

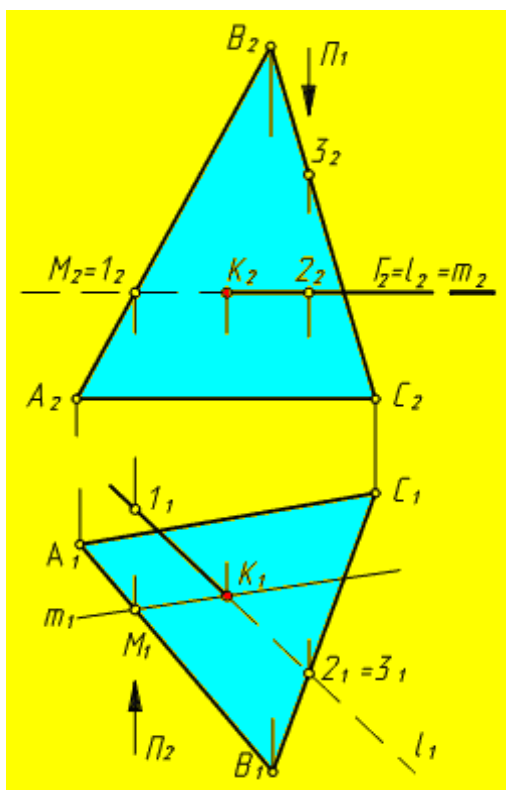


Инновационная образовательная программа  
«Развитие центра компетенции  
и подготовка специалистов мирового уровня  
в области аэрокосмических  
и геоинформационных технологий»

В.В.Волкова, Е.В.Громаковская

## МОНИТОРИНГ КАЧЕСТВА ЗНАНИЙ СТУДЕНТОВ ТЕОРЕТИЧЕСКИХ ОСНОВ ИНЖЕНЕРНОЙ ГРАФИКИ

(Часть 1)



## **Аннотация**

В пособии приведены общие правила оформления чертежей в соответствии с ГОСТами ЕСКД, используемые при оформлении заданий по инженерной графике. Разработаны задания по основным темам теоретических основ инженерной графики. Предназначены для проведения промежуточного контроля знаний в течении семестра у студентов первого курса.

Пособие предназначено для студентов, обучающихся по специальностям: 160301 Авиационные двигатели и энергетические установки, 160302 Ракетные двигатели, 210201 Проектирование и технология радиоэлектронных средств, а также может быть полезно студентам всех специальностей, изучающих инженерную графику. Разработано на кафедре инженерной графики.

## Оглавление

1. Введение
2. Общие правила оформления чертежей
3. Длина отрезка прямой общего положения
  - Задание 1-01
  - Задание 1-02
  - Задание 1-03
  - Задание 1-04
  - Задание 1-05
  - Задание 1-06
  - Задание 1-07
  - Задание 1-08
  - Задание 1-09
- Задание 1-10
  - 3.11 Задание 1-11
  - 3.12 Задание 1-12
4. Прямая и точка в плоскости
  - 4.1 Задание 2-01
  - 4.2 Задание 2-02
  - 4.3 Задание 2-03
  - 4.4 Задание 2-04
  - 4.5 Задание 2-05
  - 4.6 Задание 2-06
  - 4.7 Задание 2-07
  - 4.8 Задание 2-08
  - 4.9 Задание 2-09
  - 4.10 Задание 2-10
  - 4.11 Задание 2-11
  - 4.12 Задание 2-12
5. Пересечение плоскостей
  - 5.1 Задание 3-01
  - 5.2 Задание 3-02
  - 5.3 Задание 3-03
  - 5.4 Задание 3-04
  - 5.5 Задание 3-05
  - 5.6 Задание 3-06
  - 5.7 Задание 3-07
  - 5.8 Задание 3-08
  - 5.9 Задание 3-09
  - 5.10 Задание 3-10
  - 5.11 Задание 3-11
  - 5.12 Задание 3-12
6. Пересечение прямой и плоскости. Определение видимости прямой
  - 6.1 Задание 4-01
  - 6.2 Задание 4-02
  - 6.3 Задание 4-03
  - 6.4 Задание 4-04
  - 6.5 Задание 4-05

- 6.6 Задание 4-06
- 6.7 Задание 4-07
- 6.8 Задание 4-08
- 6.9 Задание 4-09
- 6.10 Задание 4-10
- 6.11 Задание 4-11
- 6.12 Задание 4-12

7. Перпендикулярность прямой и плоскости. Теорема о проецировании прямого угла

- 7.1 Задание 5-01
- 7.2 Задание 5-02
- 7.3 Задание 5-03
- 7.4 Задание 5-04
- 7.5 Задание 5-05
- 7.6 Задание 5-06
- 7.7 Задание 5-07
- 7.8 Задание 5-08
- 7.9 Задание 5-09
- 7.10 Задание 5-10
- 7.11 Задание 5-11
- 7.12 Задание 5-12

8. Способы преобразования комплексного чертежа

- 8.1 Задание 6-01
- 8.2 Задание 6-02
- 8.3 Задание 6-03
- 8.4 Задание 6-04
- 8.5 Задание 6-05
- 8.6 Задание 6-06
- 8.7 Задание 6-07
- 8.8 Задание 6-08
- 8.9 Задание 6-09
- 8.10 Задание 6-10
- 8.11 Задание 6-11
- 8.12 Задание 6-12

9. Пересечение прямой линии с поверхностью

- 9.1 Задание 7-01
- 9.2 Задание 7-02
- 9.3 Задание 7-03
- 9.4 Задание 7-04
- 9.5 Задание 7-05
- 9.6 Задание 7-06
- 9.7 Задание 7-07
- 9.8 Задание 7-08
- 9.9 Задание 7-09
- 9.10 Задание 7-10
- 9.11 Задание 7-11
- 9.12 Задание 7-12

## 1. Введение

Инженерная графика, изучаемая студентами на 1 курсе, является основой всех графических дисциплин и является первым и очень важным этапом в многоуровневой подготовке инженеров-конструкторов аэрокосмического профиля.

Содержание методических материалов полностью соответствует программе (2004г.) по инженерной графике.

Основными задачами инженерной графики (начертательной геометрии) являются:

- 1) изучение метода отображения пространственных геометрических моделей на плоскости;
- 2) разработка способов решения позиционных и метрических задач по плоскостным изображениям геометрических объектов.

Начертательная геометрия является теоретической базой для составления конструкторских чертежей; данный предмет является лучшим средством развития у человека пространственного воображения [1]. Изображения, построенные по изучаемым правилам, позволяют представить мысленно форму геометрических объектов, их взаимное расположение, определить их размеры, исследовать геометрические свойства, присущие данному объекту. Изучаемые правила используются при конструировании сложных поверхностей технических форм с заданными параметрами, применяемых в аэрокосмической промышленности [2].

Использование средств компьютерной графики и пространственное моделирование геометрических объектов значительно облегчают и ускоряют процесс создания различных конструкторских изделий, но основополагающим является пространственное мышление разработчика.

Пространственное воображение входит в структуру наглядно-образного мышления специалиста, потенциал которого он будет использовать как средство открытия нового знания практически в любой области деятельности.

Рекомендуемый методический материал представляет собой сборник заданий (часть 1), а также сборник тестов (часть 2) и предназначен для проведения, практически непрерывного, контроля качества знаний студентов, изучающих инженерную графику в 1 семестре для всех специальностей аэрокосмического профиля.

Данная методическая разработка позволяет в течение 15...20 минут, а тестовый контроль - в течение 5...8 минут провести опрос знаний по всем основным темам курса:

1. Длина отрезка прямой общего положения и углы его наклона к плоскостям проекций - **Задания 1-01...1-12.**
2. Принадлежность прямой и точки плоскости - **Задания 2-01...2-12.**
3. Пересечение плоскостей - **Задания 3-01...3-12.**
4. Пересечение прямой и плоскости - **Задания 4-01...4-12.**
5. Перпендикулярность прямой и плоскости - **Задания 5-01...5-12.**
6. Методы преобразования комплексного чертежа - **Задания 6-01...6-12.**
7. Пересечение прямой линии с поверхностью - **Задания 7-01...7-12.**
8. Принадлежность точки поверхности - **Задания Т8-01...Т8-12.**
9. Виды сечений поверхности плоскостью - **Задания Т9-01...Т9-12.**

(Задания Т8-01...Т8-12 и Т9-01...Т9-12 находятся во второй части пособия.)

Методические материалы могут использоваться и как обучающие. Во второй части пособия приведены правила и теоремы по указанным темам, рассмотрены примеры решения различных вариантов задач.

Непрерывный контроль качества знаний является одним из методов интенсификации работы студентов, позволяет организовать ритмичную работу над изучаемым материалом, значительно повышает качество знаний, что способствует подготовке специалистов мирового уровня.

## 2. Общие правила оформления чертежей

При оформлении чертежей необходимо придерживаться ряда правил, принятых ГОСТами ЕСКД по типу линий, форматам и шрифтам.




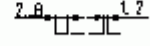
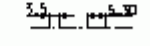
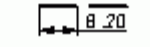
**Линии.** Для выполнения чертежей применяют несколько различных линий. В зависимости от ее назначения ГОСТ 2.303-68 устанавливает наименование, начертание и толщину линии (табл. 1) [3, 8].

Толщина *сплошной основной линии*  $S$  должна быть в пределах от 0,5 до 1,4 мм в зависимости от величины и сложности изображения, а также от формата чертежа.

*Штрихпунктирные и штриховые линии* должны заканчиваться и пересекаться штрихами. Штрихпунктирные линии, применяемые в качестве центровых, следует заменить сплошными тонкими, если диаметр окружности менее 12 мм.

*Длина штрихов и промежутков между ними* должны быть одинаковыми на всем чертеже.

Таблица 1

| Наименование                 | Начертание   | Толщина линии по отношению к толщине основной линии | Основное назначение  |
|------------------------------|--|---|--|
| 1. Сплошная толстая основная | $S = 0,5 \dots 1,4$<br>мм<br> | $S$   | Линии видимого контура<br>Линии перехода видимые<br>Линии контура сечения (вынесенного и входящего в состав разреза)   |
| 2. Сплошная тонкая           |                               | От $S/3$ до $S/2$                                   | Линии контура наложенного сечения<br>Линии размерные и выносные<br>Линии штриховки<br>Линии-выноски<br>Полки линий-выносок и подчеркивание надписей<br>Следы плоскостей и линии построения характерных точек при специальных построениях |
| 3. Сплошная волнистая        |                               | От $S/3$ до $S/2$                                   | Линии обрыва<br>Линии разграничения вида и разреза   |
| 4. Штриховая                 |                               | От $S/3$ до $S/2$                                   | Линии невидимого контура<br>Линии перехода невидимые   |
| 5. Штрихпунктирная тонкая    |                               | От $S/3$ до $S/2$                                   | Линии осевые и центровые<br>Линии сечений, являющиеся осями симметрии для наложенных или вынесенных сечений  |
| 6. Разомкнутая               |                               | От $S$ до $1,5 S$                                   | Линии сечений  |

При выполнении заданий необходимо видимые линии геометрических объектов изображать сплошной основной линией, линии связи – сплошной тонкой, линии невидимые – штриховой, точки – окружности диаметром 2мм сплошной тонкой линией.

Примеры оформления студенческих заданий даны на рис.1 и рис. 2.

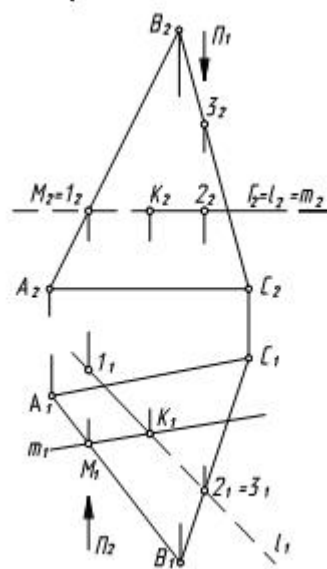


Рис.1

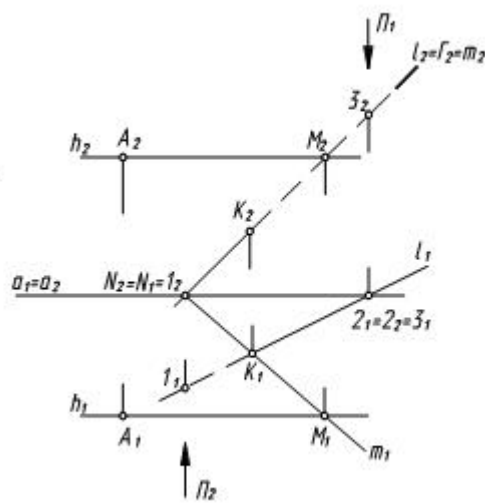


Рис.2

**Форматы.** Форматами называют листы чертежей и других конструкторских документов, размеры которых установлены ГОСТ 2.301-68 для всех отраслей промышленности и строительства. Форматы листов определяются размерами внешней рамки (выполненной тонкой линией), оригиналов, подлинников, дубликатов, копий. Формат с размерами сторон 841x1189 мм имеет площадь, равную 1 м<sup>2</sup> [4].

Другие основные форматы получают путем последовательного деления этого формата на две равные части, параллельно меньшей стороне его (табл.2).

*Графические работы выполняются студентами на формате А3.*

Таблица 2

| Формат | Размеры, мм |
|--------|-------------|
| A4     | 210x297     |
| A3     | 420x297     |
| A2     | 420x594     |
| A0     | 594x841     |

Допускается применение дополнительных форматов, образуемых увеличением коротких сторон основных форматов на величину, кратную их размерам.

Обозначение производного формата составляется из обозначения основного формата и его кратности. Например: A4x3 имеет размеры 297x630.

**Шрифты чертежные.** ГОСТ 2.304-81 устанавливает 9 размеров чертежных шрифтов: 2,5; 3,5; 5; 7; 10; 14; 20; 28; 40 [5]. Наиболее употребительны размеры шрифта от 3,5 до 14.

Размеры шрифта определяются *высотой* прописных (заглавных) букв в миллиметрах. Высота прописных букв (h) измеряется перпендикулярно к основанию строки.

Устанавливаются следующие типы шрифта: тип А – без наклона и с наклоном, а также тип Б без наклона и с наклоном.

Высота букв и цифр на чертежах, выполненных тушью, должна быть не менее 2,5 мм, в карандаше – не менее 3,5 мм [6].

*При выполнении заданий и графических работ рекомендуется применять шрифт 5 типа Б с наклоном.*

Все надписи на чертежах наносятся от руки с наклоном букв и цифр к основанию строки около  $75^{\circ}$ .



### 3. ДЛИНА ОТРЕЗКА ПРЯМОЙ ОБЩЕГО ПОЛОЖЕНИЯ

Длина отрезка прямой общего положения измеряется гипотенузой прямоугольного треугольника, одним из катетов которого является проекция отрезка на плоскость, а другим – разность расстояний концов отрезка до этой плоскости проекций. Угол между гипотенузой и проекцией равен углу наклона прямой к данной плоскости проекций [1].

Например: чтобы найти длину отрезка  $AB$ , необходимо построить прямоугольный треугольник, в котором одним из катетов будет проекция отрезка на горизонтальную плоскость, а вторым – разность высот. Гипотенуза в этом треугольнике равна длине отрезка  $AB$  в пространстве, а угол между гипотенузой и горизонтальной проекцией равен углу наклона прямой к горизонтальной плоскости проекций.

Для определения угла наклона к фронтальной плоскости проекций  $\Pi_2$  необходимо построить прямоугольный треугольник, используя фронтальную проекцию отрезка в качестве одного катета, а второй катет – разность глубин. Гипотенуза – длина отрезка в пространстве, а угол между гипотенузой и фронтальной проекцией – угол наклона прямой к фронтальной плоскости проекций.

Для отрезка профильной прямой разность высот равна длине фронтальной проекции, а разность глубин – длине горизонтальной проекции отрезка прямой.

*Пример:* Определить длину отрезка  $AB$  и углы наклона к плоскости  $\Pi_1$  и  $\Pi_2$ .

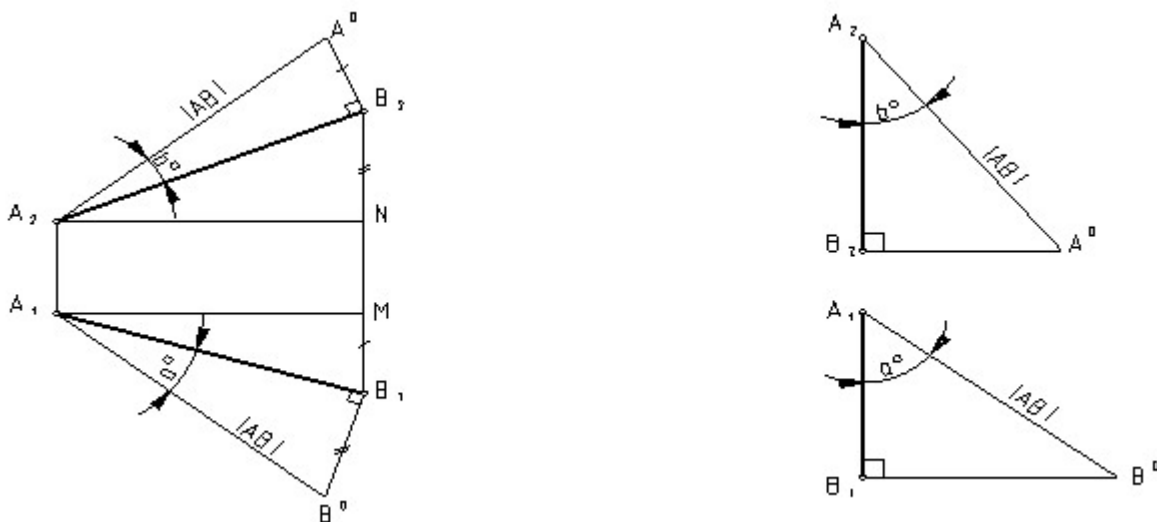


Рис.1

Здесь угол  $A_1V_1V^0$  равен  $90^\circ$ , длина отрезка  $V_1V^0$  равна разности высот, т.е. длине отрезка  $V_2N$  (для профильной прямой –  $A_2V_2$ ), угол  $V^0A_1V_1$  равен углу наклона отрезка прямой  $AB$  к плоскости проекций  $\Pi_1$ .

Для определения угла наклона к плоскости  $\Pi_2$  необходимо построить прямоугольный треугольник на фронтальной проекции отрезка, здесь длина отрезка  $V_2A^0$  равна разности глубин, т.е. длине отрезка  $V_1M$  (для профильной прямой –  $A_1V_1$ ), угол  $A^0A_2V_2$  равен углу наклона отрезка  $AB$  к фронтальной плоскости проекций  $\Pi_2$ .

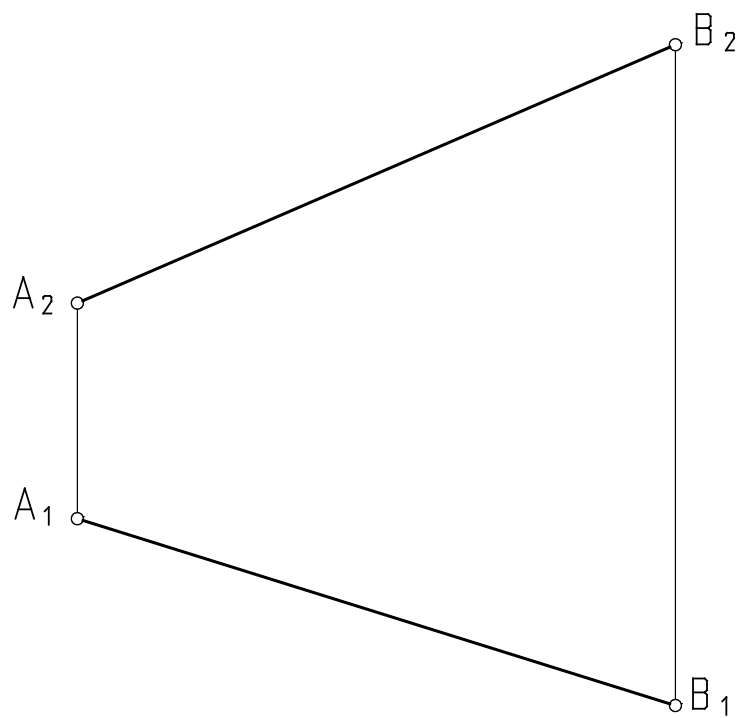
Длина отрезка  $A_2A^0$  равна длине отрезка  $A_1V^0$  и длине отрезка  $AB$  в пространстве.

Решение обратных задач основано на возможности построения прямоугольного треугольника по известному катету (длина заданной проекции) и гипотенузе (длина отрезка в пространстве).

3.1 Задание 1-01

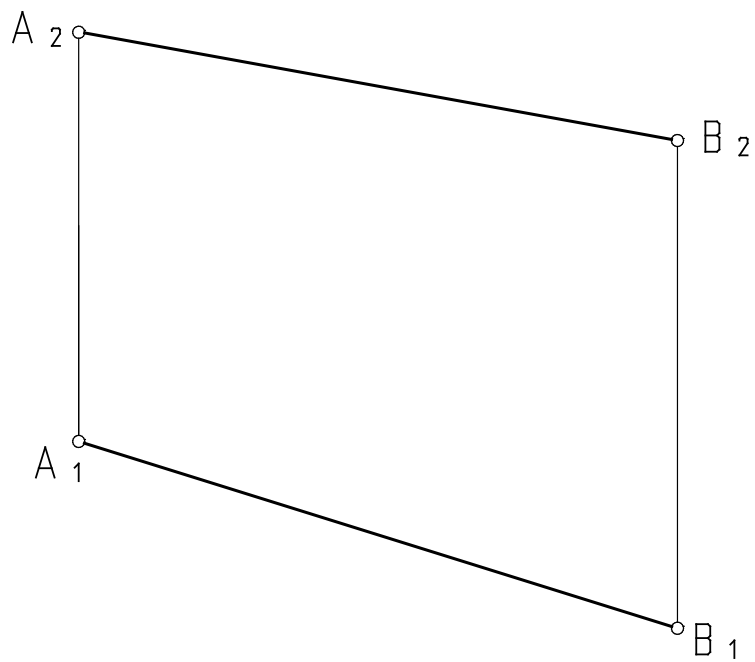
1-01

Определить длину отрезка  $AB$  и угол наклона его к плоскости проекций  $\Pi_1$ .



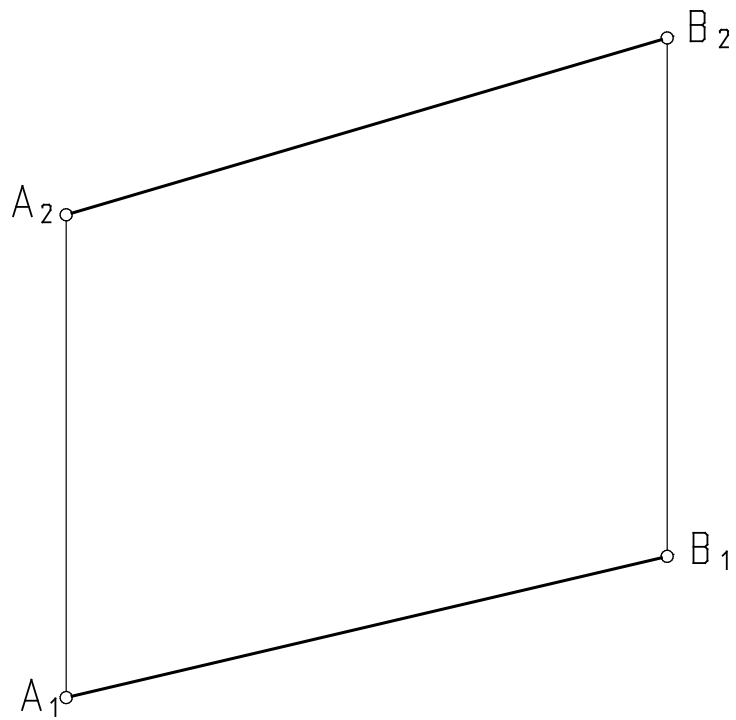
1-02

Определить длину отрезка АВ и угол наклона его к плоскости проекций  $\Pi_2$ .



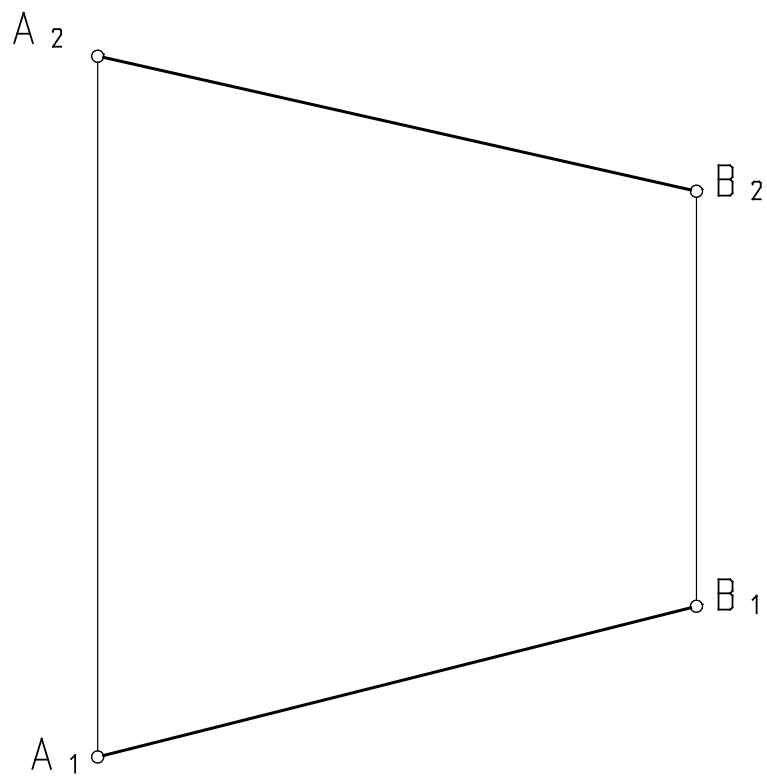
1-03

Определить длину отрезка АВ и угол наклона его к плоскости проекций  $\Pi_2$ .



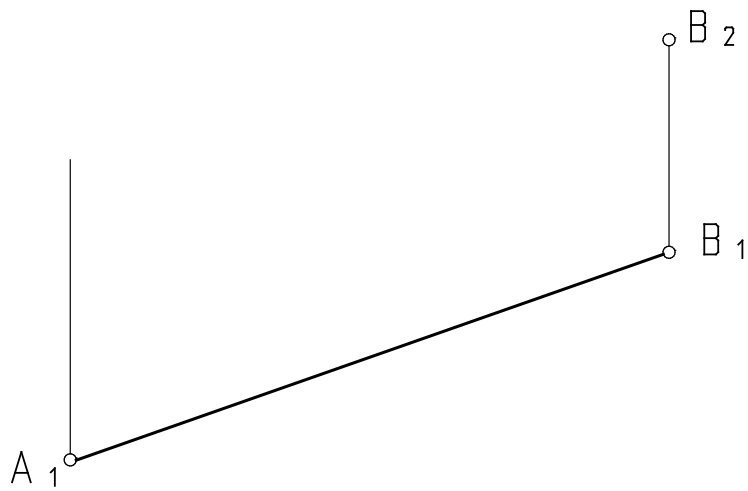
1-04

Определить длину отрезка АВ и угол наклона его к плоскости проекций  $\Pi_2$ .



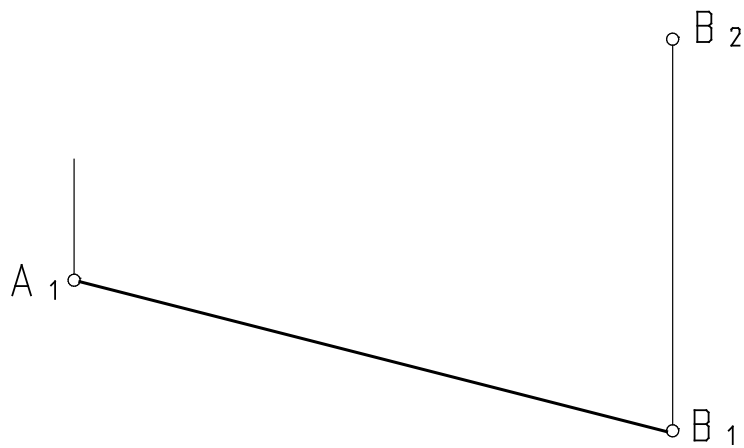
1-05

Построить фронтальную проекцию отрезка АВ.  
Угол наклона отрезка к плоскости  $\Pi_1 = 30^\circ$ .



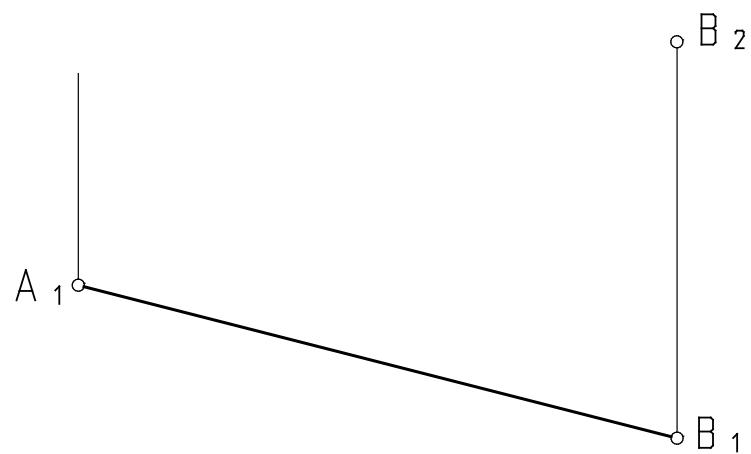
1-06

Построить фронтальную проекцию отрезка АВ.  
Угол наклона отрезка к плоскости  $\Pi_1 = 20^\circ$ .



1-07

Построить фронтальную проекцию отрезка АВ. Длина отрезка АВ задана.



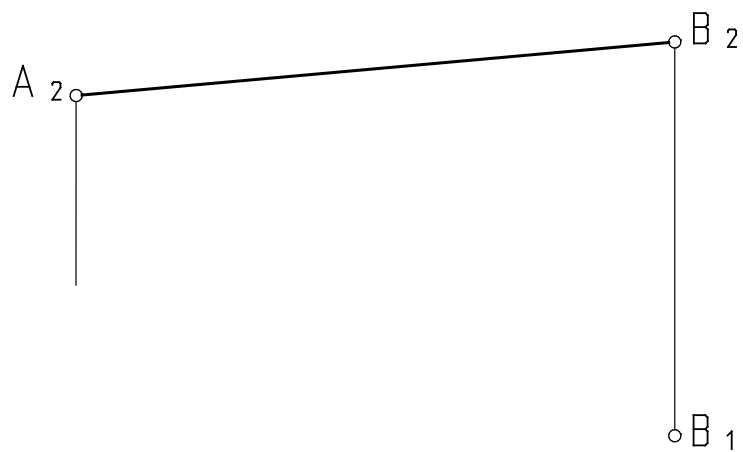
Длина отрезка АВ



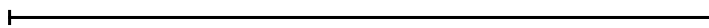


1-08

Построить горизонтальную проекцию отрезка АВ. Длина отрезка АВ задана.

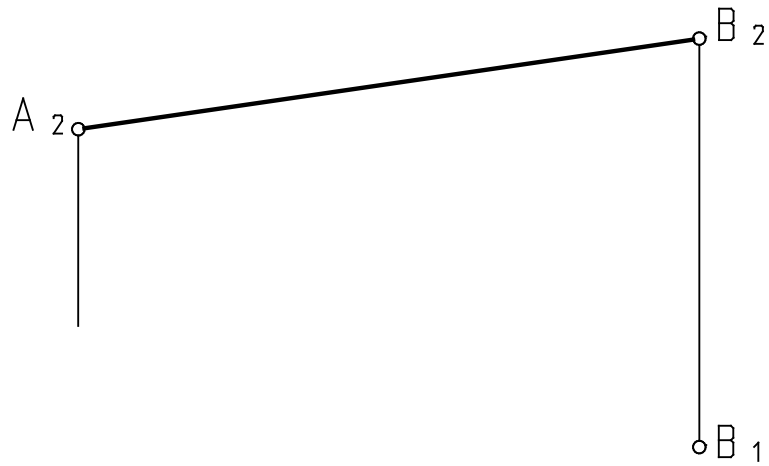


Длина отрезка АВ



1-09

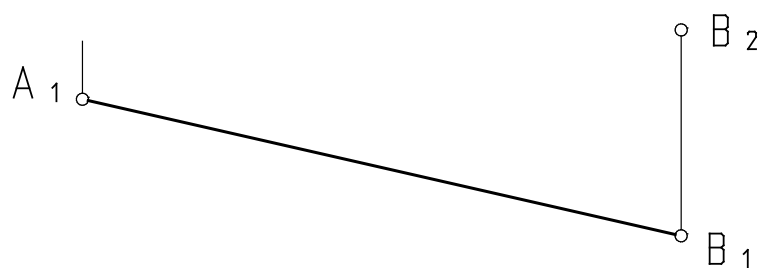
Построить горизонтальную проекцию отрезка АВ.  
Угол наклона отрезка к плоскости  $\Pi_2=30^\circ$  .



3.10 Задание 1-10

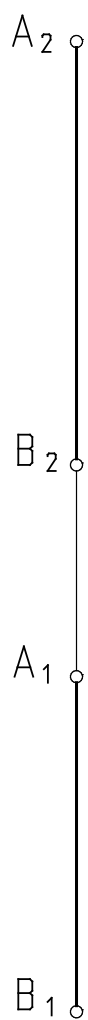
1-10

Построить фронтальную проекцию отрезка АВ.  
Угол наклона отрезка к плоскости  $\Pi_1 = 20^\circ$ .



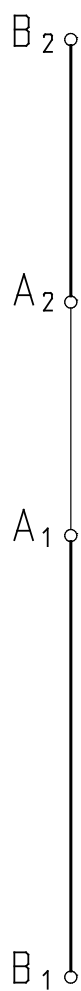
1-11

Определить длину отрезка АВ и угол наклона отрезка к плоскости проекций  $\Pi_2$ .



1-12

Определить длину отрезка АВ и угол его наклона к плоскости  $\Pi_1$ .



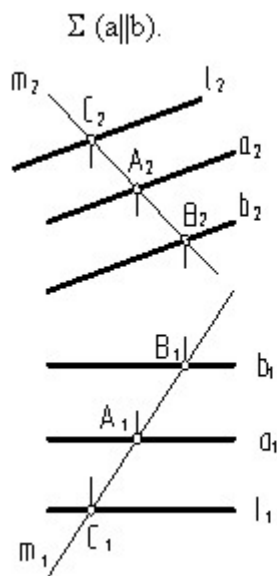
## 4. ПРЯМАЯ И ТОЧКА В ПЛОСКОСТИ

Построение прямой, принадлежащей заданной плоскости, основано на двух положениях, известных из геометрии.

- 1) Прямая принадлежит плоскости, если она проходит через две точки, принадлежащие данной плоскости.
- 2) Прямая принадлежит плоскости, если она проходит через точку, принадлежащую данной плоскости, и параллельна прямой, находящейся в этой плоскости [2].

Точка принадлежит плоскости, если она находится на прямой, лежащей в заданной плоскости.

*Пример 1.* Построить фронтальную проекцию прямой  $l$  ( $l_1$ ), принадлежащей плоскости  $\Sigma$  ( $a \parallel b$ ).



*Пример 2.* Построить горизонтальную проекцию точки  $A$  ( $A_2$ ), принадлежащей плоскости  $\Sigma$  ( $f \cap h$ ).

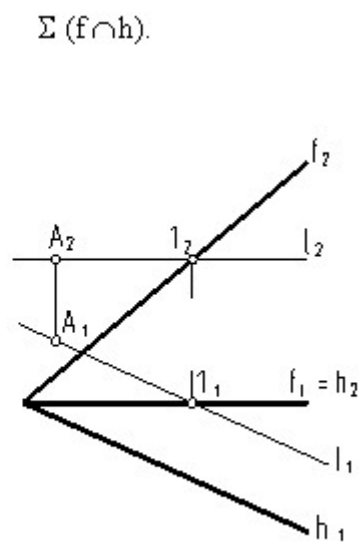


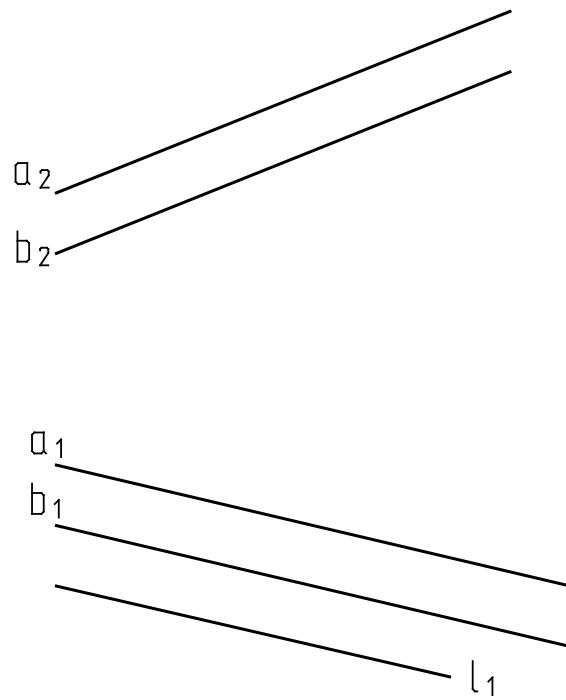
Рис.2

В примере 1 горизонтальная проекция прямой  $l$  параллельна горизонтальным проекциям прямых плоскости  $a$  и  $b$ , следовательно, фронтальная проекция прямой  $l$  также должна быть параллельна фронтальным проекциям прямых  $a$  и  $b$ . Построим горизонтальную проекцию прямой  $m$  таким образом, чтобы она пересекала все три прямые. По принадлежности точек  $A$  и  $B$  прямым  $a$  и  $b$  находим фронтальные проекции прямой  $m$  и точек  $C$  – точки пересечения прямых  $m$  и  $l$ , через которую проводим  $l_2$ , т.к. направление известно.

В примере 2 построим фронтальную проекцию прямой  $l$  так, чтобы точка  $A$  могла находиться на этой прямой, а прямая  $l$  принадлежала плоскости. Эта прямая пересекается с прямой  $f$  в точке  $1$  и параллельна прямой  $h$ , следовательно она принадлежит плоскости. Искомая горизонтальная проекция точки  $A$  должна быть расположена на  $l_1$ .

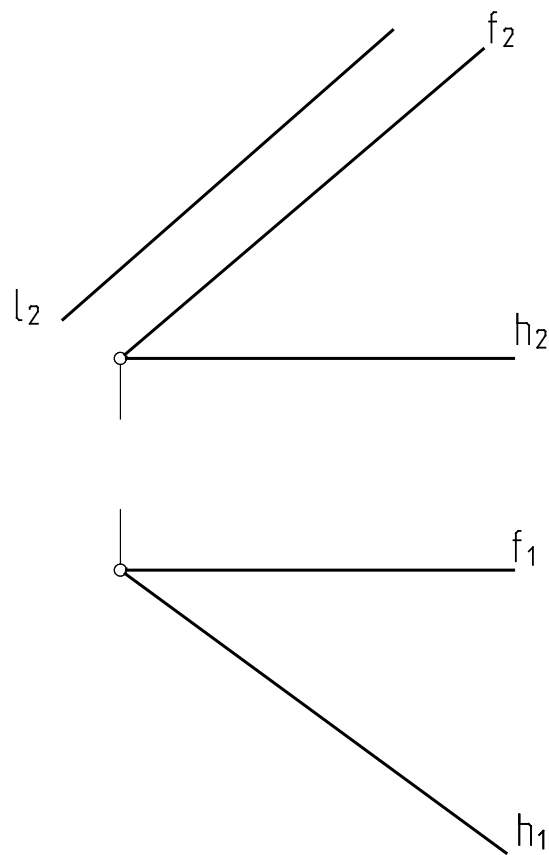
2-01

Построить недостающую проекцию прямой  $l$ , принадлежащей плоскости  $\Theta$  ( $a \parallel b$ ).



2-02

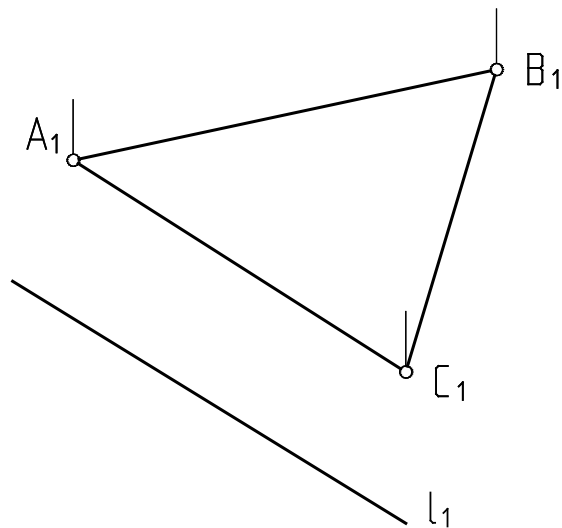
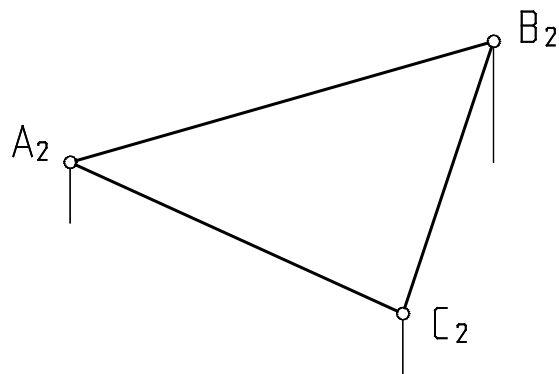
Построить недостающую проекцию прямой  $l$ , принадлежащей плоскости  $\Sigma(f \cap h)$ .





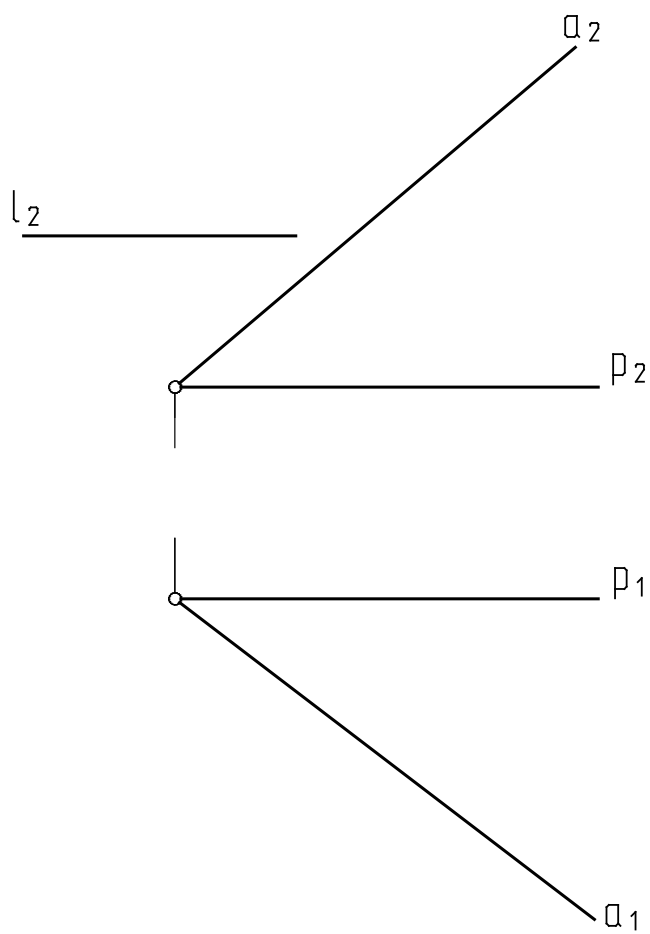
2-03

Построить недостающую проекцию  
прямой  $l$ , принадлежащей плоскости  $\Delta(A;B;C)$ .



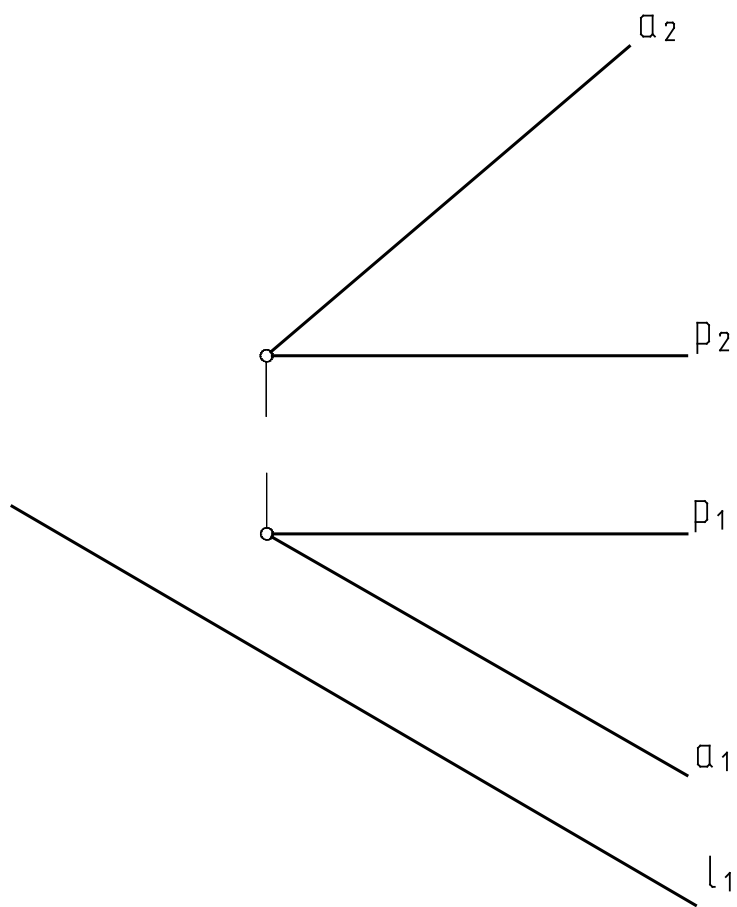
2-04

Построить недостающую проекцию прямой  $l$ , принадлежащей плоскости  $\Sigma (a \cap p)$ .



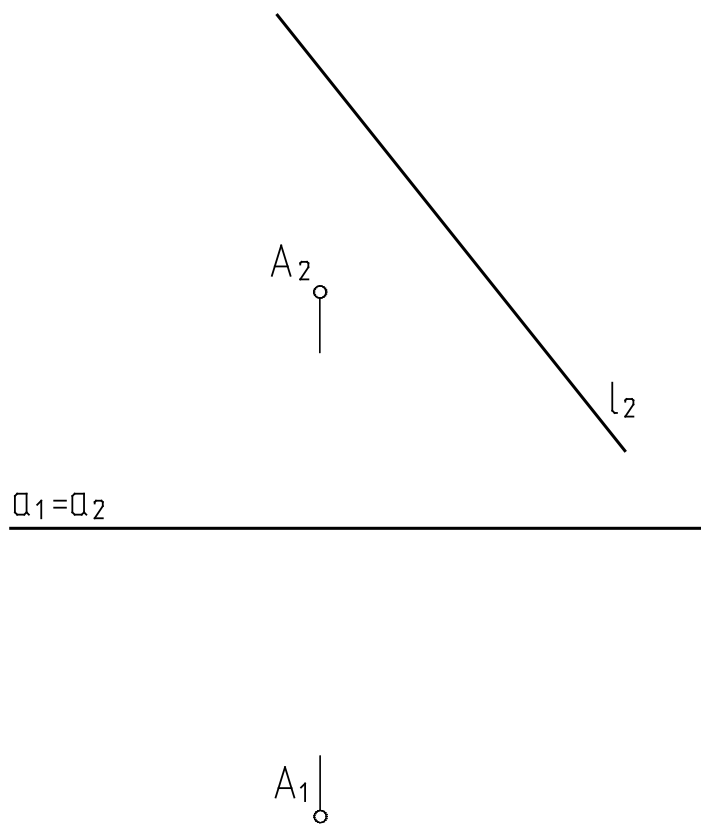
2-05

Построить недостающую проекцию прямой  $l$ , принадлежащей плоскости  $\Theta$  ( $\alpha \cap \rho$ ).



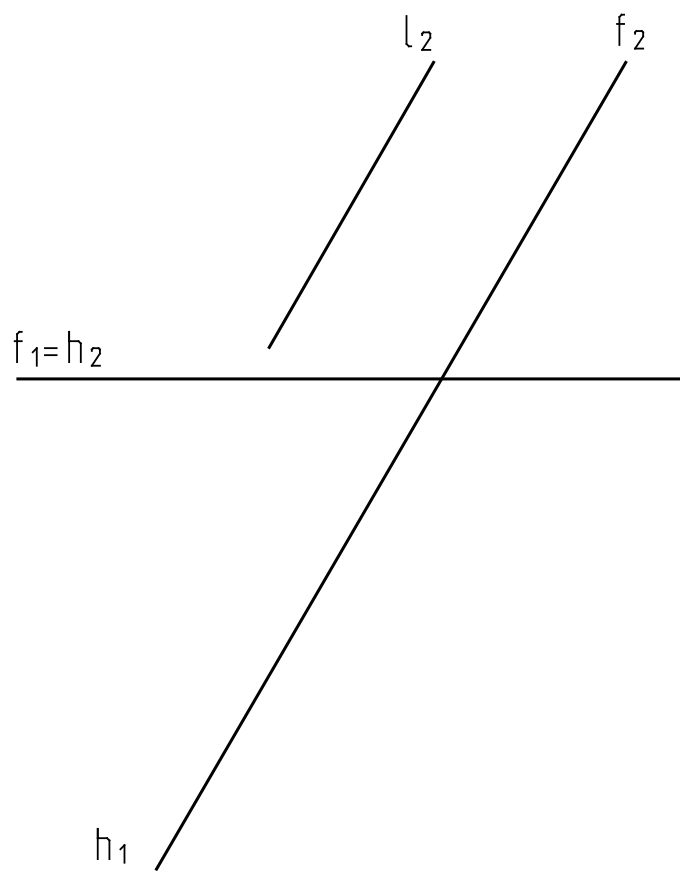
2-06

Построить недостающую проекцию  
прямой  $l$ , принадлежащей плоскости  $\Delta(A;a)$ .



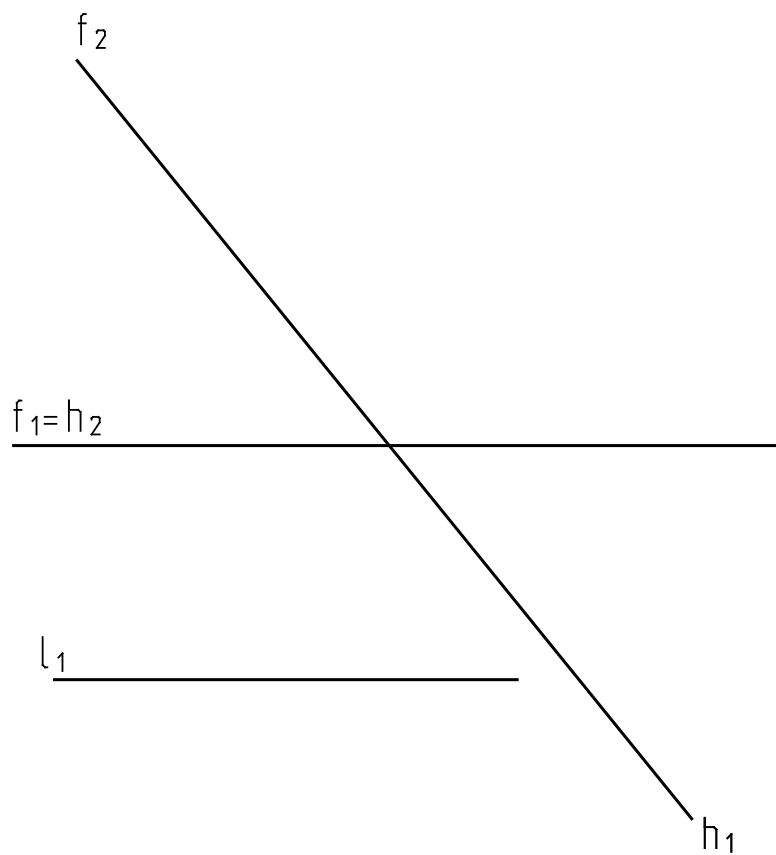
2-07

Построить недостающую проекцию прямой  $l$ , принадлежащей плоскости  $\Sigma(f \cap h)$ .



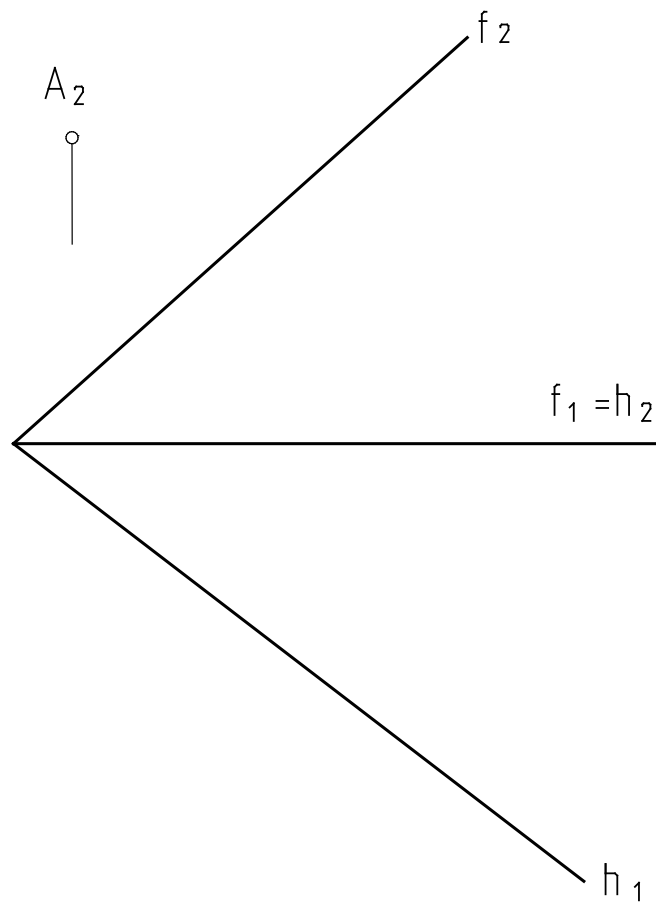
2-08

Построить недостающую проекцию прямой  $l$ , принадлежащей плоскости  $\Sigma(f \cap h)$ .



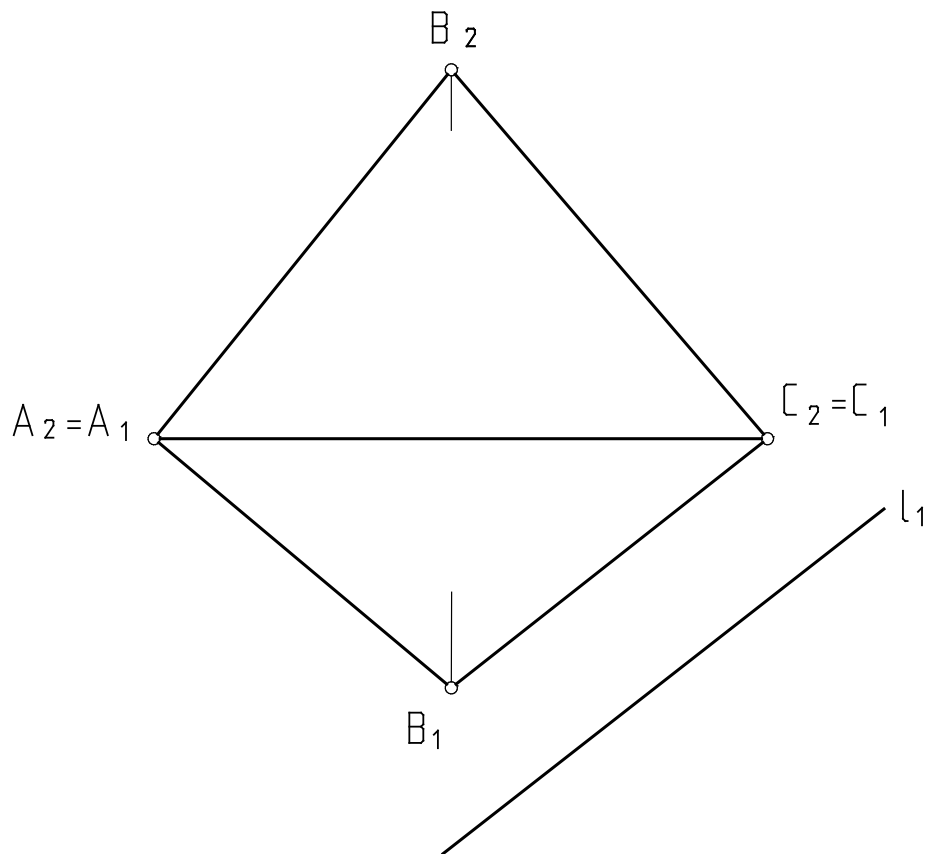
2-09

Построить недостающую проекцию точки  $A$ , принадлежащей плоскости  $\Sigma(f \cap h)$ .



2-10

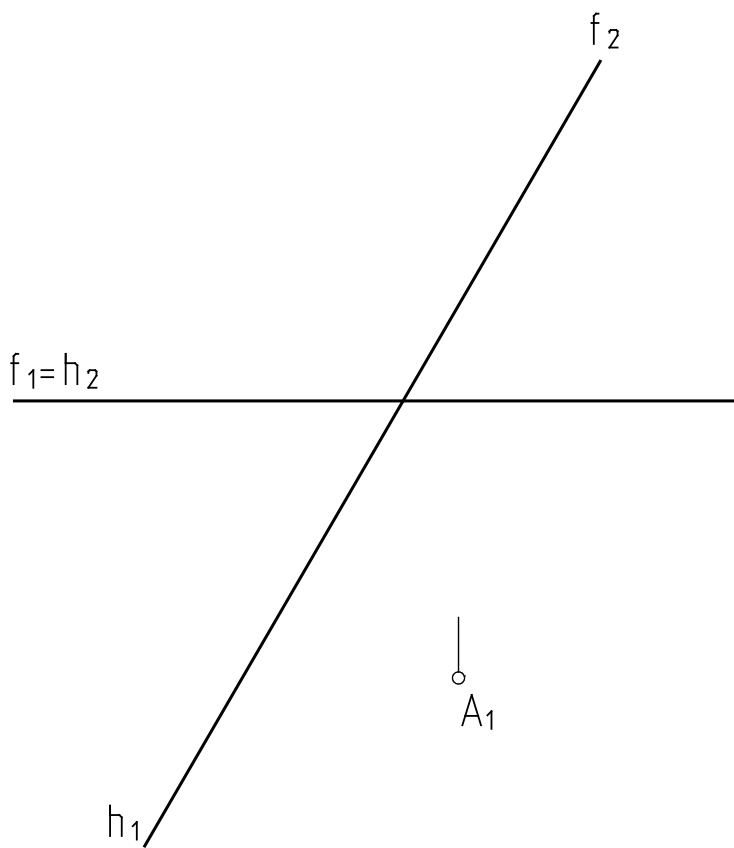
Построить недостающую проекцию прямой  $l$ , принадлежащей плоскости  $\Sigma(A;B;C)$ .





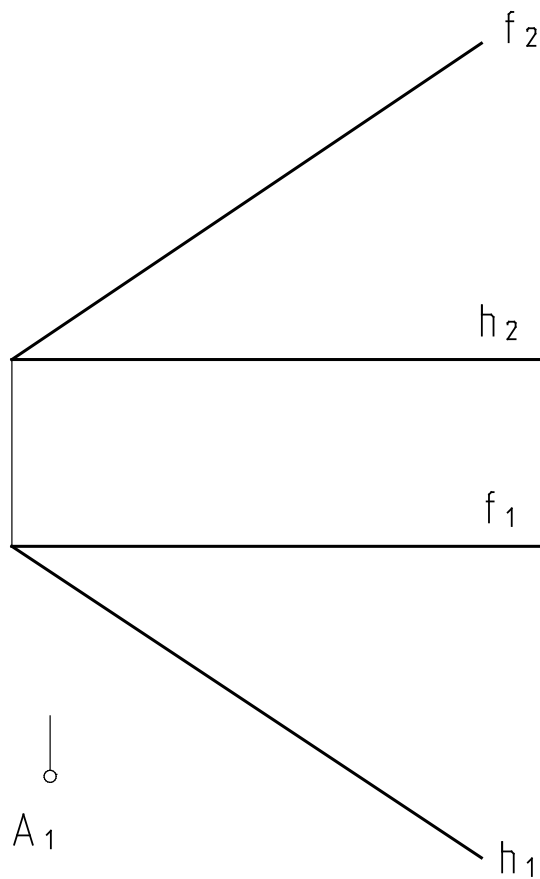
2-11

Построить недостающую проекцию точки  $A$ , принадлежащей плоскости  $\Sigma(f \cap h)$ .



2-12

Построить недостающую проекцию точки  $A$ , принадлежащей плоскости  $\Sigma(f \cap h)$ .



## 5. ПЕРЕСЕЧЕНИЕ ПЛОСКОСТЕЙ

Линия пересечения плоскостей строится по точкам по следующему алгоритму:

1. Вводится вспомогательная плоскость - посредник (в большинстве случаев – плоскость частного положения).
2. Строятся линии пересечения вспомогательной плоскости с одной и второй заданными плоскостями.
3. Точка пересечения полученных прямых принадлежит всем трем плоскостям, а, следовательно, – линии пересечения заданных плоскостей.

Если неизвестно направление линии пересечения плоскостей, находят еще одну общую точку по указанному алгоритму.

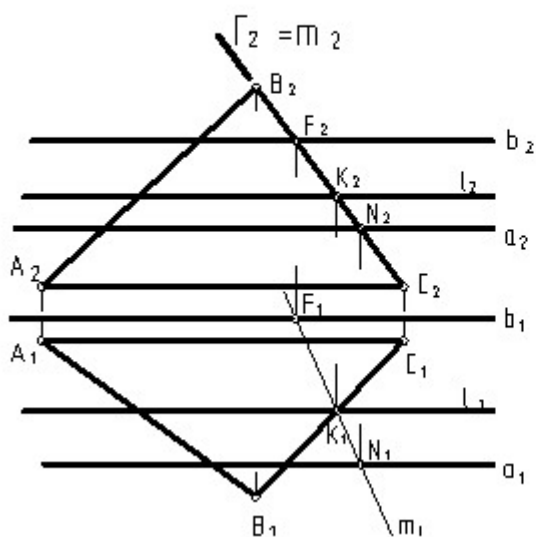
Направление линии пересечения плоскостей известно, если:

- 1) пересекающиеся плоскости содержат взаимно параллельные прямые; в этом случае линия пересечения плоскостей будет параллельна этим прямым;
- 2) две пересекающиеся плоскости перпендикулярны третьей (например, профильной плоскости проекций), то линия пересечения заданных плоскостей также перпендикулярна третьей плоскости.

Если две пересекающиеся плоскости общего положения заданы следами, то в качестве вспомогательных плоскостей посредников выступают плоскости проекций (рис.3).

*Пример.* Построить линию пересечения заданных плоскостей:

$$\Sigma(a \parallel b) \cup \Theta(A, B, C)$$



$$\Sigma(a \cap b) \cup \Theta(f \cap h)$$

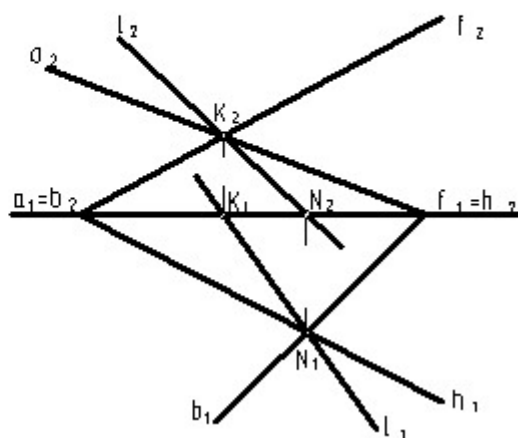


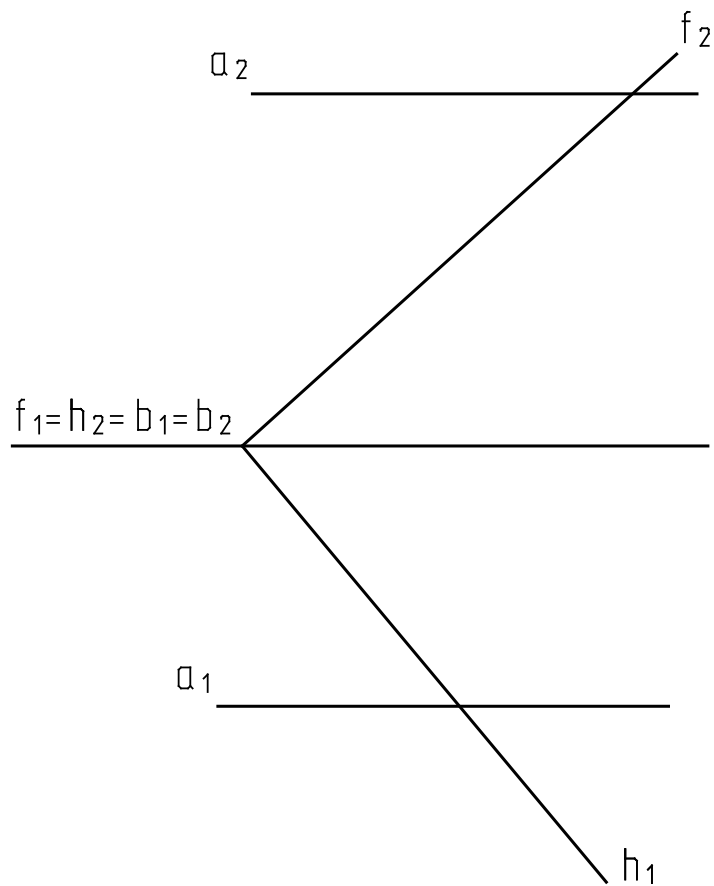
Рис.3

В первом случае обе заданные плоскости перпендикулярны профильной плоскости проекций (АС и прямые  $b$  и  $a$  перпендикулярны плоскости  $\Pi_3$ ). Линия пересечения плоскостей будет перпендикулярна плоскости  $\Pi_3$ . Для определения общей точки вводим плоскость  $\Gamma$  ( $\Gamma_2$ ) – фронтально-проецирующую плоскость. Она пересекается по линии  $BC$  с одной плоскостью и по линии  $FN$  – с другой плоскостью. Полученные прямые линии пересекаются в точке  $K$ . Эта точка принадлежит линии пересечения заданных плоскостей.

Решение задачи значительно упрощается, если одна из заданных плоскостей – плоскость частного положения. В этом случае, одна проекция линии пересечения задана в явном виде: она совпадает со следом плоскости частного положения. Вторая проекция линии пересечения строится по принадлежности прямой второй заданной плоскости.

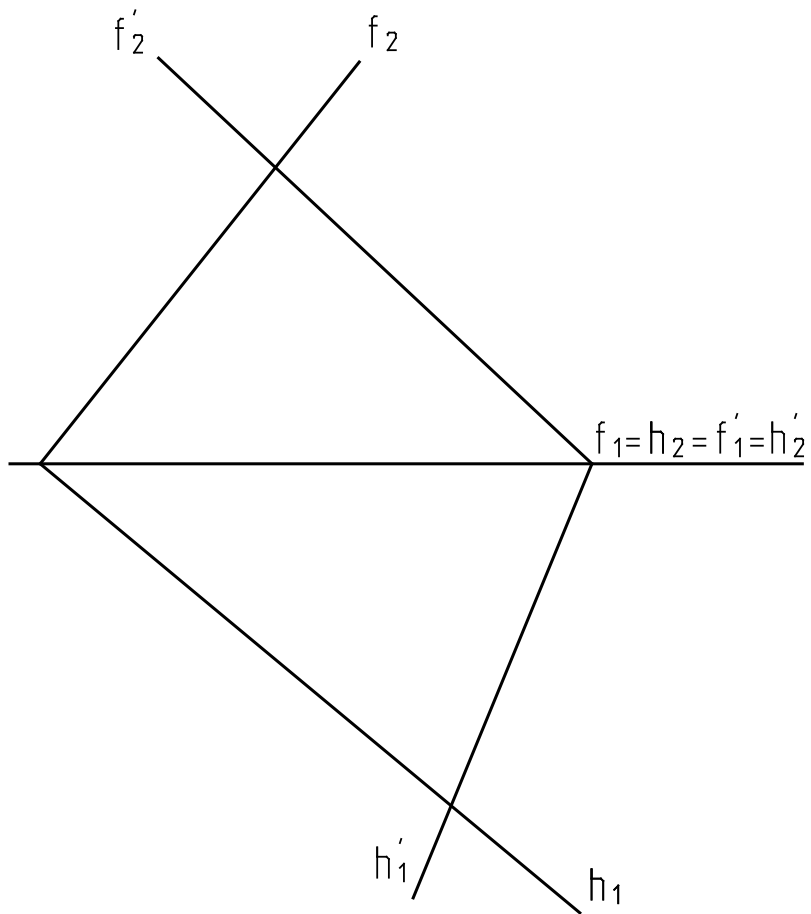
3-01

Построить линию пересечения  
плоскостей  $\Sigma(f \cap h)$  и  $\Theta(a \parallel b)$ .



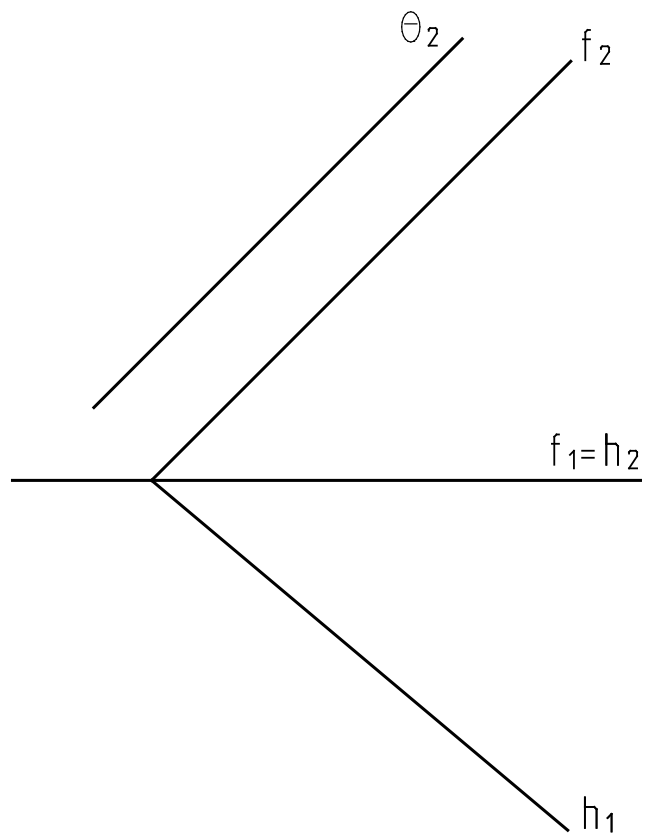
3-02

Построить линию пересечения  
плоскостей  $\Sigma(f \cap h)$  и  $\Delta(h' \cap f')$ .



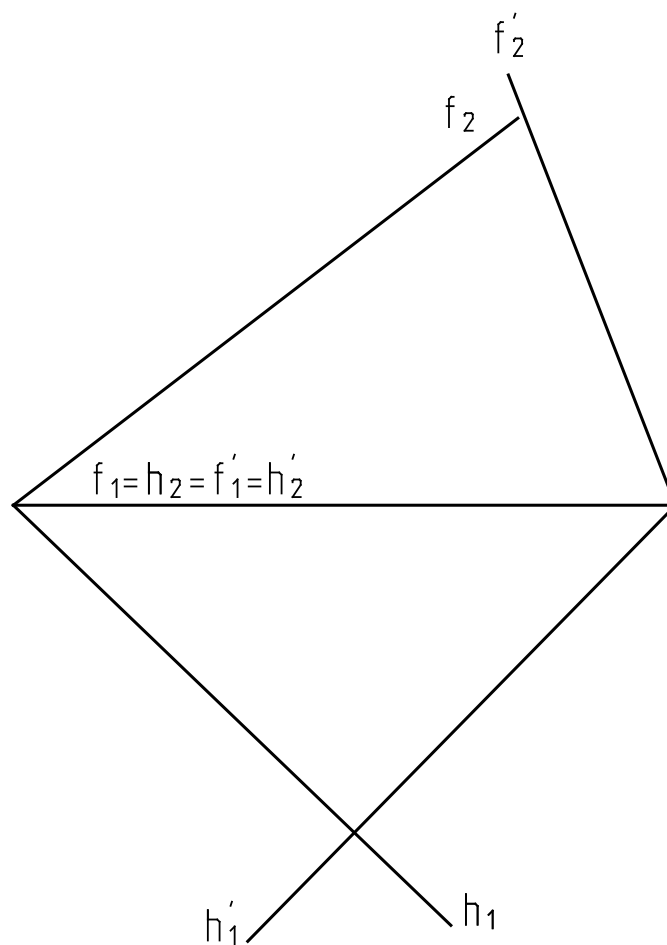
3-03

Построить линию пересечения  
плоскостей  $\theta (\theta_2)$  и  $\Sigma (f \cap h)$ .



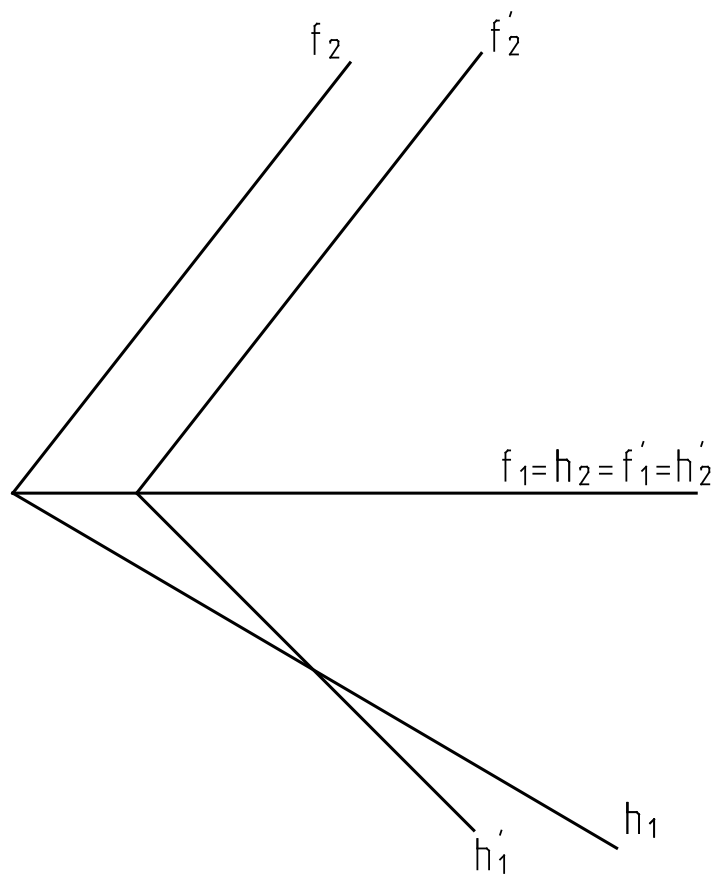
3-04

Построить линию пересечения  
плоскостей  $\Sigma(f \cap h)$  и  $\Delta(h' \cap f')$ .



3-05

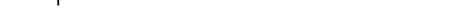
Построить линию пересечения  
плоскостей  $\Sigma(f \cap h) \cup \Theta(h' \cap f')$





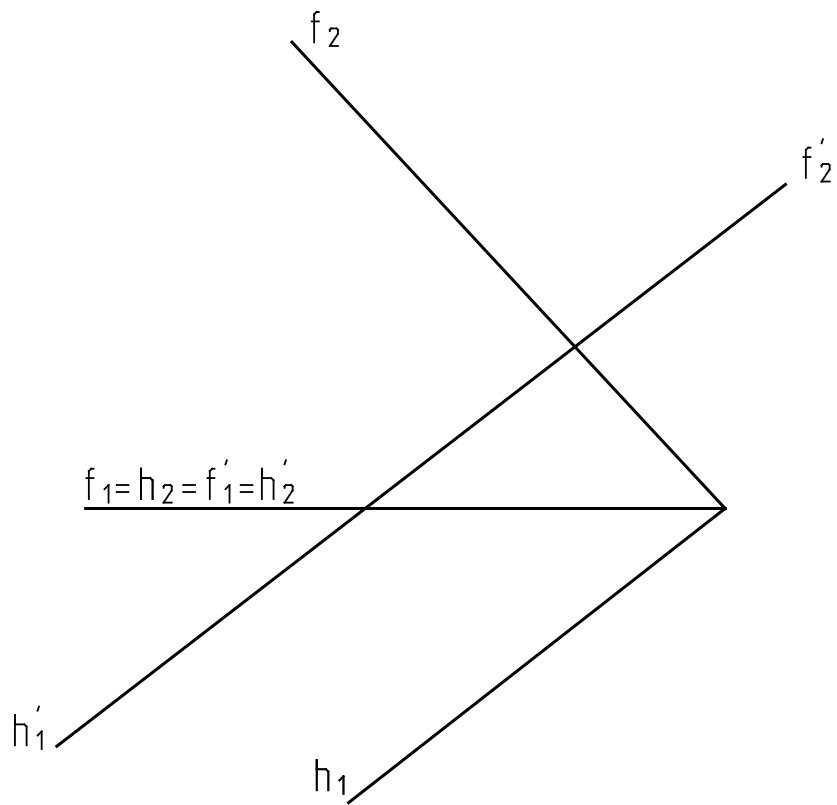
3-06

Построить линию пересечения  
плоскостей  $\Sigma (m \parallel n)$  и  $\Theta (a \parallel b)$ .

 $a_2$  $m_2$  $a_1 = b_2 = m_1 = n_2$  $b_1$  $n_1$ 

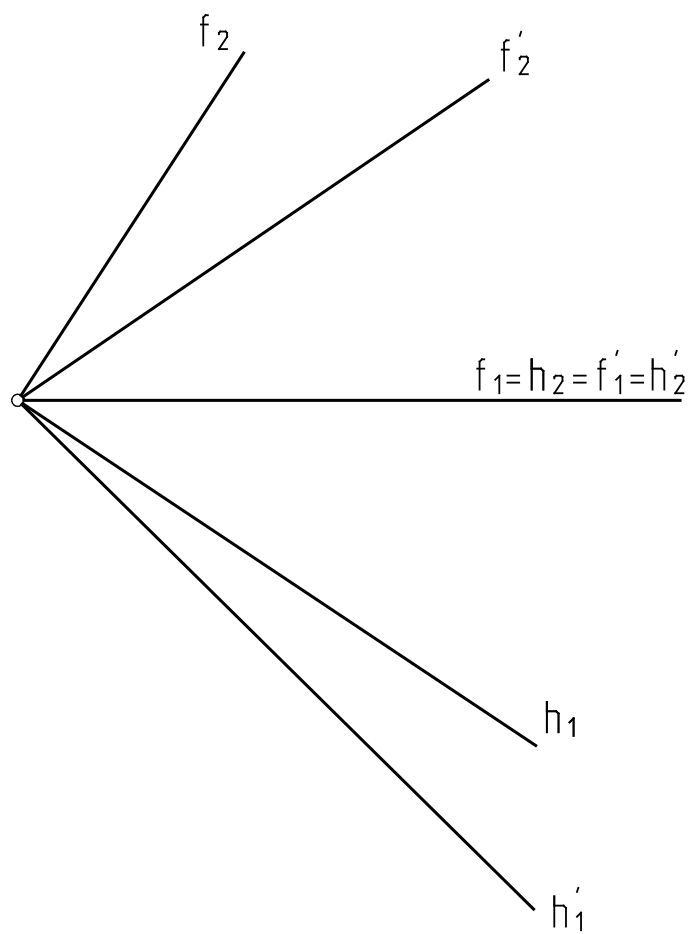
3-07

Построить линию пересечения  
плоскостей  $\Sigma(f \cap h)$  и  $\Delta(h' \cap f')$ .



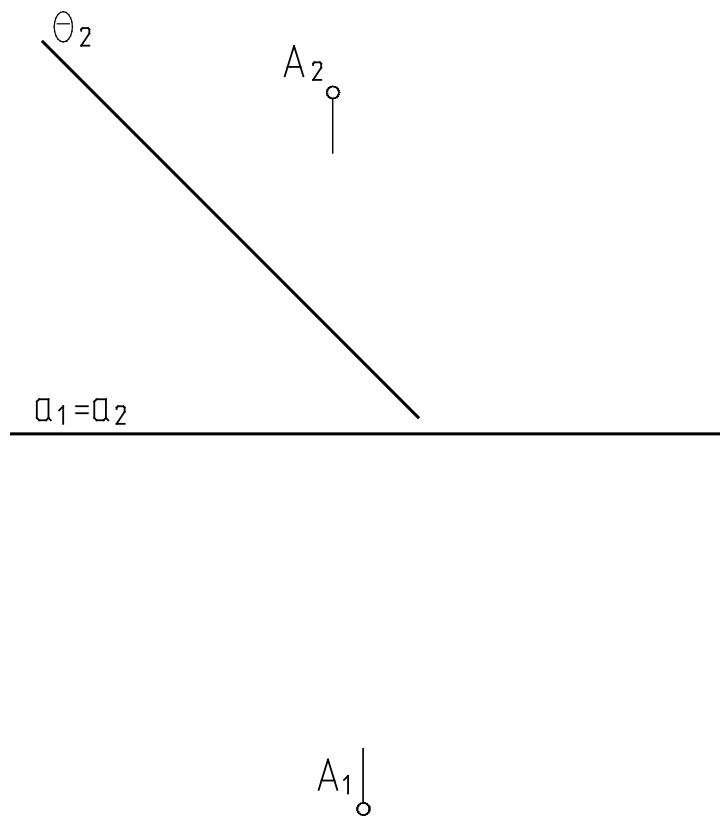
3-08

Построить линию пересечения  
плоскостей  $\Sigma(f \cap h)$  и  $\Delta(h' \cap f')$ .



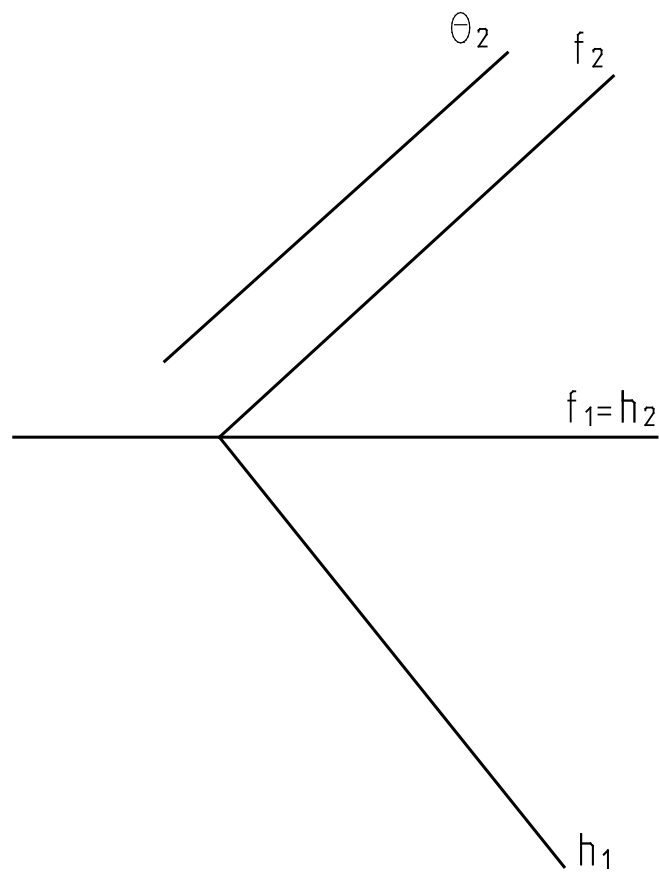
3-09

Построить линию пересечения  
плоскостей  $\theta (\theta_2)$  и  $\Sigma (\alpha; A)$ .



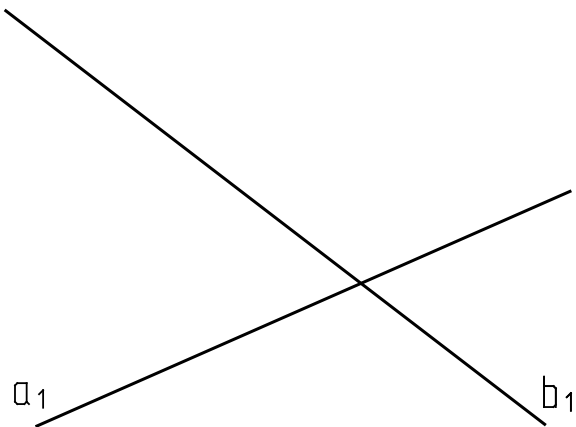
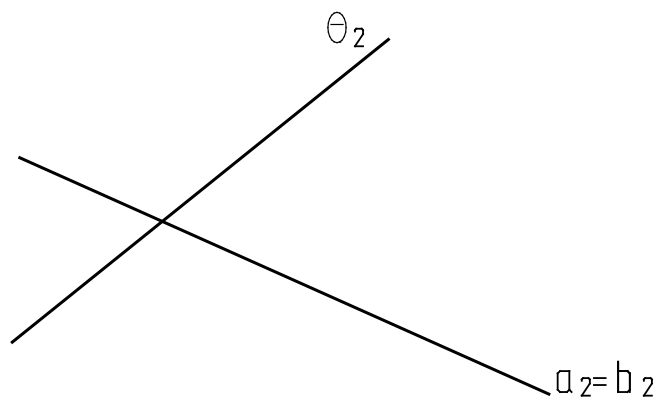
3-10

Построить линию пересечения  
плоскостей  $\theta (\theta_2)$  и  $\Sigma (f \cap h)$ .



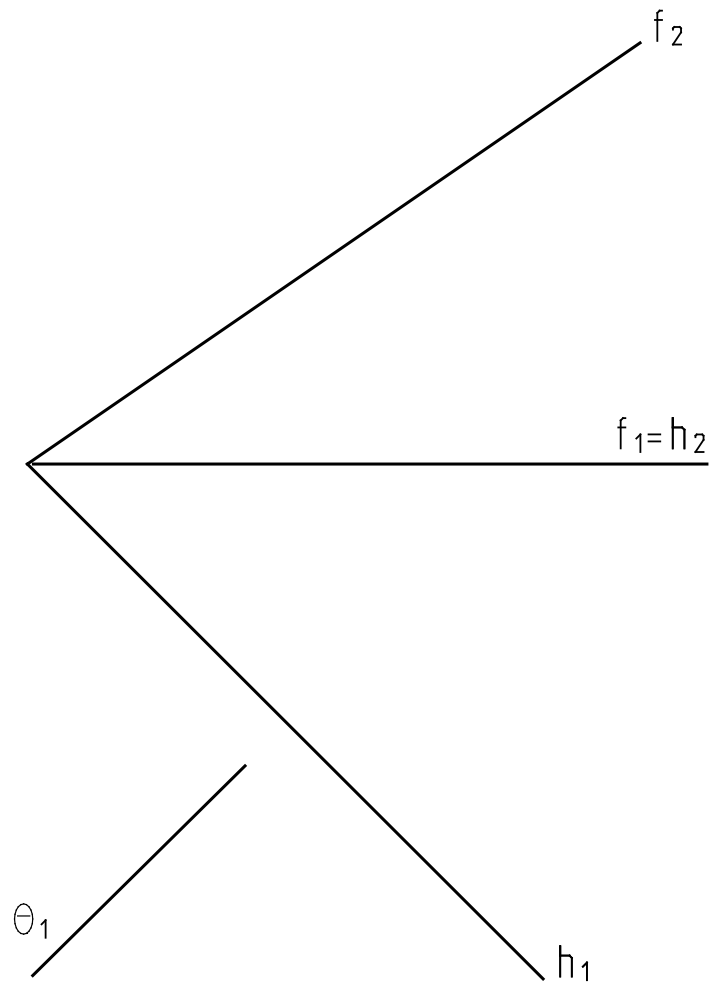
3-11

Построить линию пересечения  
плоскостей  $\theta$  ( $\theta_2$ ) и  $\Sigma(a \cap b)$ .



3-12

Построить линию пересечения  
плоскостей  $\theta (\theta_1)$  и  $\Sigma (f \cap h)$ .



## 6. ПЕРЕСЕЧЕНИЕ ПРЯМОЙ И ПЛОСКОСТИ. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ВИДИМОСТИ ПРЯМОЙ

Построение точки пересечения прямой и плоскости выполняется по следующему алгоритму:

1. Прямая заключается во вспомогательную плоскость-посредник [8].
2. Строится линия пересечения вспомогательной плоскости и заданной.
3. Точка пересечения полученной прямой и заданной является точкой пересечения прямой с плоскостью.

Видимость определяется по конкурирующим точкам.

Конкурирующими в видимости по отношению к плоскости проекций называются точки, лежащие на одном проецирующем луче, но принадлежащие различным геометрическим объектам. Видимой является та точка, которая находится на большем расстоянии от плоскости проекций.

Расстояния точек до исследуемой плоскости проекций определяется по комплексному чертежу, используя изображение на других плоскостях проекций.

*Пример.* Построить точку пересечения прямой 1 с плоскостью. Определить видимость прямой.

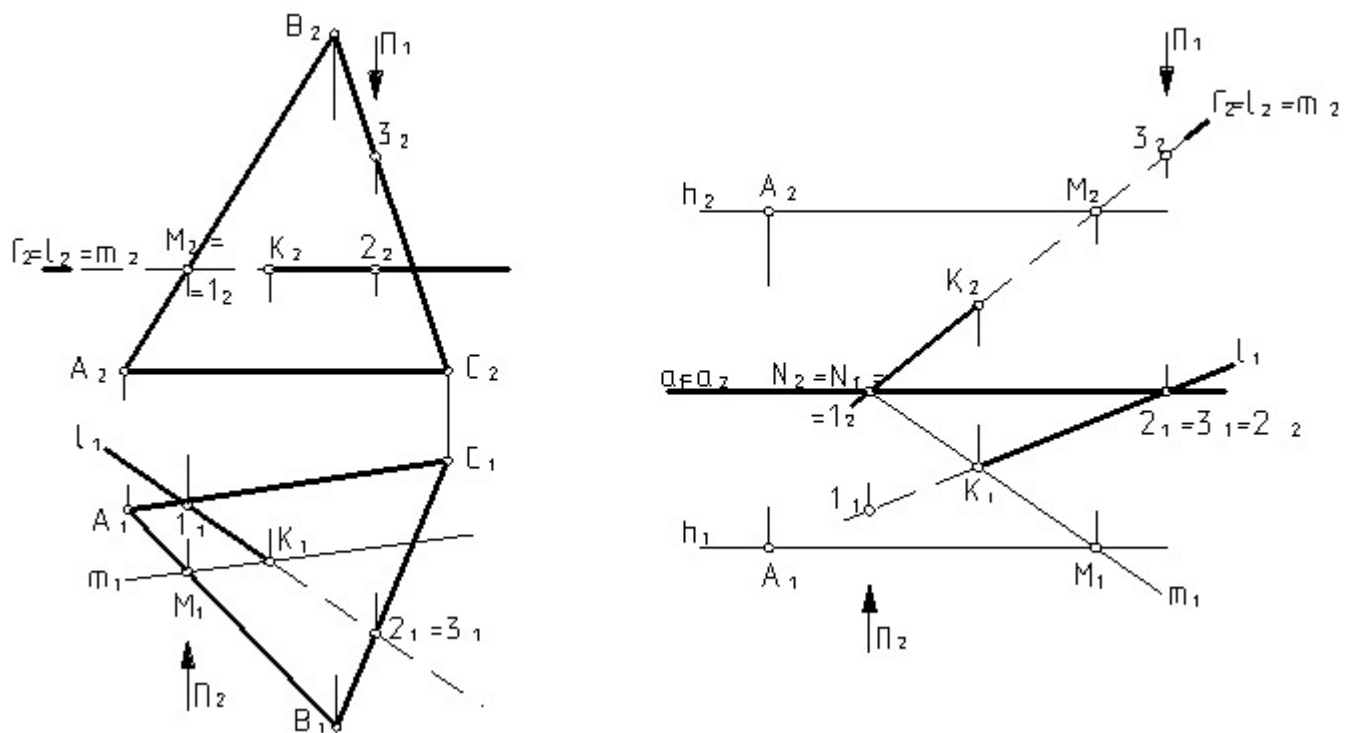


Рис.4

В первом случае (плоскость задана треугольником  $ABC$ ) прямая 1 заключается в горизонтальную плоскость уровня  $\Gamma(\Gamma_2)$ . Фронтальная проекция линии пересечения вспомогательной плоскости и заданной  $m_2$  совпадает со следом плоскости  $\Gamma_2$ . Линия  $m$  пересекается с прямой  $AB$  в точке  $M$  и параллельна  $AC$ . По принадлежности ее плоскости  $ABC$  находим горизонтальную проекцию  $m_1$ . Прямые  $m$  и  $l$  пересекаются в точке  $K$ . Это и есть искомая точка пересечения прямой 1 с плоскостью, заданной треугольником  $ABC$ .

Для определения видимости прямой 1 относительно плоскости  $\Pi_2$  выбираем точку  $M$ , принадлежащую плоскости, и точку 1, принадлежащую прямой 1 (фронтальные проекции этих



точек совместились). По горизонтальным проекциям этих точек определяем видимую; это – точка  $M$  плоскости (глубина этой точки больше), следовательно, прямая  $l$  закрыта плоскостью и не видна до точки пересечения.

Точки  $2$  и  $3$  конкурируют в видимости по отношению к плоскости  $\Pi_1$ . По фронтальной проекции определяем видимость горизонтальной проекции прямой  $l$ . Высота точки плоскости  $3$  больше высоты точки  $2$ , принадлежащей прямой  $l$ , поэтому прямая на горизонтальной проекции не видна до точки  $K$  – точки пересечения с плоскостью.

Во втором случае плоскость задана прямой  $a$  и точкой  $A$ . Прямая  $l$  заключается во фронтально-проецирующую плоскость  $\Gamma(\Gamma_2)$ . Линия пересечения плоскости-посредника  $\Gamma$  и заданной плоскости – прямая  $m$  пересекается с прямой  $a$  в точке  $N$ . Чтобы построить горизонтальную проекцию прямой  $m$  нужно ввести еще одну прямую, принадлежащую заданной плоскости (прямая  $h$  проходит через точку плоскости  $A$  и параллельна другой прямой плоскости  $a$ ), и найти вторую точку, принадлежащую прямой  $m$ . Это –  $M$ , точка пересечения  $m$  и  $h$ . Прямые  $l$  и  $m$  пересекаются в точке  $K$ , искомой.

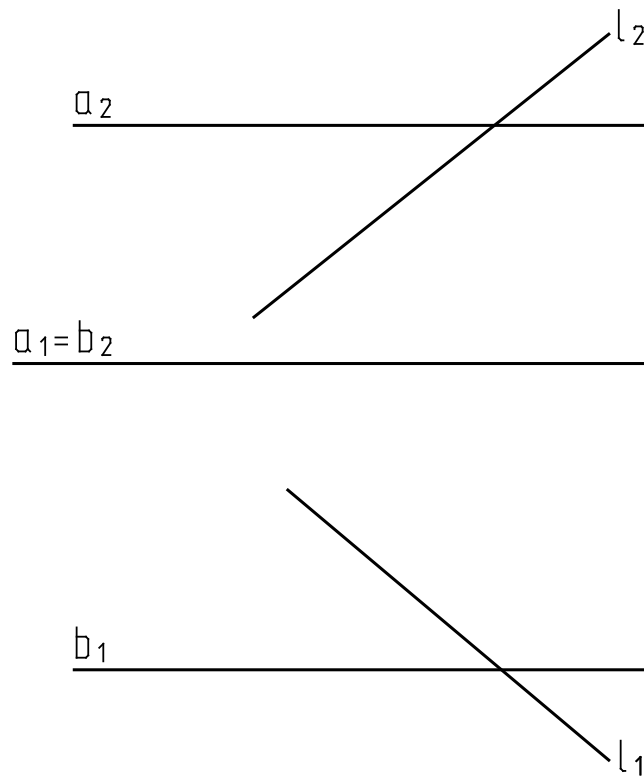
Для определения видимости относительно плоскости  $\Pi_2$  выбираем точку  $N$ , принадлежащую плоскости, и точку  $1$ , расположенную на прямой  $l$ . По горизонтальной проекции определяем видимость  $l$  относительно плоскости  $\Pi_2$ . Точка  $2$ , принадлежащая плоскости, и точка  $3$ , принадлежащая прямой  $l$ , конкурируют в видимости по отношению к плоскости  $\Pi_1$ . По фронтальной проекции этих точек определяем видимость горизонтальной проекции прямой  $l$ .

6.1 Задание 4-01

4-01

Построить точку пересечения прямой  $l$   
и плоскости  $\Theta$  ( $a \parallel b$ ).

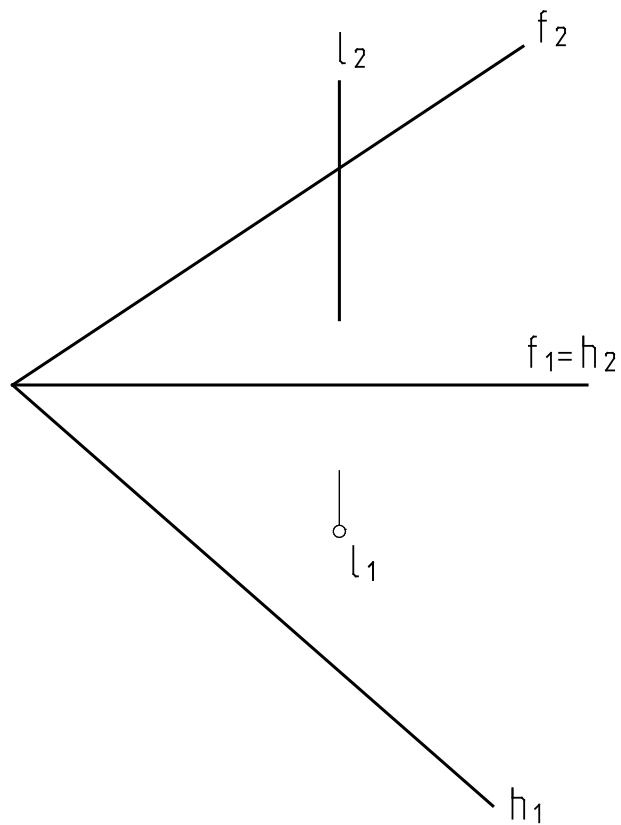
Определить видимость прямой.



4-02

Построить точку пересечения прямой  $l$   
и плоскости  $\Sigma(f \cap h)$ .

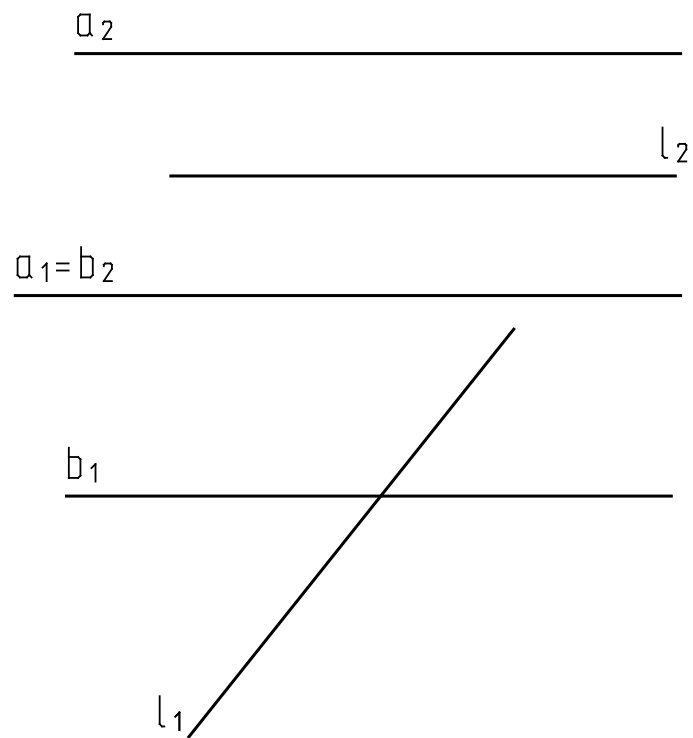
Определить видимость прямой.



4-03

Построить точку пересечения прямой  $l$   
и плоскости  $\theta$  ( $a \parallel b$ ).

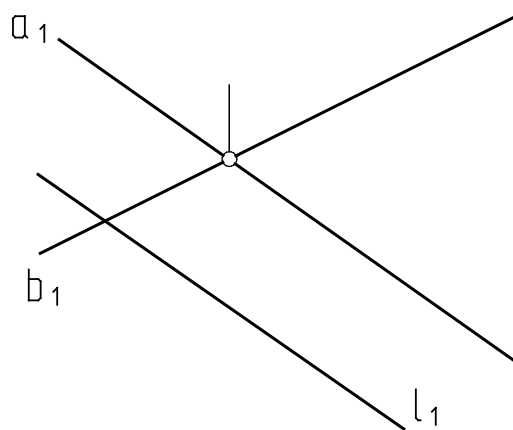
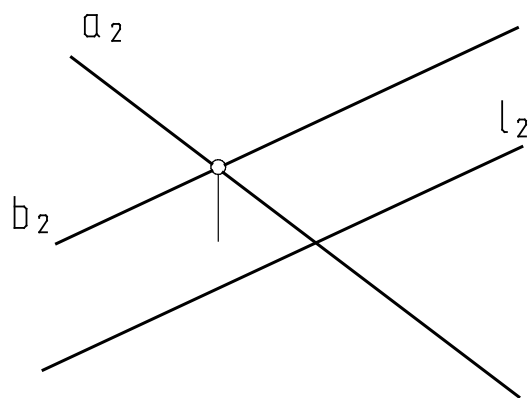
Определить видимость прямой.



4-04

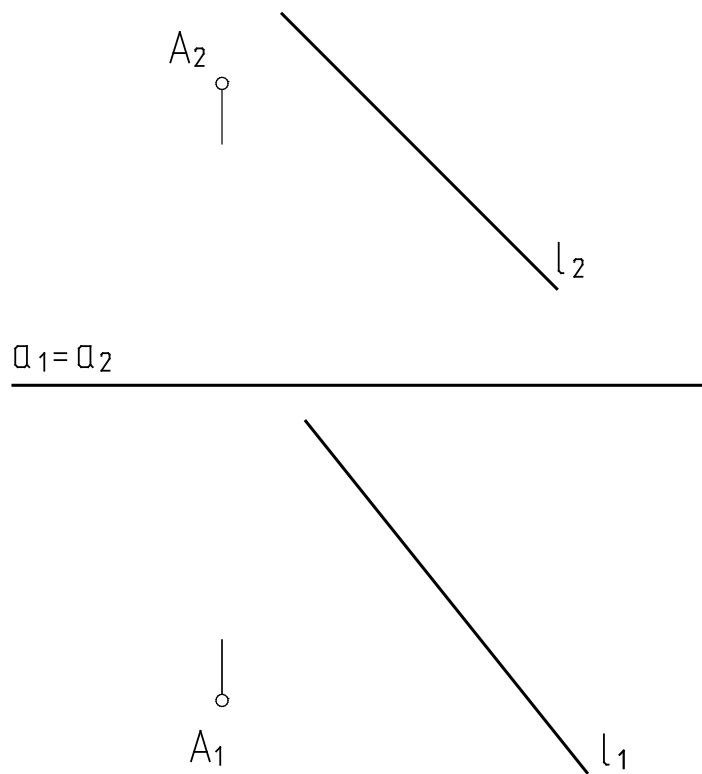
Построить точку пересечения прямой  $l$   
и плоскости  $\Theta (a \cap b)$ .

Определить видимость прямой.



4-05

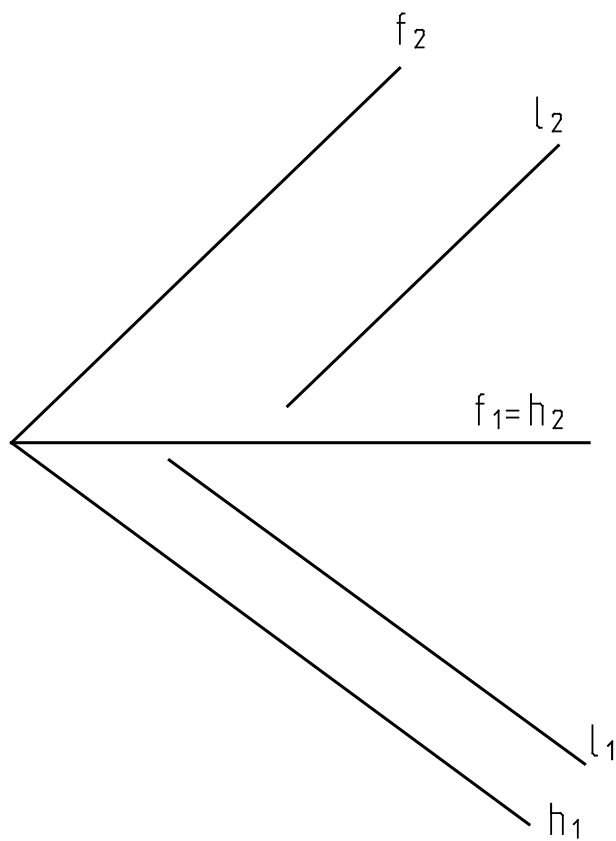
Построить точку пересечения прямой  $l$   
и плоскости  $\Delta(A;a)$ .  
Определить видимость прямой.



4-06

Построить точку пересечения прямой  $l$   
и плоскости  $\Sigma(f \cap h)$ .

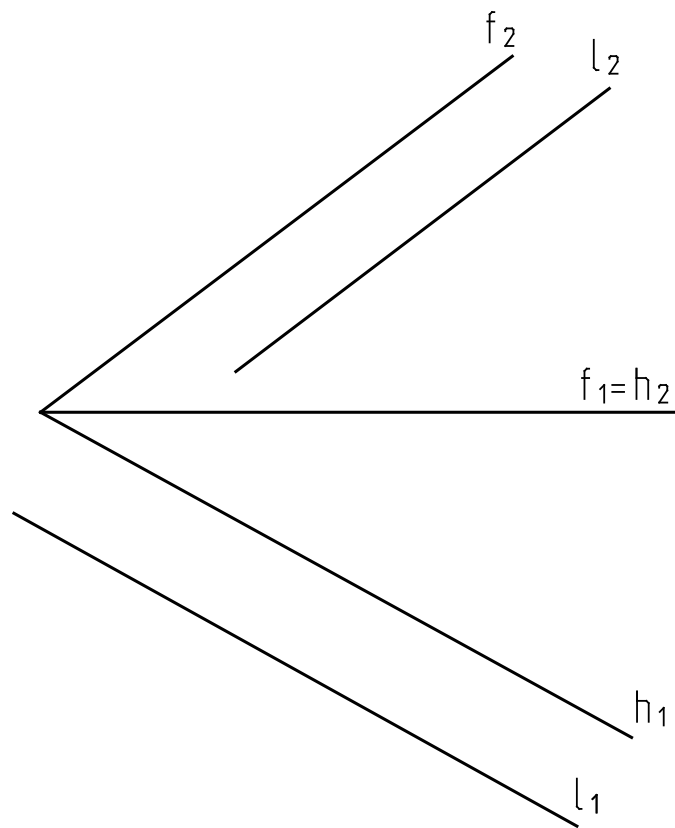
Определить видимость прямой.



4-07

Построить точку пересечения прямой  $l$   
и плоскости  $\Sigma(f \cap h)$ .

Определить видимость прямой.

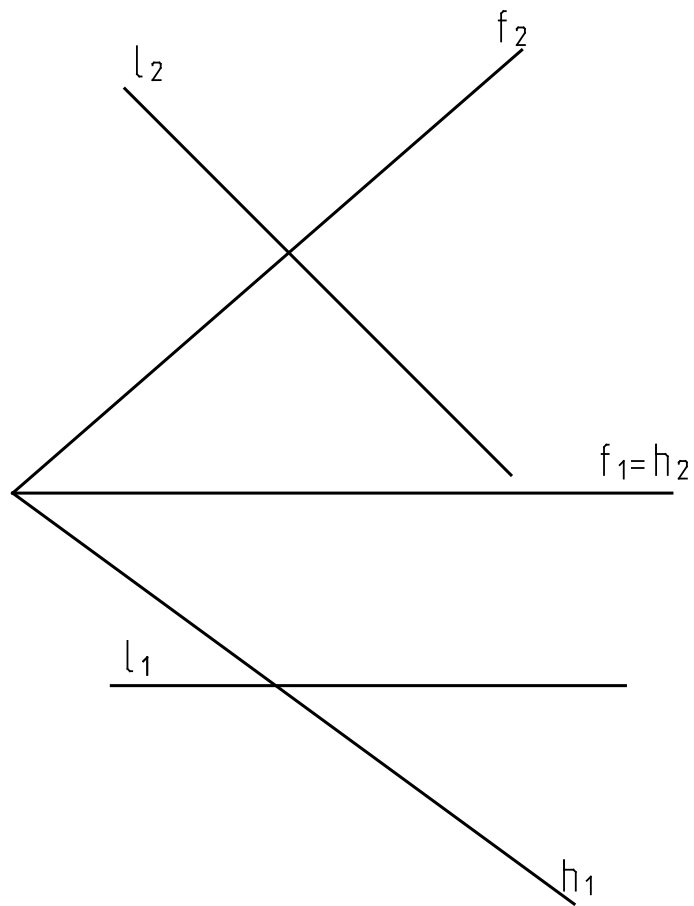




4-08

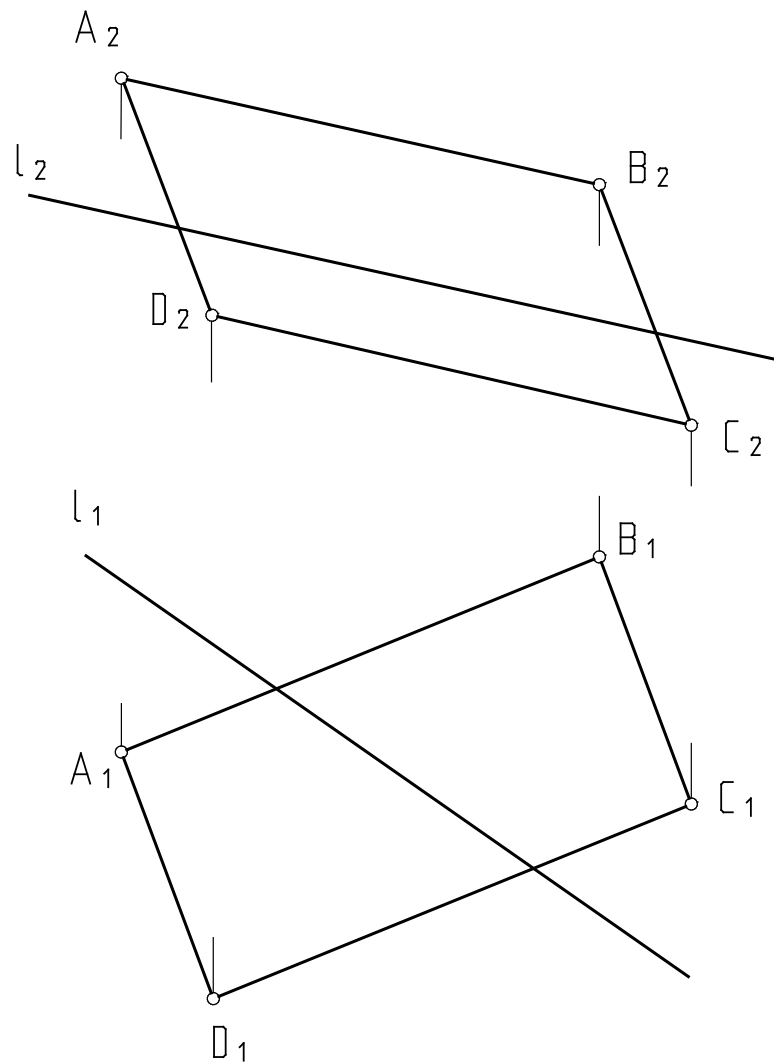
Построить точку пересечения прямой  $l$   
и плоскости  $\Sigma(f \cap h)$ .

Определить видимость прямой.



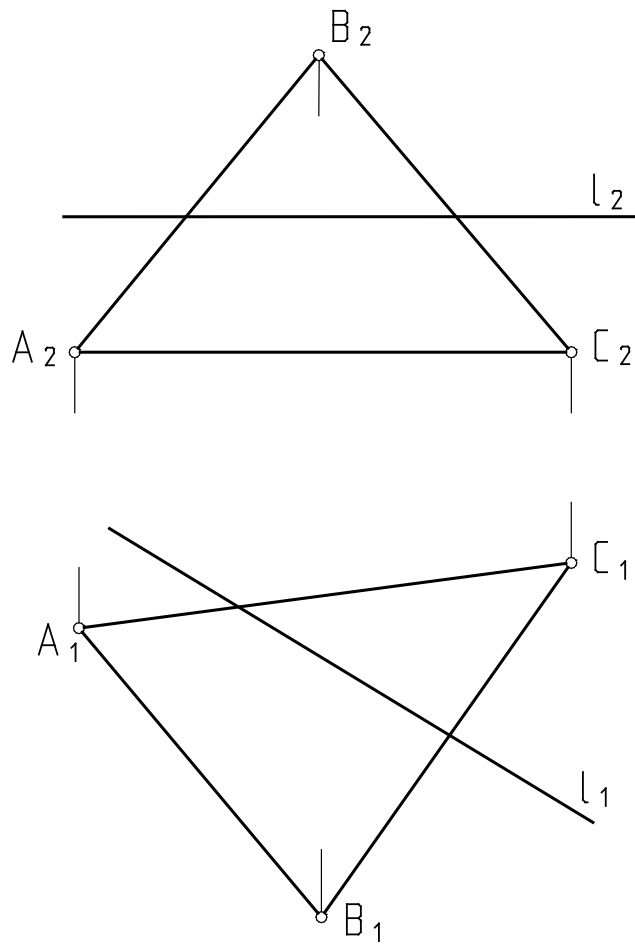
4-09

Построить точку пересечения прямой  $l$   
с плоскостью  $\Delta(A;B;C;D)$   
Определить видимость прямой.



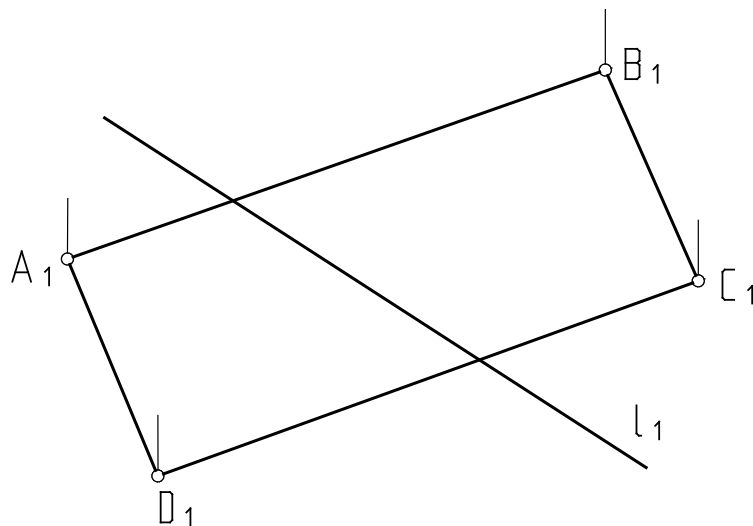
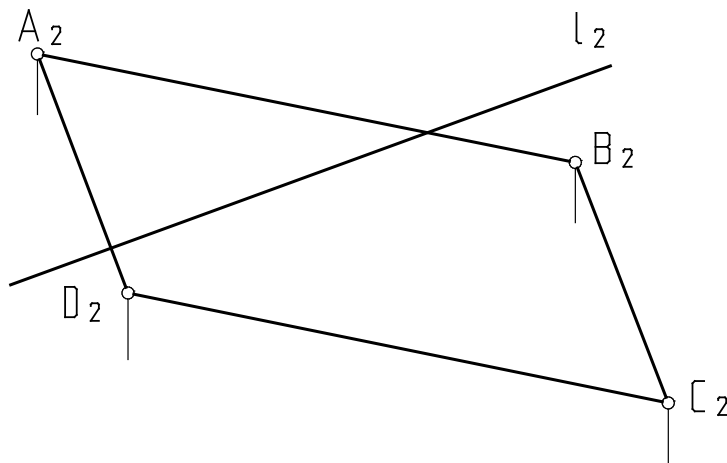
4-10

Построить точку пересечения прямой  $l$   
с плоскостью  $\Delta(A;B;C)$   
Определить видимость прямой.



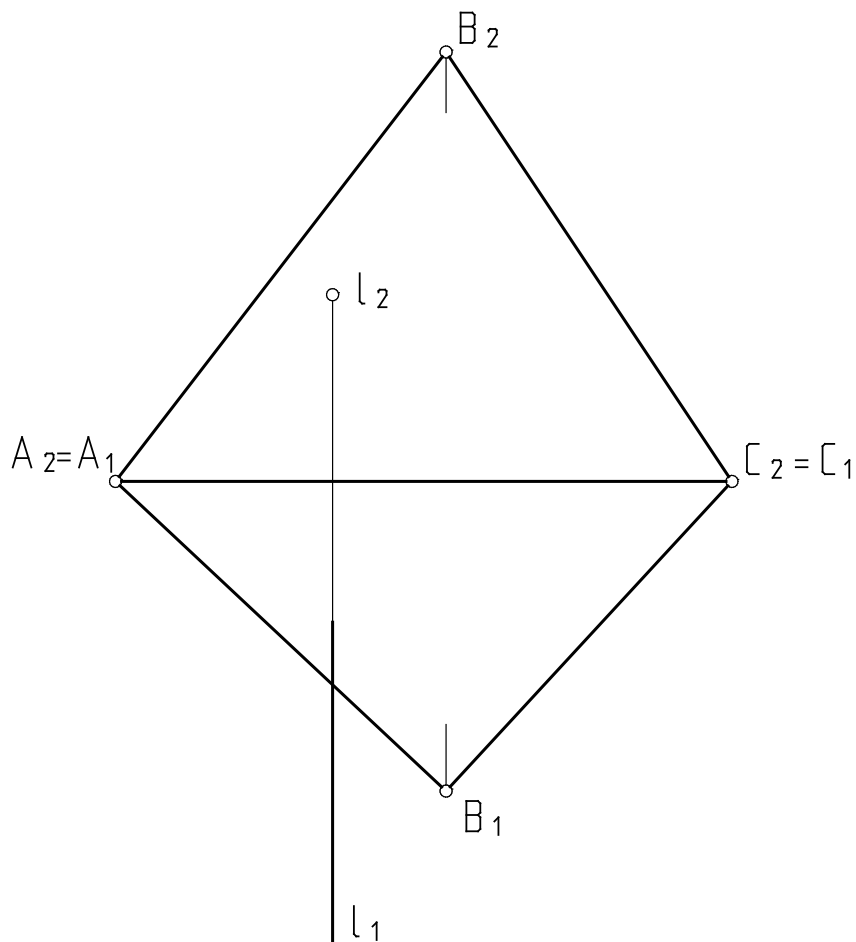
4-11

Построить точку пересечения прямой  $l$   
с плоскостью  $\Sigma(A;B;C;D)$   
Определить видимость прямой.



4-12

Построить точку пересечения прямой  $l$   
с плоскостью  $\Delta(A;B;C)$   
Определить видимость прямой.



## 7. ПЕРПЕНДИКУЛЯРНОСТЬ ПРЯМОЙ И ПЛОСКОСТИ. ТЕОРЕМА О ПРОЕКЦИРОВАНИИ ПРЯМОГО УГЛА

*Теорема о проецировании прямого угла: Прямой угол проецируется в виде прямого на ту плоскость проекций, по отношению к которой параллельна хотя бы одна из его сторон.*

Прямая перпендикулярна плоскости, если она перпендикулярна двум пересекающимся прямым, лежащим в этой плоскости. В плоскости таких прямых можно провести бесчисленное множество. Но, исходя из теоремы о проецировании прямого угла, если задана плоскость общего положения, необходимо в этой плоскости выбрать прямые параллельные горизонтальной, фронтальной или профильной плоскостям проекций, то есть линии уровня плоскости: горизонталь, фронталь или профильную прямую.

В пространстве прямая  $b$  перпендикулярна плоскости, если на комплексном чертеже: горизонтальная проекция этой прямой  $b_1$  перпендикулярна к горизонтальной проекции горизонтали  $h_1$ , а фронтальная проекция  $b_2$  – перпендикулярна фронтальной проекции фронтали  $f_2$ , профильная проекция  $b_3$  – перпендикулярна профильной проекции профильной прямой  $p_3$  этой плоскости [1].

*Пример.* Из точки  $A$  опустить перпендикуляр на плоскость и найти точку пересечения перпендикуляра с плоскостью.

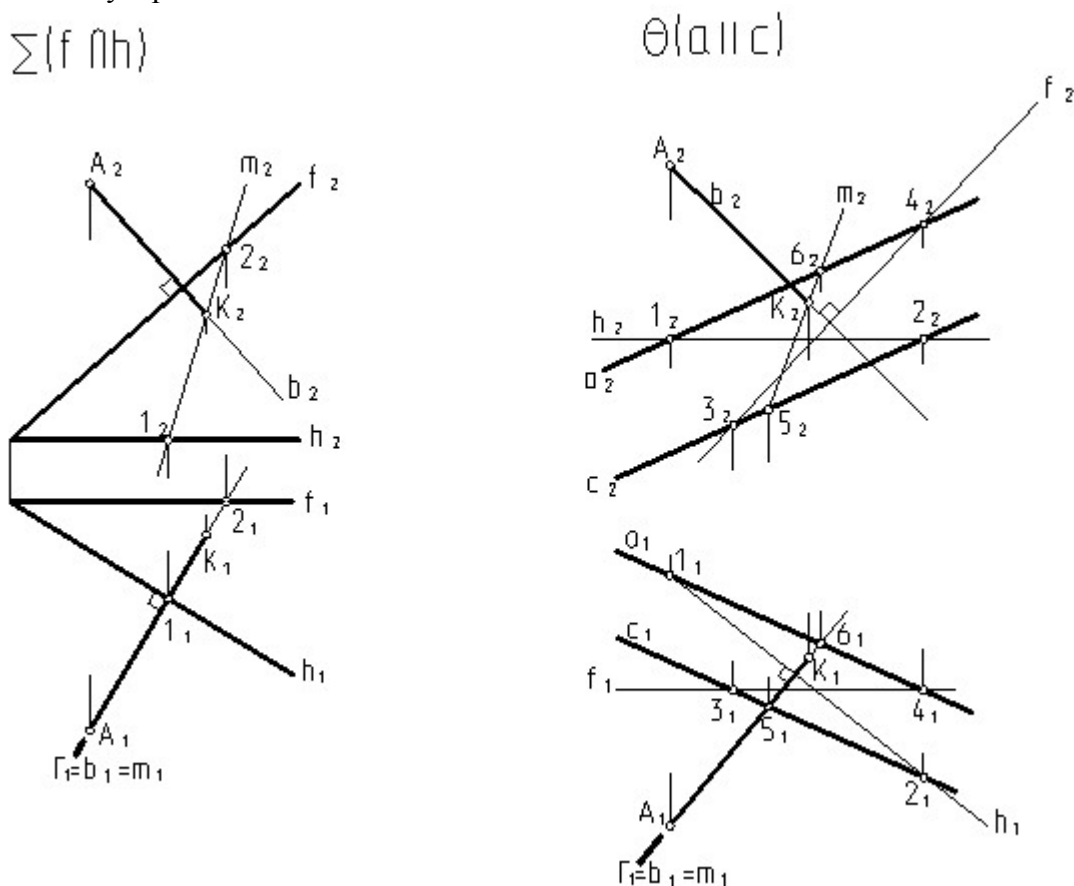


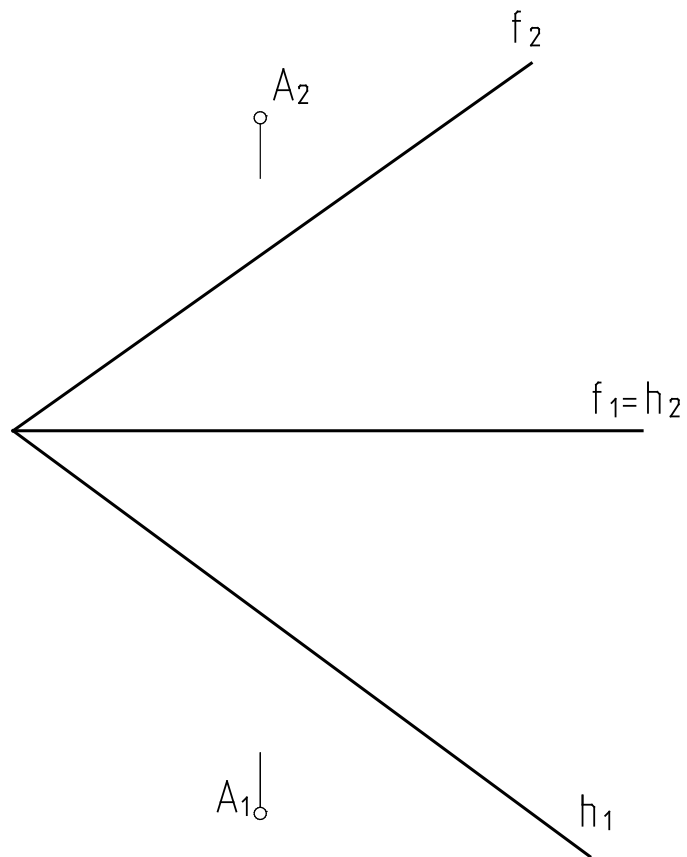
Рис.5

В первом случае плоскость задана фронтально и горизонтально, поэтому можно через точку  $A$  построить прямую  $b$ , перпендикулярную плоскости: провести горизонтальную проекцию линии  $b_1$  перпендикулярно горизонтальной проекции горизонтали плоскости  $h_1$ , а фронтальную проекцию линии  $b_2$  перпендикулярно фронтальной проекции фронтали  $f_2$ . Затем находится точка пересечения прямой  $b$  с плоскостью – точка  $K$ .

Во втором случае плоскость задана параллельными прямыми общего положения  $a$  и  $c$ . Поэтому необходимо построить фронталь и горизонталь, принадлежащие заданной плоскости. Далее решение аналогично предыдущему случаю.

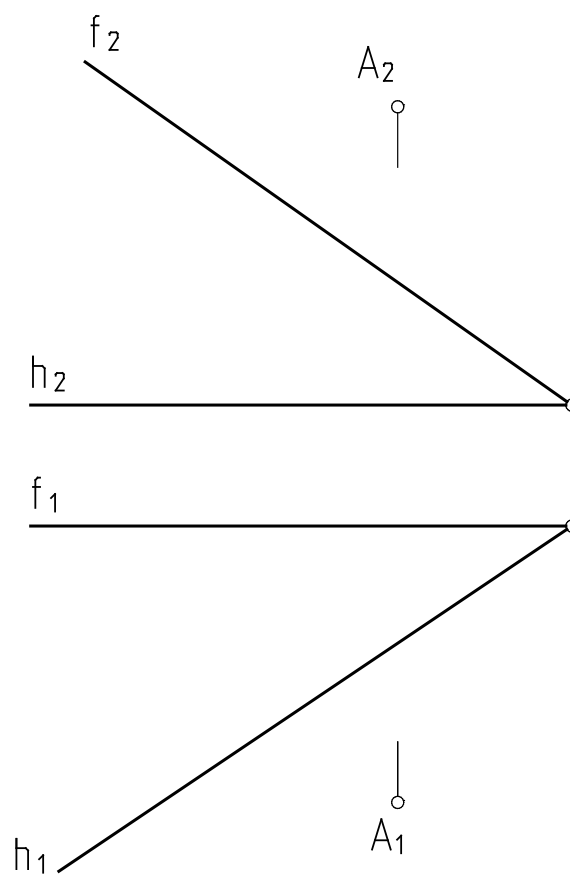
5-01

Определить расстояние от точки  $A$   
до плоскости  $\Sigma(f \cap h)$ .



5-02

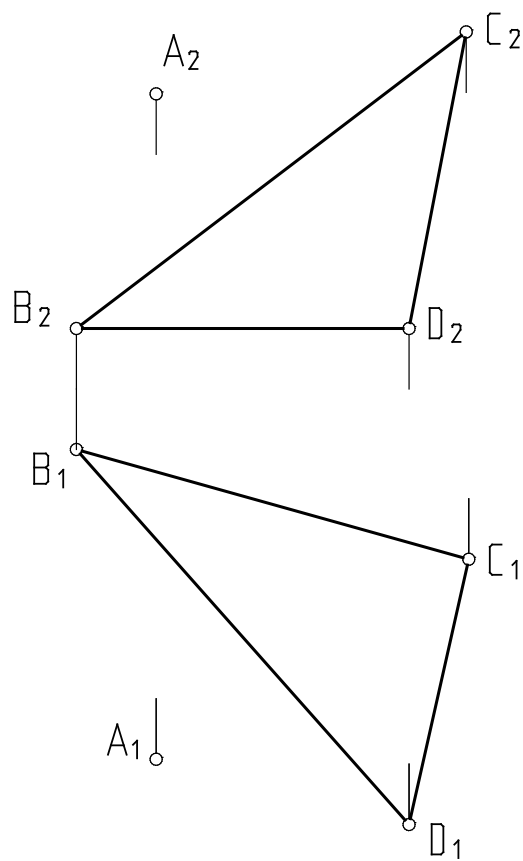
Определить расстояние от точки  $A$   
до плоскости  $\Sigma(f \cap h)$ .





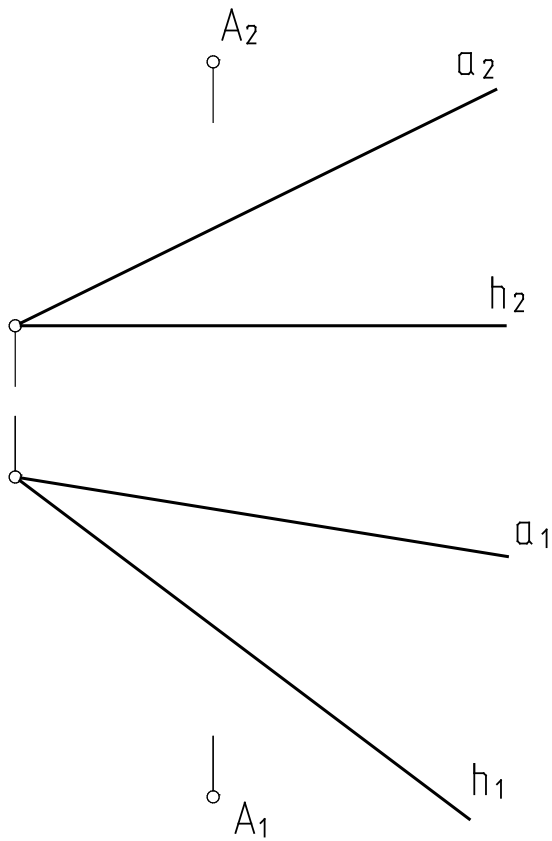
5-03

Из точки  $A$  опустить перпендикуляр на плоскость  $\Delta(B;C;D)$  и найти его основание.



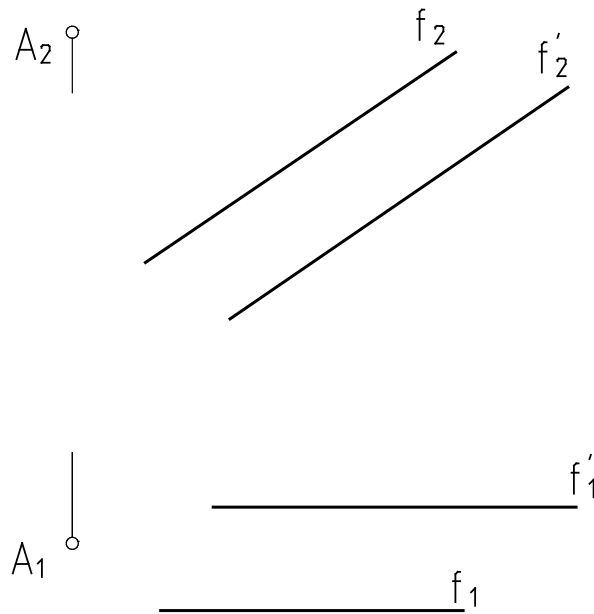
5-04

Из точки  $A$  опустить перпендикуляр на плоскость  $\Sigma(a \cap h)$  и найти его основание.



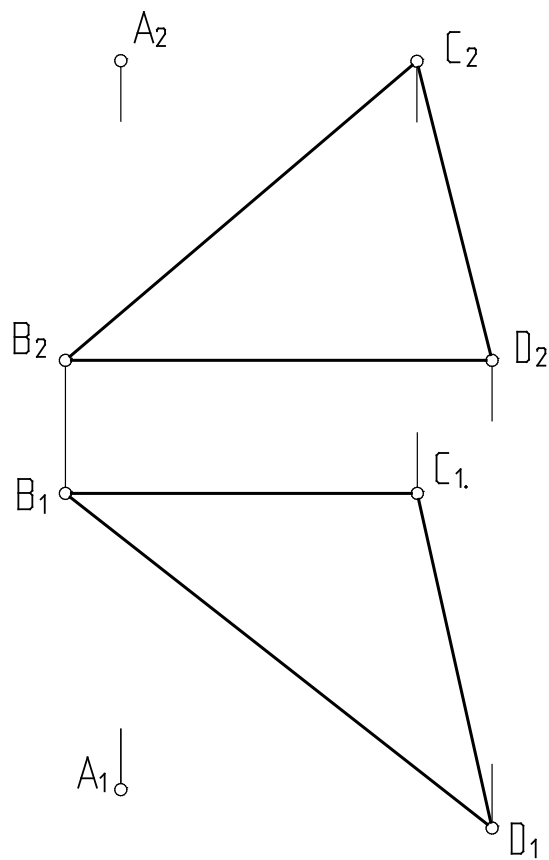
5-05

Из точки  $A$  опустить перпендикуляр на плоскость  $\Theta (f \parallel f')$  и найти его основание.



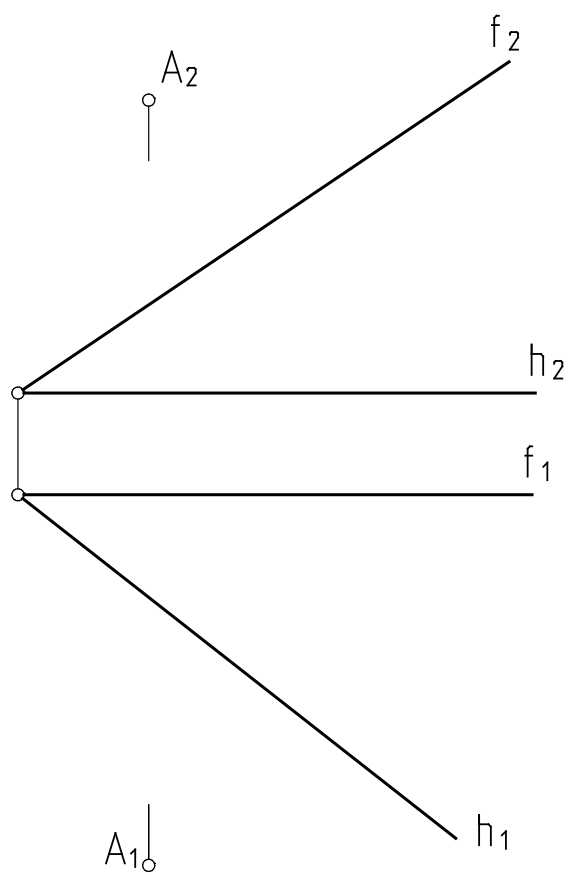
5-06

Определить расстояние от точки  $A$   
до плоскости  $\Delta(B;C;D)$ .



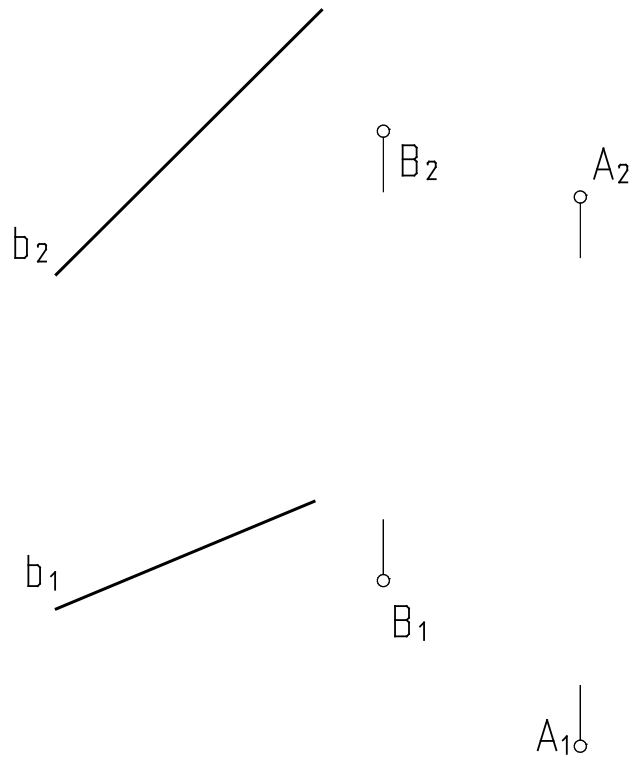
5-07

Определить расстояние от точки  $A$   
до плоскости  $\Sigma(f \cap h)$ .



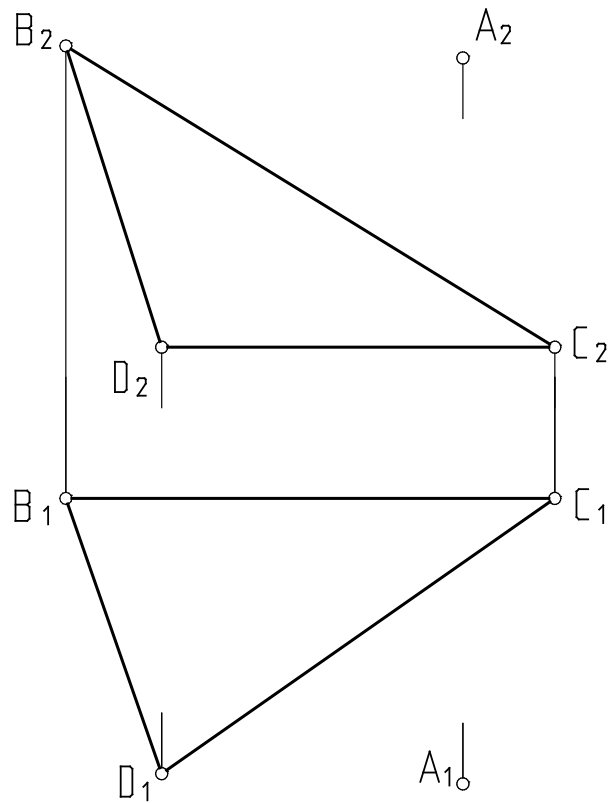
5-08

Из точки  $A$  опустить перпендикуляр на плоскость  $\Delta(B;b)$  и найти его основание.



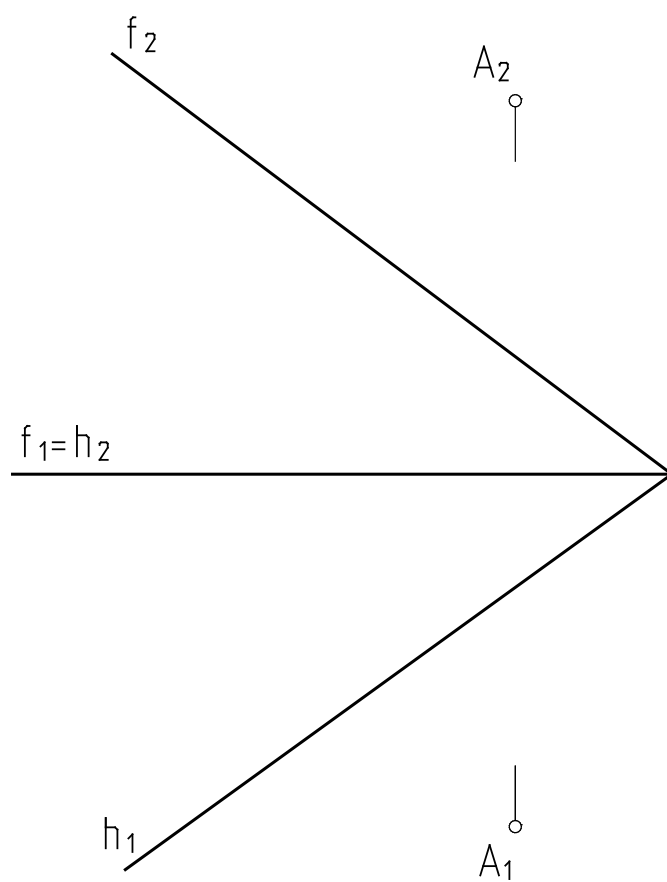
5-09

Определить расстояние от точки A до плоскости  $\Delta(B;C;D)$ .



5-10

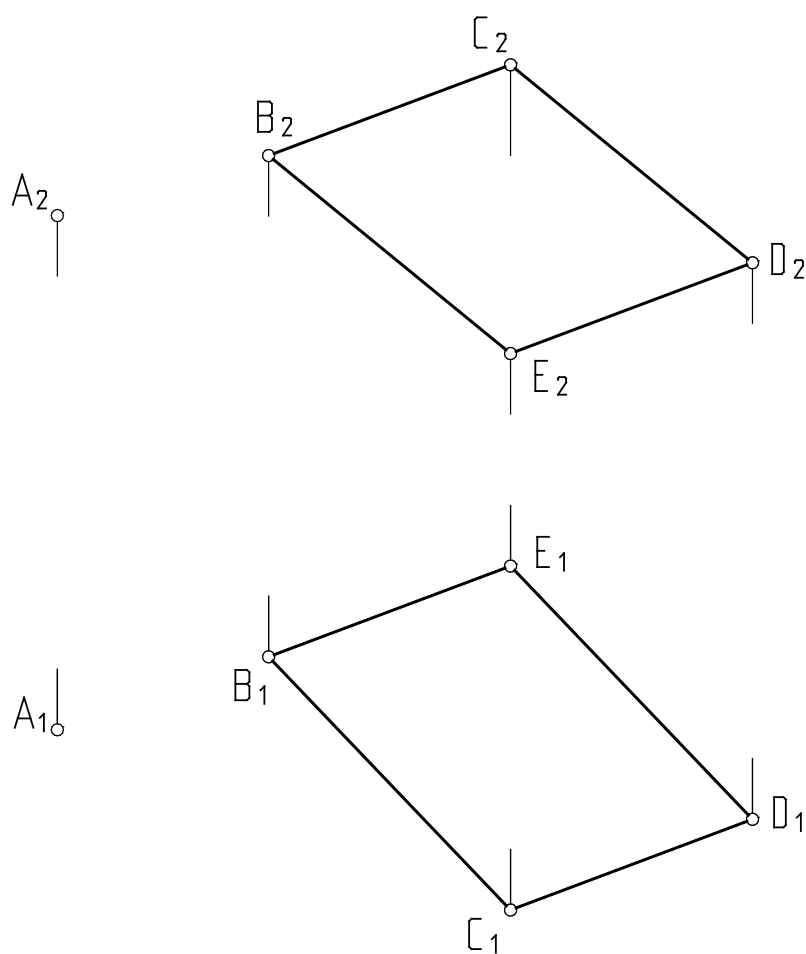
Определить расстояние от точки  $A$   
до плоскости  $\Sigma(f \cap h)$ .





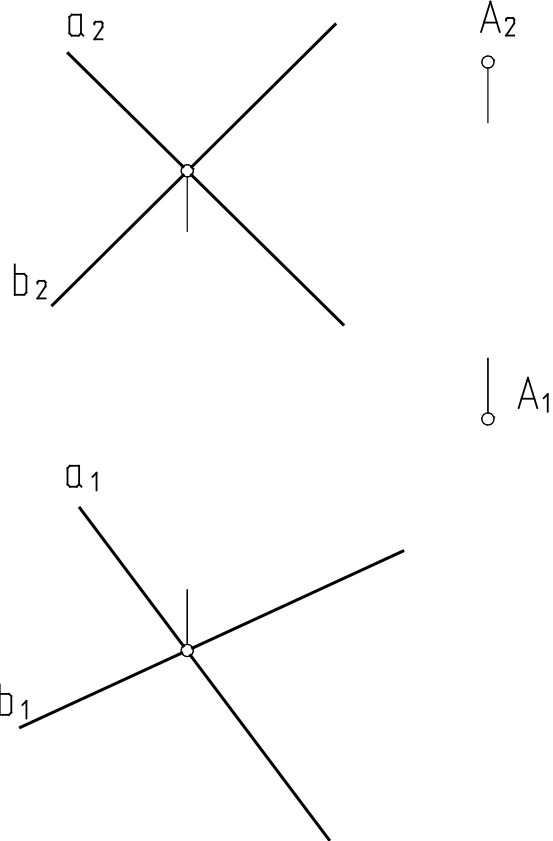
5-11

Из точки  $A$  опустить перпендикуляр на плоскость  $\Delta(B;C;D;E)$  и найти его основание.



5-12

Из точки  $A$  опустить перпендикуляр на плоскость  $\Sigma(a \cap b)$  и найти его основание.



## 8. СПОСОБЫ ПРЕОБРАЗОВАНИЕ КОМПЛЕКСНОГО ЧЕРТЕЖА

### СПОСОБ ЗАМЕНЫ ПЛОСКОСТЕЙ ПРОЕКЦИЙ

Решение ряда метрических и позиционных задач значительно упрощается, если геометрические фигуры занимают не общее, а частное положение относительно плоскости проекций.

Переход от общего положения геометрической фигуры к частному можно осуществить выбором новой плоскости проекции, по отношению к которой проецируемая фигура, окажется в частном положении [7].

*Новая плоскость проекций выбирается перпендикулярно к одной из старых.*

*Расстояние от новой проекции точки до новой оси должно быть равно расстоянию от заменяемой проекции точки до заменяемой оси.*

Заменой одной плоскости проекций можно:

1) *прямую общего положения преобразовать в прямую уровня.*

В этом случае новая плоскость проекций выбирается параллельно заданной прямой.

2) *прямую уровня преобразовать в проецирующую прямую.*

Новая плоскость проекций выбирается перпендикулярно заданной прямой.

*Пример.*

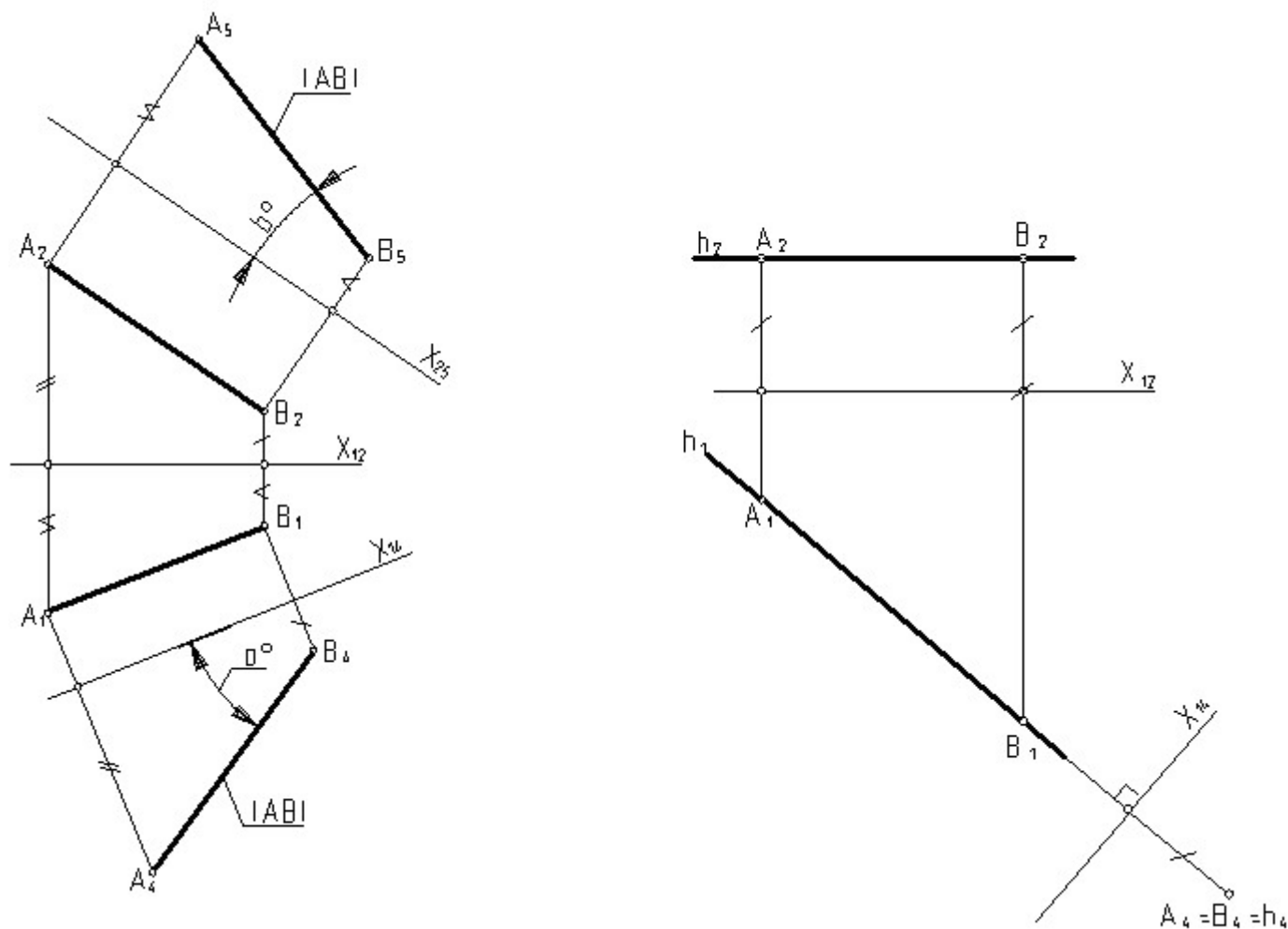


Рис.6

В первом случае длина проекции отрезка  $A_4B_4$  равна длине проекции отрезка  $A_5B_5$  и длине отрезка  $AB$  в пространстве. Угол  $a^0$  равен углу наклона отрезка  $AB$  к плоскости  $\Pi_1$ , угол  $b^0$  равен углу наклона прямой  $AB$  к плоскости  $\Pi_2$ .

Во втором случае прямая  $h$  преобразовалась в проецирующую.

3) *плоскость общего положения преобразовать в проецирующую плоскость.*

Новая плоскость проекций выбирается перпендикулярно линии уровня, принадлежащей плоскости.

4) *плоскость проецирующую преобразовать в плоскость уровня.*

Заданная плоскость должна быть параллельно выбираемой новой плоскости проекции.

*Пример.*

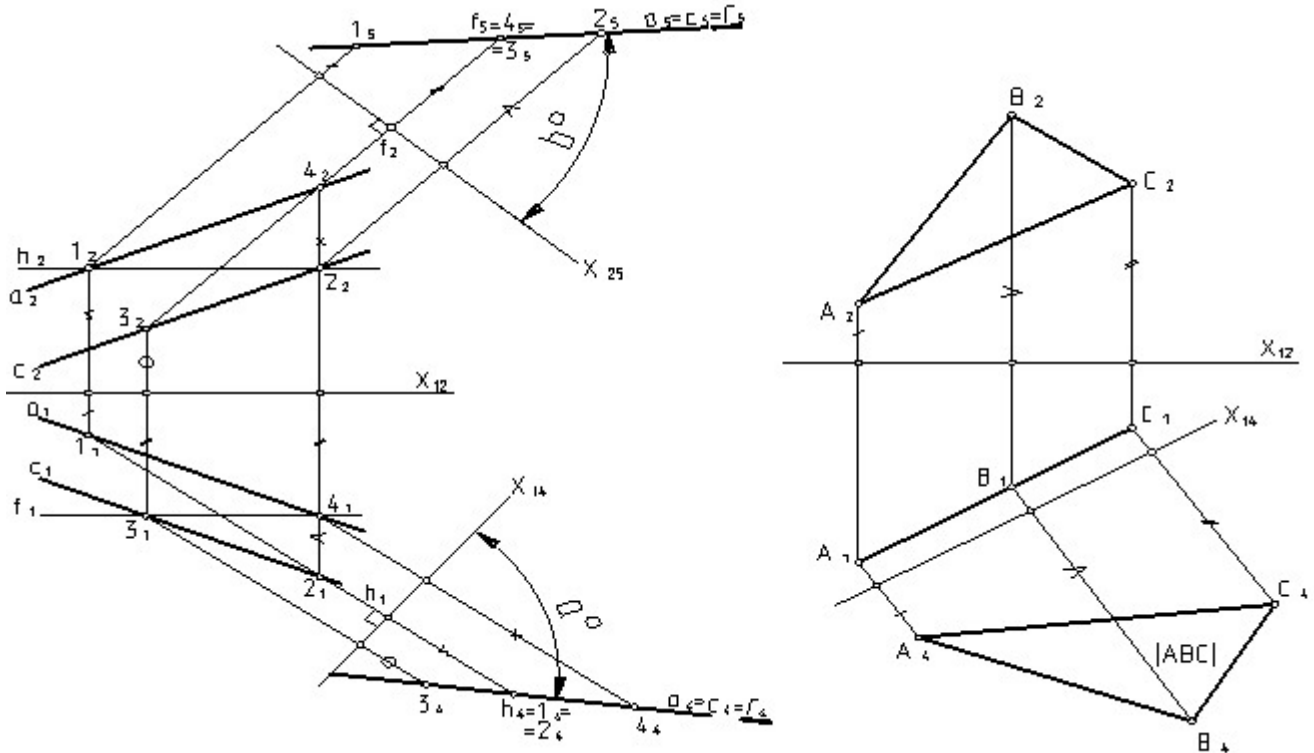


Рис.7

В первом случае плоскость  $\Gamma(a/c)$  преобразована в проецирующую плоскость. Угол  $a^0$  между следом плоскости и осью  $X_{14}$  углу наклона плоскости  $\Gamma$  к плоскости  $\Pi_1$ , а угол  $b^0$  равен углу наклона к плоскости  $\Pi_2$ .

Во втором случае проекция  $A_4B_4C_4$  конгруэнтна фигуре  $ABC$  в пространстве.

## ПРЕОБРАЗОВАНИЕ КОМПЛЕКСНОГО ЧЕРТЕЖА ВРАЩЕНИЕМ ВОКРУГ ЛИНИИ УРОВНЯ

Используя указанный метод преобразования комплексного чертежа, можно плоскость повернуть в положение, параллельное плоскости проекции. В этом случае ортогональная проекция любой принадлежащей плоскости фигуры будет конгруэнтна оригиналу и, следовательно, позволит определить все метрические характеристики проецируемой фигуры непосредственно по ее проекции без каких-либо дополнительных построений.

Очевидно, вращая плоскость вокруг горизонтали, можно перевести ее в положение, параллельное плоскости  $\Pi_1$ . Вращение вокруг фронтали позволяет перевести плоскость в положение фронтальной плоскости уровня.

*Каждая точка плоскости при вращении вокруг линии уровня перемещается по окружности, перпендикулярной оси вращения.*

Центр окружности будет находиться на оси вращения, а величина радиуса вращения равна расстоянию от точки до оси вращения [8]. Если за ось вращения взята горизонталь, то окружность, представляющая траекторию движения точки, будет проецироваться на плоскость  $\Pi_1$  в отрезок прямой, перпендикулярной горизонтальной проекции горизонтали  $h_1$ , а точка пересечения – проекция центра вращения  $O_1$ .

Плоскость становится плоскостью уровня, когда радиус вращения любой точки плоскости спроецируется в натуральную величину, то есть, (например, рис.8) расстояние  $O_1A_1^0$  равно длине отрезка  $AO$  в пространстве, найденное методом прямоугольного треугольника: радиусу вращения точки  $A - R_A$ .

*Пример.* Определить величину угла между пересекающимися прямыми  $a$  и  $c$ .

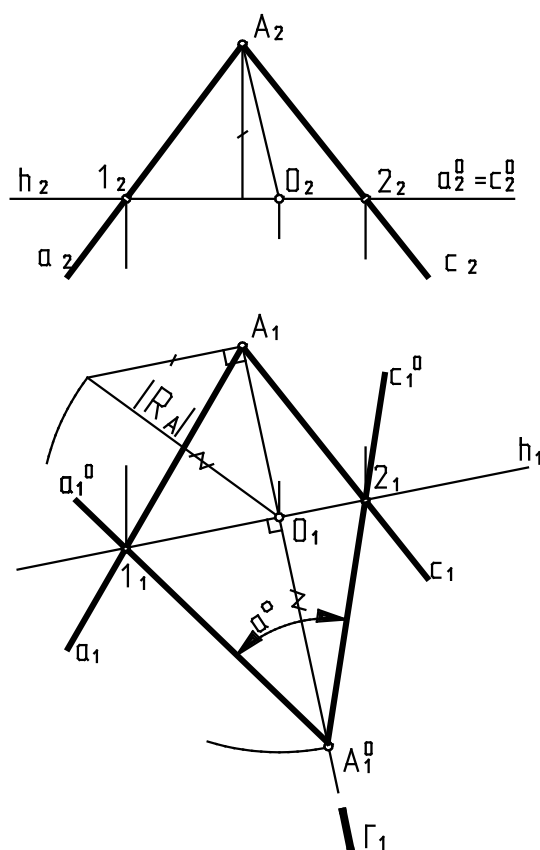
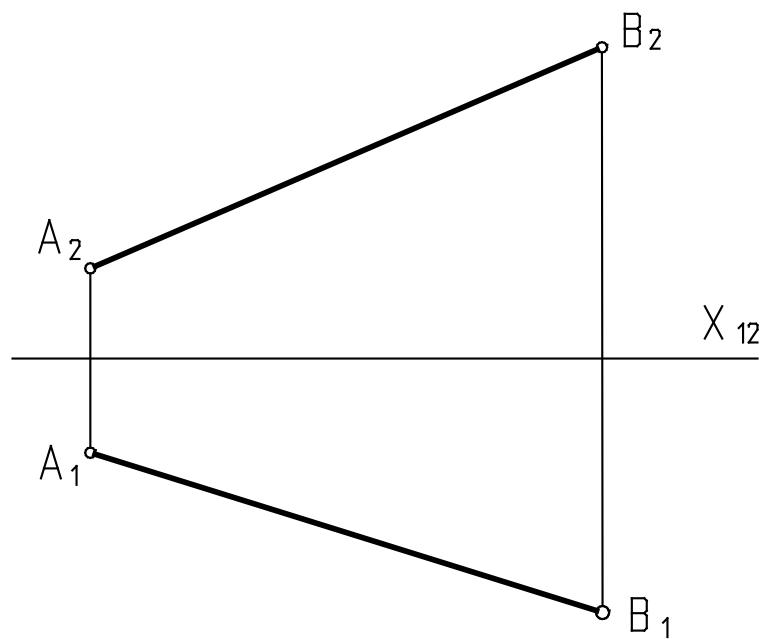


Рис.8

Плоскость  $\Gamma(\Gamma_1)$  является плоскостью окружности, в которой перемещается точка  $A$  при вращении ее вокруг горизонтали  $h$ ,  $O$  - центр окружности. Точки  $1$  и  $2$  принадлежат оси и неподвижны. Величина радиуса вращения точки  $A$  найдена методом прямоугольного треугольника -  $R_A$ . Плоскость, заданная пересекающимися прямыми, стала горизонтальной плоскостью уровня, и угол  $a^0$  равен углу между пересекающимися прямыми  $a$  и  $c$  в пространстве.

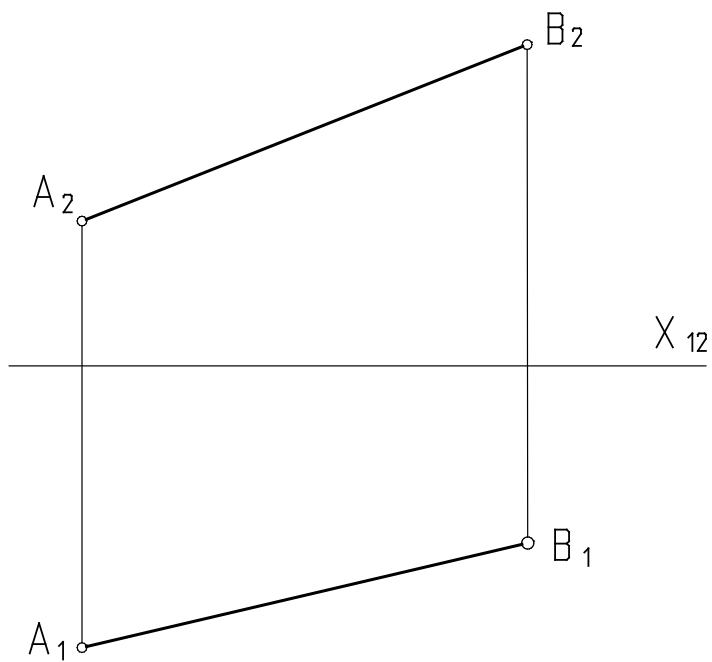
6-01

Определить длину отрезка  $AB$  и угол наклона к плоскости проекций  $\Pi_1$  методом замены плоскостей проекций.



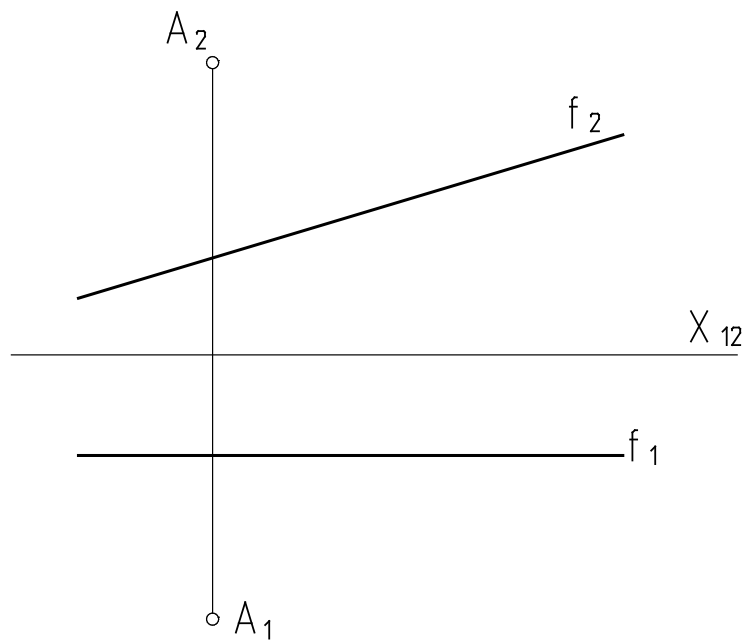
6-02

Определить длину отрезка  $AB$  и угол наклона его к плоскости проекций  $\Pi_2$  методом замены плоскостей проекций.



6-03

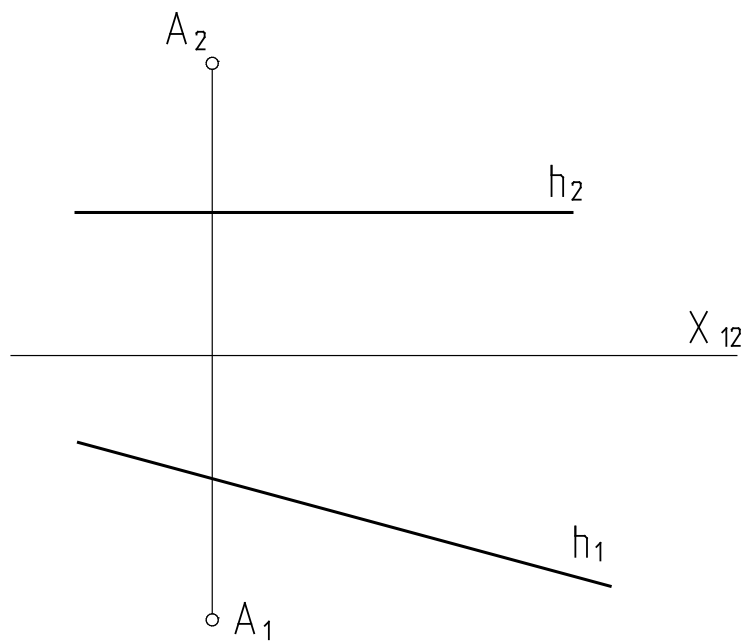
Определить расстояние от точки  $A$  до прямой  $f$  методом замены плоскостей проекций.





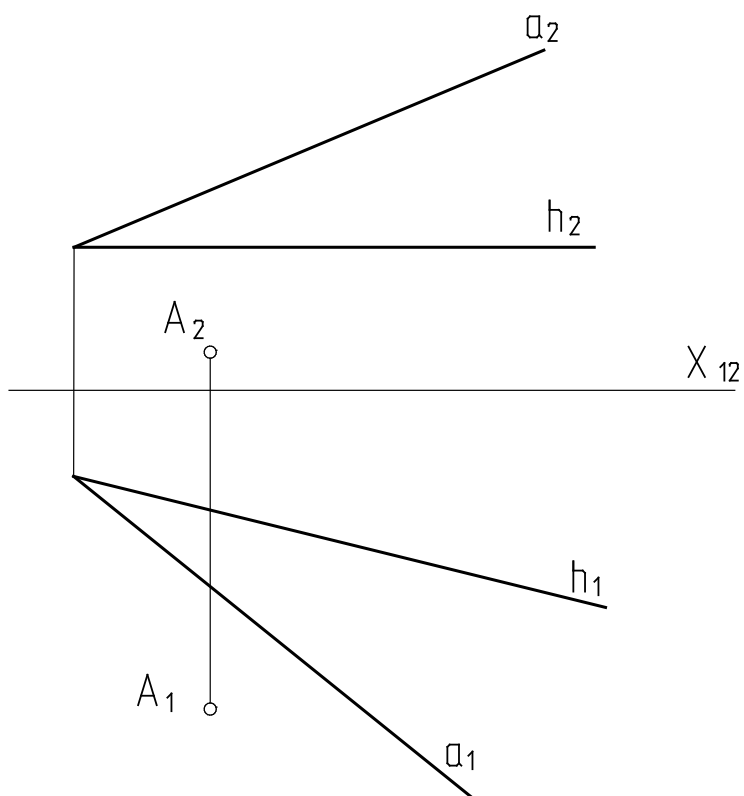
6-04

Определить расстояние от точки  $A$  до прямой  $h$  методом замены плоскостей проекций.



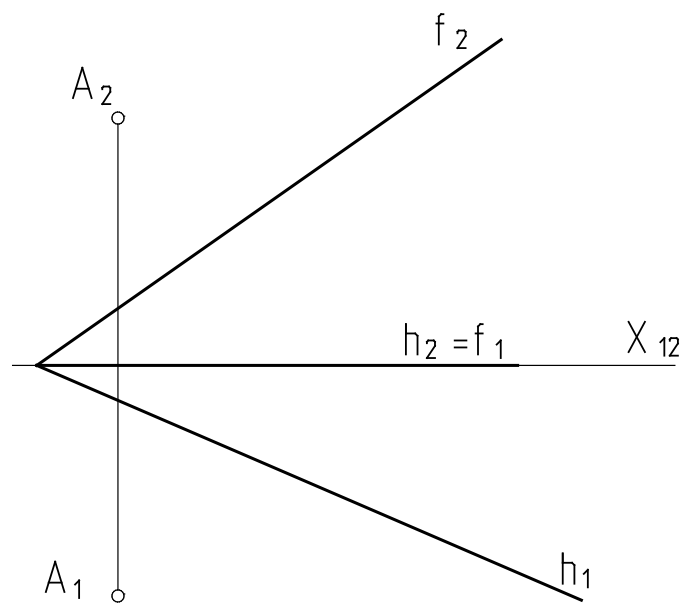
6-05

Определить расстояние от точки  $A$  до плоскости  $\Sigma(a \cap h)$  методом замены плоскостей проекций.



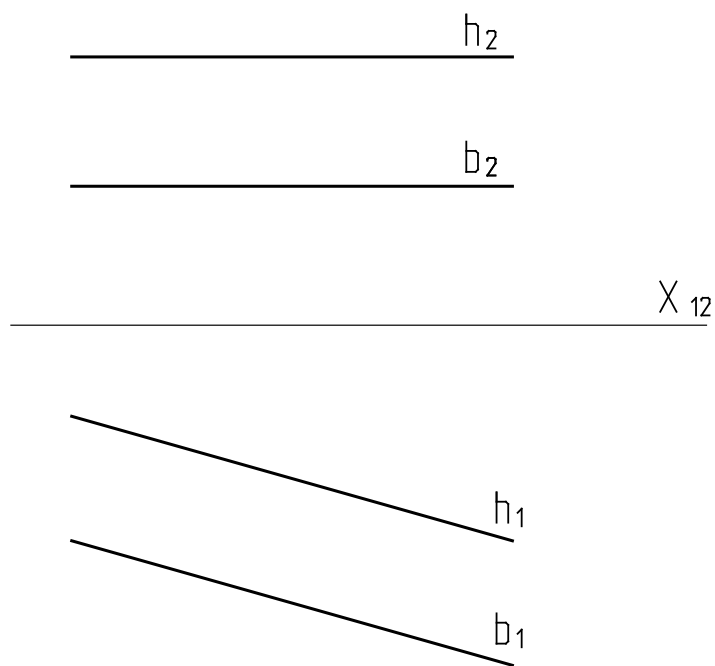
6-06

Определить расстояние от точки  $A$  до плоскости  $\Sigma(f \cap h)$  методом замены плоскостей проекций.



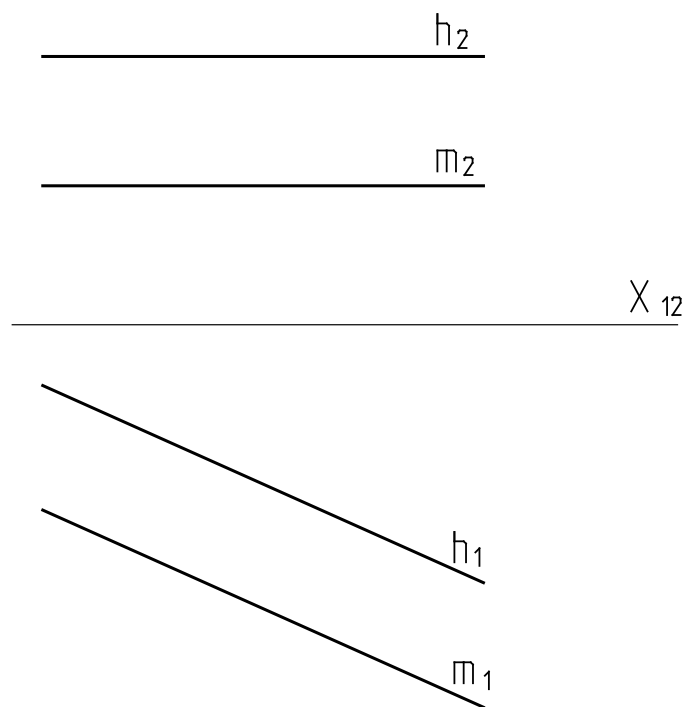
6-07

Определить расстояние между прямыми  $h$  и  $b$  методом замены плоскостей проекций.



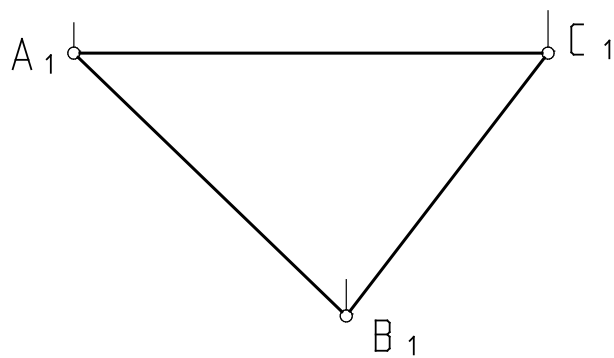
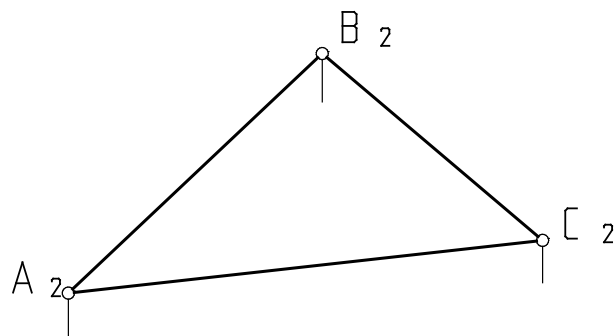
6-08

Определить угол наклона плоскости  $\Sigma(h||m)$  к плоскости  $\Pi_1$  методом замены плоскостей проекций.



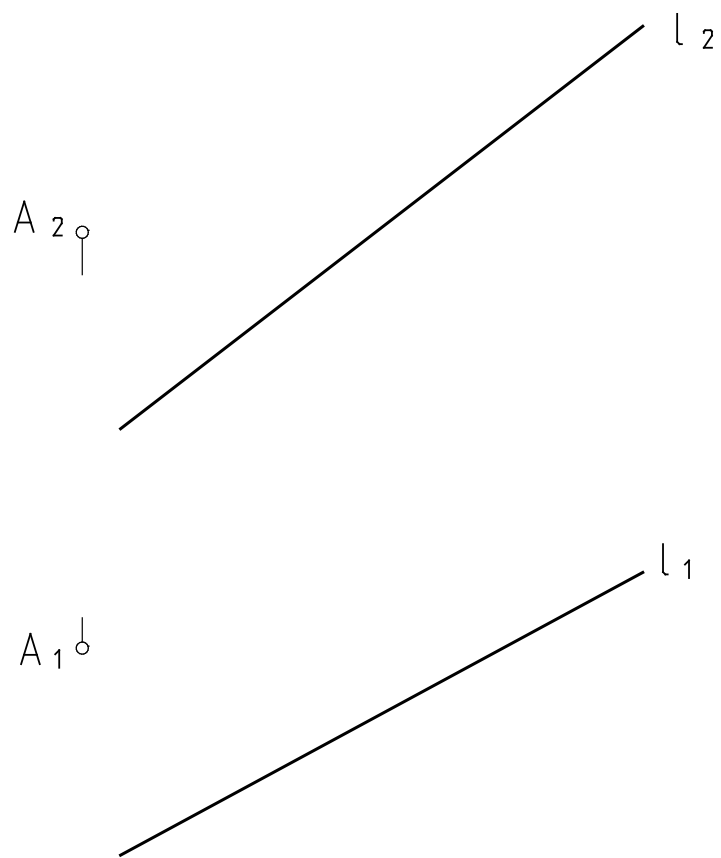
6-09

Определить натуральную величину  
треугольника ABC вращением вокруг  
фронтали.



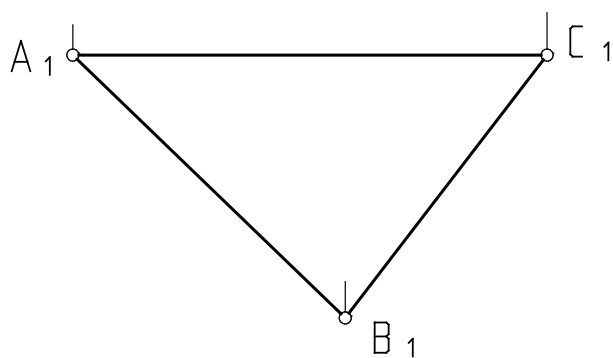
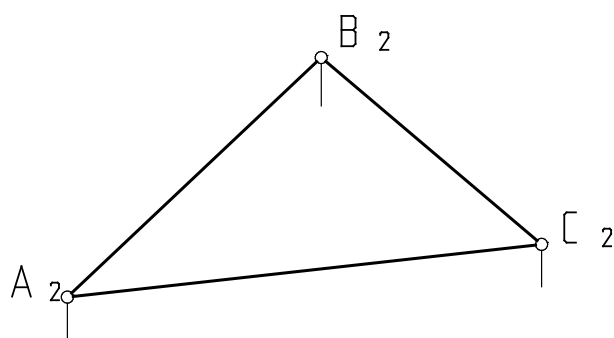
6-10

Определить расстояние от точки  $A$  до прямой  $l$  вращением вокруг фронтали.



6-11

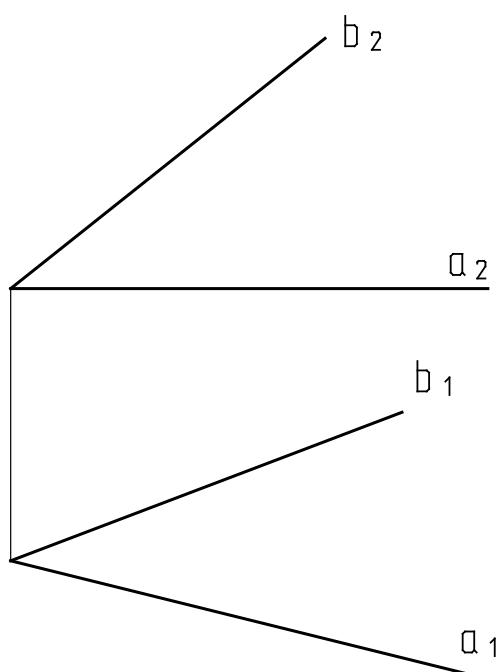
Определить натуральную величину  
треугольника ABC вращением вокруг  
фронтали.





6-12

Определить натуральную величину угла между пересекающимися прямыми  $a$  и  $b$  вращением вокруг горизонтали.



## 9. ПЕРЕСЕЧЕНИЕ ПРЯМОЙ ЛИНИИ С ПОВЕРХНОСТЬЮ

Точки пересечения прямой с поверхностью находятся по следующему алгоритму:

1. Прямая заключается во вспомогательную плоскость-посредник.
2. Строится линия пересечения вспомогательной плоскости и поверхности.
3. Точки пересечения полученной линии и заданной прямой являются искомыми точками пересечения прямой с поверхностью.

Секущая плоскость выбирается таким образом, чтобы получалась простейшая линия пересечения плоскости и поверхности: прямые линии или окружность. В связи с этим используются 3 способа определения точек пересечения прямой линии с поверхностью:

- 1) вспомогательная плоскость – проецирующая (рис.8);
- 2) вспомогательная плоскость – проецирующая, но требуется перевести заданную прямую в частное положение, параллельное какой-либо плоскости проекций (например методом замены плоскостей проекций):
- 3) вспомогательная секущая плоскость общего положения (рис.9).

*Пример:* Построить точки пересечения прямой линии 1 с поверхностью. Показать видимость прямой линии.

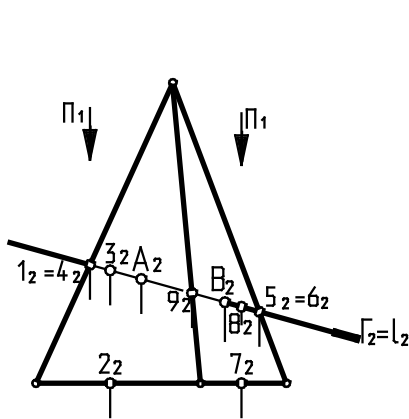


Рис.8

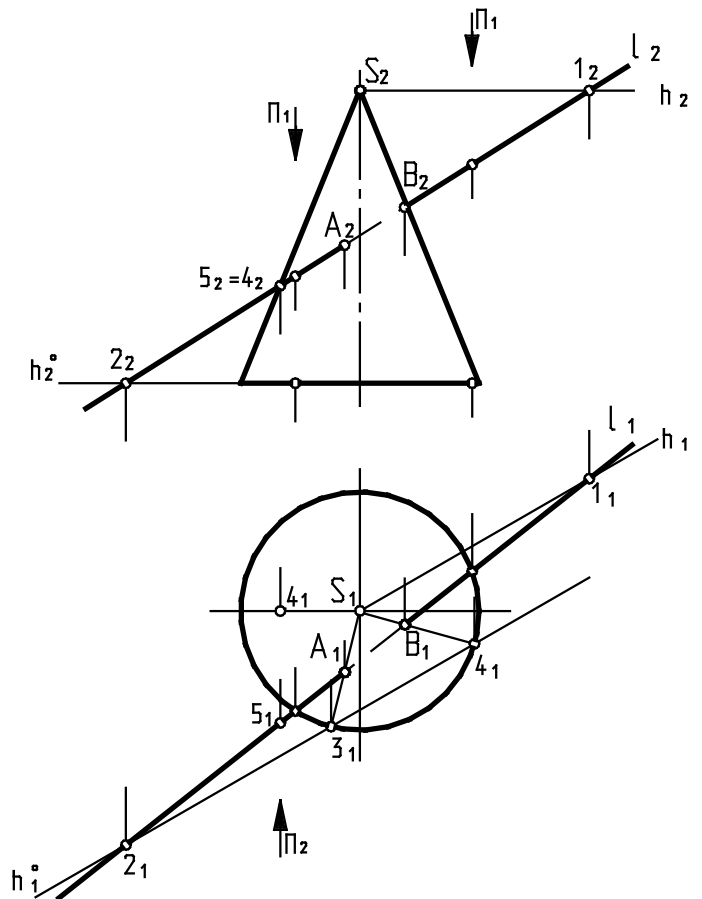
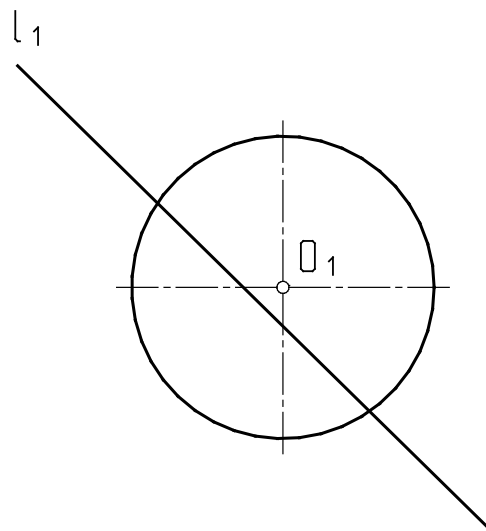
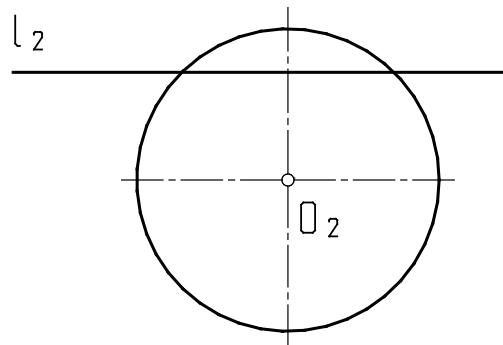


Рис.9

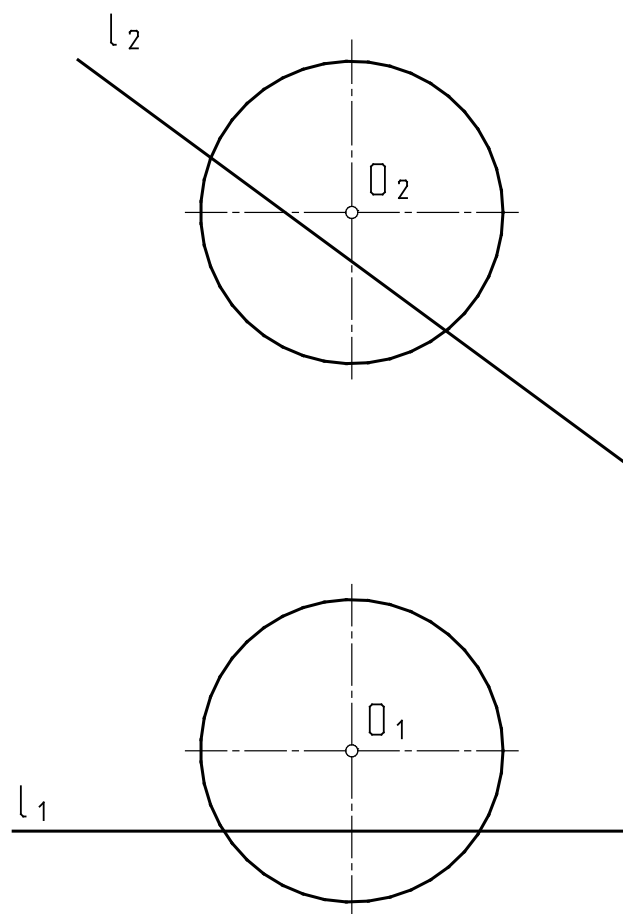
7-01

Построить точки пересечения прямой с поверхностью. Определить видимость прямой.



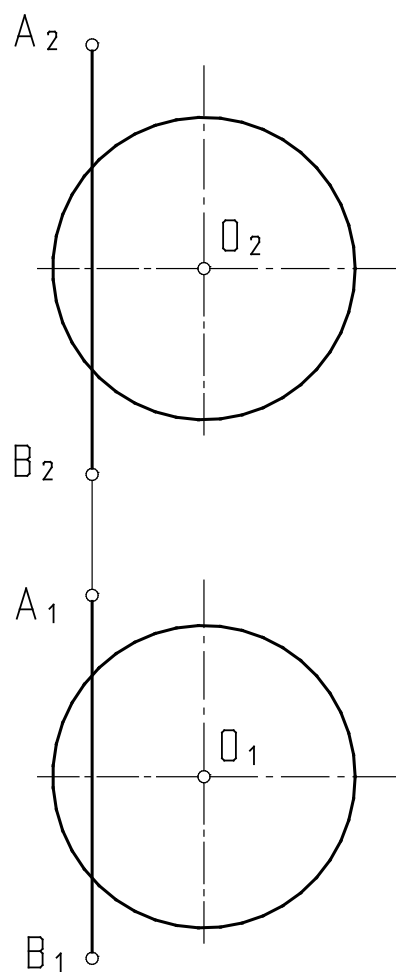
7-02

Построить точки пересечения прямой с поверхностью. Определить видимость прямой.



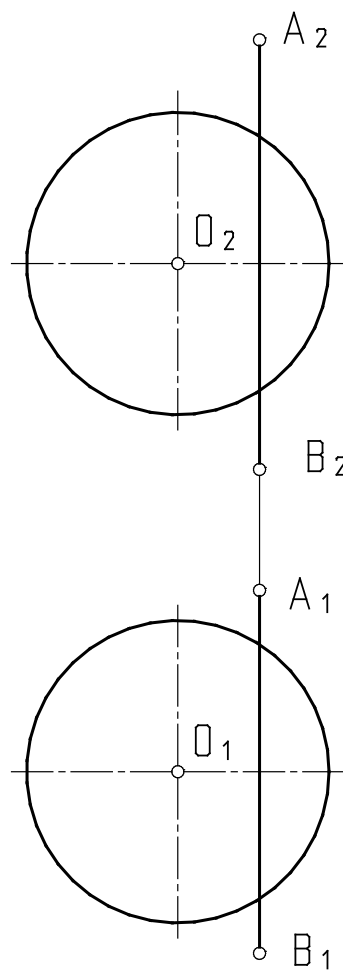
7-03

Построить точки пересечения прямой с поверхностью. Определить видимость прямой.



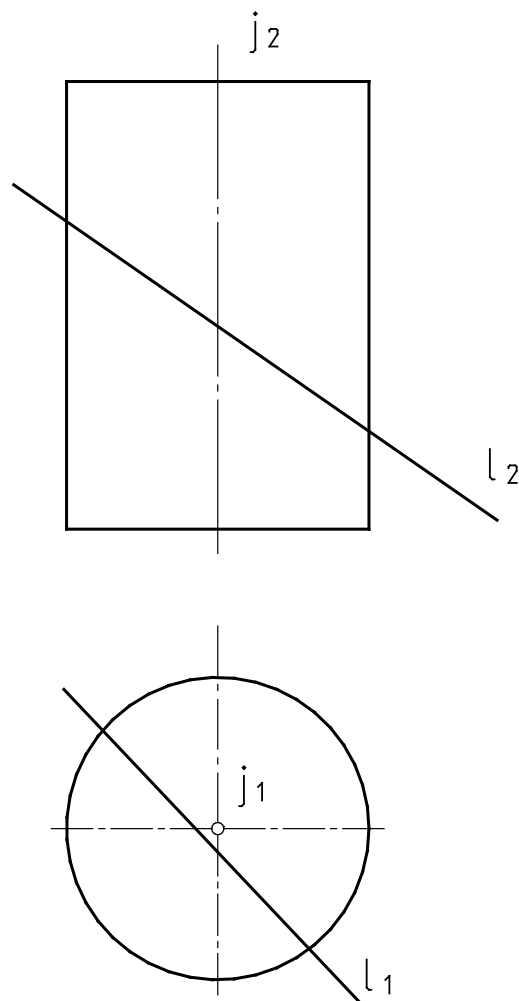
7-04

Построить точки пересечения прямой с поверхностью. Определить видимость прямой.



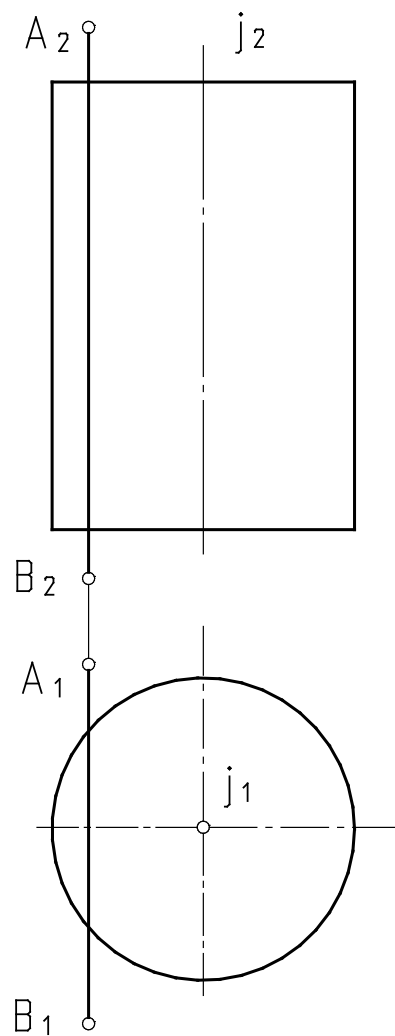
7-05

Построить точки пересечения прямой с поверхностью. Определить видимость прямой.



7-06

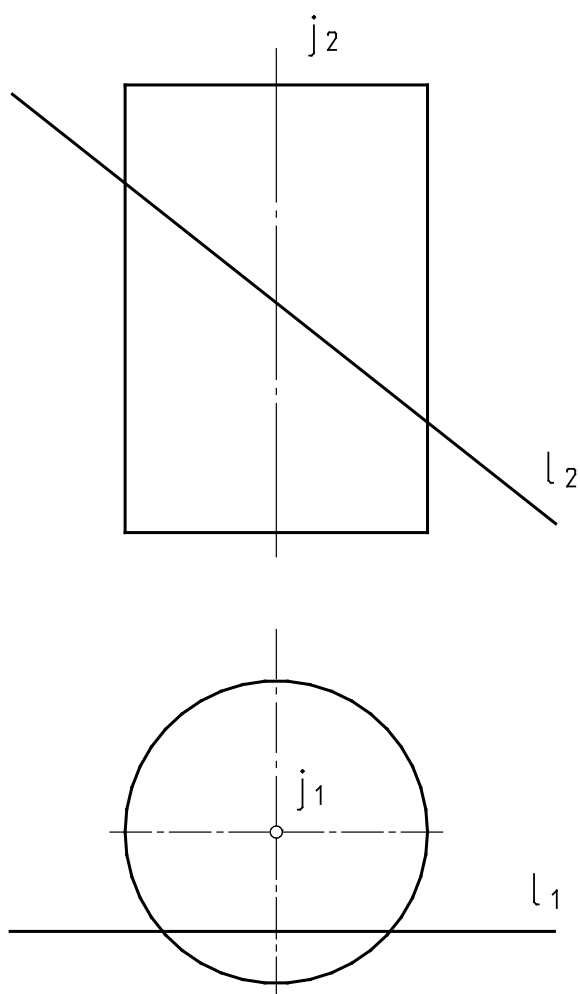
Построить точки пересечения прямой с поверхностью. Определить видимость прямой.





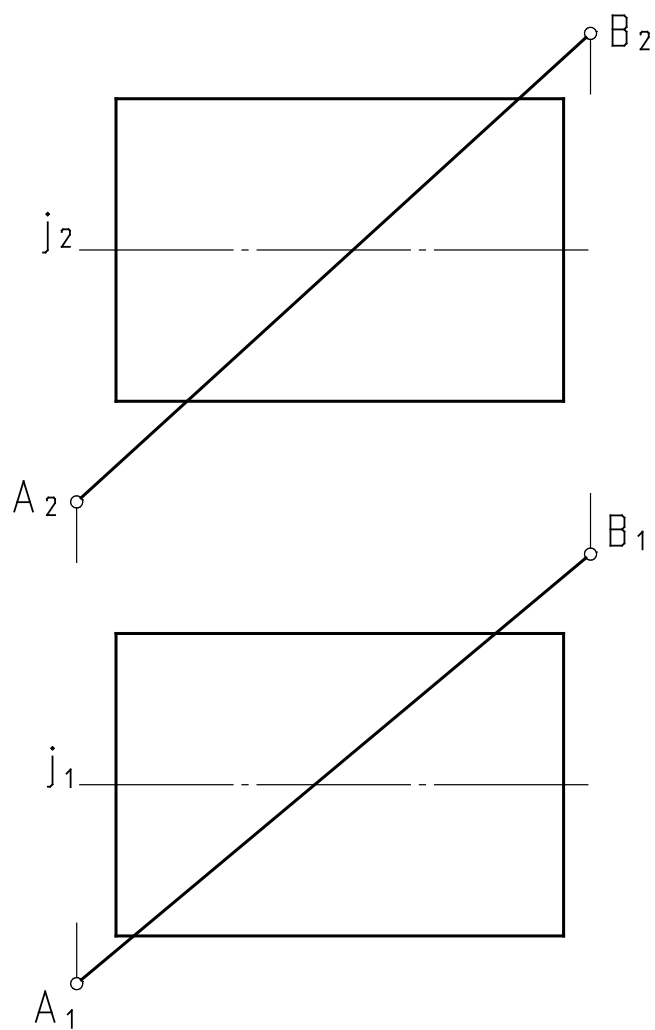
7-07

Построить точки пересечения прямой с поверхностью. Определить видимость прямой.



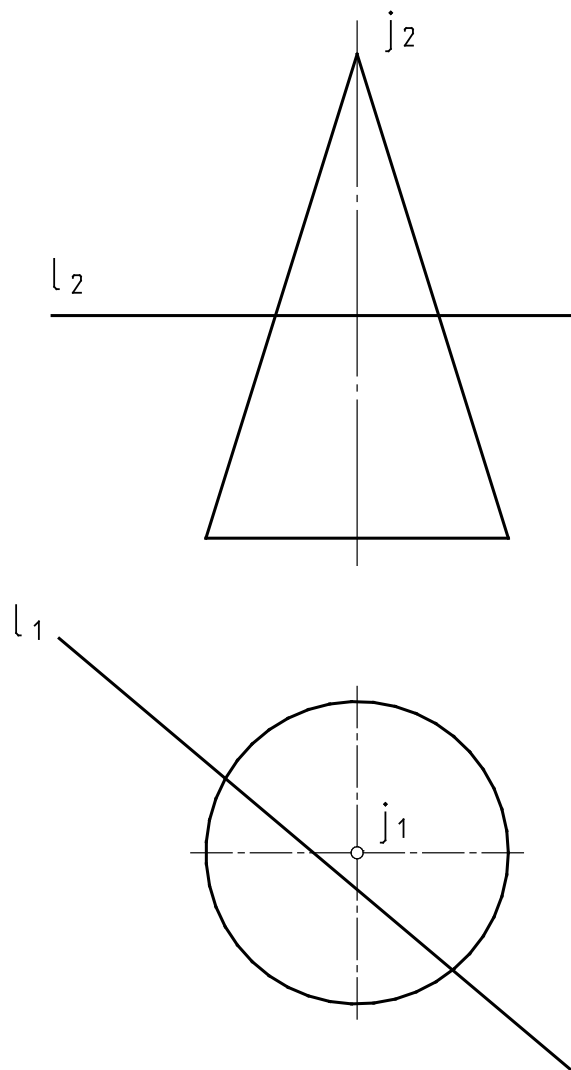
7-08

Построить точки пересечения прямой с поверхностью. Определить видимость прямой.



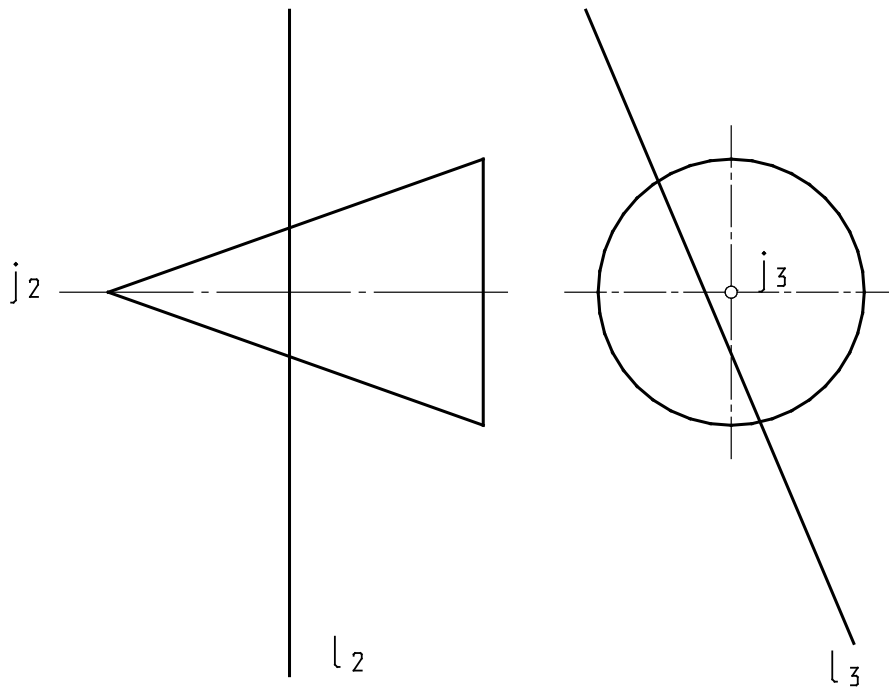
7-09

Построить точки пересечения прямой с поверхностью. Определить видимость прямой.



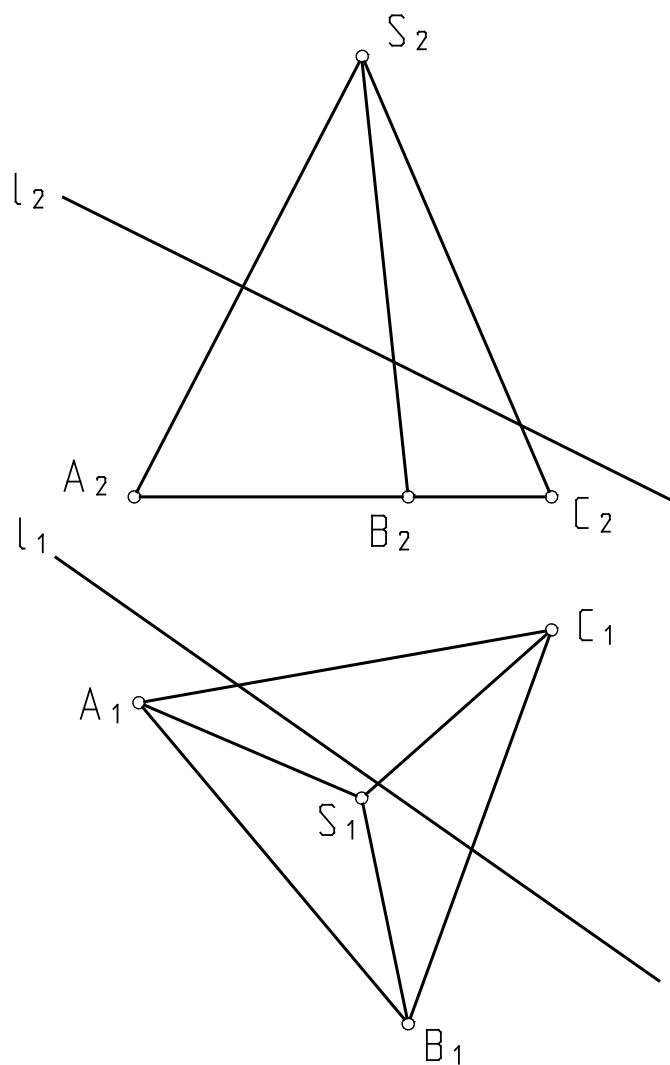
7-10

Построить точки пересечения прямой с поверхностью. Определить видимость прямой.



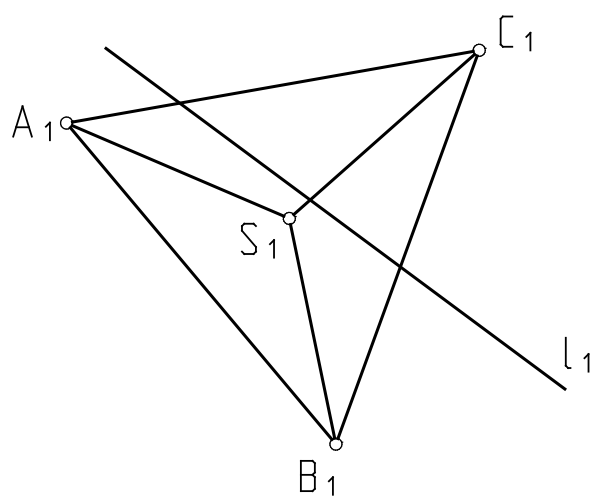
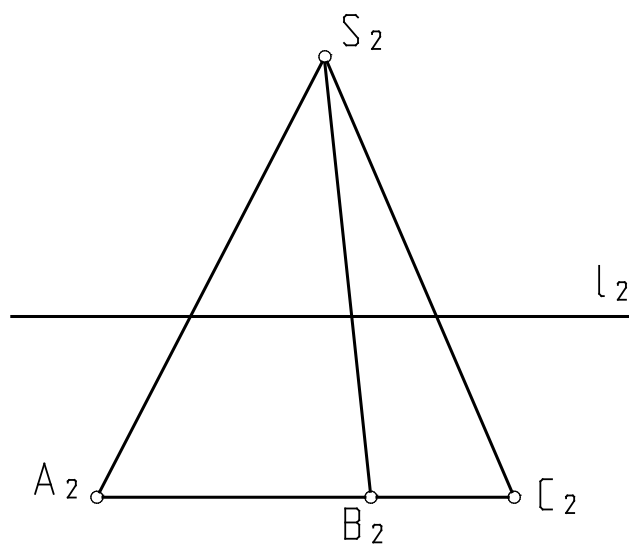
7-11

Построить точки пересечения прямой с поверхностью. Определить видимость прямой.



7-12

Построить точки пересечения прямой с поверхностью. Определить видимость прямой.



## Литература

1. Гордон В.О., Семенцов-Огиевский М.А. Курс начертательной геометрии. –М.: Высш. шк., 2003.-272с.
2. Фролов С.А. Начертательная геометрия. -М.: Машиностроение. 1983.-241с.
3. Государственные стандарты Единой Системы Конструкторской Документации (ЕСКД).- М.: 2004. ГОСТ 2.303-68.
4. Государственные стандарты Единой Системы Конструкторской Документации (ЕСКД).- М.: 2004. ГОСТ 2.301-68.
5. Государственные стандарты Единой Системы Конструкторской Документации (ЕСКД).- М.: 2004. ГОСТ 2.304-81.
6. Новичихина Л.И. Справочник по машиностроительному черчению.-Минск: Книжный Дом, 2005. – 324с.
7. Чекмарев А.А. Начертательная геометрия и черчение. –М.: ВЛАДОС.2005.-471с.
8. Болтухин А.К., Васин С.А. и др. Инженерная графика. –М.: Машиностроение, 2005. - 554с.