

ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО ПО ОБРАЗОВАНИЮ  
ГОСУДАРСТВЕННОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ  
ВЫСШЕГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«САМАРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

**Физический факультет**

Кафедра оптики и спектроскопии

# Оптика

*Лабораторный практикум для студентов специальности «химия»*

Издательство «Универс-групп»  
2005

УДК 535  
ББК 22.34  
О60

О60 Оптика: лабораторный практикум для студентов специальности «химия» / Жукова В.А., Ивахник В.В., Козлов Н.П. и др. Самара: «Универс-групп», 2005. 82 с.

Лабораторные работы по курсу общей физики «Оптика» предназначены для студентов дневного и вечернего отделений специальности «химия».

УДК 535  
ББК 22.34

**Авторы:** В.А. Жукова – к.ф.-м.н., доцент кафедры «Оптика и спектроскопия»;  
В.В. Ивахник – д.ф.-м.н., профессор кафедры «Оптика и спектроскопия»;  
Н.П. Козлов – к.ф.-м.н., доцент кафедры «Оптика и спектроскопия»;  
В.И. Никонов – к.ф.-м.н., доцент кафедры «Оптика и спектроскопия».

## Содержание

<i>Лабораторная работа № 1</i> Определение фокусного расстояния тонкой линзы.....	4
ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ.....	4
ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ ЧАСТЬ.....	10
<i>Лабораторная работа № 2</i> Изучение микрообъектов при помощи микроскопа.....	17
ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ.....	17
ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ ЧАСТЬ.....	25
<i>Лабораторная работа № 3</i> Измерение радиуса кривизны линзы и длины световой волны с помощью колец Ньютона.....	30
ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ.....	30
ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ ЧАСТЬ.....	38
<i>Лабораторная работа № 4</i> Дифракция Фраунгофера.....	43
ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ.....	43
ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ ЧАСТЬ.....	55
<i>Лабораторная работа № 5</i> Определение концентрации окрашенных растворов при помощи колориметра.....	58
ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ.....	58
ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ ЧАСТЬ.....	64
<i>Лабораторная работа № 6</i> Фотоэффект.....	69
ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ.....	69
ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ ЧАСТЬ.....	75
Рекомендуемая литература.....	81

## Определение фокусного расстояния тонкой линзы

### ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

#### Основные понятия

Раздел оптики, в котором при изучении распространения света пренебрегают длиной электромагнитных волн, называют *геометрической оптикой*. Распространение света в геометрической оптике описывают с помощью световых лучей. *Световой луч* – это линия, вдоль которой распространяется световая энергия. Световые лучи в однородной прозрачной среде представляют собой прямые. При прохождении границы раздела двух прозрачных сред световые лучи меняют своё направление (преломляются).

Объекты, от которых исходят световые лучи, называют *источниками*. В рамках геометрической оптики часто используют такую идеализацию как *точечный источник*. Реальный источник можно считать точечным, если его размеры малы по сравнению с расстояниями между элементами оптической схемы. Источник конечных размеров можно представить как совокупность точечных источников. Точечный источник – это точка пространства, из которой исходит бесконечно много световых лучей. Поэтому наряду с понятием светового луча для описания распространения света используют понятие светового пучка. *Световой пучок* представляет собой совокупность бесконечного числа световых лучей, идущих от какого-либо источника.

Световые пучки, проходя через какую-либо оптическую систему, могут изменять характер своего распространения. Может получиться так, что для точечного источника **все** те лучи светового пучка, которые прошли через оптическую систему, снова будут пересекаться в некоторой точке. В этом случае говорят о том, что оптическая система формирует *действительное изображение*, а саму точку пересечения лучей называют *изображением точечного источника*. Возможен вариант, когда после выхода из системы будут пересекаться не сами лучи, а их продолжения. В этом случае принято говорить о формировании *мнимого изображения*. Точки пространства, в которых расположены точечный источник и его изображение, называются *сопряженными точками*. Если для пары сопряженных точек поменять местами положение источника и его изображения и изменить направление распространения лучей на противоположное, то лучи через систему будут распространяться по тем же линиям, по которым они распространялись до указанной замены. Это свойство называется *обратимостью световых лучей*.



В различных оптических системах для формирования изображения широко используется такой оптический элемент как сферическая линза. *Сферическая линза* – это прозрачное тело, ограниченное с боковых сторон сферическими поверхностями. Сферическую линзу можно в свою очередь рассматривать как простейшую оптическую систему. Для того, чтобы разобраться в том, как линза формирует изображение, рассмотрим сначала преломление световых лучей на одной сферической преломляющей поверхности.

### Преломление лучей на сферической поверхности

Изменение направления световых лучей на границе раздела двух сред можно описать с помощью *закона преломления* (закона Снеллиуса)

$$\frac{\sin \varphi}{\sin \psi} = \left( \frac{n_1}{n_2} \right)^{-1} \quad (1.1)$$

Угол  $\varphi$  – угол падения, то есть угол между падающим лучом и нормалью к поверхности,  $\psi$  – угол преломления (угол между преломленным лучом и нормалью),  $n_1$  и  $n_2$  – показатели преломления первой и второй сред.

Пусть сферическая поверхность с центром в точке  $C$  разделяет две прозрачные среды с показателями преломления  $n_1$  и  $n_2$  (рис. 1.1). Пусть в некоторой точке  $A$  расположен точечный источник. Проведем через центр кривизны  $C$  и точку  $A$  прямую, которую будем называть оптической осью. Очевидно, что система будет симметрична относительно этой оси, т.е. поворот вокруг этой оси на произвольный угол физически ничего не меняет в этой системе. Поэтому достаточно рассмотреть ход лучей в какой-либо одной плоскости, содержащей эту ось. Выберем систему координат так, чтобы ее начало  $O$  совпадало с точкой пересечения оптической оси с преломляющей поверхностью, а ось  $Z$  была направлена вдоль оптической оси по ходу лучей. Ось  $Y$  направим вверх в плоскости рисунка. Рассмотрим произвольный луч, выходящий из  $A$  и попадающий на преломляющую по-

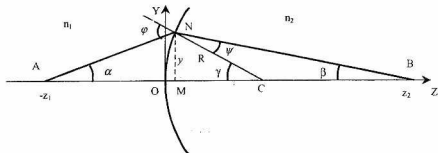


Рис. 1.1

верхность в точке N. Через NM обозначим отрезок от точки N до оптической оси. После преломления в точке N луч изменит свое направление и пересечет оптическую ось в точке В.

В зависимости от положения точки А, радиуса кривизны преломляющей поверхности и показателей преломления положение точки В будет меняться. При этом В может располагаться как справа, так и слева от точки О. Для того чтобы в общем виде записать математические выражения, описывающие всевозможные варианты взаимного расположения интересующих нас точек, будем приписывать отрезку, характеризующему положение точки А или В относительно О, знак плюс, если он откладывается от О в направлении распространения луча, и минус – если наоборот. Отметим, что при этом если лучи в системе распространяются слева направо, то величина отрезка, по сути, совпадает с координатой z соответствующей точки. Координату точки А относительно оптической оси обозначим как  $z_1$ , а точки В обозначим как  $z_2$ . Для действительного изображения  $z_2$  должно получиться положительным, а для мнимого – отрицательным. Аналогично координата относительно оси Y какой-либо точки положительна, если она находится сверху от оси Z, и отрицательна – если снизу.

Для треугольника  $\Delta ANC$  справедливо следующее соотношение между углами:

$$\varphi = \alpha + \gamma.$$

Аналогично для  $\Delta NBC$  имеем:

$$\gamma = \psi + \beta.$$

Запишем эти соотношения в виде системы уравнений:

$$\begin{cases} \varphi = \gamma + \alpha \\ \psi = \gamma - \beta. \end{cases} \quad (1.2)$$

Эту систему нужно дополнить уравнением (1.1).

Учитывая знаки отрезков, для тангенсов углов  $\alpha$ ,  $\beta$  и  $\gamma$  можно записать следующие выражения:

$$\operatorname{tg}\alpha = -\frac{y}{z_1}, \quad \operatorname{tg}\beta = \frac{y}{z_2}, \quad \operatorname{tg}\gamma = \frac{y}{R}, \quad (1.3)$$

где  $y$  – координата точки падения луча на преломляющую поверхность (рис. 1.1), а  $R$  – радиус кривизны этой поверхности.

Расчет хода лучей через описанную выше систему можно заметно упростить, если рассматривать лучи, идущие вблизи оптической оси. Иными словами будем считать, что лучи образуют с оптической осью малые углы, и точка преломления N находится на небольшом расстоянии от оптической оси ( $y \ll R$ ). При этих условиях значения синусов и тангенсов углов мож-

но заменить значениями самих углов, выраженных в радианах, а косинусы углов считать равными единице. Критерий малости угла будет определяться необходимой точностью вычислений. Например, для углов, не превышающих  $5^\circ$ , возникающая, при описанной выше замене, ошибка вычислений не превышает одного процента. С формальной точки зрения, в этом случае, мы можем заменить точные законы распространения лучей на приближенные. При этом расчеты существенно упрощаются, но результаты таких расчетов совпадают с истинными (в пределах заданной погрешности). Лучи, идущие вблизи оптической оси и составляющие с ней малые углы, называются *параксиальными*. Для таких лучей можно использовать *параксиальное приближение* законов геометрической оптики.

В рамках параксиального приближения имеем:

$$\operatorname{tg}\alpha \approx \alpha, \quad \operatorname{tg}\beta \approx \beta, \quad \operatorname{tg}\gamma \approx \gamma.$$

Используя эти соотношения и выражения (1.3), формулы (1.2) можно переписать в следующем виде:

$$\begin{cases} \varphi = \frac{y}{R} - \frac{y}{z_1} \\ \psi = \frac{y}{R} - \frac{y}{z_2} \end{cases} \quad (1.4)$$

Закон преломления (1.1) для параксиальных лучей будет описываться выражением:

$$n_1 \varphi = n_2 \psi. \quad (1.5)$$

Тогда поставив  $\varphi$  и  $\psi$  из (1.4) и в (1.5), получим

$$\frac{n_1}{z_1} - \frac{n_1}{R} = \frac{n_2}{z_2} - \frac{n_2}{R}. \quad (1.6)$$

Видно, что комбинация параметров

$$A_i = \frac{n_i}{z_i} - \frac{n_i}{R},$$

где  $i$  – порядковый номер среды, остается неизменной (инвариантной) при преломлении параксиальных лучей на сферической поверхности. Поэтому она называется *нулевым инвариантом Аббе*.

Из формулы можно получить связь между  $z_1$  и  $z_2$ . Ее принято представлять в следующем виде:

$$\frac{n_2}{z_2} - \frac{n_1}{z_1} = \frac{n_2 - n_1}{R}. \quad (1.7)$$

Т.к. в (1.7) не входит зависимость от угла  $\alpha$ , то это означает, что все лучи, вышедшие из точки А под произвольными углами (в пределах справедливости параксиального приближения), соберутся в точке В. Таким образом, сферическая преломляющая поверхность в параксиальном приближении формирует изображение точечного источника.

### Формула тонкой линзы

Сферическая линза имеет две преломляющие поверхности, поэтому прохождение лучей через линзу можно рассматривать как процесс последовательного преломления сначала на одной, а затем на другой сферической поверхности. В качестве оптической оси в этой системе выбирается линия, проходящая через центры кривизны преломляющих поверхностей  $C_1$  и  $C_2$ . По-прежнему направим ось координат  $Z$  вдоль оптической оси и поместим на ней точечный источник в точку А (рис. 1.2). При этом после преломления на первой поверхности образуется промежуточное изображение  $B'$ , которое выступает в качестве источника для второй преломляющей поверхности.

Если обозначить через  $z_1$  и  $z_2'$  положение источника А и промежуточного изображения  $B'$  относительно точки пересечения оптической оси с первой преломляющей поверхностью  $O_1$ , а через  $z_1'$  и  $z_2$  соответственно положение промежуточного  $B'$  и результирующего В изображения относительно соответствующей точки  $O_2$ , то можно записать:

$$\begin{cases} \frac{n_2}{z_2'} - \frac{n_1}{z_1} = \frac{n_2 - n_1}{R_1} \\ \frac{n_1}{z_2} - \frac{n_2}{z_1'} = \frac{n_1 - n_2}{R_2} \end{cases}, \quad (1.8)$$

где  $R_1$  и  $R_2$  -- радиусы кривизны преломляющих поверхностей линзы,  $n_2$  -- показатель преломления материала линзы и  $n_1$  -- показатель преломления

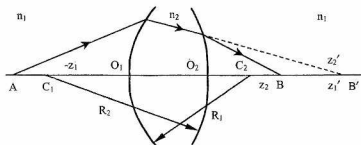


Рис 1.2.

среды, окружающей линзу. Сложив правые и левые части уравнений (1.8), получим

$$\frac{n_1}{z_2} - \frac{n_2}{z'_1} + \frac{n_2}{z'_2} - \frac{n_1}{z_1} = \frac{n_2 - n_1}{R_1} + \frac{n_1 - n_2}{R_2}$$

Поделим полученное уравнение на  $n_1$ .

$$\frac{1}{z_2} - \frac{1}{z_1} - \frac{n_2}{n_1} \left( \frac{1}{z'_1} - \frac{1}{z'_2} \right) = \frac{n_2 - n_1}{n_1} \left( \frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right).$$

Если расстояние  $O_1O_2$  (толщина линзы) мало по сравнению с  $R_1$ ,  $R_2$  и  $z_1$ , то такую линзу называют *тонкой линзой*. Очевидно, что для тонкой линзы  $z'_1 = z'_2$ . Тогда из (1.8) получим:

$$\frac{1}{z_2} - \frac{1}{z_1} = \left( \frac{n_2}{n_1} - 1 \right) \left( \frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right). \quad (1.9)$$

Величину

$$D = (n - 1) \left( \frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right),$$

где  $n = \frac{n_2}{n_1}$  – относительный показатель преломления, называют *оптической силой* тонкой линзы. Она измеряется в диоптриях.

$$1 \text{ диоптрия} = \frac{1}{\text{метр}}.$$

Величина, обратная оптической силе, называется фокусным расстоянием

$$f = \frac{1}{D}.$$

Используя понятие фокусного расстояния, формулу (1.9) можно записать в более компактном виде

$$\frac{1}{z_2} - \frac{1}{z_1} = \frac{1}{f}. \quad (1.10)$$

Приведенную выше формулу называют *формулой тонкой линзы*.

Оптическая сила или фокусное расстояние определяет преломляющие свойства тонкой линзы. В случае положительного значения  $D$  (или  $f$ ) линза называется *положительной* или *собирающей*, а при отрицательном значении  $D$  (или  $f$ ) – *отрицательной* или *рассеивающей*. Тонкую линзу принято изображать в виде отрезка, перпендикулярного оптической оси, со стрел-

ками на концах. Для положительной линзы стрелки направлены от оси (рис. 1.3 а, в), а для отрицательной к оси (рис. 1.3 б, г).

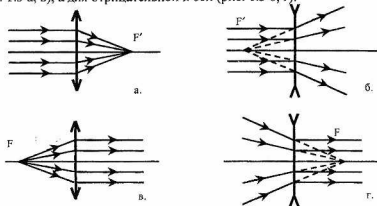


Рис.1.3

Смысл понятия «фокусное расстояние» можно пояснить, если рассмотреть преломление в линзе параллельного пучка лучей. Для того чтобы падающий пучок был параллелен, нужно удалить источник света как можно дальше от линзы, т.е.  $z_1 = -\infty$ . В этом случае, согласно (1.10), после прохождения линзы световой пучок соберется в точку  $F'$  (рис. 1.3 а, б), находящуюся на расстоянии  $f$  от линзы  $z_2 = f$ . Точка  $F'$  называется *задним фокусом линзы*, а проходящая через нее перпендикулярно оптической оси плоскость – *задней фокальной плоскостью*. Задняя фокальная плоскость сопряжена бесконечно удаленной плоскости предмета.

Если поместить источник в точку  $F$ , расположенную на расстоянии минус  $f$  от линзы, то по формуле линзы получим  $z_2 = \infty$ , т.е. после преломления в линзе получится параллельный пучок лучей (рис. 1.3 в, г). Точка  $F$  в данном случае будет называться *передним фокусом*, а проходящая через нее фокальная плоскость будет оптически сопряжена с бесконечно удаленной поверхностью изображения.

## ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ ЧАСТЬ

### Описание установки

Установка (рис. 1.4) состоит из оптической скамьи, на которой с помощью рейтеров могут устанавливаться и перемещаться следующие оптические элементы: источник света, собирающая и рассеивающая линзы и экран для наблюдения.

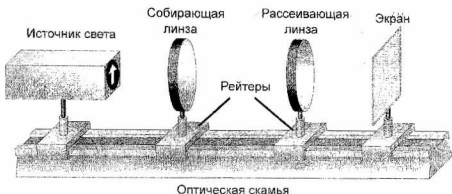


Рис. 1.4

### Упражнение 1. Определение фокусного расстояния собирающей линзы

#### Способ А.

Фокусное расстояние тонкой линзы можно измерить, определив положение источника света и его изображения относительно линзы. Получим на основе формулы линзы (1.10) рабочую формулу для вычисления фокусного расстояния по экспериментально измеряемым расстояниям. Обозначим через  $a$  расстояние от светящейся стрелки источника света до линзы (рис. 1.5), а через  $b$  расстояние от линзы до предмета. Тогда согласно принятым ранее обозначениям  $z_1 = -a$  и  $z_2 = b$ . Подставив эти значения в (1.10) и выражая  $f$ , получим

$$f = \frac{a \cdot b}{a + b}. \quad (1.11)$$

Для измерения фокусного расстояния:

1. Установите и закрепите на левом краю оптической скамьи источник света. На другом конце скамьи установите экран.

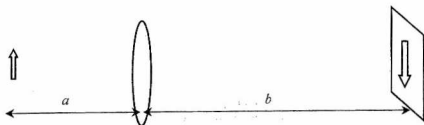


Рис. 1.5

- Установите собирающую линзу вблизи источника света. Отрегулируйте высоту и горизонтальное положение линзы так, чтобы ее центр приходился на центр источника света.
- Постепенно отодвигая линзу от источника, добейтесь получения четкого изображения предмета – стрелки, вырезанной в закрывающей шторке источника света.
- Измерьте  $a$  – расстояние от предмета (шторки источника с вырезанной стрелкой) до линзы и  $b$  – расстояние от линзы до экрана (рис. 1.5). Занесите данные в таблицу 1.1.
- Сместите экран вдоль скамьи. Перемещением линзы снова добейтесь получения четкого изображения стрелки на экране. Измерьте и запишите в таблицу новые значения  $a$  и  $b$ .

Таблица 1.1

$N$	$a$	$b$	$f$	$\Delta f$	$\epsilon_f$
1					
2					
4					
Ср.			$f_{\text{ср}} =$	$\pm$	%

- Повторите последний пункт еще несколько раз.
- По формуле (1.11) вычислите для каждого положения линзы фокусное расстояние и заполните соответствующий столбец таблицы. В последней ячейке столбца запишите среднее значение.
- Вычислите отклонения от среднего и заполните столбец  $\Delta f$ . В последнюю ячейку этого столбца запишите абсолютную погрешность измерений, которую можно в простейшем случае оценить как среднее модулей абсолютных отклонений.
- Оцените относительную погрешность измерений и занесите результат в последнюю строку столбца  $\epsilon_f$ .

#### Способ Б. (Бесселя)

Если расстояние между предметом и экраном  $L$  превышает учетверенное фокусное расстояние собирающей линзы, то существует два положения линзы, при которых можно наблюдать четкое изображение предмета на экране (рис. 1.6). При этом положения линзы будут симметрично расположены относительно середины отрезка  $L$ , а расстояние от источника до линзы в первом случае будет равно расстоянию от линзы до экрана во втором. Обозначим через  $d$  смещение линзы между двумя положениями, при



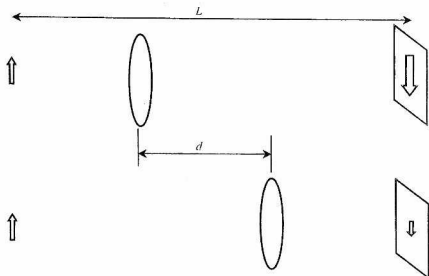


Рис. 1.6.

которых на экране наблюдается четкое изображение. Для первого положения линзы

$$a = \frac{L-d}{2}$$

Тогда для этого же положения линзы

$$b = L - a = \frac{L+d}{2}.$$

Подставив эти значения в (11), получим

$$f = \frac{(L-d)(L+d)}{2(L-d+L+d)} = \frac{L^2 - d^2}{4L}.$$

Таким образом, измерив  $L$  и  $d$ , можно определить фокусное расстояние линзы. В этом заключается суть способа, предложенного Бесселем.

Для определения фокусного расстояния по методу Бесселя:

1. С помощью собирающей линзы получите четкое увеличенное изображение предмета на экране аналогично тому, как это делалось в предыдущем способе.
2. Измерьте расстояние  $L$  и запишите его в таблицу 1.2.
3. Отметьте на оптической скамье положение линзы, например по краю рейтера. Перемещая линзу, получите на экране уменьшенное изображе-

ние предмета. Измерьте перемещение линзы  $d$  и занесите его значение в таблицу.

- Изменяя расстояние между предметом и экраном, заполните остальные строки столбцов  $L$  и  $d$ .
- По формуле  $f = \frac{L^2 - d^2}{4L}$  вычислите для каждого положения линзы фокусное расстояние и заполните соответствующий столбец таблицы. В последней ячейке столбца запишите среднее значение

Таблица 1.2

$N$	$L$	$d$	$f$	$\Delta f$	$\epsilon_f$
1					
2					
3					
4					
Ср.			$f_{\text{ср}} =$	$\pm$	%

- Вычислите отклонения от среднего и заполните столбец  $\Delta f$ . В последнюю ячейку этого столбца запишите абсолютную погрешность измерений.
- Оцените относительную погрешность измерений и занесите результат в последнюю строку столбца  $\epsilon_f$ .

## Упражнение 2. Определение фокусного расстояния рассеивающей линзы

Для того чтобы можно было наблюдать изображение на экране, оно должно быть действительным. Тогда согласно (1.10) для рассеивающей линзы  $z_1$  должно быть положительным и не превышать абсолютного значения  $f$ . Этого можно добиться, если воспользоваться собирающей линзой, оптическая сила которой больше абсолютного значения оптической силы рассеивающей линзы. Убедиться в выполнении последнего условия можно следующим образом. Если сложить две линзы (собирающую и рассеивающую) вместе, то получившаяся оптическая система должна работать как собирающая линза, то есть давать действительное изображение достаточно удаленных объектов. Если через  $a$  обозначить расстояние от рассеивающей линзы до положения экрана, на котором формирует изображение собирающая линза, а через  $b$  расстояние до положения экрана, на котором формирует изображение система линз (рис. 1.7), то тогда  $z_1 = a$ , а  $z_2 = b$ . Из формулы (1.10) получим следующую рабочую формулу

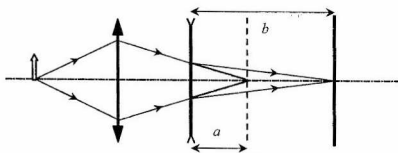


Рис. 1.7

$$f = \frac{a \cdot b}{a - b}. \quad (1.11)$$

Для определения фокусного расстояния рассеивающей линзы:

1. Установите источник света и экран на расстоянии, немного превышающем учетверенное фокусное расстояние собирающей линзы (воспользуйтесь результатами предыдущего упражнения).
2. Поставьте между ними собирающую линзу и получите четкое изображение предмета.
3. Установите между собирающей линзой и экраном рассеивающую линзу (рис. 1.7). Измерьте расстояние  $a$  между рассеивающей линзой и экраном.
4. Отодвигая экран, добейтесь получения четкого изображения предмета.
5. Измерьте соответствующее этому положению расстояние  $b$  между рассеивающей линзой и экраном. Запишите измеренные значения в таблицу 1.3.

Таблица 1.3

$N$	$a$	$b$	$f$	$\Delta f$	$\varepsilon_f$
1					
2					
3					
Ср.			$f_{\text{ср}} =$	$\pm$	%

6. Уберите рассеивающую линзу. Немного сместите собирающую линзу и подберите новое положение экрана, соответствующее четкому изображению предмета.

7. Снова установите между собирающей линзой и экраном рассеивающую линзу и измерьте значения расстояний  $a$  и  $b$ .
8. Заполните таким образом столбцы  $a$  и  $b$  таблицы 1,3.
9. По формуле (1.11) вычислите для каждого положения линз фокусное расстояние и заполните соответствующий столбец таблицы.
10. Аналогично первому упражнению вычислите абсолютную и относительную погрешность измерений.

### Контрольные вопросы и задания

1. Что такое изображение? Какое изображение называется действительным, а какое мнимым?
2. Что такое параксиальное приближение? Выведите формулу для нулевого инварианта Аббе.
3. Выведите формулу для тонкой линзы. Какая линза называется собирающей, а какая рассеивающей?
4. Постройте изображение в системе линз (по усмотрению преподавателя).
5. Как из формулы линзы получить формулу для определения фокусного расстояния по способу Бесселя?
6. Теоретически определите фокусное расстояние используемой Вами собирающей линзы. (Измерьте толщину и диаметр линзы. Из геометрических соображений вычислите по этим данным радиусы кривизны. Показатель преломления стекла равен  $n = 1,5$ ).

## Лабораторная работа № 2

### Изучение микрообъектов при помощи микроскопа

#### ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

##### Глаз

Основную часть информации об окружающем мире человек получает посредством зрения. Зрительное восприятие включает в себя как физическую сторону – формирование изображения, так и сложные психофизиологические процессы. Первичным органом зрительного восприятия является глаз. На рис. 2.1 показана упрощенная схема глаза и формирования в нем оптического изображения.

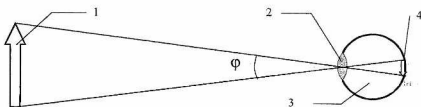


Рис. 2.1

1 – предмет, 2 – хрусталик, 3 – стекловидное тело, 4 - изображение

Глазное яблоко представляет собой прозрачное стекловидное тело, которое находится внутри непрозрачной эластичной оболочки. Форма глаза близка к сферической. С наружной стороны глаз имеет круглое отверстие – зрачок, прикрытый прозрачной роговицей. Диаметр зрачка может изменяться посредством сокращения ограничивающей его радужной оболочки. Непосредственно за зрачком расположен прозрачный хрусталик. С точки зрения оптики хрусталик представляет собой собирающую линзу, которая формирует на внутренней стороне глазного яблока действительное изображение предмета, находящегося на некотором расстоянии перед глазом. Внутренняя сторона оболочки глаза, противоположная хрусталику, называемая сетчаткой, выстлана торцевыми окончаниями светочувствительных клеток. Под действием света в светочувствительных клетках формируются нервные импульсы, которые по нервным волокнам передаются в затылочную часть коры головного мозга. Далее в результате работы коры головного мозга формируется зрительный образ предмета.

Хрусталик эластичен, и за счет натяжения специальных мышц, прикрепленных к его краю, кривизна поверхностей хрусталика может меняться

ся. Изменяя таким образом фокусное расстояние хрусталика, можно регулировать положение плоскости предмета, четко отображаемой на внутренней поверхности глазного яблока. Процесс настройки глаза на четкое изображение предмета при изменении расстояния от глаза до предмета называется аккомодацией. Глаз здорового человека может четко отображать предметы, располагающиеся от глаза на расстоянии от 12 см до бесконечности. При этом существует расстояние от глаза до предмета, на котором человек без напряжения может достаточно долго рассматривать мелкие предметы. Для человека с нормальным зрением это расстояние в среднем равно  $\ell_0 = 25$  см. Эту величину принято называть *расстоянием наилучшего зрения*.

Светочувствительные окончания клеток, образующих сетчатку, имеют хотя и малые, но конечные размеры. Поэтому глаз характеризуется определенной способностью различать мелкие детали предметов. Если изображения двух точек предмета получаются в пределах светочувствительной площадки одной клетки, то глаз их не может различить. Из рис. 2.1 видно, что расстояние между изображениями точек на сетчатке глаза определяется углом  $\varphi$ , под которым видны эти точки. Минимальный угол  $\delta_0\varphi$ , под которым видно две различимые точки предмета, называется *угловым разрешаемым интервалом*. Для усредненного глаза эта величина равна  $1'$  (одной угловой минуте). При расположении предмета на расстоянии наилучшего зрения этому углу соответствует минимальный разрешаемый интервал  $\delta_0 u$  порядка 0,1 мм. Под *величиной разрешающей способности* понимают величину, обратную минимальному разрешаемому интервалу. Из вышесказанного следует, что для нормального глаза разрешающая способность  $R_0 = 10$  штрихов/мм.

## Микроскоп

Для изучения мелких предметов используют специальные оптические приборы, одним из которых является микроскоп. С помощью микроскопа можно получить сильно увеличенное изображение исследуемого объекта. В простейшем случае микроскоп состоит из двух собирающих линз – объектива и окуляра (рис. 2.2). Объектив дает увеличенное перевернутое изображение  $A_1B_1$  объекта  $A_0B_0$ . Далее это промежуточное изображение увеличивается окуляром и формируется результирующее увеличенное мнимое изображение  $A_2B_2$ .

Одной из основных характеристик микроскопа является увеличение  $W$ . Под *увеличением микроскопа* обычно понимают отношение углового размера изображения, находящегося на расстоянии наилучшего зрения к угловому размеру предмета, отнесенного на то же расстояние. Так как считается, что и предмет и изображение находятся на одном расстоянии от

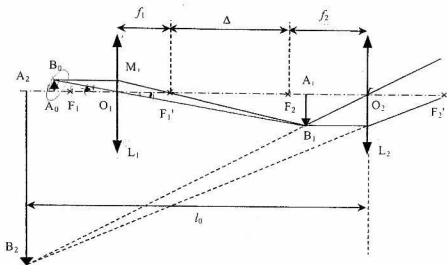


Рис. 2.2

глаза, то увеличение будет равно отношению поперечного размера изображения к соответствующему размеру предмета

$$W = \frac{A_2 B_2}{A_0 B_0}.$$

Эту величину можно представить в виде произведения увеличения объектива  $W_1$  на увеличение окуляра  $W_2$

$$W = \frac{A_1 B_1}{A_0 B_0} \cdot \frac{A_2 B_2}{A_1 B_1} = W_1 \cdot W_2.$$

Для получения значительного увеличения предмет помещается вблизи переднего фокуса объектива, а окуляр располагают так, чтобы его передний фокус находился непосредственно перед плоскостью формирования промежуточного изображения  $A_1 B_1$ . При этом наблюдатель за счет изменения длины тубуса (трубка, конструктивно соединяющая объектив и окуляр) подстраивает положение окуляра так, чтобы получить четкое изображение на расстоянии наилучшего зрения  $l_0$ .

Из подобия треугольников  $O_1 M_1 F_1'$  и  $A_1 B_1 F_1'$  (рис. 2.2) видно, что увеличение объектива равно

$$W_1 = \frac{\Delta}{f_1},$$

где  $\Delta$  – расстояние между задним фокусом объектива и передним фокусом окуляра. Здесь принято во внимание, что промежуточное изображение

$A_1B_1$  формируется вблизи переднего фокуса окуляра. Так как фокусные расстояния объектива и окуляра малы по сравнению с размерами тубуса микроскопа ( $\Delta \gg f_1, f_2$ ), то за  $\Delta$  обычно принимают длину тубуса.

Увеличение окуляра  $W_2$ , из соображений подобия треугольников  $A_2B_2O_2$  и  $A_1B_1O_2$ , можно представить как

$$W_2 = \frac{\ell_0}{f_2}.$$

Таким образом, в качестве результирующей формулы для увеличения микроскопа получим

$$W = \frac{\Delta \cdot \ell_0}{f_1 \cdot f_2}. \quad (2.1)$$

Длина тубуса для микроскопа фиксирована и стандартно составляет величину порядка 15 см. Расстояние наилучшего зрения тоже величина постоянная. Поэтому изменение увеличения конкретного микроскопа осуществляется за счет смены объективов и окуляров, характеризующихся соответствующими фокусными расстояниями  $f_1$  и  $f_2$ . Если взять типичные значения  $f_1 = 5$  мм и  $f_2 = 15$  мм, то получим величину увеличения  $W = 500$ . Казалось бы, выбирая все более короткофокусные объективы и окуляры, можно сделать увеличение сколь угодно большим и рассматривать сколь угодно мелкие объекты. Однако реализовать эту идею на практике невозможно. И связано это с разрешающей способностью микроскопа.

### Разрешающая способность микроскопа

Помимо линейного увеличения микроскоп характеризуется разрешающей способностью. Конечное значение разрешающей способности микроскопа связано с тем, что в реальных оптических системах формируемое изображение не является точным подобием предмета, а немного размыто. Существуют два главных фактора, ограничивающих разрешающую способность: **геометрические aberrации линз** и **дифракция** на диафрагме, ограничивающей размер объектива.

Под геометрическими aberrациями понимают отклонения реальных лучей, распространяющихся в оптической системе от направлений, предписываемых параксиальными законами. Сферическая линза собирает в точку лучи, вышедшие из точечного источника, только в том случае, если эти лучи проходят через центральную ее часть и составляют малые углы с оптической осью. Лучи же, которые преломляются периферийными участками линзы и составляют значительные углы с оптической осью, не собираются в ту же точку. Таким образом, световой пучок конечного размера собирается в пятно. Тщательно подбирая комбинации линз и форму их



преломляющей поверхности, можно существенно уменьшить геометрические aberrации, хотя полностью исключить их невозможно.

Но даже если предположить, что удалось полностью устранить геометрические aberrации, все равно невозможно сфокусировать световой пучок в точку. Принципиальным фактором, делающим невозможным такой процесс, является волновая природа света и конечное значение длины волны. Волновые свойства света в данном случае проявляются в виде явления дифракции.

Рассмотрим более подробно влияние дифракции на формирование изображения на примере дифракции на щели. Известно, что если параллельный пучок света падает нормально на щель шириной  $b$ , то в результате дифракции прошедший через щель световой пучок уже не характеризуется каким-то одним направлением распространения. Зависимость интенсивности света от направления распространения описывается следующим выражением (см. лабораторная работа 4, формула (4.7))

$$I(\varphi) = I_0 \left[ \frac{\sin\left(\frac{\pi b}{\lambda} \sin(\varphi)\right)}{\frac{\pi b}{\lambda} \sin(\varphi)} \right]^2,$$

где  $\varphi$  – угол между направлением дифрагировавшего света и нормалью к плоскости щели,  $\lambda$  – длина волны света, а  $I_0$  – интенсивность в направлении  $\varphi = 0$ . Зависимость  $I(\varphi)$  имеет главный (или центральный) максимум в точке  $\varphi = 0$  и ряд убывающих с ростом абсолютного значения  $\varphi$  побочных максимумов. При этом 90% энергии излучения приходится на главный максимум, который расположен в диапазоне углов  $-\lambda/b < \sin(\varphi) < \lambda/b$ . Если размер щели существенно больше длины волны, то  $\sin(\varphi)$  в этом условии можно заменить самим углом  $\varphi$ . Таким образом, свет в дифрагировавшем пучке будет распространяться в диапазоне углов  $\pm\lambda/b$ .

Для наблюдения результатов дифракции за щелью устанавливают собирающую линзу (предполагается, что диаметр линзы больше ширины щели). В фокальной плоскости линзы каждому направлению распространения света соответствует точка. Поэтому, если исходный параллельный пучок линза сфокусировала бы в точку, то дифрагировавший пучок будет фокусироваться в отрезок, соответствующий диапазону углов центрального максимума (боковые максимумы, в силу их малости, здесь можно не учитывать). Фокус линзы является точкой, оптически сопряженной бесконечно удаленной точке. Если пучок исходит из какой-то другой точки, находящейся от линзы на конечном расстоянии, то согласно законам геометрической оптики он должен собираться в точку в некоторой плоскости. Но если перед линзой поставить щель, то точно также, вследствие дифракционного углового уширения пучка, в плоскости изображения произойдет

«размытие» точки в конечный отрезок. Размер этого отрезка будет определяться как произведение углового размера главного дифракционного максимума на расстояние от линзы до плоскости изображения.

Аналогичная ситуация будет и при дифракции на отверстии произвольной формы, но при этом дифракционное угловое уширение пучка будет происходить не в одной плоскости, а в пространстве. Так как реальная линза имеет конечный диаметр, то в общем случае можно считать, что перед ней установлен непрозрачный экран с круглым отверстием. Как следует из предыдущего рассмотрения, чем меньше диаметр линзы, тем сильнее свет будет отклоняться от направления, предписываемого законами геометрической оптики. Поэтому в микроскопе основное влияние на ограничение разрешающей способности оказывает объектив как линза с наименьшим диаметром.

В результате дифракции параллельного пучка света на круглом отверстии формируется картина, состоящая из центрального круглого пятна и системы концентрических чередующихся темных и светлых колец. Угловой радиус первого темного кольца, т.е. угол между направлениями, в которых из центра линзы видно точку центра дифракционной картины и точку, лежащую на окружности первого темного кольца (рис. 2.3), равен

$$\delta\varphi = \frac{1,22 \cdot \lambda}{D}, \quad (2.2)$$

где  $D$  – диаметр линзы объектива.

Математически распределение интенсивности дифрагировавшего света по углам описывается функцией Эйри (рис. 2.4 а). Таким образом, вместо изображения точки получается картина, изображенная на рис. 2.4 б. Как видно из рис. 2.4 а,

так же, как и случае дифракции на щели, практически вся энергия светового пучка сосредоточена в области главного максимума. Поэтому обычно в качестве дифракционного пятна понимают область, ограниченную первым темным кольцом. Таким образом, за изображение точки принимают круглое пятно конечного радиуса.

Если рассматривать два очень близко расположенных точечных объекта, то изображения от них будут перекрывать друг друга, и в результате будет видно размытое овальное пятно. Если объекты сближать еще больше, то наступит момент, когда уже нельзя будет сказать, видны ли два перекрывающихся объекта или – единственное изображение. О том, когда это происходит, различные наблюдатели могут судить по-разному. Однако существует общепринятый критерий, предложенный Рэлеем.

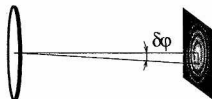


Рис. 2.3

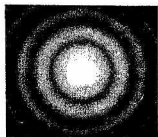
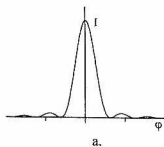


Рис. 2.4

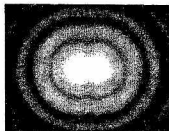
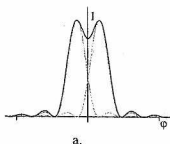


Рис. 2.5

*Критерий Рэлея* устанавливает, что две одинаково яркие точки объекта будут находиться на пределе разрешения (т.е. видны еще раздельно), если середина центрального максимума интенсивности от одной точки совпадает с первым минимумом интенсивности от другой точки. При этом значение интенсивности в центре картины должно составлять не более 80% от значения интенсивности максимумов. Соответствующее такому положению точек распределение интенсивности вдоль направления смещения точек представлено на рис. 2.5 а, а получающееся изображение – рис. 2.5 б. Таким образом, согласно критерию Рэлея, минимальному разрешаемому интервалу между точками предмета  $\delta y$  соответствует расстояние между центрами изображений  $\delta y'$ , равное радиусу первого темного кольца дифракционной картины.

Рассмотрим, как и с какими характеристиками микроскопа связан минимальный разрешаемый интервал  $\delta y$ . Пусть имеются две точки  $P_1$  и  $P_2$ , расположенные на расстоянии  $\delta y$  в плоскости предмета (рис. 2.6). Тогда в плоскости изображения получим два пятна, центры которых  $P'_1$  и  $P'_2$  удалены друг от друга на расстояние  $\delta y'$ . Как видно из (2.2) для реальных размеров объектива (порядка миллиметра) величина  $\delta\phi$  мала. Тогда

$$\delta y' = a' \cdot \delta\phi = 1,22 \frac{a' \cdot \lambda}{D}, \quad (2.3)$$

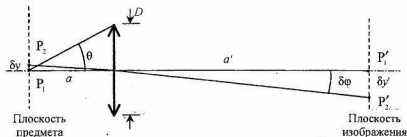


Рис. 2.6

где  $a'$  — расстояние от объектива до плоскости изображения.

Как следует из закона преломления в параксиальном приближении

$$n \cdot \frac{\delta y}{a} = n' \cdot \frac{\delta y'}{a'}, \quad (2.4)$$

где  $n$  и  $n'$  — показатели преломления среды, в которой находится предмет и его изображение соответственно, а  $a$  — расстояние между предметом и линзой (см. рис. 2.6), которое в нашем случае приблизительно равно фокусному расстоянию объектива  $a \approx f$ . Показатель преломления среды, в которой объектив формирует изображение, равен единице ( $n' = 1$ ), так как между объективом и окуляром воздух. Тогда из (2.4)

$$\delta y = \frac{f}{a' \cdot n} \cdot \delta y'.$$

Откуда, используя (2.3), получим

$$\delta y = 1,22 \frac{f}{n \cdot D} \lambda. \quad (2.5)$$

Как видно из полученного выражения, для уменьшения  $\delta y$  необходимо уменьшать длину волны используемого света и увеличивать отношение  $D/f$ . Однако формула (2.5) получена нами в параксиальном приближении и может быть использована для оценки разрешающей способности объектива микроскопа лишь при  $D < f$ . Как показывают более точные расчеты, для непараксиальных пучков отношение  $D/f$  в (2.5) должно быть заменено на  $2 \cdot \sin(\theta)$ , где  $\theta$  — апертурный угол (см. рис. 2.6), т.е. угол, под которым из центра плоскости предмета виден край объектива. С учетом сказанного окончательно для минимального разрешаемого интервала получим

$$\delta y = 0,61 \frac{\lambda}{n \cdot \sin \theta}. \quad (2.6)$$

Полученную ранее формулу (2.5) можно рассматривать как предельный случай (2.6) при  $\theta \rightarrow 0$ , так как при этом условии  $\sin(\theta) = \operatorname{tg}(\theta) = \frac{D}{2f}$ .

Величина  $n \cdot \sin \theta$  характеризует угол охвата объективом лучей, идущих от предмета, и называется *числовой апертурой* микроскопа. Для достижения наибольшей разрешающей способности необходимо максимально увеличить числовую апертуру микроскопа. Для этого используют широкоапертурные объективы и помещают исследуемый предмет в специальную иммерсионную жидкость с большим показателем преломления. При этом удается достичь значений числовой апертуры порядка единицы и даже немного больше.

Если для оценки предельного минимального разрешаемого интервала взять среднее для видимого диапазона значение длины волны  $\lambda = 0,5$  мкм, то получим в качестве нижней границы  $\delta y = 0,3$  мкм. В обычных микроскопах, используемых в широкой практике, это значение в 5 – 10 раз больше.

Конечное значение разрешающей способности микроскопа ограничивает максимальное увеличение, реализуемое на практике. Для микроскопа можно ввести понятие *полезного увеличения*. Это такое увеличение, при котором изображение минимального разрешаемого микроскопом интервала становится равным минимальному интервалу, разрешаемому глазом

$$W_n = \frac{\delta_{0,1}'}{\delta y}$$

При увеличении, меньшем  $W_n$ , микроскоп будет использоваться недостаточно эффективно, поскольку не полностью используется разрешающая способность микроскопа. Реализация увеличения большего, чем  $W_n$ , бесполезна, так как не приводит к увеличению информативности изображения. Изображение становится крупнее, но при этом менее четким, так как каждая точка предмета изображается в виде пятна, которое по размерам превышает минимальный разрешаемый глазом интервал.

## ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ ЧАСТЬ

### Описание установки

Установка включает в себя измерительный микроскоп с окуляр-микрометром (рис. 2.7), осветитель, дифракционную решетку и измеряемый объект.

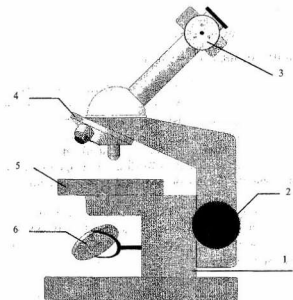


Рис. 2.7

1 – основание, 2 – ручка вертикального перемещения (наводки), 3 – окуляр-микрометр, 4 – барабан со сменными объективами, 5 – объектный столик, 6 – осветительное зеркало.

### Проведение измерений с помощью окуляр-микрометра

Окуляр-микрометр (рис. 2.8 а) представляет собой окуляр, снабженный специальным измерительным устройством. Внутри устройства имеются две стеклянные пластины с нанесенными на них метками. Пластины находятся в плоскости изображения, формируемого объективом (плоскость, в которой находится изображение  $A_1B_1$  на рис. 2.2), и поэтому нанесенные на них метки накладываются на изображение предмета.

Одна из пластин неподвижна, а другая может смещаться в горизонтальном направлении микровинтом. Поворот микровинта осуществляется с помощью барабана с делениями, который находится снаружи окуляра. На неподвижной пластине нанесены равноотстоящие вертикальные штрихи. На подвижной имеется двойной штрих (биштрих) и визир в виде диагонального перекрестья. Вид поля зрения окуляра представлен на рис. 2.8 б.

Один оборот микровинта приводит к смещению перекрестья и биштриха на одно деление неподвижной шкалы и соответствует перемещению визира в плоскости изображения объектива на один миллиметр. Шкала барабана разбита на 100 делений, т.е. поворот барабана на одно деление

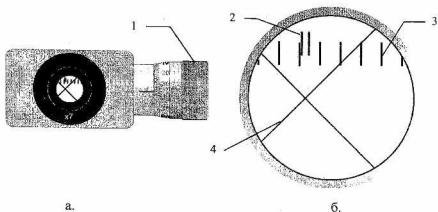


Рис. 2.8

1 – барабан микровинта, 2 – биштрих, 3 – неподвижная шкала, 4 – перекрестие.

приводит к смещению перекрестия на 0,01 мм. Таким образом, при измерении целые миллиметры отсчитываются по неподвижной шкале окуляра, а сотые доли по шкале барабана.

### Упражнение I. Определение увеличения объектива

1. На предметный столик положите дифракционную решетку.
2. Выберите первый объектив для измерения.
3. Объектив микроскопа переместите вниз с помощью ручки наводки почти до упора в дифракционную решетку (за расстоянием между объективом и решеткой удобно следить сбоку).

**Примечание:** Следует иметь в виду, что при отсутствии контроля сбоку тубус микроскопа можно передвигать только вверх. При движении вниз нетрудно проскочить правильное расстояние и упереть объектив в рассматриваемый объект. При этом объект и объектив могут быть испорчены.

4. Наблюдая в окуляр, медленно поднимите тубус микроскопа винтом наводки до тех пор, пока в поле зрения не появится четкое изображение штрихов дифракционной решетки.
5. Ориентируйте решетку так, чтобы ее штрихи были параллельны штрихам неподвижной шкалы.
6. Совместите центр перекрестия с каким-либо штрихом решетки и запишите отсчет барабана микровинта  $N_1$  в таблицу 2.1.
7. Сместите перекрестие вправо на 10 – 20 штрихов решетки и запишите в таблицу 2.1 соответствующее число штрихов решетки  $k$  и новый отсчет положения барабана  $N_2$  (с учетом целых делений неподвижной шкалы окуляра).

8. Рассчитайте увеличение объектива по формуле  $W = n \cdot \frac{N_2 - N_1}{k}$ , где  $n$  – частота решетки ( $n = 100$  шт/мм). Запишите результат в таблицу 2.1.
9. Повторите пп. 6–8 ещё два-три раза.
10. Произведите аналогичные измерения для других объективов.
11. Определите среднее значение увеличения и его погрешность для каждого объектива.

Таблица 2.1

Объектив	$N_1$	$N_2$	$k$	$W$	$W_{cp}$	$\Delta W$
1						
2						
3						

### Упражнение 2. Измерение размеров объекта

1. Поместите на предметный столик измеряемый объект (например, человеческий волос, закрепленный на предметном стекле). Предметное стекло расположите таким образом, чтобы изображение волоса было параллельно штрихам неподвижной шкалы микрометра.
2. Для измерений выберите любой из объективов, увеличение которого было определено ранее.
3. Получите в поле зрения окуляра четкое изображение объекта (см. п.3 упражнения 1).
4. Наблюдая в окуляр, вращением винта окулярного микрометра совместите центр перекрестия с левым краем изображения объекта. Сделайте отсчет  $N_1$  (мм) и занесите его в таблицу 2.2.
5. Совместите центр перекрестия с правым краем изображения объекта. Занесите в таблицу отсчет  $N_2$  (мм).
6. Определите толщину волоса (его диаметр), используя формулу  $d = \frac{N_2 - N_1}{W}$ , где  $W$  – увеличение выбранного объектива.
7. Результаты измерений и вычислений занесите в таблицу 2.2.
8. Повторите измерения не менее трех раз.
9. Прodelайте аналогичные измерения для других объективов и занесите соответствующие результаты в таблицу 2.2.



Таблица 2.2

$W$	$N_1$	$N_2$	$d$	$d_{\text{ср}}$	$\Delta d$

10. Сравните результаты измерений (размер и величину погрешности) для разных объективов.

### Контрольные вопросы и задания

1. Как устроен глаз человека?
2. Зная разрешающую способность глаза, оцените размер светочувствительных окончаний клеток сетчатки.
3. Как формируется изображение в микроскопе? Начертите ход лучей в микроскопе.
4. Выведите формулу для увеличения микроскопа.
5. Объясните, почему и как дифракционные явления ограничивают разрешающую способность микроскопа.
6. Почему увеличение оптических микроскопов не делают больше 3000-4000?
7. Как изменяется разрешающая способность микроскопа при замене видимого света ультрафиолетовым? Почему?

## Лабораторная работа № 3

# Измерение радиуса кривизны линзы и длины световой волны с помощью колец Ньютона

### ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

#### Интерференция. Когерентность

Под интерференцией света обычно понимают широкий круг явлений, в которых в области наложения в пространстве двух и более световых волн результирующая интенсивность не равна сумме интенсивностей отдельных волн: происходит перераспределение в пространстве энергии света, в результате в одних местах возникают максимумы, в других – минимумы интенсивности (рис.3.1).

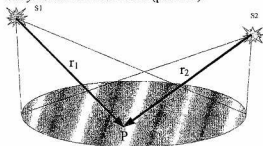


Рис. 3.1

Пусть в некоторой области пространства распространяется несколько световых волн. Опыт говорит, что, несмотря на взаимное наложение в пространстве световых волн, они не мешают взаимному распространению друг друга. Это положение называется *принципом суперпозиции*. Согласно этому принципу результирующий вектор напряженности электрического поля  $\vec{E}$  равен сумме векторов напряженности, создаваемых в данной точке каждой волной в отдельности, то есть

$$\vec{E} = \sum_{j=1}^N \vec{E}_j. \quad (3.1)$$

Здесь  $\vec{E}_j$  – напряженность электрического поля  $j$  – ой волны,  $N$  – число световых волн. В дальнейшем будем рассматривать наложение в пространстве двух волн.

Все существующие в настоящее время приемники излучения регистрируют энергию световой волны, которая прямо пропорциональна квадрату напряженности электрического поля

$$E^2 = (\vec{E}_1 + \vec{E}_2)^2 = E_1^2 + E_2^2 + 2(\vec{E}_1 \cdot \vec{E}_2). \quad (3.2)$$

Любой приемник обладает инерционностью. Невозможно осуществить безынерционное измерение процессов. При учете инерционности регист-

рирующего приемника необходимо от выражения (3.2) перейти к выражению для среднего значения вида

$$\langle E^2 \rangle = \frac{1}{\tau} \int_0^{\tau} (E(t))^2 dt,$$

где  $\tau$  – время инертности приемника. Для оптического диапазона длин волн время инертности приемника намного больше периода колебаний электрического вектора волны ( $T = 10^{-15}$  с). Например, время инертности человеческого глаза  $\tau = 0.1$  с.

Интенсивность света это физическая величина равная энергии, протекающей в единицу времени через единичную площадку, расположенную перпендикулярно направлению распространения волны. С точностью до постоянного множителя, который в дальнейшем будем считать равным единице, интенсивность света равна среднему значению квадрата напряженности электрического поля:

$$I = \langle \vec{E}^2 \rangle.$$

В области наложения двух волн интенсивность света есть

$$I = \langle (\vec{E}_1 + \vec{E}_2)^2 \rangle = \langle \vec{E}_1^2 \rangle + \langle \vec{E}_2^2 \rangle + 2 \langle (\vec{E}_1 \cdot \vec{E}_2) \rangle = I_1 + I_2 + I_{12}. \quad (3.3)$$

Здесь  $I_1 = \langle \vec{E}_1^2 \rangle$  и  $I_2 = \langle \vec{E}_2^2 \rangle$  – интенсивности первой и второй волн соответственно,  $I_{12} = 2 \langle (\vec{E}_1 \cdot \vec{E}_2) \rangle$  интерференционный член.

При измерении интенсивности света мы встречаемся с двумя различными результатами, в зависимости от того, что получается при усреднении произведения  $(\vec{E}_1 \cdot \vec{E}_2)$ .

Случай 1

Если  $\langle (\vec{E}_1 \cdot \vec{E}_2) \rangle = 0$ ,

то

$$\langle E^2 \rangle = \langle E_1^2 \rangle + \langle E_2^2 \rangle,$$

$$I = I_1 + I_2.$$

Случай 2

Если  $\langle (\vec{E}_1 \cdot \vec{E}_2) \rangle \neq 0$ ,

то

$$\langle E^2 \rangle \neq \langle E_1^2 \rangle + \langle E_2^2 \rangle,$$

$$I \neq I_1 + I_2.$$

В первом случае суммарная интенсивность равна сумме интенсивностей, создаваемых каждым источником света – интерференция отсутствует. Во втором случае это равенство нарушено – имеет место интерференция.

Неравенство  $\langle (\vec{E}_1 \cdot \vec{E}_2) \rangle \neq 0$  служит условием возникновения интерференции.

Световые волны называются когерентными, если в области их наложения интерференционный член отличен от нуля, и некогерентными, если интерференционный член равен нулю.

### Когерентность квазимонохроматических волн

Волну назовем квазимонохроматической, если зависимость вектора напряженности электрического поля от времени имеет вид

$$\vec{E}(\vec{r}, t) = \vec{E}_0(\vec{r}) \cos(\omega t - \varphi(\vec{r}, t))$$

и выполняется условие  $\frac{d\varphi}{dt} \ll \omega$ .

Рассмотрим область пространства, в которой распространяются две квазимонохроматические волны

$$\begin{aligned} \vec{E}_1(\vec{r}, t) &= \vec{E}_{10} \cos(\omega_1 t + \varphi_1(\vec{r}, t)), \\ \vec{E}_2(\vec{r}, t) &= \vec{E}_{20} \cos(\omega_2 t + \varphi_2(\vec{r}, t)). \end{aligned} \quad (3.4)$$

Интерференционный член равен

$$I_{12} = 2\vec{E}_{10}\vec{E}_{20} \frac{1}{\tau} \int_0^\tau \cos(\omega_1 t - \varphi_1) \cos(\omega_2 t - \varphi_2) dt.$$

Или

$$I_{12} = 2\vec{E}_{10}\vec{E}_{20} \left( \frac{1}{\tau} \int_0^\tau \cos((\omega_1 + \omega_2)t + \varphi_1 + \varphi_2) dt + \frac{1}{\tau} \int_0^\tau \cos((\omega_1 - \omega_2)t + \varphi_1 - \varphi_2) dt \right). \quad (3.5)$$

При условии  $\tau \gg T$  первое слагаемое в выражении (3.5) равно нулю. Для того, чтобы второе слагаемое в выражении (3.5) не равнялось нулю, а значит, не равнялся нулю интерференционный член, необходимо выполнение условий

$$\begin{aligned} \omega_1 &= \omega_2, \\ \varphi_1(\vec{r}, t) - \varphi_2(\vec{r}, t) &= const. \end{aligned} \quad (3.6)$$

При выполнении условий (3.6) две квазимонохроматические волны являются когерентными.

Интерференция света редко наблюдается в обыденной жизни. Например, если комната освещается несколькими лампами, то освещенность в любой точке комнаты равна сумме освещенностей, создаваемых каждой лампой в отдельности. Это происходит оттого, что свет, испускаемый лампой, представляет наложение волн от отдельных источников света (атомов, молекул, ...), которые испускают независимые световые волны. Фаза волны, испускаемой лампой, случайно изменяется во времени. Аналогично

меняется во времени и разность фаз двух волн, испускаемых различными лампами. Поэтому даже при условии равенства частот световых волн интерференционный член равен нулю

$$I_{12} \sim \frac{1}{T} \int_0^T \cos(\varphi_1 - \varphi_2) dt = 0.$$

### Условия наблюдения максимумов и минимумов при интерференции

Выясним условия образования интерференционной картины на примере сложения двух монохроматических световых волн, создаваемых точечными источниками  $S_1$  и  $S_2$  (рис. 3.1).

Пусть напряженность электрического поля, создаваемого в произвольной точке  $P$  первым источником, равна  $\vec{E}_1$ , а вторым источником —  $\vec{E}_2$ . Если источники  $S_1$  и  $S_2$  испускают сферические волны, то

$$\begin{aligned} |\vec{E}_1| &= \frac{E_{10}}{r_1} \cos(\omega t - k_1 r_1), \\ |\vec{E}_2| &= \frac{E_{20}}{r_2} \cos(\omega t - k_2 r_2). \end{aligned} \quad (3.7)$$

Здесь  $k_1$  и  $k_2$  — волновые числа ( $k_{1,2} = \frac{2\pi n_{1,2}}{\lambda}$ ,  $n_{1,2}$  — абсолютные показатели преломления сред, в которых распространяются первая и вторая волны,  $\lambda$  — длина волны),  $r_1$  и  $r_2$  — расстояния от первого и второго источника волн до точки  $P$  соответственно. Пусть вектора  $\vec{E}_1$  и  $\vec{E}_2$  коллинеарны.

Модуль суммарной напряженности электрического поля в точке  $P$  есть

$$E = \frac{E_{10}}{r_1} \cos(\omega t - k_1 r_1) + \frac{E_{20}}{r_2} \cos(\omega t - k_2 r_2) = E_0 \cos(\omega t - \psi).$$

Квадрат амплитуды напряженности электрического поля в рассматриваемой точке равен

$$E_0^2 = \frac{E_{10}^2}{r_1^2} + \frac{E_{20}^2}{r_2^2} + 2 \frac{E_{10} E_{20}}{r_1 r_2} \cos(k_1 r_1 - k_2 r_2). \quad (3.8)$$

Максимум интенсивности будет наблюдаться при условии, что  $\cos(k_1 r_1 - k_2 r_2) = 1$ . Это будет выполняться при условии, что  $k_1 r_1 - k_2 r_2 = 2\pi m$  (где  $m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$ ) или  $\frac{2\pi}{\lambda} (n_1 r_1 - n_2 r_2) = 2\pi m$ . Это условие можно записать

$$\Delta = n_1 r_1 - n_2 r_2 = 2m \frac{\lambda}{2}, \quad (3.9)$$

где величина  $\Delta$  называется *оптической разностью хода*.

Таким образом, если оптическая разность хода равна целому числу длин волн (четному числу полуволи), то наблюдается интерференционный максимум. Число  $m$  называют *порядком интерференции*.

Следовательно, условие

$$\Delta = \pm m \lambda = \pm 2m \frac{\lambda}{2} \quad (3.10)$$

является условием интерференционного максимума.

Минимум интенсивности будет наблюдаться, когда  $\cos(k_1 r_1 - k_2 r_2) = -1$ , то есть оптическая разность хода равна нечетному числу длин полуволи. Следовательно, условие

$$\Delta = \pm (2m + 1) \frac{\lambda}{2} \quad (3.11)$$

является условием интерференционного минимума.

Если источники испускают монохроматический свет, то интерференционная картина состоит из чередующихся светлых и темных полос. Причем, как следует из формул (3.10) и (3.11), положение минимумов и максимумов интерференционной картины зависит от длины волны.

Если источники испускают немонохроматический (например, белый свет) свет, то места, соответствующие минимуму для одной длины волны, могут оказаться местами максимума для другой длины волны и наблюдается окрашенная интерференционная картина.

### Интерференция при отражении плоской монохроматической волны от тонкой пленки

Большой практический интерес представляет интерференция наблюдаемая на поверхности тонких пленок. Пусть имеется пленка в виде плоскопараллельного слоя вещества с показателем преломления  $n_2$  и толщиной  $d$ . Пленка расположена в среде с показателем преломления  $n_1$  (рис. 3.2). Для определенности будем считать, что  $n_2 > n_1$ . На пленку под углом  $\varphi$  падает плоская монохроматическая волна (падающий луч 1). На верхней поверхности пленки имеет место частичное отражение падающей волны (отраженный луч 1') и частичное прохождение этой волны внутрь пленки. Прошедшая волна доходит до нижней поверхности пленки и частично отражается. Отраженная волна от нижней границы слоя вновь доходит до верхней поверхности пленки и, частично преломившись, выходит из нее (луч 1''). Волна, отраженная от нижней поверхности пленки и вышедшая

вновь в первую среду, когерентна с волной, отраженной от верхней поверхности. Для нахождения оптической разности хода между этими волнами через точку  $B$  проведем прямую  $BD$ , перпендикулярную лучам  $I'$  и  $I''$ . Начиная от прямой  $BD$ , оптический путь, проходимый обеими волнами, одинаков. Оптическая разность хода между двумя волнами есть

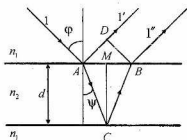


Рис. 3.2.

$$\Delta = 2n_2 AC - n_1 \cdot AD - \frac{\lambda}{2}. \quad (3.12)$$

Дополнительная оптическая разность хода  $\lambda/2$  в выражении (3.12) объясняется тем, что в соответствии с электромагнитной теорией света при отражении световой волны от оптически более плотной среды (в рассматриваемом случае это верхняя граница пленки) фаза отраженной волны скачкообразно изменяется на  $\pi$ . Изменение фазы волны связано с оптической разности хода соотношением

$$\varphi = \frac{2\pi}{\lambda} \Delta.$$

Поэтому, если  $\varphi = \pi$ , то  $\Delta = \frac{\lambda}{2}$ .

Из  $\triangle AMC$  следует, что  $AC = d / \cos \psi$ . Так как  $\angle ABD = \varphi$ ,  $\angle ADB = 90^\circ$ , то

$$AD = AB \sin \varphi. \quad (3.13)$$

Но, как видно, из рис. 3.2,  $AB = 2AM = 2d \cdot \operatorname{tg} \psi$ .

Тогда подставляя значение  $AB$  в формулу (3.13), получим, что

$$AD = 2d \operatorname{tg} \psi \sin \varphi.$$

Выражая значение  $\sin \varphi$  из закона преломления  $n_1 \sin \varphi = n_2 \sin \psi$  и подставляя выражения для  $AC$  и  $AD$  в формулу (3.12), легко показать, что

$$\Delta = 2n_2 d \cos \psi - \frac{\lambda}{2}. \quad (3.14)$$

Используя условия (3.10–3.11) наблюдения максимума или минимума интенсивности, получим

$$\Delta = m\lambda \Rightarrow 2n_2 d \cos \psi = (2m+1) \frac{\lambda}{2} \quad (\text{максимум}), \quad (3.15)$$

$$\Delta = (2m+1)\frac{\lambda}{2} \Rightarrow 2n_2d \cos \psi = m\lambda \quad (\text{минимум}). \quad (3.16)$$

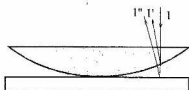
Если на пленку падает некогерентный свет, то в одной и той же точке для одних длин волн будет выполняться условие максимума, а для других длин волн условие минимума интенсивности, поэтому в отраженном свете пленка кажется окрашенной.

Выражение для оптической разности хода (3.14) оказывается справедливым и для пленок, толщина которых меняется. При этом  $d$  заменяется на  $d_{cp}$  (средняя толщина пленки между точками  $A$  и  $B$ ).

### Кольца Ньютона

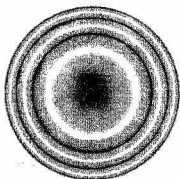
Кольца Ньютона наблюдаются при интерференции света в тонком воздушном слое, образованном при соприкосновении выпуклой поверхности плосковыпуклой линзы большого радиуса кривизны с плоской поверхностью стеклянной подложки (рис. 3.3а).

Пусть плоская монохроматическая волна падает нормально плоской поверхностью. Свет частично отражается от верхней и нижней поверхностей воздушного промежутка. Воздушная прослойка между пластиной и линзой имеет переменную толщину. Разность хода интерферирующих лучей зависит от толщины воздушного слоя, и каждой толщине будет соответствовать определенная интенсивность образующейся интерференционной картины. Поэтому возникающая интерференционная картина называется *полосами равной толщины* и имеет вид колец (рис. 3.3б).



а.

При нормальном падении света и малой кривизне линзы отклонением направления распространения света вследствие преломления можно пренебречь. Поэтому в выражении (3.14) можно положить  $\cos \psi = 1$ . Таким образом, в этом случае оптическая разность хода между интерферирующими волнами будет определяться толщиной воздушного промежутка между сферической поверхностью линзы и плоской поверхностью соприкасающейся с ней стеклянной подложки



б.

Рис. 3.3



$$\Delta = 2d + \frac{\lambda}{2} \quad (3.17)$$

В приведенном выражении  $d$  – толщина воздушного промежутка ( $n_2 = 1$ ), а знак плюс перед  $\lambda/2$  появился потому, что в данном случае изменение фазы происходит при отражении от нижней границы слоя.

Определим из геометрических соображений, как меняется толщина этого промежутка при удалении от точки соприкосновения сферы с плоской поверхностью (рис. 3.4). Обозначим через  $r$  радиус окружности с центром в точке соприкосновения линзы и стеклянной пластинки.

$$r = PA = NC.$$

В силу симметрии рассматриваемой системы каждой окружности радиуса  $r$  будет соответствовать определенная толщина  $d$ . Пусть центр кривизны выпуклой поверхности линзы расположен в точке  $O$ . Тогда радиус кривизны  $R = OA = ON$ . Из рис. 3.4 видно, что

$$OP = R - d.$$

Если применить теорему Пифагора для  $\triangle OAP$ , то получим

$$r^2 = R^2 - (R - d)^2$$

или, раскрывая скобки,

$$r^2 = R^2 - R^2 + 2Rd - d^2.$$

Учитывая, что толщина воздушного слоя очень мала, т.е.  $d \ll R$ , получим  $d^2 \ll 2Rd$ . Поэтому последним слагаемым в выражении для  $r$  можно пренебречь,

$$r^2 \approx 2Rd. \quad (3.18)$$

Из условия интерференционного максимума  $\Delta = m\lambda$  на основании формул (3.17) и (3.18) получим выражение для радиуса светлых колец

$$r_m = \sqrt{(2m-1)R\lambda/2} \quad m = 1, 2, 3, \dots \quad (3.19)$$

Для радиусов темных колец аналогично получаем

$$r_m = \sqrt{mR\lambda} \quad m = 0, 1, 2, 3, \dots \quad (3.20)$$

Таким образом, в поле зрения будет чередование светлых и темных колец. Поскольку при  $d = 0$  из (3.17) оптическая разность хода равна  $\lambda/2$ , в отраженном свете в центре будет наблюдаться темное пятно.

Для любой пары  $m$  и  $k$  темных колец Ньютона имеем

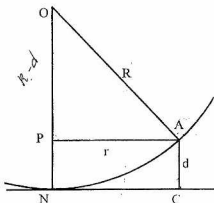


Рис. 3.4

$$r_m = \sqrt{mR\lambda},$$

$$r_k = \sqrt{kR\lambda}.$$

Тогда

$$r_m^2 - r_k^2 = R\lambda(m - k).$$

Из последней формулы можно выразить радиус кривизны линзы

$$R = \frac{r_m^2 - r_k^2}{\lambda(m - k)} \quad (3.21)$$

или длину волны падающего монохроматического света при известном радиусе кривизны линзы

$$\lambda = \frac{r_m^2 - r_k^2}{R(m - k)}. \quad (3.22)$$

## ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ ЧАСТЬ

### Описание установки

Экспериментальная установка включает в себя микроскоп с окуляр-микрометром и специальным кольцевым осветительным зеркалом, линзу с плоскопараллельной пластинкой в оправе, объект-микрометр, набор светофильтров и лампу накаливания в качестве источника света.

На рис. 3.5 представлена схема для наблюдения колец Ньютона в отраженном свете. Свет от источника (1) через светофильтр (2), кольцевого зеркала (3) направляется на систему линза – пластинка (4), расположенную на объектном столике микроскопа (5). Наблюдение ведется через прозрачную центральную часть кольцевого зеркала. Так как получающаяся картина колец имеет очень малый размер, то для ее наблюдения используют микроскоп. Объектив микроскопа (6) настраивается по высоте так, чтобы получить резкое изображение колец.

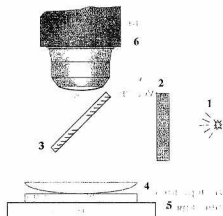


Рис. 3.5

Светофильтры позволяют выбрать требуемую длину волны. Для измерений используется окулярный микрометр Гюйгенса. Объект-микрометр, представляющий собой стеклянную пластинку со шкалой с известной ценой деления, используется для определения увеличения объектива микроскопа.

### Упражнение 1. Определение увеличения объектива микроскопа

1. Оденьте на тубус микроскопа окулярный микрометр.
2. На предметный столик микроскопа положите объект-микрометр.
3. С помощью зеркала 3 направьте пучок света в объектив микроскопа. Опустите тубус микроскопа вниз (почти до соприкосновения с зеркалом 3). Перемещая тубус микроскопа, получите изображение объект-микрометра в поле зрения микроскопа (рис. 3.7).
4. Вращением барабана окулярного микрометра совместите центр перекрестия с одним из делений  $N_1$  линейной шкалы объект-микрометра (рис. 3.7).
5. Целое число делений определяется по шкале окулярного микрометра, а сотые доли – по круговой шкале барабана окулярного микрометра. Получаем показание  $N_2$ , соответствующее какому-то делению шкалы исследуемого объекта (См. Проведение измерений с помощью окуляр-микрометра. Лабораторная работа №2).

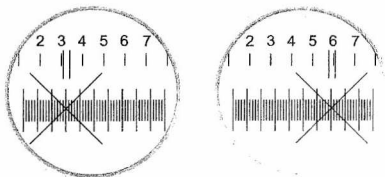


Рис. 3.7

6. Передвиньте перекрестие на  $Z$  делений (обычно 10–20 делений) объект-микрометра, совместив его с другим штрихом шкалы окулярного микрометра. Снимите второй отсчет  $N_2$ . Повторите измерения 5–6 раз. Все данные занесите в таблицу 3.1.

Таблица 3.1.

Номер опыта	Цена деления объект-микрометра $a$	$Z$	$N_1$	$N_2$	$\beta$	$\bar{\beta}$	Абсолютная ошибка $\Delta\beta = \beta - \bar{\beta}$
1							
2							
...							
...							

7. Вычислите линейное увеличение микроскопа по формуле

$$\beta = \frac{N_i - N_j}{Z \cdot a}$$

8. По нескольким измерениям найдите среднее значение увеличения и вычислите абсолютную погрешность измерений.

### Упражнение 2. Определение радиуса кривизны линзы

1. На предметный столик микроскопа поместите линзу и плоскопараллельную пластинку в оправе.
2. Направьте луч света, отраженный от зеркала, на линзу. Обратите внимание, что центр лампы и центр отверстия в плоском зеркале должны находиться на одной оптической оси (вертикальной).
3. Перемещая тубус микроскопа вверх-вниз и слегка поворачивая зеркало, получите изображение колец Ньютона в поле зрения объектива. Добейтесь четкого изображения колец. Постарайтесь добиться, чтобы центр интерференционной картины (темное пятно) наилучшим образом совпадал с центром поля зрения микроскопа.
4. Поставьте красный светофильтр на пути распространения света (длина волны красного света  $\lambda = 6,5 \cdot 10^{-7}$  м). Для этого светофильтр можно положить на линзу.
5. Совместите перекрестие с произвольным темным кольцом Ньютона справа от центрального пятна (рекомендуется выбрать  $i = 3 \div 6$ ). Произведите отсчет  $N_i^+$  (где  $i$  - номер кольца). Значение запишите в таблицу 3.2.
6. Передвиньте перекрестие на темное кольцо Ньютона с номером  $i$  слева от центрального пятна и произведите измерение  $N_i^-$ .
7. Произведите измерения для 5-6 темных колец Ньютона и вычислите радиус  $r_i$  кольца по формуле  $r_i = \frac{N_i^+ - N_i^-}{2\beta}$ . Значение  $\beta$  берется из упражнения 1.
8. Все результаты измерений запишите в таблицу 3.2.

Таблица 3.2.

Номер кольца $i$	Отсчет слева $N_i^+$	Отсчет справа $N_i^-$	Радиус кольца $r_i$

9. По формуле (3.21) вычислите  $R$  для каждой пары колец. Найдите среднее значение  $R$  и его погрешность. Результаты запишите в таблицу 3.3.

Таблица 3.3

Номер кольца $m$	Номер кольца $k$	Радиус кольца $r_m$	Радиус кольца $r_k$	Радиус кривизны $R$
				$R_{\text{ср}}$

### Упражнение 3. Определение длины световой волны.

1. Поместите на пути светового луча зеленый светофильтр. Повторите пункты 5–8 упражнения 2 и полученные данные занести в таблицу 3.4.
2. На основании формулы (3.22) вычислите  $\lambda$  для каждой пары колец. Найдите среднее значение  $\lambda_{\text{ср}}$  и его погрешность (таблица 3.5).

Таблица 3.4.

Номер кольца $i$	Отсчет слева $N_i^+$	Отсчет справа $N_i^-$	Радиус кольца $r$

Таблица 3.5

Номер кольца $m$	Номер кольца $k$	Радиус кольца $r_m$	Радиус кольца $r_k$	Длина волны $\lambda$
				$\lambda_{\text{ср}}$

## Контрольные вопросы и задания

1. Что такое когерентные источники? Условия образования интерференционной картины.
2. Что такое длина когерентности?
3. Получить условия максимумов и минимумов интерференции при отражении плоской монохроматической волны от плоскопараллельной пленки.
4. Кольца Ньютона. Вывести формулу для радиуса темного (светлого) кольца.
5. Как изменится интерференционная картина в случае колец Ньютона, если пространство между линзой и пластинкой заполнить водой?
6. Почему по мере удаления от центра кольца Ньютона располагаются все более тесно?

## Лабораторная работа № 4 Дифракция Фраунгофера

### ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

*Дифракция – это отклонение света от прямолинейного распространения, если оно не может быть объяснено как результат отражения, преломления или изгибания световых лучей в средах с непрерывно меняющимся показателем преломления.*

### Принцип Гюйгенса-Френеля

Одним из наиболее распространенных методов решения дифракционных задач является метод, основанный на принципе Гюйгенса-Френеля.

*Принцип Гюйгенса-Френеля* формулируется следующим образом:

а) Действие первичного источника  $S$  можно заменить действием вторичных источников  $S_1, S_2, S_3, \dots$ , расположенных на замкнутой поверхности, внутри которой находится первичный источник (рис. 4.1).

б) Вторичные источники когерентны, поэтому волны, излучаемые ими, интерферируют.

в) Если вторичные источники располагаются на волновой поверхности, то 1) интенсивность волн, излучаемая вторичными источниками, одинакова; 2) вторичные источники в основном излучают энергию по нормали к волновой поверхности и не излучают в направлении касательной к волновой поверхности.

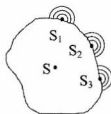


Рис. 4.1.

### Метод зон Френеля

Принцип Гюйгенса-Френеля дополняется *методом зон Френеля*, являющимся способом группировки вторичных источников, расположенных на волновой поверхности, существенно упрощающим решение дифракционных задач.

Френель следующим образом предложил группировать по зонам вторичные источники: 1) *Волны от вторичных источников, расположенных в пределах одной зоны, при интерференции усиливаются.* Это может быть только в случае, если оптическая разность хода между волнами от двух любых вторичных источников, расположенных в пределах одной зоны, до точки наблюдения меньше  $\lambda/2$ . 2) *Для любого вторичного источника зоны*

существует вторичный источник соседней зоны такой, что оптическая разность хода между волнами от этих источников до точки наблюдения равна  $\lambda/2$ , т.е. волны от вторичных источников соседних зон при интерференции гасятся. 3) Количество вторичных источников в пределах всех зон (площади зон) одинаково.

Пусть  $A_1, A_2, A_3, \dots$  – амплитуды волн в точке наблюдения, получаемые в этой точке волн от вторичных источников, расположенных соответственно в 1-ой, 2-ой, 3-ей и т. д. зонах Френеля. Тогда из метода зон Френеля следует, что результирующая амплитуда всех вторичных волн в точке наблюдения есть

$$A = A_1 - A_2 + A_3 - \dots \quad (4.1)$$

### Дифракция Френеля и Фраунгофера

В зависимости от расстояния ( $R$ ) между источником световой волны и объектом, на котором волна дифрагирует, и от расстояния ( $L$ ) между объектом и плоскостью наблюдения все дифракционные явления делятся на дифракционные явления Френеля (дифракция Френеля, расстояния  $R$  и  $L$  – конечны) и дифракционные явления Фраунгофера (дифракция Фраунгофера,  $R \rightarrow \infty, L \rightarrow \infty$ ). При дифракции на круглом отверстии радиуса  $a$  дифракция Фраунгофера наблюдается при условии

$$R \gg k a^2/2, \quad L \gg k a^2/2. \quad (4.2)$$

Здесь  $k = \frac{2\pi}{\lambda}$  – волновое число. Для отверстия диаметром 0.1 мм это условие выполняется на расстояниях больших 15 см ( $\lambda = 0,5$  мкм,  $2a = 0,1$  мкм,  $ka^2/2 = 15$  мм). С увеличением размера препятствия экран для наблюдения дифракции Фраунгофера надо относить все дальше и дальше. Поэтому на практике для удобства наблюдения дифракции Фраунгофера часто используют линзу, которая переносит изображение дифракционной картины из бесконечности или достаточно большого расстояния в заднюю фокальную плоскость линзы.

При дифракции на прямоугольной щели (решетке) условие наблюдения дифракции Фраунгофера совпадает с условием (4.2) при замене  $a$  на ширину щели (период решетки).

### Дифракция на бесконечно длинной прямоугольной щели

Рассмотрим дифракцию Фраунгофера на длинной прямоугольной щели. Ширину щели АВ обозначим через  $b$ , ее длину будем считать бесконечной. Пусть на щель падает нормально плоская монохроматическая волна (рис. 4.2). Используя принцип Гюйгенса-Френеля, поле за щелью най-



дем, как результат интерференции волн от вторичных источников, расположенных на волновой поверхности. В качестве волновой поверхности возьмем плоскость, в которой располагается щель. Распределение интенсивности будем рассматривать в фокальной плоскости линзы, расположенной за щелью.

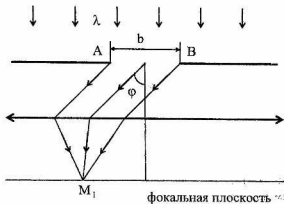


Рис. 4.2

Рассмотрим волны, распространяющиеся от вторичных источников под углом  $\varphi$  к направлению падающей на щель волны. Линза собирает эти волны в фокальной плоскости в точку  $M_1$ .

Щель разобьем на зоны Френеля в виде полос, параллельных границам щели, шириной  $\Delta x = \frac{\lambda}{2 \sin \varphi}$ . Оптическая разность хода световых лучей, проведенных из точек, лежащих на краях зоны, в направлении распространения вторичных волн равна  $\Delta x \sin \varphi = \frac{\lambda}{2}$ . Все зоны совершенно одинаковы, поэтому при интерференции волн от вторичных источников двух соседних зон амплитуда результирующей волны равна нулю. В точке  $M_1$  будет наблюдаться минимум интенсивности, если на размере щели укладывается четное число зон Френеля,

$$\frac{b}{\Delta x} = 2m \Rightarrow b \sin \varphi = 2m \frac{\lambda}{2}, \quad m\text{-целое число.} \quad (4.3)$$

В точке  $M_1$  будет наблюдаться максимум интенсивности, если на размере щели укладывается нечетное число зон Френеля,

$$\frac{b}{\Delta x} = 2m + 1 \Rightarrow b \sin \varphi = (2m + 1) \frac{\lambda}{2}. \quad (4.4)$$

Число  $m$  называется порядком дифракционного максимума. С увеличением угла  $\varphi$  ширина зон Френеля уменьшается, поэтому с ростом порядка дифракционного максимума падает и его интенсивность.

Использование метода зон Френеля при изучении дифракции Фраунгофера на щели позволяет сравнительно просто найти положение точек в

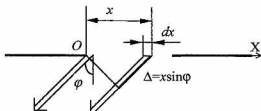


Рис. 4.3.

(рис. 4.3). Щель разобьем на бесконечно узкие полоски шириной  $dx$ . Найдем поле, получаемое при интерференции волн от вторичных источников, расположенных в пределах такой полоски. По-прежнему рассматриваем волны от вторичных источников, распространяющиеся под углом  $\varphi$  по направлению к падающей волне. Амплитуда поля, создаваемая в точке  $M_1$  (рис. 4.2) фокальной плоскости при интерференции волн от вторичных источников, расположенных в пределах полоски, прямо пропорциональна ширине этой полоски

$$dA = C dx.$$

Здесь  $C$  – коэффициент пропорциональности.

Если на щель падает монохроматическая волна, то волны, создаваемые вторичными источниками, тоже монохроматические.

Пусть бесконечно узкая полоска располагается вблизи левого края щели. Тогда напряженность поля, создаваемого в точке  $M_1$  вторичными источниками этой полоски, можно записать следующим образом

$$dE(x=0) = C dx \cos \omega t.$$

Если бесконечно узкая полоска располагается на расстоянии  $x$  от точки  $O$ , то напряженность поля, создаваемая в точке  $M_1$  вторичными источниками этой полоски, есть

$$dE(x) = C dx \cos(\omega t - k \Delta). \quad (4.5)$$

Дополнительная фаза  $k\Delta = kx \sin \varphi = \frac{2\pi}{\lambda} x \sin \varphi$  в выражении (4.5) обусловлена тем, что по мере удаления бесконечно узкой полоски от края щели увеличивается оптический путь (на величину  $x \sin \varphi$ ), проходимый волнами от вторичных источников до точки  $M_1$ .

Напряженность поля, создаваемого в точке  $M_1$  всеми вторичными источниками, расположенными в пределах щели, есть

фокальной плоскости, в которых будет наблюдаться максимум или минимум интенсивности.

Рассмотрим более строгое решение этой задачи.

Возьмем ось  $X$  и направим ее поперек щели. За начало отсчета выберем точку  $O$  на левом краю щели

$$E = \int dE = C \int_0^b \cos(\omega t - kx \sin \varphi) dx = Cb \left[ \frac{\sin\left(\frac{\pi b}{\lambda} \sin \varphi\right)}{\frac{\pi b}{\lambda} \sin \varphi} \right] \cos\left(\omega t - \frac{\pi b}{\lambda} \sin \varphi\right). \quad (4.6)$$

Учитывая связь между интенсивностью и напряженностью электрического поля световой волны  $I = \langle E^2 \rangle$  и выражение (4.6), получим

$$I(\varphi) = I_0 \left( \frac{\sin\left(\frac{\pi b}{\lambda} \sin \varphi\right)}{\frac{\pi b}{\lambda} \sin \varphi} \right)^2, \quad (4.7)$$

где  $I_0 = \frac{C^2 b^2}{2}$  – интенсивность света при  $\varphi = 0$ .

На рис. 4.4 приведен график изменения интенсивности света в зависимости от  $\sin \varphi$ .

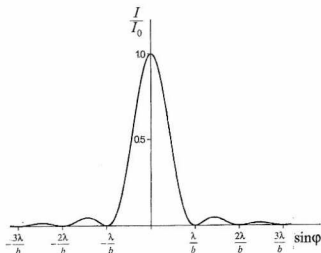


Рис. 4.4

Из выражения (4.7) видно, что минимум интенсивности наблюдается при условии  $\sin\left(\frac{\pi b}{\lambda} \sin \varphi\right) = 0$ , т.е.

$$\frac{\pi b}{\lambda} \sin \varphi = \pi m \Rightarrow b \sin \varphi = \frac{\lambda}{2} 2m.$$

Условия наблюдения минимумов интенсивности, полученные как с использованием точной формулы, описывающей распределение интенсивности в зависимости от угла  $\varphi$ , так и с использованием метода зон Френеля, совпадают.

Между минимумами расположены побочные максимумы интенсивности, положение которых определим, приравняв производную функции (4.7) нулю

$$\frac{dI}{d\varphi} = 0. \quad (4.8)$$

Условие наблюдения максимумов примет вид

$$u \cos u - \sin u = 0$$

или

$$\operatorname{tgu} = u, \quad (4.9)$$

где  $u = \frac{\pi b}{\lambda} \sin \varphi$ . Решая уравнение (4.9), получим

$$\sin \varphi = \pm 1,43 \frac{\lambda}{b}; \pm 2,46 \frac{\lambda}{b}; \dots$$

Практически можно считать, что максимумы располагаются посередине между двумя соседними минимумами. С увеличением угла дифракции быстро уменьшаются значения максимумов интенсивности. Если считать интенсивность центрального максимума равной  $I_0 = 1000$  и обозначить интенсивность второго и т. д. побочных максимумов через  $I_1, I_2, I_3, \dots$ , то  $I_0 : I_1 : I_2 : I_3 : \dots = 1000 : 47 : 17 : \dots$

## Дифракция Фраунгофера на дифракционной решетке

*Дифракционная решетка – это любое устройство, осуществляющее периодическую пространственную модуляцию падающей волны по амплитуде или фазе, или одновременно по обоим этим параметрам.*

Дифракционная решетка – это основной элемент спектральных приборов. С помощью нее можно, разложив некогерентный свет в спектр, определить его спектральный состав, измерить ширину спектральных линий.

Простейшая дифракционная решетка представляет собой систему из большого числа одинаковых по ширине и параллельных друг другу щелей, лежащих в одной плоскости и разделенных равными по ширине непрозрачными промежутками. Ширину щели обозначим через  $b$ , а ширину непрозрачного промежутка –  $a$ . Величина  $d = a + b$  называется периодом дифракционной решетки.

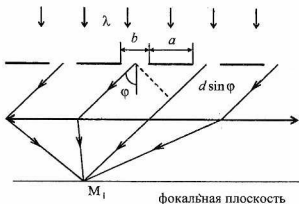


Рис. 4.5

Пусть на дифракционную решетку нормально к ее поверхности падает плоская монохроматическая волна (рис. 4.5). Поле за решеткой найдем как результат интерференции волн от вторичных источников, расположенных в плоскости дифракционной решетки. Обозначим напряженности электрических полей в точке  $M_1$  фокальной плоскости линзы, получаемые при интерференции волн от вторичных источников первой щели –  $E_1$ , второй щели –  $E_2$ , третьей щели –  $E_3$ , и т.д. Тогда напряженность электрического поля в точке  $M_1$  есть

$$E = E_1 + E_2 + \dots + E_N = \sum_{j=1}^N E_j. \quad (4.10)$$

Здесь  $N$  – число щелей. Отметим, что амплитуды полей, создаваемых различными щелями, одинаковы и равны

$$A = A_0 \left( \frac{\sin\left(\frac{\pi b}{\lambda} \sin \varphi\right)}{\frac{\pi b}{\lambda} \sin \varphi} \right). \quad (4.11)$$

Однако существует разность оптического хода между волнами от вторичных источников, расположенных в различных щелях решетки. Так для волн, исходящих от вторичных источников двух соседних щелей, оптическая разность хода равна  $d \sin \varphi$ . Таким образом, если напряженность электрического поля, создаваемого в точке  $M_1$  вторичными источниками первой щели

$$E_1 = A \cos(\omega t - \varphi_0), \quad \text{где } \varphi_0 = \frac{\pi b}{\lambda} \sin \varphi \quad (\text{смотри формулу 4.5),}$$

то напряженность электрического поля, создаваемого вторичными источниками  $j$ -ой щели, есть

$$E_j = A \cos(\omega t - \varphi_0 - (j-1)kd \sin \varphi). \quad (4.12)$$

Суммарную напряженность электрического поля можно записать следующим образом

$$E = A \sum_{j=1}^N \cos(\omega t - \varphi_0 - (j-1)\delta), \quad (4.13)$$

где  $\delta = kd \sin \varphi$ . Для нахождения записанной выше суммы перейдем от действительных чисел к комплексным ( $\cos y = \operatorname{Re}\{\exp(iy)\}$ ). Тогда

$$\begin{aligned} E &= A \operatorname{Re} \sum_{j=1}^N \exp\{i(\omega t - \varphi_0 - (j-1)\delta)\} = \\ &= A \operatorname{Re} \left[ \exp\{i(\omega t - \varphi_0)\} \sum_{j=1}^N \exp\{-i(j-1)\delta\} \right]. \end{aligned} \quad (4.14)$$

Нахождение напряженности электрического поля сводится к вычислению суммы геометрической прогрессии:  $\sum_{j=1}^N \eta^{j-1} = \frac{1-\eta^N}{1-\eta}$ . Для рассматриваемой задачи  $\eta = \exp(-i\delta)$ . Выражение (4.14) может быть записано в виде

$$\begin{aligned} E &= A \operatorname{Re} \left\{ \exp[i(\omega t - \varphi_0)] \frac{1 - \exp(-iN\delta)}{1 - \exp(-i\delta)} \right\} = \\ &= A \frac{\sin\left(\frac{N\delta}{2}\right)}{\sin\frac{\delta}{2}} \cos\left[\omega t - \varphi_0 - \frac{(N-1)\delta}{2}\right]. \end{aligned} \quad (4.15)$$

При получении выражения (4.15) использовали формулу  $\sin y = \frac{\exp(iy) - \exp(-iy)}{2i}$ . Изменение интенсивности волны в зависимости от угла  $\varphi$  описывается выражением вида

$$I(\varphi) = I_1 \left[ \frac{\sin\left(\frac{\pi b}{\lambda} \sin \varphi\right)}{\frac{\pi b}{\lambda} \sin \varphi} \right]^2 \left[ \frac{\sin\left(\frac{\pi N d}{\lambda} \sin \varphi\right)}{\sin\left(\frac{\pi d}{\lambda} \sin \varphi\right)} \right]^2, \quad (4.16)$$

где  $I_1 = A^2/2$ . При выполнении условия

$$\sin\left(\frac{\pi d}{\lambda} \sin \varphi\right) = 0 \Rightarrow \frac{\pi d}{\lambda} \sin \varphi = \pi m \Rightarrow d \sin \varphi = m\lambda \quad (4.17)$$

выражение (4.16) принимает неопределенный вид  $0/0$ . Раскрыв неопределенность (например, по правилу Лопиталья), получим, что интенсивность света в направлении, задаваемом условием (4.17), в  $N^2$  раз больше интенсивности света в этом направлении при дифракции Фраунгофера на одной щели. Таким образом, условие  $d \sin \varphi = m\lambda$  определяет направления, в которых наблюдаются главные максимумы интенсивности при дифракции на решетке. Число  $m$  называется порядком главного максимума.

Условие (4.17) имеет простой физический смысл. Для того чтобы при интерференции волн от двух соседних щелей наблюдался максимум интенсивности, оптическая разность хода этих волн должна быть кратна четному числу длин полуволн, т.е.  $d \sin \varphi = 2m \frac{\lambda}{2}$ .

Найдем, при каких значениях угла  $\varphi$  интенсивность дифрагированной волны равна нулю. Из анализа первого сомножителя выражения (4.16) следует, что интенсивность равна нулю в направлениях, задаваемых условием

$$b \sin \varphi = l\lambda \quad (l - \text{целое число}).$$

Это условие наблюдения минимума интенсивности было получено при рассмотрении дифракции Фраунгофера на щели. Для дифракционной решетки это условие остается в силе.

Из анализа второго сомножителя выражения (4.16) следует, что интенсивность равна нулю также в направлениях, задаваемых условиями

$$\frac{\pi d N}{\lambda} \sin \varphi = p\pi \quad (p - \text{целое число}), \text{ но } \frac{\pi d}{\lambda} \sin \varphi \neq 0.$$

Или

$$d \sin \varphi = \frac{p}{N} \lambda, \quad d \sin \varphi \neq m\lambda. \quad (4.18)$$

Из (4.18) следует, что  $p$  не может равняться целому числу  $N$ . Если рассмотреть два любых соседних главных максимума, например,  $m$  и  $m+1$ , то между ними интенсивность равна нулю, если число  $p$  принимает значения  $N\left(m + \frac{1}{N}\right), N\left(m + \frac{2}{N}\right), \dots, N\left(m + \frac{N-1}{N}\right)$ . Условие наблюдения минимумов интенсивности между двумя соседними главными максимумами можно записать в виде

$$d \sin \varphi = \lambda \left( m + \frac{p_1}{N} \right), \quad p_1 = 1, 2, \dots, N-1. \quad (4.19)$$

Таким образом, между двумя главными максимумами расположен  $N-1$  минимум и  $N-2$  побочных максимума. С увеличением числа щелей ширина главного максимума, определяемая как расстояние (угловое или линейное)

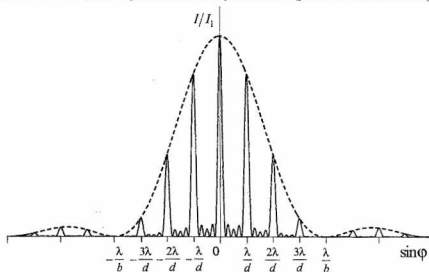


Рис. 4.6

между ближайшими к нему минимумами, уменьшается. На рис. 4.6 приведен график зависимости интенсивности дифрагированной волны от  $\sin \varphi$  для дифракционной решетки, состоящей из 5 щелей при условии, что  $d/b = 4$ . Штриховая линия на рисунке изображает изменение интенсивности при дифракции на одной щели.

### Характеристики дифракционной решетки

Рассмотрим характеристики дифракционной решетки.

Прежде всего, из условия наблюдения главных максимумов  $d \sin \varphi = m\lambda$  видно, что очень важным параметром дифракционной решетки является ее период —  $d$ . Чем меньше период решетки, тем больше угол дифракции (4.17), причем сильнее отклоняются «красные» волны спектра, по сравнению с «синими» волнами спектра.

Для измерения длин волн в спектрах важное значение имеет дисперсия решетки. Различают угловую и линейную дисперсию.



*Угловой дисперсией* ( $D_\varphi$ ) называется величина, характеризующая угловой разброс максимумов дифракции для различных волн, приходящийся на единичный интервал длин волн

$$D_\varphi = \frac{d\varphi}{d\lambda}, \quad (4.20)$$

где  $d\varphi$  – угловое расстояние между спектральными линиями, отличающимися на  $d\lambda$ .

Дифференцируя выражение (4.17), получим, что величина угловой дисперсии равна

$$D_\varphi = \frac{m}{d \cos \varphi}, \quad (4.21)$$

то есть угловая дисперсия прямо пропорциональна порядку дифракции и обратно пропорциональна периоду решетки.

Если дифракционная картина наблюдается на экране (например, в фокальной плоскости линзы), то можно использовать понятие линейной дисперсии, характеризующей разброс положений максимумов дифракции при изменении длины волны на единицу

$$D_l = \frac{dl}{d\lambda}. \quad (4.22)$$

Здесь  $dl$  – расстояние на экране между спектральными линиями, отличающимися на  $d\lambda$ . Если  $f$  – фокусное расстояние линзы, то

$$D_l = f \cdot D_\varphi.$$

Линейная дисперсия, как и угловая, при небольших изменениях угла  $\varphi$  практически постоянна. Постоянство дисперсии отличает дифракционный спектр от призмного по внешнему виду.

Чтобы увеличить дисперсию при заданном периоде решетки, используют спектры высоких порядков. При этом возникает наложение спектров разных порядков, что может затруднить расшифровку спектральных линий. Однако, наложение спектров может играть и положительную роль, давая возможность по линиям с известными длинами волн одного порядка отождествлять линии в спектре другого порядка

Следующий важный параметр – общее число штрихов  $N$ . Он определяет ширину главных максимумов и разрешающую способность дифракционной решетки – способность разделять близкие длины волн.

Очевидно, что если две длины волн очень мало отличаются друг от друга, то главные максимумы этих длин волн на картине дифракции могут практически сливаться. В качестве примера близко расположенных линий

можно рассмотреть линии спектра излучения паров натрия – так называемый дублет натрия 0.5990 мкм и 0.5996 мкм.

Для дифракционной решетки Рэлея предложил следующий критерий спектрального разрешения. Спектральные линии с близкими длинами волн  $\lambda_1$  и  $\lambda_2$  считаются разрешенными, когда центр главного максимума для одной длины волн совпадает с первым дифракционным минимумом другой. При этом интенсивность в середине между двумя близко расположенными максимумами составляет примерно 80 % интенсивности в максимумах и является уже различимой для человеческого глаза. Этот критерий аналогичен критерию, используемому при рассмотрении пространственного разрешения двух точек объекта (см. лабораторную работу №2).

Критерий Рэлея устанавливает минимально разрешаемое различие в длинах волн ( $\Delta\lambda$ ).

За величину разрешающей способности принимают отношение

$$R = \frac{\lambda}{\Delta\lambda}. \quad (4.23)$$

Покажем, как общее число штрихов влияет на разрешающую способность дифракционной решетки. Мы знаем, что положение главного максимума зависит от длины волны.

Найдем величину разрешающей способности решетки в зависимости от ее параметров. Пусть имеем длины волн  $\lambda_1 = \lambda$  и  $\lambda_2 = \lambda + \Delta\lambda$ .

Условие наблюдения первого минимума за главным максимумом порядка  $m$  для волн  $\lambda$

$$d \cdot \sin \varphi = \left( m + \frac{1}{N} \right) \cdot \lambda. \quad (4.24)$$

Условие наблюдения главного максимума порядка  $m$  для длины волны  $\lambda + \Delta\lambda$  имеет вид

$$d \cdot \sin \varphi = m \cdot (\lambda + \Delta\lambda). \quad (4.25)$$

Приравнивая правые части выражений (4.24) и (4.25), найдем разрешающую способность решетки

$$R = \frac{\lambda}{\Delta\lambda} = mN. \quad (4.26)$$

Поскольку общее число штрихов стандартных дифракционных решеток обычно бывает от нескольких тысяч до нескольких десятков тысяч, то становится ясно, что дифракционная решетка позволяет достичь весьма высокой относительной точности разрешения спектральных линий –  $10^{-4}$ – $10^{-5}$  (0.01–0.001%).

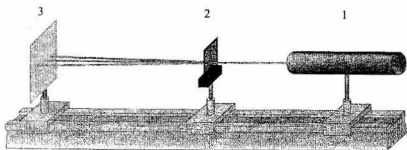


Рис. 4.7

## ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ ЧАСТЬ

### Описание установки

Установка состоит из He-Ne лазера 1 (рис. 4.7), держателя для щели или дифракционной решетки 2, экрана для наблюдения 3. В схеме не используется линза, так как при ширине щели  $a = 0,1 \text{ мм} = 10^{-4} \text{ м}$  достаточно расположить экран наблюдения от щели или решетки на расстоянии

$L \gg \frac{\pi a^2}{\lambda} = 0,5 \text{ м}$ , чтобы выполнялось условие дифракции Фраунгофера.

### Упражнение 1. Измерение длины световой волны с помощью дифракционной решетки

1. Поместите в держатель дифракционную решетку с известным числом штрихов (100 штрихов на 1 мм). Ее период  $10^{-3} \text{ м}$ .
2. Измерьте расстояния  $x_m$  ( $m = 1, 2, 3$ ) трех первых дифракционных максимумов (слева и справа от центрального). Расстояния измеряются от центрального максимума до максимума с номером  $m$ .
3. Найдите угловые координаты максимумов по формуле

$$\sin \varphi_m = \frac{x_m}{\sqrt{x_m^2 + L^2}}, \text{ где } L - \text{расстояние от решетки до экрана.}$$

4. Полученные результаты запишите в таблицу 4.1.
5. По формуле  $\lambda = \frac{d \cdot \sin \varphi}{m}$  вычислите длину световой волны и сравните ее с эталонным значением 632,8 нм.

Таблица 4.1

Порядок максимума $m$	Расстояние максимума с номером $m$ от центрального			$L_m$	$\sin \varphi_m$	Длина волны $\lambda_m$
	$x'_m$ слева, $m$	$x''_m$ справа, $m$	$x_m = \frac{x'_m + x''_m}{2}$			
1						
2						
...						

### Упражнение 2. Изучение зависимости вида дифракционной картины от периода дифракционной решетки

1. Повторите пункты 1 – 4 упражнения 1 для решеток с другим значением периода.
2. Сделайте вывод о зависимости расстояния между соседними максимумами от периода дифракционной решетки.

### Упражнение 3. Наблюдение дифракции при изменении ширины щели

1. Поместите в держатель схемы, приведенной на рис. 4.7, вместо дифракционной решетки щель переменной ширины.
2. Пронаблюдайте, как изменяется вид дифракционной картины при изменении размера щели. Следует начинать с широкой щели и постепенно уменьшать ее. Зарисуйте 3-4 наблюдаемые дифракционные картины.
3. Определите угловые координаты дифракционных максимумов так же, как это делали в упражнении 1. Используя условие образования дифракционных минимумов (4.3) или дифракционных максимумов (4.4), вычислите 2-3 значений ширины щели, зная, что длина волны излучения лазера  $\lambda=6328 \text{ \AA}$ . Полученные результаты занесите в табл. 4.2.
4. Для каждого значения ширины щели измерьте расстояние между первыми дифракционными минимумами (ширину центрального максимума) и также запишите в табл. 4.2. Сделайте вывод о влиянии размера щели на картину дифракции.

Таблица 4.2

Но- мер опыта	$L,$ $m$	Расстояние $x_m,$ $m$	$\sin \varphi_m = \frac{x_m}{\sqrt{L^2 + x_m^2}}$	Ширина цен- трального максимума $\Delta x,$ $m$	Ширина щели $b,$ $m$
		$x_1 =$			
		$x_2 =$			
		$x_3 =$			
		$x_{\text{сред}} =$			
		$x_1 =$			
		$x_2 =$			
		$x_3 =$			
		$x_{\text{сред}} =$			

#### Упражнение 4. Дифракция света на двумерной плоской решетке

Двумерная плоская решетка представляет собой совокупность двух прозрачных дифракционных решеток с периодами  $d_1$  и  $d_2$ , щели которых расположены взаимно перпендикулярно.

1. Поместите двумерную решетку вместо щели в установке, изображенной на рис. 4.7.
2. На экране наблюдайте дифракционную картину, зарисуйте наблюдаемую дифракционную картину. Объясните полученный результат.

#### Контрольные вопросы

1. Сформулируйте принцип Гюйгенса-Френеля.
2. В чем заключается метод зон Френеля?
3. Что называется дифракцией Френеля, Фраунгофера?
4. Получите формулу, описывающую распределение интенсивности в дифракционной картине при дифракции на щели. Условия наблюдения минимумов и максимумов.
5. Дифракционная решетка. Получите условия наблюдения дифракционных максимумов и минимумов на дифракционной решетке.
6. Основные характеристики дифракционной решетки: разрешающая способность, угловая и линейная дисперсии решетки.

## Определение концентрации окрашенных растворов при помощи колориметра

### ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

#### Макроскопическая теория

Если пропускать световой пучок через какое-либо вещество, то его энергия на выходе будет меньше, чем на входе. Это объясняется тем, что при распространении световой волны в веществе часть ее энергии рассеивается, а часть поглощается. *Поглощение света – это уменьшение интенсивности оптического излучения, проходящего через вещество, за счет взаимодействия с ним, в результате которого световая энергия переходит во внутреннюю энергию вещества (тепловую, химическую и т.д.).*

Как показали опыты, для слабо поглощающих слоев при стремлении их толщины к нулю изменение интенсивности прошедшей волны  $dI$  прямо пропорционально толщине поглощающего слоя  $dz$  (рис. 5.1) и интенсивности  $I$  падающей волны

$$dI = -\alpha I dz. \quad (5.1)$$

Формула (5.1) представляет собой закон Бугера – Ламберта в дифференциальной форме. Знак минус показывает, что интенсивность света уменьшается. Коэффициент пропорциональности  $\alpha$  в формуле (5.1) получил название коэффициента поглощения.

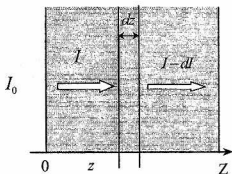


Рис. 5.1

Найдем интенсивность излучения при прохождении светом слоя вещества конечной толщины  $Z$ . Для этого преобразуем формулу (5.1) к виду

$$\frac{dI}{I} = -\alpha dz.$$

Проинтегрировав правую и левую части этого выражения

$$\int_{I_0}^I \frac{dI}{I} = -\alpha \int_0^Z dz,$$

получим

$$I(Z) = I_0 \exp(-\alpha Z), \quad (5.2)$$

где  $I_0$  – интенсивность падающей волны,  $I$  – интенсивность волны на выходе из слоя,  $Z$  – толщина слоя.

Выражение (5.2) получило название закона Бугера-Ламберта в интегральной форме.

Если вещество растворено в практически не поглощающем растворителе, то коэффициент поглощения прямо пропорционален концентрации  $C$  раствора  $\alpha = \epsilon C$  (закон Бера), где  $\epsilon$  – коэффициент экстинкции. С учетом закона Бера выражение (5.2) записывается в виде

$$I = I_0 \exp(-\epsilon CZ) \quad (5.3)$$

и называется законом Бугера-Ламберта-Бера.

В физике при описании явлений широко используются комплексные числа. Математически описать поглощение света при его прохождении через среду можно, если ввести комплексный показатель преломления. Традиционно его принято записывать в следующем виде

$$n' = n(1 + i\kappa), \quad (5.4)$$

где  $n$  – показатель преломления, а  $\kappa$  – показатель затухания.

Плоскую монохроматическую волну, распространяющуюся в однородной непоглощающей среде с показателем преломления  $n$  вдоль оси  $z$ , можно описать следующим выражением для напряженности электрического поля

$$\vec{E} = \vec{E}_0 \cos(\omega t - kz) = \text{Re}\{\vec{E}_0 \exp[-i(\omega t - kz)]\}, \quad (5.5)$$

где волновое число  $k = \frac{2\pi}{\lambda_0} n$ ,  $\lambda_0$  – длина волны в вакууме,  $\text{Re}$  обозначает действительную часть комплексного числа.

Выражение (5.5) будет справедливо и при описании распространения плоской монохроматической волны в однородной поглощающей среде при замене  $n$  на  $n'$

$$\begin{aligned} \vec{E} &= \operatorname{Re} \left\{ \vec{E}_0 \exp \left[ -i \left( \omega t - \frac{2\pi}{\lambda_0} n' z \right) \right] \right\} = \operatorname{Re} \left\{ \vec{E}_0 \exp \left[ -i \left[ \omega t - \frac{2\pi}{\lambda_0} z n (1 + i\kappa) \right] \right] \right\} = \\ &= \vec{E}_0 \exp \left( -\frac{2\pi}{\lambda_0} n \kappa z \right) \operatorname{Re} \left\{ \exp \left[ -i \left( \omega t - \frac{2\pi}{\lambda_0} n z \right) \right] \right\} = \vec{E}(z) \cos \left( \omega t - \frac{2\pi}{\lambda_0} n z \right). \end{aligned} \quad (5.6)$$

Плоская волна, описываемая выражением (5.6), отличается от (5.5) тем, что амплитуда колебаний вектора  $\vec{E}$  убывает при распространении волны по экспоненциальному закону  $\vec{E}(z) = \frac{1}{2} \vec{E}_0 \exp \left( -\frac{2\pi}{\lambda_0} n \kappa z \right)$ .

Интенсивность световой волны определяется как среднее по времени значение квадрата напряженности  $I = \langle E^2 \rangle$ . Среднее значение по времени от квадрата косинуса равняется 1/2, поэтому

$$I = \frac{1}{2} E_0^2 \exp \left( -\frac{4\pi}{\lambda_0} n \kappa z \right).$$

Сравнивая полученное выражение с законом Бугера-Ламберта, получим

$$I = \frac{1}{2} E_0^2 \exp \left( -\frac{4\pi}{\lambda_0} n \kappa z \right) = I_0 \exp(-\alpha z).$$

Откуда  $\alpha = 2\kappa k = 2 \frac{2\pi}{\lambda_0} n \kappa$ .

Для удобства практической оценки ослабления света при его прохождении сквозь образец пользуются величинами:

*пропускание*

$$\tau = \frac{I}{I_0},$$

*поглощение*

$$1 - \tau = \frac{I_0 - I}{I_0},$$

*оптическая плотность*

$$D = \lg \frac{I_0}{I} = 0,43 \alpha z.$$

Коэффициент поглощения среды  $\alpha$  существенным образом зависит от длины волны. Для каждого вещества зависимость  $\alpha$  от длины волны индивидуальна и выражается графиком, который представляет собой спектр поглощения вещества.



## Микроскопическая теория поглощения света

Поглощение является результатом взаимодействия световой волны с веществом. Для построения теории поглощения света необходимо выбрать модель среды.

Будем считать, что среда представляет собой диэлектрик. В диэлектриках электроны являются связанными в атомах или молекулах с ядром. Эту связь можно описать с помощью некоторой квазиупругой силы, которая возвращает электрон к ядру, если его вывести из положения равновесия. Известно, что под действием квазиупругой силы в системе возникают колебания. При этом в реальной среде такие колебания будут затухать. Процесс уменьшения амплитуды колебаний в системе можно описать, если включить в рассмотрение силу, аналогичную силе вязкого трения. Со стороны электромагнитного поля на заряженные частицы (электроны и ядра) действует сила пропорциональная напряженности поля  $\vec{E}$ . Так как массы электронов намного меньше массы ядер, то можно пренебречь смещением ядер под действием электрического поля волны. Исходя из второго закона Ньютона, уравнение движения электрона запишется в виде

$$m \frac{d^2 \vec{r}}{dt^2} = -K \vec{r} - \beta \frac{d\vec{r}}{dt} + e\vec{E}, \quad (5.7)$$

где  $m$  – масса электрона,  $e$  – заряд электрона,  $-K \vec{r}$  – квазиупругая возвращающая сила,  $\vec{r}$  – смещение электрона из положения равновесия,  $\beta \frac{d\vec{r}}{dt}$  – сила, аналогичная силе трения и введенная для учета поглощения света. Как было показано ранее, комплексное представление электрической составляющей электромагнитной волны (5.5) позволяет в рамках единого подхода описать как распространение последней, так и ее поглощение. Поэтому для учета поглощения, связанного с затуханием колебаний электрона, зададим напряженность поля гармонической световой волны в комплексной форме  $\vec{E} = \vec{E}_0 \exp(-i\omega t)$ . Уравнение (5.7) можно переписать следующим образом

$$m \frac{d^2 \vec{r}}{dt^2} + K \vec{r} + \beta \frac{d\vec{r}}{dt} = eE_0 \exp(-i\omega t). \quad (5.8)$$

Поделив левую и правую часть уравнения (5.8) на  $m$ , приведем уравнение (5.8) к каноническому виду

$$\frac{d^2 \vec{r}}{dt^2} + \omega_0^2 \vec{r} + 2\gamma \frac{d\vec{r}}{dt} = \frac{e}{2m} \vec{E}_0 \exp(-i\omega t), \quad (5.9)$$

где  $\frac{K}{m} = \omega_0^2$ ,  $\frac{\beta}{m} = 2\gamma$ .

Будем искать стационарное решение уравнения (5.9) в виде

$$\vec{r} = \vec{r}_0 \exp(-i\omega t). \quad (5.10)$$

Подставляя выражение (5.10) и выражения для первой  $\frac{d\vec{r}}{dt} = -i\omega\vec{r}$  и второй производных  $\frac{d^2\vec{r}}{dt^2} = -\omega^2\vec{r}$  в (5.9), находим решение для  $\vec{r}$  в виде:

$$\vec{r} = \frac{\frac{e}{2m} \vec{E}_0 \exp(-i\omega t)}{\omega_0^2 - \omega^2 - i2\omega\gamma} = \frac{\frac{e}{m} \vec{E}}{\omega_0^2 - \omega^2 - i2\omega\gamma}.$$

Смещение электрона из положения равновесия приводит к возникновению в атоме (молекуле) дипольного момента

$$\vec{p} = e\vec{r} = \frac{\frac{e^2}{m} \vec{E}}{\omega_0^2 - \omega^2 - i2\omega\gamma}.$$

Если число электронов в атоме (молекуле)  $\ell$ , то выражение для дипольного момента примет вид

$$\vec{P} = \sum_{j=1}^{\ell} \frac{\frac{e_j^2}{m_j} \vec{E}}{\omega_{0j}^2 - \omega^2 - i2\omega\gamma_j}.$$

Пусть число атомов (молекул) в единице объема среды равно  $N$ , тогда произведение  $N\vec{P}$  есть вектор поляризации среды

$$\vec{P} = N\vec{P} = N \sum_{j=1}^{\ell} \frac{\frac{e_j^2}{m_j} \vec{E}}{\omega_{0j}^2 - \omega^2 - i2\omega\gamma_j}. \quad (5.11)$$

Показатель преломления среды  $n$  связан с диэлектрической проницаемостью  $\epsilon$  простым соотношением

$$\epsilon = n^2 = 1 + 4\pi\eta. \quad (5.12)$$

Здесь  $\eta$  – диэлектрическая восприимчивость, связывающая вектор поляризации с вектором напряженности электрического поля:

$$\vec{P} = \eta \cdot \vec{E}. \quad (5.13)$$

С учетом (5.11) и (5.13) выражение для диэлектрической восприимчивости среды примет вид

$$\eta = \sum_{j=1}^{\ell} \frac{\frac{e_j^2}{m_j}}{\omega_{0j}^2 - \omega^2 - i2\omega\gamma_j}. \quad (5.14)$$

Тогда зависимость комплексного показателя преломления от частоты световой волны и характеристик среды  $(\omega_{0j}, \gamma_j)$  есть

$$n^2 = \varepsilon = 1 + 4\pi N \sum_{j=1}^{\ell} \frac{\frac{e_j^2}{m_j}}{\omega_{0j}^2 - \omega^2 - i2\omega\gamma_j}. \quad (5.15)$$

Выделим в правой и левой частях выражения (5.15) действительную и мнимую части

$$\begin{aligned} n^2 - \kappa^2 n^2 + 2i\kappa n = 1 + 4\pi N \sum_{j=1}^{\ell} \frac{\frac{e_j^2}{m_j} (\omega_{0j}^2 - \omega^2)}{(\omega_{0j}^2 - \omega^2)^2 + 4\omega^2 \gamma_j^2} - \\ - i4\pi N \sum_{j=1}^{\ell} \frac{\frac{e_j^2}{m_j} \omega \gamma_j}{(\omega_{0j}^2 - \omega^2)^2 + 4\omega^2 \gamma_j^2}. \end{aligned} \quad (5.16)$$

Сравнивая действительные и мнимые части (5.16), найдем связь между макроскопическими  $(n, \kappa)$  и микроскопическими  $(\omega_{0j}, \gamma_j)$  параметрами среды

$$1 + 4\pi N \sum_{j=1}^{\ell} \frac{\frac{e_j^2}{m_j} (\omega_{0j}^2 - \omega^2)}{(\omega_{0j}^2 - \omega^2)^2 + 4\omega^2 \gamma_j^2} = n^2 (1 - \kappa^2), \quad (5.17a)$$

$$4\pi N \sum_{j=1}^{\ell} \frac{\frac{e_j^2}{m_j} \omega \gamma_j}{(\omega_{0j}^2 - \omega^2)^2 + 4\omega^2 \gamma_j^2} = 2\kappa n^2. \quad (5.17b)$$

Попытка довести выкладки до конца (то есть получить в явном виде зависимость  $n$  и  $\kappa$ ) приводит к очень громоздким выражениям, поэтому ограничимся исследованием полученных формул.

Видно, что показатель преломления и коэффициент поглощения зависят от свойств изучаемого вещества и частоты света. Обычно для прозрачных сред  $n=1$ , а  $\kappa \ll 1$ . Тогда в правой части выражения (5.17a) можно

пренебречь  $\kappa^2$  по сравнению с единицей и считать, что действительная часть диэлектрической восприимчивости определяет показатель преломления среды. Зависимость показателя преломления от частоты называется *дисперсией*.

Заметим, что зависимости функции  $2n^2\kappa$  и коэффициента поглощения  $\alpha = \frac{4\pi}{\lambda_0}nk$  от частоты подобны. При  $\omega \rightarrow \infty$  функция  $2n^2\kappa$  стремится к нулю, при  $\omega \rightarrow \omega_{0j}$  она имеет максимумы, которые довольно быстро исчезают по мере увеличения разности  $(\omega^2 - \omega_{0j}^2)$ . Величина  $(2n^2\kappa)_{\max} = \frac{4\pi Ne^2}{m\gamma_j \omega_{0j}}$  тем больше, чем меньше константа затухания  $\gamma_j$ . Ширина максимума в шкале частот растет с увеличением  $\gamma_j$ .

Зависимости (5.17 а, б) от частоты световой волны носят резонансный характер, т.е. когда знаменатель стремится к нулю, наблюдается резкое возрастание коэффициента поглощения. Из выражений (5.17 а, б) видно, что наибольшее отличие показателя преломления от единицы возникает вблизи резонансных частот, где среда сильно поглощает.

Типичные зависимости показателя преломления и коэффициента поглощения от частоты показаны на рис 5.2.

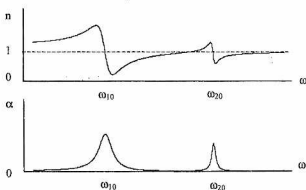


Рис. 5.2

## ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ ЧАСТЬ

### Описание установки

В данной работе используется колориметр КФО. Оптическая схема прибора приведена на рис. 5.3, а внешний вид установки – на рис. 5.4.

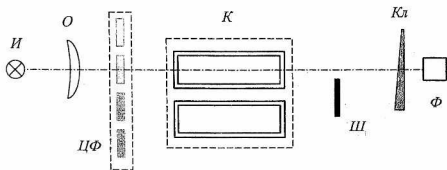


Рис. 5.3

Источник света *I* помещен в фокальной плоскости коллиматора *O*, после которого параллельный пучок света проходит через кювету *К* и попадает на фотоприемник *Φ*, подключенный к измерительному микроамперметру. Для выделения отдельных участков спектра используются цветные светофильтры *ЦФ*, которые устанавливаются с помощью ручки «ИЗМЕРИТЕЛЬНЫЕ ПОГЛОТИТЕЛИ». Для установки стрелки амперметра на 100% предназначен фотометрический клин *Кл*, оптическая плотность которого меняется от 0,5 до 1,7. Для перекрытия пучка света, попадающего на фотоприемник, используется шторка *Ш*, которая перемещается вместе с крышкой кюветного отделения, т.е. при открывании крышки кюветного отделения шторка автоматически перекрывает световой пучок. В приборе обычно устанавливаются две кюветы: эталонная – с чистым растворителем и измерительная – с раствором исследуемого вещества. Обе кюветы устанавливаются в держатель кювет, который может смещаться в поперечном к световому пучку направлении. Поворотом ручки «КЮВЕТЫ» влево или вправо до упора можно поместить в световой пучок ту или иную кювету, не открывая крышку кюветного отделения.



Рис. 5.4

## Включение и настройка прибора

1. Включите прибор с помощью тумблера «СЕТЬ» (тумблер находится на задней панели прибора). Измерения можно начинать через 10 – 15 минут после включения прибора. В течение этого времени наступает стабильный режим работы источника излучения.
2. Откройте крышку кюветного отделения и ручкой «УСТАНОВКА НУЛЯ» установите стрелку на нулевом делении шкалы прибора.
3. Установите на пути светового пучка кювету с дистиллированной водой. Закройте крышку кюветного отделения и с помощью ручки «УСТАНОВКА 100%» установите стрелку прибора на деление «100».
4. Снова откройте крышку кюветного отделения и при необходимости скорректируйте положение нуля с помощью ручки «УСТАНОВКА НУЛЯ».

## Упражнение 1. Построение градуировочной кривой

1. Возьмите колбу с раствором известной концентрации и заполните им свободную кювету. Запишите значение концентрации в таблицу 5.1. Примечание: Не закрывайте после этого колбу пробкой, чтобы не перепутать растворы.
2. Откройте крышку кюветного отделения и установите кювету в свободный паз держателя кювет. Закройте крышку кюветного отделения.
3. Поворотом ручки «КЮВЕТЫ» установите в световой пучок кювету с раствором. Запишите показание прибора в соответствующую ячейку  $I_1$  таблицы 5.1.

Таблица 5.1

Концентрация $C$ %	Показания микроамперметра				Оптическая плотность $D$
	Измерения			Среднее $I$	
	$I_1$	$I_2$	$I_3$		

4. Ручкой «КЮВЕТЫ» снова установите в пучок кювету с дистиллированной водой и убедитесь, что стрелка устанавливается на делении «100». При необходимости подкорректируйте показания прибора ручкой «УСТАНОВКА 100%»
5. Повторите пункты 3 – 4 и занесите в таблицу 5.1 соответствующие значения  $I_2$  и  $I_3$ .
6. Слейте раствор обратно в колбу и закройте колбу пробкой (см. Примечание).

7. Промойте использовавшуюся кювету водой и слейте эту воду в стакан для грязной воды.
8. Прodelайте пункты 1-7 для остальных растворов известной концентрации и заполните первые четыре столбца таблицы 5.1.
9. Определите средние значения  $I$  для каждого раствора.
10. Рассчитайте значения оптической плотности для каждого раствора по формуле  $D = \lg \frac{I_0}{I}$ , где положите  $I_0 = 100$ .
11. Постройте график зависимости оптической плотности  $D$  от концентрации  $C$ .

### Упражнение 2. Измерение концентрации раствора

1. Возьмите колбу с раствором неизвестной концентрации и заполните им свободную кювету.
2. Откройте крышку кюветного отделения и установите кювету в свободный паз держателя кювет. Закройте крышку кюветного отделения.
3. Аналогично предыдущему упражнению определите три показания прибора, соответствующие пропусканию неизвестного раствора. Запишите эти показания в таблицу 5.2.
4. Слейте раствор обратно и промойте кювету.
5. Определите среднее значение  $I$  и соответствующую оптическую плотность  $D_x$ .
6. На оси оптической плотности построенного градуировочного графика отложите значение  $D_x$ . По графику определите соответствующее этому значению оптической плотности значение концентрации. Занесите значение концентрации неизвестного раствора в таблицу 5.2.

Таблица 5.2.

Показания микроамперметра				Оптическая плотность	Концентрация
Измерения			Среднее		
$I_1$	$I_2$	$I_3$	$I$	$D_x$	$C \%$

**Примечание:** Чтобы не перепутать растворы не закрывайте крышкой колбу, если раствор из нее налит в кювету. Крышку можно закрыть только после того, как раствор слит обратно в колбу. Открытой может быть только одна колба. Не открывайте другой колбы, если на столе есть уже открытая колба.

### Контрольные вопросы и задания

1. Сформулируйте закон Бугера – Ламберта и закон Бера. Запишите закон Бугера-Ламберта-Бера в дифференциальной и интегральной форме.
2. Что такое оптическая плотность и как она связана с пропусканием?
3. Что такое дисперсия показателя преломления?
4. Сформулируйте основные положения микроскопической теории преломления и поглощения света.
5. Объясните, почему кривые поглощения и пропускания носят резонансный характер.
6. В чем заключается связь поглощения и дисперсии света?



# Лабораторная работа № 6

## Фотоэффект

### ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

#### Основные понятия и законы

*Внешний фотоэффект* – это эмиссия (вырывание) электронов из вещества в вакуум (или другое вещество) под действием электромагнитного излучения.

Для исследования закономерностей фотоэффекта можно воспользоваться установкой, изображенной на рис. 6.1. Имеется стеклянный сосуд с двумя электродами (К – катод, А – анод). В сосуде поддерживается высокий вакуум. Через кварцевое окно сосуда О на катод падает пучок света, при этом в электрической цепи возникает ток (фототок), который регистрируется гальванометром G.

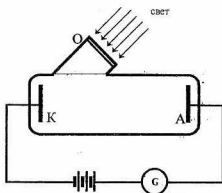


Рис. 6.1.

При возрастании напряжения между катодом и анодом фототок возрастает и достигает при заданном световом потоке (под световым потоком будем понимать энергию, протекающую в единицу времени через площадку, расположенную перпендикулярно направлению распространения волны) некоторой максимальной величины  $i_n$ , называемой током насыщения (рис. 6.2). Если напряжение приложено в обратном направлении, т. е. источник питания подключается к электроду А минусом, а к электроду К – плюсом, то при увеличении напряжения фототок уменьшается и при некотором напряже-

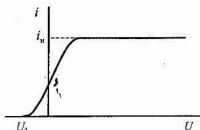


Рис. 6.2.

нии, получившим название задерживающего напряжения ( $U_3$ ), становится равным нулю.

Описанная зависимость силы тока от напряжения объясняется следующим образом. Свет, падая на поверхность катода, «вырывает» из нее электроны. Вылетевшие электроны движутся с разной скоростью в различных направлениях. Часть из них достигает анода. Поэтому даже при нулевом напряжении между катодом и анодом в электрической цепи течет ток.

Однако количество электронов, достигших анода, невелико. Большинство электронов, вылетающих из катода, задерживается возникающим около него объемным зарядом (объемный заряд образуют вылетевшие из катода электроны). При положительном напряжении между катодом и анодом под действием электрической силы возрастает количество электронов, достигающих анода, – фототок увеличивается. Ток насыщения достигается тогда, когда все электроны, вырванные светом из катода, попадают на анод. Опыты, проведенные Столетовым, показали, что при неизменном спектральном составе увеличение или уменьшение в  $N$  раз светового потока, падающего на катод, приводит к увеличению или уменьшению во столько же раз фототока насыщения.

При отрицательном напряжении между электродами электрическое поле препятствует электронам, вылетевшим из «катода» К, достигнуть «анода» А (названия взяты в кавычки так как в этом случае электрод К играет роль анода, а электрод А роль катода). Кинетическая энергия электрона расходуется на работу по преодолению электрической силы, препятствующей электрону достигнуть «анода» А. Когда потенциальная энергия взаимодействия электрона с электрическим полем становится равной максимальной кинетической энергии вылетевшего электрона, ни один из них не достигает «анода». Таким образом фототок равен нулю если

$$\frac{mv_{\max}^2}{2} = eU_3. \quad (6.1)$$

Здесь  $m = 9.1 \cdot 10^{-31}$  кг – масса,  $e = 1.6 \cdot 10^{-19}$  Кл – заряд,  $v_{\max}$  – максимальная скорость электрона. Тем самым, задерживающее напряжение характеризует максимальную кинетическую энергию, которую может иметь вылетевший под действием света электрон.

На рис 6.3. приведена экспериментально установленная Милликенем зависимость задерживающего напряжения от частоты па-

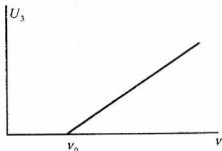


Рис. 6.3.

дающей на катод волны  $\nu$ . С ростом частоты задерживающее напряжение (а значит и максимальная кинетическая энергия вылетевшего электрона) линейно возрастает

$$U_3 = \xi(\nu - \nu_0). \quad (6.2)$$

Здесь  $\xi$  – коэффициент пропорциональности,  $\nu_0$  – граничная частота. Если частота световой волны меньше граничной частоты, то фотоэффект отсутствует. Эта частота называется красной границей фотоэффекта.

Многочисленные опыты установили следующие закономерности внешнего фотоэффекта:

1. *Сила тока насыщения прямо пропорциональна падающему световому потоку (закон Столетова). Иными словами количество электронов, вырываемых светом из вещества, прямо пропорционально интенсивности излучения, падающего на катод.*
2. *Максимальная энергия фотоэлектронов линейно зависит от частоты света, падающего на катод, и не зависит от величины светового потока.*
3. *Для каждого металла существует максимальная длина волны света (минимальная частота), получившая название красной границы фотоэффекта. Если длина волны света больше длины волны красной границы фотоэффекта, то вырывание электронов под действием света из катода не происходит.*

Опыты показали также, что фотоэффект практически безынерционен, т. е. вырывание электронов происходит сразу же после попадания излучения на катод. Причем время задержки между моментом падения светового потока на катод и моментом вылета электрона не зависит от величины светового потока.

### Попытка объяснения законов фотоэффекта, исходя из волновых представлений о природе света

С точки зрения классической теории, металл представляет собой кристаллическую решетку, в узлах которой располагаются положительно заряженные ионы. Между ионами хаотично движутся свободные электроны. Взаимодействие электронов с кристаллической решеткой препятствует их вылету за пределы металла. Если на свободный электрон падает монохроматическая электромагнитная волна  $\vec{E} = \vec{E}_0 \cos \omega t$ , то из второго закона Ньютона имеем

$$m \frac{d^2 \vec{r}}{dt^2} = e \vec{E}_0 \cos \omega t, \quad (6.3)$$

где  $\vec{r}$  – радиус вектор, описывающий смещение электрона из положения равновесия. Решение записанного уравнения ищется в виде:

$\vec{r}(t) = \vec{r}_0 \cos \omega t$ . Дифференцируя  $\vec{r}(t)$  по времени и подставляя в уравнение (6.3), получим

$$\vec{r}_0 = -\frac{e\vec{E}_0}{m\omega^2}. \quad (6.4)$$

Электрон под действием электромагнитного поля будет совершать колебания с амплитудой прямо пропорциональной амплитуде электромагнитного поля. Поэтому можно ожидать, что электрон, расположенный вблизи поверхности, покинет металл, как только амплитуда его колебаний  $r_0$  превысит некоторое критическое значение. Электрон приобретет энергию, достаточную для преодоления сил притяжения со стороны кристаллической решетки.

Из волновой теории следует:

1. Электроны не будут вылетать с поверхности металла до тех пор, пока амплитуда напряженности электрического поля  $E_0$  не превысит некоторого критического значения;
2. Энергия испущенных электронов возрастает пропорционально  $E_0^2$ ;
3. Если величину  $E_0$  (а значит и интенсивность света) поддерживать постоянной, а частоту света увеличивать, то число испускаемых электронов должно уменьшиться.

Ни одно из высказанных выше предположений экспериментально не подтверждается.

Законы фотоэффекта не могут быть объяснены, исходя из волновых представлений о природе света.

### Объяснение фотоэффекта А. Эйнштейном

В 1905 году Эйнштейн для объяснения закономерностей фотоэффекта предложил рассматривать падающее монохроматическое излучение как поток частиц (фотонов), энергия которых связана с частотой соотношением

$$\epsilon = h\nu. \quad (6.5)$$

Здесь  $h = 6.63 \cdot 10^{-34}$  Дж·с – постоянная Планка.

При поглощении энергия фотона передается одному из электронов. Если энергия фотона достаточна для того, чтобы освободить электрон от удерживающих его внутри металла связей, то он может выйти за пределы поверхности металла. Из механизма протекания внешнего фотоэффекта ясно, что количество вылетевших в единицу времени электронов прямо пропорционально количеству фотонов, падающих за это же время на поверхность вещества. Количество фотонов определяет величину светового потока. Таким образом, в соответствии с первым законом фотоэффекта фототок

насыщения, который определяется количеством «вырванных» в единицу времени из катода электронов, прямо пропорционален световому потоку.

Энергия фотона затрачивается частично на освобождение электрона из металла, а оставшаяся часть идет на приобретение освободившимся электроном кинетической энергии. Минимальную энергию, необходимую для вырывания электрона из металла, называют *работой выхода*  $A$ . Тогда закон сохранения энергии для электронов, вылетающих из металла с максимальной скоростью, можно записать в виде

$$h\nu = A + \frac{m\nu_{\max}^2}{2}. \quad (6.6)$$

Записанное выражение получило название *уравнения Эйнштейна для внешнего фотоэффекта*. Уравнение (6.6) получено в предположении, что электроны в металле движутся независимо друг от друга. Они не взаимодействуют, поэтому передача энергии фотоном одному из электронов не меняет энергии остальных электронов. Уравнение Эйнштейна легко объясняет второй и третий законы фотоэффекта. При условии  $h\nu < A$  электрон не может выйти из металла. Это значит, что существует некоторая минимальная частота излучения — *красная граница*

$$\nu_0 = \frac{A}{h}, \quad (6.7)$$

при которой еще возможен фотоэффект. При меньших частотах  $\nu < \nu_0$  фотоэффект отсутствует. С ростом частоты излучения максимальная кинетическая энергия электрона возрастает по линейному закону. Таким образом, уравнение Эйнштейна объясняет линейную зависимость  $U_3$  от частоты падающего света

$$eU_3 = h(\nu - \nu_0). \quad (6.8)$$

В частности, тангенс угла наклона зависимости  $U_3$  от  $\nu$  равен отношению постоянной Планка к заряду электрона. Сравнение экспериментального значения тангенса угла наклона зависимости  $U_3$  от  $\nu$  с отношением  $h/e$  показало их хорошее совпадение ( $h/e \cong \xi$ ).

### Применение фотоэффекта

Фотоэффект широко используется в науке и технике для регистрации и измерения световых потоков. Приборы, действие которых основано на использовании фотоэффекта, называются *фотоэлементами* (ФЭ).

*Вакуумный фотоэлемент* представляет собой стеклянный баллон, из которого выкачан воздух. Часть внутренней поверхности баллона покрыта

металлом, играющим роль катода. В качестве анода используется либо металлическое кольцо, либо редкая сетка, которые также расположены внутри баллона. Фотозлемент включается в цепь с источником постоянного тока. Э. д. с. источника тока выбирается такой, чтобы фототок в цепи равнялся фототоку насыщения. По изменению фототока в цепи судят об изменении светового потока.

*Газонаполненный фотозлемент* отличается от вакуумного тем, что стеклянный баллон заполнен газом при давлении от 0.01 до 0.1 мм рт. ст. Обычно баллон наполняют инертным газом, например, аргоном. В газонаполненном фотозэлементе по сравнению с вакуумным число носителей заряда, а значит и величина фототока, больше. Это обусловлено ударной ионизацией молекул газа электронами.

Действительно, электроны, «вырванные» светом из катода, под действием силы со стороны электрического поля между катодом и анодом движутся с ускорением, их энергия растет и после прохождения электроном некоторого рас-

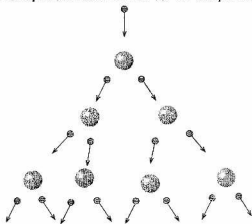


Рис. 6.4.

стояния может достичь величины энергии ионизации атомов газа. Электроны, двигаясь от катода к аноду, сталкиваются с молекулами инертного газа. Если их энергия равна или больше энергии ионизации, то после столкновения может возникнуть положительно заряженный ион и два свободных электрона (рис. 6.4). Первичный электрон и вторичный электрон, возникший в результате ударной ионизации, вновь ускоряются под действием электрического поля, и каждый из них при следующих соударениях освобождает еще по одному электрону и т.д. Число свободных электронов нарастает в геометрической прогрессии до тех пор, пока они не достигнут анода. Описанный процесс называется *лавинной ионизацией*. Отметим, что подобный механизм используется и для регистрации ионизирующего излучения в счетчике Гейгера.

Из механизма образования носителей зарядов в газонаполненном фотозэлементе следует наличие при заданной э.д.с. источника некоторого оптимального давления инертного газа. Это следует из следующих простых рассуждений. В постоянном электрическом поле напряженностью  $E$  электрон, пройдя расстояние  $d$ , приобретет энергию  $W = e \cdot d \cdot E$ . Расстояние  $d$ , на котором электрон разгоняется и увеличивает свою кинетическую энер-

гию до энергии ионизации, не может превышать длины свободного пробега электрона в газе. Для того чтобы электрон между соударениями мог приобрести энергию, достаточную для ионизации атома газа, длина его свободного пробега должна быть больше некоторой величины. С увеличением давления длина свободного пробега уменьшается. Поэтому, хотя увеличение давления и приводит к росту числа столкновений электронов с молекулами газа, оно не должно превышать некоторой величины.

По сравнению с вакуумным фотоэлементом увеличение напряжения между катодом и анодом не приводит к выходу тока на постоянный уровень, ток по-прежнему возрастает. Увеличение напряжения между катодом и анодом уменьшает расстояние  $d$ , необходимое для достижения электроном энергии ионизации. После ионизации атома газа энергия электрона равна (или почти равна) нулю. Однако если ионизация газа происходит не вблизи анода, а на некотором расстоянии от него, то у электрона появляется возможность вновь, пройдя расстояние  $d$ , приобрести энергию, достаточную для ионизации еще одной молекулы газа. При увеличении напряжения между катодом и анодом увеличивается количество актов ионизации, в которых участвует вылетевший с катода электрон (так как уменьшается  $d$ ). Это объясняет увеличение в газонаполненном фотоэлементе тока с ростом напряжения между катодом и анодом и отсутствием тока насыщения.

## ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ ЧАСТЬ

### Описание установки

Схема экспериментальной установки представлена на рис. 6.5. На рельсе установлен осветитель  $O$  и фотоприёмный блок  $\Phi$ , содержащий вакуумный и газонаполненный фотоэлементы. Выбор фотоэлемента осуществляется с помощью установленного рядом с ними тумблера. Осветитель представляет собой лампу накаливания, помещенную в светозащитный кожух.

Фотоэлемент подключается к источнику постоянного напряжения  $I$ . Последовательно с фотоэлементом в цепь включается миллиамперметр  $A$ . Напряжение, подаваемое на фотоэлемент, регулируется с помощью ручки на лицевой панели источника напряжения. Для измерения величины этого напряжения к клеммам источника питания подключается вольтметр  $B$ . При прямом подключении (упражнения 1 и 2) положительный вывод источника питания соединяется с анодом фотоэлемента, а отрицательный через миллиамперметр — с катодом (при подключении миллиамперметра соблюдайте полярность).

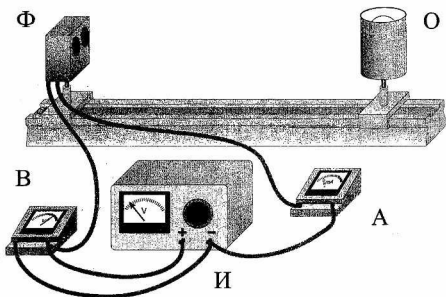


Рис. 6.5

### Упражнение 1. Снятие вольтамперной характеристики фотоэлемента

Вольтамперной характеристикой электрического прибора называют зависимость тока, протекающего через прибор, от величины приложенного к нему напряжения. Обычно ее изображают в виде кривой на графике. Типичный вид этой кривой показан на рис. 6.2. Целью данного упражнения является экспериментальное нахождение указанной зависимости для двух типов фотоприемников: вакуумного и газонаполненного.

1. Подключите электроприборы к фотоэлементу согласно описанию установки.
2. С помощью тумблера на блоке фотоэлементов выберите вакуумный фотоэлемент.
3. Включите осветитель в сеть и установите его на расстоянии 50 см от фотоэлемента.
4. Установите регулятор напряжения на источнике питания на минимальное значение и включите источник питания.
5. Постепенно увеличивая напряжение с интервалом 5 В и определяя силу тока по показаниям миллиамперметра, заполните левую часть таблицы 6.1. Величину напряжения нужно увеличивать до значения 100-150 В (Согласуйте это значение с лаборантом или преподавателем).
6. Пододвиньте осветитель к фотоэлементу и установите его на расстоянии 25 см от фотоэлемента.



7. Аналогично заполните показаниями вольтметра и миллиамперметра правую часть таблицы 6.1.

Таблица 6.1

Вакуумный фотоэлемент			
$r = 50$ см		$r = 25$ см	
$U$ (В)	$i$ (мА)	$U$ (В)	$i$ (мА)
0		0	
5		5	
...		...	
95		95	
100		100	

8. С помощью тумблера на блоке фотоэлементов переключите тумблер на газонаполненный фотоэлемент.  
 9. Измерьте для тех же расстояний зависимость тока от напряжения для газонаполненного фотоэлемента и занесите результаты в таблицу 6.2.

Таблица 6.2

Газонаполненный фотоэлемент			
$r = 50$ см		$r = 25$ см	
$U$ (В)	$i$ (мА)	$U$ (В)	$i$ (мА)
0		0	
5		5	
...		...	
95		95	
100		100	

Результаты измерений нужно представить в виде графиков зависимостей  $i = i(U)$ , изображающих зависимость фототока от величины приложенного напряжения. На одном графике построить две зависимости для вакуумного фотоэлемента (таблица 6.1), на другом – для газонаполненного (таблица 6.2). Для вакуумного фотоэлемента по графику определите величину напряжения  $U_n$ , при котором ток достигает насыщения, и сравните  $U_n$  для разных значений  $r$ . Для газонаполненного фотоэлемента сравните наклон графика для разных  $r$ .

### Упражнение 2. Изучение зависимости силы фототока насыщения от величины светового потока (проверка закона Столетова)

1. Так как размеры нити накаливания осветителя намного меньше расстояния между фотоприемником и осветителем, то осветитель можно

считать точечным источником света. Согласно законам фотометрии освещенность в плоскости фотоэлемента изменяется обратно пропорционально квадрату расстояния между источником света и фотоэлементом. Площадь фотокатода остается постоянной, следовательно, попадающий на него световой поток также изменяется обратно пропорционально квадрату расстояния от осветителя до фотоэлемента. Исходя из этого можно проверить справедливость первого закона фотоэффекта.

2. Подключите к цепи вакуумный фотоэлемент (установив в соответствующее положение тумблер на блоке фотоэлементов).
3. Установите напряжение, подаваемое на фотоэлемент, равным 100 В, чтобы заведомо обеспечить работу в режиме тока насыщения.
4. Отодвиньте осветитель от фотоэлемента на максимальное расстояние, при котором еще фототок отличен от нуля.
5. Занесите значения расстояния и силы тока в таблицу 6.3.
6. Пододвиньте осветитель к фотоэлементу и уменьшите расстояние между ними на 5 см. Занесите новые значения расстояния и силы тока в таблицу 6.3.
7. Продолжая пододвигать осветитель до расстояния, при котором стрелка миллиамперметра дойдет до максимального значения, заполните таблицу 6.3.

Таблица 6.3

Расстояние		Сила тока $i$ (мА)
$r$ (м)	$1/r^2$ (м <sup>-2</sup> )	

По результатам измерений постройте график зависимости  $i = i(1/r^2)$ . Согласно закону Столетова этот график должен представляться прямой, проходящей через начало координат.

### Упражнение 3. Определение красной границы и работы выхода

Для определения красной границы фотоэффекта необходимо определить наименьшую частоту, при которой свет еще способен вырывать из материала фотокатода электроны. Если электроны вылетают с фотокатода с некоторой скоростью, то для того, чтобы прекратился фототок, необходимо приложить задерживающее напряжение  $U_3$ . При уменьшении частоты  $U_3$  тоже будет уменьшаться (см. рис. 6.3). Поэтому если построить зависимость  $U_3$  от частоты, то красная граница будет определяться как точка пересечения соответствующего графика с осью абсцисс.

В видимом диапазоне света вместо частоты  $\nu$  обычно используют длину волны  $\lambda$ . Между этими величинами существует простая связь

$$\nu = \frac{c}{\lambda}, \quad (6.9)$$

где  $c$  – скорость света в вакууме ( $c = 2,998 \cdot 10^8$  м/с). Величину красной границы тоже принято выражать в длинах волн –  $\lambda_0$ . Для изменения спектрального состава света, падающего на фотоэлемент, можно использовать светофильтры, которые пропускают свет с длиной волны, превышающей некоторое граничное значение  $\lambda$  (не путать с красной границей).

Задерживающий потенциал для света видимого диапазона обычно не превышает 1,5 – 2 В, поэтому невозможно непосредственно использовать имеющийся в установке высоковольтный источник питания. Для измерений нужно использовать либо регулируемый низковольтный источник питания, либо понизить напряжение с помощью резистивного делителя.

1. Подключите источник питания к цепи через делитель напряжения с коэффициентом деления 1:100. В этом случае 100 В источника питания будут соответствовать одному вольту, подаваемому в цепь фотоэлемента.
2. Подключите к цепи вакуумный фотоэлемент (установив в соответствующее положение тумблер на блоке фотоэлементов).
3. Измените на противоположное подключение питающих проводов на фотоэлементе, т.е. «отрицательный» провод подключите к аноду, а «положительный» – к катоду.
4. Замените миллиамперметр в цепи на микроамперметр либо, если используется универсальный измерительный прибор, установите максимальную чувствительность для измерения тока. Значения измеряемых токов будут порядка нескольких микроампер.
5. Установите нулевое напряжение питания и пододвиньте осветитель как можно ближе к фотоэлементу. Добейтесь максимального значения начального тока.
6. Установите между фотоэлементом и осветителем светофильтр ОС-13 и убедитесь, что при этом ток фотоэлемента остался отличным от нуля. Если это не так, то еще уменьшите расстояние между осветителем и фотоэлементом или увеличьте яркость источника света.
7. Постепенно увеличивая напряжение питания, уменьшите до нуля ток фотоэлемента. Запишите полученное значение напряжения в таблицу 6.4.
8. Замените светофильтр ОС-13 на ЖС-18 и аналогично определите задерживающее напряжение для этого светофильтра. Запишите его в таблицу.
9. Далее измерьте задерживающее напряжение для СС-2.
10. Повторите измерения для каждого светофильтра еще два раза и заполните столбец  $U_3$  таблицы 6.4.
11. Вычислите средние значения задерживающего напряжения для каждого светофильтра и запишите их в таблицу 6.4.

Таблица 6.4

Светофильтр	Граница пропускания		Задерживающее напряжение	
	$\lambda$ (мкм)	$1/\lambda$ (мкм <sup>-1</sup> )	$U_3$ (В)	$U_{3,cr}$ (В)
ОС-13	0,56	1,79		
ЖС-18	0,48	2,08		
СС-2	0,31	3,23		

12. Постройте график зависимости задерживающего напряжения от величины обратной значению границы пропускания  $U_3 = U_3(1/\lambda)$  для каждого светофильтра. Для этого выберите на миллиметровке нужный масштаб по оси абсцисс ( $1/\lambda$ ) и ординат  $U_{3,cr}$ , нанесите соответствующие три точки и проведите прямую наиболее близко к этим точкам.
13. Найдите точку пересечения полученной прямой с осью абсцисс  $1/\lambda_0$ .
14. Из полученного значения вычислите  $\lambda_0$ . Это и будет красная граница.

Используя полученное значение красной границы  $\lambda_0$ , рассчитайте работу выхода по формуле

$$A = \frac{hc}{\lambda_0} \quad (6.10)$$

Выразите работу выхода в электрон-вольтах ( $1\text{eV} = 1,602 \cdot 10^{-19}$  Дж).

**Примечание:** Значение  $\lambda_0$  в (6.10) нужно перевести в метры.

### Контрольные вопросы и задания

1. Дайте определение фотоэффекта.
2. Сформулируйте основные законы фотоэффекта. Экспериментальное доказательство второго и третьего законов фотоэффекта.
3. Дайте объяснение законов фотоэффекта с классической и квантовой точки зрения.
4. Какие законы фотоэффекта можно объяснить только с точки зрения квантовой теории света?
5. Запишите уравнение Эйнштейна для фотоэффекта. Что такое работа выхода?
6. Дайте определение красной границы фотоэффекта? Почему фотоэффект имеет красную границу?
7. Объясните с квантовой точки зрения безынерционность фотоэффекта.

## Рекомендуемая литература

1. Савельев И.В. Курс общей физики. Книга 4. Волны. Оптика. М.: Наука, 1998.
2. Ландсберг Г.С. Оптика. М.: Физматлит, 2003.
3. Сивухин Д.В. Общий курс физики. т.IV. Оптика. М.: Физматлит, 2001.