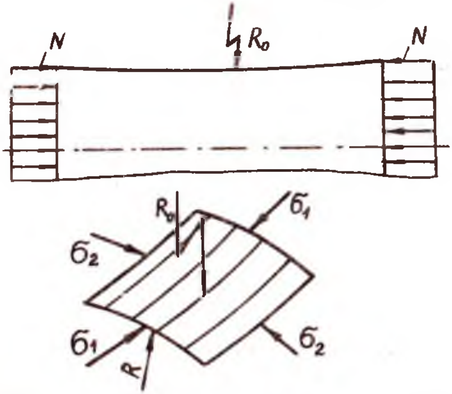

Рис. 2.9. Сжимаемая цилиндрическая оболочка с начальными несовершенствами

Рассматривая равновесие элемента оболочки, можно заметить, что вследствие искривления меридиана в оболочке появятся опасные окружные сжимающие усилия (рис. 2.9), которые инициируют потерю устойчивости и тем самым существенно снижают меридиональные критические напряжения.

2.5. Устойчивость цилиндрического бака при действии касательных напряжений

Рассмотрим цилиндрическую оболочку с радиусом срединной поверхности R и длиной ℓ, нагруженную по торцам через шпангоуты скручивающим моментом $M_{кр}$ (рис. 2.10). При этом в оболочке будут возникать касательные напряжения, которые можно подсчитать по формуле

$$\tau = \frac{M_{кр}}{2\pi R^2 \delta} \qquad (2.35)$$

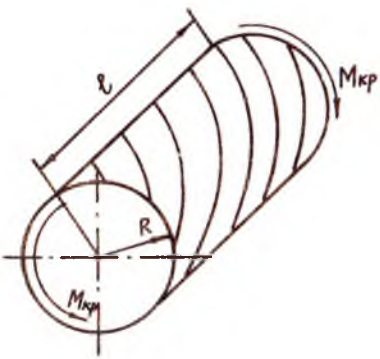

Рис. 2.10. Цилиндрическая оболочка под действием крутящего момента

Под действием этих напряжений оболочка может потерять устойчивость. Потеря устойчивости сопровождается хлопком с образованием равномерно расположенных в окружном направлении вмятин, идущих от одного торца к другому по винтовым линиям /2,7/. Соответствующие критические касательные напряжения при этом будут равны /2/:

$$\tau_{кр} = 0{,}78\, E\, \frac{\delta}{R} \sqrt[4]{\frac{\delta R}{\ell^2}} \qquad (2.36)$$

При действии на оболочку перерезывающей силы Q будем считать, что потеря устойчивости происходит тогда, когда максимальные касательные напряжения τ_{max} (I.46) достигнут $\tau_{кр}$, определяемых по формуле (2.36). Тогда

$$Q_{кр} = 2,45 E \delta^2 \sqrt[4]{\frac{\delta R}{\ell^2}} \tag{2.37}$$

В случае цилиндрического бака, нагруженного помимо перерезывающей силы еще и внутренним давлением $p^э$, критические касательные напряжения можно представить в виде произведения

$$\tau_{кр} = K_p \cdot K_i \cdot \tau^0_{кр}, \tag{2.38}$$

где

$$\tau^0_{кр} = 0,78 E \frac{\delta}{R} \sqrt[4]{\frac{\delta R}{\ell^2}}$$

$$K_p = \sqrt{1 + \frac{p^э}{p_{кр}}} \qquad K_i = \frac{\sqrt{E_к E_c}}{E}$$

Здесь $p_{кр}$ – критическое значение внешнего давления, определяемое либо формулой Папковича (2.29), либо формулой для бесконечно длинной оболочки (2.32), в зависимости от значения относительной длины ℓ/R. Внутреннее давление в баке, таким образом, существенно повышает критические касательные напряжения через коэффициент K_p. При появлении в баке пластических деформаций для вычисления $\tau_{кр}$ необходимо воспользоваться методом последовательных приближений, как это было описано в § 2.3. В приложении 2 приведен текст подпрограммы на алгоритмическом языке ФОРТРАН, реализующей метод последовательных приближений применительно к баку, изготовленному из алюминиевого сплава АМГ-6.

П р и м е р. Вычислим критические касательные напряжения в цилиндрическом баке, для которого $N^э$ = I90 кН, $p^э$ = 0,26 МПа, коэффициент безопасности f = I,5. Радиус бака R = I50 см, толщина стенки бака δ = 0,25 см, расстояние между шпангоутами ℓ = 50 см, материал бака – алюминиевый сплав АМГ-6 (E =6,8·I0^{4}МПа σ_p = I20 МПа). Имеем

$$\tau_{кр} = K_p \cdot K_i \cdot \tau^0_{кр}$$

$$\tau^0_{кр} = 0,78 E \frac{\delta}{R} \sqrt[4]{\frac{\delta R}{\ell^2}} = 0,78 \cdot 6,8 \cdot 10^4 \frac{2,5}{1500} \sqrt[4]{\frac{2,5 \cdot 1500}{500^2}} = 30,94 \text{ МПа}$$

Коэффициент K_p :

$$K_p = \sqrt{1 + \frac{p^э}{p_{кр}}}$$

Так как $\frac{\ell}{R} < 3,5\sqrt{\frac{R}{\delta}}$, то

$$P_{кр} = 0,92\,E\frac{\delta}{\ell}\frac{\delta}{R}\sqrt{\frac{\delta}{R}} = 0,92\cdot 6,8\cdot 10^4\frac{2,5}{500}\sqrt{\frac{2,5}{1500}} = 0,02128\ МПа$$

$$K_P = \sqrt{1+\frac{0,26}{0,02128}} = 3,6357$$

Полагаем $K_i^{(1)} = 1$ и вычисляем:

$$\tau_{кр}^{(1)} = 3,6357\cdot 30,94\cdot 1 = 112,5\ МПа$$

$$\sigma_1^э = \frac{N^э}{2\pi R\delta} = \frac{190\cdot 10^3}{2\cdot\pi\cdot 1500\cdot 2,5} = 8,06\ МПа$$

$$\sigma_2^э = \frac{P^э R}{\delta} = \frac{0,26\cdot 1500}{2,5} = 156\ МПа$$

Вычислим интенсивность напряжений в первом приближении:

$$\sigma_i^{(1)} = \sqrt{\sigma_1^2+\sigma_2^2-\sigma_1\sigma_2+3\tau_{кр}^{(1)2}} = \sqrt{8,06^2+156^2-8,06\cdot 156+3\cdot 112,5^2} =$$
$$= \sqrt{23143,6+3\cdot 112,5^2} = 247,2\ МПа$$

Так как $\sigma_i^{(1)} > \sigma_P$, то

$$\bar{\varepsilon}^{(1)} = \frac{\varepsilon^{(1)}}{\varepsilon_P} = \frac{\sigma_i^{(1)}}{\sigma_P} = \frac{247,2}{120} = 2,06$$

$$\bar{\varepsilon}^{(1)} - g = 2,06-0,779 = 1,281 \qquad (\bar{\varepsilon}^{(1)}-g)^2 = 1,64 \qquad (\bar{\varepsilon}^{(1)}-g)^3 = 2,1$$

В соответствии с (2.24) будем иметь:

$$E_c^{(2)} = \frac{E}{\bar{\varepsilon}^{(1)}}\left[a-\frac{b}{\bar{\varepsilon}^{(1)}-g}+\frac{c}{(\bar{\varepsilon}^{(1)}-g)^2}+\bar{\varepsilon}^{(1)}d\right] =$$
$$= \frac{6,8\cdot 10^4}{2,06}\left[1,4-\frac{0,146}{1,281}+\frac{0,0108}{1,64}+2,06\cdot 0,032\right] = 4,485\cdot 10^4\ МПа$$

$$E_K^{(2)} = E\left[\frac{b}{(\bar{\varepsilon}^{(1)}-g)^2}-\frac{2\cdot c}{(\bar{\varepsilon}^{(1)}-g)^3}+d\right] = 6,8\cdot 10^4\left[\frac{0,146}{1,64}-\frac{0,0216}{2,1}+0,032\right] =$$
$$= 0,753\cdot 10^4\ МПа$$

Тогда:

$$K_i^{(2)} = \frac{\sqrt{E_c^{(2)}\cdot E_K^{(2)}}}{E} = \frac{\sqrt{4,485\cdot 10^4\cdot 0,753\cdot 10^4}}{6,8\cdot 10^4} = 0,27$$

$$\tau_{кр}^{(2)} = \tau_{кр}^{(1)}\cdot K_i^{(2)} = 112,5\cdot 0,27 = 30,4\ МПа$$

$\tau_{кр}^{(2)}$ отличается от $\tau_{кр}^{(1)}$ почти в четыре раза. Продолжаем вычисления.

Имеем:

$$\sigma_i^{(2)} = \sqrt{23143,6+3\cdot 30,4^2} = 161\ МПа$$

$$\bar{\varepsilon}^{(2)} = \frac{\sigma_i^{(2)} \cdot E}{E_c^{(2)} \cdot \sigma_p} = \frac{161 \cdot 6{,}8 \cdot 10^4}{4{,}485 \cdot 10^4 \cdot 120} = 2{,}034$$

$$\bar{\varepsilon}^{(2)} - g = 2{,}034 - 0{,}779 = 1{,}255 \quad (\bar{\varepsilon}^{(2)} - g)^2 = 1{,}575 \quad (\bar{\varepsilon}^{(2)} - g)^3 = 1{,}978$$

Тогда

$$E_c^{(3)} = \frac{6{,}8 \cdot 10^4}{2{,}034}\left[1{,}4 - \frac{0{,}146}{1{,}255} + \frac{0{,}0108}{1{,}575} + 2{,}034 \cdot 0{,}032\right] = 4{,}532 \cdot 10^4 \text{ МПа}$$

$$E_\kappa^{(3)} = 6{,}8 \cdot 10^4 \left[\frac{0{,}146}{1{,}575} - \frac{0{,}0216}{1{,}978} + 0{,}032\right] = 0{,}774 \cdot 10^4 \text{ МПа}$$

$$K_i^{(3)} = \frac{\sqrt{4{,}532 \cdot 10^4 \cdot 0{,}774 \cdot 10^4}}{6{,}8 \cdot 10^4} = 0{,}275$$

$$\tau_{\kappa p}^{(3)} = \tau_{\kappa p}^{(1)} \cdot K_i^{(3)} = 112{,}5 \cdot 0{,}275 = 30{,}97 \text{ МПа}$$

Отличие $\tau_{\kappa p}^{(3)}$ от $\tau_{\kappa p}^{(2)}$ составляет I,84%. Продолжим вычисления дальше. Результаты расчетов удобно представить в виде табл.2.2.

Таблица 2.2

Вычисление критических касательных напряжений в цилиндрическом баке

K_i	$\tau_{\kappa p}$, МПа	σ_i, МПа	$\bar{\varepsilon}$	E_c, МПа	E_κ, МПа
I	II2,5	247,2	2,06	$4{,}485 \cdot 10^4$	$0{,}753 \cdot 10^4$
0,27	30,4	I6I	2,034	$4{,}532 \cdot 10^4$	$0{,}774 \cdot 10^4$
0,275	30,97	I6I,3	2,0I7	$4{,}564 \cdot 10^4$	$0{,}788 \cdot 10^4$
0,279	3I,37	I6I,5	2,006	$4{,}585 \cdot 10^4$	$0{,}798 \cdot 10^4$
0,28I	3I,63I				

Вычисления продолжаем до тех пор, пока $\tau_{\kappa p}$ в двух соседних приближениях не будут отличаться менее чем на I%.

Окончательно получаем: $\tau_{\kappa p}$ = 3I,63I МПа

2.6. Особенности расчета подкрепленных и вафельных топливных баков на прочность и устойчивость

Если конструкция работает на сжатие, то наиболее эффективным в весовом отношении является топливный бак с продольно-поперечным силовым набором либо вафельный. В подкрепленном баке роль продольного набора выполняют стрингеры, в поперечном – шпангоуты (рис.2.II). Для вафельного бака будем рассматривать случай, когда ребра жесткости ориентированы вдоль меридиана и в окружном направлении (рис. 2.II,б).

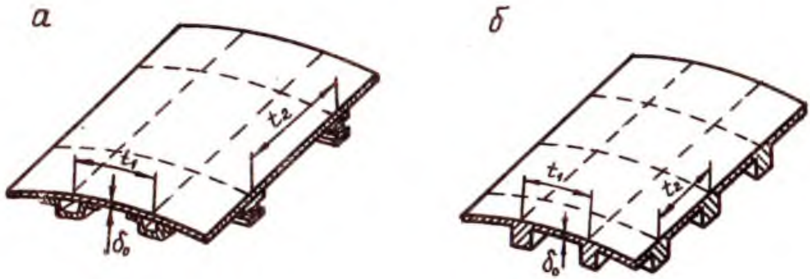

Рис. 2.II. Элементы топливного бака
а – подкрепленный бак; б – вафельный бак

Введем обозначения: δ_0 – толщина обшивки бака; t_1 и t_2 – шаг продольных и окружных ребер соответственно; F_1 и F_2 – площадь поперечного сечения продольного и поперечного подкрепления.

В случае достаточно частого подкрепления ($t_{1,2} \leq 5\sqrt{R\delta_0}$) бак можно рассматривать по расчетной схеме конструктивно-ортотропной оболочки, т.е. оболочки, которая имеет различные жесткостные характеристики в меридиональном и окружном направлениях.

Введем понятие о приведенных толщинах оболочки δ_1 и δ_2 при работе ее на растяжение-сжатие вдоль оси оболочки и в окружном направлении соответственно следующим образом:

$$\delta_1 = \delta_0 + \frac{F_1}{t_1} \qquad \delta_2 = \delta_0 + \frac{F_2}{t_2} \tag{2.39}$$

Введем также понятие об эквивалентной по массе толщине оболочки δ из условия

$$\delta t_1 t_2 = \delta_0 t_1 t_2 + F_1 t_2 + F_2 t_1,$$

откуда

$$\delta = \delta_1 + \delta_2 - \delta_0 \tag{2.40}$$

В случае работы оболочки на изгиб вводится понятие о приведенных толщинах h_1 и h_2 при изгибе ее в плоскости меридиана и параллели соответственно. Рассмотрим часть сечения оболочки, плоскостью перпендикулярной ее оси, шириной t_1 , (рис. 2.I2). При этом будем пренебрегать кривизной оболочки. На рис. 2.I2 00 – ось, проходящая через центр тяжести совокупного поперечного сечения: a_1 и a_2 – расстояние от оси 00 до срединной поверхности обшивки и до центра тяжести продольного ребра.

Вычислим момент инерции совокупного поперечного сечения относительно оси 00 и приравняем его моменту инерции сечения оболочки толщиной h_1 :

$$J_1 = \frac{t_1}{1-\mu^2}\left(\frac{\delta_0^3}{12}+\delta_0 a_1^2\right)+J_{c_1}+ F_1 a_2^2 = \frac{t_1 h_1^3}{12},$$

где J_{c_1} – собственный момент инерции поперечного сечения продольного ребра.

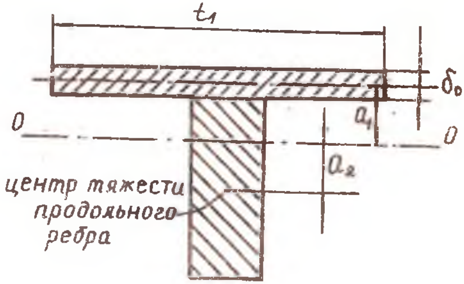

Рис. 2.I2. Поперечное сечение подкрепленной оболочки

В результате получим выражение для приведенной толщины подкрепленной оболочки при изгибе ее в плоскости меридиана:

$$h_1 = \sqrt[3]{\frac{12 J_1}{t_1}} \qquad (2.4I)$$

Аналогично, при изгибе оболочки в плоскости параллели приведенная толщина имеет вид:

$$h_2 = \sqrt[3]{\frac{12 J_2}{t_2}} \qquad (2.42)$$

При расчете на прочность подкрепленного или вафельного цилиндрического бака нормальные и касательные напряжения вычисляются по формулам

$$\sigma_1^P = f\left(\frac{N^э}{F}+\frac{M^э}{J}y\right)$$

$$\sigma_2^P = f\,\frac{P^э R}{\delta_2}$$

$$\tau^P = f\,\frac{Q^э}{\pi R \delta_0}\sin\vartheta, \qquad (2.43)$$

где $F = 2\pi R\delta_1$, $J = \pi R^3 \delta_1$

При действии на подкрепленный или вафельный цилиндрический бак меридиональных сжимающих усилий критические напряжения в нем определяются по формуле /I/:

$$\sigma_{кр} = K\,\frac{E\,\delta_{пр}}{R}, \qquad (2.44)$$

где $K = K_0 \cdot K_M \cdot K_p \cdot K_i$

$$K_0 = \frac{1}{\pi}\sqrt[8]{\left(\frac{100\delta_{np}}{R}\right)^3} \qquad K_M = \frac{1-1{,}25\,\frac{2|M^э|}{N^э R}}{1-\frac{2|M^э|}{N^э R}}$$

$$K_p = \frac{1+0{,}21\alpha\,(R/\delta_{np})^{0,6}}{1+3\alpha}$$

$$\alpha = \frac{p^э R^2}{E h_2 \sqrt{h_2\delta_2}} \qquad K_i = \frac{\sqrt{E_к E_c}}{E}$$

Параметр δ_{np} зависит от того, как происходит волнообразование. При осесимметричной форме потери устойчивости

$$\delta_{np} = \frac{h_1}{\delta_1}\sqrt{h_1\delta_2} \qquad (2.45)$$

Если потеря устойчивости происходит неосесимметрично, т.е. с образованием волн, как вдоль меридиана, так и в окружном направлении, то

$$\delta_{np} = h_2\sqrt{\frac{h_2}{\delta_1}} \qquad (2.46)$$

Наименьшее из двух значений $\sigma_{кр}$, вычисленных с использованием δ_{np} по формулам (2.45) и (2.46), и будет являться критическим напряжением общей потери устойчивости бака при осевом сжатии.

Эффективность вафельных оболочек характеризуется параметром γ, который показывает, насколько критические напряжения вафельной оболочки выше критических напряжений оболочки постоянной толщины, равной δ, т.е. эквивалентной по массе. Этот параметр можно вычислить следующим образом:

$$\gamma = \frac{1}{\delta}\sqrt{\frac{h_1^3\delta_2}{\delta_1^2}} \qquad (2.47)$$

Если подкрепленная цилиндрическая оболочка нагружена внешним избыточным давлением, то его критическое значение можно вычислить по формуле

$$p_{кр} = 0{,}92E\,\frac{h_2}{l}\,\frac{h_2}{R}\sqrt{\frac{\delta_1}{R}\sqrt{\frac{h_2}{\delta_1}}} \qquad (2.48)$$

Критические касательные напряжения в подкрепленной цилиндрической оболочке находятся:

$$\tau_{кр} = 0{,}78\,\frac{E h_2^2}{\delta_0\sqrt{lR}}\sqrt[8]{\frac{\delta_1^3}{R^2 h_2}} \qquad (2.49)$$

Формулы (2.44), (2.48) и (2.49) позволяют оценить общую форму потери устойчивости подкрепленных оболочек. Помимо этого необходима также проверка местной формы потери устойчивости обшивки и подкрепляющих ее элементов.

Этот вопрос рассмотрим на примере осевого сжатия вафельной оболочки. При расчете общей формы потери устойчивости можно воспользоваться выражением (2.44). Если подкрепляющие ребра стоят редко, а обшивка тонкая, то возможна потеря устойчивости обшивки в пределах клетки между ребрами, рис. 2.13. При этом резко падает несущая способность оболочки.

Так как критические напряжения местной потери устойчивости обычно превосходят предел пропорциональности материала, то воспользуемся приближенным подходом и вычислим критическую деформацию местной потери устойчивости по формуле /I/:

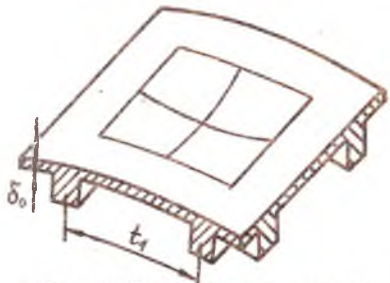

Рис. 2.13. Местная потеря устойчивости обшивки вафельной оболочки

$$\varepsilon^{обшив.}_{кр\,мест.} = K_0 K_p \frac{\delta_0}{R} + 8{,}4\left(\frac{\delta_0}{t_1}\right)^2, \quad (2.50)$$

где

$$K_0 = \frac{1}{\pi}\sqrt[8]{\left(\frac{100\delta_0}{R}\right)^3}$$

$$K_p = \frac{1+0{,}21\alpha\,(R/\delta_0)^{0,6}}{1+3\alpha} \qquad \alpha = \frac{P^э R^2}{E\delta_0^2}$$

Если обшивка толстая, а подкрепляющие ребра высокие, то возможна их местная потеря устойчивости. Рассматривая меридиональное ребро как прямоугольную пластину с тремя опертыми краями и одним свободным, вычислим критическую деформацию местной потери устойчивости ребра /I/:

$$\varepsilon^{реб.}_{кр\,мест.} = 0{,}42\left(\frac{C_p}{в_p}\right)^2 \qquad (2.51)$$

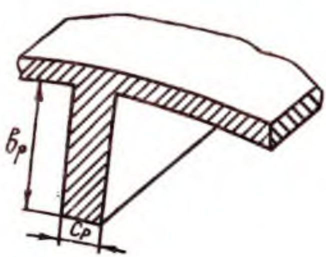

Рис. 2.14. Сечение вафельной оболочки

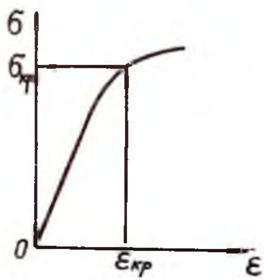

Рис. 2.15. К определению критических напряжений

Здесь c_p и b_p – толщина и ширина меридионального ребра (рис. 2.14). По диаграмме деформирования материала можно перейти от критических деформаций к критическим напряжениям (рис. 2.15) и вычислить $\sigma_{кр\,мест}^{обшив.}$ и $\sigma_{кр\,мест}^{реб.}$. В результате мы будем иметь три величины:

$$\sigma_{кр.общ}, \quad \sigma_{кр\,мест}^{обшив.}, \quad \sigma_{кр\,мест}^{реб.}$$

Наименьшая из этих величин и будет являться критическим напряжением вафельной оболочки:

$$\sigma_{кр} = min\left\{\sigma_{кр.общ},\ \sigma_{кр.мест}^{обшив.},\ \sigma_{кр.мест}^{реб.}\right\}$$

Для рационально спроектированного бака все эти три величины должны быть близки друг к другу.

Более подробно вопросы расчета вафельных и подкрепленных оболочек рассмотрены в работах /7,9/.

П р и м е р. Вычислить критические напряжения при осевом сжатии вафельного цилиндрического бака, радиус которого R =1600мм, а толщина полотна обшивки δ_0 = 2 мм. Шаг ребер в окружном и меридиональном направлениях одинаков $t_1 = t_2$ = 120 мм, высота ребер $b_1 = b_2$ = 12 мм, толщина ребер $c_1 = c_2$ = 6 мм (рис. 2.16).

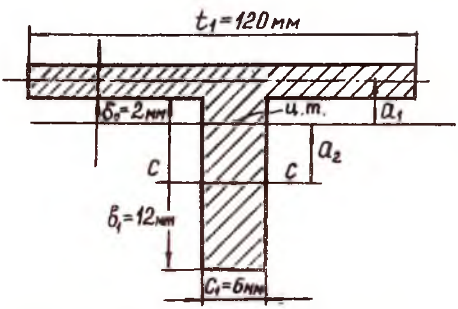

Рис. 2.16. Поперечное сечение вафельного цилиндрического бака

Бак нагружен внутренним давлением $p^э$ = 0,15 МПа и изготовлен из алюминиевого сплава АМГ-6 (E =6,8·10^4 МПа, σ_p = 120 МПа).

Прежде всего вычислим приведенные толщины:

$$\delta_1 = \delta_2 = \delta_0 + \frac{F_1}{t_1} = 2 + \frac{12\cdot 6}{120} = 2.6 \text{ мм}$$

$$a_2 = \frac{S_c}{F}$$

$$S_c = 120\cdot 7\cdot 2 = 1680 \text{ мм}^3;$$

$$F = t_1\delta_0 + b_1 c_1 = 120\cdot 2 + 12\cdot 6 = 312 мм; \quad a_2 = \frac{1680}{312} = 5{,}385 мм;$$

$$J_{c_1} = \frac{c_1 b_1^3}{12} = \frac{6\cdot 12^3}{12} = 864 мм^4, \quad a_1 = 1{,}615 мм$$

$$J_1 = \frac{t_1}{1-\mu^2}\left(\frac{\delta_0^3}{12} + \delta_0 a_1^2\right) + J_{c_1} + F_1 a_2^2 =$$

$$= \frac{120}{0,91}\left(\frac{8}{12} + 2\cdot 1,615^2\right) + 864 + 72\cdot 5,385^2 = 3728 \text{ мм}^4$$

$$h_1 = h_2 = \sqrt[3]{\frac{12 J_1}{t_1}} = \sqrt[3]{\frac{12\cdot 3728}{120}} = 7,197 \text{ мм}$$

$\delta = 2,6 + 2,6 - 2 = 3,2$ мм

$$\gamma = \frac{1}{\delta}\sqrt{\frac{h_1^3 \delta_2}{\delta_1^2}} = \frac{1}{3,2}\sqrt{\frac{7,197^3\cdot 2,6}{2,6^2}} = 3,74$$

Таким образом, критические напряжения в вафельной оболочке в 3,74 раза выше критических напряжений для оболочки постоянной толщины, равной δ (эквивалентной по массе вафельной).

Для рассматриваемого случая $\delta_{пр}$, вычисленные по формулам (2.45) и (2.46), не отличаются друг от друга:

$$\delta_{пр} = h_2\sqrt{\frac{h_2}{\delta_1}} = 7,197\sqrt{\frac{7,197}{2,6}} = 11,974 \text{ мм}$$

$$K_0 = \frac{1}{\pi}\sqrt[8]{\left(\frac{100\delta_{пр}}{R}\right)^3} = \frac{1}{\pi}\sqrt[8]{\left(\frac{100\cdot 11,974}{1600}\right)^3} = 0,3 \qquad K_M = 1$$

$$\alpha = \frac{p^э R^2}{E h_2\sqrt{h_2\delta_2}} = \frac{0,15\cdot 1600^2}{6,8\cdot 10^4\cdot 7,197\sqrt{7,197\cdot 2,6}} = 0,1814$$

$$K_p = \frac{1 + 0,21\alpha\left(\frac{R}{\delta_{пр}}\right)^{0,6}}{1 + 3\alpha} = \frac{1 + 0,21\cdot 0,1814\left(\frac{1600}{11,974}\right)^{0,6}}{1 + 3\cdot 0,1814} = 1,113$$

Принимаем $K_i^{(1)} = 1$, тогда

$$\sigma_{кр}^{(1)} = K_0 K_M K_p K_i \frac{E\delta_{пр}}{R} = 0,3\cdot 1\cdot 1,113\cdot 1\,\frac{6,8\cdot 10^4\cdot 11,974}{1600} = 169,92 \text{ МПа}$$

$$\sigma_2^э = \frac{p^э R}{\delta_2} = \frac{0,15\cdot 1600}{2,6} = 92,3 \text{ МПа}$$

$$\gamma^{(1)} = \frac{\sigma_{кр}^{(1)}}{\sigma_2^э} = \frac{169,92}{92,3} = 1,84$$

$$\sigma_i^{(1)} = \sigma_2^э\sqrt{1 + \gamma^{(1)} + \gamma^{(1)2}} = 92,3\sqrt{1 + 1,84 + 1,84^2} = 230 \text{ МПа}$$

Так как $\sigma_i^{(1)} > \sigma_p$, то $K_i^{(2)} = \frac{\sqrt{E_к^{(2)}\cdot E_c^{(2)}}}{E}$

$$\bar{\varepsilon}^{(1)} = \frac{\sigma_i^{(1)}}{\sigma_p} = \frac{230}{120} = 1,9198 \qquad \bar{\varepsilon}^{(1)} - g = 1,9198 - 0,779 = 1,14$$

$$(\bar{\varepsilon}^{(1)} - g)^2 = 1,3015 \qquad (\bar{\varepsilon}^{(1)} - g)^3 = 1,485$$

$$E_c^{(2)} = \frac{E}{\bar{\varepsilon}^{(1)}}\left[a - \frac{b}{\bar{\varepsilon}^{(1)} - g} + \frac{c}{(\bar{\varepsilon}^{(1)} - g)^2} + \bar{\varepsilon}^{(1)}\cdot d\right] =$$

$$= \frac{6,8\cdot 10^4}{1,918}\left[1,4 - \frac{0,146}{1,14} + \frac{0,0108}{1,3015} + 1,9198\cdot 0,032\right] = 4,152\cdot 10^4 \text{ МПа}$$

$$E_K^{(2)} = E\left[\frac{b}{(\bar{\varepsilon}^{(1)}-g)^2} - \frac{2\cdot c}{(\bar{\varepsilon}^{(1)}-g)^3} + d\right] = 6{,}8\cdot10^4\left[\frac{0{,}146}{1{,}3015} - \frac{0{,}0216}{1{,}485} + 0{,}032\right] =$$

$$= 0{,}8815\cdot10^4 \text{ МПа}, \qquad K^{(2)} = \frac{\sqrt{4{,}752\cdot10^4\cdot0{,}8815\cdot10^4}}{6{,}8\cdot10^4} = 0{,}3$$

$$\sigma_{кр}^{(2)} = K^{(2)}\cdot\sigma_{кр}^{(1)} = 0{,}3\cdot169{,}92 = 51{,}14 \text{ МПа}$$

Отличие $\sigma_{кр}^{(2)}$ от $\sigma_{кр}^{(1)}$ составляет более 200%. Продолжаем метод последовательных приближений:

$$\gamma^{(2)} = \frac{\sigma_{кр}^{(2)}}{\sigma_2^э} = \frac{51{,}14}{92{,}3} = 0{,}554$$

$$\sigma_i^{(2)} = \sigma_2^э\sqrt{1+\gamma^{(2)}+\gamma^{(2)2}} = 92{,}3\sqrt{1+0{,}554+0{,}554^2} = 125{,}9 \text{ МПа}$$

$$\bar{\varepsilon}^{(2)} = \frac{\sigma_i^{(2)}\cdot E}{E_c^{(2)}\cdot\sigma_p} = \frac{125{,}9\cdot6{,}8\cdot10^4}{4{,}752\cdot10^4\cdot120} = 1{,}5015$$

$$\bar{\varepsilon}^{(2)} - g = 1{,}5015 - 0{,}779 = 0{,}7225$$

$$(\bar{\varepsilon}^{(2)}-g)^2 = 0{,}522 \qquad (\bar{\varepsilon}^{(2)}-g)^3 = 0{,}377$$

$$E_c^{(3)} = \frac{6{,}8\cdot10^4}{1{,}5015}\left[1{,}4 - \frac{0{,}146}{0{,}7225} + \frac{0{,}0108}{0{,}522} + 1{,}5015\cdot0{,}032\right] = 5{,}736\cdot10^4 \text{ МПа}$$

$$E_K^{(3)} = 6{,}8\cdot10^4\left[\frac{0{,}146}{0{,}522} - \frac{0{,}0216}{0{,}377} + 0{,}032\right] = 1{,}73\cdot10^4 \text{ МПа}$$

$$K^{(3)} = \frac{\sqrt{E_c^{(3)}\cdot E_K^{(2)}}}{E} = \frac{\sqrt{5{,}736\cdot10^4\cdot1{,}73\cdot10^4}}{6{,}8\cdot10^4} = 0{,}4632$$

$$\sigma_{кр} = K^{(3)}\cdot\sigma_{кр}^{(1)} = 0{,}4632\cdot169{,}92 = 78{,}71 \text{ МПа}$$

Отличие $\sigma_{кр}^{(3)}$ от $\sigma_{кр}^{(2)}$ составляет 35%. Продолжаем метод последовательных приближений далее. Результаты расчетов представим в виде таблицы 2.3. Вычисления продолжаются до тех пор, пока $\sigma_{кр}$

Таблица 2.3

Вычисление критических напряжений в вафельном цилиндрическом баке

K_i	$\sigma_{кр}$, МПа	γ	σ_i, МПа	$\bar{\varepsilon}$	E_c, МПа	E_K, МПа
1	169,92	1,84	230	1,9198	$4{,}752\cdot10^4$	$0{,}8815\cdot10^4$
0,3	51,14	0,554	125,9	1,5015	$5{,}736\cdot10^4$	$1{,}73\cdot10^4$
0,4632	78,71	0,8527	148,25	1,4646	$5{,}836\cdot10^4$	$1{,}8737\cdot10^4$
0,4863	82,63	0,892	151,3	1,469	$5{,}8236\cdot10^4$	$1{,}855\cdot10^4$
0,4833	82,123					

в двух соседних приближениях не будут отличаться менее чем на 2%. Окончательно получаем:

$$\sigma_{кр\ общ} = 82,123\ МПа$$

Вычислим критические напряжения местной формы потери устойчивости полотна обшивки

$$\varepsilon^{обшив.}_{кр.мест.} = K_0 K_p \frac{\delta_0}{R} + 8,4\left(\frac{\delta_0}{t_1}\right)^2$$

$$K_0 = \frac{1}{\pi}\sqrt[8]{\left(\frac{100\,\delta_0}{R}\right)^3} = \frac{1}{\pi}\sqrt[8]{\left(\frac{100\cdot 2}{1600}\right)^3} = 0,146$$

$$\alpha = \frac{p^э R^2}{E\,\delta_0^2} = \frac{0,15\cdot 1600^2}{6,8\cdot 10^4\ 2^2} = 1,41$$

$$K_p = \frac{1+0,21\alpha\,(R/\delta_0)^{0,6}}{1+3\alpha} = \frac{1+0,21\cdot 1,41\left(\frac{1600}{2}\right)^{0,6}}{1+3\cdot 1,41} = 3,316$$

$$\varepsilon^{обшив}_{кр мест} = 0,146\cdot 3,316\cdot 2/1600 + 8,4\,(2/120)^2 = 0,00294$$

Используя аппроксимацию диаграммы деформирования (2.23), перейдем от деформаций к напряжениям:

$$\varepsilon_p = \frac{\sigma_p}{E} = \frac{120}{6,8\cdot 10^4} = 0,001765 \qquad \bar{\varepsilon} = \frac{\varepsilon^{обшив}_{кр мест.}}{\varepsilon_p} = \frac{0,00294}{0,001765} = 1,664$$

$$\bar{\varepsilon} - g = 1,664 - 0,779 = 0,885 \qquad (\bar{\varepsilon} - g)^2 = 0,784$$

$$\sigma^{обшив.}_{кр.мест.} = \sigma_p\left[a - \frac{b}{\bar{\varepsilon} - g} + \frac{c}{(\bar{\varepsilon} - g)^2} + d\cdot\bar{\varepsilon}\right] =$$

$$= 120\left[1,4 - \frac{0,146}{0,885} + \frac{0,0108}{0,784} + 1,664\cdot 0,032\right] = 156,2\ МПа$$

Вычислим критические напряжения местной формы потери устойчивости продольного ребра:

$$\varepsilon^{реб.}_{кр\cdot мест} = 0,42\left(\frac{c_1}{b_1}\right)^2 = 0,42\left(\frac{6}{12}\right)^2 = 0,105$$

$$\bar{\varepsilon} = \frac{\varepsilon^{реб.}_{кр мест}}{\varepsilon_p} = \frac{0,105}{0,001765} = 59,5 \qquad \bar{\varepsilon} - g = 59,5 - 0,779 = 58,71$$

$$\sigma^{реб.}_{кр\ мест.} = \sigma_p\left[a - \frac{b}{\bar{\varepsilon} - g} + \frac{c}{(\bar{\varepsilon} - g)^2} + d\cdot\bar{\varepsilon}\right] =$$

$$= 120\left[1,4 - \frac{0,146}{58,71} + \frac{0,0108}{3447} + 59,5\cdot 0,032\right] = 396\ МПа$$

Наиболее опасной для рассматриваемого бака является общая форма потери устойчивости. Окончательно будем иметь:

$$\sigma_{кр} = 82,123\ МПа$$

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

I. Балабух Л.И., Алфутов Н.А., Усюкин В.И. Строительная механика ракет. М.: Высшая школа, 1984. 392с.
2. Вольмир А.С. Устойчивость упругих систем. М.: Наука, 1963. 880с.
3. Григолюк Э.И., Кабанов В.В. Устойчивость оболочек. М.: Наука, 1978. 360с.
4. Зенкевич О. Метод конечных элементов в технике. М.: Мир, 1975. 542с.
5. Леонов В.И. Строительная механика элементов конструкций летательных аппаратов в виде оболочек вращения: Учебное пособие/ Куйбышев: КуАИ, 1987. 88с.
6. Леонов В.И. Расчет элементов авиаконструкций типа ортотропных и трехслойных пластин: Учебное пособие / Куйбышев: КуАИ, 1983.62с.
7. Лизин В.Т., Пяткин В.А. Проектирование тонкостенных конструкций. М.: Машиностроение, 1985. 344с.
8. Образцов И.Ф., Савельев Л.М., Хазанов Х.С. Метод конечных элементов в задачах строительной механики летательных аппаратов. М.: Высшая школа, 1985. 392с.
9. Прочность ракетных конструкций /В.И.Моссаковский и др. М.: Высшая школа, 1990. 356с.
10. Расчет на ЭВМ круглых пластин и оболочек вращения при осесимметричном нагружении методом конечных элементов: Методические указания/ Автор-составитель В.И.Леонов; Куйбышев: КуАИ, 1985. 30с.
11. Строительная механика летательных аппаратов / И.Ф.Образцов и др. М.: Машиностроение, 1986. 536с.

ПРИЛОЖЕНИЕ I. Текст подпрограммы вычисления критических меридиональных напряжений в цилиндрическом баке

```
C       ПОДПРОГРАММА ВЫЧИСЛЕНИЯ КРИТИЧЕСКИХ
C       МЕРИДИОНАЛЬНЫХ НАПРЯЖЕНИЙ В
C       ЦИЛИНДРИЧЕСКОМ БАКЕ
C
C       КУАИ, КАФЕДРА ПРОЧНОСТИ ЛЕТАТЕЛЬНЫХ
C       АППАРАТОВ
C
        SUBROUTINE SK(AN,AM,P,R,DL,SKR,I)
C
C       AN,AM,P - ЭКСПЛУАТАЦИОННЫЕ ЗНАЧЕНИЯ
C       ОСЕВОЙ СИЛЫ, ИЗГИБАЮЩЕГО МОМЕНТА И
C       ВНУТРЕННЕГО ДАВЛЕНИЯ
C       R,DL - РАДИУС И ТОЛЩИНА СТЕНКИ БАКА
C       SKR - ЗНАЧЕНИЕ КРИТИЧЕСКОГО НАПРЯЖЕНИЯ
C       I - НОМЕР ПРИБЛИЖЕНИЯ, ПРИ КОТОРОМ ДОСТИГНУТА
C       ТРЕБУЕМАЯ ТОЧНОСТЬ
C       E,SPS - МОДУЛЬ УПРУГОСТИ И ПРЕДЕЛ ПРОПОРЦИОНАЛЬНОСТИ
C       МАТЕРИАЛА БАКА
C
        PI = 3.14159265
C
C       ЗАДАНИЕ МАТЕРИАЛА АМГ - 6
C
        E = 68000.
        SPS = 120.
        A = 1.4
        B = 0.146
        C = 0.0108
        D = 0.032
        G = 0.779
C
C       ВЫЧИСЛЕНИЕ КРИТИЧЕСКИХ НАПРЯЖЕНИЙ
C       ПЕРВОГО ПРИБЛИЖЕНИЯ
C
        A1 =R/DL
        FKD = ((100./A1 )** (3./8.))/PI
```

```
      ALL = A1 * A1 *  P/E
      FKP = (1. + Ø.21 * ALL * A1** Ø.6)/(1 . + 3.* ALL )
      A2 = 2 * ABS (AM)/AN /R
      FKM = (1. - 1 .25 * A2)/(1 . - A2)
      S2 = P * A1
      SK1 = FKO*FKP*FKM*E/A1
C
      I = 1
      SKR = SK1
C
C     РЕАЛИЗАЦИЯ МЕТОДА ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНЫХ ПРИБЛИЖЕНИЙ
C
    1 GAM = SKR / S2
      SEQ = S2*SQRT ( 1. + GAM + GAM * GAM)
      IF (SEQ . LE . SPS )  GO TO 1Ø
      IF ( I. EQ . 1 ) GO TO 2
      EPS = SEQ * E/EC/SPS
      GO TO 3
    2 EPS = SEQ/SPS
    3 R1 = EPS - G
      R2 = R1 * R1
      R3 = R2 * R1
      EC = E/EPS * ( A-B/R1  + C/R 2 + EPS *D )
      EK = E * ( B/R 2 - 2 * C/R 3 + D )
      FKI = SQRT ( EC * EK) / E
      SKRI = FKI * SK1
C
C     АНАЛИЗ ДОСТИГНУТОЙ ТОЧНОСТИ
C
      IF (( ABS ( SKRI - SKR )/ SKRI ). LE . Ø.Ø1 ) GO TO 1ØØ
C
C     ПЕРЕХОД К СЛЕДУЮЩЕМУ ПРИБЛИЖЕНИЮ
C
      I = I + 1
      SKR = SKRI
      GO TO 1
C
  1ØØ SKR = SKRI
   1Ø RETURN
      END
```

ПРИЛОЖЕНИЕ 2. Текст подпрограммы вычисления критических касательных напряжений в цилиндрическом баке

```
C
C       ПОДПРОГРАММА ВЫЧИСЛЕНИЯ КРИТИЧЕСКИХ
C       КАСАТЕЛЬНЫХ НАПРЯЖЕНИЙ В
C       ЦИЛИНДРИЧЕСКОМ БАКЕ
C
C       КУАИ, КАФЕДРА ПРОЧНОСТИ ЛЕТАТЕЛЬНЫХ
C       АППАРАТОВ
C
        SUBROUTINE TK(AN,P,R,DL,AL,TKR,I)
C
C       AN , P - ЭКСПЛУАТАЦИОННЫЕ ЗНАЧЕНИЯ ОСЕВОЙ СИЛЫ
C       И ВНУТРЕННЕГО ДАВЛЕНИЯ
C       R , AL ,DL - РАДИУС, ДЛИНА И ТОЛЩИНА СТЕНКИ БАКА
C       TKR - ЗНАЧЕНИЕ КРИТИЧЕСКОГО КАСАТЕЛЬНОГО НАПРЯЖЕНИЯ
C       I - НОМЕР ПРИБЛИЖЕНИЯ, ПРИ  КОТОРОМ ДОСТИГНУТА
C       ТРЕБУЕМАЯ ТОЧНОСТЬ
C       E, SPS  - МОДУЛЬ УПРУГОСТИ И ПРЕДЕЛ ПРОПОРЦИОНАЛЬНОСТИ
C       МАТЕРИАЛА БАКА
C
        PI = 3.14159265
C
C       ЗАДАНИЕ МАТЕРИАЛА АМГ - 6
C
        E = 68ØØØ.
        SPS = 12Ø.
        A = 1.4
        B = Ø.146
        C = Ø.Ø1Ø8
        D = Ø.Ø32
        G = Ø.779
C
C       ВЫЧИСЛЕНИЕ КРИТИЧЕСКИХ НАПРЯЖЕНИЙ
C       ПЕРВОГО ПРИБЛИЖЕНИЯ
C
```

```
      A1 =R/DL
      TO = Ø.78 * E/A1 * SQRT (SQRT (DL*R/AL/AL ))
      IF (( AL/R ). LT . (3.3 * SQRT(A1))) GO TO 1
      PK = Ø.275 * E/A1/A1/A1
      GO TO 2
    1 PK = Ø.92 * E/A1 *DL /AL*SQRT(1/A1)
    2 FKP =SQRT(1. + P/PK)
      S1 = AN/2./PI/R /DL
      S2  = P* A1
      AA = S1 * S2 + S2*S2- S1 * S2
      TK1 = FKP * TO
      I = 1
      TKP = TK1
C     РЕАЛИЗАЦИЯ МЕТОДА ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНЫХ ПРИБЛИЖЕНИЙ
   1Ø SEQ = SQRT( AA + 3.* TKR*TKR)
      IF (SEQ . LE . SPS ) GO TO 2Ø
      IF ( I. EQ . 1 ) GO TO 3
      EPS = SEQ*E/EC/SPS
      GO TO 4
    3 EPS = SEQ/SPS
    4 R1 = EPS - G
      R2 = R1*R1
      R3 = R2*R1
      EC = E/EPS*( A - B/R1 + C/R2 + EPS*D )
      EK = E* ( B/R 2 - 2*C/R 3 + D )
      FKI = SQRT ( EC * EK )/E
      TKI = FKI * TK1
C
C     АНАЛИЗ ДОСТИГНУТОЙ ТОЧНОСТИ
      IF (( ABS (TKI - TKR ) / TKI). LE . Ø.Ø1 ) GO TO 1ØØ
C     ПЕРЕХОД К СЛЕДУЮЩЕМУ ПРИБЛИЖЕНИЮ
      I =I+1
      TKR = TKI
      GO TO 1Ø
  1ØØ TKR = TKI
   2Ø RETURN
      END
```

СОДЕРЖАНИЕ

Л е о н о в Виктор Иванович

РАСЧЕТ БАКОВ ЛЕТАТЕЛЬНЫХ АППАРАТОВ
НА ПРОЧНОСТЬ И УСТОЙЧИВОСТЬ

Редактор Л.М.К а р п о в а

Свод.тем.план № III

Подписано в печать I7.I2.90. Формат 60x84 I/I6.
Бумага оберточная. Офсетная печать.

Усл.п.л. 4,3. Усл. кр.-отт. 4,5. Уч.-изд.л. 4,I.

Т. 800 экз. Заказ № 14. . Цена 20 к.

Куйбышевский ордена Трудового Красного Знамени
авиационный институт имени акад. С.П.Королева

443086 Куйбышев, Московское шоссе, 34

Типография им. В.П.Мяги Куйбышевского
полиграфического объединения,
443099 Куйбышев, ул.Венцека, 60