ГОСУДАРСТВЕННЫЙ КОМИТЕТ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ПО ВЫСШЕМУ ОБРАЗОВАНИЮ
САМАРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ АЭРОКОСМИЧЕСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ имени академика С. П. КОРОЛЕВА

Коммерческий банк "Российский кредит"
Международный Институт Рынка

Г. М. Гришанов, В. В. Лотин, В. Г. Чумак

МОДЕЛИ И АЛГОРИТМЫ ВЫБОРА КОММЕРЧЕСКИМ БАНКОМ ОПТИМАЛЬНЫХ ОПЕРАТИВНЫХ СТРАТЕГИЙ НА ДЕПОЗИТНО-КРЕДИТНОМ РЫНКЕ

Учебное пособие

САМАРА 1995

ББК У010.653
Модели и алгоритмы выбора коммерческим банком оптимальных оперативных стратегий на депозитно-кредитном рынке: Учеб. пособие / *Г. М. Гришанов, В. В. Лотин, В. Г. Чумак.* Самар. гос. аэрокосм. ун-т. Самара, 1995. 124 с.
ISBN 5—230—16989—3

Рассмотрены принципы построения моделей принятия решений в зависимости от конъюнктуры на депозитно-кредитном рынке. Основное внимание при этом уделено математическому описанию задач принятия решений с учетом согласованности платежных потоков во времени. Изложены методы оценки эффективности пассивных, активных операций, поставлены и решены задачи оптимального распределения денежных ресурсов при формировании депозитно-кредитного портфеля банка.

Учебное пособие охватывает один из наиболее важных, но недостаточно разработанных в учебно-методической литературе разделов дисциплин банковского менеджмента. Оно предназначено для студентов специальности 0719 "Менеджер", обучающихся по специальности "Финансовый менеджмент".

Пособие может быть полезно студентам других специальностей финансово-экономических вузов, а также менеджерам коммерческих банков, финансово-промышленных групп.

Табл. 12. Ил. 25.

Рецензенты: проф. В. Г. З а с к а н о в,
доц. С. Д. С м и р н о в

ISBN 5—230—16989—3

ВВЕДЕНИЕ

Реализация менеджером любой финансово-банковской операции связана с процессом принятия решений, основанных на выборе из допустимого множества оптимальных стратегий, обеспечивающих наилучший конечный результат. Процесс выбора оптимальных стратегий обусловлен множеством влияющих на конечный результат параметров, к которым можно отнести объемы привлекаемых и размещаемых ресурсов, размеры процентных платежей, продолжительности сроков депозитов, кредитов, уровней их процентных ставок и других. Все эти параметры функционально связаны между собой в рамках финансовой операции и изменение любого из них или пренебрежение любым из них может привести к нежелательным финансовым последствиям. Таким образом, эффективность принимаемых решений находится в прямой зависимости от складывающейся конъюнктуры на финансовом рынке, формируемой на этой основе структуры ресурсной базы, направлений размещения ресурсов, а также выполнения в процессе функционирования банка согласованности денежных потоков не только по объемам, но и во времени.

В учебном пособии представлены модели механизмов принятия решений, описывающих поведение менеджера в различных ситуациях, возникающих на финансовом рынке. Главное внимание при этом уделяется методическим основам построения моделей, направленных на решение задач сбалансированности во времени платежных потоков, и количественной оценке результатов пассивно-активных операций. Некоторые из этих задач просты и решаются по привычным алгоритмам, другие же требуют разработки специальных методов и программных средств.

Учебное пособие имеет сугубо практическое значение и с его помощью в доступной форме, с использованием числовых примеров, осуществляются постановки задач, встречающихся в практике банковской деятельности, их формализованное описание и представление решений в аналитическом и графическом виде.

1. МОДЕЛИ МЕХАНИЗМА ПРИНЯТИЯ ОПТИМАЛЬНЫХ РЕШЕНИЙ ПРИ СОГЛАСОВАННЫХ ВО ВРЕМЕНИ ПЛАТЕЖНЫХ ПОТОКАХ

1.1. Модель целевой функции. Прямые безразличия

Рассмотрим модель задачи принятия решений менеджером банка в процессе купли-продажи депозитов и кредитов на денежном рынке. Банк покупает денежные ресурсы, тем самым формируя спрос на деньги на депозитном рынке и, продавая их, формирует предложение денег на кредитном рынке. Для обоснованности принимаемых менеджером банка решений сформируем модель целевой функции и модель ограничений на денежные ресурсы.

Совместное задание целевой функции и модели ограничений на денежные ресурсы будем называть моделью задачи принятия решений менеджером банка (моделью механизма выбора решений), описывающей его поведение на депозитном и кредитном рынках.

Задача менеджера банка на денежном рынке состоит в определении им такого количества депозитов и кредитов, уровней их процентных ставок, чтобы обеспечить максимальное значение целевой функции. Целевой функцией или экономическим интересом в реализации сформулированной задачи является процентная маржа. Величина ее зависит от уровней процентных ставок депозитов, кредитов, объема вовлеченных ресурсов в кредиты, сроков хранения депозитов и погашения кредитов.

Сформируем модель целевой функции банка, характеризующей конечный результат реализации операции по купле и продаже депозитов и кредитов. Для этого обозначим через $A^{н}$ сумму кредита, предлагаемую банком на кредитном рынке, а через $П^{c}$ —

объем денежных ресурсов, покупаемых им на депозитном рынке. Тогда целевая функция, представляющая собой процентную маржу, имеет следующий вид:

$$ПМ(\tau) = \tau\left(\alpha A^{п} - \beta П^{с}\right). \qquad (1.1)$$

Это уравнение получено в предположении, что срок хранения депозита и срок погашения кредита совпадают по времени и равны τ. Из этого предположения следует, что платежные потоки между банком и его клиентами согласованы во времени.

В общем случае величина процентной маржи зависит от сроков хранения депозитов и погашения кредитов τ, уровней процентных ставок α и β и объемов кредитов $A^{п}$, депозитов $П^{с}$. Однако следует учитывать, что на конкурентном депозитном и кредитном рынках процентные ставки являются заданными величинами, так как один банк продает и покупает небольшую часть денежных ресурсов от их соответствующих объемов, например в регионе. Рыночные процентные ставки определяются совокупным спросом и предложением всех банков. В связи с этим банк воспринимает процентные ставки как заданные из внешней среды и его решение на депозитном и кредитном рынках сводится к выбору объемов вовлечения ресурсов в кредиты. Это решение не влияет на уровень рыночных процентов. Сказанное не означает, что рыночные процентные ставки не изменяются. Эти изменения связаны не только с изменением спроса и предложения одного банка, но с изменением рыночного, совокупного спроса и предложения денег всех банков.

Таким образом, при заданном сроке τ, уровнях процентных ставок α и β уравнение для процентной маржи (1.1) будет представлять собой функцию двух переменных: объема кредита $A^{п}$, предлагаемого банком на кредитном рынке, и объема депозита $П^{с}$, который банк желает купить на депозитном рынке. Запишем уравнение (1.1) в виде

$$ПМ\left(A^{п}, П^{с}\right) = \tau\left(\alpha A^{п} - \beta П^{с}\right). \qquad (1.2)$$

Поверхность постоянных значений (постоянного уровня) этой функции представляет собой прямую на плоскости. Эта прямая является прямой безразличия, так как образована совокупностью таких значений $A^{п}$ и $П^{с}$, которые обеспечивают одинаковое значение процентной маржи. Если придавать процентной марже различные значения, то получим семейство параллельных прямых. При этом направление наискорейшего роста определяется градиентом

$$\left(\frac{\partial \text{ПМ}\left(\text{А}^{\text{п}}, \text{П}^{\text{с}}\right)}{\partial \text{А}^{\text{п}}}, \frac{\partial \text{ПМ}\left(\text{А}^{\text{п}}, \text{П}^{\text{с}}\right)}{\partial \text{П}^{\text{с}}} \right),$$

являющимся ортогональным к прямой постоянного уровня, и представляет собой направление интересов менеджера банка.

Для построения прямой безразличия необходимо выразить один из аргументов функции (1.2) через другой. Так, из (1.2) получаем

$$\text{А}^{\text{п}} = \left(\frac{\text{ПМ}}{\tau} + \beta \text{П}^{\text{с}} \right) \frac{1}{\alpha}, \text{ или } \text{П}^{\text{с}} = \left(\alpha \text{А}^{\text{п}} - \frac{\text{ПМ}}{\tau} \right) \frac{1}{\beta}.$$

В этих уравнениях величина процентной маржи является фиксированной (ПМ = const). При $\text{П}^{\text{с}} = 0$ из первого уравнения получаем точку на оси $\text{А}^{\text{п}} = \text{ПМ}/\tau\alpha$, в которой прямая безразличия пересекает координатную ось $\text{А}^{\text{п}}$. При $\text{А}^{\text{п}} = 0$ из второго уравнения получаем вторую точку на оси $\text{П}^{\text{с}} = - \text{ПМ}/\tau\beta$. Прямая, проходящая через две точки, располагаемые на осях $\text{А}^{\text{п}}, \text{П}^{\text{с}}$, соответствует на графике прямой безразличия, изображенной на рис. 1.1. Наклон прямой безразличия к координатным осям зависит от соотношения процентных ставок депозитов и кредитов β / α, сформировавшихся на денежном рынке.

На рис. 1.1 стрелками к каждой прямой безразличия показан градиент, в направлении которого процентная маржа увеличивается. В соответствии с этим значение ПМ_1 больше, чем величина ПМ_2, т. е. $\text{ПМ}_1 > \text{ПМ}_2$.

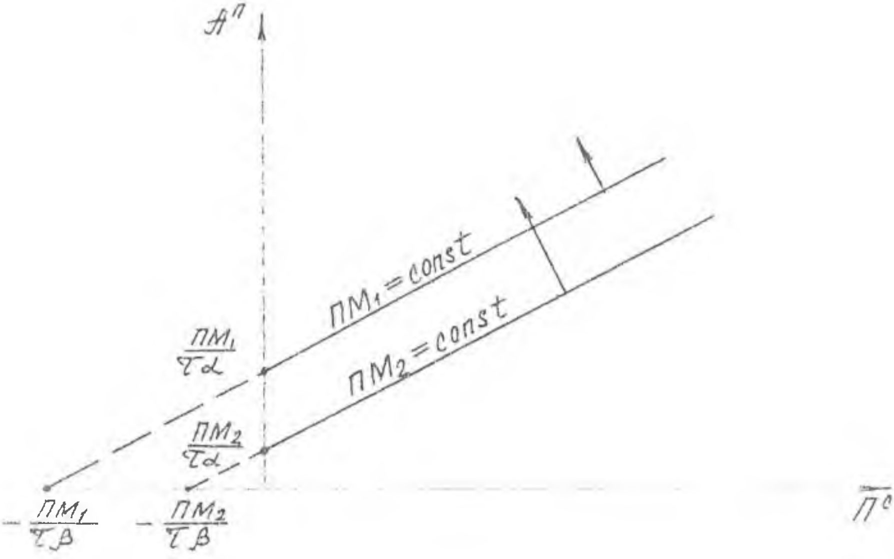


Рис. 1.1

1.2. Модель ограничений

Выбор банком объемов ресурсов, вовлекаемых в кредит, определяется не только своей целевой функцией, а также ограничениями на предлагаемые со стороны вкладчиков денежные ресурсы на депозитном рынке и спросом на кредиты со стороны заемщиков на кредитном рынке.

Сформируем модель ограничений, которую должен учитывать банк в задаче принятия решений в процессе купли-продажи депозитов и кредитов. Для этого обозначим величину предлагаемых со стороны вкладчиков денежных ресурсов на депозитном рынке через $П^п$, а величину спроса на кредиты со стороны заемщиков на кредитном рынке через A^c. Тогда ограничения на покупаемые банком ресурсы в виде депозитов и продажу их в виде кредитов должны удовлетворять, с учетом введенных обозначений, следующей системе неравенств:

$$П^c \le П^п, \; A^п \le A^c. \tag{1.3}$$

Здесь верхний индекс "с" указывает на спрос ресурсов или кредитов, а индекс "п" — на предложение ресурсов или кредитов.

Неравенства (1.3) указывают на то, что спрос со стороны банка на депозиты $П^с$ не может быть больше предложения их со стороны вкладчиков $П^п$, а предложение кредитов со стороны банка $А^п$ не может быть больше спроса на кредиты со стороны заемщиков $А^с$.

На рис. 1.2 построен график неравенств (1.3). На оси $А^п$ отложена точка $А^с$, равная величине спроса на кредиты со стороны заемщиков, через которую проведена горизонтальная прямая, а на оси $П^с$ отложена точка $П^п$, равная величине предложения депозитов со стороны вкладчиков, через которую проведена вертикальная прямая. Любая точка, находящаяся в заштрихованной области, удовлетворяет системе ограничений (1.3).

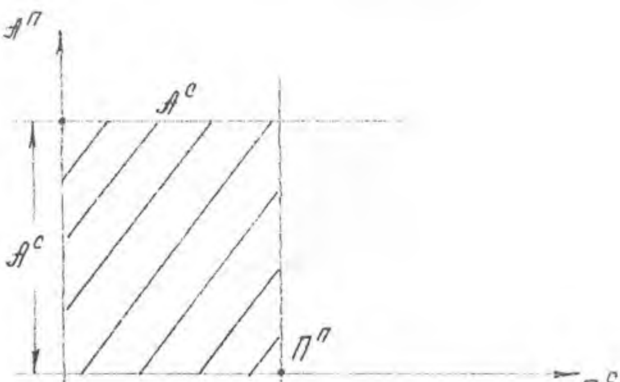


Рис. 1.2

Установим связь между величинами объемов депозитов $П^с$, покупаемых банком на депозитном рынке, и кредитов $А^п$, предлагаемых им на кредитном рынке. В зависимости от вида покупаемого депозита он может быть вовлечен в кредит или в полном объеме, или частично, другая его часть отвлекается на формирование резервного фонда в ЦБ. Для депозитов первого вида (например, межбанковских депозитов) уравнение связи имеет вид

$$A^{п} = П^{с}, \tag{1.4}$$

а для депозитов второго вида (например, депозитов клиентов) уравнение, связывающее две переменные величины, может быть определено в виде

$$A^{п} = (1-\gamma)П^{с}, \tag{1.5}$$

где γ — норматив формирования резервного фонда ЦБ. Предположим, что при вовлечении ресурса в кредит выполняется условие (1.4), т. е. ресурс в полном объеме вовлекается в кредит. Тогда уравнение (1.4) и система неравенств (1.3) в совокупности описывают модель ограничений в задаче принятия решений по купле-продаже депозитов и кредитов на денежном рынке. Эта модель ограничений имеет следующий вид:

$$A^{п} = П^{с},\ A^{п} \le A^{с},\ П^{с} \le П^{п}. \tag{1.6}$$

Система (1.6) описывает допустимое множество принимаемых менеджером банка решений по выбору объемов депозитов и кредитов на денежном рынке. Построим на графике допустимое множество, описываемое моделью ограничений (1.6) и изображенное на рис. 1.3. Пусть величины $A^{с}$ и $П^{п}$ равны между собой.

На графике отложены прямые $A^{п} = A^{с}$, $П^{с} = П^{п}$, $A^{п} = П^{с}$. Все прямые пересекаются в одной точке М. Это означает, что в точке М спрос на кредиты со стороны заемщиков равен предложению депозитов со стороны вкладчиков на денежном рынке, а рынки депозитов и кредитов сбалансированы между собой.

Множество допустимых решений представляет собой отрезок ОМ на прямой $A^{п} = П^{с}$. Любая точка на этом отрезке одновременно удовлетворяет и неравенствам (1.3), а это означает, что удовлетворяет и условиям (1.6), ограничивающим выбор менеджером банка объемов депозитов и кредитов.

Любая точка, выбранная из области I, расположенной под отрезком ОМ, например точка К, является реализуемой и характеризует ситуацию, в которой купленный банком депозит не в полном объеме вовлекается в кредит. Следовательно, в этой области не удовлетворяется равенство $А^{п} = П^{с}$. Любая точка из области II, расположенной над отрезком ОМ, например точка S, является нереализуемой, поскольку характеризует ситуацию, в которой объем кредита больше купленного банком объема депозита.

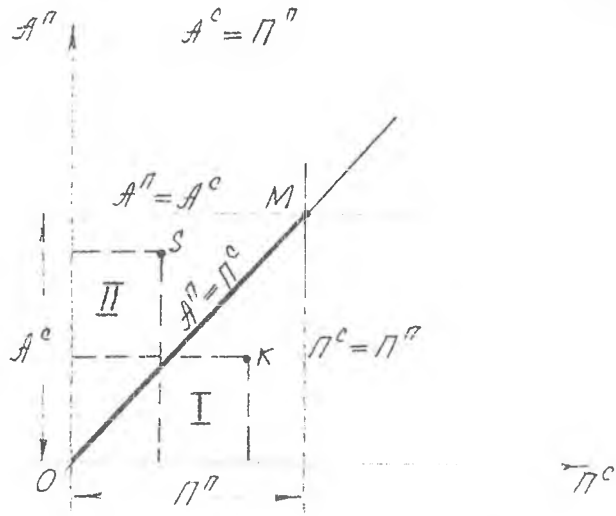


Рис. 1.3

Если предположить, что при вовлечении депозита в кредит часть его в соответствии с нормативом, равным γ, используется для формирования резервного фонда ЦБ, т. е. выполняются условия (1.5), то модель ограничений будет иметь вид:

$$А^{п} = (1-\gamma) П^{с}, \ А^{п} \le А^{с}, \ П^{с} \le П^{п}. \quad (1.7)$$

Допустимое множество принимаемых менеджером банка решений, описываемых системой (1.7), изображено на рис. 1.4. На графике отложены прямые $А^{п} = (1-\gamma) П^{с}$, $П^{с} = П^{п}$, $А^{п} = А^{с}$ и пунктирная линия, соответствующая прямой $А^{п} = П^{с}$. Множество допустимых решений представляет собой отрезок ОМ' на прямой $А^{п} = (1-\gamma) П^{с}$. Любая точка на этом отрезке удовлетворяет ограничениям (1.7).

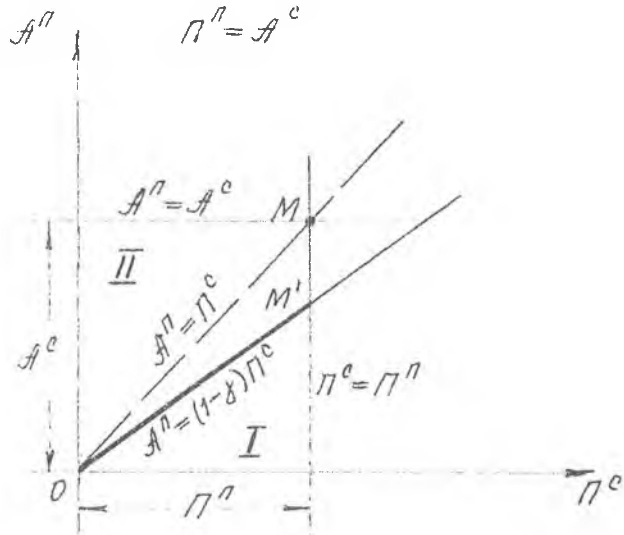


Рис. 1.4

Из рис. 1.4 следует, что область I, расположенная под отрезком ОМ', каждая точка которой является реализуемой, уменьшилась на величину, равную площади треугольника ОММ', а область II, расположенная над отрезком ОМ', каждая точка которой является нереализуемой, увеличилась на площадь этого треугольника. Таким образом, отвлечение части ресурса из оборота приводит к сужению области допустимых решений.

1.3. Модель задачи принятия оптимальных решений в условиях баланса между предложением ресурсов и спросом кредитов

В соответствии с целевой функцией (1.2) задача принятия решений менеджером банка состоит в стремлении максимизировать величину процентной маржи путем выбора объемов депозитов и кредитов при условии выполнения, например, ограничений (1.6). С учетом (1.2) и (1.6) математическую модель задачи принятия решений представим в следующем виде:

$$\begin{gathered} ПМ\left(А^п, П^с\right) = \tau\left(\alpha А^п - \beta П^с\right) \to \max \\ А^п = П^с,\ А^п \le А^с,\ П^с \le П^п. \end{gathered} \tag{1.8}$$

Модель (1.8) характеризует поведение менеджера банка в его стремлении получить максимальную величину процентной маржи и позволяет обосновать принятое им решение относительно выбранных значений объемов купленных ресурсов и их использования в кредиты.

Как следует из модели, менеджер банка выбирает такие величины объемов ресурса $П^c$ и кредита $A^п$ при заданном сроке хранения депозита и погашения кредита τ, заданных уровнях процентных ставок α и β, заданных ограничениях на величину предложения ресурсов $П^п$ и спрос на кредиты A^c, которые обеспечивают максимальное значение процентной маржи ПМ ($A^п$, $П^c$). Найденное решение позволяет определить оптимальную стратегию в формировании совместной депозитной и кредитной политики на денежном рынке в рассматриваемой простой ситуации.

1.4. Геометрическое решение задачи выбора оптимальных решений

С геометрической точки зрения задача принятия решений, описываемая моделью (1.8), состоит в отыскании точки на допустимом множестве, в которой достигается максимальный уровень процентной маржи. Найдем оптимальное значение объемов депозитов $\overset{o}{П}{}^c$ и кредитов $\overset{o}{A}{}^п$, при которых процентная маржа максимальна. Для этого совместим графики целевой функции и допустимого множества. На рис. 1.5 представлена прямая безразличия, соответствующая некоторому заданному значению процентной маржи, и градиент, направленный в сторону ее роста.

Геометрическое решение находится следующим образом: необходимо переместить прямую безразличия в направлении градиента параллельно самой себе до пересечения ее с максимально удаленной от начала координат вершиной допустимой области. Координаты найденной таким образом вершины допустимой области и представляют собой оптимальное решение $\overset{o}{A}{}^п$, $\overset{o}{П}{}^c$.

В рассматриваемой ситуации оптимальный уровень процентной маржи ПМ = max соответствует прямой, проходящей через точку М с координатами

$$\overset{o}{А}{}^{п} = А^{с}, \quad \overset{o}{П}{}^{с} = П^{п} . \tag{1.9}$$

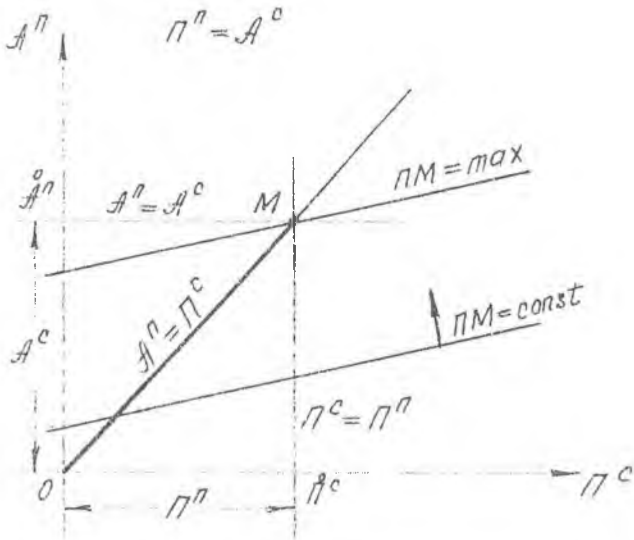


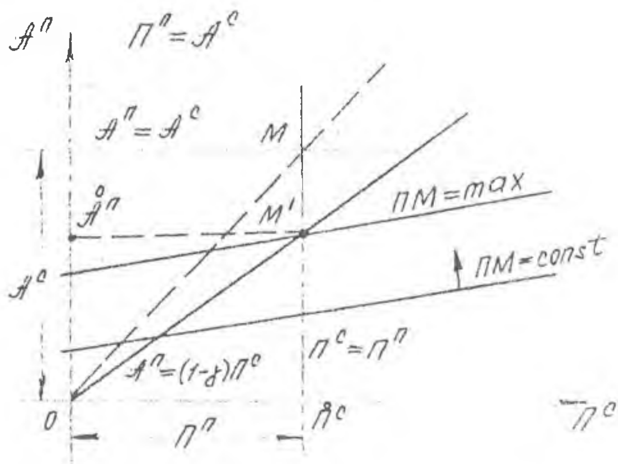
Рис. 1.5

Из полученного решения следует, что менеджер банка, обеспечивая максимальное значение процентной маржи в условиях сбалансированности депозитного и кредитного рынков, руководствуется следующей стратегией в процессе купли-продажи депозитов и кредитов: купить депозиты и вовлечь их в кредиты в объемах, предлагаемых вкладчиками и заемщиками. Это означает, что спрос на кредиты и предложение ресурсов на денежном рынке банком удовлетворяются полностью. Однако отметим, что такая стратегия получена в условиях сбалансированности денежного рынка, т.е. если объемы предлагаемых ресурсов равны спросу на кредиты $П^{п} = А^{с}$.Таким образом, сбалансированность между спросом на кредиты и предложением ресурсов порождает ситуацию, в которой имеет место баланс как между спросом и предложением депозитов, так и между спросом и предложением кредитов.

Если модель ограничений описывается системой (1.7), когда часть ресурса отвлекается на формирование резервного фонда ЦБ, то математическая модель задачи принятия решений имеет вид

$$\text{ПМ}\left(\text{А}^{\text{п}}, \text{П}^{\text{с}}\right) = \tau\left(\alpha \text{А}^{\text{п}} - \beta \text{П}^{\text{с}}\right) \rightarrow \max$$
$$\text{А}^{\text{п}} = (1-\gamma)\text{П}^{\text{с}}, \ \text{А}^{\text{п}} \le \text{А}^{\text{с}}, \ \text{П}^{\text{с}} \le \text{П}^{\text{п}}. \tag{1.10}$$

Геометрическое решение этой задачи изображено на рис. 1.6.



1.6

Координаты оптимальной точки M' равны

$$\overset{o}{\text{А}}{}^{\text{п}} = (1-\gamma)\overset{o}{\text{П}}{}^{\text{с}}, \ \overset{o}{\text{П}}{}^{\text{с}} = \text{П}^{\text{п}}. \tag{1.11}$$

Из полученного решения следует, что выполняется неравенство

$$\overset{o}{\text{А}}{}^{\text{п}} < \text{А}^{\text{с}}, \tag{1.12}$$

а разность между спросом на кредиты со стороны заемщиков $\text{А}^{\text{с}}$ и купленной банком величиной кредита $\overset{o}{\text{А}}{}^{\text{п}}$ равна $\gamma \text{А}^{\text{с}}$, т.е.

$$\text{А}^{\text{с}} - \overset{o}{\text{А}}{}^{\text{п}} = \gamma \text{А}^{\text{с}}. \tag{1.13}$$

Это означает, что банк не в полной мере удовлетворяет спрос на кредиты со стороны заемщиков. Предложение же ресурсов со стороны вкладчиков удовлетворяется банком полностью.

Поскольку неравенство (1.11) выполняется для одного банка, то это, как отмечалось ранее, не приведет к изменению процентной ставки кредита. Если же оно является характерным для всех банков, то ситуация превышения спроса на кредиты относительно его предложения приведет к повышению процентной ставки.

Из (1.12) и (1.13), таким образом, следует, что увеличение норматива формирования резервного фонда создает в банковской системе тенденцию к повышению процентной ставки кредита, и наоборот, снижение норматива создает условия для снижения процентных ставок кредитов.

1.5. Модель задачи принятия оптимальных решений в условиях превышения предложения ресурсов относительно спроса кредитов

До сих пор задача принятия решений рассматривалась в предположении, что на денежном рынке выполняется условие сбалансированности между предложением ресурсов и спросом на кредиты, т.е. выполняется условие $\Pi^{\text{п}} = A^{\text{c}}$. Однако это условие не всегда выполняется. Обычно типичными являются ситуации, в которых имеет место несбалансированность между предложением ресурсов и спросом на кредиты. Эта несбалансированность может характеризоваться как превышением предложения ресурсов относительно спроса на кредит, так и превышением спроса на кредиты относительно предложения ресурсов. Рассмотрим задачу принятия решений менеджером банка в условиях несбалансированности на денежном рынке.

Предположим, что на денежном рынке имеет место ситуация, когда предложение ресурсов со стороны вкладчиков на депозитном рынке превышает спрос на кредиты со стороны заемщиков, т.е. выполняется неравенство

$$\Pi^{\text{п}} > A^{\text{c}} . \qquad (1.14)$$

Тогда модель задачи принятия решений в предположении, что ресурс в полном объеме вовлекается в кредит, будет описываться системой уравнений (1.8). Графическое решение этой задачи с учетом (1.14) представлено на рис. 1.7. На графике прямая $A^{\text{п}} = \Pi^{\text{c}}$

пересекается с горизонтальной прямой $A^{п} = A^{c}$ в точке М, являющейся оптимальной точкой с координатами

$$\overset{o}{A}^{п} = A^{c}, \ \overset{o}{П}^{c} = \overset{o}{A}^{п}. \tag{1.15}$$

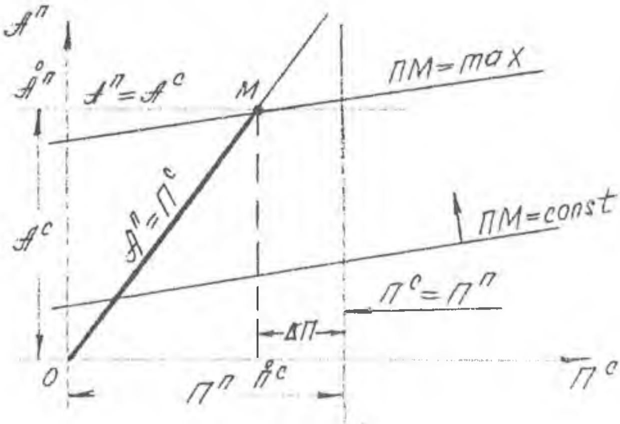


Рис. 1.7

Из полученного решения следует, что спрос на кредиты банком удовлетворяется, но учитывая, что купленный им ресурс $\overset{o}{П}^{c}$, обеспечивающий максимальное значение процентной маржи, меньше предлагаемого вкладчиками объема депозита $П^{п} \left(\overset{o}{П}^{c} < П^{п} \right)$, можно сделать вывод, что предложение ресурсов на депозитном рынке банком удовлетворяется не в полной мере. Превышение предложения ресурсов со стороны вкладчиков относительно спроса на него со стороны банка равно превышению предложения ресурсов относительно спроса на кредиты и составляет величину

$$\Delta П = П^{п} - \overset{o}{П}^{c} = П^{п} - A^{c}.$$

При выполнении условия (1.14), которое является характерным не только для одного банка, а для всех, снижение спроса со стороны банка на депозиты приведет к снижению их процентной ставки.

Таким образом,если на денежном рынке предложение ресурсов превышает спрос на кредиты, то эта ситуация создает в банковской системе тенденцию к снижению процентной ставки депозитов.

Если задача принятия решений описывается моделью (1.10), в которой учитывается формирование резервного фонда, то при выполнении условия (1.14) на денежном рынке решение этой модели изменится.

Геометрическое решение задачи представлено на рис. 1.8. На графике прямая $А^п = (1-\gamma)П^с$ пересекается с горизонтальной прямой $А^п = А^с$ в точке M', которая является оптимальной, т. к. через нее проходит прямая безразличия, имеющая наибольший уровень процентной маржи (ПМ = max). Координаты точки M' равны

$$\overset{o}{А}{}^п = А^с,\ \ \overset{o}{П}{}^с = \frac{1}{(1-\gamma)}\overset{o}{А}{}^п. \qquad (1.16)$$

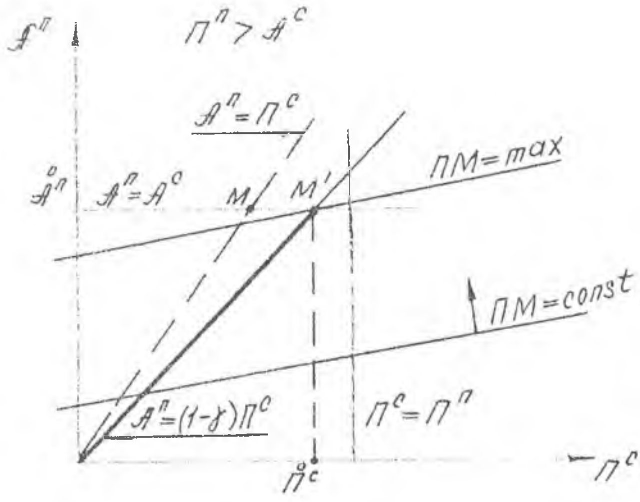


Рис. 1.8

Выводы из этого решения аналогичны выводам предыдущего случая: при $\overset{o}{П}{}^с < П^п$ предложение ресурсов на депозитном рынке не удовлетворяется, а спрос на кредиты банком удовлетворяется в полной мере.

Если все банки формируют свой спрос на депозиты и предложения кредитов в соответствии с (1.16), то на денежном рынке создается тенденция к снижению процентных ставок депозитов.

1.6. Модель задачи принятия оптимальных решений в условиях превышения спроса кредитов относительно предложения ресурсов

Предположим теперь, что на денежном рынке имеет место ситуация, в которой спрос на кредиты превышает предложение ресурсов, т. е. выполняется неравенство

$$\text{П}^{\text{п}} < \text{А}^{\text{с}} \; . \tag{1.17}$$

Решение модели принятия решений для случая полного вовлечения ресурса в кредит, описываемой системой (1.8), изображено на рис. 1.9. На графике оптимальной точкой является точка М с координатами

$$\overset{o}{\text{А}}{}^{\text{п}} = \overset{o}{\text{П}}{}^{\text{с}}, \;\; \overset{o}{\text{П}}{}^{\text{с}} = \text{П}^{\text{п}}. \tag{1.18}$$

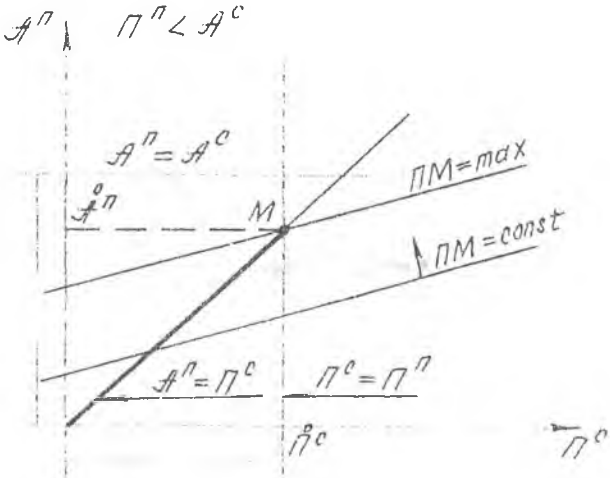


Рис. 1.9

В результате банк формирует спрос на ресурсы, который равен предложению их со стороны вкладчиков и формирует предложение кредитов, которое меньше спроса на них со стороны заемщиков.

Если условие (1.17) характеризует поведение на денежном рынке всех банков или их большинства, каждый банк принимает решение в соответствии с (1.18), что приведет к снижению процентной ставки кредитов.

В случае, если задача принятия решений описывается моделью (1.10), в которой учитывается формирование резервного фонда, то решение ее с учетом (1.17) будет иметь вид, изображенный на рис. 1.10. Оптимальной точкой на графике является точка M' с координатами

$$\overset{o}{A}{}^{п} = (1-\gamma)\overset{o}{П}{}^{c}, \quad \overset{o}{П}{}^{c} = П^{п}. \tag{1.19}$$

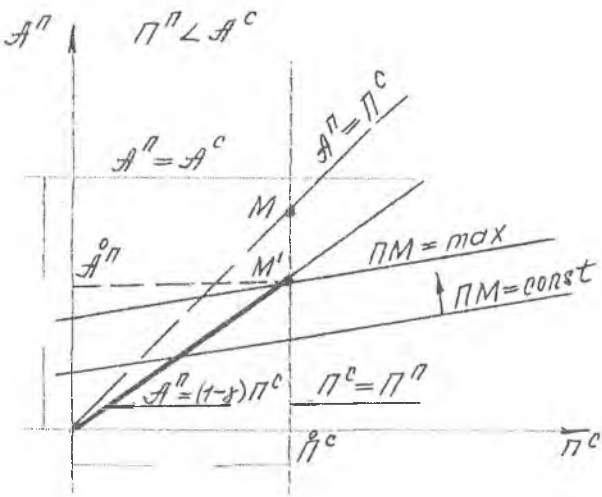


Рис. 1.10

В результате выбора менеджером банка такого решения на денежном рынке формируется спрос на ресурсы, равный предложению их со стороны вкладчиков, а предложение кредитов со стороны банка меньше спроса их со стороны заемщиков. Если такое поведение на денежном рынке будет характерным для большинства банков, то оно приведет к снижению процентной ставки кредита.

Итак на денежном рынке рассмотрены три ситуации: предложение ресурсов на депозитном рынке равно спросу на кредиты $(П^п = A^c)$, предложение ресурсов больше спроса на кредиты

$\left(\Pi^{п} > A^{c}\right)$, спрос на кредиты больше предложения ресурсов $\left(\Pi^{п} < A^{c}\right)$. Каждая из этих ситуаций с учетом вида ресурсов формирует спрос на ресурсы и предложение кредитов со стороны банка, создающие тенденцию к изменению процентных ставок депозитов или кредитов при условии, что этот спрос и предложение характеризуют большинство банков.

1.7. Определение оптимального уровня процентной маржи

Конечным результатом решения менеджером задачи принятия решений в каждой рассматриваемой ситуации является значение процентной маржи. Определим уровень процентной маржи, соответствующий оптимальной точке в каждой рассмотренной ситуации.

Подставляя найденное решение (1.9) задачи принятия решений (1.8) в уравнение для процентной маржи (1.2), получим

$$\Pi \overset{o}{M}_1\left(\overset{o}{A}{}^{п},\ \overset{o}{\Pi}{}^{c}\right) = \tau A^{c}(\alpha-\beta) = \tau \Pi^{п}(\alpha-\beta). \qquad (1.20)$$

Это значение процентной маржи является максимальным в условиях баланса между спросом на кредиты и предложением ресурсов $\left(\Pi^{п} = A^{c}\right)$, и депозит в полном объеме вовлекается в кредит $\left(\Pi^{c} = A^{п}\right)$.

Подставляя решение (1.11) задачи (1.10) в уравнение для процентной маржи, получим

$$\Pi \overset{o}{M}_2\left(\overset{o}{A}{}^{п},\ \overset{o}{\Pi}{}^{c}\right) = \tau A^{c}\left((1-\gamma)\alpha-\beta\right) = \tau \Pi^{п}\left((1-\gamma)\alpha-\beta\right). \qquad (1.21)$$

Это максимальное значение процентной маржи получено в условиях баланса $\left(\Pi^{п} = A^{c}\right)$, а часть депозита по нормативу γ отвлекается на формирование резервного фонда в ЦБ.

Сравнивая по величине значения процентной маржи, полученные по уравнениям (1.20) и (1.21), находим, что уровень

$\overset{o}{\Pi M}_1\left(\overset{o}{A}{}^{\Pi}, \overset{o}{\Pi}{}^{c}\right)$ выше уровня $\overset{o}{\Pi M}_2\left(\overset{o}{A}{}^{\Pi}, \overset{o}{\Pi}{}^{c}\right)$ на величину

$$\Delta \Pi M = \tau A^{c} \gamma \alpha = \tau \Pi^{\Pi} \gamma \alpha. \tag{1.22}$$

Геометрически величина Δ ПМ, изображенная на рис. 1.11, представляет собой расстояние между двумя параллельными прямыми безразличия, проведенными через точки М и М'. Через точку М проведена прямая безразличия, соответствующая максимальному значению процентной маржи при $A^{\Pi} = \Pi^{c}$, а через точку М' — максимальному значению процентной маржи при $A^{\Pi} = (1-\gamma)\Pi^{c}$. Таким образом, процентная маржа уменьшается на величину, определяемую формулой (1.22), если часть депозита не вовлекается в оборот.

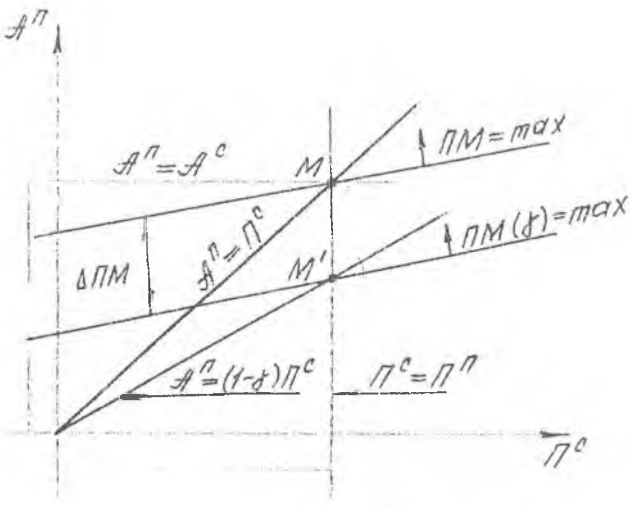


Рис. 1.11

Найдем максимальное значение процентной маржи, когда на денежном рынке отсутствует баланс между спросом на кредиты и предложением депозитов. Подставляя решение (1.15) в уравнение для процентной маржи, получим

$$\overset{o}{\Pi M}_3\left(\overset{o}{A}{}^{\Pi}, \overset{o}{\Pi}{}^{c}\right) = \tau A^{c}(\alpha-\beta). \tag{1.23}$$

Это максимальное значение процентной маржи соответствует точке М на рис. 1.7 и получено в случае, если предложение ресурсов превышает спрос на кредиты ($П^п > А^с$), а купленный банком депозит полностью вовлекается в кредит ($П^с = А^п$).

Сравнивая по величине значение $П\overset{o}{М}_3\left(\overset{o}{А}^п, \overset{o}{П}^с\right)$ с величиной $П\overset{o}{М}_1\left(\overset{o}{А}^п, \overset{o}{П}^с\right)$, можно сделать вывод, что эти величины равны между собой, если в формулах (1.20) и (1.23) спрос на кредиты $А^с$ совпадает по объему.

Максимальное значение процентной маржи в случае превышения предложения ресурсов относительно спроса на кредиты $\left(П^п > А^с\right)$, если часть купленного банком ресурса идет на формирование резерва $\left(А^п = (1-\gamma)П^с\right)$, можно получить, подставив решение (1.16) в уравнение для процентной маржи. В результате получим

$$П\overset{o}{М}_4\left(\overset{o}{А}^п, \overset{o}{П}^с\right) = \tau А^с\left(\alpha - \frac{\beta}{1-\gamma}\right). \tag{1.24}$$

Сравнивая значения $П\overset{o}{М}_3\left(\overset{o}{А}^п, \overset{o}{П}^с\right)$ и $П\overset{o}{М}_4\left(\overset{o}{А}^п, \overset{o}{П}^с\right)$ между собой, найдем величину уменьшения процентной маржи в связи с отвлечением части депозита из оборота. Эта величина равна

$$\Delta ПМ(\gamma) = \tau А^с \frac{\gamma}{1-\gamma}\beta\ . \tag{1.25}$$

Геометрически величина Δ ПМ (γ), изображенная на рис. 1.12, представляет собой расстояние между двумя параллельными прямыми безразличия, проведенными через точки М и М', соответствующими уровням процентной маржи, определенной по формулам (1.23) и (1.24).

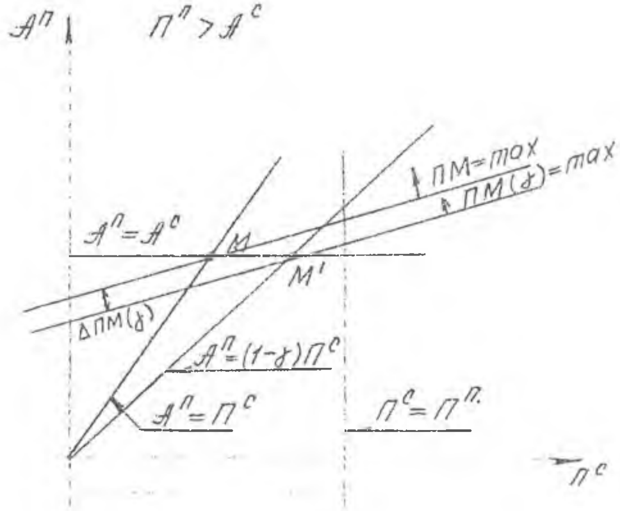


Рис. 1.12

Таким образом, процентная маржа уменьшается на величину Δ ПМ (γ), определяемую по формуле (1.25), если часть депозита отвлекается на формирование резерва при условии превышения предложения ресурсов относительно спроса на кредиты.

Наконец, определим максимальное значение процентной маржи в случае превышения спроса на кредиты относительно предложений ресурсов $\left(А^с > П^п\right)$. Подставляя решение (1.18) в уравнение процентной маржи, получим

$$ПМ_5\left(\overset{o}{А}{}^п, \overset{o}{П}{}^с\right) = \tau П^п(\alpha - \beta). \qquad (1.26)$$

Сравнивая это максимальное значение маржи с величиной $П\overset{o}{М}_1\left(\overset{o}{А}{}^п, \overset{o}{П}{}^с\right)$ и учитывая, что $П^п < А^с$, можно сделать вывод, что уровень процентной маржи $П\overset{o}{М}_5\left(\overset{o}{А}{}^п, \overset{o}{П}{}^с\right)$ ниже относительно уровня $\Pi\overset{o}{M}_1\left(\overset{o}{A}^{п}, \overset{o}{\Pi}^{c}\right)$. Это снижение уровня процентной маржи в прямой пропорции зависит от разности $\left(A^{c} - \Pi^{п}\right)$, т. е. снижение уровня процентной маржи пропорционально величине несбалансированности между спросом на кредиты и предложением депозитов.

В случае, если часть депозита отвлекается из оборота в резервный фонд, максимальное значение процентной маржи определяется подстановкой в уравнение (1.2) решения (1.19). В результате получим

$$\Pi\overset{o}{M}_6\left(\overset{o}{A}^{п}, \overset{o}{\Pi}^{c}\right) = \tau\Pi^{п}\left((1-\gamma)\alpha-\beta\right). \tag{1.27}$$

Разность между значениями процентной маржи $\Pi\overset{o}{M}_5\left(\overset{o}{A}^{п}, \overset{o}{\Pi}^{c}\right)$ и $\Pi\overset{o}{M}_6\left(\overset{o}{A}^{п}, \overset{o}{\Pi}^{c}\right)$ составляет следующую величину:

$$\Delta\,\Pi M(\gamma) = \tau\Pi^{п}\gamma\alpha. \tag{1.28}$$

На эту величину происходит снижение процентной маржи в случае, если часть депозита отвлекается из оборота для формирования резерва, а на денежном рынке спрос на кредиты превышает предложение ресурсов. Графически величина Δ ПМ (γ) представляет также расстояние между двумя параллельными прямыми безразличия, проведенными через точки М и М', соответствующими максимальным значениям маржи, определенной по формулам (1.28) и (1.27) (рис. 1.13).

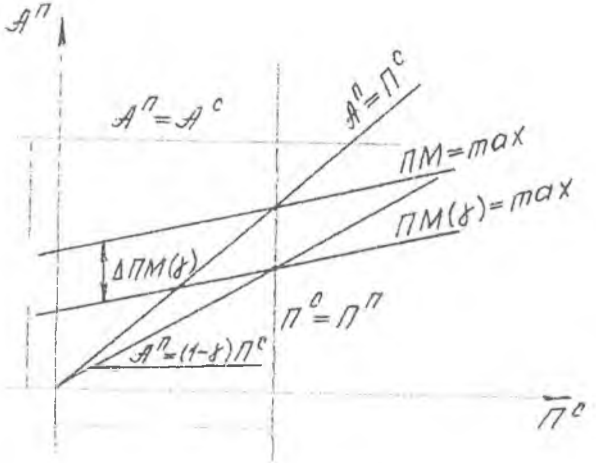


Рис. 1.13

1.8. Эквивалентные модели задач принятия оптимальных решений

Задачу принятия решений, описываемую моделью (1.8), в которой участвуют две переменные $А^п$ и $П^с$, можно свести к модели с одной переменной, например $А^п$, если подставить уравнение (1.4) в выражение процентной маржи (1.2), а систему из двух ограничений на переменные (1.3) свести к одному ограничению. В результате получим следующую модель задачи принятия решения:

$$\begin{aligned} &ПМ\left(А^п\right) = \tau(\alpha - \beta)\, А^п \to \max \\ &\quad А^п \le \min\left(А^с,\ П^п\right). \end{aligned} \tag{1.29}$$

Полученная модель зависит от одной переменной предложения ресурсов $А^п$, которая не должна превышать минимальную из двух величин: спроса на кредиты $А^с$ и предложения ресурсов $П^п$.

Решение задачи (1.29) менеджером банка сводится к следующему простому уравнению:

$$\overset{o}{A}{}^{п} = \min\left(A^{c},\ П^{п}\right). \qquad (1.30)$$

Из этого уравнения следует, что если на депозитном и кредитном рынках имеется баланс между спросом кредитов и предложением ресурсов, то менеджер выбирает любую из двух величин, если же спрос на кредиты превышает предложение ресурсов, то менеджер выбирает в качестве оптимального объема кредитов величину предложения ресурсов, и наоборот, если предложение ресурсов превышает спрос на кредиты.

Таким образом, решение (1.30) модели (1.29) обобщает и является эквивалентным полученным из модели (1.8) решениям (1.9), (1.15), (1.18) при различных условиях, складывающихся на денежном рынке.

Если часть ресурса отвлекается на формирование резервного фонда и на переменные выполняется ограничение (1.5), то модель принятия решений (1.10) можно свести к следующей:

$$ПМ\left(A^{п}\right) = \tau\left(\alpha - \frac{1}{1-\gamma}\beta\right)A^{п} \to \max, \qquad (1.31)$$

$$A^{п} \le \min\left\{A^{c},\ (1-\gamma)\,П^{п}\right\},$$

т. е. модель (1.10) с двумя переменными сведена к эквивалентной ей модели (1.31) с одной переменной и одним ограничением.

Решение этой модели менеджером сводится к выбору оптимального объема кредита из следующего простого уравнения:

$$\overset{o}{A}{}^{п} = \min\left\{A^{c},(1-\gamma)\,П^{п}\right\}, \qquad (1.32)$$

т. е. в зависимости от сложившейся конъюнктуры на депозитном и кредитном рынках оптимальный объем равен или предложению ресурсов, или спросу на кредиты, скорректированному на долю потока, вовлеченного в оборот.

Таким образом, уравнение (1.32) обобщает решения (1.11), (1.16) и (1.19), полученные из модели (1.10) для различных ситуаций, складывающихся на депозитном и кредитном рынках.

Отметим, что в модели (1.31) в качестве переменной выступает объем размещаемых в кредиты ресурсов. Если в качестве переменной выбрать объем привлекаемых банком ресурсов $П^{c}$, то модель выбора оптимальных решений относительно этой переменной будет иметь вид

$$
\text{ПМ}\left(\text{П}^{\text{с}}\right)=\tau\left\{(1-\gamma)\alpha-\beta\right\}\text{П}^{\text{с}}\rightarrow\max
$$

$$
\text{П}^{\text{с}}\leq\min\left(\frac{\text{А}^{\text{с}}}{1-\gamma},\ \text{П}^{\text{п}}\right). \qquad (1.33)
$$

Решение этой модели сводится к выбору объема привлекаемого ресурса из следующего уравнения:

$$
\overset{\text{o}}{\text{П}}{}^{\text{с}}=\min\left(\frac{\text{А}^{\text{с}}}{1-\gamma},\ \text{П}^{\text{п}}\right), \qquad (1.34)
$$

которое, с точки зрения величины процентной маржи, является эквивалентным решению (1.32).

1.9. Числовые примеры выбора оптимальных решений при различной конъюнктуре на депозитно-кредитном рынке

Рассмотрим простую ситуацию, которая характеризуется тем, что на депозитно-кредитном рынке предложение ресурсов со стороны вкладчиков сроком хранения τ = 0,1 года, с процентной ставкой β =95% составляет $\text{П}^{\text{п}}$ =60 д.ед. , а спрос на кредиты со стороны заемщиков сроком погашения τ =0,1 года, с процентной ставкой α =125% составляет $\text{А}^{\text{с}}$ =60 д.ед. Таким образом, на депозитно-кредитном рынке предложение ресурса и спрос на кредиты рассматриваемых видов равны между собой (сбалансированы).

В условиях сложившейся конъюнктуры относительно рассматриваемых видов депозитов и кредитов менеджер банка решает задачу выбора объемов привлекаемых и размещаемых в кредиты ресурсов, которая описывается системой уравнений (1.29) при условии, что ресурс в полном объеме вовлекается в кредит ($\text{А}^{\text{п}}=\text{П}^{\text{с}}$) . С учетом исходных данных эта модель выбора менеджером решений имеет вид

$$
\text{ПМ}=0{,}1(1{,}25-0{,}95)\,\text{А}^{\text{п}}
$$

$$
\text{А}^{\text{п}}=\min(60,\ 60).
$$

Оптимальное решение этой задачи в соответствии с уравнением (1.30) сводится к следующему ответу: $\overset{\text{o}}{\text{А}}{}^{\text{п}}$ = min (60, 60) = 60 д. ед. Поскольку ресурс в полном объеме вовлекается в кредит, то оптимальный объем его равен $\overset{o}{П}^{c} = 60$ д.ед.

Найденные оптимальные значения объемов привлекаемого и размещаемого в кредит ресурса обеспечивают следующее максимальное значение процентной маржи:

$$П\overset{o}{М} = 0{,}1(1{,}25 - 0{,}95)\overset{o}{А}^{п} = 0{,}1(1{,}25 - 0{,}95)60 = 1{,}8 \text{ д. ед.}$$

Отметим, что эффективность этой депозитно-кредитной операции определяется разностью между процентными ставками кредита и депозита, которая составляет 30%. При положительной разности между процентными ставками величина процентной маржи тем больше, чем больше срок τ и объем привлекаемого ресурса.

Рассмотрим ситуацию, в которой предложение ресурсов со стороны вкладчиков превышает спрос на кредиты со стороны заемщиков $\left(П^{п} > А^{c}\right)$. Пусть предложение ресурсов равно $П^{п} =$ 60 д. ед. , а спрос на кредиты составляет $А^{c} = 55{,}5$ д. ед. Тогда модель выбора менеджером решений будет иметь вид

$$ПМ = 0{,}1(1{,}25 - 0{,}95)А^{п} \to \max$$
$$А^{п} \le \min(55{,}5; 60).$$

Оптимальное значение объема размещаемого в кредиты ресурса равно наименьшему из двух чисел и определяется из уравнения $\overset{o}{А}^{п} = \min(55{,}5; 60) = 55{,}5$ д.ед., которое соответствует величине спроса на кредит. Оптимальный объем привлекаемого ресурса также равен 55,5 д. ед. ($\overset{o}{П}^{c} = 55{,}5$ д. ед.), а максимальная величина процентной маржи составляет $П\overset{o}{М} = 0{,}1\,(1{,}25 - 0{,}95)\,55{,}5 = 1{,}665$ д. ед. Из полученных оптимальных значений объемов привлекаемых и размещаемых в кредиты ресурсов следует, что на депозитно-кредитном рынке спрос на кредиты банком удовлетворяется в полной мере, а предложение ресурсов со стороны вкладчиков банком не удовлетворяется. При этом превышение предложения ресурсов относительно спроса равно $\Delta П = П^п - \overset{o}{П}{}^c = 60 - 55,5 =$ 4,5 д. ед., что может в определенных условиях повлечь за собой снижение процентной ставки депозита данного вида . Отметим также, что снижение объема спроса на кредиты на 4,5 д.ед., что составляет 7,5% , приводит к снижению процентной маржи на величину Δ ПМ = 1,8 — 1,665 = 0,135 д. ед., что составляет также 7,5% от уровня 1,8 д. ед.

Рассмотрим ситуацию, в которой спрос на кредиты превышает предложение ресурсов $\left(П^п < A^c\right)$. Для этого предположим, что спрос на кредиты составляет A^c = 60 д. ед., а предложение ресурсов равно $П^п$ = 55,5 д. ед. Тогда модель задачи принятия решений имеет вид

$$ПМ = 0,1(1,25 - 0,95)A^п$$
$$A^п \le \min(60; 55,5).$$

Оптимальное значение объема размещаемого ресурса определяется из уравнения $\overset{o}{A}{}^п$ = min (60; 55,5) = 55,5 д. ед. и соответствует предложению ресурса со стороны вкладчиков $\left(\overset{o}{A}{}^п = П^п\right)$. Оптимальный объем спроса также равен 55,5 д. ед. ($\overset{o}{П}{}^c$ = 55,5 д. ед.), а максимальная величина процентной маржи, получаемая банком, составляет $П\overset{o}{M}$ = 0,1 (1,25 — 0,95) 55,5 = 1,665 д. ед. Из полученного решения можно заключить, что предложение ресурсов данного вида на депозитном рынке банком удовлетворяется, а спрос на кредиты превышает их предложение на величину $\Delta A = A^c - \overset{o}{A}{}^п$ = (60 — 55,5) = 4,5 д. ед.

Таким образом, снижение предложения ресурса на 4,5 д.ед.,или на 7,5% , приводит к снижению процентной маржи на 0,135 д.ед., что составляет также 7,5%.

Предположим теперь, что часть ресурсов отвлекается по нормативу γ =15% на образование резервного фонда в ЦБ. В этом случае выбор менеджером оптимальных решений определяется из модели (1.31). Тогда модель выбора менеджером оптимальных решений представим в форме

$$ПМ=0,1\left(1,25-\frac{1}{1-0,15}0,95\right)А^{п}=0,1(1,25-1,12)А^{п}\to\max$$

$$А^{п}\le\min\{60,(1-0,15)60\}=\min(60,51).$$

В результате решения этой модели получаем оптимальное значение объема, размещаемого в кредиты ресурса, равное

$\overset{o}{А}{}^{п}$ = 51 д. ед.

Этому значению соответствует следующая оптимальная величина объема привлекаемого банком ресурса:

$$\overset{o}{П}{}^{с}=\frac{\overset{o}{А}{}^{п}}{1-\gamma}=\frac{51}{1-0,15}=60 \text{ д. ед.}$$

Из полученных значений объемов привлекаемого $\overset{o}{П}{}^{с}$ и размещаемого в кредиты $\overset{o}{А}{}^{п}$ ресурсов следует, что спрос на кредиты из-за отвлечения части ресурсов на формирование резервного фонда банком не удовлетворяется на 9 д. ед., а предложение ресурсов со стороны вкладчиков удовлетворяется банком в полной мере.

Максимальный уровень процентной маржи равен

$$П\overset{o}{М}=0,1\left(1,25-\frac{1}{1-0,15}0,95\right)51=0,1\ \ (1,25 - 1,12)\ 51 =$$

$= 0,663$ д. ед.

Уровень процентной маржи снизился на величину $\Delta ПМ(\gamma)=$ =1,8 — 0,663 = 1,137 д. ед., что составляет 63,2% относительно уровня в 1,8 д. ед. Таким образом, отвлечение части ресурса, равного 15%, на образование резервного фонда привело к снижению процентной маржи на 63,2%.

Рассмотрим ситуацию, в которой спрос на кредиты превышает предложение ресурсов ($П^{п} < А^{с}$) при условии, что часть ресурса отвлекается на образование резервного фонда. Пусть спрос на кредиты составляет $A^c = 60$ д. ед., а предложение ресурсов — $П^п = 55$ д. ед. Тогда оптимальное значение объема размещаемого в кредиты ресурса в соответствии с уравнением (1.32) составит

$$\overset{o}{A}{}^{п} = \min\{60, (1-0,15)55\} = \min(60; 46,75) = 46,75 \text{ д. ед.},$$

а оптимальное значение объема привлеченного ресурса $\overset{o}{П}{}^{c} = 55,5$ д. ед. , максимальная величина процентной маржи $\overset{o}{ПМ} = 0,1\ (1,25 - 1,12)\ 46,75 = 0,608$ д. ед.

Таким образом, снижение предложения ресурсов на 5 д.ед., или 8,3% , приводит к снижению уровня и процентной маржи на 0,055 д.ед. , что составляет 8,3% от уровня 0,663 д.ед.

Наконец. рассмотрим ситуацию, в которой предложение ресурсов со стороны вкладчиков превышает спрос на кредиты со стороны заемщиков ($П^п > A^c$) при условии отвлечения части ресурса на формирование резервного фонда. Пусть предложение ресурса составляет $П^п = 60$ д. ед., а спрос на кредиты равен $A^c = 55,5$ д. ед. Тогда оптимальное значение объема размещаемого в кредиты ресурса, в соответствии с уравнением (1.32), составит

$$\overset{o}{A}{}^{п} = \min\{55, (1-0,15)60\} = \min(55,51) = 51 \text{ д. ед.},$$

а оптимальное значение объема привлекаемого ресурса в соответствии с уравнением (1.5) равно

$$\overset{o}{П}{}^{c} = \frac{\overset{o}{A}{}^{п}}{1-\gamma} = \frac{51}{0,85} = 60 \text{ д. ед.}$$

Из полученных значений объемов привлекаемого и размещаемого в кредиты ресурса следует, что спрос на кредиты не удовлетворяется на 4 д.ед., а предложение ресурсов удовлетворяется банком в полной мере.

Оптимальным значениям объемов ресурсов $\overset{o}{A}{}^{п}$ и $\overset{o}{П}{}^{c}$ соответствует следующее максимальное значение процентной маржи:

$$\overset{o}{ПМ} = 0,1(1,25-1,12)51 = 0,663 \text{ д. ед.}$$

Таким образом, рассмотренные примеры наглядно демонстрируют зависимость принимаемых менеджером оптимальных решений от сложившейся конъюнктуры на депозитно-кредитном рынке. При этом оптимальное решение принимается с учетом связей рынков между собой через банк и соответствующие денежные потоки.

Отметим в заключение, что эффективность каждой из депозитно-кредитных операций при условии отвлечения части ресурса на образование резервного фонда определяется разностью между процентными ставками кредита α и депозита β, скорректированной на величину норматива γ образования резерва, т.е. определяется разностью $\left(\alpha - \frac{1}{1-\gamma}\beta\right)$. Если эта разность положительна, то процентная маржа увеличивается с ростом срока τ и объема размещаемого в кредит ресурса A^{II}. В связи с этим рассмотрим условия эффективности реализации депозитно-кредитных операций.

1.10. Необходимые условия безубыточности вовлечения ресурсов в кредиты

Безубыточность вовлечения ресурсов зависит не только от процентных ставок депозитов и кредитов, но также от той доли их, которая расходуется на формирование резервного фонда в ЦБ. В связи с этим обычными являются ситуации, в которых появляется необходимость решения задачи безубыточности вовлечения депозитов в кредиты с учетом того, что часть ресурсов отвлекается в резервный фонд ЦБ.Условия возникновения таких ситуаций менеджер банка должен уметь прогнозировать и использовать в своей практической работе. Найдем условия безубыточности вовлечения депозитов в кредиты. Для этого введем следующие обозначения.

Как отмечалось, часть депозитов клиентов вовлекается в резервный фонд ЦБ. Пусть норматив вовлечения этого ресурса в фонд ЦБ составляет γ. Тогда величина $(1-\gamma)$ составляет долю депозита, вовлекаемого непосредственно в кредиты. Обозначим через β процентную ставку депозита, а через α — процентную ставку кредита.

С учетом введенных обозначений процентная маржа от вовлечения депозита в количестве $(1-\gamma)$ П равна

$$(\alpha-\beta)(1-\gamma)\Pi.$$

Расходы, связанные с вовлечением депозита в резервный фонд, составят величину, равную

$$\beta\gamma\Pi.$$

Для безубыточности операции по вовлечению депозита в кредиты необходимо, чтобы доходная часть этой операции превышала расходную, т. е.

$$(\alpha-\beta)(1-\gamma)\Pi>\beta\gamma\Pi.$$

Из этого неравенства легко найти соотношение между процентной ставкой депозита β, процентной ставкой кредита α и нормативом γ, которое должно выдерживаться при выполнении условия безубыточности. Это соотношение имеет следующий вид:

$$\beta<(1-\gamma)\alpha. \tag{1.35}$$

Что означает это неравенство?

При известном нормативе отчисления в резервный фонд ЦБ γ "цена" депозита β должна быть меньше "цены" кредита α, скорректированной на долю депозита $(1-\gamma)$, вовлекаемую в кредит.

В этом простом, но важном для практики неравенстве величина $(1-\gamma)\alpha$ представляет собой полученные банком проценты с каждой денежной единицы вовлекаемого в кредит депозита, а величина β представляет собой уплаченный банком процент за каждую денежную единицу депозита. С учетом сказанного последнее неравенство можно записать в виде

$$(1-\gamma)\alpha-\beta>0, \tag{1.36}$$

т. е. разность между полученным банком процентом α, скорректированным на долю вовлекаемого в кредит депозита, и уплаченным процентом с каждой денежной единицы должна быть положительной величиной.

При заданной процентной ставке кредита α и норме отчисления в резервный фонд γ верхнее предельное значение процентной ставки депозита β можно определить из уравнения

$$\beta=(1-\gamma)\alpha. \tag{1.37}$$

Таким образом, экономический смысл понятия верхнего предельного значения процентной ставки депозита состоит в том, что проценты, полученные и уплаченные с каждой денежной единицы вовлеченного в кредит ресурса, равны между собой. Дальнейшее повышение процентной ставки депозита относительно предельного значения, определенного из уравнения (1.36), приведет к превышению уплаченных процентов над полученными процентами. Поэтому "цена" ресурса, соответствующая уравнению(1.37), названа верхним предельным значением процентной ставки депозита.

Если задана процентная ставка депозита β и норма отчисления в резервный фонд ЦБ γ, то процентную ставку кредита, определенную из уравнения

$$\alpha = \frac{\beta}{1-\gamma}, \tag{1.38}$$

назовем нижней предельной процентной ставкой кредита. Величина этой процентной ставки также соответствует ситуации, в которой проценты, полученные и уплаченные с каждой денежной единицы вовлеченного в кредит ресурса, равны между собой. Снижение процентной ставки кредита относительно нижнего предельного значения, определенного из уравнения (1.38), приведет к превышению уплаченных процентов над полученными процентами и, таким образом, нарушению условия безубыточности.

На рис. 1.14 представлена графическая интерпретация выполнения условия безубыточности вовлечения депозитов в кредиты. Прямая $\beta = (1-\gamma)\alpha$ соответствует при γ = 0,15 предельным значениям процентных ставок депозитов и кредитов: верхним предельным процентным ставкам депозитов и нижним предельным процентным ставкам кредитов.

Процентные ставки депозитов, расположенные ниже прямой и принадлежащие области I, удовлетворяют условиям убыточности вовлечения депозитов в кредиты при любом заданном значении процентной ставки или кредита, или депозита. Так, если процентная ставка кредита равна 100%, то верхнее значение процентной ставки депозита равно 85%, а все значения процентных ставок депозитов, расположенных в интервале от 0 до 85% ($0 <= \beta <=$ 85%), при α = 100% удовлетворяют условиям безубыточности.

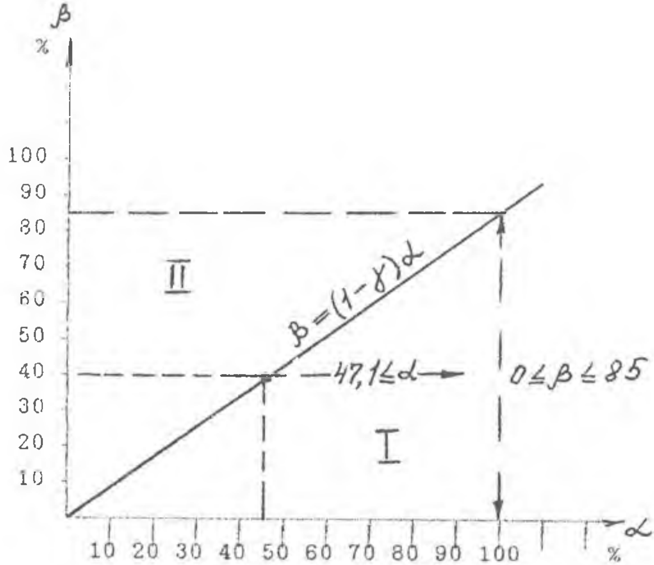


Рис. 1.14

Если "цена" ресурса β задана и равна, например 40% (β = 40%), то нижняя предельная процентная ставка кредита равна

$$\alpha = \frac{40}{(1-0,2)} = 47,1\% ,$$

а все значения процентных ставок кредита от 47,1% и выше $(\alpha \geq 47,1\%)$ при β = 40% удовлетворяют условиям безубыточности.

Для любой точки на графике, расположенной выше прямой $\beta = (1-\gamma)\alpha$ и принадлежащей области II, процентные ставки кредитов и депозитов не удовлетворяют условиям безубыточности операции вовлечения ресурсов в кредиты, т. к. для этих точек выполняется неравенство

$$\beta > (1-\gamma)\alpha,$$

означающее, что уплаченный процент превышает величину полученного процента.

Рассмотрим числовые примеры. В настоящее время норматив отчисления в резервный фонд ЦБ от величины депозита составляет 15%, т. е. $\gamma = 0,15$. Пусть процентная ставка кредита задана и равна 120%. Определим область значений процентных ставок депозита, при которых обеспечивается безубыточность операции вовлечения его в кредиты. Эта область определяется из неравенства

$$\beta < (1 - 0,15)120 = 102\%,$$

т. е. процентная ставка депозита не должна быть больше 102% и должна находиться в диапазоне от нуля до 102%. При этом верхняя предельная ставка депозита, при которой уплаченные проценты равны полученным с каждой денежной единицы вовлеченного ресурса, определяется из уравнения

$$\beta = (1 - 0,15)120 = 102\%.$$

Пусть задана процентная ставка депозита равной 50%. Определим область процентных ставок кредита, каждое значение из которой удовлетворяет условию безубыточности операции использования ресурса. Эту область найдем из неравенства

$$\alpha > \frac{50}{1 - 0,15}, \quad \alpha > 58,8\%,$$

т. е. процентная ставка кредита не должна быть меньше 58,8% и должна находиться в диапазоне от 58,8% и выше. При этом нижняя предельная процентная ставка кредита, при которой имеет место равенство между уплаченными и полученными процентами с каждой денежной единицы вовлеченного ресурса, определяется из уравнения

$$\alpha = \frac{50}{1 - 0,15} = 58,8\%.$$

Рассмотрим следующую практическую ситуацию. Предположим, что банк имеет некоторую сумму депозитных ресурсов, "купленных" по процентной ставке, равной 40% годовых. Менеджер банка вовлекает денежные ресурсы в два вида кредитов, имеющие разные сроки погашения и разные процентные ставки. Первый кредит имеет срок погашения до 1 месяца и процентную ставку 45% (α_1 = 45%), а второй — срок погашения до 3 месяцев с процентной ставкой 70% (α_2 = 70%). Необходимо определить, какое направление вовлечения ресурсов является наиболее эффективным.

Определим вначале предельную процентную ставку кредита при заданной процентной ставке депозита, равной 40%. Это значение равно

$$\alpha_{п} = \frac{40}{(1-0,15)} = \frac{40}{0,85} = 47,1\%.$$

Сравнивая полученное значение предельной процентной ставки кредита $\alpha_{п}$ с процентной ставкой кредита со сроком погашения до 1 месяца (α_1), замечаем, что $\alpha_{п} = 47,1\% > \alpha_1 = 45\%$. Это означает, что вовлечение ресурса в кредит со сроком погашения до 1 месяца является убыточным.

Сравнивая же величину $\alpha_{п}$ с процентной ставкой кредита со сроком погашения до 3 месяцев ($\alpha_2 = 70\%$), можно сделать вывод о превышении этой процентной ставки относительно предельной

$$\alpha_{п} = 47,1\% < \alpha_2 = 70\%.$$

Это означает, что вовлечение ресурса в кредит со сроком погашения до 3 месяцев является безубыточным, а поэтому эффективным по сравнению с первым видом кредита, если не принимать во внимание и другие неблагоприятные факторы.

Таким образом, используя полученное неравенство (1.35), менеджер банка может обоснованно принимать решение по выбору направления использования ресурса.

Однако неравенство (1.35) является только необходимым или предварительным условием безубыточности финансовой операции по вовлечению ресурса, но недостаточным. Для выполнения условия достаточности необходимо знать, на какую величину полученные проценты должны превышать выплаченные проценты с каждой единицы вовлекаемого ресурса. Величина превышения имеет большое значение в задаче принятия решения и это объясняется тем, что часть этой суммы расходуется на затраты, связанные с функционированием банка, риском, а другая часть идет на формирование резервов и, наконец, прибыли, остающейся в распоряжении банка.

Таким образом, ответ на вопрос о достаточности величины превышения в 22,9% ($\alpha_2 - \alpha_{п} = 70 - 47,1 = 22,9\%$) при вовлечении ресурса во второй вид кредита для компенсации всех затрат и формирования необходимой прибыли является решающим в выборе направления использования ресурса, но он выходит за рамки предварительного анализа безубыточности вовлечения депозитов клиентов в кредиты.

2. МОДЕЛИ МЕХАНИЗМА ПРИНЯТИЯ ОПТИМАЛЬНЫХ РЕШЕНИЙ ПРИ НЕСОГЛАСОВАННЫХ ВО ВРЕМЕНИ ПЛАТЕЖНЫХ ПОТОКАХ

2.1. Модели выбора оптимальных решений при вовлечении краткосрочных депозитов в долгосрочные кредиты

Рассмотрим задачу принятия решений в ситуации, которая характеризуется тем, что депозит с коротким сроком хранения вовлекается в кредит с большим сроком погашения. Практическая реализация этой ситуации порождает проблему привлечения дополнительных ресурсов в будущие после срока хранения первого депозита периоды. В соответствии со схемой денежных потоков процентная маржа, получаемая банком от реализации кредита с большим сроком погашения и 2-х депозитов, сроки хранения которых τ_1 и τ_2 в сумме равны сроку погашения $\tau(\tau_1+\tau_2=\tau)$, определяется по формуле

$$\text{ПМ}(\tau)=\tau\alpha\,\text{А}^{\text{п}}-\tau_1\beta_1\,\text{П}_1^{\text{c}}-\tau_2\beta_2\,\text{П}_2^{\text{c}}, \tag{2.1}$$

где $\text{А}^{\text{п}}$ — предложение кредитов со стороны банка, П_1^{c} — спрос на депозиты в начальный момент срока τ_1, П_2^{c} — спрос на депозиты в начальный момент срока τ_2.

Целевая функция банка, как следует из (2.1), зависит от предложения кредитов $\text{А}^{\text{п}}$ в начальный момент срока τ и спроса на ресурсы П_1^{c} в начальный момент срока τ_1, совпадающего по времени с начальным моментом срока τ, а также от спроса на ресурсы $П_2^с$ в начальный момент срока τ_2, являющийся прогнозируемой величиной относительно начального момента срока τ_1.

При известной целевой функции (2.1) задача менеджера банка состоит в определении такого объема кредита $А_1^п$ и соответствующих ему объемов депозитов в настоящий $П_1^с$ и будущий $П_2^с$ периоды, которые при заданных сроках τ, τ_1, τ_2 и процентных ставках $\alpha_1, \beta_1, \beta_2$ обеспечивают максимальное значение процентной маржи. Выбор менеджером суммы кредита в процессе решения сформулированной задачи зависит от спроса на этот кредит $А^с$, а также от предложений ресурсов со стороны вкладчиков как в настоящий момент $П_1^п$, так и в будущие периоды времени $П_2^п$.

Сформулируем модель ограничений, описывающую допустимую область принимаемых менеджером решений. Допустимая область решений ограничена спросом на кредиты и предложением ресурсов в настоящий и будущий периоды времени. Эти ограничения представим в виде следующей системы неравенств:

$$А^п \le А^с,\ П_1^с \le П_1^п,\ П_2^п \le П_2^п. \tag{2.2}$$

Здесь $А^с, П_1^п$ — спрос на кредиты с большим сроком погашения τ и предложение ресурсов с коротким сроком хранения τ_1 в настоящий момент времени, $П_2^п$ — прогноз предложения ресурсов в будущий период времени.

Система неравенств (2.2) означает, что решение, принимаемое менеджером относительно объемов покупаемых им ресурсов и объемов вовлечения их в кредит, должно удовлетворять одновременно всем неравенствам.

При выборе решений менеджер банка должен учитывать также балансовые соотношения между платежными потоками. Предположим, что ресурсы в полном объеме вовлекаются в оборот. Тогда, с учетом согласованности платежных потоков во времени, балансовые уравнения между объемами кредита и депозитов можно представить в виде следующей системы равенств:

$$A^{п} = П_1^{с}, \ П_1^{с} = П_2^{с} / \left(1 + \tau_1 \beta_1\right). \tag{2.3}$$

Первое равенство в системе (2.3) является очевидным и учитывает связь между объемом кредита и депозита, а выполнение второго позволяет обеспечить согласованность платежных потоков во времени между банком и вкладчиками.

Система равенств (2.3), неравенств (2.2) и уравнение целевой функции в совокупности описывают математическую модель принятия решения менеджером в описываемой ситуации, которая имеет следующий вид:

$$ПМ(\tau) = \tau \alpha A^{п} - \tau_1 \beta_1 П_1^{с} - \tau_2 \beta_2 П_2^{с} \rightarrow \max$$

$$A^{п} \le A^{с}, \ П_1^{с} \le П_1^{п}, \ П_2^{с} \le П_2^{п}$$

$$A^{п} = П_1^{с}, \ П_1^{с} = П_2^{с} / \left(1 + \tau_1 \beta_1\right). \tag{2.4}$$

Отличительная особенность сформулированной модели от уже рассмотренных в разд. 1 состоит в том, что при определении максимального значения критерия эффективности необходимо обеспечить выполнение не только ограничений на величины спроса и предложений ресурсов на депозитном и кредитном рынках, но и выполнение условий согласованности потоков платежей во времени. Выполнение этого условия является чрезвычайно важным для банка, поскольку позволяет ему избежать дебиторской задолженности.

В этой модели срок погашения кредита τ равен сумме сроков хранения первого и второго депозитов, т. е.

$$\tau = \tau_1 + \tau_2.$$

Модель (2.4) позволяет определить оптимальный объем вовлекаемого в кредит ресурса $\overset{o}{П}{}_1^{с}$ и соответствующий ему оптимальный объем кредита $\overset{o}{A}{}^{п}$ с учетом привлеченного дополнительного объема ресурса $\overset{o}{П}{}_2^{с}$, а также соответствующее им максимальное значение процентной маржи $П\overset{o}{M}(\tau)$.

Преобразуем модель (2.4) к более простому виду. Для этого подставим равенства (2.3) в целевую функцию (2.1), а систему ограничений (2.2) сведем к одному ограничению. В результате такого преобразования получим следующую модель:

$$\Pi M(\tau) = (\tau\alpha - \tau_1\beta_1 - \tau_2\beta_2)A^{\text{п}} \to \max$$

$$A^{\text{п}} \le \min\left(A^{\text{с}},\ \Pi_1^{\text{п}},\ \Pi_2^{\text{п}} / (1+\tau_1\beta_1)\right). \qquad (2.5)$$

Таким образом, получена модель с одной переменной, оптимальное решение которой определяется из соотношения

$$\overset{\circ}{A}{}^{\text{п}} = \min\left(A^{\text{с}},\ \Pi_1^{\text{п}},\ \Pi_2^{\text{п}} / (1+\tau_1\beta_1)\right). \qquad (2.6)$$

Графическое решение задачи (2.5) представлено на рис.2.1. Допустимой областью принимаемых решений на рисунке является заштрихованная область, а оптимальной точкой — точка M, находящаяся на пересечении вертикальной прямой $A^{\text{п}} = \Pi_2^{\text{п}} / (1+\tau_1\beta_1)$ с наклонной прямой ПМ (τ).

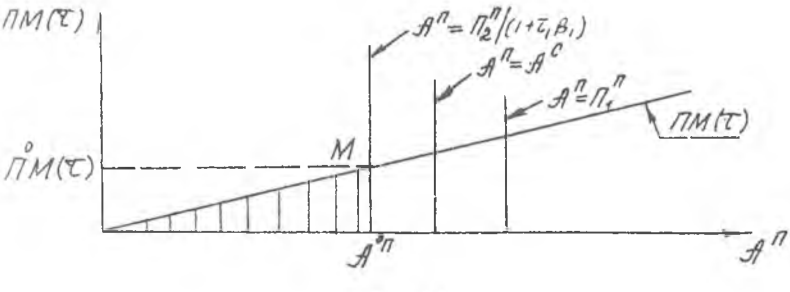


Рис. 2.1

2.2. Модели выбора оптимальных решений при вовлечении "коротких" депозитов в "длинные" кредиты с учетом вероятностей прогнозов предложений ресурсов в будущие периоды и образования резервного фонда

Оптимальный объем кредита выбирается менеджером банка как минимальная из трех величин: спроса на кредиты с большим сроком погашения и предложением ресурсов с коротким сроком хранения в настоящий момент, а также от прогнозируемого предложения ресурса в будущий период. В связи с этим естественным является предложение, что чем отдаленнее по времени наступление будущего периода τ_2, тем больше неопределенность с точки зрения прогноза в предложении ресурсов на депозитном рынке со стороны вкладчиков. Поэтому, в точно такой же пропорции появляется неопределенность при вложении ресурсов в кредит с большим сроком погашения. Эта неопределенность связана как с угрозой оказаться банку в дебиторской задолженности из-за отсутствия в нужное время и в нужном количестве дополнительных денежных ресурсов, так и с большим риском невозврата кредита.

Учитывая, таким образом, что вероятность получения дополнительных денежных ресурсов в отдаленный будущий период уменьшается, должен уменьшаться в такой же пропорции и объем вовлечения ресурса с коротким сроком хранения в кредит с большим сроком погашения.

С учетом сказанного введем в рассмотрение вероятности предложения ресурсов в будущий период. Тогда модель принятия решений (2.5) можно записать в виде

$$\text{ПМ}(\tau)=\left(\tau\alpha-\tau_1\beta_1-\tau_2\beta_2-\tau_1\,\tau_2\beta_1\beta_2\right)\text{А}^{\text{п}}\to\max$$

$$\text{А}^{\text{п}}\le\min\left(\text{А}^{\text{с}},\ \text{Р}_1\,\text{П}_1^{\text{п}},\ \text{Р}_2\,\text{П}_2^{\text{п}}\ /\left(1+\tau_1\beta_1\right)\right), \qquad (2.7)$$

где Р_1 — вероятность предложения ресурсов в начальный момент срока τ_1, а Р_2 — вероятность предложения ресурсов в начальный момент будущего срока τ_2. При этом величина Р_1 может быть принята равной единице ($\text{Р}_1 = 1$).

Решением задачи (2.7) является следующее уравнение:

$$\overset{\text{o}}{\text{А}}{}^{\text{п}}=\min\left(\text{А}^{\text{с}},\ \text{Р}_1\,\text{П}_1^{\text{п}},\ \text{Р}_2\,\text{П}_2^{\text{п}}\ /\left(1+\tau_1\beta_1\right)\right). \qquad (2.8)$$

Из полученного решения следует, что с уменьшением вероятности получения банком дополнительных ресурсов в будущий период может уменьшиться в определенных условиях и оптимальный объем кредита с большим сроком погашения. Эти условия зависят от соотношения между спросом на кредиты и предложением ресурсов в настоящий и будущий периоды, складывающиеся на денежном рынке. Так, если,например, $\text{А}^{\text{с}}<\text{Р}_1\,\text{П}_1^{\text{п}}$, $\text{А}^{\text{с}}<\text{Р}_2\,\text{П}_2^{\text{п}}$, то менеджер банка выбирает оптимальный объем кредита, равный величине спроса на него, если же $\text{Р}_2\,\text{П}_2^{\text{п}}<\text{Р}_1\,\text{П}_1^{\text{п}}$, $\text{Р}_2\,\text{П}_2^{\text{п}}<\text{А}^{\text{с}}$, то менеджер банка выбирает оптимальный объем кредита, равный величине предложения ресурса в будущий период.

При найденной из уравнения (2.8) или (2.6) величине оптимального объема кредита $\overset{o}{A}{}^{п}$ можно из уравнений (2.3) легко определить и оптимальные значения ресурсов $\overset{o}{П}{}_1^с$ и $\overset{o}{П}{}_2^с$, вовлекаемые в кредит, и соответствующее им максимальное значение процентной маржи

$$П\overset{o}{M}(\tau)=\left(\tau\alpha-\tau_1\beta_1-\tau_2\beta_2-\tau_1\tau_2\beta_1\beta_2\right)\overset{o}{A}{}^{п}. \qquad (2.9)$$

Если часть ресурсов отвлекается из оборота на формирование резервного фонда, то балансовые соотношения между платежными потоками соответствуют следующей системе уравнений:

$$A^{п}=(1-\gamma)\,П_1^с,\;\; П_1^с=П_2^с\;/\left(1+\frac{\tau_1\beta_1}{1-\gamma}\right). \qquad (2.10)$$

Совокупность уравнений (2.10), неравенств (2.2) и целевой функции (2.1) представляют собой модель принятия решений, которая имеет вид

$$ПM(\tau)=\left(\tau\alpha-\frac{1}{1-\gamma}\left(\tau_1\beta_1+\tau_2\beta_2\right)\right)A^{п}\to\max$$

$$A^{п}\le\min\left\{A^с,(1-\gamma)\,П_1^п,(1-\gamma)\,П_2^п\;/\left(1+\frac{\tau_1\beta_1}{1-\gamma}\right)\right\}. \qquad (2.11)$$

Решение этой модели сводится к выбору менеджером оптимального объема кредита из уравнения

$$\overset{o}{A}{}^{п}=\min\left\{A^с,\,(1-\gamma)\,П_1^п,\,(1-\gamma)\,П_2^п\;/\left(1+\frac{\tau_1\beta_1}{1-\gamma}\right)\right\}. \qquad (2.12)$$

При известных величинах вероятностей предложения ресурсов P_1 и P_2 на депозитном рынке в настоящий и будущий периоды выбор оптимальной суммы кредита осуществляется менеджером из следующего уравнения:

$$\overset{o}{A}{}^{п}=\min\left\{A^с,(1-\gamma)\,P_1\,П_1^п,\,(1-\gamma)\,P_2\,П_2^п\;/\left(1+\frac{\tau_1\beta_1}{1-\gamma}\right)\right\}. \qquad (2.13)$$

Оптимальные значения ресурсов в соответствии с (2.10) находятся из соотношений:

$$\overset{o}{\Pi}{}_1^c=\frac{1}{1-\gamma}\overset{o}{A}{}^{\text{п}},\ \ \overset{o}{\Pi}{}_2^c=\overset{o}{\Pi}{}_1^c\left(1+\frac{\tau_1\beta_1}{1-\gamma}\right), \tag{2.14}$$

а оптимальное значение целевой функции равно

$$\Pi\overset{o}{M}(\tau)=\left[\tau\alpha-\frac{1}{1-\gamma}(\tau_1\beta_1+\tau_2\beta_2)-(\tau_2\beta_2-\gamma)\tau_1\beta_1\right]\overset{o}{A}{}^{\text{п}}. \tag{2.15}$$

Эта формула позволяет определить процентную маржу, получаемую банком при вовлечении депозитов с коротким сроком хранения в кредит с большим сроком погашения. При этом операция реинвестирования денежных ресурсов в оборот повторилась один раз. В общем случае операция реинвестирования денежных ресурсов в оборот может быть многократной. Если предположить, что операция по инвестированию средств повторяется l раз, то модель принятия решений будет иметь вид

$$\Pi M(\tau)=\left[(1+\tau\alpha)-(1+\tau_1\beta_1)(1+\tau_2\beta_2)\ldots(1+\tau_l\beta_l)\right]A^{\text{п}}\to\max$$

$$A^{\text{п}}\le\min\left[A^c,\Pi_1^{\text{п}},\Pi_2^{\text{п}}/(1+\tau_1\beta_1),\ldots,\Pi_l^{\text{п}}/(1+\tau_{l-1}\beta_{l-1})\right]. \tag{2.16}$$

Здесь $\tau=\sum\limits_l\tau_l$ — продолжительность ссуды, $\Pi_1^{\text{п}}$ — предложение ресурсов в настоящий период (начальный момент срока τ_1), $\Pi_2^{\text{п}},\ldots,\Pi_l^{\text{п}}$ — прогноз предложения ресурсов в будущие периоды $\tau_2\ldots\tau_l$.

Оптимальное решение этой модели определяется из уравнения

$$\overset{o}{A}{}^{\text{п}}=\min\left[A^c,\Pi_1^{\text{п}},\Pi_2^{\text{п}}/(1+\tau_1\beta_1),\ldots,\Pi_l^{\text{п}}/(1+\tau_{l-1}\beta_{l-1})\right]. \tag{2.17}$$

Выбор конкретного решения зависит, как следует из (2.17), не только от спроса кредитов и депозитов в настоящий момент времени, но и от прогноза предложений ресурсов в будущие периоды. Минимальная из всех этих величин и определяет оптимальное значение суммы кредита.

При найденном оптимальном значении суммы кредита легко определить и все другие параметры платежных потоков между банком, вкладчиками и заемщиком.

Если часть ресурсов расходуется на формирование резерва и известны вероятности предложения их в будущие периоды, то выбор оптимальной величины кредита осуществляется менеджером по уравнению

$$\overset{0}{A}{}^{\text{п}} = \min\left\{ A_1^{\text{c}}(1-\gamma)\left[P_1 \Pi_1^{\text{п}}, P_2 \Pi_2^{\text{п}} \Big/ \left(1+\frac{\tau_1\beta_1}{1-\gamma}\right), \ldots \right.\right. \tag{2.18}$$

$$\left.\left. \ldots, P_l \Pi_l^{\text{п}} \Big/ \left(1+\frac{\tau_{l-1}\beta_{l-1}}{1-\gamma}\right)\right]\right\},$$

где $P, \ldots, P_l$ — вероятности прогноза предложения ресурсов в начальные моменты периодов $\tau_1, \tau_2, \ldots, \tau_l$.

2.3. Числовые примеры выбора оптимальных решений при вовлечении "коротких" ресурсов в "длинные"кредиты

Рассмотрим следующую ситуацию на депозитно-кредитном рынке: спрос на кредиты со стороны заемщиков на определенный момент времени сроком τ =0,1 года с процентной ставкой α = 120% годовых составляет A^{c} = 100 д.ед.; предложение ресурсов на этот же период времени сроком τ_1 = 0,05 года с процентной ставкой β_1 =80% годовых составляет $\Pi_1^{\text{п}}$ =110 д.ед., прогноз предложений ресурсов в конце срока τ_1 = 0,05 года = 18 дней с процентной ставкой β_2 = 80% годовых, сроком τ_2 = 0,05 года составляет $\Pi_2^{\text{п}}$ = 115 д.ед.

Менеджер принимает решение купить первый депозит и вовлечь его в кредит. Для этого он должен определить объемы привлечения и размещения в кредит ресурсов с учетом прогноза предложения ресурса в конце срока хранения первого депозита.

В соответствии с формулой (2.6) и исходных данных о сложившейся конъюнктуре относительно рассматриваемых видов депозитов и кредитов, оптимальный объем размещаемого в кредит ресурса равен

$$\overset{0}{A}{}^{\text{п}} = \min(100, 110, 115/(1+0,04)) = 100 \text{ д. ед.}$$

Этому объему соответствуют следующие объемы привлекаемых ресурсов в начальный и конечный момент срока τ_1: $\overset{o}{\Pi}{}_1^{c} = 100$ д. ед., $\overset{o}{\Pi}{}_2^{c} = 104$ д. ед. Ограничивающим фактором при выборе объема размещаемого в кредит ресурса $\overset{o}{A}{}^{п}$ является в рассматриваемой ситуации спрос на кредиты $A^{c} = 100$ д. ед.

Максимальное значение процентной маржи, получаемой банком в конце срока $\tau = 0{,}1$ года от реализации в совокупности этих операций, в соответствии с формулой (2.5) равно

$$ПМ(\tau) = \left(0{,}1 \cdot 1{,}2 - 0{,}05 \cdot 0{,}8 - 0{,}05^2 \cdot 0{,}8^2\right)100 = 3{,}84 \text{ д. ед.},$$

что составляет 3,84% от объема размещаемого в кредит ресурса.

Предположим теперь, что вероятность прогноза предложения ресурса в будущий период составляет $P_2 = 0{,}85$. Тогда, в соответствии с уравнением (2.8), оптимальный объем размещаемого в кредит ресурса равен

$$\overset{o}{A}{}^{п} = \min\left(100, 110, \frac{0{,}8 \cdot 115}{1 + 0{,}04}\right) = \min(100, 110, 94) = 94 \text{ д. ед.}$$

Объемы привлекаемых ресурсов в начальный и конечный момент срока τ_1 равны: $\overset{o}{\Pi}{}_1^{п} = 94$ д. ед., $\overset{o}{\Pi}{}_2^{п} = 97{,}76$ д. ед.

В этой ситуации ограничивающим фактором при выборе объема размещаемого в кредит ресурса $\overset{o}{A}{}^{п}$ является прогнозируемый на будущий период объем предложения ресурса.

Максимальная величина процентной маржи составит

$$ПМ(\tau) = \left(0{,}1 \cdot 1{,}2 - 20{,}05 \cdot 0{,}8 - 0{,}05^2 \cdot 0{,}8^2\right)94 = 3{,}61 \text{ д. ед.},$$

что составляет также 3,84% от объема размещаемого в кредит ресурса, но уровень ее в денежном измерении снизился на 0,23 д.ед. Таким образом, согласование платежных потоков в конечный момент срока τ_1 приводит к снижению процентной маржи на 0,23% относительно объема размещаемого в кредит ресурса, однако банк в полной мере выполняет свои обязательства перед вкладчиками и не оказывается в дебиторской задолженности при реализации совокупности депозитно-кредитных операций.

Если предположить, что часть привлекаемых ресурсов отвлекается на формирование резервного фонда, то в соответствии с формулой (2.12) оптимальное значение объема размещаемого в кредит ресурса определяется из уравнения

$$\overset{o}{A}{}^{п} = \min\left\{100; (1-0,15)110; (1-0,15)115 \Big/ \left(1+\frac{0,04}{1-0,15}\right)\right\} =$$

$$= \min\{100; 93,5; 93,36\} = 93,36 \text{ д.ед.}$$

Из полученного результата следует, что выбор объема кредита ограничивается объемом депозита в начальный момент срока τ_2.

В соответствии с уравнением (2.10) оптимальные объемы привлекаемых ресурсов равны

$$\overset{o}{П}{}_1^c = \frac{\overset{o}{A}{}^{п}}{1-\gamma} = \frac{93,36}{1-0,15} = 110 \text{ д.ед.}, \quad \overset{o}{П}{}_2^c = 115 \text{ д.ед.}$$

Максимальное значение процентной маржи составит

$$П\overset{o}{М}(\tau) = [0,1\cdot 1,2 - \frac{1}{1-0,15}(0,05\cdot 0,8 + 0,05\cdot 0,8) -$$

$$-(0,05\cdot 0,8 - 0,15)0,05\cdot 0,8]93,36 = 2,84 \text{ д.ед.},$$

что составит 3,26% от объема кредита, равного 93,36 д. ед.

Таким образом, при отвлечении ресурсов по нормативу γ = 15% на образование резервного фонда процентная маржа уменьшилась на величину Δ ПМ = 3,84 - 2,84 = 1 д.ед., что составляет 26,04% от величины 3,84 д. ед.

Предположим, что вероятность прогноза предложения ресурса в будущий период составляет P_2 = 0,85. Тогда в соответствии с уравнением (2.13) оптимальный объем суммы кредита равен

$$\overset{o}{A}{}^{п} = \min\left\{100; (1-0,15)110; (1-0,15)\cdot 0,85\cdot 115 \Big/ \left(1+\frac{0,04}{1-0,15}\right)\right\} =$$

$$= \min\{100; 93,5; 79,35\} = 79,35 \text{ д.ед.}$$

Объем кредита, как следует из полученного результата, определяется величиной прогноза предложения ресурса в будущий период.

Оптимальному объему кредита соответствуют следующие оптимальные объемы привлекаемых ресурсов:

$$\overset{o}{П}{}_1^c = \overset{o}{A}{}^п / (1-\gamma) = 79{,}35 / (1-0{,}15) = 93{,}35 \text{ д. ед.},$$

$$\overset{o}{П}{}_2^c = П_1^c \left(1 + \frac{\tau_1 \beta_1}{1-\gamma}\right) = 93{,}35 \cdot 1{,}047 = 97{,}75 \text{ д. ед.}$$

Оптимальным значениям объемов привлекаемых и размещаемых в кредит ресурсов соответствует следующая максимальная величина процентной маржи:

$$ПМ(\tau) = \Big[0{,}1 \cdot 1{,}2 - \frac{1}{1-0{,}15}(0{,}05 \cdot 0{,}8 + 0{,}05 \cdot 0{,}8) -$$
$$-(0{,}05 \cdot 0{,}8 - 0{,}15)0{,}05 \cdot 0{,}8\Big]79{,}35 = 2{,}41 \text{ д. ед.},$$

что составляет 3,04% от объема кредита, равного 79,35 д.ед.

Таким образом, приведенный пример показывает, что менеджер банка, используя уравнения (2.6; 2.8; 2.12; 2.13), легко может обосновать принимаемые решения при вовлечении краткосрочных депозитов в долгосрочные кредиты.

Описанный подход по формированию модели механизма принятия оптимальных решений при вовлечении краткосрочных депозитов в долгосрочные кредиты позволяет использовать его и для обоснования принимаемых менеджером решений в ситуациях, симметричных рассмотренным, и характеризуемых вовлечением долгосрочных депозитов в краткосрочные кредиты при выполнении условия их эффективности для банка.

Рассмотрим далее более сложную ситуацию, когда депозит вовлекается одновременно в два кредита, один из которых имеет больший срок погашения относительно срока хранения депозита.

2.4. Диаграмма и схема платежных потоков при вовлечении одного вида депозитов в два вида кредитов

В банковской практике являются типичными ситуации, когда один и тот же вид денежного ресурса может быть использован в различных направлениях, каждое из которых имеет свою процентную ставку. В связи с этим усложним задачу принятия решений менеджером банка в процессе купли-продажи депозитов и кредитов на денежном рынке. Для этого рассмотрим ситуацию, в которой депозит с коротким сроком хранения вовлекается в два кредита, один из которых имеет короткий срок погашения, а другой — длинный. Эта ситуация изображена в виде временной диаграммы на рис. 2.2.

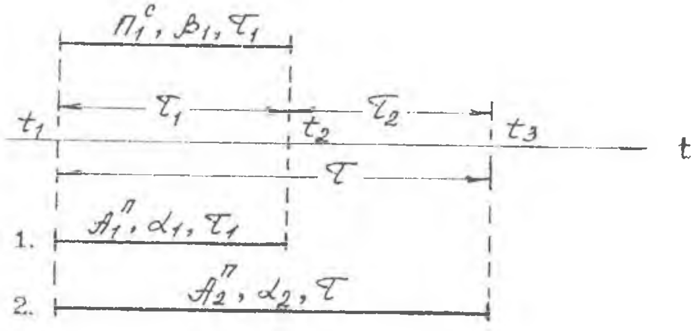


Рис. 2.2

На оси времени отложены отрезки: $\tau_1 = \dfrac{t_2 - t_1}{360}$ — равный сроку хранения депозита, $\tau_2 = \dfrac{t_3 - t_2}{360}$ — равный превышению срока погашения второго кредита относительно срока хранения депозита и $\tau = \dfrac{t_3 - t_1}{360}$ — равный сроку погашения 2-го кредита.

Срок хранения депозита τ_1 на рис. 2.2 принят равным сроку погашения первого кредита.

Пусть начальные даты сроков хранения депозита и погашения кредитов совпадают.

На рис. 2.2 введены следующие обозначения:

$П_1^с, \beta_1$ — соответственно объем покупаемого банком на депозитном рынке ресурса с процентной ставкой β_1;

$A_1^п, \alpha_1$ — объем предлагаемого (продаваемого) банком кредита заемщикам с процентной ставкой α_1;

$A_2^п, \alpha_2$ — объем предлагаемого банком кредита заемщикам с процентной ставкой α_2.

Таким образом, в соответствии с диаграммой на рис. 2.2 депозит, покупаемый банком в объеме Π_1^c с процентной ставкой β_1 и сроком хранения τ_1, вовлекается одновременно в два кредита: первый — объемом $A_1^п$ с процентной ставкой α_1 и сроком погашения τ_1, второй — объемом $A_2^п$ с процентной ставкой α_2 и сроком погашения $\tau > \tau_1$.

Предположим, что выплаты банком и заемщиками осуществляются по процентам в платежные периоды, а основной долг — в конце соответствующих сроков.

В рассматриваемой ситуации часть депозита с коротким сроком хранения вовлекается в кредит с большим относительно срока хранения периодом продолжительности. В такой ситуации, как показано в 2.1, менеджер банка, чтобы не оказаться в дебиторской задолженности, должен иметь возможности привлечь в необходимые моменты дополнительные ресурсы, в общем случае имеющие различные процентные ставки и сроки хранения.

На рис. 2.3 изображена временная диаграмма, на которой показана последовательность вовлечения ресурсов в оборот. Диаграмма представлена в предположении, что на интервале времени τ_2 вовлекается менеджером банка в оборот один депозит объемом Π_2^c со сроком хранения τ_2 и процентной ставкой β_2.

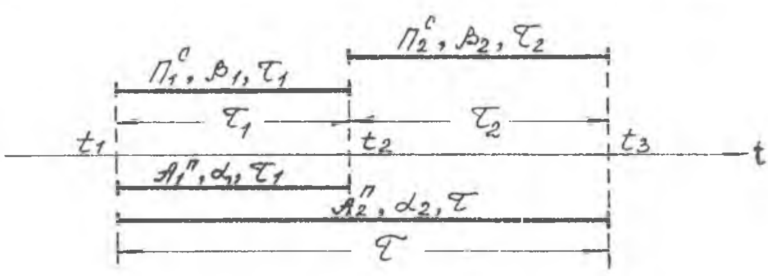


Рис. 2.3

Схема денежных потоков, соответствующая диаграмме на рис. 2.3 и характеризующая взаимодействие банка с вкладчиками и заемщиками, представлена на рис. 2.4, где введены следующие обозначения: $П_1^п$ — предложение ресурсов со стороны 1-го заемщика; $П_1^с$ — спрос на ресурсы со стороны банка; $ПД_1$ — проценты по депозиту, выплачиваемые 1-му вкладчику; $П_2^п$ — предложение ресурсов со стороны 2-го вкладчика; $П_2^с$ — спрос на ресурсы со стороны банка; $ПД_2$ — проценты по депозиту, выплачиваемые 2-му вкладчику; $А_1^п$ — предложение по кредиту со стороны банка первому заемщику; $А_1^с$ — спрос на кредиты со стороны 1-го заемщика; $А_2^п$ — предложение по кредитам со стороны банка 2-му заемщику; $А_2^с$ — спрос на кредиты со стороны 2-го заемщика; $ПК_1$, $ПК_2$ — сумма процентов по кредиту, выплачиваемая банку 1-м и 2-м заемщиками за весь срок погашения; ПК — сумма выплаченных процентов по кредиту 1-м и 2-м заемщиками; $ПМ(\tau)$ — сумма процентной маржи, полученная банком от реализации депозитов и кредитов.

На рис. 2.4 выделены отдельно денежные потоки выплат процентов по кредитам $ПК_1$, $ПК_2$ каждым заемщиком, процентов по депозитам $ПД_1(t)$, $ПД_2(t)$ каждому вкладчику и выплаты по основному долгу заемщиками $А_1^п$, $А_2^п$ банком вкладчикам $П_1^с$, $П_2^с$. Каждая из величин выплат процентов представляет собой итоговую сумму за весь срок погашения кредитов или за весь срок хранения депозитов. Однако практически реализация выплат может быть осуществлена банком последовательно по платежным периодам.

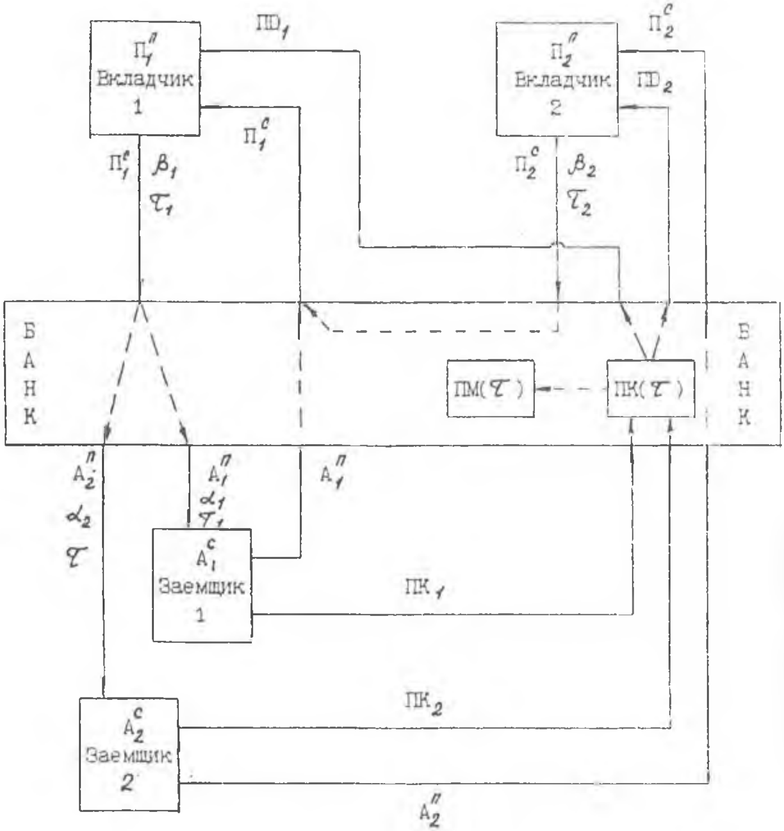


Рис. 2.4

2.5. Модель механизма распределения одного вида депозитов в два вида кредитов

Сформулируем постановку задачи в рассматриваемой ситуации, схема денежных потоков которой изображена на рис. 2.4. Задача менеджера банка состоит в определении им такого количества покупаемых ресурсов $П_1^с$, $П_2^с$ и таких объемов продаваемых кредитов $A_1^п$, $A_2^п$, которые при заданных процентных ставках, сроках хранения депозитов и погашения кредитов, величинах спроса и предложений денежных ресурсов на депозитном и кредитном рынках обеспечивают максимальное значение процентной маржи при условии согласованности потоков платежей во времени.

Так же, как и в предшествующей ситуации, характеризуемой вовлечением одного вида ресурса в один кредит и рассмотренной в 2.1, задача сформулирована при заданных на определенный момент и прогнозируемых на будущий период процентных ставках и сроках хранения депозитов и погашения кредитов, а критерием эффективности принята величина процентной маржи, получаемая банком в результате совокупной реализации депозитно-кредитных операций.

Отличительная особенность этой задачи состоит в том, что менеджер банка, основываясь на критерии эффективности, должен решить задачу распределения денежного ресурса по двум направлениям его использования (по двум кредитам) таким образом, чтобы получить максимальное значение критерия с одной стороны, а с другой — выполнить все имеющиеся ограничения.

Для решения сформулированной задачи составим ее математическую модель, состоящую из модели критерия эффективности реализации депозитно-кредитных операций и модели ограничений, представляющую в совокупности модель задачи принятия решений менеджером банка. Совместное представление модели целевой функции и модели ограничений позволяет исследовать влияние механизма денежного рынка, влияние изменения его конъюнктуры на стратегию выбора решений менеджером банка относительно формирования депозитно-кредитной политики банка.

С учетом введенных на рис. 2.4 обозначений представим уравнение для определения процентной маржи в следующем виде:

$$\begin{aligned} ПМ(\tau) &= ПК_1 + ПК_2 - ПД_1 - ПД_2 = \\ &= \tau_1 A_1^п \alpha_1 + \tau A_2^п \alpha_2 - \tau_1 П_1^c \beta_1 - \tau_2 П_2^c \beta_2, \end{aligned} \tag{2.19}$$

где τ, τ_1, τ_2 — сроки погашения или хранения депозитов, кредитов, выраженные относительно продолжительности года; $A_1^п$ — предложение кредита со стороны банка с коротким сроком погашения τ_1 первому заемщику на начальную дату открытия кредита;

$A_2^п$ — предложение кредита со стороны банка с продолжительным сроком погашения τ второму заемщику на начальную дату открытия кредита; α_1 — процентная ставка кредита с коротким сроком погашения, являющаяся заданной и неизменной за срок τ_1; α_2 — процентная ставка кредита с продолжительным сроком погашения, являющаяся заданной и неизменной за срок τ; $П_1^с$ — спрос на депозиты со стороны банка с коротким сроком хранения, равным τ_1; β_1 — уровень процентной ставки депозита с коротким сроком хранения; $П_2^с$ — прогноз спроса на депозиты на начальную дату открытия депозитного счета сроком хранения τ_2; β_2 — прогноз уровня процентной ставки на начальную дату открытия депозитного счета сроком хранения τ_2.

Уравнение (2.19) представляет собой итоговую сумму процентной маржи, получаемую от реализации депозитно-кредитных операций за время τ, равное продолжительности кредита с большим сроком погашения.

В уравнении целевой функции (2.19) менеджер банка выбирает объемы привлекаемых ресурсов $П_1^с$, $П_2^с$, объемы кредитов $A_1^п$, $A_2^п$ при заданных сроках τ_1, τ_2, τ и процентных ставках $\alpha_1, \alpha_2, \beta_1, \beta_2$, сложившихся на депозитном и кредитном рынках. При этом рассматриваемая ситуация характеризуется тем, что $\tau > \tau_1$ и в связи с этим $\alpha_2 > \alpha_1$, т.е. процентная ставка α_2 кредита с большим сроком погашения имеет более высокий уровень относительно процентной ставки α_1 кредита с меньшим сроком погашения. Поэтому оборот депозита с коротким сроком хранения через кредит с большим сроком погашения эффективнее с позиции рассматриваемого критерия, чем оборот этого депозита через кредит с коротким сроком погашения.

Таким образом, менеджер банка, руководствуясь критерием эффективности, должен был бы весь объем купленного ресурса направить в кредит с большим сроком погашения как наиболее эффективный. Однако в полной мере реализовать такую стратегию не всегда возможно, так как, во-первых, спрос на кредиты такого вида может быть меньше предлагаемого банком, а, во-вторых, возможности по обеспечению дополнительными ресурсами, необходимость вовлечения в оборот которых возникает в конце срока хранения τ_1 первого депозита, у менеджера банка ограничены.

Сформируем модель ограничений, описывающую область допустимого выбора решений, принимаемых менеджером в рассматриваемой ситуации, диаграмма вовлечения ресурсов которой и схемы денежных потоков представлены на рис. 2.3 и 2.4 соответственно. Для этого предположим, что имеются ограничения на спрос кредитов с коротким сроком погашения $A_1^с$ и кредитов с большим сроком погашения $A_2^с$ со стороны заемщиков при сложившихся на кредитном рынке процентных ставках α_1 и α_2, а также ограничения на предложение депозита $П_1^п$ в начальный момент срока хранения τ_1 и предложение депозита $П_2^п$ в начальный момент срока τ_2 со стороны вкладчиков при сложившихся на депозитном рынке процентных ставках β_1 и β_2.

Отметим, что величина $П_2^п$ представляет собой прогнозируемую менеджером банка величину предложения на начальный момент срока хранения τ_2 второго депозита, счет которого открывается в конце срока хранения τ_1 первого депозита.

С учетом сказанного выбор принимаемых менеджером банка решений относительно величин $A_1^п, A_2^п$ и $П_1^с, П_2^с$ ограничен следующей областью:

$$A_1^п \le A_1^с,\ A_2^п \le A_2^с,$$

$$П_1^с \le П_1^п,\ П_2^с \le П_2^п, \tag{2.20}$$

где A_1 — сумма кредита с коротким сроком погашения τ_1 и процентной ставкой α_1; A_2 — сумма кредита с большим сроком погашения τ и процентной ставкой α_2; $П_1$ — объем депозита с процентной ставкой β_1 и сроком хранения τ_1; $П_2$ — объем депозита с процентной ставкой β_2 и сроком хранения τ_2.

В (2.20) верхний индекс "п" обозначает предложение, а индекс "с" — спрос. Система ограничений (2.20) представляет собой ограничения на спрос и предложения различных видов кредитов и депозитов. Выполнение этих неравенств является вполне очевидным, так как купить ресурсов более, чем предлагается на депозитном рынке, и продать их более, чем имеется спрос на кредиты, не представляется возможным.

Таким образом, объемы покупаемых ресурсов $П^с$ либо меньше предложения их, либо совпадают с последними, и объемы вовлечения ресурсов в кредиты $А^п$ либо меньше спроса, либо совпадают с ним.

Из представленной на рис.2.3 диаграммы вовлечения ресурсов в кредиты следует, что менеджер банка в начальный момент срока τ_1 (или τ) вовлекает купленный ресурс в объеме $П_1^с$ одновременно в два вида кредитов, первый из которых объемом $А_1^п$, а второй — $А_2^п$. Предполагая, что ресурс в полном объеме вовлекается в кредиты, получаем следующее естественное ограничение:

$$П_1^с = А_1^п + А_2^п \ . \qquad (2.21)$$

В соответствии с этим ограничением менеджер банка может вовлекать купленный ресурс в кредиты в любом соотношении, но баланс при этом должен выполняться.

С учетом (2.21) объем дополнительного ресурса, вовлекаемого в конце срока τ_1, определяется из уравнения

$$П_2^с = \left(1+\tau_1\,\beta_1\right)П_1^с - \left(1+\tau_1\,\alpha_1\right)А_1^п > 0, \qquad (2.22)$$

т.е. спрос со стороны банка на дополнительный ресурс определяется частью от величины ресурса $П_1^с$, вовлеченного в кредит с большим сроком погашения. Чем больше вовлекается ресурса с коротким сроком хранения в кредит с большим сроком погашения, тем больше потребуется привлекать дополнительного ресурса через определенный период времени, равный сроку хранения первого депозита. Таким образом, уравнение (2.22) позволяет согласовать платежные потоки во времени и избежать банку риск оказаться в дебиторской задолженности.

Система неравенств (2.20), а также уравнения (2.21) и (2.22) в совокупности описывают модель ограничений в задаче выбора решений, принимаемых менеджером на денежном рынке. Эта модель ограничений имеет вид:

$$A_1^п \le A_1^с, \; A_2^п \le A_2^с,$$

$$П_1^с \le П_1^п, \; П_2^с \le П_2^п,$$

$$П_1^с = A_1^п + A_2^п,$$

$$П_2^с = (1+\tau_1 \beta_1) П_1^с - (1+\tau_1 \alpha_1) A_1^п. \qquad (2.23)$$

Система уравнений (2.23) описывает допустимую область решений, принимаемых менеджером банка, любая точка из которой характеризуется определенным соотношением при распределении объема купленного денежного ресурса по двум видам кредитов с учетом согласованности во времени платежных потоков.

Совместное задание целевой функции (2.19) и системы ограничений (2.23) представляет собой математическую модель задачи принятия решений, имеющую следующий вид:

$$ПМ(\tau) = \tau_1 A_1^п \alpha_1 + \tau A_2^п \alpha_2 - \tau_1 П_1^с \beta_1 - \tau_2 П_2^с \beta_2 \to \max,$$

$$A_1^п \le A_1^с, \; A_2^п \le A_2^с,$$

$$П_1^с \le П_1^п, \; П_2^с \le П_2^п,$$

$$П_1^с = A_1^п + A_2^п, \; П_2^с = (1+\tau_1 \beta_1) П_1^с - (1+\tau_1 \alpha_1) A_1^п. \qquad (2.24)$$

Модель (2.24) позволяет решать сформулированную задачу оптимального распределения купленного ресурса с коротким сроком хранения в два кредита с учетом согласованности платежных потоков во времени и обеспечить при этом максимально возможное значение процентной маржи. В результате решения этой модели определяются оптимальные значения $\overset{o}{A}{}_1^п$, $\overset{o}{A}{}_2^п$, $\overset{o}{П}{}_1^с$, $\overset{o}{П}{}_2^с$ и соответствующее им максимальное значение процентной маржи $П\overset{o}{М}(\tau)$.

Преобразуем математическую модель задачи принятия решений (2.24) к более простому виду для того, чтобы можно было ее решить не только аналитически, но и графически.

В связи с равенствами (2.21), (2.22) можно ограничение на сумму кредита, предлагаемого банком, представить следующим образом:

$$\tau_1(\beta_1-\alpha_1)\,A_1^{п}+(1+\tau_1\beta_1)\,A_2^{п}\le \Pi_2^{п}. \quad (2.25)$$

Учитывая равенство (2.21) представим ограничение на величину спроса депозита с коротким сроком хранения $\Pi_1^{с}$ в виде

$$A_1^{п}+A_2^{п}\le \Pi_1^{п}. \quad (2.26)$$

Подставляя далее уравнения (2.21) и (2.22) в уравнение для целевой функции и учитывая ограничения (2.25), (2.26) и (2.20), получим следующую математическую модель задачи принятия решений менеджером, эквивалентную по конечным результатам решению задачи (2.24):

$$\Pi M(\tau)=\left[\tau_1(\alpha_1-\beta_1)(1+\tau_2\beta_2)\right]A_1^{п}+$$

$$+(\tau\alpha_2-\tau_1\beta_1-\tau_2\beta_2-\tau_1\tau_2\beta_1\beta_2)\,A_2^{п}\to \max \quad (2.27)$$

$$A_1^{п}+A_2^{п}\le\Pi_1^{п},\quad A_1^{п}\le A_1^{с},$$

$$A_2^{п}\le A_2^{с},\quad \tau_1(\beta_1-\alpha_1)\,A_1^{п}+(1+\tau_1\beta_1)\,A_2^{п}\le\Pi_2^{п}.$$

Таким образом, математическая модель (2.24) с четырьмя переменными величинами $A_1^{п}$, $A_2^{п}$, $\Pi_1^{с}$, $\Pi_2^{с}$ сведена к модели с двумя неизвестными $A_1^{п}$, $A_2^{п}$. В соответствии с моделью (2.27) менеджер определяет объемы кредитов $A_1^{п}$, $A_2^{п}$, которые обеспечивают максимальное значение процентной маржи при условии выполнения всех ограничений. В результате решения этой задачи по представленной модели (2.27) определяются оптимальные значения объемов кредитов $\overset{o}{A}{}_1^{п}$, $\overset{o}{A}{}_2^{п}$, объемов депозитов из уравнений

$$\overset{o}{\Pi}{}_1^{с}=\overset{o}{A}{}_1^{п}+\overset{o}{A}{}_2^{п},\quad \overset{o}{\Pi}{}_2^{с}=(1+\tau_1\beta_1)\,\overset{o}{\Pi}{}_1^{с}-(1+\tau_1\alpha_1)\,\overset{o}{A}{}_1^{п} \quad (2.28)$$

и соответствующее им максимальное значение процентной маржи

$$\Pi\overset{o}{M}(\tau)=\tau_1(\alpha_1-\beta_1)(1+\tau_2\beta_2)\,\overset{o}{A}{}_1^{п}+$$
$$+(\tau\alpha_2-\tau_1\beta_1-\tau_2\beta_2-\tau_1\tau_2\beta_1\beta_2)\,\overset{o}{A}{}_2^{п}. \quad (2.29)$$

Отметим, что в модели (2.27) с позиции критерия процентной маржи кредит $A_2^{п}$ является более рентабельным, чем кредит $A_1^{п}$, так как уровень процентной ставки кредита с большим сроком погашения α_2 выше уровня процентной ставки кредита с коротким сроком погашения α_1.

2.6. Выбор оптимальных решений в зависимости от конъюнктуры на депозитно-кредитном рынке при вовлечении одного вида ресурсов в два вида кредитов

Менеджер банка на основе модели (2.27) принимает решение относительно объемов вовлечения в оборот ресурсов в результате совместного анализа величин спроса кредитов и предложения ресурсов на денежном рынке. При этом в зависимости от складывающейся конъюнктуры на денежном рынке могут иметь место три случая: предложение ресурсов на депозитном рынке равно спросу на кредиты на рынке кредитов; предложение ресурсов превышает спрос на кредиты; предложение ресурсов меньше спроса на кредиты.

Первый случай характеризуется тем, что имеет место баланс между предложением ресурсов и спросом на кредиты, который можно записать в виде следующих равенств:

$$П_1^{п} = A_1^{c} + A_2^{c}, \quad П_2^{п} = A_2^{c}. \qquad (2.30)$$

Второй случай характеризуется неравенствами

$$П_1^{п} > A_1^{c} + A_2^{c}, \quad П_2^{п} > A_2^{c}, \qquad (2.31)$$

а третий — неравенствами

$$П_1^{п} < A_1^{c} + A_2^{c}, \quad П_2^{п} < A_2^{c}. \qquad (2.32)$$

Поведение менеджера на денежном рынке в процессе принимаемых им решений относительно вовлекаемых в оборот ресурсов зависит от сложившейся конъюнктуры. В связи с этим рассмотрим стратегии выбора им решений в каждом из трех случаев.

В случае сбалансированности между предложением ресурсов и спросом на кредиты менеджер банка принимает следующее очевидное решение: купить на депозитном рынке денежные ресурсы в количестве, равном предложению депозитов с коротким сроком хранения, и часть их вовлечь в кредит с коротким сроком погашения, а другую часть купленного ресурса вовлечь в кредит с большим сроком погашения. При этом объемы кредитов с коротким и большим сроком погашения равны спросам на них на рынке кредитов.

Таким образом, оптимальное решение задачи (2.27) при условии выполнения балансовых соотношений (2.30), характеризующее стратегию поведения менеджера на денежном рынке в этих условиях, равно

$$\mathring{\mathrm{A}}_1^{\text{п}} = \mathrm{A}_1^{\text{c}}, \quad \mathring{\mathrm{A}}_2^{\text{п}} = \mathrm{A}_2^{\text{c}},$$

$$\mathring{\Pi}_1^{\text{c}} = \Pi_1^{\text{п}}, \quad \mathring{\Pi}_2^{\text{c}} = (1+\tau_1\beta_1)\mathring{\Pi}_1^{\text{c}} - (1+\tau_1\alpha_1)\mathring{\mathrm{A}}_1^{\text{п}}. \tag{2.33}$$

Этому оптимальному решению соответствует следующее максимальное значение процентной маржи, получаемое банком при заданных сроках и процентных ставках:

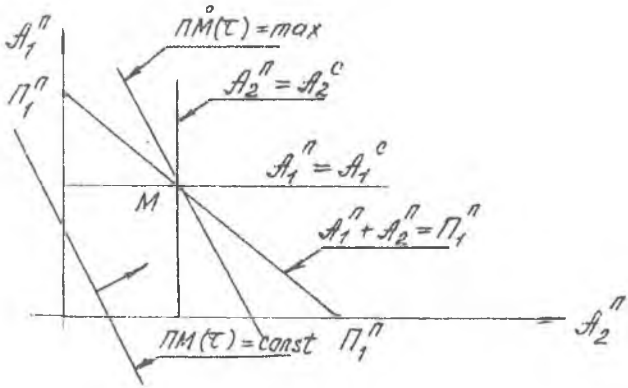
$$\begin{gathered}\Pi\mathring{\mathrm{M}}(\tau) = \tau_1(\alpha_1-\beta_1)(1+\tau_2\beta_2)\mathrm{A}_1^{\text{c}} + \\ +(\tau\alpha_2 - \tau_1\beta_1 - \tau_2\beta_2 - \tau_1\tau_2\beta_1\beta_2)\mathrm{A}_2^{\text{c}}.\end{gathered} \tag{2.34}$$

Графическое решение задачи представлено на рис.2.5. Для ее решения построена допустимая область принимаемых менеджером решений, описываемая системой уравнений:

$$\mathrm{A}_1^{\text{п}} + \mathrm{A}_2^{\text{п}} = \Pi_1^{\text{п}}, \quad \mathrm{A}_1^{\text{п}} = \mathrm{A}_1^{\text{c}}, \quad \mathrm{A}_2^{\text{п}} = \mathrm{A}_2^{\text{c}} = \Pi_2^{\text{п}},$$

которая получается заменой всех неравенств ограничений в модели (2.27) знаком равенства. С учетом условия (2.31) построены графики этих уравнений. Точка М, находящаяся на пересечении прямых $\mathrm{A}_1^{\text{п}} = \mathrm{A}_1^{\text{c}}$, $\mathrm{A}_2^{\text{п}} = \mathrm{A}_2^{\text{c}}$ и наклонной $\mathrm{A}_1^{\text{п}} + \mathrm{A}_2^{\text{п}} = \Pi_1^{\text{п}}$, является оптимальной точкой, в которой условия баланса (2.30) выполняются. Прямая безразличия, проведенная через эту точку, соответствует максимально возможному значению процентной маржи в условиях сложившейся конъюнктуры на денежном рынке.

Стратегия менеджера банка на депозитном рынке в случае баланса, как следует из решения (2.33), приводит к ситуации, в которой удовлетворяются и предложения ресурсов со стороны вкладчиков, и спрос на кредиты со стороны заемщиков.



Р и с. 2.5

В случае превышения предложения ресурсов относительно спроса на кредиты, когда на денежном рынке выполняется условие (2.31), менеджер банка строит свою стратегию поведения следующим образом: покупает на депозитном рынке денежные ресурсы с коротким сроком хранения в количестве, равном итоговой сумме спроса на кредит с коротким и большим сроком погашения, т.е.

$$\overset{o}{П}{}_1^c = A_1^c + A_2^c, \tag{2.35}$$

и распределяет ее по двум кредитам в соответствии со спросом на них на рынке кредитов. Таким образом, оптимальному решению модели (2.27) при условии выполнения на денежном рынке неравенства (2.33), характеризующему поведение менеджера в этих условиях, соответствуют следующие значения параметров денежных потоков:

$$\overset{o}{A}{}_1^п = A_1^c, \ \overset{o}{A}{}_2^п = A_2^c,$$

$$\overset{o}{П}{}_1^c = A_1^c + A_2^c, \ \overset{o}{П}{}_2^c = (1 + \tau_1 \beta_1) \overset{o}{П}{}_1^c - (1 + \tau_1 \alpha_1) \overset{o}{A}{}_1^п. \tag{2.36}$$

Этому оптимальному решению соответствует следующее максимальное значение процентной маржи:

$$\begin{aligned} \overset{o}{ПМ}(\tau) = \tau_1 (\alpha_1 - \beta_1)(1 + \tau_2 \beta_2) A_1^c + \\ + (\tau \alpha_2 - \tau_1 \beta_1 - \tau_2 \beta_2 - \tau_1 \tau_2 \beta_1 \beta_2) A_2^c. \end{aligned} \tag{2.37}$$

Как следует из полученного решения (2.36) спрос на ресурсы со стороны банка $\overset{o}{П}{}_1^c$, $\overset{o}{П}{}_2^c$ меньше предложения их со стороны вкладчиков $П_1^п$, $П_2^п$ на величины

$$\Delta П_1 = П_1^п - \overset{o}{П}{}_1^c, \quad \Delta П_2 = П_2^п - \overset{o}{П}{}_2^c, \tag{2.38}$$

что в определенных условиях может создать тенденцию к снижению процентной ставки на депозиты с коротким сроком хранения.

Графическая иллюстрация решения модели (2.27) при условии (2.31) представлена на рис 2.6. Точка М, для которой выполняется неравенство (2.31) и одновременно равенство (2.35), находящаяся под прямой $A_1^п + A_2^п = П_1^п$ и на пересечении прямых $A_2^п = A_2^c$, $A_1^п = A_1^c$, является оптимальной точкой. Прямая безразличия, проходящая через точку М, соответствует максимальному значению процентной маржи $П\overset{o}{M}(\tau) = \max$. Расстояние от точки М до прямой $A_1^п + A_2^п = П_1^п$ равно величине $\Delta П_1$, на которую банком не удовлетворяется предложение ресурсов в начальный момент срока τ_1, расстояние между прямыми $A_2^п = A_2^c$ и $A_2^п = П_2^п$ соответствует величине, на которую банком не удовлетворяется предложение депозитов в начальный момент срока τ_2.

Таким образом, в результате реализации менеджером банка своей стратегии (2.33) на денежном рынке складывается ситуация, в которой спрос на кредиты удовлетворяется в полной мере, предложение ресурсов со стороны вкладчиков не удовлетворяется. Эта ситуация может оказывать регулирующее воздействие на уровни процентных ставок.

Рассмотрим поведение менеджера банка на денежном рынке в случае превышения спроса на кредиты относительно предложения ресурсов, т. е. в случае, когда выполняется неравенство (2.32). Оптимальная стратегия менеджера сводится к покупке ресурса на депозитном рынке в объеме, равном предложению и распределению его по двум кредитам таким образом, чтобы максимально удовлетворить спрос на кредит с большим сроком погашения, как наиболее рентабельный, а оставшуюся часть ресурса вовлечь в кредит с коротким сроком погашения. При этом следует учитывать, что предложение ресурса $\Pi_2^{п}(\beta_2,\ \tau_2)$ в начальный момент срока τ_2 может быть меньше спроса на него, возникающего в этот момент со стороны банка в связи с угрозой оказаться в дебиторской задолженности. Таким образом, оптимальное решение, которое менеджер принимает для реализации, в этом случае равно

$$\overset{o}{\Pi}{}_1^{c} = \Pi_1^{п},\ \overset{o}{\Pi}{}_2^{c} = \Pi_2^{п},$$
$$\overset{o}{A}{}_1^{п} = \frac{(1+\tau_1\beta_1)}{(1+\tau_1\alpha_1)}\Pi_1^{п} - \frac{1}{1+\tau_1\alpha_1}\Pi_2^{п},\ \overset{o}{A}{}_2^{п} = \Pi_1^{п} - \overset{o}{A}{}_1^{п}. \tag{2.39}$$

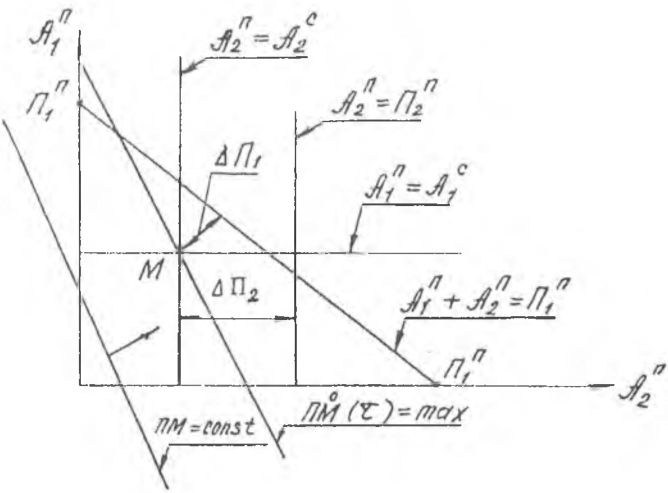


Рис. 2.6

Как следует из полученных соотношений, оптимальная величина предлагаемого банком кредита с коротким сроком погашения $\overset{o}{A}{}_1^{п}$ формируется по остаточному принципу.

Оптимальному решению (2.39) соответствует следующее значение целевой функции:

$$\Pi\overset{o}{M}(\tau)=\left[\tau_1(\alpha_1-\beta_1)(1+\tau_2\beta_2)\right]\overset{o}{A}{}_1^{\Pi}+$$
$$+(\tau\alpha_2-\tau_1\beta_1-\tau_2\beta_2-\tau_1\tau_2\beta_1\beta_2)\overset{o}{A}{}_2^{\Pi}. \tag{2.40}$$

Графическое решение задачи (2.27) при выполнении условия (2.32) представлено на рис. 2.7, где жирными линиями обозначена допустимая область принимаемых решений. Оптимальная точка M находится на пересечении линий $A_2^{\Pi}=\Pi_2^{\Pi}$ и $A_1^{\Pi}+A_2^{\Pi}=\Pi_1^{\Pi}$, поэтому оптимальный объем кредита с большим сроком погашения $\overset{o}{A}{}_2^{\Pi}$ и предложение ресурсов Π_2^{Π} равны между собой $\left(\overset{o}{A}{}_2^{\Pi}=\Pi_2^{\Pi}\right)$, а оптимальный объем кредита с коротким сроком погашения находится как разность:

$$\overset{o}{A}{}_1^{\Pi}=\Pi_1^{\Pi}-\Pi_2^{\Pi}.$$

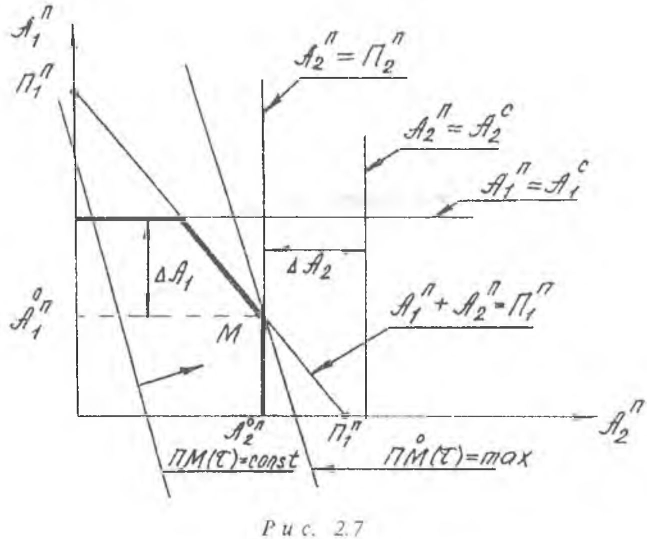


Рис. 2.7

Как следует из рис. 2.7, при оптимальной стратегии выбора менеджером объемов кредитов спрос на них на рынке кредитов не удовлетворяется, что создает на денежном рынке предпосылки для снижения уровня их процентных ставок. При этом спрос на кредиты не удовлетворяется на величины

$$\Delta A_1 = A_1^c - \overset{o}{A}{}_1^{п}, \quad \Delta A_2 = A_2^c - \overset{o}{A}{}_2^{п},$$

что может привести в определенных условиях к изменению процентных ставок.

2.7. Числовые примеры выбора решений при вовлечении одного вида ресурсов в два вида кредитов

Рассмотрим ситуацию, которая характеризуется следующими параметрами, сложившимися на депозитно-кредитном рынке: предложение ресурсов со стороны вкладчиков сроком $\tau_1 = 0{,}05$ года с процентной ставкой $\beta_1 = 85\%$ годовых составляет $\Pi_1^{п} = 100$ д. ед., а спрос кредитов сроком $\tau_1 = 0{,}05$ года с процентной ставкой $\alpha_1 = 110\%$ годовых составляет $A_1^c = 60$ д. ед., спрос кредитов сроком $\tau = 0{,}1$ года с процентной ставкой $\alpha_2 = 130\%$ годовых составляет 40 д. ед.

Из сложившейся конъюнктуры в начальный момент сроков τ_1, τ следует, что суммарный спрос кредитов равен предложению ресурсов. Для практической реализации этой ситуации и выполнения обязательств перед первым вкладчиком менеджер банка в соответствии с (2.32) должен привлечь в конце срока τ_1 дополнительное количество ресурсов $\Pi_2^{п}$, равное сумме долгосрочного кредита A_2^c. Предположим, что менеджер располагает возможностью привлечь дополнительный объем ресурса $\Pi_2^{п} = 40$ д. ед. сроком $\tau_2 = 0{,}05$ года с процентной ставкой $\beta_2 = 85\%$ годовых. В этом случае стратегия поведения менеджера банка, описываемая моделью (2.27), сводится к выбору им следующих оптимальных объемов привлекаемых и размещаемых в кредиты ресурсов:

$$\overset{o}{A}{}_1^{п} = A_1^c = 60 \text{ д. ед.}; \quad \overset{o}{A}{}_2^{п} = A_2^c = 40 \text{ д. ед.};$$

$$\overset{o}{\Pi}{}_1^{c} = \Pi_1^{п} = 100 \text{ д. ед.}; \quad \overset{o}{\Pi}{}_2^{c} = A_2^{c} = 40 \text{ д. ед.}$$

Максимальное значение процентной маржи, получаемой банком при заданных уровнях процентных ставок и сроках, определяется из уравнения (2.36) и равно

$$\Pi\overset{o}{M}(\tau) = 0{,}05(1{,}1 - 0{,}85)(1 + 0{,}05 \cdot 0{,}85)\overset{o}{A}{}_1^{п} +$$

$$+\left(0{,}1 \cdot 1{,}3 - 2 \cdot 0{,}05 \cdot 0{,}85 - 0{,}05^2 \cdot 0{,}85^2\right)\overset{o}{A}{}_2^{п} =$$

$$= 0{,}013\overset{o}{A}{}_1^{п} + 0{,}0432\overset{o}{A}{}_2^{п} = 0{,}013 \cdot 60 + 0{,}0432 \cdot 40 =$$
$$= 2{,}508 \text{ д. ед.}$$

Отметим, что коэффициенты перед величинами $\overset{o}{A}{}_1^{п}$ и $\overset{o}{A}{}_2^{п}$, равные соответственно 0,013 и 0,0432, характеризуют эффективность вовлечения ресурсов в краткосрочный и долгосрочный кредиты. Сравнивая эти коэффициенты между собой, можно сделать вывод, что вовлечение краткосрочного ресурса в долгосрочный кредит является в 3,3 раза эффективнее, чем в краткосрочный кредит, при условии, естественно, что заемщики надежны по отношению к банку.

Пусть на депозитно-кредитном рынке имеет место превышение предложения ресурсов относительно спроса на кредиты. Предположим, что предложение ресурсов и спрос на кредиты характеризуются следующими величинами в начальный момент срока τ_1 и τ:

$$\Pi_1^{п} = 100 \text{ д. ед.}, \quad \beta_1 = 85\%, \quad \tau_1 = 0{,}05 \text{ года.}$$

$$A_1^{c} = 50 \text{ д. ед.}, \quad \alpha_1 = 110\%, \quad \tau_1 = 0{,}05 \text{ года.}$$

$$A_2^{c} = 40 \text{ д. ед.}, \quad \alpha_2 = 130\%, \quad \tau = 0{,}1 \text{ года.}$$

Предположим также, что предложение дополнительных ресурсов в будущий период, начальный момент срока которого равен конечному моменту срока τ_1, превышает спрос на долгосрочные кредиты A_2^{c} в начальный момент срока τ и характеризуется следующими параметрами:

$П_2^п = 45$ д. ед., $\beta_2 = 85\%$, $\tau_2 = 0{,}05$ года.

Тогда выбор менеджером оптимальных объемов привлекаемых в настоящий и будущий периоды ресурсов и объемов кредитов в соответствии с (2.36) равен

$$\overset{o}{A}{}_1^п = A_1^c = 50 \text{ д. ед.}, \quad \overset{o}{A}{}_2^п = A_2^c = 40 \text{ д. ед.}$$

$$\overset{o}{П}{}_1^п = A_1^c + A_2^c = 90 \text{ д.ед.}, \quad \overset{o}{П}{}_2^п = 1{,}0425 \cdot 90 - 1{,}055 \cdot 50 = 41{,}075 \text{ д. ед.}$$

Этому оптимальному решению соответствует следующее максимальное значение процентной маржи:

$$\overset{o}{ПМ}(\tau) = 0{,}013\,\overset{o}{A}{}_1^п + 0{,}0432\,\overset{o}{A}{}_2^п = 0{,}013 \cdot 50 + 0{,}0432 \cdot 40 =$$
$$= 2{,}378 \text{ д. ед.}$$

Из полученного решения следует, что спрос ресурсов в настоящий момент времени не удовлетворяется банком на $\Delta П_1 = 10$ д. ед., в будущий период — на $\Delta П_2 = 5$ д. ед.

Предположим, наконец, что на депозитно-кредитном рынке спрос на кредиты превышает предложение ресурсов и в связи с этим выполняются неравенства (2.32). Исходные данные по предложению ресурсов и спрос на кредиты в момент времени τ_1 и τ характеризуются следующими параметрами:

$П_1^п = 100$ д. ед., $\beta_1 = 85\%$, $\tau_1 = 0{,}05$ года.

$A_1^c = 60$ д. ед., $\alpha_1 = 110\%$, $\tau_1 = 0{,}05$ года.

$A_2^c = 50$ д. ед., $\alpha_2 = 130\%$, $\tau = 0{,}1$ года.

Пусть прогноз предложения ресурсов в будущий период также меньше величины спроса на долгосрочный кредит в настоящий момент и характеризуется следующими параметрами:

$П_2^п = 45$ д. ед., $\beta_2 = 85\%$, $\tau_2 = 0{,}05$ года.

Тогда выбор менеджером решения относительно объемов привлекаемых и размещаемых в кредит ресурсов определяется в соответствии с (2.41) следующими значениями:

$$\overset{o}{П}{}_1^c = П_1^п = 100 \text{ д. ед.}, \quad \overset{o}{П}{}_2^c = П_2^п = 45 \text{ д. ед.}$$

$$\overset{o}{A}{}_1^{п} = \frac{1,0425}{1,055} - \frac{1}{1,055}45 = 98,82 - 42,45 = 56,37 \text{ д. ед.}$$

$$\overset{o}{A}{}_2^{п} = П_1^{п} - \overset{o}{A}{}_1^{п} = 100 - 56,37 = 43,63 \text{ д. ед.}$$

Из полученных оптимальных значений следует, что объем размещаемых в долгосрочный кредит ресурсов $\overset{o}{A}{}_2^{п}$ определяется прогнозируемым объемом предложения ресурсов в будущий период $П_2^{п}$, который банком в этой ситуации полностью удовлетворяется, но при этом спрос на краткосрочный и долгосрочный кредиты не удовлетворяется на 5 д. ед.

Оптимальным значениям объемов привлекаемых и размещаемых ресурсов соответствует следующая максимальная величина процентной маржи:

$$П\overset{o}{М}(\tau) = 0,013\,A_1^{п} + 0,0432\,\overset{o}{A}{}_2^{п} = 0,013 \cdot 56,37 +$$
$$+ 0,0432 \cdot 43,63 = 2,618 \text{ д. ед.}$$

Сравнивая значения процентной маржи, получаемой банком в различных ситуациях, можно заключить, что увеличение объема долгосрочного кредита на 5 д. ед. и одновременно уменьшение объема краткосрочного кредита на 5 д. ед. приводит к увеличению процентной маржи на величину Δ ПМ = 2,618 — 2,508 = 0,11 д. ед. Уменьшение объема краткосрочного кредита на 10 д. ед. и в связи с этим снижение суммарного объема привлекаемого ресурса на 10 д. ед. приводит к снижению процентной маржи на величину Δ ПМ = 2,508 — 2,378 = 0,13 д. ед. В зависимости от того, какая из совокупности факторов изменяется, величина процентной маржи по-разному реагирует на эти изменения. Степень влияния различных факторов и их совокупности на конечные результаты деятельности банка рассмотрим далее.

В заключение отметим, что если в рассматриваемой ситуации вовлечения одного вида ресурсов в два вида кредитов часть вовлекаемого в оборот ресурса используется для образования резервного фонда и известны вероятности прогноза предложения ресурсов в будущий период, то для определения оптимальных объемов кредитов можно использовать формулы (2.12), (2.13).

3. МОДЕЛЬ МЕХАНИЗМА РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ДВУХ ВИДОВ ДЕПОЗИТОВ В ДВА ВИДА КРЕДИТОВ

3.1. Диаграмма, схема платежных потоков и постановка задачи распределения ресурсов

Усложним задачу выбора принимаемых менеджером банка решений на депозитно-кредитном рынке и рассмотрим ситуацию, характеризуемую следующими условиями: два депозита, один из которых имеет короткий, а другой — длинный срок хранения, вовлекаются в два кредита, имеющих соответственно короткий и длинный сроки погашения. Эта ситуация изображена на рис. 3.1.

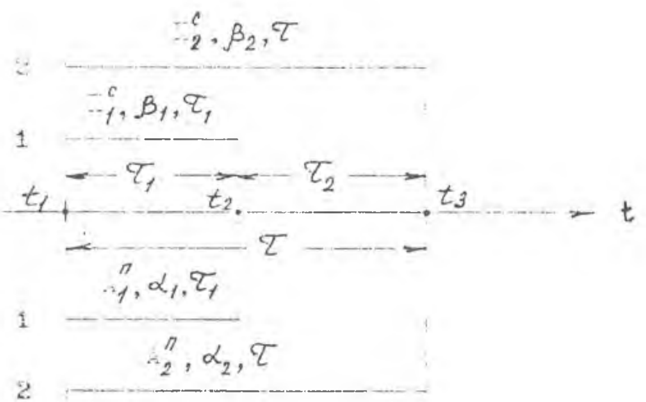


Рис. 3.1

На оси времени отложены отрезки τ_1, τ, равные соответственно короткому и длинному срокам хранения и погашения депозитов и кредитов. При этом сделано предположение, что короткие и длинные сроки депозитов и кредитов совпадают. Сделанное допущение не снижает общности выводов, но освобождает постановку задачи от учета не имеющих большого значения для формализованного описания задачи условий и тем самым упрощает ее. Отрезок τ_2 равен превышению длинного срока хранения депозита относительно короткого.

На рис. 3.1 введены следующие обозначения:

$П_1^с$, β_1 — спрос со стороны банка на депозиты сроком хранения τ_1 с процентной ставкой β_1;

$П_2^с$, β_2 — спрос со стороны банка на депозиты сроком хранения $\tau > \tau_1$ с процентной ставкой β_2;

$A_1^п$, α_1 — объем предлагаемого банком кредита сроком погашения τ_1 с процентной ставкой α_1;

$A_2^п$, α_2 — объем предлагаемого банком кредита сроком погашения $\tau > \tau_1$ с процентной ставкой α_2.

В соответствии с рис. 3.1 два депозита $П_1^с$, $П_2^с$, "покупаемых" банком по процентным ставкам β_1 и β_2 на срок τ_1 и τ, вовлекаются одновременно в два кредита, первый из которых имеет объем $A_1^п$, процентную ставку α_1, срок погашения τ_1, а второй — объем $A_2^п$, процентную ставку α_2, срок погашения τ.

Задача менеджера банка состоит в определении им таких значений объемов вовлекаемых в кредиты каждого вида ресурсов, которые при заданных величинах спроса на кредиты и предложений ресурсов, процентных ставках на денежном рынке обеспечивают максимальное значение процентной маржи.

В рассматриваемой задаче часть депозита с коротким сроком хранения может быть вовлечена в кредит с длинным сроком погашения, а часть депозита с длинным сроком хранения — вовлечена в кредит с коротким сроком погашения. В связи с этим менеджер банка, прежде чем принять решение, должен решить две проблемы: во-первых, при вовлечении "коротких" ресурсов в "длинные" кредиты менеджер, чтобы не оказаться в дебиторской задолженности, должен решить проблему обеспечения дополнительными ресурсами в течение срока погашения кредита τ, а, во-вторых, при вовлечении "длинного" ресурса в "короткий" кредит менеджер, чтобы обеспечить необходимую экономическую эффективность реализации операций, должен решить проблему размещения высвобождающихся ресурсов в новые кредиты в течение срока хранения депозита τ.

Из сказанного следует, что выбор менеджером решения в настоящий момент во многом определяется прогнозируемыми величинами процентных ставок, предложениями ресурсов, спросом на кредиты в будущие моменты времени.

Однако одной из особенностей этой задачи является то, что возникновение проблем привлечения дополнительных ресурсов и размещения высвобождающихся средств в дополнительные кредиты зависит от соотношения между объемом привлечения краткосрочных ресурсов Π_1^c и объемом вовлечения ресурсов в краткосрочный кредит $A_1^п$. В зависимости от конъюнктуры, сложившейся на денежном рынке в процессе распределения ресурсов двух видов по двум кредитам, осуществляемого менеджером, могут иметь место три варианта:

$$\Pi_1^c > A_1^п, \tag{3.1}$$

$$\Pi_1^c < A_1^п, \tag{3.2}$$

$$\Pi_1^c = A_1^п. \tag{3.3}$$

Если имеет место вариант (3.1), в котором объем привлеченного краткосрочного ресурса больше объема вовлеченных в краткосрочный кредит денежных средств, то возникает проблема привлечения дополнительных ресурсов в конечный момент срока τ_1. Объем дополнительного ресурса должен быть не менее объема, равного разности $\left(\Pi_1^c - A_1^п\right)$ без учета разности между процентными платежами.

Если при распределении ресурсов выполняется неравенство (3.2), когда объем привлеченного краткосрочного ресурса меньше объема вовлеченных в краткосрочный кредит денежных средств, то возникает проблема размещения высвобождающихся из оборота денежных средств в новые кредиты в течение срока τ. Объем высвобождающихся денежных средств равен разности $\left(A_1^п - \Pi_1^c\right)$ без учета процентных платежей.

Если в процессе распределения ресурсов выполняется равенство между объемами вовлеченных в оборот краткосрочных ресурсов и размещением ресурсов в краткосрочный кредит $\left(П_1^с = А_1^п\right)$, то не возникает ни проблемы привлечения дополнительных ресурсов, ни проблемы размещения денежных средств в новые кредиты.

Таким образом, менеджер банка, выбирая то или иное направление размещения денежных средств в кредиты, сталкивается одновременно с решением одной из двух названных проблем, каждая из которых связана с прогнозом уровня процентных ставок, объемов предложения ресурсов, спросом на кредиты в будущие периоды в случае, если выполняется неравенство (3.1) или (3.2).

Для формализованного описания задачи выбора менеджером решений в рассматриваемой ситуации введем следующие дополнительные обозначения:

$П_3^с, \beta_1'$ — прогноз спроса на ресурс со стороны банка в начальный момент срока τ_2 и прогнозируемый уровень его процентной ставки;

$А_3^п, \alpha_1'$ — прогнозируемый менеджером объем размещения высвобождающихся ресурсов в кредиты и прогнозируемый уровень его процентной ставки в начальный момент срока τ_2;

X_{11} — объем первого ("короткого" в соответствии с обозначениями рис. 3.1) ресурса, вовлеченного менеджером в первый ("короткий") кредит;

X_{12} — объем первого ресурса сроком хранения τ_1, вовлеченного во второй ("длинный") кредит сроком погашения $\tau(\tau > \tau_1)$;

X_{21} — объем второго ("длинного") депозита со сроком хранения τ, вовлеченного в первый ("короткий") кредит со сроком погашения $\tau_1\,(\tau_1 < \tau)$;

X_{22} — объем второго депозита со сроком хранения τ, вовлеченного во второй кредит с такой же по времени продолжительностью.

С учетом введенных обозначений диаграмму привлечения денежных средств и их размещения в кредиты представим на рис. 3.2. На диаграмме представлены два варианта: первый, изображенный в верхней части рисунка, соответствует ситуации,

...ка $П_1^с > А_1^п$, а второй, изображенный в нижней части рисунка, ... ситуации, когда $П_1^с < А_1^п$. При этом сделано предположение, что на интервале времени τ_2 менеджером банка привлекается один дополнительный депозит объемом $П_3^с$ с процентной ставкой β_1' и размещаются высвобождающиеся денежные средства в один кредит объемом $А_3^п$, сроком погашения τ_2 с процентной ставкой α_1'.

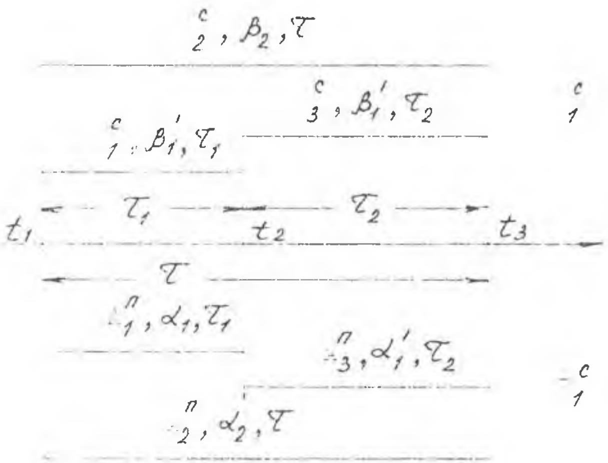


Рис. 3.2

Схема денежных потоков, соответствующая временной диаграмме, изображенной на рис. 3.2, и отражающая взаимодействие банка с вкладчиками и заемщиками, представлена на рис. 3.3.

В верхней части рис. 3.3 изображен новый вкладчик и все соответствующие ему денежные потоки. Необходимость в новом вкладчике с предложением ресурсов в объеме, равном $П_3^п$, возникает в случае, если $П_1^с > А_1^п$. С учетом введенных обозначений объем спроса со стороны банка в дополнительном ресурсе в начальный момент будущего периода τ_2 равен

$$П_3^с = П_1^с - А_1^п = \left(X_{12} - X_{21}\right). \qquad (3.4)$$

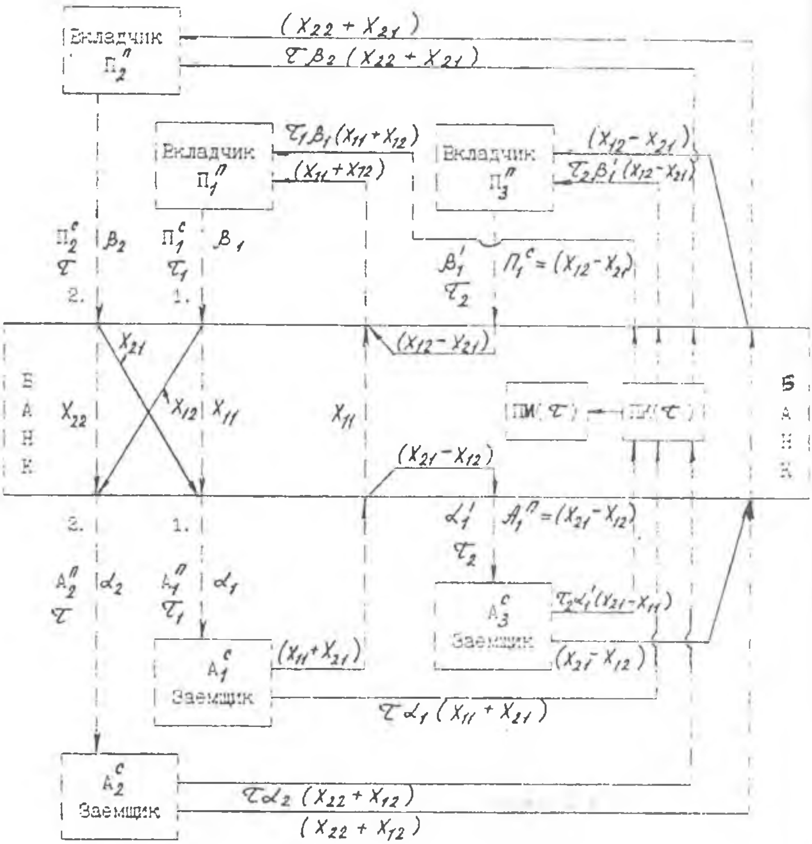


Рис. 3.3

В нижней части рис. 3.3 изображен новый заемщик, которому соответствует спрос на кредит в начальный момент срока τ_2, равный $A_3^с$. Появление этого заемщика связано с тем, что в процессе распределения ресурсов выполняется неравенство $П_1^с < A_1^п$. Разность между величиной $A_1^п$ и $П_1^с$ соответствует высвобождающимся из оборота денежным средствам,которые необходимо разместить в новые кредиты. Эта разность равна объему предлагаемого банком кредита в начальный момент будущего периода τ_2, определяемого по уравнению

$$\text{А}_3^{\text{п}} = (X_{21} - X_{12}). \tag{3.5}$$

На рис 3.3 выделены потоки платежей процентов по кредитам каждым заемщиком банку, процентов по депозитам каждому вкладчику и выплаты по основному долгу. Величины $\text{П}_1^{\text{п}}$, $\text{П}_2^{\text{п}}$ представляют собой предложение ресурсов в начальный момент совпадающих по времени сроков τ_1 и τ со стороны вкладчиков, а величина $\text{П}_3^{\text{п}}$ — прогнозируемое в начальный момент будущего срока τ_2 предложение ресурсов. Величины $\text{А}_1^{\text{с}}$ и $\text{А}_2^{\text{с}}$ характеризуют спрос на кредиты со сроками погашения τ_1 и τ в настоящий момент, а величина $\text{А}_3^{\text{с}}$ — прогнозируемый спрос на кредиты в начальный момент будущего срока τ_2.

Конкретизируем постановку задачи, решаемую менеджером банка в рассматриваемой ситуации. Задача состоит в определении им таких значений объемов X_{11}, X_{12}, X_{21}, X_{22} размещения ресурсов в кредиты, которые при заданных процентных ставках ресурсов β_1, β_1', β_2, кредитов α_1, α_1', α_2, сроках хранения депозитов и кредитов τ_1, τ_2, τ, объемов предложения ресурсов $\text{П}_1^{\text{п}}$, $\text{П}_2^{\text{п}}$, $\text{П}_1^{\text{п}}$ на депозитном рынке, объемов спроса на кредиты $\text{А}_1^{\text{с}}$, $\text{А}_2^{\text{с}}$, $\text{А}_3^{\text{с}}$ на рынке кредитов обеспечивают максимальное значение процентной маржи при условии выполнения всех ограничений по балансу между денежными потоками и согласованности платежей во времени.

Отличительной особенностью сформулированной задачи по отношению к уже рассмотренным является многовариантность ее решения и наличие большого количества ограничивающих факторов, которые необходимо учитывать при определении максимального значения критерия эффективности.

Схема задачи оптимального распределения ресурсов в кредиты без учета обратных связей по потокам между вкладчиками, банком и заемщиками представлена на рис. 3.4.

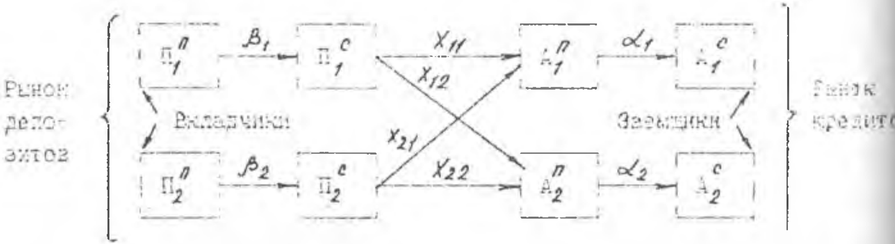


Рис. 3.4

Распределение денежных ресурсов осуществляется менеджером с учетом сложившихся на денежном рынке процентных ставок.

3.2. Модель целевой функции

Сформируем модель, позволяющую менеджеру при ее решении определить оптимальное распределение ресурсов по кредитам. Для этого вначале найдем уравнение целевой функции, представляющее собой процентную маржу, получаемую банком в конце срока τ.

С учетом введенных обозначений и схемы денежных потоков, изображенной на рис. 3.3 , а также сделанных предложений уравнение для определения процентной маржи имеет вид

$$\begin{aligned} \text{ПМ}(\tau) = {} & \tau_1(\alpha_1-\beta_1)X_{11}+\tau(\tau\alpha_2-\tau_1\beta_1)X_{12}+ \\ & +\tau_1(\tau_1\alpha_1-\tau\beta_2)X_{21}+\tau(\alpha_2-\beta_2)X_{22}. \end{aligned} \tag{3.6}$$

Это уравнение позволяет определить итоговую сумму процентной маржи в конце срока τ, равного продолжительности долгосрочного депозита и долгосрочного кредита, и получено в предположении, что периоды краткосрочных и долгосрочных депозитов и кредитов совпадают по времени, а ресурсы не отвлекаются на формирование резервного фонда и в полном объеме вовлекаются в кредиты.

Уравнение (3.6) не учитывает затраты, связанные с привлечением дополнительных ресурсов в начальный момент срока τ_2, если $X_{12} > X_{21}$, и доходы, получаемые банком от размещения высвобождающихся из оборота денежных средств, в случае, если $X_{21} > X_{12}$. Пусть $П_3^с$ и $А_3^п$ — объемы спроса денежных ресурсов и предложения кредитов со стороны банка в начальный момент срока τ_2, определяемые в соответствии с уравнениями (3.4) и (3.5). Тогда является очевидным, что если $X_{12} = X_{21}$, то $П_3^с = А_3^п = 0$ и значение процентной маржи определяется по уравнению (3.6), если $X_{12} > X_{21}$, то объем дополнительного ресурса, вовлекаемого в оборот в начальный момент τ_2, равен $П_3^с = X_{12} - X_{21}$, а предложение кредитов в этот момент равно нулю, т. е. $А_3^п = 0$. При этом расходы от вовлекаемых в оборот дополнительных ресурсов сроком хранения, равным τ_2, с процентной ставкой β_1' составляют следующую величину:

$$\tau_2 \beta_1' П_3^с = \tau_2 \beta_1' \left(X_{12} - X_{22} \right). \tag{3.7}$$

Если $X_{12} < X_{21}$, то объем высвобождающихся ресурсов, размещаемых банком в кредиты в начальный момент срока τ_2, равен $А_3^п = -(X_{12} - X_{21})$, а спрос на дополнительные ресурсы в этот момент равен нулю, т. е. $П_3^с = 0$. При этом доход от размещения ресурсов в кредиты с процентной ставкой α_1' и сроком τ_2 равен

$$\tau_2 \alpha'_1 А_3^п = -\tau_2 \alpha'_1 \left(X_{12} - X_{21} \right) = \tau_2 \alpha'_1 \left(X_{21} - X_{12} \right). \tag{3.8}$$

Таким образом, из сказанного следует, что

$$П_3^с = \max\{0, (X_{12} - X_{21})\}, \tag{3.9}$$

$$А_3^п = \max\{0, -(X_{12} - X_{21})\}. \tag{3.10}$$

Тогда, учитывая (3.7)—(3.10), уравнение для процентной маржи можно записать в следующем виде:

$$\begin{aligned} ПМ(\tau) &= \tau_1 (\alpha_1 - \beta_1) X_{11} + \tau (\tau \alpha_2 - \tau_1 \beta_1) X_{12} + \\ &+ \tau_1 (\tau_1 \alpha_1 - \tau \beta_2) X_{21} + \tau (\alpha_2 - \beta_2) X_{22} - \\ &- \tau_2 \beta_1' \max\{0, (X_{12} - X_{21})\} + \tau_2 \alpha_1' \max\{0, (X_{21} - X_{12})\}. \end{aligned} \tag{3.11}$$

Экономический смысл отдельных слагаемых в уравнении (3.11) состоит в следующем: первое слагаемое $\tau_1(\alpha_1-\beta_1)X_{11}$ — процентная маржа, получаемая банком в конце срока τ_1 от вовлечения краткосрочного депозита в краткосрочный кредит в объеме X_{11}. Второе слагаемое $(\tau\alpha_2-\tau_1\beta_1)X_{12}$ — процентная маржа, получаемая в конце срока τ от размещения краткосрочного депозита в долгосрочный кредит в объеме X_{12}, имеющие соответственно сроки τ_1, τ, процентные ставки β_1 и α_2. Третье слагаемое $(\tau_1\alpha_1-\tau\beta_2)X_{21}$ — процентная маржа, получаемая в конце срока τ_1 от вовлечения долгосрочного депозита в краткосрочный кредит. Четвертое слагаемое уравнения $\tau(\alpha_2-\beta_2)X_{22}$ — процентная маржа, получаемая в конце срока τ от вовлечения долгосрочного депозита в долгосрочный кредит в объеме X_{22}. Последние два слагаемых, как отмечалось, представляют собой соответственно затраты при вовлечении дополнительного ресурса в оборот на срок хранения τ_2 с процентной ставкой β'_1 и доход от размещения высвобождающихся из оборота денежных средств в новый кредит сроком τ_2 со ставкой α'_1.

Таким образом, уравнение (3.11) позволяет оценить эффект от реализации как отдельных оборотов различных по срокам депозитов через различные по срокам кредиты, так и их совокупности с учетом согласованности платежных потоков во времени.

3.3. Оценка эффективности реализации депозитно-кредитных операций

Эффективность реализации того или иного денежного оборота можно оценить с помощью коэффициентов перед переменными X_{ij}, $i,j=1,2$. Пусть значение процентной маржи определяется из уравнения

$$\text{ПМ}(\tau)=\text{С}_{11}X_{11}+\text{С}_{12}X_{12}+\text{С}_{21}X_{21}+\text{С}_{22}X_{22}, \qquad (3.12)$$

где

$$\text{С}_{11}=\tau_1(\alpha_1-\beta_1),\text{С}_{12}=\tau(\tau\alpha_2-\tau_1\beta_1),\text{С}_{21}=\tau_1(\tau_1\alpha_1-\tau\beta_2),$$
$$\text{С}_{22}=\tau(\alpha_2-\beta_2),$$

получаемого из (3.11) при условии баланса между объемами X_{12} и X_{21}, т. е. если $X_{12}=X_{21}$. Каждый из коэффициентов C_{11}, C_{12}, C_{21} и C_{22} характеризует степень доходности какой-то одной депозитно-кредитной операции за определенный период, зависящий от разности процентных ставок, и продолжительности срока погашения соответствующего кредита. Так, коэффициент $C_{11}=\tau_1(\alpha_1-\beta_1)$ представляет собой доход, получаемый банком за срок τ_1 с каждой денежной единицы при вовлечении "короткого" депозита в "короткий" кредит, коэффициент $C_{12}=\tau(\tau\alpha_2-\tau_1\beta_1)$ характеризует величину дохода за период τ, получаемый с каждой денежной единицы при вовлечении краткосрочного депозита в долгосрочный кредит, козффициент $C_{21}=\tau_1(\tau_1\alpha_1-\tau\beta_2)$ — доход за период τ с каждой денежной единицы при вовлечении долгосрочного депозита в краткосрочный кредит, коэффициент $C_{22}=\tau(\alpha_2-\beta_2)$ позволяет оценить эффективность операции вовлечения долгосрочного депозита в долгосрочный кредит и равен доходу с каждой денежной единицы, получаемому за срок τ.

Необходимым условием доходности каждой из операций является превышение процентной ставки кредита относительно ставки соответствующего депозита, т.е.

$$\alpha_1>\beta_1,\ \tau\alpha_2>\tau_1\beta_1,\ \tau_1\alpha_1>\tau\beta_2,\ \alpha_2>\beta_2. \tag{3.13}$$

Предположим, что значение процентной маржи определяется из уравнения

$$\text{ПМ}(\tau)=C_{11}X_{11}+\overline{C}_{12}X_{12}+\overline{C}_{21}X_{21}+C_{22}X_{22}, \tag{3.14}$$

где

$$C_{11}=\tau_1(\alpha_1-\beta_1),\overline{C}_{12}=\tau(\tau\alpha_2-\tau_1\beta_1-\tau_2\beta_1'),$$
$$\overline{C}_{21}=\tau_1(\tau_1\alpha_1-\tau\beta_2+\tau_2\beta_1'),\ C_{22}=\tau(\alpha_2-\beta_2)\ ,$$

получаемого из (3.11) при условии, что $X_{12}>X_{21}$.

В этом случае необходимым условием доходности операции вовлечения краткосрочного депозита в долгосрочный кредит является неотрицательность коэффициента $\overline{C}_{12}$, которая соблюдается, если выполняется неравенство

$$\tau\alpha_2>\tau_1\beta_1+\tau_2\beta_1'. \tag{3.15}$$

Из неравенства (3.15) следует, что для обеспечения доходности операции вовлечения краткосрочного депозита в долгосрочный кредит необходимо, чтобы процентная ставка долгосрочного кредита за срок τ превышала сумму процентной ставки краткосрочного депозита за срок τ_1, привлекаемого в настоящий момент и прогнозируемого уровня процентной ставки депозита за срок τ_2, привлекаемого в будущий период. Таким образом, менеджер банка, прежде чем принять решение относительно вовлечения краткосрочного депозита в долгосрочный кредит, должен убедиться в выполнении неравенства (3.15).

Необходимым условием доходности операции вовлечения долгосрочного депозита в краткосрочный кредит является неотрицательность коэффициента $\overline{C}_{21}$, которая соблюдается, если выполняется неравенство

$$\tau\alpha_2 > \tau_1\beta_1' + \tau_2\beta_1. \tag{3.16}$$

Из этого неравенства следует, что для обеспечения доходности операции необходимо, чтобы процентная ставка долгосрочного депозита за срок τ была меньше взвешенной суммы процентной ставки краткосрочного кредита в начальный момент τ_1 и прогнозируемого уровня процентной ставки депозита в начальный момент будущего периода τ_2. Суммирование процентных ставок кредитов в левой части неравенства (3.16) осуществляется с учетом веса равных сроку погашения.

Учитывая, что долгосрочный депозит является "дорогим" ресурсом, а краткосрочный кредит — "дешевым" кредитом, неравенство (3.16) может не выполняться с большой вероятностью. В связи с этим менеджер банка должен тщательнее подходить к проверке неравенства (3.16), прежде чем принять решение о вовлечении долгосрочного депозита в краткосрочный кредит. Предположим теперь, что значение процентной маржи определяется из уравнения

$$\text{ПМ}(\tau) = C_{11}X_{11} + C_{12}^{+}X_{12} + C_{21}^{+}X_{21} + C_{22}X_{22}, \tag{3.17}$$

где $C_{11} = \tau_1(\alpha_1 - \beta_1)$, $C_{12}^{+} = \tau(\tau\alpha_2 - \tau_1\beta_1 - \tau_2\alpha_1')$,

$C_{21}^{+} = \tau_1(\tau_1\alpha_1 - \tau\cdot\beta_2 + \tau_2\alpha_1')$, $C_{22} = \tau(\alpha_2 - \beta_2)$,

которое получается из (3.11) при условии, что $X_{12} < X_{21}$.

В этом случае необходимым условием доходности операции вовлечения краткосрочного депозита в долгосрочный кредит является выполнение неравенства

$$\tau \alpha_2 > \tau_1 \beta_1 + \tau_2 \alpha_1', \tag{3.18}$$

а операции вовлечения долгосрочного депозита в краткосрочный кредит — выполнение неравенства

$$\tau_1 \alpha_1 + \tau_2 \alpha_1' > \tau \beta_2. \tag{3.19}$$

Сравнивая коэффициенты $C_{ij}, i, j = 1,2$ между собой, можно выделить наиболее эффективное направление размещения денежных ресурсов .

3.4. Экономическая интерпретация составляющих целевой функции

Дадим экономическую интерпретацию составляющих целевой функции.

Первые два слагаемых в уравнении (3.12) представляют собой процентную маржу, получаемую банком за период τ при вовлечении краткосрочного депозита в объеме

$$\Pi_1^c = X_{11} + X_{12} \tag{3.20}$$

в краткосрочный и долгосрочный кредиты и определяемую из уравнения

$$\text{ПМ}_1^д\left(\Pi_1^c, \tau\right) = C_{11} X_{11} + C_{12} X_{12}. \tag{3.21}$$

Третье и четвертое слагаемые уравнения (3.12) в совокупности представляют собой процентную маржу, получаемую банком за период τ при вовлечении долгосрочного депозита в объеме

$$\Pi_2^c = X_{21} + X_{22} \tag{3.22}$$

в краткосрочный и долгосрочный кредиты и определяемую по уравнению

$$\text{ПМ}_2^д\left(\Pi_2^c, \tau\right) = C_{21} X_{21} + C_{22} X_{22}. \tag{3.23}$$

С учетом (3.21) и (3.23) величина процентной маржи равна сумме дохода, получаемого банком от вовлечения краткосрочного и долгосрочного депозитов в кредиты, и определяется из уравнения

$$\text{ПМ}^д(\tau) = \text{ПМ}_1^д\left(\Pi_1^c, \tau\right) - \text{ПМ}_2^д\left(\Pi_2^c, \tau\right). \tag{3.24}$$

Сгруппировав слагаемые уравнения (3.12) в иной последовательности, можно интерпретировать их в другом экономическом смысле. Так, сумма первого и третьего слагаемого уравнения (3.12), равная

$$\text{ПМ}_1^{\text{к}}\left(\text{А}_1^{\text{п}}, \tau\right) = C_{11} X_{11} + C_{21} X_{21}, \tag{3.25}$$

представляет собой процентную маржу, получаемую банком от реализации краткосрочного кредита в объеме

$$\text{А}_1^{\text{п}} = X_{11} + X_{21}, \tag{3.26}$$

а сумма второго и четвертого слагаемого, равная

$$\text{ПМ}_2^{\text{к}}\left(\text{А}_2^{\text{п}}, \tau\right) = \text{С}_{12} X_{12} + \text{С}_{22} X_{22}, \tag{3.27}$$

соответствует процентной марже, получаемой банком от реализации долгосрочного кредита в объеме

$$\text{А}_2^{\text{п}} = X_{12} + X_{22}. \tag{3.28}$$

С учетом (3.26) и (3.28) уравнение для процентной маржи можно записать как сумму дохода, получаемую банком от реализации краткосрочного и долгосрочного кредитов:

$$\text{ПМ}(\tau) = \text{ПМ}_1^{\text{к}}\left(\text{А}_1^{\text{п}}, \tau\right) + \text{ПМ}_2^{\text{к}}\left(\text{А}_2^{\text{п}}, \tau\right). \tag{3.29}$$

Отметим, что уравнения (3.12), (3.24) и (3.29) для определения процентной маржи являются эквивалентными по конечному результату, но каждое из этих уравнений имеет свой экономический смысл, что является важным в оценке депозитно-кредитной деятельности банка.

Так, уравнение(3.24) позволяет оценить конечные результаты деятельности депозитного отдела по формированию депозитной политики банка, связанной с привлечением в нужном количестве и в нужное время различных депозитов, а уравнение (3.29) позволяет количественно оценить конечные результаты деятельности кредитного отдела по формированию кредитной политики банка, связанной с размещением ресурсов в различные по видам и объемам кредиты. Менеджер банка, естественно, стремится согласовать депозитную и кредитную политику на денежном рынке с тем, чтобы получить максимальную эффективность от совокупной финансовой депозитно-кредитной деятельности банка, и поэтому оценкой результатов его деятельности является величина дохода, определяемая по уравнению (3.12).

3.5. Модели задачи распределения ресурсов

Для формирования менеджером банка совокупной депозитно-кредитной политики опишем вначале модель ограничений, которые он должен учитывать в процессе выбора принимаемых решений, а затем модель распределения ресурсов. Для этого предположим, что на депозитном рынке имеется предложение краткосрочных $\Pi_1^{п}$ и долгосрочных $\Pi_2^{п}$ депозитов в начальный момент сроков хранения τ_1 и τ и прогноз предложения депозита $\Pi_1^{п}$ в начальный момент будущего срока τ_2, а также спрос на краткосрочные $A_1^{с}$ и долгосрочные $A_2^{с}$ кредиты со стороны заемщиков на кредитном рынке и прогнозируемый спрос на кредиты $A_1^{с}$ в начальный момент будущего периода τ_2.

С учетом сделанных предположений система ограничений должна состоять из ограничений на предложение каждого вида ресурса и ограничений на спрос каждого вида кредитов. Ограничения по каждому виду ресурса с учетом балансовых уравнений (3.20) и (3.22) имеют вид

$$X_{11} + X_{12} = \Pi_1^{с} \le \Pi_1^{п}, \tag{3.30}$$

$$X_{21} + X_{22} = \Pi_2^{п} \le \Pi_2^{п}. \tag{3.31}$$

Неравенства (3.30) и (3.31) представляют собой балансовые ограничения по предложению ресурсов со стороны вкладчиков, которые должны выполняться в процессе распределения их менеджером по кредитам.

Ограничения по каждому направлению использования ресурсов с учетом балансовых уравнений (3.26) и (3.28) можно представить в виде

$$X_{11} + X_{21} = A_1^{п} \le A_1^{с}, \tag{3.32}$$

$$X_{12} + X_{22} = A_2^{п} \le A_2^{с}. \tag{3.33}$$

Неравенства (3.32) и (3.33) представляют собой балансовые ограничения по спросу на каждый вид кредитов со стороны заемщиков.

Ограничения (3.30—3.33) в совокупности описывают допустимую область выбора менеджером переменных $X_{ij}, ij = 1,2$.

В зависимости от сложившейся ситуации на денежном рынке менеджер банка может с различных позиций подходить к решению задачи распределения ресурсов по кредитам. Первая позиция состоит в том, что у менеджера отсутствует информация о возможности в будущие периоды времени привлекать дополнительные ресурсы в необходимом количестве и размещать высвобождающиеся из оборота ресурсы в новые кредиты. В этом случае менеджер решает задачу распределения ресурсов таким образом, чтобы выполнить свои обязательства перед вкладчиками "коротких" депозитов и не оказаться в дебиторской задолженности. Решение такой задачи может быть осуществлено в двух вариантах. Первый вариант сводится к размещению "коротких" депозитов в "короткие" кредиты, а "длинных" депозитов в "длинные" кредиты.

С учетом ограничений (3.30—3.33) и целевой функции (3.6) стратегия поведения менеджера описывается следующей моделью:

$$\text{ПМ}(\tau) = \tau_1(\alpha_1 - \beta_1)X_{11} + (\tau\alpha_2 - \tau_1\beta_1)X_{12} +$$
$$+ (\tau_1\alpha_1 - \tau\beta_2)X_{21} + \tau(\alpha_2 - \beta_2)X_{22} \to \max$$

$$X_{11} + X_{12} = \text{П}_1^{\text{c}} \le \text{П}_1^{\text{п}}, \quad X_{21} + X_{22} = \text{П}_2^{\text{c}} \le \text{П}_2^{\text{п}}$$

$$X_{11} + X_{21} = \text{А}_1^{\text{п}} \le \text{А}_1^{\text{c}}, \quad X_{12} + X_{22} = \text{А}_2^{\text{c}} \le \text{А}_2^{\text{п}}. \tag{3.34}$$

Так как $X_{12} = X_{21} = 0$, то модель (3.34) можно упростить и записать в виде системы

$$\text{ПМ}(\tau) = \tau_1(\alpha_1 - \beta_1)X_{11} + \tau(\alpha_2 - \beta_2)X_{22} \to \max$$

$$X_{11} \le \min\left(\text{А}_1^{\text{c}}, \text{П}_1^{\text{п}}\right), \; X_{22} \le \min\left(\text{А}_2^{\text{c}}, \text{П}_2^{\text{п}}\right), \tag{3.35}$$

решением которой являются следующие оптимальные значения привлекаемых и размещаемых в кредиты ресурсов:

$$\overset{\circ}{X}_{11} = \min\left(\text{А}_1^{\text{c}}, \text{П}_1^{\text{п}}\right), \; \overset{\circ}{X}_{22} = \min\left(\text{А}_2^{\text{c}}, \text{П}_2^{\text{п}}\right). \tag{3.36}$$

Второй вариант решения задачи состоит в том, что менеджер банка для согласованности платежей во времени обеспечивает в процессе распределения ресурсов равенство между переменными X_{12} и X_{21}. В этом случае объем краткосрочного ресурса, размещаемого в долгосрочный кредит, равен объему долгосрочного ресурса, размещаемого в краткосрочный кредит $X_{12}=X_{21}$.

Стратегия поведения менеджера в процессе распределения ресурсов во втором варианте описывается следующей моделью:

$$\begin{gathered}\text{ПМ}(\tau)=\tau_1(\alpha_1-\beta_1)X_{11}+(\tau\alpha_2-\tau_1\beta_1)X_{12}+\\+(\tau_1\alpha_1-\tau\beta_2)X_{21}+\tau(\alpha_2-\beta_2)X_{22}\to\max\\X_{11}+X_{12}=\text{П}_1^{\text{с}}\le\text{П}_1^{\text{п}},\ X_{21}+X_{22}=\text{П}_2^{\text{с}}\le\text{П}_2^{\text{п}}\\X_{11}+X_{21}=\text{А}_1^{\text{п}}\le\text{А}_1^{\text{с}},\ X_{12}+X_{22}=\text{А}_2^{\text{с}}\le\text{А}_2^{\text{п}},\\X_{12}=X_{21}\le\min\left(\text{А}_1^{\text{с}},\ \text{А}_2^{\text{с}},\ \text{П}_1^{\text{п}},\ \text{П}_2^{\text{п}}\right).\end{gathered}\tag{3.37}$$

Оптимальные значения переменных $\overset{\text{o}}{X}_{12}$ и $\overset{\text{o}}{X}_{21}$ определяются из уравнения

$$\overset{\text{o}}{X}_{12}=\overset{\text{o}}{X}_{21}=\min\left(\text{А}_1^{\text{с}},\ \text{А}_2^{\text{с}},\ \text{П}_1^{\text{п}},\ \text{П}_2^{\text{п}}\right).\tag{3.38}$$

Найденные значения $\overset{\text{o}}{X}_{12}$ и $\overset{\text{o}}{X}_{21}$ позволяют затем определить и оптимальные величины переменных $\overset{\text{o}}{X}_{11}$ и $\overset{\text{o}}{X}_{22}$.

Модели (3.35) и (3.37) описывают задачу распределения ресурсов, решения которых являются эквивалентными с точки зрения величины процентной маржи, получаемой банком, и позволяют согласовать платежные потоки во времени без привлечения дополнительных ресурсов в будущие периоды.

Рассмотрим ситуацию, в которой менеджер банка имеет возможность привлекать со стороны в будущие периоды времени ресурсы и размещать высвобождающиеся ресурсы в новые кредиты. Задача распределения ресурсов в этой ситуации имеет следующий вид:

$$\text{ПМ}(\tau)=\tau_1(\alpha_1-\beta_1)X_{11}+(\tau\alpha_2-\tau_1\beta_1-\tau_2\beta_1')X_{12}+$$
$$+(\tau_1\alpha_1-\tau\beta_2+\tau_2\alpha_1')X_{21}+\tau(\alpha_2-\beta_2)X_{22}\to\max$$

$$X_{11}+X_{12}=\Pi_1^{\text{c}}\le\Pi_1^{\text{п}},\ X_{21}+X_{22}=\Pi_2^{\text{c}}\le\Pi_2^{\text{п}},$$
$$X_{11}+X_{21}=\text{A}_1^{\text{п}}\le\text{A}_1^{\text{c}},\ X_{12}+X_{22}=\text{A}_2^{\text{п}}\le\text{A}_2^{\text{c}}, \tag{3.39}$$
$$X_{12}\le\min\left(\text{A}_2^{\text{c}},\ \Pi_1^{\text{п}},\ \Pi_3^{\text{п}}\right),\ X_{21}\le\min\left(\text{A}_1^{\text{c}},\ \text{A}_3^{\text{c}},\ \Pi_2^{\text{п}}\right),$$

где A_3^{c}, $\Pi_3^{\text{п}}$ — прогноз спроса на кредиты со стороны заемщиков и предложения ресурсов со стороны вкладчиков в будущие периоды.

Для определения оптимальных значений переменных $\overset{o}{X}_{ij}$, $i\,j=1,2$ предположим,что значения коэффициентов целевой функции модели (3.39), характеризующие доходность депозитно-кредитных операций за время $\tau=0,1$ года, находятся в следующих соотношениях между собой:

$$\text{C}_{12}>\text{C}_{22},\ \text{C}_{22}>\text{C}_{21},\ \text{C}_{21}>\text{C}_{11}, \tag{3.40}$$

где $\text{C}_{11}=\tau_1(\alpha_1-\beta_1),\ \text{C}_{12}=\tau\alpha_2-\tau_1\beta_1-\tau_2\beta_1',$

$$\text{C}_{21}=\tau_1\alpha_1-\tau\beta_2+\tau_2\alpha_1',\ \text{C}_{22}=\tau(\alpha_2-\beta_2).$$

Неравенства (3.40) означают,что наибольшую доходность имеет операция вовлечения краткосрочных депозитов в долгосрочные кредиты, менее доходной является операция вовлечения долгосрочного депозита в долгосрочный кредит, а наименьшую доходность имеет операция вовлечения краткосрочного депозита в краткосрочный кредит.

С учетом (3.40) оптимальные значения переменных определяются из уравнений:

$$\overset{o}{X}_{12}=\min\left(\text{A}_2^{\text{c}},\Pi_1^{\text{п}},\Pi_3^{\text{п}}\right),\ \overset{o}{X}_{22}=\min\left(\text{A}_2^{\text{c}}-\overset{o}{X}_{12},\Pi_2^{\text{п}}\right),$$
$$\overset{o}{X}_{21}=\min\left(\text{A}_1^{\text{c}},\ \text{A}_3^{\text{c}},\ \Pi_2^{\text{п}}-\overset{o}{X}_{22}\right), \tag{3.41}$$
$$\overset{o}{X}_{11}=\min\left\{\min\left(\text{A}_1^{\text{c}},\text{A}_3^{\text{c}}\right)-\overset{o}{X}_{21},\min\left(\Pi_1^{\text{o}},\Pi_3^{\text{п}}\right)-\overset{o}{X}_{12}\right\}.$$

Из (3.41) следует, что стратегия выбора менеджером оптимальных значений осуществляется в соответствии с доходностью операции (3.40), ограничениями на спрос кредитов и предложением ресурсов.

Наконец, могут иметь место ситуации, в которых, например, менеджер, распределяя ресурсы с учетом выполнения своих обязательств перед вкладчиками в будущие периоды, использует для этого освободившиеся из оборота денежные ресурсы, а недостающую часть ресурсов привлекает со стороны. В зависимости от складывающегося в процессе распределения ресурсов баланса между объемами краткосрочного и долгосрочного депозитов, вовлекаемых соответственно в краткосрочный и долгосрочный кредиты, и учитывая уравнения (3.9) и (3.10), модель выбора оптимальных значений переменных X_{ij}, $i\ j=1,2$, обеспечивающих одновременно максимальное значение процентной маржи и согласованность платежных потоков во времени, имеет следующий вид:

$$\text{ПМ}(\tau)=\tau_1(\alpha_1-\beta_1)X_{11}+(\tau\alpha_2-\tau_1\beta_1)X_{12}+(\tau_1\alpha_1-\tau\beta_2)X_{21}+$$

$$+\tau(\alpha_2-\beta_2)X_{22}-\tau_2\beta_1'\text{П}_3^{\text{с}}+\tau_2\alpha_1'\text{А}_3^{\text{п}}\to\max$$

$$X_{11}+X_{12}=\text{П}_1^{\text{с}}\le\text{П}_1^{\text{п}},\quad X_{21}+X_{22}=\text{П}_2^{\text{с}}\le\text{П}_2^{\text{п}},$$

$$X_{11}+X_{21}=\text{А}_1^{\text{п}}\le\text{А}_1^{\text{с}},\quad X_{12}+X_{22}=\text{А}_2^{\text{п}}\le\text{А}_2^{\text{с}},$$

$$X_{12}\le\min\left(\text{А}_2^{\text{с}},\text{П}_1^{\text{п}},\text{П}_3^{\text{п}}\right),\quad X_{21}\le\min\left(\text{А}_1^{\text{с}},\text{А}_3^{\text{с}},\text{П}_2^{\text{п}}\right),$$

$$\text{П}_3^{\text{с}}=\max\{0,(X_{12}-X_{21})\},\quad \text{А}_3^{\text{п}}=\max\{0,(X_{21}-X_{12})\}. \tag{3.42}$$

Стратегия выбора решений модели (3.41) определяется соотношением между коэффициентами целевой функции, характеризующими доходность операций. $C_{ij}, i, j=1,2$ и ограничениями на спрос кредитов и предложение ресурсов. Так, если соотношения между коэффициентами определяются неравенствами

$$C_{12}>C_{22},\ C_{22}>C_{21},\ C_{21}>C_{11}, \tag{3.43}$$

где

$$C_{11}=\tau(\alpha_1-\beta_1), C_{12}=\tau\alpha_2-\tau_1\beta_1, C_{21}=\tau_1\alpha_1-\tau\beta_2, C_{22}=\tau(\alpha_2-\beta_2),$$

то оптимальные значения переменных определяются из уравнений (3.41), а максимальное значение процентной маржи находится в соответствии с уравнением (3.11).

Как уже отмечалось, в результате решения модели (3.42) определяются оптимальные значения переменных $\overset{o}{X}_{11}, \overset{o}{X}_{12}, \overset{o}{X}_{21}, \overset{o}{X}_{22}$, которым соответствуют:

оптимальные значения спроса по каждому виду ресурса

$$\overset{o}{П}{}_1^c = \overset{o}{X}_{11} + \overset{o}{X}_{12}, \tag{3.44}$$

$$\overset{o}{П}{}_2^c = \overset{o}{X}_{21} + \overset{o}{X}_{22}; \tag{3.45}$$

оптимальные значения предложения кредита по каждому виду

$$\begin{aligned} \overset{o}{А}{}_1^п &= \overset{o}{X}_{11} + \overset{o}{X}_{21}, \\ \overset{o}{А}{}_2^п &= \overset{o}{X}_{12} + \overset{o}{X}_{22}; \end{aligned} \tag{3.46}$$

оптимальное значение процентной маржи в случае, если $\overset{o}{X}_{12} = \overset{o}{X}_{21}$,

$$П\overset{o}{М}(\tau) = С_{11} \overset{o}{X}_{11} + С_{12} \overset{o}{X}_{12} + С_{21} \overset{o}{X}_{21} + С_{22} \overset{o}{X}_{22}; \tag{3.47}$$

оптимальное значение процентной маржи в случае, если $\overset{o}{X}_{12} - \overset{o}{X}_{21} > 0$,

$$\begin{aligned} П\overset{o}{М}(\tau) &= С_{11} \overset{o}{X}_{11} + С_{12} \overset{o}{X}_{12} + С_{21} \overset{o}{X}_{21} + С_{22} \overset{o}{X}_{22} - \\ &- \tau_2 \beta_1' \left(\overset{o}{X}_{12} - \overset{o}{X}_{21} \right); \end{aligned} \tag{3.48}$$

оптимальное значение процентной маржи в случае, если $\overset{o}{X}_{21} - \overset{o}{X}_{12} > 0$,

$$\begin{aligned} П\overset{o}{М}(\tau) &= С_{11} \overset{o}{X}_{11} + С_{12} X_{12} + С_{21} X_{21} + С_{22} X_{22} + \\ &+ \tau_2 \alpha_1' \left(\overset{o}{X}_{21} - \overset{o}{X}_{12} \right). \end{aligned} \tag{3.49}$$

Формулы (3.44 — 3.49) позволяют определить итоговую сумму процентной маржи, но представляют интерес и значения процентной маржи, полученной по отдельным оборотам денежных средств. Так, например, оптимальное значение процентной маржи, полученное от вовлечения "короткого" депозита в "короткий" кредит, равно

$$\text{ПМ}_{11}(\tau_1) = \text{C}_{11}\overset{\text{o}}{X}_{11}. \tag{3.50}$$

По аналогии можно определить и все другие составляющие итоговой суммы процентной маржи.

3.6. Модели целевой функции с учетом образования резервного фонда и оценка доходности депозитно-кредитных операций

Сформируем модель, описывающую задачу выбора менеджером решений в случае, если часть ресурсов отвлекается из оборота на формирование резервного фонда в ЦБ. Пусть γ — норматив образования резервного фонда. Тогда балансовые уравнения (3.20) и (3.22) между объемами купленных ресурсов и объемами их использования в кредитах будут иметь вид:

$$X_{11} + X_{12} = (1-\gamma)\,\Pi_1^{\text{c}}, \tag{3.51}$$

$$X_{21} + X_{22} = (1-\gamma)\,\Pi_2^{\text{c}}. \tag{3.52}$$

С учетом (3.51) и (3.52) уравнение для определения процентной маржи можно представить в следующей форме:

$$\begin{aligned}\text{ПМ}(\tau) = {} & \tau_1\left(\alpha_1 - (1/1-\gamma)\beta_1\right)X_{11} + \left(\tau\alpha_2 - (1/1-\gamma)\,\tau_1\beta_1\right)X_{12} + \\ & + \left(\tau_1\alpha_1 - (1/1-\gamma)\,\tau\beta_2\right)X_{21} + \tau\left(\alpha_2 - (1/1-\gamma)\beta_2\right)X_{22}.\end{aligned} \tag{3.53}$$

Уравнение (3.53) получено без учета согласованности платежных потоков во времени.

Необходимым условием доходности каждой операции, как следует из уравнения (3.53), является неотрицательность коэффициентов при переменных $X_{ij}, ij = 1,2$, что сводится к выполнению неравенств

$$\begin{aligned}& \alpha_1 > (1/1-\gamma)\beta_1,\ \tau\alpha_2 > (1/1-\gamma)\,\tau_1\beta_1,\ \tau\alpha_1 > (1/1-\gamma)\,\tau\beta_2, \\ & \alpha_2 > (1/1-\gamma)\beta_2.\end{aligned} \tag{3.54}$$

Сравнивая неравенства (3.54) с неравенствами (3.13), характеризующими условия доходности каждой из операций при вовлечении ресурсов в кредиты в полном объеме, можно сделать вывод, что условия доходности (3.54) являются более жесткими, т.к область выбора процентных ставок кредитов, рентабельных с точки зрения процентной маржи, сокращается.

Уравнение процентной маржи с учетом (3.51) и (3.52) и выполнения условий согласованности платежных потоков для случая $X_{12} > X_{21}$ будет иметь вид

$$\begin{gathered}\text{ПМ}(\tau)=\tau_1\left(\alpha_1-\frac{1}{1-\gamma}\beta_1\right)X_{11}+\left\{\tau\alpha_2-\frac{1}{1-\gamma}\left(\tau_1\beta_1+\tau_2\beta_1{}'\right)\right\}X_{12}+\\+\left\{\tau_1\alpha_1-\frac{1}{1-\gamma}\left(\tau\beta_2-\tau_2\beta_1{}'\right)\right\}X_{21}+\tau\left(\alpha_2-\frac{1}{1-\gamma}\beta_2\right)X_{22}.\end{gathered} \tag{3.55}$$

Из этого уравнения следует, что необходимым условием доходности операции вовлечения "короткого" депозита в "длинный" кредит является выполнение следующего неравенства:

$$\tau\alpha_2 \geq \frac{1}{1-\gamma}\left(\tau_1\beta_1+\tau_2\beta_1{}'\right). \tag{3.56}$$

При известных процентных ставках кредита α_2, депозита β_1 в настоящий момент времени из уравнения (3.56) легко получить, что процентная ставка дополнительного ресурса, вовлекаемого в начальный момент будущего периода, должна удовлетворять неравенству

$$\tau\alpha_2-\frac{1}{1-\gamma}\tau_1\beta_1 \geq \tau_2\beta_1{}'. \tag{3.57}$$

Необходимым условием доходности операции вовлечения "длинного" депозита в "короткий" кредит, как следует из (3.55), является выполнение неравенства

$$\tau_1\alpha_1+\frac{1}{1-\gamma}\tau_2\beta_1{}' \geq \frac{1}{1-\gamma}\tau\beta_2. \tag{3.58}$$

Из (3.58) получаем ограничение, которому должна удовлетворять процентная ставка дополнительного ресурса, вовлекаемого в будущий период, при известной ставке "короткого" кредита и "длинного" депозита.

$$\tau\beta_2-(1-\gamma)\tau_1\alpha_1 \leq \tau_2\beta_1{}'. \tag{3.59}$$

Из (3.58) и(3.59) получаем область возможных значений процентной ставки дополнительного ресурса, обеспечивающую доходность как операции вовлечения "короткого" депозита в "длинный" кредит,так и операции вовлечения "длинного" депозита в "короткий" кредит.

$$\tau\beta_2-(1-\gamma)\tau_1\alpha_1\leq\tau_2\beta_1'\leq\tau\alpha_2-\frac{1}{1-\gamma}\tau_1\beta_1. \tag{3.60}$$

Таким образом, при заданных процентных ставках депозитов и кредитов, а также их сроках хранения и погашения, определена замкнутая область эффективных значений процентной ставки депозита, вовлекаемого менеджером в оборот в будущий период на срок τ_2 с тем, чтобы избежать дебиторской задолженности. Эта область прогнозируемых значений процентной ставки депозита имеет нижнюю и верхнюю границы. Нижняя граница определяется из условия доходности вовлечения долгосрочного депозита в краткосрочный кредит, а верхняя граница области определяется из условия доходности вовлечения краткосрочного депозита в долгосрочный кредит. Любое прогнозируемое значение процентной ставки депозита из области, описываемой неравенством (3.60), обеспечивает доходность как операции вовлечения "короткого" депозита в "длинный" кредит, так и операции вовлечения "длинного" депозита в "короткий" кредит при сложившейся конъюнктуре на денежном рынке относительно процентных ставок в настоящий момент.

3.7. Модели задачи распределения ресурсов с учетом образования резервного фонда

При формировании ограничений задачи принятия решений в условиях отвлечения части ресурсов из оборота на образование резервного фонда необходимо учитывать балансовые уравнения (3.51) и (3.52), а также балансовые уравнения между объемом покупаемого дополнительного ресурса в будущем периоде Π_3^c и объемом вовлекаемого в оборот, которое можно представить в следующей форме:

$$\max\{0,(X_{12}-X_{21})\}=(1-\gamma)\Pi_3^c. \tag{3.61}$$

Как отмечалось ранее, это ограничение появляется, если $X_{12}>X_{21}$. Таким образом, задача принятия решений менеджером банка в условиях отвлечения части ресурсов из оборота на образование резервного фонда в ЦБ описывается с учетом балансовых уравнений (3.51), (3.52) и (3.61) следующей моделью:

$$\begin{gathered}
\Pi\mathrm{M}(\tau)=\tau_1\left(\alpha_1-(1/1-\gamma)\beta_1\right)X_{11}+ \\
+\left(\tau\alpha_2-(1/1-\gamma)\tau_1\beta_1-(1/1-\gamma)\tau_2\beta_1'\right)X_{12}+ \\
+\left(\tau_1\alpha_1-(1/1-\gamma)\tau\beta_2+\tau_2\alpha_1'\right)X_{21}+\tau\left(\alpha_2-\beta_2\right)X_{22}\to\max
\end{gathered}$$

$$X_{11}+X_{12}\le(1-\gamma)\Pi_1^{\text{п}},\ X_{21}+X_{22}\le(1-\gamma)\Pi_2^{\text{п}}$$

$$X_{11}+X_{21}\le\mathrm{A}_1^{\text{c}},\ X_{12}+X_{22}\le\mathrm{A}_2^{\text{c}}$$

$$X_{12}\le\min\left\{\mathrm{A}_2^{\text{c}},(1-\gamma)\Pi_1^{\text{п}},(1-\gamma)\Pi_3^{\text{п}}\right\},$$

$$X_{21}\le\min\left\{\mathrm{A}_1^{\text{c}},\mathrm{A}_3^{\text{c}},(1-\gamma)\Pi_2^{\text{п}}\right\}. \qquad (3.62)$$

Решение этой модели при условии, что соотношения между коэффициентами целевой функции определяются неравенствами (3.40), можно найти из следующих уравнений:

$$\overset{o}{X}_{12}=\min\left\{\mathrm{A}_2^{\text{c}},(1-\gamma)\Pi_1^{\text{п}},(1-\gamma)\Pi_3^{\text{п}}\right\},$$

$$\overset{o}{X}_{22}=\min\left\{\mathrm{A}_2^{\text{c}}-\overset{o}{X}_{12},(1-\gamma)\Pi_2^{\text{п}}\right\},$$

$$\overset{o}{X}_{21}=\min\left\{\mathrm{A}_1^{\text{c}},\mathrm{A}_3^{\text{c}},(1-\gamma)\Pi_2^{\text{п}}-\overset{o}{X}_{22}\right\},$$

$$\overset{o}{X}_{11}=\min\left\{\min\left(\mathrm{A}_1^{\text{c}},\mathrm{A}_3^{\text{c}}\right)-\overset{o}{X}_{21},\min(1-\gamma)\left(\Pi_1^{\text{п}},\Pi_3^{\text{п}}\right)-\overset{o}{X}_{12}\right\}. \qquad (3.63)$$

Если менеджер оказался в ситуации, когда он не располагает возможностью размещения высвобождающихся денежных средств в новые кредиты, то задача распределения ресурсов должна решаться им при условии выполнения ограничения (3.3), исключающего возникновение проблем с привлечением дополнительных ресурсов и проблем размещения денежных средств в новые кредиты. В этом случае модель задачи распределения ресурсов, решаемой менеджером при условии согласованности потоков платежей во времени, можно представить в следующей форме:

$$\text{ПМ}(\tau)=\tau_1\left(\alpha_1-(1/1-\gamma)\beta_1\right)X_{11}+\left(\tau\alpha_2-(1/1-\gamma)\tau_1\beta_1\right)X_{12}+$$
$$+\left(\tau_1\alpha_1-(1/1-\gamma)\tau\beta_2\right)X_{21}+\tau\left(\alpha_2-(1/1-\gamma)\beta_2\right)X_{22}\to\max$$

$$X_{11}+X_{12}\le(1-\gamma)\,\Pi_1^{\text{п}},$$

$$X_{21}+X_{22}\le(1-\gamma)\,\Pi_2^{\text{п}},$$

$$X_{11}+X_{22}\le \text{А}_2^{\text{с}},$$

$$X_{12}+X_{22}\le \text{А}_2^{\text{с}},$$

$$X_{12}=X_{21}=\min\left(\text{А}_1^{\text{с}},\text{А}_2^{\text{с}},(1-\gamma)\,\Pi_1^{\text{п}},(1-\gamma)\,\Pi_2^{\text{п}}\right). \qquad (3.64)$$

Здесь в модели ограничений балансовое уравнение между переменными X_{12} и X_{21}, равное

$$X_{12}-X_{21}=0,$$

соответствует выполнению условия согласованности платежных потоков во времени.

Таким образом решение, принимаемое менеджером на основе модели (3.64), одновременно удовлетворяет ограничениям на предложение ресурсов со стороны вкладчиков, спросу на кредиты со стороны заемщиков и согласованности платежных потоков во времени. Это решение для переменных $\overset{\circ}{X}_{12}$ и $\overset{\circ}{X}_{21}$ определяется из уравнения

$$\overset{\circ}{X}_{12}=\overset{\circ}{X}_{21}=\min\left(\text{А}_1^{\text{с}},\text{А}_2^{\text{с}},(1-\gamma)\,\Pi_1^{\text{п}},(1-\gamma)\,\Pi_2^{\text{п}}\right). \qquad (3.65)$$

Если ситуация на денежном рынке позволяет менеджеру привлекать со стороны в будущие периоды времени ресурсы для выполнения своих обязательств перед вкладчиками и размещать освобождающиеся ресурсы в новые кредиты, то модель механизма выбора решений по аналогии с моделью (3.39) можно представить в виде

$$\Pi M(\tau)=\tau_1\left(\alpha_1-(1/1-\gamma)\beta_1\right)X_{11}+$$
$$+\left(\tau\alpha_2-(1/1-\gamma)\tau_1\beta_1-(1/1-\gamma)\tau_2\beta_1'\right)X_{12}+$$
$$+\left(\tau_1\alpha_1-(1/1-\gamma)\tau\beta_2+\tau_2\alpha_1'\right)X_{21}+$$
$$+\tau\left(\alpha_2-(1/1-\gamma)\beta_2\right)X_{22}\to\min$$

$$X_{11}+X_{12}\le(1-\gamma)\Pi_1^{\text{п}},\ X_{21}+X_{22}\le(1-\gamma)\Pi_2^{\text{п}},$$

$$X_{11}+X_{21}\le A_1^{\text{c}},\ X_{12}+X_{22}\le A_2^{\text{c}},$$

$$X_{12}\le\min\left(A_2^{\text{c}},(1/1-\gamma)\Pi_1^{\text{п}},(1/1-\gamma)\Pi_3^{\text{п}}\right),$$

$$X_{21}\le\min\left(A_1^{\text{c}},A_3^{\text{c}},(1-\gamma)\Pi_2^{\text{п}}\right). \qquad (3.66)$$

Решение этой модели при условии выполнения неравенств (3.40) определяется из уравнений (3.63).

Найденные из (3.63) или (3.65) оптимальные значения $\overset{o}{X}_{11},\overset{o}{X}_{22},\overset{o}{X}_{12},\overset{o}{X}_{21}$ обеспечивают выполнение всех ограничений и позволяют получить:

оптимальные значения спроса по каждому виду ресурса

$$\overset{o}{\Pi}_1=(1/1-\gamma)\left(\overset{o}{X}_{11}+\overset{o}{X}_{12}\right),$$

$$\overset{o}{\Pi}{}_2^{\text{c}}=(1/1-\gamma)\left(\overset{o}{X}_{21}+\overset{o}{X}_{22}\right);$$

оптимальные значения предложения кредита со стороны банка по каждому виду

$$\overset{o}{A}{}_1^{\text{п}}=\overset{o}{X}_{11}+\overset{o}{X}_{21},$$

$$\overset{o}{A}{}_2^{\text{п}}=\overset{o}{X}_{12}+\overset{o}{X}_{22};$$

отчисление в резервный фонд в случае, если $\overset{o}{X}_{12}=\overset{o}{X}_{21}$, составит

$$\text{РФ}=(\gamma/1-\gamma)\left(\overset{o}{X}_{11}+\overset{o}{X}_{12}+\overset{o}{X}_{21}+\overset{o}{X}_{22}\right);$$

отчисление в резервный фонд в случае, если $\overset{o}{X}_{12} > \overset{o}{X}_{21}$, составит

$$\text{РФ} = (\gamma / 1-\gamma)\left(\overset{o}{X}_{11} + \overset{o}{X}_{12} + \overset{o}{X}_{21} + \overset{o}{X}_{22} \right) + (\gamma / 1-\gamma)\,\Pi_3^c;$$

максимальное значение процентной маржи в случае, если $\overset{o}{X}_{12} = \overset{o}{X}_{21}$,

$$\Pi\overset{o}{M}(\tau) = \tau_1\left(\alpha_1 - (1/1-\gamma)\beta_1\right)\overset{o}{X}_{11} + \left(\tau\alpha_2 - (1/1-\gamma)\,\tau_1\beta_1\right)\overset{o}{X}_{12} +$$
$$+\left(\tau_1\alpha_1 - (1/1-\gamma)\,\tau\beta_2\right)\overset{o}{X}_{21} + \tau\left(\alpha_2 - (1/1-\gamma)\beta_2\right)\overset{o}{X}_{22};$$

максимальное значение процентной маржи в случае, если $\overset{o}{X}_{12} > \overset{o}{X}_{21}$,

$$\Pi\overset{o}{M}(\tau) = \tau_1\left(\alpha_1 - (1/1-\gamma)\beta_1\right)\overset{o}{X}_{11} + \left(\tau\alpha_2 - (1/1-\gamma)\,\tau_1\beta_1\right)\overset{o}{X}_{12} +$$
$$+\left(\tau_1\alpha_1 - (1/1-\gamma)\,\tau\beta_2\right)\overset{o}{X}_{21} + \tau\left(\alpha_2 - (1/1-\gamma)\beta_2\right)\overset{o}{X}_{22} -$$
$$-(1/1-\gamma)\,\tau_2\beta_1'\left(\overset{o}{X}_{12} - \overset{o}{X}_{21} \right);$$

максимальное значение процентной маржи в случае, если $\overset{o}{X}_{21} > \overset{o}{X}_{12}$,

$$\Pi\overset{o}{M}(\tau) = \tau_1\left(\alpha_1 - (1/1-\gamma)\beta_1\right)\overset{o}{X}_{11} + \left(\tau\alpha_2 - (1/1-\gamma)\,\tau_1\beta_1\right)\overset{o}{X}_{12} +$$
$$+\left(\tau_1\alpha_1 - (1/1-\gamma)\,\tau\beta_2\right)\overset{o}{X}_{21} + \tau\left(\alpha_2 - (1/1-\gamma)\beta_2\right)\overset{o}{X}_{22} +$$
$$+\tau_2\alpha_1'\left(\overset{o}{X}_{21} - \overset{o}{X}_{12} \right),$$

а также при необходимости все другие оптимальные составляющие величину процентной маржи: доход от вовлечения "короткого" депозита в "короткий" кредит, "длинного" депозита в "короткий" кредит, "короткого" депозита в "длинный" кредит и, наконец, "длинного" депозита в "длинный" кредит, совокупный доход от вовлечения в оборот "коротких" и "длинных" депозитов, от использования "коротких" и "длинных" кредитов.

Оптимальный вариант распределения денежных ресурсов представляет собой результат согласования локальных решений со стороны депозитного отдела по объемам привлечения ресурсов и со стороны кредитного отдела по объемам их использования в различных направлениях. Таким образом, модель принятия решений (3.64) позволяет представить процесс распределения денежных ресурсов как единый процесс поиска оптимального согласованного решения относительно депозитно-кредитной политики банка в целом.

3.8. Совокупная оценка конечных результатов пассивно-активных операций

Результаты расчета по модели принятия решений представлены в табл. 3.1. В верхней части таблицы приведены исходные данные, характеризующие каждое направление использования денежных ресурсов. В первой графе помещены значения процентной ставки α_1, срок погашения τ_1 и объем спроса на краткосрочные кредиты со стороны заемщиков $А_1^с$, во второй графе — значения процентной ставки α_2, срок погашения и объем спроса на долгосрочный кредит.

В левой части таблицы приведены исходные данные, характеризующие каждый источник ресурсов: в первую графу внесены значения процентной ставки β_1, срок хранения τ_1 и объем предложения краткосрочных депозитов со стороны вкладчиков $П_1^п$, во второй — процентная ставка β_2, срок хранения τ и объем предложения долгосрочных депозитов $П_2^п$.

Таким образом, в нижней и правой части таблицы сведены исходные данные, характеризующие депозитно-кредитный рынок и необходимые для осуществления расчетов по модели принятия решений.

В графах 3—8 нижней и верхней частей таблицы приведены результаты расчетов, данные которых характеризуют деятельность соответствующих функциональных отделов. Так, данные в графах 3—8 верхней части таблицы характеризуют деятельность коллектива депозитного отдела, а данные в графах 3—8 нижней части таблицы — деятельность коллектива кредитного отдела.

Дадим вначале описание каждой графы в левой части таблицы.

В графе 3 приведены объемы предложения каждого вида кредитов, определяемых по формулам

$$\mathring{A}_1^{п} = \mathring{X}_{11} + \mathring{X}_{21}, \quad \mathring{A}_2^{п} = \mathring{X}_{12} + \mathring{X}_{22}$$

и итоговая сумма вовлеченных в кредиты ресурсов, получаемых из уравнения

$$\mathring{A}^{п} = \mathring{A}_1^{п} + \mathring{A}_2^{п}.$$

В графе 4 приведены значения предложения каждого вида кредита в процентах к общей сумме вовлеченных в кредиты ресурсов, определяемые из уравнений

$$\varepsilon_1^{к} = \mathring{A}_1^{п} / A^{п} \cdot 100, \quad \varepsilon_2^{к} = \mathring{A}_2^{п} / A^{п} \cdot 100.$$

Таблица 3.1

Направления размещения ресурсов / Наименования источников ресурсов		Кредиты: краткосрочный; % ставка, срок, спрос: $\alpha_1, \tau_1, A_1^с$ (1)	Кредиты: долгосрочный; % ставка, срок, спрос: $\alpha_2, \tau_2, A_2^с$ (2)	Спрос на ресурсы (3)	Спрос на ресурсы в % к общей сумме (4)	Полученные проценты (5)	Уплаченные проценты (6)	Процентная маржа (7)	Нормативы доходности ресурсов (8)
Депозиты: краткосрочный; % ставка, срок, предл-ие: $\beta_1, \tau_1, П_1^п$	1	$\mathring{X}_{11}$	$\mathring{X}_{12}$	$П_1^с$	$\varepsilon_1^д$	$\mathring{ПК}_1^д$	$\mathring{ПD}_1^д$	$\mathring{ПМ}_1^д$	$\mathring{C}_1^д$
Депозиты: долгосрочный; % ставка, срок, предл-ие: $\beta_2, \tau, П_2^п$	2	$\mathring{X}_{21}$	$\mathring{X}_{22}$	$П_2^с$	$\varepsilon_2^д$	$\mathring{ПК}_2^д$	$\mathring{ПD}_2^д$	$\mathring{ПМ}_2^д$	$\mathring{C}_2^д$
Предложение кредитов	3	$A_1^п = \mathring{X}_{11} + \mathring{X}_{21}$	$A_2^п = \mathring{X}_{12} + \mathring{X}_{22}$	$A^п = П^с$	100	$\mathring{ПК}^д$	$\mathring{ПD}^д$	$\mathring{ПМ}^д$	$\mathring{C}^д$
Предложение кредитов в % к общей сумме	4	$\varepsilon_1^к = A_1^п / A^п$	$\varepsilon_2^к = A_2^п / A^п$	100					
Полученные проценты	5	$\mathring{ПК}_1^к$	$\mathring{ПК}_2^к$	$\mathring{ПК}^к$					
Уплаченные проценты	6	$\mathring{ПD}_1^к$	$\mathring{ПD}_2^к$	$\mathring{ПD}^к = \mathring{ПD}_1^к + \mathring{ПD}_2^к$					
Процентная маржа	7	$\mathring{ПМ}_1^к$	$\mathring{ПМ}_2^к$	$\mathring{ПМ}^к = \mathring{ПМ}_1^к + ПМ_2^к$					
Нормативы доходности кредитов	8	$\mathring{C}_1^к$	$\mathring{C}_2^к$	$\mathring{C}^к = \mathring{ПМ}^к / \mathring{A}^п$					

В графе 5 приведены проценты, получаемые банком по каждому виду кредитов и их итоговые значения, определяемые по уравнениям

$$\Pi \overset{o}{K}{}_1^{\kappa} = \tau_1 \alpha_1 \overset{o}{A}{}_1^{\pi} = \tau_1 \alpha_1 \left(\overset{o}{X}_{11} + \overset{o}{X}_{21} \right),$$

$$\Pi \overset{o}{K}{}_2^{\kappa} = \tau \alpha_2 \overset{o}{A}{}_2^{\pi} = \tau \alpha_2 \left(\overset{o}{X}_{12} + \overset{o}{X}_{22} \right),$$

$$\Pi \overset{o}{K}{}^{\kappa} = \Pi \overset{o}{K}{}_1^{\kappa} + \Pi \overset{o}{K}{}_2^{\kappa} = \tau_1 \alpha_1 \overset{o}{A}{}_1^{\pi} + \tau_2 \alpha_2 \overset{o}{A}{}_2^{\pi} =$$
$$= \tau_1 \alpha_1 \left(\overset{o}{X}_{11} + \overset{o}{X}_{12} \right) + \tau \alpha_2 \left(\overset{o}{X}_{12} + \overset{o}{X}_{22} \right).$$

В графе 6 приведены суммы процентов по депозитам, уплаченные банком от той их части, которая вовлечена в каждый вид кредита, и определяемые по формулам

$$\Pi \overset{o}{Д}{}_1^{\kappa}\ \tau_1 \beta_1 \overset{o}{X}_{11} + \tau \beta_2 \overset{o}{X}_{21}, \quad \Pi \overset{o}{Д}{}_2^{\kappa} = \tau_1 \beta_1 \overset{o}{X}_{12} + \tau \beta_2 \overset{o}{X}_{22}.$$

Итоговая сумма уплаченных банком процентов равна

$$\Pi \overset{o}{Д}{}^{\kappa} = \overset{o}{\Pi} Д_1^{\kappa} + \Pi \overset{o}{Д}{}_2^{\kappa} = \tau_1 \beta_1 \left(\overset{o}{X}_{11} + \overset{o}{X}_{21} \right) + \tau \beta_2 \left(\overset{o}{X}_{12} + \overset{o}{X}_{22} \right).$$

В графу 7 внесены значения процентной маржи (дохода), полученной банком по каждому виду кредитов, и итоговое ее значение, определяемое по формуле

$$\Pi \overset{o}{M}{}_1^{\kappa} = \Pi \overset{o}{K}{}_1^{\kappa} - \Pi \overset{o}{Д}{}_1^{\kappa} = \tau_1 (\alpha_1 - \beta_1) \overset{o}{X}_{11} + (\tau_1 \alpha_1 - \tau \beta_2) \overset{o}{X}_{21}$$

$$\Pi \overset{o}{M}{}_2^{\kappa} = \Pi \overset{o}{K}{}_2^{\kappa} - \Pi \overset{o}{Д}{}_2^{\kappa} = (\tau \alpha_2 - \tau_1 \beta_1) \overset{o}{X}_{12} + \tau (\alpha_2 - \beta_2) \overset{o}{X}_{22}$$

$$\Pi \overset{o}{M}{}^{\kappa} = \Pi \overset{o}{M}{}_1^{\kappa} + \Pi \overset{o}{M}{}_2^{\kappa}.$$

В графе 8 приведены значения нормативов доходности по каждому виду кредитов и общее значение доходности, получаемой банком с каждой денежной единицы вовлеченных в соответствующие кредиты денежных средств. Нормативы доходности определяются из уравнений

$$\mathring{C}_1^{\text{к}} = \frac{\text{П}\,\mathring{\text{М}}_1^{\text{к}}}{\mathring{\text{А}}_1^{\text{п}}},\ \mathring{C}_2^{\text{к}} = \frac{\text{П}\,\mathring{\text{М}}_2^{\text{к}}}{\mathring{\text{А}}_2^{\text{п}}},\ C^{\text{к}} = \frac{\text{П}\,\mathring{\text{М}}^{\text{к}}}{\mathring{\text{А}}^{\text{к}}}.$$

В совокупности все величины, приведенные в графах 3—8 таблицы, характеризуют деятельность коллектива кредитного отдела при реализации им двух видов кредитов.

Приведем описание каждой из граф 3—8 в правой части таблицы. В графе 3 занесены величины спроса со стороны банка каждого вида ресурса и общая сумма вовлеченных в кредит ресурсов, определяемых по уравнениям

$$\mathring{\text{П}}_1^{\text{с}} = \mathring{X}_{11} + \mathring{X}_{12},\ \mathring{\text{П}}_2^{\text{с}} = \mathring{X}_{21} + \mathring{X}_{22},\ \text{П}^{\text{с}} = \mathring{\text{П}}_1^{\text{с}} + \mathring{\text{П}}_2^{\text{с}}.$$

Из сравнений формул для $\text{П}^{\text{с}}$ и $\text{А}^{\text{п}}$ можно заключить, что $\text{А}^{\text{п}} = \text{П}^{\text{с}}$, что означает, что объем привлеченных ресурсов равен объему вовлеченных в кредит денежных ресурсов.

В графе 4 приведены значения спроса каждого вида ресурса в процентах к общей сумме вовлеченных ресурсов, определяемые по формулам

$$\varepsilon_1^{\text{д}} = \text{П}_1^{\text{с}} \,/\, \text{П}^{\text{с}} \cdot 100,\ \ \varepsilon_2^{\text{д}} = \text{П}_2^{\text{с}} \,/\, \text{П}^{\text{с}} \cdot 100.$$

В графе 5 приведены проценты по кредитам, полученные банком от той части депозитов, которые вовлечены в каждый кредит, и итоговая их величина, определяемые по формулам

$$\mathring{\text{П}}\text{К}_1^{\text{д}} = \tau_1 \alpha_1 \mathring{X}_{11} + \tau \alpha_2 \mathring{X}_{12},\ \ \mathring{\text{П}}\text{К}_2^{\text{д}} = \tau_1 \alpha_1 \mathring{X}_{21} + \tau \alpha_2 \mathring{X}_{22}$$

$$\mathring{\text{П}}\text{К}^{\text{д}} = \mathring{\text{П}}\,\text{К}_1^{\text{д}} + \mathring{\text{П}}\,\text{К}_2^{\text{д}} = \tau_1 \alpha_1 \left(\mathring{X}_{11} + \mathring{X}_{21} \right) + \tau \alpha_2 \left(\mathring{X}_{21} + \mathring{X}_{22} \right).$$

В графе 6 приведены суммы процентов по каждому депозиту, выплаченные банком вкладчикам, и итоговая сумма процентов по двум депозитам, определяемые по уравнениям

$$\mathring{\text{П}}\text{Д}_1^{\text{д}} = \tau_1 \beta_1 \text{П}_1^{\text{с}} = \tau_1 \beta_1 \left(\mathring{X}_{11} + \mathring{X}_{12} \right),$$

$$\mathring{\text{П}}\text{Д}_2^{\text{д}} = \tau \beta_2 \text{П}_2^{\text{с}} = \tau \beta_2 \left(\mathring{X}_{21} + \mathring{X}_{22} \right),$$

$$\overset{o}{\Pi Д}{}^{д} = \overset{o}{\Pi Д}{}_1^{д} + \overset{o}{\Pi Д}{}_2^{д} = \tau_1 \beta_1 \left(\overset{o}{X}_{11} + \overset{o}{X}_{12} \right) + \tau \beta_2 \left(\overset{o}{X}_{21} + \overset{o}{X}_{22} \right).$$

В графе 7 внесены значения процентной маржи, полученные банком от вовлечения каждого вида ресурсов в соответствующие кредиты и итоговая ее величина, определяемая по формулам

$$\Pi \overset{o}{М}{}_1^{д} = \overset{o}{\Pi} К_1^{д} - \Pi \overset{o}{Д}{}_1^{д} = \tau_1 (\alpha_1 - \beta_1) \overset{o}{X}_{11} + (\tau \alpha_2 - \tau_1 \beta_1) \overset{o}{X}_{12}$$

$$\Pi \overset{o}{М}{}_2^{д} = \Pi \overset{o}{К}{}_2^{д} - \overset{o}{\Pi} Д_2^{д} = (\tau_1 \alpha_2 - \tau \beta_2) \overset{o}{X}_{21} + \tau (\alpha_2 - \beta_2) \overset{o}{X}_{22}$$

$$\Pi \overset{o}{М}{}^{д} = \Pi \overset{o}{М}{}_1^{д} + \Pi \overset{o}{М}{}_2^{д}.$$

Сравнивая уравнения для определения значения итоговой величины процентной маржи $\Pi \overset{o}{М}{}^{к}$ и $\Pi \overset{o}{М}{}^{д}$, можно сделать вывод, что эти две величины равны между собой, т. е. $\Pi \overset{o}{М}{}^{д} = \Pi \overset{o}{М}{}^{к}$.

В графе 8 приведены значения нормативов доходности по каждому виду вовлеченного в оборот ресурса и общее значение доходности с каждой денежной единицы вовлекаемого в кредит ресурса, определяемые по уравнениям

$$\overset{o}{С}{}_1^{д} = \Pi \overset{o}{Д}{}_1^{д} / \overset{o}{\Pi}{}_1^{с}, \quad \overset{o}{С}{}_2^{д} = \Pi \overset{o}{Д}{}_2^{д} / \Pi \overset{o}{Д}{}_2^{с}, \quad \overset{o}{С}{}^{д} = \overset{o}{\Pi} Д^{д} / \overset{o}{\Pi}{}^{с}.$$

Все величины в совокупности, приведенные в графах 3—8 в правой части таблицы, характеризуют деятельность коллектива депозитного отдела по вовлечению в оборот двух видов депозитов.

3.9. Оценка результатов активных операций

Формулы, позволяющие рассчитать данные, характеризующие деятельность менеджера по размещению ресурсов в два вида кредитов, сведены в табл. 3.2—3.6. В табл. 3.2 приведены формулы для определения объемов вовлечения ресурсов в краткосрочный и долгосрочные кредиты, измеряемые в денежных единицах и в процентах к общей сумме кредитов.

Предложение кредитов	Формулы для расчетов		Спрос на кредиты и его превышение
	В денежных единицах	В % к общей сумме кредитов	
1	2	3	4
Общий объем предложения кредитов	$A^П = X_{11} + X_{12} + X_{21} + X_{22}$	100	$A^c, \Delta^c = A^c - A^П$
В том числе: краткосрочных	$A_1^П = X_{11} + X_{21}$	$A_1^П / A^П \, 100$	$A_1^c, \Delta_1^c = A_1^c - A_1^П$
долгосрочных	$A_2^П = X_{12} + X_{22}$	$A_2^П / A^П \, 100$	$A_2^П, \Delta_2^c = A_2^c - A_2^П$

Цифровые данные, рассчитанные по приведенным в таблице формулам, позволяют сравнивать объемы "продаваемых" кредитов с учетом сроков их погашения и определять направление, в которое вовлекается наибольшее или наименьшее количество ресурсов в оптимальном варианте. В графе 4 приведены величины спроса на кредиты и величины превышения его относительно предложений кредитов со стороны банка. Если какая-то из этих величин равняется нулю, то это означает, что спрос на этот кредит удовлетворяется банком, если же больше нуля — не удовлетворяется на величину превышения.

В табл. 3.3 приведены формулы для определения сумм полученных процентов по кредитам каждого вида, измеряемых в денежных единицах и в процентах к общей сумме процентов по обоим кредитам. Сравнение данных графы 3 табл. 3.3 позволяет количественно оценить с позиции получаемых процентов наиболее эффективное из двух направлений использования денежных средств.

Таблица 3.3

Наименование сумм полученных процентов по кредитам	Формулы для расчета	
	в денежных единицах	в % к общей сумме полученных процентов
1	2	3
Общая сумма полученных процентов по кредитам	$ПК^к = \tau_1 \alpha_1 (X_{11} + X_{21}) + \tau\alpha (X_{12} + X_{22})$	100
В том числе: краткосрочным	$ПК_1^к = \tau_1 \alpha_1 (X_{11} + X_{21})$	$(ПК_1^к / ПК^к)100$
долгосрочным	$ПК_2^к = \tau\alpha (X_{12} + X_{22})$	$(ПК_2^к / ПК^к)100$

В табл. 3.4 сведены формулы для определения сумм уплаченных процентов по вовлекаемым в кредиты ресурсам. При этом данные графы 3 позволяют оценить с точки зрения уплаченных процентов наиболее эффективное из двух направлений размещения денежных средств.

В табл. 3.5 представлены формулы для определения величин процентной маржи, получаемой банком от вовлечения двух видов ресурсов в два вида кредитов. Данные графы 2 и 3 табл. 3.5 характеризуют эффективность вложения денежных средств в краткосрочный и долгосрочный кредиты с точки зрения получаемой банком процентной маржи.

Таблица 3.4

Наименование сумм уплаченных процентов по привлекаемым ресурсам	Формулы для расчета	
	в денежных единицах	в % к общей сумме уплаченных процентов
1	2	3
Общая сумма уплаченных процентов по ресурсам	$ПД^{к} = \tau_1 \beta_1 (X_{11} + X_{12}) + \tau \beta_2 (X_{21} + X_{22})$	100
В том числе: краткосрочным	$ПД_1^{к} = \tau_1 \beta_1 (X_{11} + X_{12})$	$(ПД_1^{к} / ПД^{к}) 100$
долгосрочным	$ПД_2^{к} = \tau \beta_2 (X_{21} + X_{22})$	$(ПД_2^{к} / ПД^{к}) 100$

В табл. 3.6 представлены формулы для определения удельных нормативов доходности каждого вида кредита с позиций трех критериев: процентной маржи; полученных процентов по каждому виду кредита и уплаченных процентов по ресурсам, вовлекаемых в два кредита. В графе 2 табл. 3.6 каждая из данных характеризует величину процентной маржи, получаемую банком с каждой денежной единицы "покупаемого" им кредита, данные графы 3 — сумму получаемых процентов с каждой денежной единицы соответствующего кредита, а данные графы 4 — сумму уплаченных процентов по ресурсам, вовлекаемых в два кредита с каждой их денежной единицы.

Таблица 3.5

Наименование величины процентной маржи по кредитам	Формулы для расчета	
	в денежных единицах	в % к общей сумме процентной маржи
1	2	3
Общая сумма процентной маржи по кредитам	$ПМ^{к} = ПК^{к} - ПД^{к}$	100
В том числе:		
краткосрочным	$ПМ_1^{к} = ПК_1^{к} - ПД_1^{к}$	$(ПМ_1^{к}/ПМ^{к})100$
долгосрочным	$ПМ_2^{к} = ПК_2^{к} - ПД_2^{к}$	$(ПМ_2^{к}/ПМ^{к})100$

Таким образом, цифровые данные, рассчитанные по формулам и сведенные в табл. 3.2—3.6, позволяют оценить стратегию менеджера по вовлечению денежных ресурсов в два кредита с различных позиций: с позиции объемов "продаваемых" кредитов; сумм получаемых и выплачиваемых процентов; процентной маржи.

Таблица 3.6

Нормативы доходности по кредитам	Нормативы доходности кредитов		
	процентной маржи	полученных процентов	уплаченных процентов
1	2	3	4
Общая доходность кредитов	$ПМ^к/А^п$	$ПК^к/А^п$	$ПД^к/А^п$
В том числе:			
краткосрочных	$ПМ_1^к/А_1^п$	$ПК_1^к/А_1^п$	$ПД_1^к/А_1^п$
долгосрочных	$ПМ_2^к/А_2^п$	$ПК_2^к/А_2^п$	$ПД_2^к/А_2^п$

3.10. Оценка результатов пассивных операций

Формулы, позволяющие рассчитать данные, характеризующие деятельность менеджера банка по привлечению денежных ресурсов двух видов, сведены в табл. 3.7—3.11.

В табл. 3.7 приведены объемы привлеченных средств по каждому их виду и в сумме. В графе 3 табл. 3.7 приведены данные, характеризующие спрос ресурсов в процентах к общему спросу. Данные этой графы позволяют определить вид ресурса, на который со стороны банка имеется наибольший спрос. В графе 4 табл. 3.7 приведены величины предложения ресурсов и величины их превышения относительно спроса.Если какая-то из этих двух величин равна нулю, то предложение ресурсов со стороны вкладчиков по этому ресурсу удовлетворяется банком, а если какая-то величина больше нуля, то предложение ресурсов не удовлетворяется спросом на него.

Таблица 3.7

Спрос на ресурсы	Формулы для расчета		Предложение ресурсов и их превышение
	в денежных единицах	в % к общей сумме расчетов	
1	2	3	4
Общая сумма спроса ресурсов	$П^с = X_{11}+X_{12}+X_{21}+X_{22}$	100	$П^п,\ \Delta^п = П^п - П^с$
В том числе:			
краткосрочных	$П_1^с = X_{11}+X_{12}$	$(П_1^с/П^с)100$	$П_1^п,\ \Delta_1^п = П_1^п - П_1^с$
долгосрочных	$П_2^с = X_{21}+X_{22}$	$(П_2^с/П^с)100$	$П_2^п,\ \Delta_2^п = П_2^п - П_2^с$

Таблица 3.8

Наименование сумм полученных процентов по ресурсам	Формулы для расчета	
	в денежных единицах	в % к общей сумме полученных процентов
1	2	3
Общая сумма полученных процентов по ресурсам	$ПК^д = \tau_1\alpha_1(X_{11}+X_{21}) + \tau\alpha_2(X_{12}+X_{22})$	100
В том числе: краткосрочным	$ПК_1^д = \tau_1\alpha_1 X_{11} + \tau\alpha_2 X_{12}$	$(ПК_1^д/ПК^д)100$
долгосрочным	$ПК_2^д = \tau_1\alpha_1 X_{21} + \tau\alpha_2 X_{22}$	$(ПК_2^д/ПК^д)100$

Таблица 3.9

Наименование сумм уплаченных процентов по ресурсам	Формулы для расчета	
	в денежных единицах	в % к общей сумме уплаченных процентов
1	2	3
Общая сумма уплаченных процентов по ресурсам	$ПД^{д} = \tau_1 \beta_1 (X_{11} + X_{12}) + \tau \beta_2 (X_{21} + X_{22})$	100
В том числе: краткосрочным	$ПД_1^{д} = \tau_1 \beta_1 (X_{11} + X_{12})$	$(ПД_1^{д}/ПД^{д})100$
долгосрочным	$ПД_2^{д} = \tau \beta_2 (X_{21} + X_{22})$	$(ПД_2^{д}/ПД^{д})100$

В табл. 3.8 сведены формулы для расчета сумм полученных процентов по двум видам ресурса, вовлеченных в два вида кредита. При этом определяются проценты по краткосрочному и долгосрочному ресурсу, а также в их сумме. Данные, представленные в графе 3, позволяют оценить с позиции получаемого дохода эффективность привлечения двух ресурсов.

В табл. 3.9 представлены формулы для расчета сумм уплаченных процентов по двум ресурсам, имеющим разные сроки хранения. Данные позволяют оценить с позиции величин расходов по ресурсам эффективность вовлечения каждого из ресурсов.

В таблице 3.10 приведены формулы для расчета величин процентной маржи по двум ресурсам, размещаемым в два кредита, что позволяет оценить эффективность привлечения денежных средств и таким образом охарактеризовать стратегию менеджера в этом направлении.

Таблица 3.10

Наименование величины процентной маржи по ресурсам	Формулы для расчета	
	в денежных единицах	в % к общей сумме процентной маржи
1	2	3
Общая сумма процентной маржи по ресурсам	$ПМ^{д}=ПК^{д}-ПД^{д}$	100
В том числе: краткосрочным	$ПМ_1^{д}=ПК_1^{д}-ПД_1^{д}$	$(ПМ_1^{д}/ПМ^{д})100$
долгосрочным	$ПМ_2^{д}=ПК_2^{д}-ПД_2^{д}$	$(ПМ_2^{д}/ПМ^{д})100$

Таблица 3.11

Наименование норматива доходности по ресурсам	Нормативы доходности по ресурсам		
	процентной маржи	полученных процентов	уплаченных процентов
1	2	3	4
Общая доходность ресурсов	$ПМ^{д}/П^{с}$	$ПК^{д}/П^{с}$	$ПД^{д}/П^{с}$
В том числе по: краткосрочным	$ПМ_1^{д}/П_1^{с}$	$ПК_1^{д}/П_1^{с}$	$ПД_1^{д}/П_1^{с}$
долгосрочным	$ПМ_2^{д}/П_2^{с}$	$ПК_2^{д}/П_2^{с}$	$ПД_2^{д}/П_2^{с}$

В табл. 3.11 приведены нормативы доходности каждого их двух видов ресурсов с позиции критериев процентной маржи, полученных и уплаченных процентов. Каждая из данных графы 2 показывает величину процентной маржи, получаемой банком от соответствующего ресурса с каждой его денежной единицы. Данные графы 3 характеризуют сумму получаемых процентов по ресурсам каждого вида с каждой денежной единицы, а данные графы 4 — сумму уплаченных процентов по каждому из двух видов ресурсов с каждой денежной единицы.

Таким образом, данные, рассчитанные по формулам, сведенным в табл. 3.7—3.11, позволяют оценить решение менеджера по привлечению денежных средств двух видов с позиций объемов привлекаемых ресурсов, сумм получаемых и выплачиваемых процентов и процентной маржи, получаемой банком по каждому виду ресурсов.

Результаты расчетов, осуществляемые по формулам, сведенным в табл. 3.2—3.11, позволяют оценить в совокупности стратегии по привлечению ресурсов , а также по размещению привлеченных денежных средств в кредиты, формируемые менеджером на депозитном рынке.

3.11. Числовые примеры решения задачи распределения двух видов ресурсов в два вида кредитов

Предположим, что на определенный момент времени на депозитно-кредитном рынке сложилась ситуация, в которой со стороны вкладчиков предлагается два вида депозитов, характеризуемых следующими параметрами:

предложение 1-го депозита $П_1^п = 60$ д. ед.;

процентная ставка $\beta_1 = 85\%$ годовых;

срок хранения $\tau_1 = 0{,}05$ года;

предложение 2-го депозита $П_2^п = 90$ д. ед.;

процентная ставка $\beta_2 = 95\%$ годовых;

срок хранения $\tau = 0{,}1$ года.

Со стороны заемщиков на кредитном рынке имеется спрос на два кредита, характеризуемых следующими параметрами:

спрос на 1-й вид кредита $A_1^c = 60$ д. ед.;

процентная ставка $\alpha_1 = 115\%$ годовых;

срок погашения $\tau_1 = 0{,}05$ года;

спрос на 2-й вид кредита $A_2^c = 90$ д. ед.;

процентная ставка $\alpha_2 = 130\%$ годовых;

срок погашения $\tau = 0{,}1$ года.

Назовем депозиты и кредиты 1-го вида краткосрочными, а 2-го вида — долгосрочными.

Как следует из приведенных данных, ситуация на рынках характеризуется тем, что имеет место баланс между спросом на кредиты и предложением ресурсов.

Перед менеджером банка возникает задача в распределении двух видов ресурсов в два вида кредитов. Определим вначале доходность каждой из операций вовлечения ресурсов в кредиты без учета привлечения дополнительных ресурсов и без учета размещения высвобождающихся ресурсов в новые кредиты. Для этого в соответствии с (3.12) определим коэффициенты $C_{11}, C_{12}, C_{21}, C_{22}$:

$$C_{11} = \tau_1(\alpha_1 - \beta_1) = 0{,}05(1{,}15 - 0{,}85) = 0{,}015;$$
$$C_{12} = \tau\alpha_2 - \tau_1\beta_1 = 0{,}1 \cdot 1{,}30 - 0{,}05 \cdot 0{,}85 = 0{,}0875.$$

$$C_{21} = \tau_1\alpha_1 - \tau_1\beta_2 = 0{,}05 \cdot 1{,}15 - 0{,}1 \cdot 0{,}95 = -0{,}0375;$$
$$C_{22} = \tau(\alpha_2 - \beta_2) = 0{,}1(1{,}3 - 0{,}95) = 0{,}035.$$

Из полученных значений коэффициентов следует, что наибольшая доходность, равная 0,0875, имеет место при реализации операции вовлечения краткосрочного депозита в долгосрочный кредит.

Операция же вовлечения долгосрочного депозита в краткосрочный кредит имеет отрицательную доходность. Таким образом, оценка эффективности каждой операции вовлечения ресурсов в кредиты позволяет менеджеру выработать следующую стратегию поведения: разместить максимальное количество краткосрочных ресурсов в долгосрочный кредит, а затем, в зависимости от предложений и спроса, решать задачу привлечения и размещения в кредиты других ресурсов. При этом следует учитывать, что операция вовлечения долгосрочного депозита в краткосрочный кредит является убыточной.

Предположим, что менеджер располагает возможностью размещать высвобождающиеся из оборота ресурсы в новые кредиты и привлекать со стороны дополнительные ресурсы в будущие периоды. Пусть прогнозируемый уровень процентной ставки депозита и кредита на начальный момент срока $\tau_2 = \tau = (\tau - \tau_1) = 0{,}05$ года соответственно составляет $\beta'_1 = 85\%$, $\alpha'_1 = 115\%$. Тогда доходность операции вовлечения краткосрочного депозита в долгосрочный кредит равна

$$C_{12} = \tau\alpha - \tau_1\beta_1 - \tau_2\beta'_1 = 0{,}1\cdot 1{,}3 - 0{,}05\cdot 0{,}85 - 0{,}05\cdot 0{,}85 = 0{,}045,$$

а доходность операции вовлечения долгосрочного депозита в краткосрочный кредит составит

$$C_{21} = \tau_1\alpha_1 - \tau\beta_2 + \tau_2\alpha'_1 = 0{,}05\cdot 1{,}15 - 0{,}1\cdot 0{,}95 + 0{,}05\cdot 1{,}15 = 0{,}02.$$

Операция вовлечения долгосрочного депозита в краткосрочный из убыточной, как следует из полученного значения для коэффициента C_{21}, стала доходной, но при этом доходность операции вовлечения краткосрочного депозита в долгосрочный кредит уменьшилась на величину $\Delta C_{12} = 0{,}0875 - 0{,}045 = 0{,}042$.

Сравнивая полученные значения коэффициентов между собой, можно выявить наиболее эффективное направление размещения ресурсов.

Рассмотрим в числовой форме задачи выбора менеджером оптимальных решений в различных ситуациях. Пусть ситуация характеризуется тем, что менеджер не имеет возможности в будущие периоды времени привлекать дополнительные ресурсы и размещать высвобождающиеся из оборота ресурсы в новые кредиты. Тогда модель задачи в соответствии с (3.35) представим в следующей форме:

$$\text{ПМ}(\tau) = C_{11}X_{11} + C_{22}X_{22} \to \max$$

$$X_{11} \le \min\left(\text{А}_1^{\text{с}},\ \text{П}_1^{\text{п}}\right),\ X_{22} \le \min\left(\text{А}_2^{\text{с}},\ \text{П}_2^{\text{п}}\right)$$

или, с учетом исходных данных,

$$\text{ПМ}(\tau) = 0{,}015X_{11} + 0{,}035X_{22} \to \max$$

$$X_{11} \le \min(60{,}60),\ X_{22} \le \min(90{,}90).$$

Оптимальное решение задачи распределения ресурсов для рассматриваемой ситуации равно

$$\overset{o}{X}_{11} = 60\,\text{д.ед.},\quad \overset{o}{X}_{22} = 90\,\text{д.ед.},\quad \overset{o}{X}_{12} = \overset{o}{X}_{21} = 0. \qquad (3.67)$$

Полученное решение обеспечивает согласованность платежных потоков во времени.

Оптимальным значениям найденных переменных соответствует следующее максимальное значение процентной маржи:

$$\Pi\overset{o}{M}(\tau) = 0{,}015\cdot 60 + 0{,}035\cdot 90 = \ 4{,}05\ \text{д. ед.}$$

Как отмечалось, полученное решение эквивалентно решению (3.38) модели (3.37). Убедимся в этом. В соответствии с (3.38) находим, что

$$\overset{o}{X}_{12} = \overset{o}{X}_{21} = \ \min\left(A_1^c, A_2^c, \Pi_1^{п}, \Pi_2^{п}\right) = \min(60, 90, 60,\ 90) = 60\ \text{д.ед.} \ (3.68)$$

Из ограничений $\overset{o}{X}_{11} + \overset{o}{X}_{12} = \Pi_1^{п}$, $\overset{o}{X}_{11} + \overset{o}{X}_{12} = A_1^c \ = 60$ следует, что оптимальное значение переменной $\overset{o}{X}_{11} = 0$, а из ограничений $\overset{o}{X}_{21} + \overset{o}{X}_{22} = \Pi_2^{п} \ = 90$, $\overset{o}{X}_{12} + \overset{o}{X}_{22} = A_2^{п} \ = 90$ находим, что $\overset{o}{X}_{22} = 30$ д. ед.

Полученным оптимальным значениям переменных соответствует следующее значение процентной маржи:

$$\Pi\overset{o}{M}(\tau) = C_{11}\overset{o}{X}_{11} + C_{12}\overset{o}{X}_{12} \ + C_{21}\overset{o}{X}_{21} + C_{22}\overset{o}{X}_{22} = 0{,}015\cdot 0 +$$
$$+ 0{,}0875\cdot 60 - 0{,}0375\cdot 60 + 0{,}035\cdot 30 = 0 + 5{,}25 - 2{,}25 + 1{,}05 = 4{,}05\,\text{д.ед.}$$

Сравнивая значение процентной маржи, полученной по двум вариантам решений, убеждаемся в их эквивалентности.

Рассмотрим задачу выбора решений ситуации, когда менеджер банка без согласования платежных потоков во времени имеет возможность привлекать со стороны в будущие периоды времени дополнительные ресурсы и размещать высвобождающиеся ресурсы в новые кредиты, чтобы повысить эффективность операции. Пусть прогноз предложения ресурса в начальный момент срока τ_2 с процентной ставкой $\beta_1' = 0{,}85\%$, сроком хранения $\tau_2 = 0{,}05$ года составляет $\Pi_3^{п} = 55$ д. ед., а прогноз спроса на кредиты в начальный момент срока τ_2 с процентной ставкой $\alpha_1' = 115\%$, сроком погашения $\tau_2 = 0{,}05$ года составляет $A_3^{c} = 60$ д. ед.

Тогда модель принятия решений (3.39) будет иметь вид

$$\Pi M(\tau) = C_{11}X_{11} + C_{12}X_{12} + C_{21}X_{21} + C_{22}X_{22} =$$
$$= 0{,}015X_{11} + 0{,}045X_{12} + 0{,}02X_{21} + 0{,}035X_{22} \to \max$$

$$X_{11} + X_{12} \le \Pi_1^{п} = 60,\ X_{21} + X_{22} \le \Pi_2^{п} = 90,$$

$$X_{12} \le \min\left(A_2^{c}, \Pi_1^{п}, \Pi_3^{п}\right) \le \min(90,60,65),$$

$$X_{21} \le \min\left(A_1^{c}, A_3^{c}, \Pi_2^{п}\right) \le \min(60,60,90),$$

$$X_{11} + X_{21} \le A_1^{c} \le 60,\ X_{12} + X_{22} \le A_2^{c} = 90.$$

Учитывая, что $C_{12} > C_{22}$, $C_{22} > C_{21}$, $C_{21} > C_{11}$, выбор менеджером оптимального решения сводится к следующей стратегии:

$$\overset{o}{X}_{12} = \min\left(A_2^{c}, \Pi_1^{п}, \Pi_3^{п}\right) = \min(90,60,65) = 60 \text{ д. ед.}$$

$$\overset{o}{X}_{22} = \min\left\{\Pi_2^{п}, \left(A_2^{c} - \overset{o}{X}_{12}\right)\right\} = \min(90,30)$$

$$\overset{o}{X}_{21} = \min\left\{(\Pi_2^{п} - \overset{o}{X}_{22}), A_1^{c}, A_3^{c}\right\} = \min(60,60,60) = 60 \text{ д. ед.}$$

$$\overset{o}{X}_{11} = \min\left\{\min\left(\Pi_1^{п}, \Pi_3^{п}\right) - \overset{o}{X}_{12},\ \min\left(A_1^{c}, A_3^{c}\right) - \overset{o}{X}_{21}\right\} = \min\{0,10\} =$$
$$= 0 \text{ д. ед.}$$

Полученное решение обеспечивает согласованность платежных потоков во времени за счет привлечения в будущие периоды дополнительных ресурсов.

Максимальное значение процентной маржи при этом решении составит

$$\Pi \overset{o}{M}(\tau) = 0{,}015 \cdot \overset{o}{X}_{11} + 0{,}045\overset{o}{X}_{12} + 0{,}02\overset{o}{X}_{21} + 0{,}035\overset{o}{X}_{22} =$$
$$= 0{,}015 \cdot 0 + 0{,}045 \cdot 60 + 0{,}02 \cdot 60 + 0{,}035 \cdot 30 = 4{,}95 \text{ д. ед.}$$

Сравнивая значение процентной маржи с ранее полученной величиной, заключаем, что ее уровень увеличился на величину $\Delta \Pi M = 4{,}95 - 4{,}05 = 0{,}9$ д. ед., что составляет 22,5%. Таким образом, менеджер, размещая высвобождающиеся ресурсы в новые кредиты и выполняя свои обязательства перед вкладчиками путем привлечения дополнительных ресурсов, увеличил значение процентной маржи на 22%. Такое увеличение процентной маржи достигнуто повышением эффективности операции вовлечения долгосрочного депозита в краткосрочный кредит.

Дадим экономическую интерпретацию целевой функции для каждого приведенного варианта решения задачи распределения кредитных ресурсов.

Для решения (3.67) процентная маржа, получаемая банком от реализации операции вовлечения краткосрочного депозита в объеме

$$\overset{o}{\Pi}{}_1^c = \overset{o}{X}_{11} + \overset{o}{X}_{12} = 60 + 0 = 60 \text{ д.ед.}$$

в краткосрочный и долгосрочный кредиты, равна

$$\Pi \overset{o}{M}{}_1^д = C_{11} \overset{o}{X}_{11} + C_{12} \overset{o}{X}_{12} = 0{,}015 \cdot 60 + 0{,}0875 \cdot 0 = 0{,}9 \text{ д.ед.}$$

Процентная маржа от реализации операции вовлечения долгосрочного депозита в объеме

$$\overset{o}{\Pi}{}_2^c = \overset{o}{X}_{21} + \overset{o}{X}_{22} = 0 + 90 = 90 \text{ д.ед.}$$

в краткосрочный и долгосрочный кредиты равна

$$\Pi \overset{o}{M}{}_2^д = C_{21} \overset{o}{X}_{21} + C_{22} \overset{o}{X}_{22} = -0{,}0375 \cdot 0 + 0{,}035 \cdot 90 = 3{,}15 \text{ д. ед.}$$

Таким образом, суммарная величина процентной маржи от привлечения двух видов депозитов составляет

$$\Pi M^д = \Pi \overset{o}{M}{}_1^д + \Pi M_2^д = 0{,}9 + 3{,}15 = 4{,}05 \text{ д. ед.}$$

При этом процентная маржа, получаемая от краткосрочного депозита, составляет 22,2%, а от долгосрочного — 77,8%, что является важной информацией для депозитного отдела при формировании депозитной политики.

При реализации краткосрочного кредита в объеме

$$\overset{o}{A}{}_1^п = \overset{o}{X}_{11} + \overset{o}{X}_{21} = 60 + 0 = 60 \text{ д. ед.}$$

получена процентная маржа, равная

$$\Pi\overset{o}{M}{}_1^{к} = C_{11}\overset{o}{X}_{11} + C_{21}\overset{o}{X}_{21} = 0{,}015\cdot 60 - 0{,}0375\cdot 0 = 0{,}9 \text{ д. ед.}$$

От реализации долгосрочного кредита в объеме

$$\overset{o}{A}{}_2^{п} = \overset{o}{X}_{12} + \overset{o}{X}_{22} = 0 + 90 = 90 \text{ д. ед.}$$

процентная маржа составляет величину

$$\Pi\overset{o}{M}{}_2^{к} = C_{12}\overset{o}{X}_{12} + C_{22}\overset{o}{X}_{22} = 0{,}0875\cdot 0 + 0{,}035\cdot 90 = 3{,}15 \text{ д. ед.}$$

Суммарная величина процентной маржи от реализации двух видов кредитов составляет 4,05 д. ед., при этом от краткосрочного кредита получено 22,2% дохода, а от долгосрочного — 77,8%.

Для решения (3.68) процентная маржа от реализации операции вовлечения краткосрочного депозита в объеме

$$\Pi_1^{с} = \overset{o}{X}_{11} + \overset{o}{X}_{12} = 0 + 60 = 60 \text{ д. ед.}$$

равна $\Pi\overset{o}{M}{}_1^{д} = C_{11}\overset{o}{X}_{11} + C_{12}\overset{o}{X}_{12} = 0{,}015\cdot 0 + 0{,}045\cdot 60 = 2{,}7$ д. ед., от реализации операции вовлечения долгосрочного депозита в объеме $\overset{o}{\Pi}{}_2^{с} = \overset{o}{X}_{21} + \overset{o}{X}_{22} = 60 + 30 = 90$ процентная маржа равна

$$\Pi\overset{o}{M}{}_1^{д} = C_{21}\overset{o}{X}_{21} + C_{12}\overset{o}{X}_{22} = 0{,}02\cdot 60 + 0{,}035\cdot 30 = 2{,}25 \text{ д. ед.}$$

Суммарная величина процентной маржи от двух видов депозитов составляет 4,95 д.ед., при этом от краткосрочного депозита получено 54,5%, а от долгосрочного — 45,5%. Таким образом, оборот краткосрочного депозита через долгосрочный кредит эффективнее оборота долгосрочного депозита через краткосрочный кредит.

При реализации краткосрочного кредита в объеме $\overset{o}{A}{}_1^{п} = \overset{o}{X}_{11} + \overset{o}{X}_{21} = 0 + 60 = 60$ д. ед. процентная маржа равна

$$\Pi\overset{o}{M}{}_1^{к} = C_{11}\overset{o}{X}_{11} + C_{21}\overset{o}{X}_{21} = 0{,}015\cdot 0 + 0{,}02\cdot 60 = 1{,}2 \text{ д. ед.,}$$

а от реализации долгосрочного кредита в объеме $\overset{o}{A}{}_2^{п} = \overset{o}{X}_{12} + \overset{o}{X}_{22} =$ $= 60 + 30 = 90$ д. ед. процентная маржа равна

$$\Pi\overset{o}{M}{}_2^{к} = C_{12}\overset{o}{X}_{12} + C_{22}\overset{o}{X}_{22} = 0{,}045\cdot 60 + 0{,}035\cdot 30 = 3{,}75 \text{ д. ед.}$$

В сумме процентная маржа также составляет 4,95 д.ед., но от долгосрочного — 75,8%, что является важным ориентиром кредитного отдела в формировании кредитной политики банка.

Предположим, что часть ресурсов по нормативу γ =15% отвлекается на формирование резервного фонда.Тогда доходность каждой операции в соответствии с уравнением целевой функции (3.63) равна

$$C_{11} = \tau_1\left(\alpha_1 - (1/1-\gamma)\beta_1\right) = 0{,}05(1{,}15-(0{,}85/0{,}85)) = 0{,}0075;$$
$$C_{12} = \tau\alpha_2 - (1/1-\gamma)\,\tau_1\beta_1 = 0{,}1\cdot 1{,}3-(0{,}05\cdot 0{,}85/0{,}85) = 0{,}08;$$
$$C_{21} = \tau_1\alpha_1 - (1/1-\gamma)\,\tau\beta_2 = 0{,}05\cdot 1{,}15-(0{,}1\cdot 0{,}95/0{,}85) = -0{,}054;$$
$$C_{22} = \tau\left(\alpha_2 - (1/1-\gamma)\beta_2\right) = 0{,}1(1{,}3-(0{,}95/0{,}85) = 0{,}018.$$

Сравнивая полученные значения коэффициентов с ранее найденными величинами можно сделать вывод о значительном уменьшении доходности каждой операции при формировании банком резервного фонда, что является одним из источников противоречия в банковской системе между ЦБ и коммерческими банками.

Определим с учетом приведенных исходных данных решение модели (3.62) при условии, что менеджер имеет возможность в будущие периоды времени привлекать дополнительные ресурсы и размещать освободившиеся ресурсы в новые кредиты. Для этого определим коэффициенты целевой функции модели (3.62):

$$C_{11} = \tau_1\left(\alpha_1 - (1/1-\gamma)\beta_1\right) = 0{,}05(1{,}15-(0{,}85/0{,}85) = 0{,}075;$$
$$C_{12} = \tau\alpha_2 - (1/1-\gamma)\,\tau_1\beta_1 - (1/1-\gamma)\,\tau_2\beta_1' = 0{,}1\cdot 1{,}3-$$
$$-(0{,}05\cdot 0{,}85/0{,}85)-(0{,}05\cdot 0{,}85/0{,}85) = 0{,}03;$$
$$C_{21} = \tau_1\alpha_1 - (1/1-\gamma)\,\tau\beta_2 + \tau_2\alpha_1' = 0{,}05\cdot 1{,}15-$$
$$-(1/0{,}85)0{,}1\cdot 0{,}95 + 0{,}05\cdot 1{,}15 = 0{,}0032;$$
$$C_{22} = \tau\left(\alpha_2 - (1/1-\gamma)\beta_2\right) = 0{,}1(1{,}3-(0{,}95/0{,}85) = 0{,}018.$$

Соотношение между найденными значениями коэффициентов определяется следующими неравенствами:

$C_{12} > C_{22}$, $C_{22} > C_{11}$, $C_{11} > C_{21}$.

Решение модели (3.62) с учетом соотношений между доходностью операций найдем из уравнений

$$\overset{o}{X}_{12} = \min\left\{ A_2^c, (1-\gamma)\ \Pi_1^п, (1-\gamma)\Pi_3^п \right\} = \min\{90; 0,85\cdot 60; 0,85\cdot 65\} = \\ = \min\{90, 51, 55,25\} = 51\,\text{д. ед.}$$

$$\overset{o}{X}_{22} = \min\left\{ A_2^c - \overset{o}{X}_{12}, (1-\gamma)\,\Pi_2^п \right\} = \min\{90-51, 0,85\cdot 90\} = 39\,\text{д. ед.}$$

$$\overset{o}{X}_{11} = \min\left\{ \min(1-\gamma)\left(\Pi_1^п, \Pi_3^п\right) - \overset{o}{X}_{12}, \min\left(A_1^c, A_3^c\right) \right\} = \\ = \min\left\{ \min(1-\gamma)(60,65) - 51; \min(60,60) \right\} = \\ = \min\left\{ \min(51, 55,25) - 51, 60 \right\} = \min\{0, 60\} = 0\,\text{д. ед.}$$

$$\overset{o}{X}_{21} = \min\left\{ \min\left(A_1^c, A_3^c\right) - \overset{o}{X}_{11}, (1-\gamma)\Pi_2^п - \overset{o}{X}_{22} \right\} = \\ = \min\left\{ \min(60, 60) - 0, 0,85\cdot 90 - 39 \right\} = \min\{60, 37,5\} = 37,5\,\text{д. ед.}$$

Найденному оптимальному решению задачи распределения кредитных ресурсов соответствует следующее максимальное значение процентной маржи:

$$\text{ПМ}(\tau) = C_{11}\overset{o}{X}_{11} + C_{12}\overset{o}{X}_{12} + C_{21}\overset{o}{X}_{21} + C_{22}\overset{o}{X}_{22} = 0,0075\cdot 0 + \\ + 0,03\cdot 51 + 0,0032\cdot 37,5 + 0,018\cdot 39 = 0 + 1,53 + 0,12 + \\ + 0,702 = 2,352\,\text{д. ед.}$$

Сравнение этого значения с величиной процентной маржи, полученной ранее без учета отвлечения части ресурсов в резервный фонд и равный 4,95 д. ед., показывает, что уровень процентной маржи снизился на величину Δ ПМ = 4,95 - 2,352 = 2,598 д. ед., что составляет 52,5% от уровня, равного 4,95 д. ед. Таким образом, отвлечение на 15% кредитных ресурсов в резервный фонд приводит к резкому снижению величины процентной маржи.

Отчисления в резервный фонд составят

$$\text{РФ} = (\gamma / 1-\gamma)\left(\overset{o}{X}_{11} + \overset{o}{X}_{12} + \overset{o}{X}_{21} + \overset{o}{X}_{22} \right) + (\gamma / 1-\gamma)\,\Pi_3^п = \\ = (0,15 / 0,85)(0 + 51 + 37,5 + 39) + (0,15 / 0,85)51 = \\ = 22,5 + 9 = 31,5\,\text{д. ед.}$$

Это значение составляет 15% от суммы привлеченных кредитных ресурсов, равной 210 д. ед. (60+90+60).

В табл. 3.12 представлены результаты решения задачи распределения кредитных ресурсов по приведенным формулам с учетом привлекаемых дополнительных и размещаемых в кредиты высвобождающихся ресурсов в будущие периоды. Из табл. 3.12 следует, что привлечено кредитных ресурсов 210 д.ед. Часть из них в сумме 31,5 д.ед. отвлечены на формирование резервного фонда, другая часть в сумме 13,5 д.ед. (51—37,5) использованы на выплату обязательств перед вкладчиками из-за несогласованности платежных потоков, а оставшаяся часть в сумме 165 д.ед. размещена в кредиты, что составляет 78,6% от обьема привлеченных ресурсов.

Таблица 3.12

Направления размещения ресурсов / Наименования источников ресурсов		Кредиты: Краткосрочный	Кредиты: Долгосрочный	Спрос на ресурсы	Спрос на ресурсы в % к общей сумме	Полученные проценты	Уплаченные проценты	Процентная маржа	Нормативы доходности ресурсов
		%ставка, срок, спрос							
		115%, 0,05 60, 60	130%, 0,1 90						
		1	2	3	4	5	6	7	8
Депозиты краткосрочный (%ставка, срок, пред-ие: 85%, 0,05, 60, 65)	1	$\overset{0}{X}_{11}=0$	$\overset{0}{X}_{12}=51$ (51)	60+(60)=120	28,6+(28,6)=57,2	6,63	5,1	1,53	0,0128
Депозиты долгосрочный (%ставка, срок, пред-ие: 95%, 0,1, 90)	2	$\overset{0}{X}_{21}=37{,}5$ (37,5)	$X_{22}=39$	90	42,8	9,382	8,55	0,832	0,0092
Предложение кредитов	3	37,5+(37,5)	90	210 / 165		16,012	13,65	2,362	0,0112
Предл-е кредитов в % к общей сумме	4	22,7%+(22,7%)	54,6%	100%					
Полученные проценты	5	2,156+(2,156)=4,312	11,7	16,012					
Уплаченные проценты	6	4,191	9,459	13,65					
Процентная маржа	7	0,121	2,241	2,362					
Нормативы доходн. кредитов	8	0,0016	0,0249	0,0143					

В краткосрочные кредиты размещено в настоящий и будущий периоды 45,4% к общей сумме кредитов и получено 0,121 д. ед.

дохода, что составляет 5,1% от общей ее суммы, равной 2,362 д.ед. Доходность краткосрочных кредитов за время τ = 0.05 года составляет 0,0016 или 0,032 д. ед. с каждой единицы краткосрочного кредита. Доходность долгосрочного кредита за время τ = 0,1 года составляет 0,0249 или 0,249 д. ед. с каждой единицы долгосрочного кредита, что на порядок больше, чем у краткосрочных. Таким образом, кредитный отдел, имея информацию о доходности каждого вида кредита, формирует эффективную кредитную политику, используя данные о сложившейся конъюнктуре на депозитно-кредитном рынке в настоящий момент и прогнозы ее на будущий период.

Характеризуя оптимальную стратегию привлечения ресурсов, можно отметить, используя данные табл. 3.12, что краткосрочные депозиты составляют 57,2% к общей их сумме. Доход от краткосрочных депозитов равен 1,53 д. ед., что составляет 64,8% от общей ее суммы. Доходность краткосрочных ресурсов за период τ = 0.05 года равен 0,0128 или 0,256 д. ед. с каждой единицы привлеченного краткосрочного ресурса. Учитывая, что доходность краткосрочных депозитов больше долгосрочных, депозитный отдел может обоснованно формировать депозитную политику.

В заключение отметим, что рассмотренные примеры позволяют обосновать стратегию выбора менеджером решений в различных ситуациях относительно объемов привлечения и размещения в кредиты ресурсов и оценить эффективность депозитной, кредитной политики как в отдельности, так и в их совокупности.

ОГЛАВЛЕНИЕ

Учебное издание

Гришанов Геннадий Михайлович
Лотин Валерий Владимирович
Чумак Вадим Геннадьевич

МОДЕЛИ И АЛГОРИТМЫ ВЫБОРА КОММЕРЧЕСКИМ БАНКОМ ОПТИМАЛЬНЫХ ОПЕРАТИВНЫХ СТРАТЕГИЙ НА ДЕПОЗИТНО-КРЕДИТНОМ РЫНКЕ

Учебное пособие

Редактор Н. С. Куприянова
Тех. редактор Г. А. Усачева
Корректор Т. И. Щелокова

Лицензия ЛР № 020301 от 28.11.91.

Подписано в печать 1.12.95. Формат 60x84 1/16. Бумага офсетная.
Печать офсетная. Усл.печ.л. 7,21. Усл.кр.-отт. 7,33. Уч.-изд.л. 7,5.
Тираж 500 экз . Заказ 394 Арт. С—122/95.

Самарский государственный аэрокосмический
университет им. академика С. П. Королева
443086 Самара, Московское шоссе, 34.

Издательство Самарского государственного аэрокосмического
университета. 443001 Самара, ул. Ульяновская, 18.