

МИНИСТЕРСТВО ВЫСШЕГО И СРЕДНЕГО СПЕЦИАЛЬНОГО  
ОБРАЗОВАНИЯ РСФСР  
КУЙБЫШЕВСКИЙ ОРДЕНА ТРУДОВОГО КРАСНОГО ЗНАМЕНИ  
АВИАЦИОННЫЙ ИНСТИТУТ им. С. П. КОРОЛЕВА

**Д. С. КОДНИР**

# **КОНТАКТНАЯ ГИДРОДИНАМИКА ДЕТАЛЕЙ МАШИН**

Учебное пособие  
по курсу «Детали машин»

Рассмотрено и утверждено  
редакционным советом института 27 января 1970 года.

КУЙБЫШЕВ 1970

## 1. ВВЕДЕНИЕ

Контактно-гидродинамическая теория смазки объясняет явления, возникающие при жидкостном трении смазанных твердых поверхностей. Она учитывает как гидродинамические и тепловые процессы, происходящие в смазочном слое, так и упругие деформации трущихся поверхностей.

Эти явления имеют место в большинстве деталей машин (подшипниках качения и скольжения, зубчатых, червячных, глобоидных и гипоидных передачах, упорных гребнях зубчатых колес, уплотнениях, а также в следующих обильно смазанных деталях: фрикционных передачах, зубчатых муфтах, подвижных шлицевых соединениях и т. д.). В последнее время ряд исследователей с успехом применяет методы контактной гидродинамики даже для анализа трения костных суставов человека и животных.

Частным случаем контактной гидродинамики является теория трения абсолютно жестких поверхностей (при бесконечно большом модуле упругости), разделенных жидкой смазкой, вязкость которой постоянна в зоне трения. Это — классическая гидродинамическая теория смазки. Получаемые при этом результаты хорошо согласуются с действительностью для нетяжелонагруженных металлических подшипников скольжения жидкостного трения. В связи с этим пособие охватывает и гидродинамический расчет металлических подшипников скольжения.

В ряде случаев имеет место не жидкостное, а граничное трение. При этом неполностью трущиеся поверхности разделены смазочным слоем, возникает износ, изменение структуры поверхностных слоев и другие механо-химические процессы. Теория этих явлений — физико-химическая механика и механохимия — в настоящее время лишь начинает развиваться, а практическое использование полученных результатов в расчетной и инженерной практике еще незначительно, поэтому в пособии этим вопросам уделено небольшое внимание.

Задачей ближайшего будущего науки о трении и смазке является разработка общей теории и методов расчета, включающих вопросы как механохимии, так и контактной гидродинамики.

Настоящее пособие полностью охватывает следующие разделы курса «Детали машин», читаемого в Куйбышевском авиационном институте им. академика С. П. Королева.

1. Понятие о трении, смазке и износе.
2. Подшипники скольжения.
3. Контактно-гидродинамическая теория смазки.
4. Контактно-гидродинамический расчет деталей машин.

Здесь не приводятся лишь данные по конструкции подшипников скольжения.

Основное внимание в пособии уделено физическим процессам, возникающим в деталях машин, выводам используемых формул и инженерным методикам расчета толщины смазочного слоя в различных деталях, а также контактнo-гидродинамическому расчету долговечности роликоподшипников.

Изложенные результаты получены нами совместно с лабораториями «Трение и смазка» ЦНИИТМАШа и «Авиационные подшипники» Куйбышевского авиационного института им. академика С. П. Королева за последние 25 лет (1943—1968 гг.). В настоящее время далеко не все они достаточно полно исследованы, и здесь собраны лишь те материалы, разработка которых уже допускает их применение в расчетной практике.

За исключением аналогичного пособия Дуасона, нам неизвестны попытки изложить для студентов вузов вопросы контактной гидродинамики. Поэтому данное краткое учебное пособие по контактной гидродинамике деталей машин естественно обладает рядом недостатков, указания на которые будут восприняты с признательностью.

## II. ТРЕНИЕ, СМАЗКА И ИЗНОС

### § 1. ОБЩИЕ ОПРЕДЕЛЕНИЯ

Трение, смазка и износ имеют место при работе большинства деталей машин, однако рассмотрение этих понятий удобнее всего производить на примере подшипников скольжения, где из всех типов трения — трения скольжения, трения качения и трения верчения — имеет место лишь один тип — трение скольжения.

Подшипник скольжения представляет собой узел, состоящий из нескольких деталей и предназначенный для передачи усилия от вращающегося или качающегося вала (оси) к опоре.

Различают подшипники скольжения радиальные — воспринимающие радиальные усилия (направленные перпендикулярно оси), упорные — воспринимающие осевые усилия, и радиально-упорные, воспринимающие радиальные и осевые усилия.

Простейший радиальный подшипник скольжения представлен на рис. 1. Он состоит из корпуса, крышки, двух половинок вкладыша (верхней и нижней), по которым скользит цапфа вала, маслянки для густой смазки и болтов, скрепляющих крышки и корпус (на рисунке болты сняты).

Между корпусом и цапфой находится вкладыш, который во время работы изнашивается и при необходимости заменяется другим. Необходимость вкладыша диктуется не только возможностью его замены при износе, но и стремлением изготовлять его поверхность из антифрикционного (уменьшающего трение) материала и другими соображениями (технологией изготовления, самоустановкой и т. д.).

Основное назначение вкладыша — уменьшение трения.

Работоспособность подшипника определяется физическими процессами, происходящими между трущейся парой — цапфой и вкладышем, т. е. трением скольжения. Поэтому прежде всего рассмотрим процесс трения скольжения.

Существо явления трения заключается, как особо подчеркнул Ф. Энгельс, в превращении механического движения (или механической энергии) в молекулярное движение (или теплоту) в соответствии с общим законом сохранения и превращения энергии, открытым М. В. Ломоносовым в XVIII в. и обоснованным в 40-х годах XIX в. Р. Майером, Д. Джоулем и Г. Гельмгольцем.

При скольжении одного тела по другому в направлении  $A$ , если они прижаты друг к другу с силой  $P_1$ , возникает сила трения  $T$ , препятствующая их относительному смещению (см. рис. 2а). Отношение этой силы трения к усилию прижатия называют коэффициентом трения скольжения.

$$f = \frac{T}{P_1} \quad (1)$$

Для перемещения одного тела относительно другого необходимо преодолеть силу трения, т. е. совершить соответствующую работу по перемещению силы. Эта работа переходит в тепло. Поэтому работа трения сопровождается выделением тепла.

Желательно так изготовить подшипник и дать ему возможность работать в таком режиме, чтобы потери на трение (тепловыделение) и коэффициент трения были минимальными.

Существуют различные виды трения скольжения, которые характеризуются, в частности, различным порядком величины коэффициента трения.

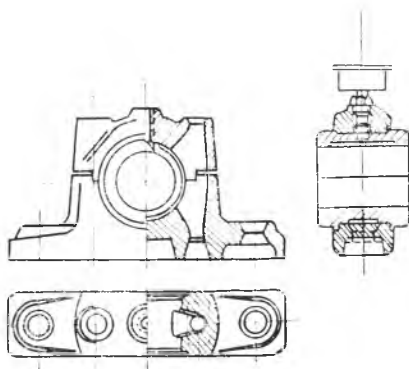


Рис. 1. Конструкция подшипника скольжения, смазываемого густой смазкой

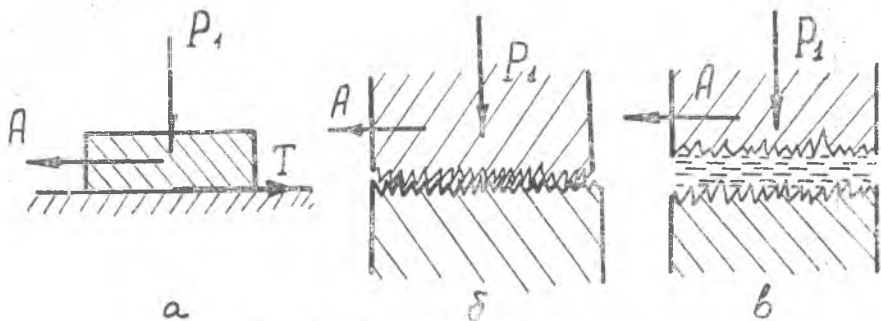


Рис. 2. Сила трения и виды трения

## § 2. ПОНЯТИЕ О ВИДАХ ТРЕНИЯ СКОЛЬЖЕНИЯ

Трущиеся поверхности никогда не бывают совершенно гладкими. Они всегда имеют неровности. В схематизированном виде трущиеся поверхности могут быть изображены так, как на рис. 2б. Если поверхности неподвижны и прижаты друг к другу с силой  $P_1$ , то неровности как бы входят в зацепление друг с другом. Для начала движения поверхностей в направлении стрелки  $A$  необходимо, чтобы соответствующие выступы либо срезались, либо упруго-пластически деформировались.

Кроме того, между контактирующимися вершинами действуют силы молекулярного взаимодействия. Таким образом, для начала движения необходимо приложить усилие, которое преодолет силы молекулярного взаимодействия и упруго-пластически деформирует вершины неровностей.

Если между трущимися поверхностями совершенно отсутствует смазка в виде смазочного масла, влаги или какой-нибудь пленки, то такой вид трения называют сухим. Сухое трение отличается самым большим коэффициентом трения, имеющим порядок десятых единиц ( $0,1 \div 0,5$ ).

Самым малым коэффициентом трения обладает жидкостное трение. Жидкостным называется такой вид трения, когда трущиеся поверхности полностью разделены слоем смазки (см. рис. 2в). При этом трение имеет место только между частями жидкости. Трущиеся же поверхности не контактируют. Одна поверхность как бы плавает на масляной подушке. Усилие от одной поверхности передается на другую только через смазочную пленку (как происходит передача усилия через смазку, покажем позже). Толщина этой смазочной пленки должна быть больше суммы высот неровностей трущихся поверхностей и находится обычно в пределах  $0,1 \div 50$  мк. Коэффициент трения при этом имеет порядок тысячных и иногда даже десятитысячных ( $0,0004 \div 0,009$ )\*.

\* В условиях контактно-гидродинамического режима коэффициент трения при жидкостном трении и скольжении поверхностей может достигнуть  $0,1 \div 0,12$ .

Кроме этих двух видов трения очень часто на практике имеет место промежуточное смешанное или граничное трение.

Обычно между трущимися поверхностями, даже специально не смазанными, существует частично очень тонкий смазочный слой.

Поверхность трения в результате механической обработки имеет значительное количество полуразрушенных кристаллов, благодаря чему силы молекулярного взаимодействия образуют адсорбированный смазочный слой, состоящий из влаги, смазочных веществ или окислов металла, толщина которого исчисляется тысячными долями микрона.

Как указывает [1], «...граничное трение возникает тогда, когда толщина масляного слоя между трущимися поверхностями такова, что весь он находится в сфере действия силового поля, образуемого трущимися поверхностями. Под воздействием силового поля свойства смазки в граничном слое резко отличны от ее объемных свойств. По химическому строению масло представляет собой смеси углеводородов парафинового, олефинового, нафтенового и ароматических рядов и их производных. Среди этих углеводородов находятся углеводороды с неполярными и полярными молекулами жирных или карбоновых кислот, причем каждая молекула может быть представлена в виде цепочки, один конец которой — карбоксильная группа ( $\text{COOH}$ ) — имеет резко выраженный электрический заряд; другой — метильная группа ( $\text{CH}_3$ ) — нейтрален.

Как показали теоретические и экспериментальные исследования (А. С. Ахматов, Б. В. Дерягин и др.), при нанесении масла на металлическую поверхность отрицательно заряженная карбоксильная группа взаимодействует с положительными ионами металла и в результате вандерваальсовой адсорбции ориентируется перпендикулярно металлической поверхности, образуя на ней плотные адсорбированные пленки. Ближе всего к металлической поверхности располагаются несимметричные молекулы, обладающие наиболее сильным электромагнитным полем, за ними — с менее сильным электромагнитным полем и т. д., т. е. образуются многомoleкулярные адсорбированные пленки. Исследования, проведенные с помощью рентгеноструктурного анализа, показали, что адсорбированные пленки имеют слоистое строение, аналогичное плоскостям спайности кристаллов (рис. 3а).

Первые слои адсорбированных молекул масла составляют с твердыми поверхностями как бы одно целое, т. е. во время скольжения двух смазанных поверхностей первые слои пленок остаются неподвижными по отношению к этим поверхностям, а последующие слои связаны с твердой поверхностью слабее. В толстом слое часть молекул утрачивает связь с твердой поверхностью, и расположение их будет подобно показанному на рис. 3б. Замечательным свойством адсорбированных пленок является то, что ориентированные параллельно друг другу молекулы скрепляются между собой силами молекулярного притяжения (силами продольной когезии), в результате чего они способны выдерживать, не разрушаясь, нор-

мальные удельные давления в тысячи  $\text{кГ/см}^2$ ». Способность масел образовывать на смазываемых поверхностях прочные адсорбированные пленки с пониженным сопротивлением сдвигу называется маслянистостью.

При трении происходит частичное истирание адсорбированных слоев, особенно в связи с тем, что при  $200^\circ\text{C}$  нарушается ориентация молекул и исчезают силы молекулярного сцепления (силы продольной когезии).

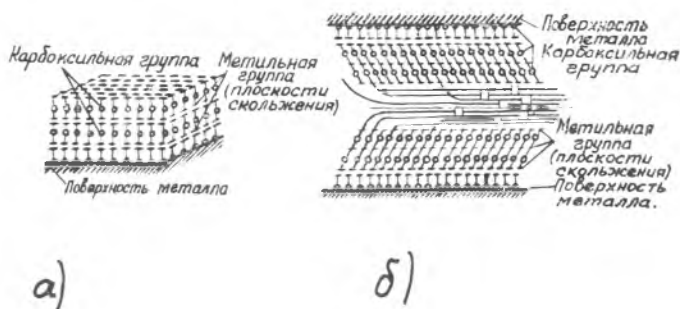


Рис. 3. Строение адсорбированного слоя и скольжение

При смешанном трении в связи с тем, что высота неровностей во много раз превышает толщину адсорбированных слоев, в местах контакта наибольших неровностей происходит граничное трение, а если адсорбированный слой будет снят во время трения, то и сухое трение. В других же местах трение может остаться жидкостным.

Обычно при смешанном трении коэффициент трения имеет порядок сотых долей (0,01—0,1).

Если толщина смазочного слоя превышает сумму высот микронеровностей и составляет величину более 0,1 мк, то трение будет жидкостным. Многочисленные экспериментальные исследования А. С. Ахматова [2] и др. убедительно показали, что при толщине слоя более 0,08—0,1 микрона можно не учитывать явления граничного трения, усилия межмолекулярного взаимодействия и считать лишь с объемным свойством вязкости масла, т. е. считать трение жидкостным.

### § 3. ПОНЯТИЕ ОБ ИЗНОСЕ И ЗАЕДАНИИ

При трении часто имеет место износ.

*Износом называют постепенное поверхностное разрушение материала, сопровождающееся отделением от него частиц, переносом их на сопряженное тело, а также изменением качества поверхности, ее геометрии и поверхностных свойств материала [3].*

Явление износа в отличие от усталостных явлений начинается с самого начала работы трущихся поверхностей.

Износ происходит как путем заедания высоких неровностей,

расположенных на сопряженных поверхностях, так и путем попадания абразивных частиц в область трения. На практике этот процесс приводит к нарушению гладкости поверхностей, которое частично выправляется приработкой. В результате между этими двумя процессами наступает динамическое равновесие, т. е. износ сопровождается приработкой.

Износ происходит в результате не только механического, но и теплового, химического и молекулярного взаимодействия вершин неровностей трущихся поверхностей.

*Для уменьшения износа, происходящего путем задевания вершин неровностей, следует трущиеся поверхности обильно смазывать и изготавливать с весьма малыми высотами неровностей (класс чистоты трущихся поверхностей должен быть весьма высоким).*

Эти мероприятия направлены на обеспечение работы трущихся поверхностей в режиме, приближающемся к условиям жидкостного трения, когда износ практически не имеет места.

*При отсутствии жидкостного трения для уменьшения износа — срабатывания вершин неровностей — следует повышать твердость трущихся поверхностей, применять их поверхностную закалку, цементацию, цианирование, обдувку дробью, обкатку роликом, виброгалтовку и т. п. или применять специальные смазки. По этому пути идут, например, в зубчатых передачах и многих других случаях.*

Кроме износа, являющегося следствием задевания вершин неровностей трущихся поверхностей, часто имеет место абразивный износ.

*Абразивным называется такой вид износа, когда твердая частица, попавшая в область трения, частично погружается в менее твердую поверхность, движется затем уже вместе с ней и при скольжении трущейся пары действует как резец на более твердую поверхность. (См. рис. 4). Происходит «шаржирование поверхности». Характерным является при этом то, что больше изнашивается не менее твердая поверхность, а более твердая. Обычно в этом случае повышение твердости трущейся поверхности не приводит к уменьшению износа.*

Единственным эффективным средством уменьшения абразивного износа является предохранение трущихся поверхностей от попадания абразивных частиц — герметизация области трения. Последнее осуществляется установкой специальных уплотнений, а для предохранения от попадания абразивных частиц в область трения со смазкой — устанавливаются фильтры для тонкой очистки масла перед его введением в подшипник или другой узел, где имеется трение.

При значительной скорости скольжения двух поверхностей, прижатых друг к другу с большим усилием, возникает заедание.

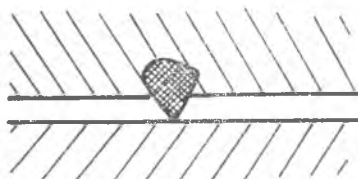


Рис. 4. Абразивный износ



*Заедание представляет собой процесс мгновенного молекулярного схватывания или сваривания частиц металла, находящихся на двух взаимно перемещающихся поверхностях.* При этом прочность схватывания частиц превышает прочность основного материала и в результате, при дальнейшем перемещении поверхностей, происходит вырывание частиц из одной поверхности и их дальнейшее перемещение с другой. Очевидно, что вырванная частица представляет собой значительный выступ, и как резец вырезает канавку на поверхности, откуда она ранее была вырвана.

Естественно, что заедание даже одной частицы уже приводит к существенному повреждению поверхности, значительному росту высоты неровностей, а следовательно, к уменьшению площади контакта трущихся поверхностей, увеличению удельного давления и дальнейшему распространению заедания. Коэффициент трения при этом легко достигает единицы и даже более.

Для того, чтобы предохранить трущиеся поверхности от заедания, необходимо изготавливать их не из одинаковых металлов (у которых в силу их сродства имеются значительные силы молекулярного взаимодействия), а из разнородных, у которых силы молекулярного взаимодействия между вершинами двух поверхностей незначительны. Отсюда вывод: при значительных удельных давлениях и скоростях скольжения нельзя допускать в подшипнике трение стали по стали. Необходимо обеспечить трение стали по другому металлу: бронзе, цветному сплаву, баббиту или по неметаллическому материалу.

В случае чрезмерных удельных давлений и больших скоростей скольжения, заедание может иметь место даже между бронзой и сталью.

Если необходимо, чтобы обе трущиеся поверхности были стальными (зубчатые передачи), тогда для уменьшения опасности заедания применяют специальные масла с антизадириными присадками.

Говоря о материалах поверхностей трения, нельзя обойти понятие об антифрикционности — свойстве обеспечивать минимальный коэффициент трения при прочих равных условиях. Материал будет более антифрикционным, когда граничный слой разрушается при более высокой температуре, нагрузке и скорости скольжения, а при сухом трении меньше налипание, приваривание или повреждение сопряженной поверхности.

Вместе с тем следует предупредить о нецелесообразности использования таблиц для определения коэффициентов трения различных трущихся пар материалов.

Как указано в [4], «Различия в трении возникают от разпой гладкости или твердости частей поверхности, от грязи, ржавчины и прочих посторонних влияний (частиц различных смазочных веществ Д. К.).

Таблицы, в которых перечислены коэффициенты трения «стали о сталь», «меди о медь» и прочее, все это сплошное надувательство, ибо в них этими «мелочами» пренебрегают, а ведь они-то и опреде-

ляют значение  $f$ . Трение «меди о медь» и т. д. — это на самом деле трение о загрязнения, приставшие к меди». Более подробно о коэффициенте трения, смешанном и граничном трении см. в [5] и [6].

#### § 4. РОЛЬ СМАЗКИ

Применение смазки при трении обусловлено стремлением получить жидкостное трение, отвести выделенное тепло из области трения, удалить продукты износа, предохранить поверхности от заедания.

В настоящее время подшипники скольжения смазываются главным образом жидкими маслами, причем масла называются обычно по типу машин, где они чаще применяются, например: автомобильные масла, авиационные, машинные, турбинные и т. д.

Все масла отличаются между собой по вязкости, маслянистости, степени очистки, стабильности, способности отделять воду или воздух. Масла применяются минеральные и синтетические, причем большинство из них содержит присадки — сложные химические соединения, вводимые в небольшом количестве в основное масло.

Присадки могут повышать вязкость масла — загустительные (например, полиизобутилен); снижать температуру застывания масла — депрессаторные (они крайне важны для запуска двигателя при низких температурах); предохранять от окисления масла — ингибиторы; предохранять трущиеся поверхности от коррозии — антикоррозийные; увеличивать моющие свойства масла; повышать маслянистость; создавать антизадирные свойства и т. д. Чаще всего применяются универсальные, или многофункциональные, присадки.

При добавлении антизадирных присадок к минеральному маслу получаем смазочный материал, при смазке которым заедание не возникает.

Под действием тепла, возникающего при трении, происходит разложение присадки, выделение из нее серы, хлора, фосфора и др. составляющих, и химическая реакция между ними и стальной трущейся поверхностью. В результате на поверхности трения образуется соединение, уменьшающее трение и повреждение поверхности.

Жидкостное трение связано с вязкостью жидкости. Вязкостью называется свойство жидкости сопротивляться взаимному перемещению одних частиц по отношению к другим.

Абсолютной единицей вязкости  $\mu$   $\text{кг}\cdot\text{сек}/\text{м}^2$  называется сила в  $\text{кг}$ , необходимая для перемещения со скоростью, равной  $1 \text{ м}/\text{сек}$ , поверхности площадью  $1 \text{ м}^2$  относительно другой такой же поверхности расположенной на расстоянии  $1 \text{ м}$ .

В СССР часто вязкость определяют в сантипаузах:  $1 \text{ сантипауз} = 0,000102 \text{ кг}\cdot\text{сек}/\text{м}^2$ .

До последнего времени смазочные масла считались ньютоновскими жидкостями, т. е. предполагалось, что гидродинамические давления в данной точке смазочного слоя не зависят от направления и что напряжения при сдвиге везде прямо пропорциональны

скорости деформации сдвига, хотя постоянная пропорциональности — вязкость — и является функцией давления и температуры.

Указанное предположение исключает возможность того, что жидкость может выдерживать напряжение при сдвиге без деформации в течение короткого промежутка времени. Это время — «время релаксации», как показали последние работы, для многих смазочных материалов соизмеримо с временем прохождения элемента смазки через зону контакта в подшипнике качения или зубчатой передаче. Подробнее о неньютоновских жидкостях см. наше пособие [39г]. Однако в связи с тем, что до сих пор неньютоновское поведение масел изучено недостаточно, гидродинамическая теория смазки разработана главным образом для ньютоновских жидкостей, погрешность при сравнении экспериментов и теории, рассматривающей поведение ньютоновских жидкостей, обычно мало, поэтому в дальнейшем будем пренебрегать неньютоновским поведением жидкостей, т. е. принимать, что смазочные масла являются ньютоновскими жидкостями.

### III. ГИДРОДИНАМИЧЕСКАЯ ТЕОРИЯ СМАЗКИ

Подшипники скольжения жидкостного трения встречаются двух типов: гидростатические и гидродинамические.

В гидростатических подшипниках давление в смазочном слое, которое уравнивает внешнюю нагрузку, приложенную к цапфе, создается за счет давления, нагнетаемого насосом смазочной среды.

В гидродинамических подшипниках давление в смазочном слое образуется за счет гидродинамического эффекта движущейся смазки в области трения. Таким образом, в гидростатических подшипниках почти во всей области трения имеется одинаковое давление, в гидродинамических оно растёт от весьма малой величины в месте подвода до максимума и затем уменьшается до нуля.

Преимущество гидростатических подшипников перед гидродинамическими заключается в возможности обеспечить жидкостное трение при пуске и остановке и при скоростях, близких к нулю. Недостатком является необходимость иметь нагнетающую магистраль высокого давления и значительные затраты мощности на приводной насос.

Вместе с тем в последнее время гидростатические подшипники начинают получать все большее распространение, особенно при смазке расплавленными металлами и в специальных средах.

Основные трудности при расчете гидростатических подшипников заключаются в определении условий устойчивости движения. Однако эти вопросы исследованы теоретически еще недостаточно.

Если в качестве смазочного вещества употребляют воздух или газы — подшипники соответственно называются аэростатические и аэродинамические. Основное отличие в расчете гидро-, аэростатических и динамических подшипников заключается в необходимости

учитывать сжимаемость газа и воздуха или отсутствие сжимаемости жидкости.

Впредь будут рассматриваться лишь гидродинамические подшипники скольжения жидкостного трения.

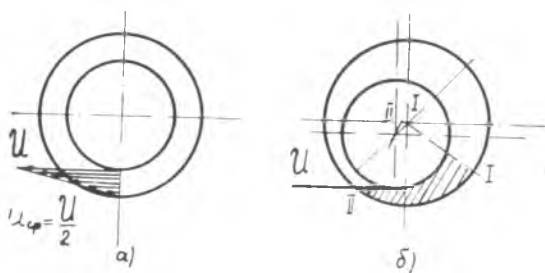


Рис. 5. Концентричное и эксцентричное расположение вала во вкладыше

## § 5. ФИЗИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ РАБОТЫ ПОДШИПНИКОВ СКОЛЬЖЕНИЯ ЖИДКОСТНОГО ТРЕНИЯ

Рассмотрим случай, когда вал находится внутри подшипника и центр вала совпадает с центром вкладыша (поверхности вала и вкладыша концентричны, см. рис. 5а).

Если зазор между валом и вкладышем заполнен смазкой и вал вращается, то смазка, прилипая к металлическим поверхностям, увлекается вращающимся валом и за счет сил вязкости приводит в движение соседние слои жидкости. При этом слои масла у поверхности цапфы движутся со скоростью движения цапфы, а слои масла у вкладыша остаются неподвижными.

Промежуточные слои будут иметь скорость движения меньшую, чем скорость цапфы. Скорость движения элементов смазки поперек сечения изменяется по закону прямой линии, и средняя скорость движения потоков масла равна половине скорости движения цапфы. Если при этом на цапфу действует какая-либо внешняя сила или сила веса, перпендикулярная ее оси, то эта внешняя сила приведет к смещению оси, к эксцентричному расположению цапфы и вкладыша (см. рис. 5б). При этом смазка так же, как и в предыдущем случае, будет увлекаться цапфой, но уже в клиновидный зазор. Вместе с тем, если предположить, что подобно предыдущему случаю эпюра скоростей поперек зазора подобна или близка к прямой, то средние скорости масляных потоков в сечении I—I и II—II будут близки друг к другу. Площадь же соответствующих сечений различна. Поэтому расход смазки через сечение I—I и II—II получится различным.

Таким образом, мы приходим к выводу, что внутрь объема I—I—II—II будет втекать жидкости больше, чем вытекать из него, следовательно, в этом объеме произойдет увеличение давления,

которое начнет действовать на цапфу, приподнимет ее и этим несколько увеличит проходное сечение II—II. Следовательно, внутри смазки создадутся гидродинамические усилия, которые, действуя на цапфу, уравновесят внешнее усилие. Цапфа, нагруженная внешним усилием, будет плавать на масляной подушке.

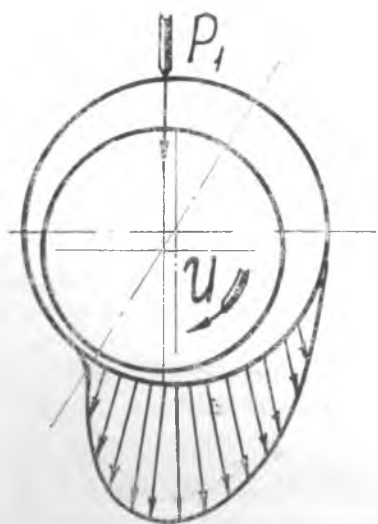


Рис. 6. Эпюра распределения давления в подшипнике скольжения

Гидродинамические давления внутри объема I—I—II—II затруднят втекание смазки в этот объем через I—I и приведут к тому, что часть смазки будет вытекать в торцы подшипника. Общий расход смазки, втекающей в этот объем и вытекающей из него через самое узкое сечение и через торцы, будет одинаковым (сохраняется условие неразрывности для масла), при этом развиваются значительные внутренние давления, уравновешивающие внешнюю нагрузку.

В различных точках подшипника развиваются различные внутренние давления. Примерная эпюра распределения их представлена на рис. 6. Результирующая всех гидродинамических давлений уравновешивает внешнее усилие  $P_1$  и поэтому называется гидродинамической грузоподъемностью подшипника.

### § 6. ФАКТОРЫ, ВЛИЯЮЩИЕ НА ГИДРОДИНАМИЧЕСКУЮ ГРУЗОПОДЪЕМНОСТЬ (ЭКСЦЕНТРИСИТЕТ И ЗАЗОР)

Смазка увлекается в клиновидный зазор за счет вращения цапфы. Чем больше скорость движения цапфы, тем большее количество смазки будет увлечено в зазор, следовательно, тем большая будет подъемная сила — гидродинамическая грузоподъемность подшипника.

Чем больше вязкость масла, тем труднее выдавить его в торцы и в направлении, обратном движению. Поэтому увеличение вязкости масла приводит к увеличению подъемной силы. Вязкость масла зависит от его температуры. Чем ниже температура масла, тем больше будет его вязкость и гидродинамическая грузоподъемность подшипника. На величину гидродинамической грузоподъемности оказывает значительное влияние величина относительного зазора — 
$$\psi = \frac{D-d}{d}$$
, где  $D$  и  $d$  — диаметры расточки вкладыша и цапфы.

Если относительный зазор  $\psi$  велик, то гидродинамические давления будут развиваться только на небольшом участке, т. к. при большой

величине зазора в начале области трения смазка будет не только затягиваться внутрь, но и выдавливаться в направлении, обратном движению (рис. 7). Только при малых величинах зазора силы вязкости масла препятствуют его выдавливанию в направлении, обратном движению, и смазка, зятая в клиновидный зазор, создает

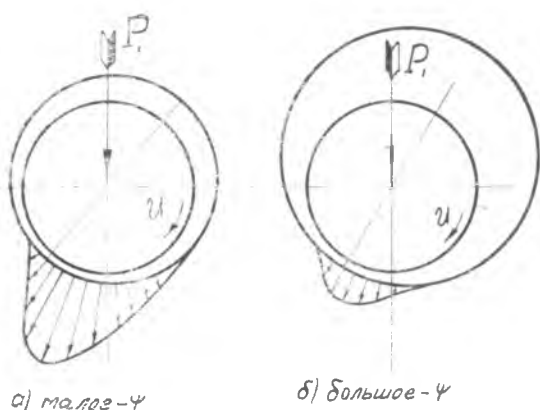


Рис. 7. Влияние  $\psi$  на грузоподъемность

гидродинамическое давление. Поэтому чем меньше величина относительного зазора  $\psi$ , тем больше длина участка, на котором развиваются гидродинамические давления, а следовательно, больше и грузоподъемность.

Чем меньше величина наименьшего расстояния между поверхностью цапфы и вкладыша  $h_{\min}$  — наименьшая толщина масляной пленки, — тем труднее маслу вытекать из области трения, что приводит к росту грузоподъемности. Таким образом, с уменьшением  $h_{\min}$  увеличивается грузоподъемность.

Следовательно, величина  $h_{\min}$  имеет исключительно важное значение для работоспособности подшипника, т. к. для работы подшипника в условиях жидкостного трения необходимо, чтобы  $h_{\min}$  было больше суммы высот неровностей трущихся поверхностей. С другой стороны,  $h_{\min}$  определяет величину грузоподъемности подшипника.

Режим работы подшипника определяется внешними условиями (нагрузкой  $P_1$  — кг; скоростью движения  $U$  — м/сек; температурой —  $t^\circ\text{C}$ ; вязкостью масла  $\mu$  — кгсек/м<sup>2</sup>), конструкцией подшипника (относительным зазором  $\psi$ ) и обуславливает положение цапфы во вкладыше, определенную величину эксцентриситета —  $e$  (см. рис. 8).

Для сравнения работы различных подшипников и теоретического анализа следует ввести понятие относительного эксцентриситета,

$$\alpha = \frac{e}{R-r}, \quad (2)$$

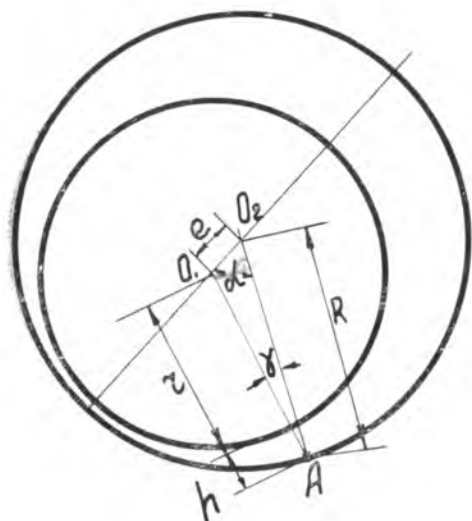


Рис. 8. Определение толщины смазочного слоя через относительный эксцентриситет

угольника  $AO_1O_2$  следует, что

$$R = e \cos \alpha + (r + h) \cos \gamma$$

Учитывая, что зазор в подшипнике весьма мал, можно принять  $\cos \gamma = 1$ ,

откуда

$$h = \frac{e}{2} (1 - \varepsilon \cos \alpha). \quad (3)$$

При  $\alpha = 0$

$$h_{\min} = \frac{e}{2} (1 - \varepsilon) \quad (4)$$

Таким образом, зная  $\varepsilon$  и  $\psi$ , можно найти  $h_{\min}$ . Для заданной конструкции подшипника с увеличением  $\varepsilon$  уменьшается  $h_{\min}$ , следовательно, возрастает гидродинамическая грузоподъемность.

## § 7. ОСНОВЫ ГИДРОДИНАМИЧЕСКОЙ ТЕОРИИ СМАЗКИ ПОДШИПНИКОВ СКОЛЬЖЕНИЯ

В зависимости от конструкции, качества изготовления, условий и режима эксплуатации в подшипниках скольжения осуществляется жидкостное или смешанное трение.

Для обеспечения работы подшипника в условиях жидкостного трения основное значение имеют величина вязкости смазки, отношение величины скорости скольжения к величине нагрузки, точность изготовления трущихся поверхностей, достаточное количество

который равен отношению абсолютного эксцентриситета  $e$  к разности радиусов вкладыша и вала.

Заметим, что ранее введенный коэффициент относительного зазора  $\psi = \frac{D-d}{d}$  является конструктивным параметром, постоянным для данной конструкции подшипника, в то время, как  $\varepsilon$  — режимный параметр зависит от режима работы и различен для разных условий эксплуатации одного и того же подшипника.

Существует связь между  $\varepsilon$  и  $h$ . Она очевидна из рассмотрения рис. 8. Учтем, что угол  $\alpha$  отсчитывается от линии центров в сторону, обратную движению. Из рассмотрения тре-

во смазки, подаваемой в область трения, отсутствие ее загрязнения, самоустановка подшипника, величина деформации трущихся поверхностей и температура подшипника.

В случае смешанного трения определяющими параметрами являются материалы трущихся поверхностей и маслянистость смазки, т. е. совокупность свойств смазки, характеризующих смазочное действие очень тонких ее слоев. Маслянистость зависит от физико-химических свойств адсорбированных смазочных пленок на трущихся поверхностях, а также от свойств твердых поверхностей. Величина вязкости смазки еще оказывает влияние, но ее значение уже меньше. При этом виде трения имеет место износ и, как отмечалось, коэффициент трения имеет порядок десятых.

Обычно быстроходные подшипники скольжения работают в условиях жидкостного трения. Режим граничного или смешанного трения может иметь место лишь кратковременно при пуске и остановке под полной нагрузкой. Только некоторые тихоходные мало-нагруженные подшипники неотвественных или устаревших конструкций могут работать в условиях смешанного трения.

Стремление уменьшить потери на трение, износ определяет необходимость переводить подшипники из режима смешанного в режим жидкостного трения. В результате образуется значительная экономия энергии, материалов и реальная возможность повысить производительность всей машины.

Для обеспечения работы ответственного подшипника в условиях жидкостного трения необходимо соответствующим расчетом получить значения для основных режимных параметров. После чего следует конструкцией подшипника, надлежащей технологией изготовления и условиями эксплуатации осуществить в подшипнике рабочие параметры, требуемые расчетом.

В настоящее время наиболее подробно разработана лишь теория подшипников скольжения жидкостного трения — гидродинамическая теория смазки. Создателем ее является русский ученый Николай Павлович Петров (1836—1920), который заложил основы теории работы подшипника скольжения [7]. Н. П. Петрову, в частности, принадлежит первая теоретическая формула для коэффициента трения подшипника скольжения.

Дальнейшее развитие гидродинамической теории смазки было произведено О. Рейнольдсом [8], А. Зоммерфельдом [9], Гюмбелем [10] и, в значительной степени, трудами наших ученых Н. Е. Жуковского, С. А. Чаплыгина [11], Н. И. Мерцалова [12], М. И. Яновского [13] и другими.

В настоящее время гидродинамическая теория смазки основывается на следующих основных предположениях:

1. Смазка движется ламинарно в области трения. Градиенты скоростей имеют существенную величину лишь по оси, перпендикулярной к трущимся поверхностям.

2. Смазка прилипает к трущимся поверхностям и поверхностные явления не нарушают прилипания. Их действием пренебрегают.



3. Кривизна масляного слоя вследствие его малой толщины не принимается в расчет.

4. Влияние капиллярных сил, а также сил тяжести и инерции не учитывается.

5. Сжимаемость смазочного слоя не учитывается.

6. Пренебрегают изменением величины давления, а также вязкостью смазки в направлении, перпендикулярном к трущимся поверхностям.

7. Предполагается, что движение установившееся и что нагрузка, действующая на одну из трущихся поверхностей (подшипник или цапфу), постоянна по величине и по направлению (по отношению к этой поверхности).

Для получения основного дифференциального уравнения смазки, найденного впервые О. Рейнольдсом, обычно решают совместно шесть уравнений равновесия для вязкой жидкости, уравнение неразрывности и три уравнения движения Навье—Стокса при указанных предположениях.

Для наглядности дадим элементарный вывод уравнения Рейнольдса. Рассмотрим равновесие элемента жидкости объемом  $dx \cdot dy \cdot dz$  и расположим оси координат таким образом, чтобы направление движения поверхностей совпадало с осью  $x$ , а ось  $z$  была бы направлена перпендикулярно трущимся поверхностям (см. рис. 9а). Тогда нормальное давление  $p_0$  будет изменяться по осям  $x$  и  $y$  и оставаться постоянным поперек слоя (по оси  $z$ ). Касательное напряжение  $\tau$  наоборот, будет изменяться по оси  $z$  и оставаться почти постоянным по осям  $x$  и  $y$ . Это вытекает из предположения I.

Рассмотрим все усилия, действующие на элементарный объем в направлении оси  $x$ . Получим

$$\left( p_0 + \frac{\partial p_0}{\partial x} dx \right) dydz - p_0 dydz + \tau dx dy - \left( \tau + \frac{\partial \tau}{\partial z} dz \right) dx dy = 0$$

Учитывая, что  $\tau = \mu \frac{\partial u}{\partial z}$ , где  $u$  — скорость элементарной частицы масла в направлении оси  $x$ , найдем  $\frac{\partial p_0}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial z} \left[ \mu \frac{\partial u}{\partial z} \right]$ . Аналогично проектируя все силы на ось  $y$  получим  $\frac{\partial p_0}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial z} \left[ \mu \frac{\partial v}{\partial z} \right]$ , где  $v$  — скорость элементарной частицы масла в направлении оси  $y$ .

Интегрируя эти выражения по оси  $z$  и подставляя пределы при  $z=0$ ;  $u=-U_a$ ;  $v=0$ ; при  $z=h$ ;  $u=-U_b$ ;  $v=0$ ; (где  $U_a$  и  $U_b$  — скорости движения трущихся поверхностей в направлении, обратном оси  $x$ ), получим:

$$\left. \begin{aligned} u &= \frac{1}{2\mu} \frac{\partial p_0}{\partial x} (z^2 - zh) + \frac{U_a - U_b}{h} z - U_a \\ v &= \frac{1}{2\mu} \frac{\partial p_0}{\partial y} (z^2 - zh) \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

Рассмотрим столбик жидкости высотой  $h$  (см. рис. 9б). Обозначим расход смазки на единицу ширины в направлении оси  $x$  через  $q_x$ , а в направлении оси  $y$  — через  $q_y$ . При этом допустим, что

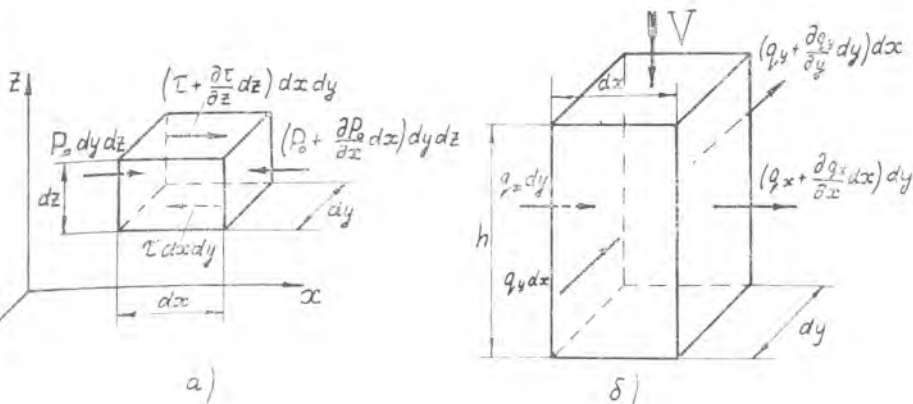


Рис. 9. Равновесие и движение элементарного объема жидкости

верхняя поверхность движется по направлению к нижней со скоростью  $V$ . Тогда исходя из неразрывности и несжимаемости жидкости, получим

$$\left(q_x + \frac{\partial q_x}{\partial x} dx\right) dy - q_x dy + \left(q_y + \frac{\partial q_y}{\partial y} dy\right) dx - q_y dx - V dx dy = 0$$

Откуда найдем

$$\frac{\partial q_x}{\partial x} + \frac{\partial q_y}{\partial y} = V \quad (5a)$$

Определим  $q_x$  и  $q_y$ :

$$q_x = \int_0^h u dz = -\frac{h^3}{12\mu} \frac{\partial p_0}{\partial x} - \frac{U_a + U_b}{2} h; \quad (6)$$

$$q_y = \int_0^h v dz = -\frac{h^3}{12\mu} \frac{\partial p_0}{\partial y}. \quad (7)$$

Подставляя выражения (6) и (7) в (5a), находим

$$\frac{\partial}{\partial x} \left[ \frac{h^3}{\mu} \frac{\partial p_0}{\partial x} \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[ \frac{h^3}{\mu} \frac{\partial p_0}{\partial y} \right] + 6(U_a + U_b) \frac{\partial h}{\partial x} + 12V = 0. \quad (8)$$

Решение этого уравнения при выбранных граничных условиях определяет распределение гидродинамических давлений по окружности и длине подшипника.

Определим граничные условия для давления. Самопроизвольным или естественным концом области давления, как показали последние исследования, является точка, где давление и градиент давления равны нулю ( $p_0 = 0, \frac{dp_0}{dx} = 0$ ). Это граничное условие впервые было сформулировано Рейнольдсом в 1886 г., однако трудности вычислений и другие причины привели к тому, что только в тридцатых и сороковых годах оно начало применяться. Оказалось, что это

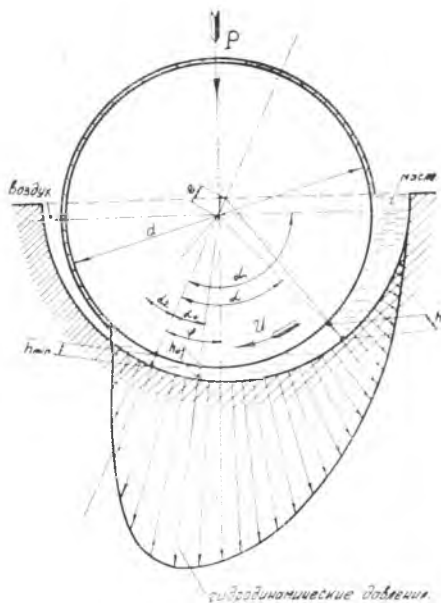


Рис. 10. Основные условные обозначения для подшипника скольжения

удельная сила трения на цапфе в данной точке (касательное напряжение) в  $\text{кГ}/\text{см}^2$  равна

$$\tau = \mu \frac{U}{h} - \frac{h}{2r} \frac{\partial p_0}{\partial \alpha} \quad (9)$$

Суммарная сила трения для подшипника конечной длины, приложенная к цапфе, в  $\text{кГ}$  равна

$$T = \int_{-\frac{L}{2}}^{+\frac{L}{2}} \int_{\alpha_2}^{\alpha_1} \tau \cdot r \cdot d\alpha \cdot dy \quad (10)$$

$L$  — м — длина подшипника;

$\alpha_1, \alpha_2$  — углы в радианах.

Грузоподъемность подшипника конечной длины  $P_1$ , в  $\text{кГ}$  и положение центра цапфы во вкладыше определяется уравнениями равновесия для цапфы при проектировании всех давлений на вертикаль и горизонталь:

$$P_1 = r \int_{-\frac{L}{2}}^{+\frac{L}{2}} \int_{\alpha_2}^{\alpha_1} p_0 \cdot \cos(\alpha - \varphi) d\alpha \cdot dy, \quad (11)$$

граничное условие эквивалентно принципу минимума потенциальной энергии.

Только в некоторых случаях, когда выходная кромка подшипника будет ближе к линии центров, чем самопроизвольное место обрыва смазочного слоя, возникает искусственный обрыв слоя на выходной кромке (для половинного подшипника это случаи, когда  $x \leq 0,5$ ).

Рассматривая рис. 10, заметим, что угол  $\alpha$  отсчитывается от линии центров в сторону, обратную движению. Скорость цапфы  $U_a = U$ ; скорость вкладыша  $U_b = 0$ . Область давления начинается под углом  $\alpha_1$  к линии центров, а заканчивается под углом  $\alpha_2$ . При этом можно принять  $x = r\alpha$ , где  $r$  — радиус цапфы.

С учетом этих обозначений

$$0 = r \int_{-\frac{L}{2}}^{+\frac{L}{2}} \int_{\alpha_2}^{\alpha_1} p_0 \sin(\alpha - \varphi) dz dy, \quad (12)$$

где  $\varphi$  — угол в радианах между линией центров и линией действия нагрузки (см. рис. 10).

Расход смазки в оба торца подшипника  $Q$  в  $m^3/сек$  равен

$$Q = \frac{r}{6} \int_{\alpha_2}^{\alpha_1} \frac{h^3}{\mu} \frac{\partial p_0}{\partial y} dz. \quad (13)$$

Для того, чтобы решить уравнения (8) — (13) и, таким образом, определить все рабочие параметры подшипника, необходимо ввести следующие дополнительные упрощающие предположения:

а. Поверхности цапфы и подшипника представляют собой части идеально гладких и правильных круговых цилиндров с параллельными осями. Отклонения реальных трущихся поверхностей от идеальной гладкости и правильности круговой формы (микро- и макрогеометрия), а также деформация упругой линии оси вала определяются конструкцией, режимом работы, допусками и техническими условиями на изготовление подшипника и цапфы. В связи с этим указанные отклонения учитываются при выборе допустимого значения для  $h_{min}$ . Изменение же поверхностей трения, происходящее при износе и упругих контактных деформациях, не учитывается.

б. Предполагается, что на границах области трения давление равно нулю, таким образом, пренебрегают некоторым избыточным давлением, которое может иметь место в точке подвода смазки.

в. Принимается, что вязкость масла внутри подшипника соответствует некоторой средней температуре подшипника. Рассматривается изотермическая задача.

г. Предполагается, что вязкость смазки не зависит от давления, в связи с этим всюду вязкость  $\mu$  заменяется на  $\mu_0$ , которая не зависит от давления.

д. Предполагается, что угол обхвата вкладыша равен  $180^\circ$ , и подшипник центрально нагружен.

Отказ от любого из этих предположений требует разработки нового метода расчета. Рассмотрим соответствующие допущения.

Имеется, например, исследования Е. М. Гутьяра, где учтено влияние отклонений размеров действительных трущихся поверхностей от идеальной формы на гидродинамическую грузоподъемность. Однако полученные результаты еще недостаточны для расчета реального подшипника. Поэтому приходится ограничиваться лишь учетом этих факторов посредством назначения величины допустимого значения для  $h_{min}$ .

Расчет с учетом контактных деформаций рассмотрим в главе IV.

Разработанный С. Н. Куцаевым [14] метод расчета подшипников учитывает влияние давления подачи смазки. Но в подавляющем

большинстве случаев давление подачи смазки лишь обеспечивает полное заполнение зазора маслом в начале области трения. Излишек же давления подачи приводит к незначительному возрастанию грузоподъемности, которым можно пренебречь. В связи с этим мы и принимаем давление на границах области трения равным нулю.

Расчет подшипника в предположении, что вязкость масла соответствует средней температуре подшипника, часто вносит большую погрешность, особенно при большой скорости скольжения. До сих пор нет инженерного метода расчета без этого допущения.

Имеется наш метод расчета подшипника с учетом влияния давления на вязкость масла [15]. Но при малых удельных давлениях этим влиянием можно пренебречь.

Есть метод расчета подшипника с любым углом обхвата и любым наклоном линии действия нагрузки [16]. Однако на практике обычно угол обхвата подшипника равен  $180^\circ$ , и нагрузка, действующая на подшипник, разделяет угол обхвата на две равные части. Поэтому рассмотрим именно этот случай.

Особо остановимся на вопросе расчета динамически нагруженного подшипника.

Как уже указывалось в перечне основных предположений, на базе которых построена современная гидродинамическая теория смазки, нагрузка, действующая на трущуюся пару, рассматривается постоянной по величине и по направлению относительно одной из них.

Этим определением охватывается как случай статической нагрузки, так и случай центробежной нагрузки. Действительно, в случае вращающегося вала статическая нагрузка постоянно направлена относительно вкладыша. Центробежная нагрузка сохраняет постоянное направление относительно вала. Можно заметить, что случай центробежной нагрузки (сохраняющей постоянное направление относительно вала), полностью идентичен случаю статической нагрузки при вращающемся вкладыше и неподвижном вале.

Таким образом, все дальнейшие методы расчета приложимы в равной степени к статической и центробежной нагрузке. В последнем случае требуется лишь подводить смазку через вал или кольцевую канавку, что на практике обычно и осуществляется.

В литературе имеется приближенное решение для случая нагрузки, постоянной по направлению и переменной по величине. Это решение получено С. П. Куцаевым и доведено до вполне пригодных для реального расчета результатов [17].

Однако следует отметить, что отсутствие учета вращения вала приводит к значительной погрешности решения. Таким образом, этот вопрос требует дальнейших исследований.

Общего решения для динамически нагруженного подшипника также еще не имеется. Расчет динамически нагруженных подшипников производится обычно по статической максимальной или среднеэффективной нагрузке за часть цикла.

До сих пор не имеется также точного аналитического решения

уравнения (8) для статически нагруженных подшипников (когда  $V=0$ ), в связи с чем используются различные приближенные численные методы.

В 1945—1946 гг. нами, с помощью работы Шибеля [18], было впервые получено решение для подшипников конечной длины, которое хорошо согласуется с экспериментами [19]. Известно, что в случае отсутствия торцевых утечек масла, когда гидродинамическая задача является плоской (рассматривается подшипник как бы бесконечной длины), интегрирование основного дифференциального уравнения гидродинамической теории смазки не представляет труда. Для упрощения решения было выдвинуто предположение, что гидродинамическое давление в осевом направлении подшипника распределяется по квадратичной параболе и, кроме того, давление в любой точке подшипника конечной длины ( $p_0 - \kappa\Gamma/\text{м}^2$ ) пропорционально соответствующему давлению в подшипнике бесконечной длины ( $p_1 - \kappa\Gamma/\text{м}^2$ )

$$p_0 = p_1 \cdot C \left[ 1 - \left( \frac{2y}{L} \right)^2 \right] \quad (14)$$

где  $C$  — безразмерный коэффициент, определяемый вариационным способом таким образом, чтобы получить наименьшую погрешность для всей функции давления ( $p_0 - \kappa\Gamma/\text{м}^2$ ).

Через семь лет М. В. Коровчинский [20] предложил новое приближенное решение той же задачи, заменив уравнение (14) бесконечным рядом. Естественно, что его решение было более точным, однако при сравнении конечных результатов расчета расхождение его данных с нашими нигде не превосходило 5% по грузоподъемности и коэффициенту трения, как он показал это в работе [20]. Причина столь малого расхождения наших результатов показана в работе [21].

Вместе с тем наш метод дает возможность выражать результаты как в форме графиков, так, в отличие от метода Коровчинского, и в виде формул. Последние весьма удобны для расчетов на ЭЦВМ. Поэтому все дальнейшие расчеты подшипников жидкостного трения приводим по своей методике, полностью изложенной в [16]. Как показал анализ, погрешность расчетов нигде не превосходит 10%, что находится в допустимых пределах.

Результаты расчета сведены в графики (см. рис. 11, 12, 13 и 14). В некоторых случаях расчетов по графикам из-за их малого масштаба может оказаться недостаточно точным. Для этих случаев полученные результаты представлены в виде таблиц (см. табл. 1 и 2).

Во всех графиках по оси абсцисс отложена величина относительно эксцентриситета —  $\chi$ , равная отношению абсолютного эксцентриситета расположения цапфы во вкладыше к радиальному зазору.

$$\chi = \frac{e}{R - r} \quad (2)$$

$$\frac{P_{\text{ш}} v^2}{M_{\text{ш}} \omega^2} = \frac{1911 v^2}{M_{\text{ш}} \pi}$$

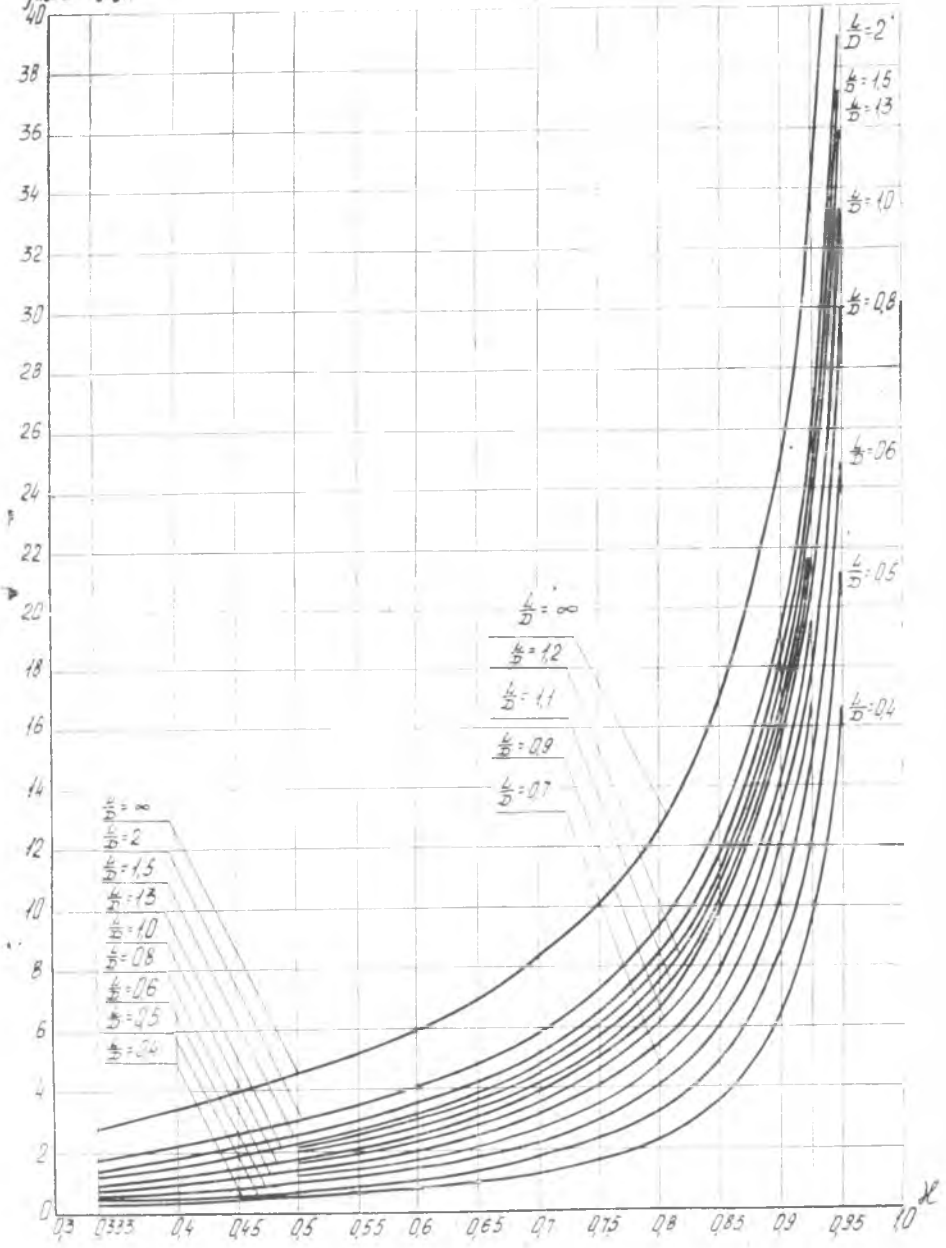


Рис. 11. Грузоподъемность подшипника конечной длины при  $\chi \leq 0,95$

$$\frac{P_{\text{ш}}^2}{\lambda \cdot L} = \frac{13,1 \cdot K \cdot \psi^2}{36 \cdot \pi \cdot n}$$

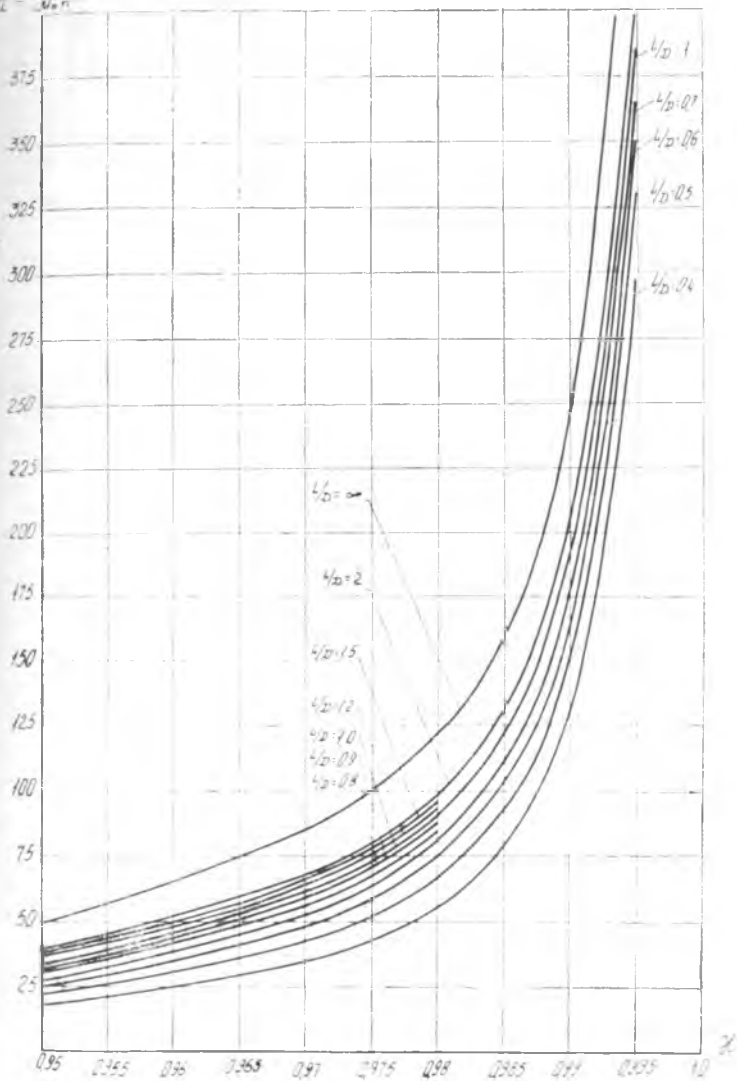


Рис. 12. Грузоподъемность подшипника конечной длины при  $\chi \geq 0,95$



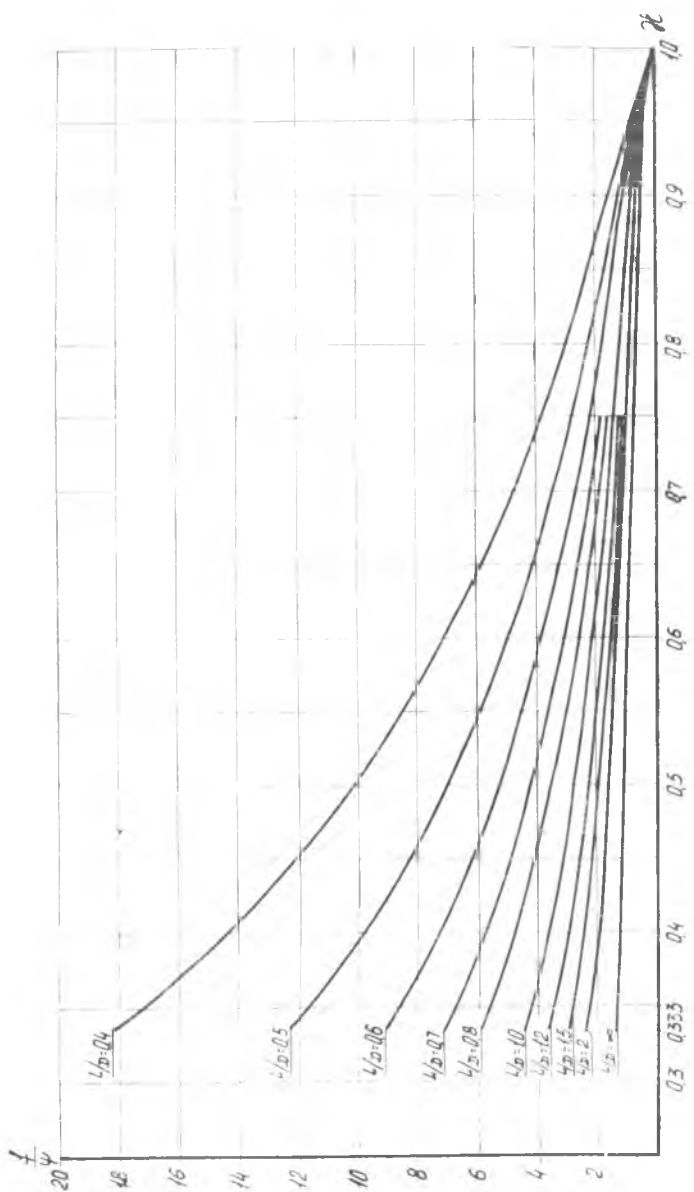


Рис. 13. Коэффициент гребня подпильника конечной длины

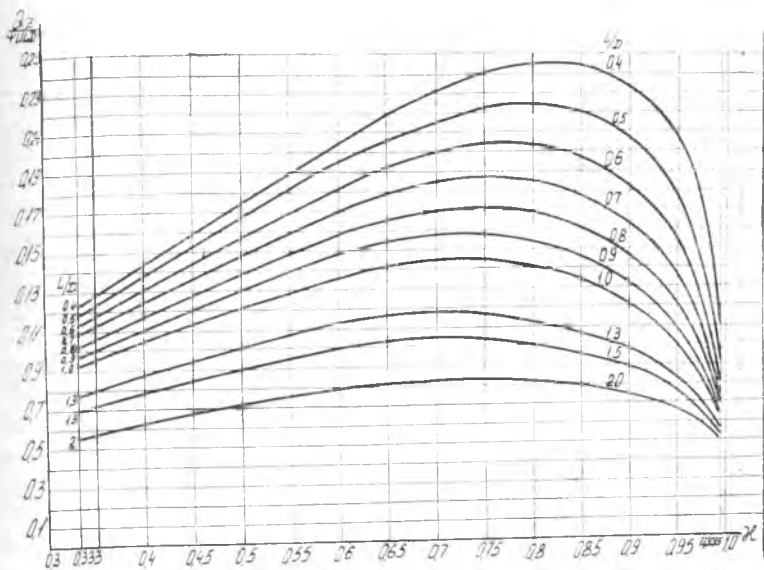


Рис. 14. Расход смазки через рабочую зону подшипника конечной длины

По оси ординат отложены соответственно безразмерная величина грузоподъемности

$$\frac{P_1 \psi^2}{\mu_0 U L} = 19,11 \frac{k_0 \psi^2}{\mu_0 n_1},$$

относительная величина коэффициента трения  $\frac{f}{\psi}$  либо безразмерная величина расхода смазки  $\frac{Q}{U \psi D}$  где

$P_1$  — грузоподъемность подшипника конечной длины без учета зависимости вязкости масла от давления,  $\kappa\Gamma$ ;

$L$  — длина подшипника,  $\text{м}$ ;

$D$  и  $d$  — диаметр расточек вкладыша и диаметр цапфы,  $\text{м}$ ;

$k_0 = \frac{P_1}{L D}$  — средняя удельная нагрузка на проекцию подшипника  $\kappa\Gamma/\text{м}^2$ ;

$\psi = \frac{D-d}{d}$  — относительный зазор в подшипнике;

$U$  — окружная скорость скольжения,  $\text{м}/\text{сек}$ ;

$n_1$  — скорость вращения вала,  $\text{об}/\text{мин}$ ;

$\mu_0$  — абсолютная вязкость масла при атмосферном давлении и средней температуре подшипника,  $\kappa\Gamma\text{сек}/\text{м}^2$ ;

$f$  — коэффициент трения без учета зависимости вязкости масла от давления. Этот коэффициент учитывает лишь потери в рабочей зоне подшипника;

Таблица 1

Грузоподъемность подшипника конечной длины  $\frac{P_1 \psi^2}{10^6 L}$ 

$\alpha$	0,333	0,4	0,5	0,6	0,7	0,75	0,8	0,9	0,925	0,95	0,975	0,99	0,995
$\frac{L}{D} = \infty$	2,90	3,53	4,64	6,12	8,32	10,10	12,57	24,94	32,28	49,48	98,46	245,3	490,3
$\frac{L}{D} = 2$	1,70	2,16	2,93	4,06	5,77	7,17	9,14	19,09	25,05	38,95	79,00	199,8	404,8
$\frac{L}{D} = 1,5$	1,37	1,76	2,47	3,50	5,10	6,42	8,32	17,9	23,8	37,3	76,7	196,4	400,0
$\frac{L}{D} = 1,3$	1,20	1,55	2,20	3,17	4,68	5,96	7,79	17,2	22,9	36,2	75,2	193,9	396,6
$\frac{L}{D} = 1,2$	1,11	1,43	2,05	2,97	4,44	5,68	7,47	16,66	22,34	35,4	74,1	192	394
$\frac{L}{D} = 1,1$	1,00	1,30	1,89	2,75	4,15	5,34	7,08	16,0	21,6	34,5	72,7	190,0	390,5
$\frac{L}{D} = 1,0$	0,896	1,17	1,70	2,51	3,83	4,96	6,61	15,31	20,7	33,4	71,1	187,0	386,5
$\frac{L}{D} = 0,9$	0,781	1,03	1,51	2,24	3,47	4,54	6,10	14,43	19,74	32,00	68,95	183,4	381,5
$\frac{L}{D} = 0,8$	0,662	0,874	1,30	1,95	3,06	4,03	5,48	13,35	18,40	30,20	66,10	178,7	374,7
$\frac{L}{D} = 0,7$	0,540	0,716	1,07	1,64	2,61	3,47	4,78	12,00	16,80	27,85	62,20	171,8	364,5
$\frac{L}{D} = 0,6$	0,421	0,562	0,850	1,31	2,13	2,87	3,98	10,42	14,75	24,95	57,30	162,5	350,0
$\frac{L}{D} = 0,5$	0,310	0,416	0,636	0,992	1,64	2,22	3,15	8,52	12,33	21,28	50,60	149,0	329,2
$\frac{L}{D} = 0,4$	0,208	0,281	0,433	0,705	1,14	1,57	2,26	6,43	9,55	16,72	41,65	129,4	295,8

Коэффициент трения и расхода смазки для подшипника конечной длины при угле обхвата 180°

$\alpha$	0,333	0,50	0,70	0,80	0,90	0,95	0,975	0,99
$L/D=2$								
$f/\psi$	2,35	1,65	1,12	0,900	0,650	0,470	0,340	0,220
$Q/\psi ULD$	0,055	0,0706	0,0825	0,0815	0,0743	0,0666	0,060	0,0536
$L/D=1,5$								
$f/\psi$	2,87	1,92	1,21	0,970	0,670	0,480	0,350	0,220
$Q/\psi ULD$	0,0697	0,0896	0,1038	0,1009	0,0888	0,077	0,067	0,0576
$L/D=1,3$								
$f/\psi$	3,26	2,13	1,33	1,02	0,700	0,490	0,350	0,220
$Q/\psi ULD$	0,0775	0,1006	0,1171	0,1131	0,0986	0,0839	0,0718	0,0605
$L/D=1,0$								
$f/\psi$	4,34	2,71	1,58	1,16	0,760	0,520	0,360	0,230
$Q/\psi ULD$	0,0917	0,1215	0,144	0,1415	0,122	0,1017	0,0843	0,0686
$L/D=0,9$								
$f/\psi$	4,95	3,04	1,72	1,21	0,790	0,540	0,370	0,230
$Q/\psi ULD$	0,0968	0,1295	0,1563	0,1537	0,1334	0,1108	0,0909	0,0729
$L/D=0,8$								
$f/\psi$	5,83	3,50	1,92	1,35	0,840	0,560	0,380	0,240
$Q/\psi ULD$	0,1023	0,1382	0,1695	0,1685	0,147	0,122	0,0997	0,0784
$L/D=0,7$								
$f/\psi$	7,10	4,18	2,21	1,52	0,910	0,600	0,400	0,240
$Q/\psi ULD$	0,1078	0,1474	0,181	0,1852	0,164	0,1367	0,115	0,0861
$L/D=0,6$								
$f/\psi$	9,09	5,22	2,66	1,78	1,02	0,650	0,429	0,260
$Q/\psi ULD$	0,1132	0,1566	0,1995	0,201	0,1812	0,1552	0,1267	0,0974
$L/D=0,5$								
$f/\psi$	12,3	6,94	3,39	2,20	1,20	0,730	0,460	0,270
$Q/\psi ULD$	0,1183	0,1656	0,2152	0,221	0,208	0,1785	0,1473	0,1133
$L/D=0,4$								
$f/\psi$	18,3	10,1	4,47	2,98	1,51	0,890	0,530	0,300
$Q/\psi ULD$	0,123	0,174	0,2315	0,215	0,2345	0,207	0,175	0,1363

$Q$  — расход смазки в оба торца из области трения подшипника,  $м^3/сек.$

Каждому отношению длины подшипника к его диаметру  $(\frac{L}{D})$  отвечает своя кривая на соответствующем графике. Обычно расчет подшипников производится по графикам, однако для анализа могут потребоваться формулы. В связи с этим все графики приведены к формулам.

Для грузоподъемности, при обычно применяемых относительных эксцентриситетах  $0,55 < \chi \leq 0,95$ , расхождение между формулами и точно вычисленными значениями, отложенными на графиках, нигде не превосходит 3%

$$\frac{P_1 \psi^2}{\mu_0 U L} = \frac{2,04}{(1 - \chi) \left[ 1 + 2,31 \left( \frac{D}{L} \right)^2 (1,052 - \chi) \right]} \quad (15)$$

Или же, выражая относительный эксцентриситет через минимальную толщину масляной пленки, получим

$$\frac{P_1 \psi^2}{\mu_0 U L} = \frac{1,02}{\frac{h_{\min}}{D \psi} \left[ 1 + 4,62 \left( \frac{D}{L} \right)^2 \left( 0,026 + \frac{h_{\min}}{D \psi} \right) \right]} \quad (15a)$$

Для коэффициента трения при  $0,5 < \chi \leq 0,95$ , т. е. практически на всем диапазоне изменения основного параметра с погрешностью менее 4,5%, можно получить

$$\frac{f}{\psi} = 0,150 + 1,92(1,119 - \chi) \left[ 1 + 2,31 \left( \frac{D}{L} \right)^2 (1,052 - \chi) \right] \quad (16)$$

или

$$\frac{f}{\psi} = 0,150 + 3,84 \left( 0,0597 + \frac{h_{\min}}{D \psi} \right) \left[ 1 + 4,62 \left( \frac{D}{L} \right)^2 \left( 0,026 + \frac{h_{\min}}{D \psi} \right) \right] \quad (16a)$$

Для расхода смазки при  $0,5 < \chi \leq 0,95$  получим

$$\frac{Q}{\psi U L D} = 0,285(0,2035 + \chi) \frac{0,072 \left( \frac{L}{D} \right)^2 + 1,05 - \chi}{0,433 \left( \frac{L}{D} \right)^2 + 1,05 - \chi} \quad (17)$$

или

$$\frac{Q}{\psi U L D} = 0,57 \left( 0,6 - \frac{h_{\min}}{D \psi} \right) \frac{0,036 \left( \frac{L}{D} \right)^2 + 0,026 + \frac{h_{\min}}{D \psi}}{0,216 \left( \frac{L}{D} \right)^2 + 0,026 + \frac{h_{\min}}{D \psi}} \quad (17a)$$

## § 8. ТЕПЛОВОЙ РАСЧЕТ ПОДШИПНИКА ЖИДКОСТНОГО ТРЕНИЯ

В ряде случаев, при известной средней температуре подшипника, метод расчета, изложенный в предыдущем параграфе, дает возможность с большой точностью по известной допустимой величине  $h_{\min}$  определить грузоподъемность подшипника либо наоборот, по

известной величине нагрузки найти величину  $h_{\min}$ . Однако в большинстве случаев для полного расчета подшипника необходимо составить тепловой баланс и определить среднюю температуру подшипника (среднюю вязкость масла).

Произвести точный тепловой расчет подшипника до сих пор не удается вследствие чрезмерного обилия и разнообразия действующих факторов. Поэтому приходится ограничиваться приближенным «валовым» тепловым балансом, при котором предполагают, что все количество масла, протекающее через область трения подшипника, нагревается на одинаковое число градусов и, таким образом, отводит тепло. Кроме того, следует учесть, что часть тепла отводится из области трения непосредственно в металлические поверхности цапфы и вкладыша и далее отводится частично маслом, омывающим эти же детали в нерабочей области подшипника, а частично — в окружающую атмосферу.

Составляя уравнение теплового баланса, можно приближенно определить общее приращение температуры, среднюю температуру подшипника и среднюю вязкость масла.

В области трения выделяется следующее количество тепла:

$$A = f P_1 U \text{ кГм/сек.} \quad (18)$$

Количество тепла, отводимое маслом, протекающим через область трения, составляет

$$A_1 = 427 c_1 \gamma Q (t_{\text{ср}} - t_{\text{вх}}) \text{ кГм/сек,} \quad (19)$$

где  $c_1$  — удельная весовая теплоемкость масла, ккал/кг;

$\gamma$  — удельный вес масла кг/м<sup>3</sup>;

$t_{\text{ср}}$  и  $t_{\text{вх}}$  — °С — соответственно средняя температура подшипника и температура масла на входе.

Мы считаем, что температура масла, выходящего из подшипника близка к средней температуре подшипника, т. к. масло вытекает по всему торцу, следовательно, оно вытекает и при температуре  $t_{\text{max}}$  и  $t_{\text{вх}}$ . Соответствующие части подшипника также имеют температуру, близкую к  $t_{\text{max}}$  и  $t_{\text{вх}}$ . Поэтому есть основание полагать, что средняя температура масла близка к средней температуре подшипника. Отсюда и получено, что масло, вытекающее из области трения подшипника нагревается на  $\Delta t = t_{\text{ср}} - t_{\text{вх}}$ . Кроме того, некоторое количество тепла отводится из области трения непосредственно в металлические поверхности. Для определения этого количества тепла необходимо было бы знать коэффициенты теплопередачи от нагретого масла (в области трения) к металлическим поверхностям, коэффициенты теплопередачи от цапфы и вкладыша к холодному маслу за пределами области трения, а также коэффициенты теплопередачи от наружных стенок подшипника в атмосферу и соседние детали.

Все эти коэффициенты для современных конструкций неизвестны. Имеются только экспериментальные данные по теплоотводу в окружающую атмосферу, полученные около 50 лет тому назад в результате весьма обстоятельных экспериментов.

В связи с изложенным, мы вынуждены до тех пор, пока не будет проведен ряд экспериментальных исследований для определения всех необходимых коэффициентов, принимать, что из области трения в цапфу и вкладыш переносится лишь то тепло, которое в дальнейшем передается в окружающую атмосферу. Таким образом, можно пренебрегать тем количеством тепла, которое вначале воспринимается трущимися поверхностями, а затем отводится от них маслом, протекающим за пределами области трения. Кроме того, для современных конструкций применяются экспериментальные коэффициенты теплопередачи в окружающую атмосферу, полученные на более старых конструкциях. Соответственно получим  $A_2 = a_s \pi DL (t_{ср} - t_{окр})$ , где  $a_s$  — экспериментальный коэффициент теплоотвода в окружающую атмосферу  $кГ/м \cdot сек^{\circ}C^*$ .

Для упрощения решения заменим  $t_{окр}$  на  $t_{вх}$ . Обычно  $t_{вх}$  близко к  $t_{окр}$ , хотя и несколько больше последнего. Таким образом, эта замена еще более уменьшит  $A_2$ . В результате

$$A_2 = a_s \pi DL (t_{ср} - t_{вх}). \quad (20)$$

Учитывая, что  $A = A_1 + A_2$  и решая эти уравнения относительно  $\Delta t$ , окончательно получим

$$\Delta t = t_{ср} - t_{вх} = \frac{\frac{f}{4} k_0}{427 C_1 \gamma \frac{Q}{\pi U DL} + \frac{a_s \pi}{4 U}}. \quad (21)$$

Отметим, что гидродинамический расчет толщины масляной пленки при данной нагрузке весьма точен, чего нельзя сказать о тепловом расчете, имеющем значительную погрешность. Вместе с тем тепловой расчет при данной  $t_{вх}$  определяет среднюю температуру подшипника, а следовательно, и вязкость масла, по которой определяется толщина масляной пленки. Таким образом, можно было бы предположить, что значительная неточность теплового расчета делает неопределенным расчет толщины масляной пленки. Но это предположение несправедливо. В действительности значительная ошибка в тепловом расчете приводит к гораздо меньшей ошибке в определении  $h_{min}$ .

Например, если при данной нагрузке и  $t_{вх}$  в результате погрешностей теплового расчета мы получили бы преувеличенное  $\Delta t = t_{ср} - t_{вх}$ , то это означало бы, что преувеличено расчетное значение для  $t_{ср}$ , преуменьшено расчетное значение вязкости  $\mu_0$  масла, преувеличен относительный эксцентриситет, преуменьшен коэффициент трения, который, снижая  $\Delta t$ , до некоторой степени компенсирует погрешность теплового расчета.

\* Заметим, что проведение ЦНИИГМАШем в 1951 г. эксплуатационные испытания крупногабаритных подшипников жидкостного трения подтвердили допустимость приведенных, довольно грубых, упрощающих допущений, для теплового расчета.

Экспериментальные и расчетные данные весьма близко примыкают друг к другу.

Кроме того, наиболее грубые допущения, связанные с теплоотводом в трущиеся поверхности, дадут наибольшую ошибку в определении  $\Delta t$  при малых толщинах масляной пленки, когда этот теплоотвод значителен, и при малых скоростях скольжения, когда абсолютная величина  $\Delta t$  мала. Если же  $\Delta t$  по абсолютной величине мала, то даже значительная погрешность в ее определении мало изменит  $t_{\text{ср}}$  и  $\mu_0$ , а следовательно, мало повлияет на  $h_{\text{min}}$ . Если же скорости скольжения значительны, толщина смазывающей пленки велика, то основная часть теплоотвода производится маслом, протекающим через область трения, теплоотвод в трущиеся поверхности относительно невелик, и, таким образом, наши грубые предположения не приведут к значительным ошибкам и в этом случае.

В связи с изложенным, несмотря на значительные погрешности теплового расчета, все же можно более или менее точно определить  $h_{\text{min}}$ .

### § 9. МЕТОДИКА РАСЧЕТА ПОДШИПНИКОВ СКОЛЬЖЕНИЯ ЖИДКОСТНОГО ТРЕНИЯ И ПРИМЕР РАСЧЕТА

Целью расчета данного подшипника, при известных условиях его эксплуатации, является определение величин зазоров в области трения ( $\psi$ ), определение допусков на изготовление трущихся поверхностей, выбор сорта масла. Все выбранные условия должны обеспечить работу подшипника в условиях жидкостного трения. Для этого необходимо, чтобы при заданных условиях эксплуатации величина минимальной толщины масляной пленки  $h_{\text{min}}$  была больше, чем  $[h_{\text{min}}]_{\text{доп}}$ , определяемая допусками на изготовление трущихся поверхностей, а также величиной прогибов упругой линии вала.

При расчете подшипника приходится производить как гидродинамический, так и тепловой расчет. Гидродинамический расчет основывается на заданной средней температуре смазочного слоя и определяет его толщину. Тепловой расчет, исходя из заданной толщины смазочного слоя и его средней температуры, определяет приращение температуры, что дает возможность найти температуру масла на входе. В действительности же приходится задаваться температурой масла на входе, исходя из обычных возможностей для охлаждения циркулирующего масла. В связи с этим все авторы делают гидродинамические и тепловые расчеты методом многократных попыток, пока не получат заданную температуру на входе.

Нами предложена методика, которая дает возможность избежать применения метода попыток и получить сразу результаты как гидродинамического, так и теплового расчета.

Конструкция подшипника определяет его  $D$  и  $\frac{L}{D}$ , а также скорость скольжения  $U$ . Выбираем величину относительного зазора  $\psi$  и  $h_{\text{min}}$ . При этом можно расчет вести по  $h_{\text{min}} = [h_{\text{min}}]_{\text{доп}}$  либо, в случае возможности колебания значения  $[h_{\text{min}}]_{\text{доп}}$ , по эксплуатационным и технологическим причинам принять  $h_{\text{min}}$  несколько больше  $[h_{\text{min}}]_{\text{доп}}$ .



По величинам  $D$ ,  $h_{\min}$  и  $\psi$  определяется  $\kappa$ ,

$$\kappa = 1 - \frac{2h_{\min}}{D\psi},$$

а по  $\kappa$  и графикам рис. 11—14 находим  $\frac{19,11k_0\psi^2}{\mu_0 n_1}$ ,  $\frac{f}{\psi}$ ,  $\frac{Q}{\psi ULD}$  для подшипника с данным отношением  $\frac{L}{D}$ . Далее определяется параметр  $A_0$ .

$$A_0 = \frac{\frac{f}{\psi} \cdot \frac{19,11k_0\psi^2}{\mu_0 n_1}}{427c_1 \gamma \frac{Q}{\psi ULD} + \frac{a_s \pi}{\psi U^2}} \cdot \frac{n_1}{19,11\psi^2} \quad (22)$$

Легко заметить из уравнения (21) и (22) что

$$t_{\text{ср}} = t_{\text{вх}} + A_0 \mu_0. \quad (23)$$

Вычислив параметр  $A_0$  и имея заданное значение для  $t_{\text{вх}}$ , по уравнению (23) можно построить прямую на графике зависимости вязкости масла (например, «Турбинное Л») от температуры (см. рис. 15). При построении этой прямой  $t_{\text{вх}}$  и  $A_0$  — постоянные,  $t_{\text{ср}}$  и  $\mu$  — переменные. Точки пересечения этой прямой и кривой зависимости вязкости масла от температуры сразу дают значение  $\mu$  и  $t_{\text{ср}}$ , которые имеют место в подшипнике при заданных  $\psi$ ,  $h_{\min}$ ,  $t_{\text{вх}}$ , а также  $U$ ,  $D$  и  $\frac{L}{D}$ . Далее по величине  $\frac{19,11k_0\psi^2}{\mu_0 n_1}$ ,  $\psi$ ,  $\mu_0$  и  $n_1$  определяем соответствующее  $k_0$ . Подобные расчеты производятся для нескольких относительных зазоров (пример расчета приведен на

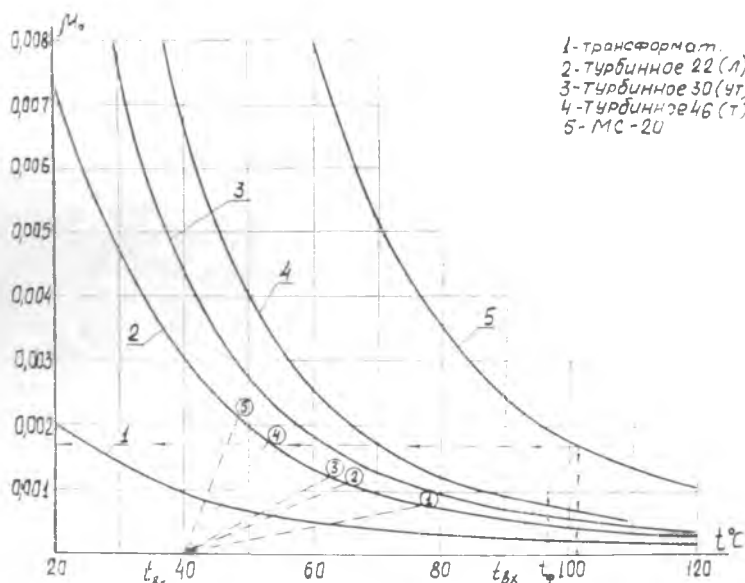


Рис. 15. Вязкостно-температурная кривая

табл. № 3). Построив график (см. рис. 16), где по оси ординат отложим  $k_0$ , а по оси абсцисс —  $\psi$ , получим возможность наглядно увидеть, какой запас грузоподъемности имеет подшипник при данном значении  $h_{\min}$ .

Следовательно, график, построенный всего по 4—5 точкам, обеспечивает возможность обоснованно выбрать величину зазора в подшипнике, а также величину допуска на изготовление трущихся поверхностей. Этот метод весьма удобен при выборе сорта масла и определении влияния  $t_{вх}$  на работоспособность подшипника, т. к. для различных сортов масла и  $t_{вх}$  не приходится производить новый тепловой расчет, следует только строить другую прямую  $t_{ср} = t_{вх} + A_0 \psi$  и затем по формуле грузоподъемности определять новое  $k_0$ .

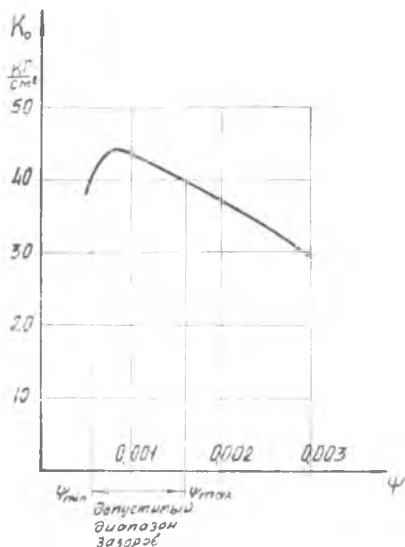


Рис. 16. Зависимость удельной грузоподъемности от относительного зазора

## § 10. РАСЧЕТ ПОДШИПНИКОВ ПОЛУЖИДКОСТНОГО ТРЕНИЯ

Значительное количество подшипников скольжения, эксплуатирующихся в различных машинах, работают в режиме полужидкостного трения. В связи с этим большое значение имело бы создание метода расчета подшипников полужидкостного трения.

За последние годы выполнен ряд исследований работы подшипников скольжения в области полужидкостного трения. Вместе с тем до сих пор не удалось создать математически обоснованного метода расчета подшипников полужидкостного трения. В связи с этим подшипники полужидкостного трения не рассчитываются, а только проверяются по предельной величине удельной нагрузки.

$$k_0 \max \leq [k_0]_{\text{доп}} \quad (24)$$

и предельной величине скорости скольжения или по произведению скорости скольжения на удельное давление (последние две величины контролируют количество тепловыделения в подшипнике)

$$U \max \leq [U]_{\text{доп}} \text{ или } (k_0 U) \max \leq [k_0 U]_{\text{доп}} \quad (25)$$

где  $k_0 \max$  — максимальное удельное давление данного подшипника,  $\text{кг}/\text{см}^2$ ;

$U \max$  — максимальная скорость скольжения данного подшипника,  $\text{м}/\text{сек}$ ;

$(k_0 U)_{\max}$  — максимальное произведение удельного давления на скорость скольжения данного отпуска,  $\text{кг/см}^2 \cdot \text{м/сек}$ ;  
 $[k_0]_{\text{доп}}$  —  $\text{кг/см}^2$ ;  $[U]_{\text{доп}}$  —  $\text{м/сек}$ ;  $[k_0 U]$  —  $\text{кг/см}^2 \cdot \text{м/сек}$  — допускаемые значения удельного давления, предельной скорости скольжения и предельного значения произведения давления на скорость, принятые в практике эксплуатации подшипников данной отрасли промышленности при данном материале трущихся поверхностей и смазке.

**В станкостроении** для подшипников из свинцовистой бронзы БрС30 и закаленных цапф ( $H_{Rc} \geq 45$ ) рекомендуется  $[k_0 U]_{\text{доп}} = 100 \text{ кг/см}^2 \times \text{м/сек}$  и  $[U]_{\text{доп}} = 10 \text{ м/сек}$ . Для подшипников из БрАЖ9—4 и закаленных шеек ( $H_{Rc} \geq 45$ )  $[k_0 U]_{\text{доп}} = 75 \div 100 \text{ кг/см}^2 \cdot \text{м/сек}$  и  $[U]_{\text{доп}} = 2 \div 2,5 \text{ м/сек}$ . Для баббитовых подшипников из Б16, БН6 и БС рекомендуют  $[k_0 U]_{\text{доп}} = 100 \text{ кг/см}^2 \cdot \text{м/сек}$  и  $[k_0 U] = 150 \text{ кг/см}^2 \cdot \text{м/сек}$  соответственно для сырых и закаленных цапф.

Для подшипников из алькусина АМК и закаленных цапф ( $H_{Rc} \geq 45$ )  $[k_0 U]_{\text{доп}} = 40 \div 50 \text{ кг/см}^2 \cdot \text{м/сек}$ ;  $[U]_{\text{доп}} = 5 \text{ м/сек}$ .

Для подшипников из перлитного антифрикционного чугуна Ц-1 и тщательно отделанных закаленных валов  $[k_0 U]_{\text{доп}} = 20 \text{ кг/см}^2 \cdot \text{м/сек}$  и  $[U]_{\text{доп}} = 2 \text{ м/сек}$ .

**В металлургическом машиностроении** для подшипников применяют БраЖ 9—4 при  $[k_0]_{\text{доп}} = 20 \text{ кг/см}^2$  и  $[U]_{\text{доп}} = 3 \text{ м/сек}$  (при ударных нагрузках). Для подшипников из латуни ЛМЦС 58—2—2  $[k_0]_{\text{доп}} = 50 \text{ кг/см}^2$ ;  $[U]_{\text{доп}} = 1 \text{ м/сек}$  (при спокойных нагрузках). Для подшипников из латуни ЛМЦА 57—3—1  $[k_0]_{\text{доп}} = 30 \text{ кг/см}^2$ ;  $[U]_{\text{доп}} = 1,5 \text{ м/сек}$  (при ударных нагрузках). Для подшипников из Б16  $[k_0]_{\text{доп}} = 100 \text{ кг/см}^2$ ;  $[U]_{\text{доп}} = 7,5 \text{ м/сек}$ ;  $[k_0 U]_{\text{доп}} = 150 \text{ кг/см}^2 \times \text{м/сек}$  (при спокойных нагрузках).

**В крастроении** применяют для подшипников латунь ЛМЦС 58—2—2 (ГОСТ 1019—47) и при режиме работы механизма ПВ = 15% и 25% —  $[k]_{\text{доп}} = 120 \text{ кг/см}^2$ ;  $[U]_{\text{доп}} = 2,5 \text{ м/сек}$ . При ПВ = 40% —  $[k_0]_{\text{доп}} = 60 \text{ кг/см}^2$ ;  $[U]_{\text{доп}} = 1,1 \text{ м/сек}$ .

Смазка указанных подшипников крановых механизмов консистентная. Поверхности трения обрабатываются по 8 классу чистоты.

## IV. КОНТАКТНО-ГИДРОДИНАМИЧЕСКАЯ ТЕОРИЯ СМАЗКИ

### § 11. Понятие о контактной гидродинамике

Ранее в курсе «Детали машин» рассматривались общепринятые в настоящее время теории и методы расчета зубчатых и червячных передач, подшипников качения, скольжения и др. деталей. Однако они не охватывают всех сторон явлений, возникающих в изучаемых деталях и поэтому не могут объяснить многие факты, наблюдаемые в действительности.

Приведем некоторые из них. Например, почему зубчатая передача обладает различной долговечностью при работе на одинаковом режиме, при смазке одним и тем же маслом, но при изменении тем-

температуры масла в смазочной ванне всего на  $10-20^{\circ}\text{C}$ . Советский ученый Г. К. Трубин [22] экспериментально доказал, что такое малое изменение температуры приводит к изменению долговечности в несколько раз.

Неясно, например, почему подшипник качения при одинаковом режиме работы и одинаковой температуре наружного кольца, но смазываемый двумя различными маслами, обладает долговечностью, отличающейся в 8 раз.

Почему переход от смазки подшипника качения маслом к смазке керосином в одних случаях снижает долговечность в 6 раз, а в других всего в 1,5—2 раза?

Почему часто неметаллический подшипник скольжения, смазываемый такой маловязкой жидкостью, как вода, работает лучше, чем при смазке минеральным маслом, и при смазке водой имеет коэффициент трения, равный 0,004, 0,0006, в то время, как при смазке маслом коэффициент трения в 4—6 раз больше?

Все эти явления, возникающие в разнообразных деталях, обнаруженные различными исследователями, подчиняются общим закономерностям и могут быть объяснены с помощью одной общей теории — контактно-гидродинамической теории смазки, которая находится на стыке двух наук — гидродинамики и теории упругости.

Что собой представляет контактно-гидродинамическая теория смазки? Оказывается, во всех ранее рассмотренных деталях машин имеется одно общее явление — передача усилия от одной криволинейной поверхности к другой происходит через промежуточный смазочный слой, причем одна поверхность перемещается относительно другой. При этом смазочный слой прилипает к трущимся поверхностям, и в нем при движении, благодаря свойству вязкости, возникают гидродинамические давления, гидродинамическая подъемная сила, которая уравнивается внешней нагрузкой, приложенной к детали.

Эти гидродинамические давления действуют на упругие трущиеся поверхности и вызывают их деформации. Величины деформаций, определяются величинами и распределением давлений по поверхности, т. е. эпюрой давлений.

С другой стороны, в результате деформаций поверхности образуется соответствующая форма зазора. Именно форма зазора определяет собой эпюру давлений.

Таким образом, мы имеем две тесно связанные между собой задачи:

1. Задачу гидродинамики для движущейся жидкости, ограниченной двумя трущимися поверхностями. При этом жидкость движется стесненно, толщина смазочного слоя имеет весьма малую величину, измеряемую микронами или долями микрона, т. е. возникает задача гидродинамической теории смазки. В результате ее решения получаем эпюру давлений.

2. Смешанную задачу теории упругости, обычно называемую

контактной задачей теории упругости, для определения деформации поверхности под действием определенной энергии давления.

Именно эта двойственность задачи, как мы далее покажем, является основной причиной сложности теоретического решения.

Кроме того, следует учесть, что вязкость масла в различных точках зоны контакта отличается во много раз, т. к. она зависит от местной температуры, и, особенно, от давления.

В настоящее время принимается, что вязкость масла зависит от давления по следующей формуле Барруса:

$$\mu = \mu_0 e^{nk_0} \quad (26)$$

Здесь  $k_0$  — давление в данной точке смазочного слоя,  $\text{кг/см}^2$ .

$\mu$  — вязкость масла в данной точке слоя при давлении  $k_0$   $\text{кгсек/см}^2$ ;

$\mu_0$  — вязкость масла при атмосферном давлении и средней температуре смазочного слоя,  $\text{кгсек/см}^2$ ;

$n$  — пьезокоэффициент вязкости, определяемый экспериментально,  $\text{м}^2/\text{кг}$ .

Обычно  $0,05 \cdot 10^{-6} < n < 0,4 \cdot 10^{-6} \text{ м}^2/\text{кг}$ . Если, например,  $n = 0,2 \cdot 10^{-6} \text{ м}^2/\text{кг}$ , то при  $k_0 = 5000 \cdot 10^4 \text{ кг/см}^2$  ( $k_0 = 5000 \text{ кг/см}^2$ ) вязкость возрастает в 22 000 раз по сравнению с вязкостью при атмосферном давлении. Масло как бы загустевает. Учитывая практическую несжимаемость жидкости, заметим, что элементы масла хотя и смещаются относительно друг друга значительно легче, чем твердые поверхности, но обладают весьма большой жесткостью при сжатии и приводят к деформации стальных трущихся поверхностей.

Как показали опыты, смазочный слой часто не выдавливается между элементами подшипника качения даже при максимальных контактных напряжениях, достигающих до  $50000 \text{ кг/см}^2$ .

При паллинии проскальзывания между трущимися поверхностями иногда возникают мгновенные местные температуры порядка сотен градусов Цельсия, что вызывает резкое уменьшение величины вязкости, но не столь резкое, как ее возрастание с повышением давления.

Все эти процессы происходят с чрезвычайно большими скоростями. Например, в подшипнике качения с внутренним диаметром 60 мм, при числе оборотов, равном 3000 *об/мин*, время возникновения данного контакта, его развитие и ликвидация измеряется миллионными долями секунды.

Таким образом, давления, действующие на данную площадку поверхности, за миллионные доли секунды изменяются от 1 *атм.* до десятков тысяч атмосфер, при этом смазочная пленка имеет протяженность в несколько сотен микрои (десятые доли мм), а толщина смазочного слоя измеряется единицами или даже десятками долями микрои. Это определяет трудности не только теоретического, но и экспериментального изучения данного вопроса. Поэтому до сих пор при инженерном расчете всех перечисленных деталей привии-

малась во внимание только одна из двух сторон — либо учитывалась контактная деформация и совершенно не учитывалась смазка (расчет зубчатых передач и подшипников качения), либо наоборот, учитывалась смазка, но совершенно не учитывалась контактная деформация поверхности (подшипники скольжения).

Такое одностороннее рассмотрение было весьма далеким от истинного и затрудняло нахождение оптимальных параметров и всех факторов, определяющих долговечность и надежность работы деталей.

Переход от применяемых сейчас параметров к действительно оптимальным может в несколько раз увеличить срок службы детали и повысить ее надежность в работе.

Заметим, что контактная гидродинамика представляет собой обобщенную науку, частными случаями которой являются контактная задача теории упругости (при толщине смазочного слоя равной нулю) и гидродинамическая теория смазки жестких поверхностей (при бесконечно большом модуле упругости).

Применение результатов контактно-гидродинамической теории смазки при расчете и проектировании даст значительный техниче-ский и экономический эффект.

## § 12. ВВЕДЕНИЕ В КОНТАКТНО-ГИДРОДИНАМИЧЕСКУЮ ТЕОРИЮ СМАЗКИ

Как уже отмечалось, контактная гидродинамика основывается на уравнениях гидродинамики для смазочного слоя и на зависимостях теории упругости для трущихся поверхностей. Она применяется на равном образом как для подшипников скольжения, так и для подшипников качения и зубчатых передач. До сих пор мы рассматривали гидродинамические характеристики лишь для подшипников скольжения. Для гидродинамической теории смазки подшипников качения характерна определенная специфика.

В подшипниках скольжения имеется малая разность радиусов кривизны трущихся поверхностей, область трения имеет значительное протяжение по сравнению с радиусами цилиндров. В связи с этим приходилось учитывать, что векторы давлений (перпендикулярные трущимся поверхностям) не параллельны друг другу на всем протяжении области давления.

В подшипниках качения и зубчатых передач имеется большая приведенная разность радиусов кривизны, область трения мала по сравнению с радиусами цилиндров, все давления можно рассматривать параллельными друг другу. Это дает возможность существенно упростить математический анализ явлений.

Рассмотрим, как изменяется толщина смазочного слоя в случае большой разности радиусов кривизны (подшипники качения и зубчатые передачи).

На рис. 17 изображена форма зазора для случая внешнего и внутреннего контакта двух цилиндров.

В случае внешнего касания

$$A_H = R_a + R_b + h_m = \sqrt{R_a^2 - x^2} + \sqrt{R_b^2 - x^2} + h.$$

Раскладывая в ряд корень квадратный и ограничиваясь двумя членами ряда, получим

$$h = h_m + \frac{x^2}{2} \left( \frac{1}{R_a} + \frac{1}{R_b} \right). \quad (27)$$

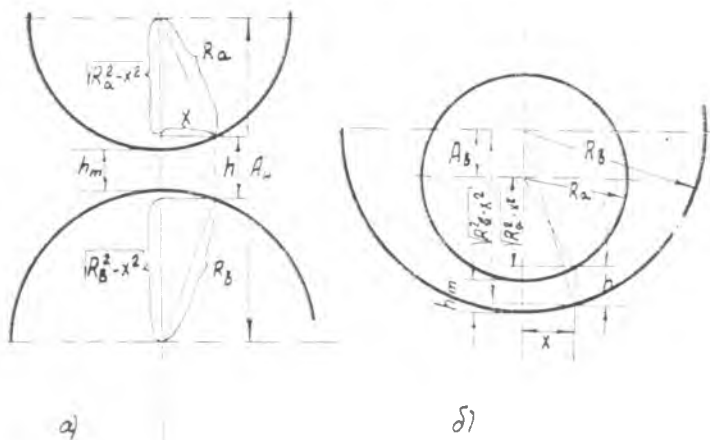


Рис. 17. Определение закона изменения толщины смазочного слоя при внешнем и внутреннем контакте

Аналогично для внутреннего контакта:

$$A_B = R_b - R_a - h_{min} = \sqrt{R_b^2 - x^2} - \sqrt{R_a^2 - x^2} - h;$$

$$h = h_m + \frac{x^2}{2} \left( \frac{1}{R_a} - \frac{1}{R_b} \right). \quad (28)$$

Введем понятие приведенной кривизны

$$\lambda_a \doteq \lambda_b = \frac{1}{R_a} \doteq \frac{1}{R_b} \quad (29)$$

Тогда толщина смазочного слоя в любой точке

$$h = h_m + \frac{x^2}{2} (\lambda_a \doteq \lambda_b) \quad (30)$$

При этом мы пренебрегли  $\left(\frac{x}{R_a}\right)^4$  по сравнению с  $\left(\frac{x}{R_a}\right)^2$ . Если учесть, что  $\frac{x}{R_a} \leq 0,1$ , то допущенная нами погрешность в определении толщины смазочного слоя менее 1%.  
 В случае стационарной гидродинамической задачи ( $V=0$ ) для

цилиндров неограниченной длины (давление не зависит от  $V$ ) после интегрирования (8) получаем

$$\frac{dp_0}{dx} = \frac{6\mu_0(U_a + U_b)(p_0 - h)}{h^3}, \quad (31)$$

здесь  $p_0$  — гидродинамическое местное давление для бесконечно длинных цилиндров,  $\text{кг}/\text{м}^2$ ;

$h_0$  — толщина смазочного слоя в точке экстремума давления (максимального давления или места обрыва смазочного слоя),  $\text{м}$ .

Совместное решение уравнений (31) и (30), как легко показать проверкой, дает

$$p_0 = \frac{6\sqrt{2}\mu_0(U_a + U_b)}{h_m} \left( -\frac{H_0 x_1}{4(1+x_1^2)^2} + \left[ 1 - \frac{3}{4}H_0 \right] \left[ \frac{\pi}{4} + \frac{x_1}{2(1+x_1^2)} + \frac{1}{2} \arctg x_1 \right] \right), \quad (32)$$

где  $x_1 = x \sqrt{\frac{\lambda_a \pm \lambda_b}{2h_m}}$ ;  $H_0 = \frac{h_0}{h_m}$

Максимальное гидродинамическое давление

$$p_{0 \max} = \frac{3\sqrt{2}\pi\mu_0(U_a + U_b) \left( 1 - \frac{3}{4}H_0 \right)}{h_m \sqrt{h_m(\lambda_a \pm \lambda_b)}} \quad (33)$$

Гидродинамическая погонная грузоподъемность в  $\text{кг}/\text{м}$ :

$$P_0 = \frac{2,447\mu_0(U_a + U_b)}{h_m(\lambda_a \pm \lambda_b)} \quad (34)$$

Таким образом, классическая гидродинамическая теория смазки (жесткие поверхности и вязкость, не зависящая от давления), для случая подшипников скольжения требует совместного решения уравнений (8) и (3), а для подшипников качения и зубчатых передач — (8) и (30).

Рассмотрим гидродинамические характеристики при учете зависимости вязкости масла от давления, пользуясь работой [15].

Напомним, что вязкость  $\mu$  в  $\text{кг}\cdot\text{сек}/\text{м}^2$  по Баррусу зависит от давления по формуле

$$\mu = \mu_0 e^{nk_0}, \quad (35)$$

где  $k_0$  — местное гидродинамическое давление при учете зависимости от давления,  $\text{кг}/\text{м}^2$ ;

$\mu_0$  — вязкость при атмосферном давлении,  $\text{кг}\cdot\text{сек}/\text{м}^2$ ;

$n$  — пьезокоэффициент вязкости,  $\text{м}^2/\text{кг}$ .

Подставим в первый член уравнения (8) выражение (35)

$$\frac{\partial}{\partial x} \left[ \frac{h^3}{\mu} \frac{\partial k_0}{\partial x} \right] = \frac{\partial}{\partial x} \left[ \frac{h^3}{\mu_0} e^{-nk_0} \frac{\partial k_0}{\partial x} \right] = \frac{\partial}{\partial x} \left[ -\frac{h^3}{n\mu_0} \frac{\partial (e^{-nk_0})}{\partial x} \right].$$



Аналогичное выражение получим при подстановке во второй член. Тогда уравнение (8) примет вид:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left[ -\frac{h^3}{n\mu_0} \frac{\partial (e^{-nk_0})}{\partial x} \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[ -\frac{h^3}{n\mu_0} \frac{\partial (e^{-nk_0})}{\partial y} \right] + 6(U_a + U_b) \frac{\partial h}{\partial x} + 12V = 0 \quad (36)$$

Введем следующие обозначения:

$$\begin{aligned} -\frac{1}{n} \frac{\partial (e^{-nk_0})}{\partial x} &= \frac{\partial p_0}{\partial x}, \\ -\frac{1}{n} \frac{\partial (e^{-nk_0})}{\partial y} &= \frac{\partial p_0}{\partial y}. \end{aligned} \quad (37)$$

Если мы потребуем совпадения граничных условий для  $p_0$  и  $k_0$ , то интегрирование выражений (37) даст  $p_0 = \frac{1}{n} - \frac{1}{n} e^{-nk_0}$ , откуда

$$k_0 = -\frac{\ln [1 - p_0 n]}{n}. \quad (38)$$

Подставив выражения (37) в (36), получим выражение, совпадающее с основным дифференциальным уравнением смазки для функции  $p_0$  и вязкости, не зависящей от давления. Учитывая совпадение граничных условий для этих функций, заметим, что  $p_0$  и было бы давлением в данной точке, если бы вязкость не зависела от давления. Таким образом, имеется элементарная зависимость между давлением в данной точке  $k_0$  при учете зависимости вязкости от давления и давлением  $p_0$  без этого учета.

### § 13. ИЗ ИСТОРИИ КОНТАКТНО-ГИДРОДИНАМИЧЕСКОЙ ТЕОРИИ СМАЗКИ

Практика машиностроения на ряде убедительных примеров показала, что часто имеется сплошной смазочный слой между зубьями зубчатых передач и в подшипниках качения. Например, неоднократно отмечались случаи многолетней эксплуатации хорошо смазанных зубчатых передач с сохранившимися на рабочих поверхностях зубьев следами обработки при их изготовлении.

Еще несколько лет тому назад требовалось доказывать существование сплошного смазочного слоя в подшипниках качения и зубчатых передачах. Теперь опыты Райко, Тривайло, Гришко, Арчерда, Генра и Хирста, Мак Конохне и Камерона, Эл Сиси и Шавки убедили в возможности существования жидкостного трения в этих деталях.

Однако длительное время не удавалось расчетом доказать существование жидкостного трения, т. к. полученные с помощью классической гидродинамической теории смазки толщины смазочных слоев были чрезмерно малы и обычно на порядок меньше, чем высоты неровностей.

Попытки исправить положение учетом зависимости вязкости масла от давления, но без деформации поверхностей, так же не да-

ли эффекта. Более того, возникающие при этом расчете бесконечно большие местные давления явно указывали на осуществляющиеся деформации поверхностей [15].

Впервые в мировой науке советские ученые А. М. Эртель [23], А. Н. Грубин [24] и А. И. Петрусевич [25], [26], [27] в 1945—1951 гг. совместно разработали основы контактно-гидродинамической теории смазки.

Нами был произведен анализ зависимостей, полученных основоположниками контактно-гидродинамической теории смазки, определен диапазон изменения рабочих параметров, где их применение возможно без значительных погрешностей, оценены возможные источники и величины погрешностей в этих работах.

С этой целью была решена серия задач гидродинамической теории смазки для ряда гипотетических форм зазора между трущимися жесткими недеформированными поверхностями без учета и с учетом зависимости вязкости масла от давления. В результате найдено, что наблюдаемый на практике резкий рост гидродинамической грузоподъемности, вызванный наличием деформаций поверхности, возникает, например, при переходе от зазора, описываемого квадратичной параболой (недеформированные поверхности) к зазору, описываемому параболой более высокой степени (деформированные поверхности).

Рассмотрены также характеристики для зазора, образованного двумя упругими цилиндрами, прижатыми друг к другу вначале без смазки, затем, после получения деформации, цилиндры раздвигаются на некоторую величину без изменения деформации поверхностей, и между ними помещается смазочный слой. Расчеты показали, что гидродинамическая грузоподъемность таких «раздвинутых» поверхностей весьма мало отличается от грузоподъемности недеформированных поверхностей (зазора, описываемого квадратичной параболой), какова бы ни была величина деформации трущейся поверхности.

Малое повышение гидродинамической грузоподъемности при большой деформации «раздвинутых» поверхностей в отличие от большого роста грузоподъемности, возникающего в действительности при обычных деформациях трущихся поверхностей, объясняется тем, что, как показали решенные задачи, приведенные радиусы кривизны форм зазоров весьма сильно влияют на гидродинамическую несущую способность. Вместе с тем при профиле зазора, полученного при «раздвинутых» поверхностях, радиус кривизны поверхности цилиндра плавно уменьшается от исходного (вдали от площадки контакта) к нулю (в точке перехода к «раздвинутому» среднему участку) и далé скачком стремится к бесконечности.

В действительности радиус кривизны не уменьшается от исходного до нуля, а плавно увеличивается до бесконечно большого.

Таким образом, замена действительного зазора при контактно-гидродинамических явлениях упрощенным «раздвинутым» приводит к значительной погрешности гидродинамических параметров.

Первые исследования по контактно-гидродинамической теории смазки исходили из гидродинамических характеристик, полученных для «раздвинутых» поверхностей. Следовательно, можно было предположить, что эти работы нуждаются в корректировке. Об этом также говорили их практические рекомендации — требование уменьшить вязкость масла для увеличения долговечности, что опровергалось практикой.

Вызывали сомнения также результаты, указывавшие, что с увеличением нагрузки, действующей на поверхности, получалось не уменьшение, а увеличение толщины смазочного слоя. Опыт опровергал эти выводы, но они продолжали публиковаться и в 1963 г. [28]. Только в 1969 г. автор этих результатов отказался от них [29]. Подробнее об этом см. в [39г].

Все это указывало на значительную ограниченность диапазона изменения рабочих параметров, где ранее полученные результаты могли найти применение, и на необходимость разработок новых решений.

Рассматривая отечественные работы по контактной гидродинамике, нельзя обойти работу академика П. Л. Капицы [30], впервые применившего гидродинамическую теорию смазки к расчету качения шарика по беговой дорожке. При этом он учел влияние зависимости вязкости масла от давления, но не учел деформацию поверхностей.

Решение П. Л. Капицы поражает своим изяществом и эффективностью. Поэтому оно по праву должно быть названо классическим. Вместе с тем трудно согласиться с распространением на случай деформаций трущихся поверхностей его вывода о существовании предельно малой толщины смазочного слоя. Из формулы (38) П. Л. Капица получил, что  $n\rho_{\text{max}} < 1$ , или  $\rho_{\text{max}} < \frac{1}{n}$ , откуда из (33) он нашел предельную толщину смазочного слоя

$$h_m > \left[ \frac{3\sqrt{2} \pi \left(1 - \frac{3}{4} H_0\right) \mu_0 (U_a + U_b) n}{\sqrt{\lambda_a \pm \lambda_b}} \right]^{\frac{2}{3}} \quad (39)$$

Это справедливо лишь при отсутствии деформации поверхностей. Как только возникают деформации, связь между  $\rho_0$  и  $h_0$  (формула (33)) нарушается, и этот вывод полностью теряет силу. В таблице 4 даны сравнения толщин смазочного слоя, найденных при контактно-гидродинамическом расчете и по формуле П. Л. Капицы. Как видно из таблицы, часто действительная толщина смазочного слоя значительно меньше, чем нижняя предельная величина по П. Л. Капице.

Необходимость подобного замечания связана с тем, что после П. Л. Капицы ряд исследователей, в том числе и А. А. Шимкович [31], пытаются считать толщину смазочного слоя по формуле (39).

Помимо этого, анализ имеющихся решений контактно-гидродинамической задачи [31] — [36] показал следующее:

Масло	$\kappa_{0 \max}$ , кг/м <sup>2</sup>	$U_a + U_b$ , м/сек	$h_m$ (по Канине), мк	$h_0$ по кон- тактно-гид- родинам. расчету	$\frac{L_1}{h_0}$
Веретенное-2 $t = 100^\circ\text{C}$ ; $\mu_0 = 0,0003$ кгсек/м <sup>2</sup> ; $\eta = 0,105 \cdot 10^{-6}$ м <sup>2</sup> /кг	50	5	0,066	0,066	1,00
		20	0,166	0,186	1,12
	200	5	0,066	0,043	0,66
		20	0,166	0,123	0,74
	400	5	0,066	0,035	0,54
		20	0,166	0,100	0,60
МС-20 $t = 80^\circ\text{C}$ ; $\mu_0 = 0,0034$ кгсек/м <sup>2</sup> ; $\eta = 0,178 \cdot 10^{-6}$ м <sup>2</sup> /кг	50	5	0,472	0,557	1,18
		20	1,191	0,576	1,32
	200	5	0,472	0,368	0,78
		20	1,191	1,040	0,87
	400	5	0,472	0,298	0,63
		20	1,191	0,844	0,71

1. Все имеющие практическое значение решения контактно-гидродинамической проблемы, приведенные к численным результатам, разработаны только применительно к поверхностям с большой разностью радиусов кривизны (для подшипников качения и зубчатых передач). Кроме наших работ еще не опубликовано никаких результатов решения задачи для подшипников скольжения.

2. Все опубликованные решения контактно-гидродинамической задачи производятся численным методом, путем последовательного наложения решений гидродинамической и упругой задачи до получения сходимости результатов. В подавляющем большинстве решений за исходное приближение принимается недеформированный профиль зазора или соответствующая эпюра давления, но в результате резко выраженного нелинейного процесса сходимость обеспечивается лишь при малой степени деформации, и крайне затруднительно получить наиболее интересные для практики результаты. Некоторые исследователи в качестве исходного приближения принимают эпюру давления Герца, а для получения сходимости вынуждены получать отдельные решения для разных участков единой области трения. Вследствие недостаточного согласования значений функции и ее производных в граничных точках накладывается искажающее влияние соседних участков и возникает значительная погрешность.

3. Значительное отличие результатов, получаемых при раздельном рассмотрении гидродинамической и контактной задачи, затруд-

няет получение сходимости при их последовательном наложении, но до настоящего времени почти неизвестны попытки решить совместно эти две задачи при значительных давлениях.

4. В последнее время появился ряд зарубежных теоретических исследований, однако их результаты еще существенно отличаются от экспериментальных данных. Исключением является лишь работа [36].

5. До сих пор отсутствует метод, с помощью которого можно было бы получить единое решение всей контактно-гидродинамической задачи для любых значений рабочих параметров, пригодное для надежного расчета конкретных деталей. Это и обусловило необходимость разработки нового метода решения контактно-гидродинамической проблемы.

#### § 14. ОСНОВЫ КОНТАКТНО-ГИДРОДИНАМИЧЕСКОЙ ТЕОРИИ СМАЗКИ И ПРЕДЛОЖЕННЫЙ МЕТОД РЕШЕНИЯ

В общем виде контактно-гидродинамическая проблема представляет собой рассмотрение двух совместных задач:

1. течение вязкой сжимаемой и теплопроводной жидкости между двумя упруго-деформирующимися поверхностями;

2. деформация двух упругих поверхностей под действием эпюры гидродинамических усилий, развивающихся в вязкой жидкости.

Математически она выражается в виде совместного решения 11 уравнений с одиннадцатью неизвестными функциями ( $k_0, h, t, \mu, \tau_1, u, v, \omega, \rho, c_v, \lambda$ ) при 4-х аргументах ( $x, y, z, t_1$ ):

$$1. \frac{\partial k_0}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial z} \left( \mu \frac{\partial u}{\partial z} \right).$$

$$2. \frac{\partial k_0}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial z} \left( \mu \frac{\partial v}{\partial z} \right).$$

$$3. \frac{\partial k_0}{\partial z} = 0.$$

$$4. \frac{\partial \rho}{\partial t_1} + \frac{\partial (\rho u)}{\partial x} + \frac{\partial (\rho v)}{\partial y} + \frac{\partial (\rho \omega)}{\partial z} = 0.$$

$$5. \frac{\rho}{A_1} \left[ \frac{\partial (c_v t)}{\partial t_1} + u \frac{\partial (c_v t)}{\partial x} + v \frac{\partial (c_v t)}{\partial y} + \omega \frac{\partial (c_v t)}{\partial z} \right] = \\ = \frac{1}{A_1} \frac{\partial}{\partial z} \left( \lambda \frac{\partial t}{\partial z} \right) + \mu \left[ \left( \frac{\partial u}{\partial z} \right)^2 + \left( \frac{\partial v}{\partial z} \right)^2 \right].$$

$$6. h(x, y) = h_1(x, y) + v_1(x, y) - \Delta$$

в случае большой разности радиусов кривизн:

$$7. v_1(x, y) = - \frac{2(1-m^2)}{\pi E} \iint_{\Omega} \frac{k_0(\xi_1, \eta_1) d\xi_1 d\eta_1}{\sqrt{(x-\xi)^2 + (y-\eta)^2}} \quad \text{или}$$

$$7a \quad v_1(x) = - \frac{4(1-m^2)}{\pi E} \int_{\alpha}^{\beta} k_0(\xi) \ln(\xi - x) d\xi.$$

$$8. \mu = \mu(k_0, t).$$

$$9. \rho = \rho(k_0, t).$$

$$10. c_v = c_v(k_0, t).$$

$$11. \lambda = \lambda(k_0, t),$$

здесь  $t_1$  — время;

$h_1$  — толщина смазочного слоя в данной точке до деформации;

$t$  — температура в данной точке;

$\varepsilon_1$  — суммарная деформация двух поверхностей в данной точке;

$u, v, w$  — компоненты скорости движения элемента жидкости в направлении  $x, y, z$ ;

$\rho$  — плотность смазки в данной точке;

$c_v$  — теплоемкость в данной точке при постоянном объеме;

$\lambda$  — коэффициент теплопередачи в данной точке;

$A_1$  — термический эквивалент работы,  $A_1 = \frac{1}{427} \text{ ккал/кгм}$ ;

$\Delta$  — сближение трущихся поверхностей при мысленном переходе от абсолютно жестких поверхностей к упруго-деформирующимся;

$\Omega$  — область давления (область трения);

$E$  — модуль упругости первого рода;

$m$  — коэффициент Пуассона;

$\alpha, \beta$  — размерные координаты конца и начала области трения;

$\xi, \eta$  — координаты точки приложения нагрузки.

В настоящее время еще невозможно ставить вопрос о решении этой системы без существенных упрощений.

В подавляющем большинстве практических случаев осевое протяжение области трения (вдоль направления оси  $y$ ) во много раз (на порядок и более) превышает длину области трения (в направлении оси  $x$ ). Это относится ко всем шариковым и роликовым подшипникам (за исключением сферических самоустанавливающихся), зубчатым передачам, подшипникам скольжения и др. деталям.

Поэтому в дальнейшем решается плоская контактно-гидродинамическая задача. Вводится также предположение о стационарном процессе, когда скорость сближения трущихся поверхностей равна нулю и сжимаемостью масла можно пренебречь вследствие ее крайней малости.

На протяжении области трения вязкость масла с ростом давления возрастает в тысячи и десятки тысяч раз, а снижается с ростом температуры всего в несколько раз. Это позволяет рассматривать контактно-гидродинамическую задачу как изотермическую для какой-то средней температуры, но с вязкостью, зависящей от давления и переменной в различных точках зоны давления.

В результате система одиннадцати уравнений для случая большой разности радиусов кривизн и экспоненциальной зависимости вязкости масла от давления принимает вид:

$$\frac{dk_0}{dx} = 6\mu_0(U_a + U_b) e^{nk_0} \frac{h_0 - h}{h^3} \quad (40)$$

$$h(x) = h_{m1} + \frac{x^2}{2} (\lambda_a + \lambda_b) - \Delta - \frac{4(1-m^2)}{\pi E} \int_a^x k_0(x) \ln(\varepsilon - x) d\varepsilon, \quad (41)$$

где имеется один аргумент  $x$  и две неизвестные функции  $k_0$  и  $h$ . Здесь  $h_{m1}$  — наименьшая толщина смазочного слоя до деформации.

Граничными условиями для давлений являются: в конце области трения — давление и градиент давления, равные нулю; в начале области — давление, равное нулю.

Решение контактно-гидродинамической задачи для данной детали при определенных значениях рабочих параметров заключается в отыскании формы зазора между трущимися поверхностями и соответствующей эпюры давления. Все остальные факторы легко определяются формой зазора, найти которую значительно труднее, т. к. требуется решить нелинейное интегро-дифференциальное сингулярное уравнение. До сих пор все исследователи применяли метод последовательного приближения, точнее, метод наложения друг на друга изолированных решений гидродинамических и контактных задач. Но он во многих важных случаях не давал возможности получить решения, т. к. не всегда существует сходимость этого метода.

Мы отказались от этого метода и решали контактно-гидродинамическую проблему с самого начала как совместную задачу. При этом вначале проводилось приближенное, а затем — уточненное решение.

На основе решения задачи теории упругости для упругого слоя на жестком основании получено, что форма прогибов поверхности почти пропорциональна эпюре давлений. Для приближенного решения и используется физически обоснованное предположение о пропорциональности между прогибами поверхности и соответствующими величинами давлений (гипотеза Винклера-Циммермана). Такое решение совместной задачи находится сразу для любых значений рабочих параметров без каких-либо дополнительных предположений о профиле зазора или эпюре давлений.

Далее находится уточненное решение контактно-гидродинамической задачи, в котором прогибы поверхности определяются методами теории упругости (уравнение типа (7) или (7а) на стр. 46), т. е. без использования гипотезы Винклера-Циммермана. Это решение принципиально можно найти сразу, но для его осуществления необходимо решить систему нелинейных (трансцендентных) уравнений. Легче всего такая система решается последовательными приближениями. В качестве исходного приближения используется ранее найденное приближенное решение. В связи с малым отличием приближенного и уточненного решений удастся получить уточненное решение для любых деформаций.

Все дальнейшие решения производятся на основе работ [37] — [45].

## § 15. ПРИБЛИЖЕННЫЕ РЕШЕНИЯ

Первым уравнением контактно-гидродинамической теории смазки при вышеперечисленных исходных предположениях является уравнение (40). Второе уравнение можно получить, если выразить форму зазора после деформации через форму зазора до деформации, величину прогибов поверхности и их взаимного перемещения.

В начале рассмотрим случай большой разности радиусов кривизн (подшипники качения и зубчатые передачи). Пусть после решения контактно-гидродинамической задачи мы получим какой-то профиль зазора  $h(x)$  (см. рис.18). Если к нему добавить величины деформаций  $v_1(x)$  в каждой точке, то в результате получится профиль зазора до деформации  $h_1(x)$  при любом поперечном смещении профилей. Из рис. 18 очевидно, что

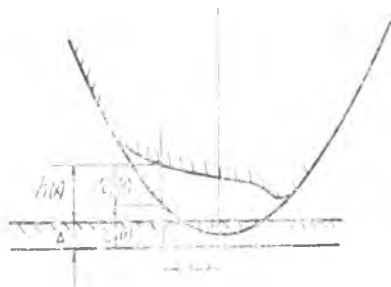


Рис. 18. Форма зазора до и после деформации

$$h(x) = h_1(x) + v_1(x) - \Delta \quad (42)$$

Это уравнение и приведено под номером 6 на стр. 46.

Как известно, зазор между двумя круговыми цилиндрами до деформации на узком участке с большой степенью точности может быть представлен в виде квадратичной параболы

$$h_1(x) = h_{m_1} + \frac{x^2}{2} (\lambda_a \pm \lambda_b) \quad (43)$$

Применяя указанную гипотезу типа Винклера, получим

$$v_1(x) = \frac{A'}{E} k_0(x) \quad (44)$$

где  $E$  — модуль Юнга 1 рода,  $\kappa\Gamma/m^2$ ;

$A'$  — соответствующий коэффициент пропорциональности,  $m$ .

Подставляя (43) и (44) в (42), получим

$$h = h_{m_1} - \Delta + \frac{x^2 (\lambda_a \pm \lambda_b)}{2} + \frac{A' k_0}{E}, \quad (45)$$

которое и является вторым уравнением контактно-гидродинамической теории смазки.

Таким образом, задача заключается в совместном решении уравнений (40) и (45). Однако получить его аналитически весьма трудно, и приходится производить численные решения с помощью электронных цифровых вычислительных машин.

Для охвата всего требуемого диапазона изменения основных рабочих параметров сравнительно небольшим объемом расчетов необходимо эти уравнения привести к безразмерному виду, что позволяет резко сократить количество независимых расчетных параметров.



Обозначим размерные величины — аргумент  $x$  и неизвестные функции  $h$  и  $\kappa_0$  — через соответствующие безразмерные величины  $z$ ,  $H$  и  $k$ ;  $x = B_1 z$ ;  $h = h_0 H$ ;  $\kappa_0 = B k$ .

Введенные параметры  $B$  и  $B_1$  определим с помощью уравнений (40) и (45).

Подставляя принятые обозначения в эти уравнения и перенося множители  $B$  и  $h_0$  в правые части выражений, получаем:

$$\frac{dk}{dz} = \frac{6\mu_0 (U_a + U_b) B_1}{h_0^2 B} \cdot \frac{1 - H}{H^3} e^{Bnk} \quad (46)$$

$$H = \frac{h_{m_1} - \Delta}{h_0} + \left[ B_1 \sqrt{\frac{\lambda_a \pm \lambda_b}{2h_0}} \right]^2 z^2 + \frac{A' B}{E h_0} k. \quad (47)$$

Примем в качестве размерных параметров:

$$B_1 = \sqrt{\frac{2h_0}{\lambda_a \pm \lambda_b}}; \quad (48) \quad B = \frac{6\mu_0 (U_a + U_b)}{h_0^2} \cdot \sqrt{\frac{2h_0}{\lambda_a \pm \lambda_b}} \quad (49)$$

и в качестве независимых безразмерных параметров, полностью определяющих решение контактно-гидродинамической задачи:

$$B_n = \frac{6\mu_0 (U_a + U_b) n}{h_0^2} \sqrt{\frac{2h_0}{\lambda_a \pm \lambda_b}}; \quad (50)$$

$$C = \frac{A' B}{E h_0} \quad (51)$$

Если учесть, что в месте обрыва смазочного слоя безразмерная абсцисса  $z = a$ ;  $h = h_0$ ;  $k_0 = k = 0$ , то в этой точке  $H = 1$ , и из уравнения (47)  $\frac{h_{m_1} - \Delta}{h_0} = 1 - a^2$ . В результате из (40) и (45) получаем:

$$\frac{dk(z)}{dz} = \frac{1 - H(z)}{H^3(z)} e^{Bnk(z)}; \quad (52)$$

$$H(z) = 1 - a^2 + z^2 + C_k(z). \quad (53)$$

Эти уравнения решены с помощью ЭВМ для 74 комбинаций параметров  $C$  и  $Bn$ , охватывающих весь необходимый диапазон. При этом  $C$  изменяется от 0.1 до 40, а  $Bn$  — от 0 до 30. При  $Bn = 0$  вязкость масла не зависит от давления. В этом случае обозначим размерное давление в данной точке  $p_0$  и безразмерное  $p$ . На рис. 19 изображены некоторые формы зазоров и эпюры давления для вязкости, не зависящей от давления. На рис. 20 приведены формы зазоров и эпюры давлений для одного значения  $C$  и нескольких значений  $Bn$ .

Гидродинамическая погонная грузоподъемность  $K_0 = \int_a^\beta k_0 dx$  может быть выражена через безразмерную грузоподъемность:

$$K = \int_a^b k dz; \quad K_0 = B \cdot B_1 \cdot K \quad (54)$$

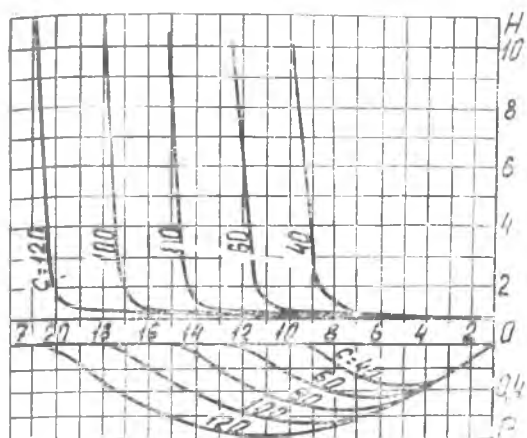


Рис. 19. Формы зазоров и эпюры давлений при вязкости, не зависящей от давления

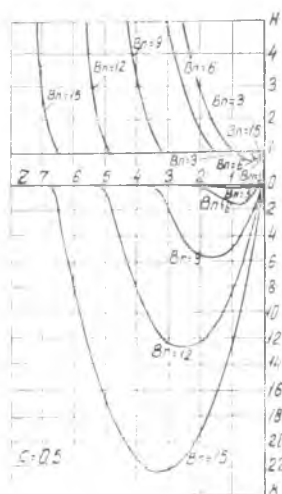


Рис. 20. Формы зазоров и эпюры давления при вязкости, зависящей от давления, и коэффициенте деформации  $C=0,5$

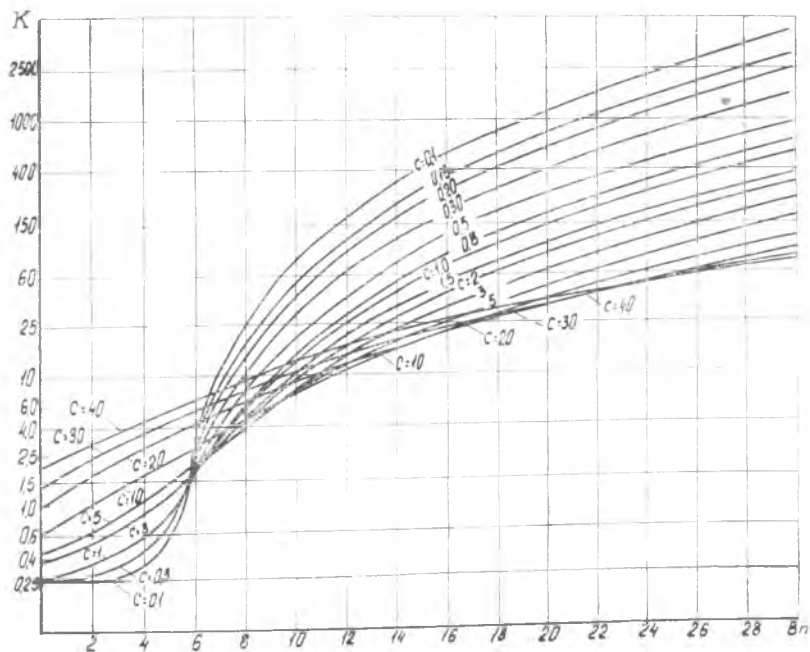


Рис. 21. Зависимость безразмерной погонной нагрузки от параметров контактно-гидродинамической задачи

На рис. 21 приведена зависимость безразмерной грузоподъемности от  $C$  и  $Bn$ . Во всех расчетных случаях найдена также безразмерная минимальная толщина смазочного слоя  $H = \frac{h_m}{h_0}$ , где  $h_m$  — наименьшая толщина смазочного слоя.

Получено, что действительная грузоподъемность поверхностей, определяемая решением контактно-гидродинамической задачи во многих случаях в десятки и сотни раз превышает гидродинамическую грузоподъемность тех же, но абсолютно жестких цилиндров, при вязкости, не зависящей от давления.

В случае, когда круговые цилиндры обладают малой разностью радиусов кривизны (подшипник скольжения), область трения соизме-

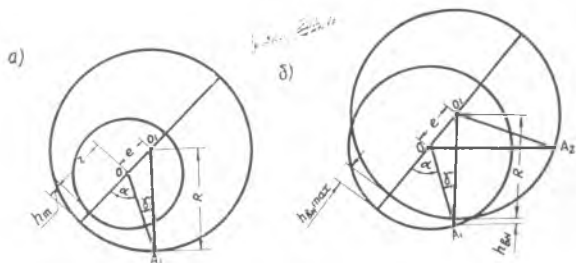


Рис. 22. Формы зазора между окружностями вала и вкладыша:

а) без «внедрения»; б) при «внедрении»

рима с радиусом цапфы.

Рассмотрим форму зазора, которая образуется в результате совместного действия гидродинамических явлений и контактных деформаций. Если из толщин этого зазора вычесть величины прогибов поверхностей, определяемых истинной эпюрой давления, то найдем профили, которые образуются двумя окружностями. Для получения формы зазора, возникающего в абсолютно жестком подшипнике, необходимо еще радиальное и тангенциальное перемещение центра цапфы. При величинах деформаций, превышающих толщину смазочного слоя, одна из указанных окружностей (цапфа) может быть даже «внедрена» в другую (вкладыш). Только после дополнительных смещений получим обычное расположение трущихся поверхностей. На рис. 22 изображены формы зазоров без «внедрения» и при «внедрении». Учитывая малость угла  $\gamma$ , примем  $\cos \gamma = 1$ . Если при внедрении рассматривать  $h_{вн} = -h_1$  и  $h_{вн \max} = -h_{m1}$ , то зазор между поверхностями всегда равен  $h_1 = \psi r (1 - \cos \alpha) + h_{m1} \cos \alpha$ , а при контактно-гидродинамическом решении  $h(\alpha) = \psi r (1 - \cos \alpha) + h_{m1} \cos \alpha + v_1(\alpha)$ . Переходя, как и ранее, к безразмерным параметрам, приняв  $H(\alpha_2) = 1$ ,  $k_0(\alpha_2) = 0$ ,  $v_1(\alpha_2) = 0$  и, обозначив

$$C_1 = \frac{\psi r}{h_0} - 1 \quad (55)$$

получим

$$H(z) = 1 + C_1 \left[ 1 - \frac{\cos \left( z \sqrt{\frac{2}{C_1 + 1}} \right)}{\cos \left( a \sqrt{\frac{2}{C_1 + 1}} \right)} \right] + ck(z) \quad (56)$$

Таким образом, уравнения (40) и (56) определяют контактно-гидродинамическую задачу для подшипников скольжения. Здесь независимыми параметрами являются  $Bn$ ,  $C$  и  $C_1$ . В этом случае

$$B = \frac{6\mu_0 U r}{h_0^2} \sqrt{\frac{2h_0}{\psi r}}; \quad (57)$$

$$Bn = \frac{6\mu_0 U r n}{h_0^2} \sqrt{\frac{2h_0}{\psi r}}. \quad (57a)$$

На рис. 23 приведены несколько форм зазоров и эпюр давления для одной комбинации параметров  $C$  и  $Bn$  и нескольких значений  $C_1$ . Для сравнения здесь же приведены значения для случая большой разности радиусов кривизн, условно обозначенных— II часть.

Для определения гидродинамической грузоподъемности следует проектировать все давления на линию центров  $S_{10}$  и на перпендикуляр к ней  $S_{20}$ . Полная гидродинамическая грузоподъемность  $K_0$  определена как геометрическая сумма составляющих и направлена под углом  $\epsilon$  к линии центров:

$$S_{10} = rB \sqrt{\frac{2}{C_1+1}} \int_a^b k(z) \cdot \cos\left(z \sqrt{\frac{2}{C_1+1}}\right) dz; \quad (58)$$

$$S_{20} = rB \sqrt{\frac{2}{C_1+1}} \int_a^b k(z) \cdot \sin\left(z \sqrt{\frac{2}{C_1+1}}\right) dz. \quad (59)$$

Угол между равнодействующей и линией центров  $\epsilon$ :

$$\epsilon = \arctg \frac{\int_a^b k(z) \cdot \sin\left(z \sqrt{\frac{2}{C_1+1}}\right) dz}{\int_a^b k(z) \cdot \cos\left(z \sqrt{\frac{2}{C_1+1}}\right) dz}. \quad (60)$$

## § 16. УТОЧНЕННЫЕ РЕШЕНИЯ

Произведено также уточненное решение контактно-гидродинамической задачи без использования гипотезы Винклера-Циммерма-

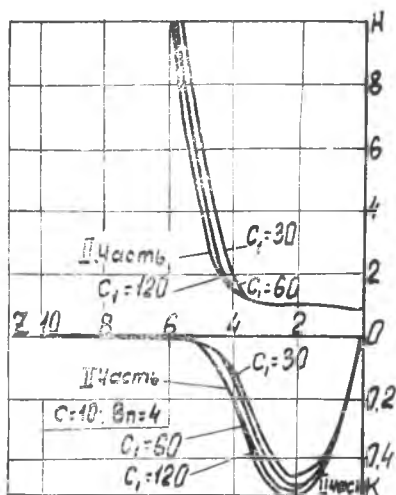


Рис. 23. Сравнение форм зазоров и эпюр давления для случаев малой и большой разности радиусов кривизны

на, и при этом перемещения элементов поверхности определялись уже с помощью методов теории упругости.

В случае большой разности радиусов кривизны суммарные перемещения противоположных элементов двух поверхностей под действием нормальных давлений, развивающихся в смазочном слое, принимают форму (7а), (стр. 46). Подставляя это выражение в формулу (42), используя формулу (43) и переходя, как и ранее, к безразмерным параметрам, получаем:

$$H(z) = 1 - a^2 + z^2 + D \int_a^b k(t) \ln \frac{t-a}{|t-z|} dt, \quad (61)$$

где безразмерный коэффициент деформации  $D$

$$D = \frac{48 \mu_0 (U_a + U_b)(1 - m^2)}{\pi E h_0^2 (\lambda_a \pm \lambda_b)}, \quad (62)$$

$t$  — безразмерная координата, отмеряемая до точки приложения усилия.

Вторым уравнением уточненной контактно-гидродинамической теории смазки является, по-прежнему, уравнение (52). Таким образом, и в этом случае имеем два безразмерных независимых параметра  $Bn$  и  $D$ , полностью определяющих решение задачи.

Совместное решение уравнений (52) и (61) приводит к нелинейному сингулярному интегро-дифференциальному уравнению. Как известно, уравнение называется интегральным, если неизвестная функция находится под знаком интеграла. При этом, когда имеется не только неизвестная функция, но и ее производная, уравнение называется интегро-дифференциальным. Если же известная часть подинтегрального выражения, называемого ядром интегрального уравнения, приобретает в одной или ряде точек бесконечное значение — имеем сингулярное уравнение. При решении требуется прежде всего избавиться от сингулярности в уравнении (61). Это легко выполнить, если применить формулу интегрирования по частям. Тогда уравнения уточненной контактной гидродинамики получат вид:

$$\frac{dk(z)}{dz} = \frac{1 - H(z)}{H^3(z)} e^{Bnk(z)},$$

$$H(z) = 1 - a^2 + z^2 + D \int_a^b M(t, z) \frac{1 - H(t)}{H^3(t)} e^{Bnk(t)} dt, \quad (63)$$

где

$$M(t, z) = \ln \frac{|t-z|^{t-z}}{(t-a)^{t-a}} \quad (64)$$

Если перейти от размерных к безразмерным параметрам в уравнении (38), то получим:

$$k(t) = - \frac{\ln [1 - B \cdot n \cdot p(t)]}{B \cdot n} \quad \text{или} \quad e^{Bnk(t)} = \frac{1}{1 - B \cdot n \cdot p(t)} \quad (65)$$

Подставляя последнее выражение в (63), найдем:

$$H(z) = 1 - a^2 + z^2 + D \int_a^b M(t, z) \cdot \frac{1 - H(t)}{H^3(t)} \cdot \frac{1}{1 - B \cdot n \cdot p(t)} dt. \quad (66)$$

В этом случае вместо уравнения (52) целесообразно использовать

$$p(t) = \int_a^t \frac{1 - H(z)}{H^3(z)} dz. \quad (67)$$

Уравнения (66) и (67) решаются совместно с помощью видоизмененного метода Ньютона. Сущность его заключается в том, что интегралы в уравнениях (66) и (67) рассматриваются как конечные суммы после применения квадратур. Придавая  $z$  последовательно все значения узловых точек интегрирования, получаем систему нелинейных (точнее трансцендентных) уравнений относительно  $H$  и  $a$ , которую решаем методом Ньютона, принимая за исходное приближение результаты предыдущего приближенного решения (§ 15).

В частности:

$$F_i [H_1, H_2, \dots, H_n, a] = -H_i + 1 - a^2 + z_i^2 + D \left\{ \sum_{j=1}^n M(t_j, z_i) \frac{1 - H_j}{H_j^3} \times \right. \\ \left. \times \frac{1}{1 - B n p_j} \cdot \Delta t_j \right\};$$

$i = 1, 2, \dots, n;$

$$p_i = \sum_{i=1}^j \frac{1 - H_i}{H_i^3} \Delta z;$$

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial F_1}{\partial H_1} \Delta H_1 + \frac{\partial F_1}{\partial H_2} \Delta H_2 + \dots + \frac{\partial F_1}{\partial H_n} \Delta H_n + \frac{\partial F_1}{\partial a} \Delta a &= -F_1 \\ \dots \\ \frac{\partial F_n}{\partial H_1} \Delta H_1 + \frac{\partial F_n}{\partial H_2} \Delta H_2 + \dots + \frac{\partial F_n}{\partial H_n} \Delta H_n + \frac{\partial F_n}{\partial a} \Delta a &= -F_n \end{aligned} \right\} \quad (68)$$

Решение системы линейных уравнений (68) относительно  $\Delta H_i$  и  $\Delta a$  дает возможность найти:

$$H_{i \text{ нов}} = H_{i \text{ ст}} + \Delta H_i; \quad a_{\text{нов}} = a_{\text{ст}} + \Delta a.$$

Этот процесс производится до сходимости результатов.

Были проведены решения для случая  $Bn = 0$  и ряда различных значений  $D$  (уточненный метод) и  $C$  (приближенный метод). Далее были найдены такие пары значений  $C$  и  $D$ , которые привели к одинаковой погонной безразмерной несущей способности. В результате найдена формула, связывающая  $C$  и  $D$  при  $Bn = 0$ :

$$C = 0,613D^2 + 1,292D, \quad (69)$$

т. е. получена связь между приближенным и уточненным решением при постоянной вязкости масла.

Для сравнения погонных нагрузок при одинаковом  $h_m$  следует иметь одинаковое значение  $KH_m$ , т. к.

$$KH_m = \frac{K_0 h_m}{BB_1 h_0} \quad (70)$$

Для получения связи приближенных и уточненных решений при больших значения  $Bn$  была выяснена связь между максимальным контактно-гидродинамическим и максимальным герцевским давлением. Анализ показывает, что при любых рабочих параметрах максимальное контактно-гидродинамическое давление должно быть меньше или равно максимальному герцевскому

$$\sigma_{\text{герц}} = 0,418 \sqrt{K_0 E (\lambda_a \pm \lambda_b)} \quad (71)$$

Найдем отношение этих давлений.

$$\frac{k_{0 \max}}{\sigma_{\text{герц}}} = \frac{k_{\max}}{\sqrt{K} \cdot 0,418} \sqrt{\frac{6 \mu_0 (U_a + U_b)}{h_0^2 (\lambda_a \pm \lambda_b) E}} = \frac{k_{\max}}{\sqrt{K} \cdot 0,418} \sqrt{\frac{\pi D}{8(1-m^2)}} \quad (72)$$

Проведя уточненное решение при  $D=2,71$  и  $Bn=0; 1; 2$  и найдя соответствующие значения коэффициента деформации  $C$  приближенного решения, составим следующую таблицу:

$D$	$Bn$	$C$	$k_{\max}$	$K$	$\frac{k_{0 \max}}{\sigma_{\text{герц}}}$
2,71	0	8	0,255	0,554	0,89
»	1	8,5	0,308	0,715	0,95
»	2	9,4	0,380	1,023	0,977

Учитывая, что обычно в подшипниках качения и зубчатых передачах  $Bn \geq 5 \div 6$ , можно с ошибкой менее 3% принять совпадение максимальных контактно-гидродинамических давлений с герцевскими давлениями. При этом эпюра давления почти совпадает с квадратичной параболой и из приближенного решения, где  $H(z) = 1 - a^2 + z^2 + Ck(z)$ , следует, что

$$k \approx \frac{a^2 - z^2}{C}; \quad k_{\max} = \frac{a^2}{C} \quad \text{и} \quad C = \frac{a^2}{k_{\max}} \quad (73)$$

В связи с тем, что отклонение эпюры давления от квадратичной параболы имеется только в зоне малых давлений, очевидно, погонная нагрузка эпюры давления (имеющей вид квадратичной параболы) будет  $K = \frac{4}{3} a k_{\max}$ . Отсюда  $a = \frac{3}{4} \frac{K}{k_{\max}}$ . Подставляя это выражение в (73), после перехода к размерным величинам и подстановки  $k_{0 \max} = \sigma_{\text{герц}}$ , получим выражение для  $C$

$$C = \frac{32,7 \mu_0 (U_a + U_b) \sqrt{K_0}}{h_0^2 E \sqrt{h_0} E (\lambda_a \pm \lambda_b)} \quad (74)$$

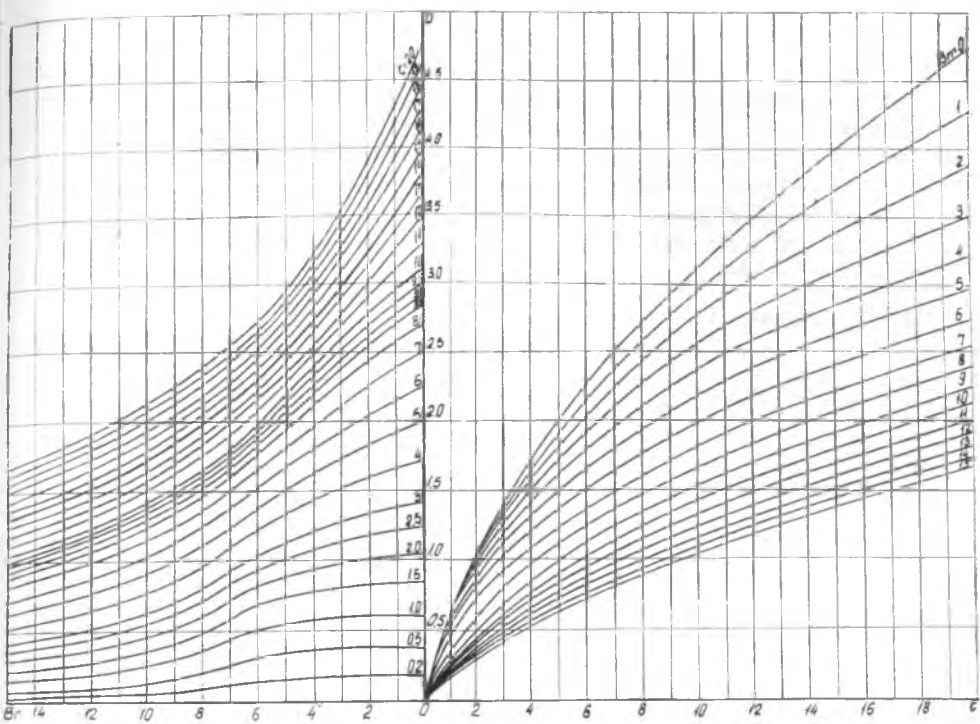


Рис. 24. Соотношение между коэффициентами деформации приближенного и уточненного решений

Связывая (74), (62) и (50), получаем зависимость коэффициентов деформации при приближенном  $C$  и уточненном  $D$  решении для разных  $Vl$  (см. рис. 24).

Таким образом, фактически разработку приближенного метода решения следует рассматривать лишь как своеобразный прием для облегчения получения уточненного решения.

### § 17. КОНТАКТНО-ГИДРОДИНАМИЧЕСКИЙ РАСЧЕТ ТОЛЩИНЫ СМАЗОЧНОГО СЛОЯ

Целью контактно-гидродинамического расчета любого подшипника или зубчатой передачи является отыскание величины толщины смазочного слоя при заданной внешней нагрузке и скорости движения с тем, чтобы можно было судить о наличии или отсутствии жидкостного трения либо получить исходные данные для определения работоспособности и долговечности детали. На практике встречаются случаи, когда, наоборот, по выбранной толщине смазочного слоя требуется найти соответствующую гидродинамическую



грузоподъемность, которая в условиях жидкостного трения должна уравновесить внешнюю приложенную нагрузку.

Толщину смазочного слоя  $h_0$  можно определить с помощью графика, изображенного на рис. 21, связывающего безразмерную погонную нагрузку  $K$  с основными безразмерными параметрами  $C$  и  $Bn$ . Однако при этом требуется производить расчет методом попыток, т. к. во все эти параметры входит искомая толщина смазочного слоя. Для упрощения расчета эта фигура перестроена в виде номограммы (см. рис. 25), где откладываются на осях и в качестве параметра  $\Pi$  комбинации безразмерных параметров:

на оси ординат

$$\text{Орд} = 1,266 \cdot 10^{-15} \frac{Bn}{C}, \quad (75)$$

на оси абсцисс

$$\text{Абс} = 10,55 \cdot 10^{-17} \frac{Bn}{CK} \quad (76)$$

Параметром этого семейства кривых является:

$$\Pi = 0,1292 \cdot 10^{12} K \sqrt[3]{C^2 K^2} \quad (77)$$

Если приведенный модуль упругости  $E = 2,1 \cdot 10^{10} \text{ кг/м}^2$  и определяется толщина смазочного слоя в зубчатой передаче или роликовом подшипнике, то

$$\text{Орд} = \sqrt{\frac{\lambda_a \pm \lambda_b}{K_0}} \cdot n \cdot h_0; \quad (78)$$

$$\text{Абс} = \frac{\mu_0 (U_a + U_b) n}{K_0 \sqrt[3]{K_0 (\lambda_a \pm \lambda_b)}}; \quad (79)$$

$$\Pi = \frac{K_0^2 (\lambda_a \pm \lambda_b)}{\mu_0 (U_a + U_b)}. \quad (80)$$

Порядок расчета толщины смазочного слоя показан на номограмме стрелками.

Используя статистическую обработку результатов расчета по этой номограмме, аспирант КуАИ И. Д. Ратнер получил приближенную формулу, вполне пригодную для расчетов толщины смазочного слоя в зубчатых передачах

$$h_0 = \frac{3,17 [\mu_0 (U_a + U_b)]^{0,75} \cdot n^{0,6}}{K_0^{0,15} (\lambda_a \pm \lambda_b)^{0,4}}. \quad (81)$$

Пределы применимости этой формулы по величинам безразмерных коэффициентов таковы:  $0,6 < C < 40$ ,  $4,5 < Bn < 12$ .

## § 18. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ И СООТВЕТСТВИЕ ТЕОРЕТИЧЕСКИХ И ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫХ РЕЗУЛЬТАТОВ

Полученные теоретические результаты определяют такие конфигурации смазочного слоя, которые обладают во много раз большей несущей способностью, чем в случае недеформированных по-

верхностей. Поэтому потребовалась прямая опытная проверка теории с непосредственным измерением не только толщины смазочного слоя в одной какой-либо точке зоны контакта, но и всей формы зазора между трущимися поверхностями во время работы.

Наиболее надежные экспериментальные результаты можно получить, когда длина области трения во много раз превосходит размер датчика. Это имеет место лишь в подшипнике скольжения, поэтому он и был выбран в качестве объекта исследования. Для получения наибольших деформаций проводилось экспериментальное исследование неметаллических подшипников с помощью разработанного в 1948—1950 гг. метода и соответствующих приборов для измерения толщины и формы смазочного слоя непрерывно вдоль всей окружности подшипника [46], [47].

Сущность метода заключается в следующем: емкостный датчик обегает всю окружность подшипника и измеряет емкость, а следовательно, и распределение толщин смазочного слоя по окружности.

Датчиком является электрод, заделанный внутрь вала и электрически изолированный от него. Его наружная поверхность, представляющая собой часть поверхности вала, выполняет роль подвижной обкладки конденсатора. Неподвижной обкладкой конденсатора является подэлектродная поверхность неметаллического вкладыша, покрытая тонким слоем металла толщиной в несколько микрон. Смазочный слой является диэлектриком.

На электрод подается импульс с помощью электронного преобразователя ПТП-3-55 [48]. Измеряемая величина емкости преобразуется этим прибором в силу тока, подаваемого на шлейф осциллографа.

Для получения соотношений между силой тока на шлейфе осциллографа и толщиной смазочного слоя, разработано и изготовлено несколько новых тарировочных приборов (см. [38], [49]). Они дают возможность тарировать экспериментальные валы с датчиками с точностью десятых долей микрона.

Произведенная оценка погрешностей измерения и специальные контрольные испытания показали, что погрешности измерения при малых (2—4 мк) толщинах слоя не превышают, как правило, 0,5 мк. При этом чувствительность прибора имеет порядок 0,1 мк.

Проведенные исследования неметаллических подшипников скольжения диаметром  $D=56$  мм при ряде отношений  $\frac{L}{D}$  скоростей вращения и нагрузках от 500 кг до 3000 кг показали хорошую повторяемость результатов эксперимента и малый разброс.

Сопоставление результатов опытного исследования и контактно-гидродинамического расчета показывает не только качественное, но и очень близкое количественное соответствие.

Экспериментальные формы зазоров, построенные для возрастающей нагрузки, сильно напоминают теоретические формы зазоров при росте коэффициента деформации.

Построенные же теоретические формы зазоров на основании кон-

тактно-гидродинамической теории смазки практически совпали с найденными опытным путем при всех соответствующих значениях нагрузок, в то время, как профили зазоров, рассчитанные без учета деформации, весьма далеки от них (см. рис. 26). Если при сравнении опытных и теоретических результатов исходить из одинакового

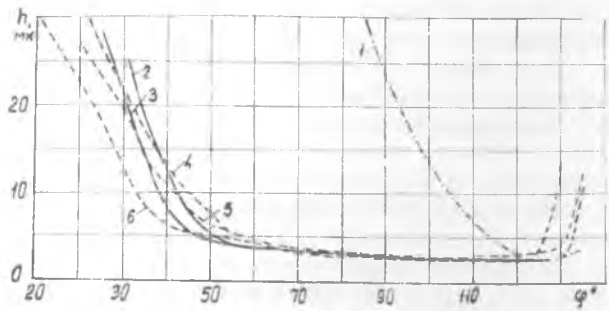


Рис. 26. Сравнение профилей зазоров при  $P_1 = 2500$  кг:

- 1—по теории абсолютно жесткого подшипника;
- 2, 3—по контактно-гидродинамической теории смазки  
(2— $h_m = 2,5$  мк,  $\psi = 0,00392$ ,  
3— $h_m = 2,5$  мк,  $\psi = 0,0035$ );
- 4, 5, 6—экспериментальные кривые.

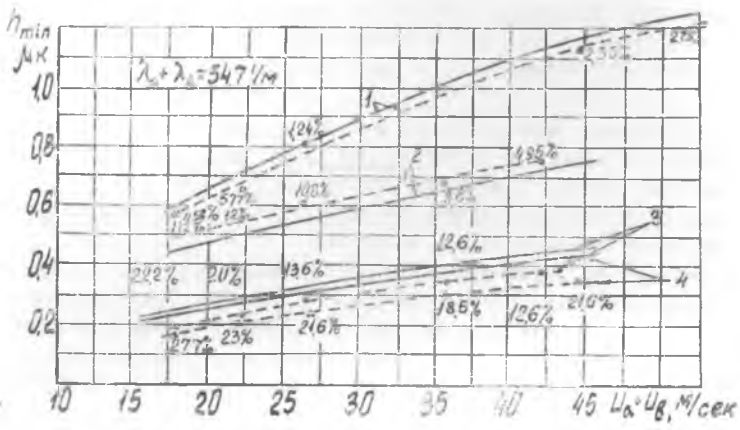


Рис. 27. Зависимость толщины смазочного слоя от скорости для разных масел и температур:

- экспериментальные данные;
- расчет по нашей методике
- 1—силиконовое масло:  $R_{0max} = 12750$  кг/см<sup>2</sup>;  $\nu_0 = 0,00239$  кг сек/м<sup>2</sup>,  
 $n = 0,1745 \cdot 10^{-n}$  м<sup>2</sup>/кг;
- 2—белое минеральное масло:  $R_{0max} = 8240$  кг/см<sup>2</sup>;  $\nu_0 = 0,00154$  кг сек/м<sup>2</sup>;  
 $n = 0,101 \cdot 10^{-n}$  м<sup>2</sup>/кг;
- 3—белое минеральное масло:  $R_{0max} = 12750$  кг/см<sup>2</sup>;  $\nu_0 = 0,00094$  кг сек/м<sup>2</sup>;
- 4—сложное дизфирное масло:  $R_{0max} = 12750$  кг/см<sup>2</sup>;  $\nu_0 = 0,000908$  кг сек/м<sup>2</sup>;  
 $n = 0,682 \cdot 10^{-n}$  м<sup>2</sup>/кг.

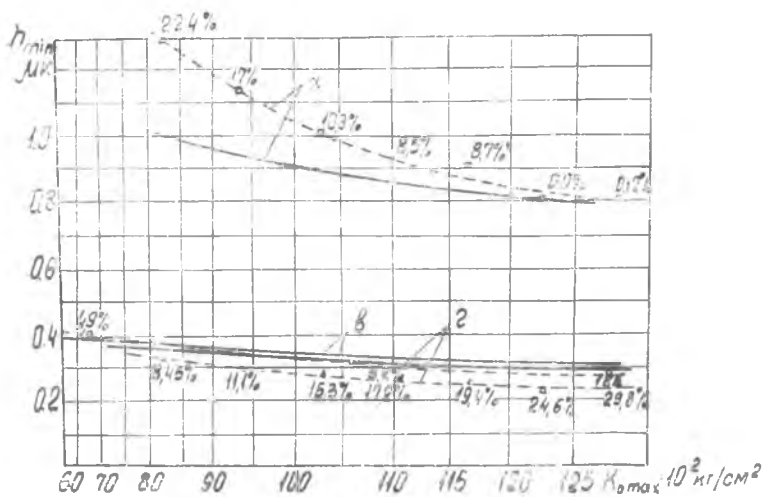


Рис. 28. Зависимость толщины смазочного слоя от нагрузки для разных масел:

- экспериментальные данные;  
 ————— расчет по нашей методике;  
 а — силиконовое масло:  $\rho_a = 0,00239 \text{ кг/сек/м}^2$ ;  
 $\eta = 0,1745 \cdot 10^{-6} \text{ м}^2 \text{ кг}$ ;  
 б — белое минеральное масло:  $\rho_b = 0,00094 \text{ кг/сек м}^2$ ;  
 $\eta = 0,088 \cdot 10^{-6} \text{ м}^2 \text{ кг}$ ;  
 з — сложное дизельное масло:  $\rho_z = 0,000908 \text{ кг/сек/м}^2$ ;  
 $\eta = 0,082 \cdot 10^{-6} \text{ м}^2 \text{ кг}$ .

значения  $h_m$ , то отличие между теоретической и экспериментальной грузоподъемностью обычно не превосходит 17%.

Сравнение наших теоретических результатов с экспериментами других исследователей также показывает их близкое совпадение. Например, сопоставление с данными весьма тщательно проделанных опытов Крука (1957—1959) по измерению  $h_0$ , где произведение скорости на вязкость изменялось более, чем в 5 раз, а нагрузка — почти в 3 раза, обнаружило, что расхождение между его экспериментальными и нашими теоретическими результатами по толщине смазочного слоя не превышало  $0,2 \div 0,3 \text{ мк}$ . При этом разброс его экспериментальных результатов также имел порядок  $0,2 \div 0,3 \text{ мк}$ . Сравнение формы зазора, полученной Круком в октябре 1963 г. для малых нагрузок, с рассчитанной нами теоретически, показало близкое качественное соответствие. Отсутствие указаний о ряде параметров испытания, а также некоторые погрешности метода испытаний препятствовали количественному сравнению.

Произведено сравнение наших теоретических результатов с опытными Сибли и Оркута [50] (см. рис. 27, 28 и 29) при нескольких различных температурах, при максимальных напряжениях до  $13000 \text{ кг/см}^2$ , скоростях движения, доходящих до  $50 \text{ м/сек}$ , и толщинах смазочного слоя от  $1,3$  до  $0,2 \text{ мк}$ . Погрешность проведенных экспериментов, по словам авторов работы, не превышала  $0,05 \text{ мк}$ .

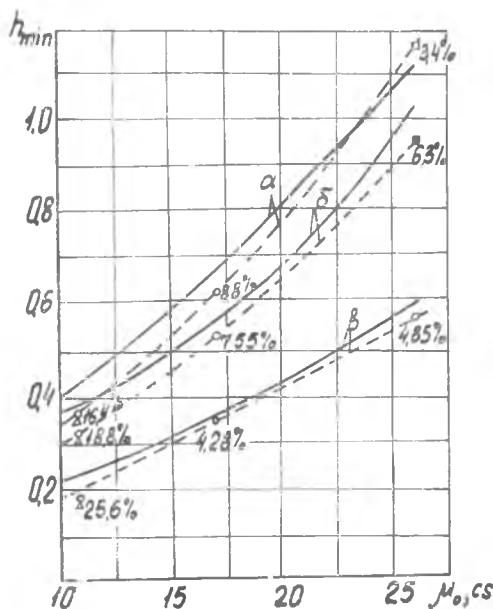


Рис. 29. Зависимость толщины смазочного слоя от вязкости для разных масел и скоростей движения при  $k_{0\max} = 12\,750 \text{ кг/см}^2$ ;

— экспериментальные данные;

----- расчет по нашей методике;

а)  $U_a + U_b = 44,4 \text{ м/сек}$ ; б)  $U_a + U_b = 35,4 \text{ м/сек}$ ;

в)  $U_a + U_b = 17,6 \text{ м/сек}$ .

□ — силиконовое масло:  $\mu_0 = 0,00209 \text{ кг сек}^2/\text{м}^2$ ;

$n = 0,1745 \cdot 10^{-6} \text{ м}^2/\text{кг}$ ;

○ — минеральное масло:  $\mu_0 = 0,00154 \text{ кг сек}^2/\text{м}^2$ ;

$n = 0,101 \cdot 10^{-6} \text{ м}^2/\text{кг}$ ;

○ — минеральное масло:  $\mu_0 = 0,00094 \text{ кг сек}^2/\text{м}^2$ ;

$n = 0,088 \cdot 10^{-6} \text{ м}^2/\text{кг}$ ;

Δ — сложное диэфирное

масло:  $\mu_0 = 0,000908 \text{ кг сек}^2/\text{м}^2$ ;

$n = 0,082 \cdot 10^{-6} \text{ м}^2/\text{кг}$ .

та даже исправили свою теоретическую расчетную формулу.

Сопоставление экспериментов Сибли и Оркута с расчетами по методу А. И. Петрусевича и А. Н. Грубина показало значительно большее расхождение.

Сравнение наших теоретических расчетов с 15 другими опытами приведено в [39г.]. Во всех случаях обнаружено близкое соответствие результатов.

Сравнение наших теоретических результатов с соответствующими результатами Ц. Дерра, Ц. Вебера и К. Заальфельда, Ф. Хаквица и др. авторов указывает на большое расхождение. Кроме того, их результаты не охватывают ту область рабочих параметров, с которыми обычно работают подшипники качения и зубчатые передачи.

В результате сравнения наших теоретических (сплошные кривые) и их опытных данных (точки и пунктирные кривые) обнаружено, что расхождение, как правило, не превосходит 10%, или 0,07 мк, т. е. находится в пределах точности эксперимента. Только три экспериментальные точки на рис. 28 расходятся с теоретическим расчетом на 0,1; 0,2 и 0,3 мк, при этом максимальное расхождение достигает 20%. Однако авторы экспериментов указали в заключении, что именно эти экспериментальные точки получены со значительно большей погрешностью, чем остальные.

Любопытно, что сравнение теоретических результатов Даусова и Хиггинсона 1966 г. (см. [36]) с этими же экспериментами показывает расхождение для большинства точек более 30%, и иногда оно превышает даже 60% [36]. По-видимому, в связи с этим Даусон и Хиггинсон в своей последующей работе на основе статистической обработки экспериментов Сибли и Оркута

Произведено сопоставление разработанного метода расчета с ранее существовавшими методами А. И. Петрусевича и А. Н. Грубина. При этом обнаружено значительное расхождение по толщине смазочного слоя, достигающее в отдельных случаях 200% и более. Расхождение же по нагрузкам (если задаваться одинаковыми толщинами смазочного слоя) значительно большее.

Таким образом, впервые удалось получить теоретический метод контактно-гидродинамического расчета, который хорошо согласуется с экспериментами.

## § 19. ОПРЕДЕЛЕНИЕ СИЛ ТРЕНИЯ И ТЕПЛОТЫДЕЛЕНИЯ

Рассмотрим определение сил трения и тепловыделение при большой разности радиусов кривизны (подшипники качения и зубчатые передачи).

Как известно, касательное напряжение  $-\tau = \mu \frac{\partial u}{\partial z}$ . Пользуясь (5) в случае плоской задачи и зависимости вязкости от давления, подставим вместо  $p - k$  и получим  $\tau = \frac{1}{2} \frac{dk_0}{dx} (2z - h) + \mu \frac{U_a - U_b}{h}$ .

На трущихся поверхностях (при  $z = 0$  и  $h$ ) найдем:

$$\begin{aligned} \tau(0) &= -\frac{h}{2} \frac{dk_0}{dx} + \mu \frac{U_a - U_b}{h}; \\ \tau(h) &= -\frac{h}{2} \frac{dk_0}{dx} - \mu \frac{U_a - U_b}{h}. \end{aligned} \quad (82)$$

Переходя к безразмерным параметрам и подставляя вместо размерной абсциссы  $x$  безразмерную  $z$ , получим:

$$\begin{aligned} \tau(0) &= \frac{Bh_0}{6B_1} \left[ -3H \frac{dk}{dz} + \frac{U_a - U_b}{U_a + U_b} \cdot \frac{e^{Bnk}}{H} \right]; \\ \tau(h) &= \frac{Bh_0}{6B_1} \left[ -3H \frac{dk}{dz} - \frac{U_a - U_b}{U_a + U_b} \cdot \frac{e^{Bnk}}{H} \right]. \end{aligned} \quad (83)$$

Интегрируя по всей площадке контакта, найдем соответствующие погонные окружные силы трения:

$$\begin{aligned} T(0) &= T_{\text{кач}} + \frac{U_a - U_b}{U_a + U_b} F_2, \\ T(h) &= T_{\text{кач}} - \frac{U_a - U_b}{U_a + U_b} F_2, \end{aligned} \quad (84)$$

где

$$T_{\text{кач}} = \frac{Bh_0}{2} \cdot F_1; \quad (85)$$

$$F_1 = \int_a^b (1 - H) \frac{dk}{dz} dz; \quad (86)$$

$$F_2 = \frac{Bh_0}{6} \int_a^b \frac{e^{Bnk}}{H} dz. \quad (87)$$

Если  $T(0)$  разделим на  $K_0$ , получим коэффициент трения  $f$  из верхней поверхности

$$f = \frac{1}{K} \left[ \frac{h_0 F_1}{2B_1} + \frac{U_a - U_b}{U_a + U_b} \cdot \frac{F_2}{BB_1} \right]. \quad (88)$$

Общее тепловыделение

$$F = \frac{1}{427} [T(0) \cdot U_a + T(h) \cdot U_b].$$

Откуда находим

$$F = \frac{1}{427} \left[ T_{\text{квч}} (U_a + U_b) + \frac{U_a - U_b}{U_a + U_b} \cdot F_2 (U_a - U_b) \right] \quad (89)$$

Здесь первый член — тепловыделение при чистом качении (при  $U_a = U_b$ ), второй член — тепловыделение при чистом скольжении (при  $\frac{dk_0}{dx} = 0$ ).

## § 20. РЕШЕНИЕ НЕИЗОТЕРМИЧЕСКОЙ КОНТАКТНО-ГИДРОДИНАМИЧЕСКОЙ ЗАДАЧИ

До сих пор нами рассматривалась изотермическая задача, т. е. предполагалась постоянная температура смазочного слоя. При отсутствии или малой скорости скольжения ( $U_{\text{ск}} = U_a - U_b$ ) тепловыделение внутри смазочного слоя весьма мало, и это допущение не вносит значительной погрешности. Иное положение возникает с ростом скорости скольжения.

Касательное напряжение на поверхности трения

$$\tau_{(x)} = -\frac{h}{2} \frac{dk_0(x)}{dx} + \mu \frac{U_a - U_b}{h}. \quad (90)$$

Оно может рассматриваться в виде суммы касательных напряжений при качении (при  $U_a = U_b$ ) и при скольжении ( $\frac{dk_0}{dx} = 0$ ).

Расчеты показывают, что во всех случаях наличия проскальзывания и значительных местных давлений экспоненциальная зависимость вязкости масла от давления приводит к такому росту величины касательного напряжения, вызванному скольжением, что касательными напряжениями от качения практически почти всегда можно пренебречь. Исключением является случай упорных гребней.

Если при изотермическом решении в зоне максимума давления определять касательное напряжение  $\tau$ , возникающее от скольжения  $\tau = \mu_0 e^{n'p} \cdot \frac{U_a - U_b}{h}$ , то при значительных давлениях касательные напряжения и коэффициенты трения при малых скоростях скольжения достигают астрономических значений, что противоречит опыту. Иное положение при неизотермическом процессе, когда в результате теплопередачи поперек смазочного слоя наибольшая температура возникает в средней части слоя, а наименьшая — у стенок. Соответственно изменяется и эюра скоростей элементов масла поперек слоя.

Градиенты скоростей в направлении, перпендикулярном к трущимся поверхностям, растут в средней части масляного слоя, а у стенок резко падают. Образуются как бы пристенные слои более холодного (более вязкого) масла, которые мало сдвигаются относительно поверхности трения. В результате резко снижаются касательные напряжения — нагрузки, приложенные к поверхностям, и коэффициенты трения.

При чистом качении допустимо рассматривать процесс как изотермический. С ростом скорости проскальзывания вначале происходит возрастание касательных напряжений и коэффициента трения на поверхности, растет общее тепловыделение, температура и градиент скорости в средней части смазочного слоя. Последнее приводит к соответствующему снижению градиента скорости у поверхностей трения. Именно это обстоятельство ограничивает величину касательных напряжений в смазке и коэффициента трения на поверхности при качении с проскальзыванием.

В случае подшипников качения и зубчатых передач обычно толщина смазочного слоя измеряется десятками долями микрона и лишь иногда — несколькими микронами. В связи с этим можно показать, что конвективный теплоотвод вместе с маслом, протекающим в направлении движения, значительно меньше теплоотвода в поверхности трения.

Поэтому в качестве первого приближения будем считать, что теплопередача имеет место лишь в направлении поперек смазочного слоя, и температура масла изменяется только в одном указанном направлении.

При этом решается совместная гидродинамическая и тепловая задача для смазочного слоя толщиной  $h_0$ , образованного двумя параллельными поверхностями. Более строгое решение задачи при форме зазора, определенного контактно-гидродинамической теорией смазки, будет мало отличаться от принятого приближения. Ниже приведенное решение получено совместно с Л. Л. Саввиным.

Уравнение теплопередачи и гидродинамической теории смазки для плоской задачи при установившемся процессе движения легко получить из уравнений (1) и (5) (стр. 46):

$$427\lambda \frac{d^2 t}{dz^2} + \mu \left(\frac{du}{dz}\right)^2 = 0; \quad (91) \quad \frac{dk_0}{dx} = \frac{\partial}{\partial z} \left( \mu \frac{\partial u}{\partial z} \right). \quad (92)$$

Интегрируя (92) по  $z$  от 0 до  $z$ , получим  $\frac{\partial u}{\partial z} = \frac{z}{\mu} \frac{dk_0}{dx} + \frac{\tau(0)}{\mu}$ , где  $\tau(0)$  — касательное напряжение на трущейся поверхности,  $\kappa\Gamma/\text{м}^2$ . Из (91) получим  $\frac{d^2 t}{dz^2} + \frac{1}{427\lambda\mu} \left[ z \frac{dk_0}{dx} + \tau(0) \right]^2 = 0$ .

Как уже отмечалось ранее, можно пренебречь касательными напряжениями от качения по сравнению с касательными напряжениями от скольжения. Тогда это уравнение примет вид

$$\frac{d^2 t}{dz^2} + \frac{1}{427\lambda\mu} \tau^2(0) = 0. \quad (93)$$



Решим это уравнение при произвольном характере зависимости  $\mu$  от температуры. Примем, что

$$\mu = \mu_s \cdot \mu_1(t), \quad (94)$$

где  $\mu_s$  — вязкость масла при данном давлении и температуре стенки  $t_s$ . Введем обозначение  $v = \frac{t}{t_s}$ . Тогда  $1 < v < v_m$ , где  $v_m$  — безразмерная относительная максимальная температура в середине смазочного слоя. Перейдем от координаты  $z$  (поперек слоя) к безразмерной координате  $\zeta = \frac{2z}{h_0} - 1$ ;  $-1 < \zeta < +1$ .

Тогда из (93) получим

$$\frac{d^2v}{d\zeta^2} + \frac{m^2}{\mu_1(v)} = 0,$$

$$\text{где } m = \frac{h_0 \tau(0)}{2 \sqrt{427 \lambda t_s \mu_s}}. \quad (95)$$

$$\text{Откуда } \tau(0) = \frac{2 \sqrt{427 \lambda t_s \mu_s}}{h_0} m. \quad (96)$$

Следовательно, выражение  $m$  является безразмерной величиной касательных напряжений. Если от безразмерной величины  $\zeta$  перейти к  $\xi$ , где  $\xi = m\zeta = \frac{2zm}{h_0} - m$ , то получим

$$\frac{d^2v}{d\xi^2} + \frac{1}{\mu_1(v)} = 0. \quad (97)$$

Решением этого уравнения будет решение системы

$$\frac{dv}{d\xi} = y_1; \quad \text{и} \quad \frac{dy_1}{d\xi} = -\frac{1}{\mu_1(v)}. \quad (98)$$

Начальными условиями будут здесь  $v(0) = v_m$  и  $y_1(0) = 0$ , т. к. эпюра температур поперек сечения является симметричной относительно середины толщины смазочного слоя. При этом аргумент  $\xi$  изменяется от 0 до  $\pm m$ . Для решения поставленной задачи необходимо также, чтобы эпюра скоростей поперек смазочного слоя удовлетворяла граничным условиям. Из выражения  $\frac{\partial u}{\partial z} = \frac{\tau(0)}{\mu}$ , переходя к безразмерным параметрам, получим  $\frac{\partial u}{\partial \xi} = \frac{h_0 \tau(0)}{2m \cdot \mu_s \cdot \mu_1(v)}$ .

Интегрируя его по всей высоте смазочного слоя и учитывая, что функция  $\mu_1(v)$  симметрична относительно середины толщины смазочного слоя, получим

$$U_a - U_b = \frac{h_0 \tau(0)}{m \cdot \mu_s} \int_0^m \frac{d\xi}{\mu_1(v)}. \quad (99)$$

Подставляя значение  $m$  из (95) и обозначая безразмерный коэффициент проскальзывания через  $\kappa$ , получим

$$\kappa = \frac{(U_a - U_b) \sqrt{\mu_s}}{2 \sqrt{427 \lambda t_s}} \times \int_0^m \frac{d\xi}{\mu_1(v)}. \quad (100)$$

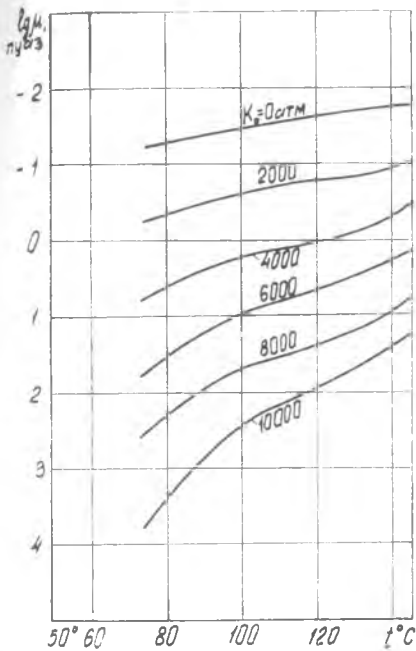


Рис. 30. Зависимость вязкости масел от давления и температуры

либо конкретного случая, где задана температура стенки  $t_s$ , сорт масла и  $k_{0max}$ .

1. На основе экспериментальных данных строим зависимости логарифма вязкости от температуры для различных давлений  $k_0$  (рис. 30). Обработывая полученные экспериментальные данные, находим для каждого значения  $k_0 \leq k_{0max}$  коэффициенты  $a_0, a_1, a_2, a_3$  выражения  $\lg \mu$

$$\lg \mu = \dots [a_0 + a_1 t + a_2 t^2 + a_3 t^3].$$

Отсюда определяем  $\frac{1}{\mu_1} = 10^{[a_0 + \lg \mu_s + a_1 t_s + a_2 t_s^2 + a_3 t_s^3]}$  для каждого давления  $k_0$ .

2. Задаваясь  $k_0$ , решаем на ЭВМ систему (98) и для каждого значения  $v_{mi}$  находим соответствующую пару значений  $m_i$  и  $k_i$  (рис. 31).

3. Строим график зависимости  $m$  от  $k$  для заданного значения  $t_s$ , сорта масла и различных  $k_0$  (рис. 32). Для определения эпюры касательных нагрузок, действующих на поверхности контакта, и общего коэффициента трения требуется задать  $U_a + U_b$  и  $U_a - U_b$ . Дальнейший ход расчета ведем в следующем порядке.

Определяем по номограмме (рис. 25) или формуле (81) толщину смазочного слоя  $h_0$ . Находим по формуле (100)  $k$  для каждого

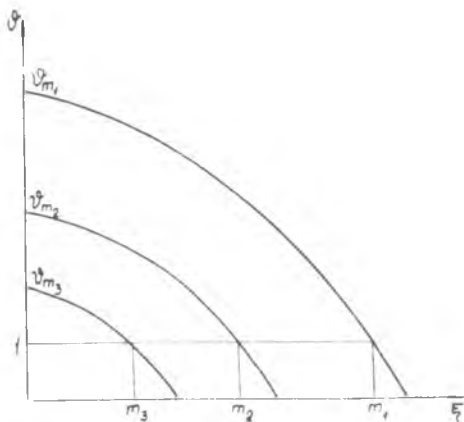


Рис. 31. Определение температур

Таким образом, требуется проинтегрировать систему уравнений (98) при указанных ранее начальных условиях, а также конечных значениях  $v(m) = 1$  и  $y_1(m) = -k$ .

Рассмотрим порядок расчета коэффициента трения для какого-

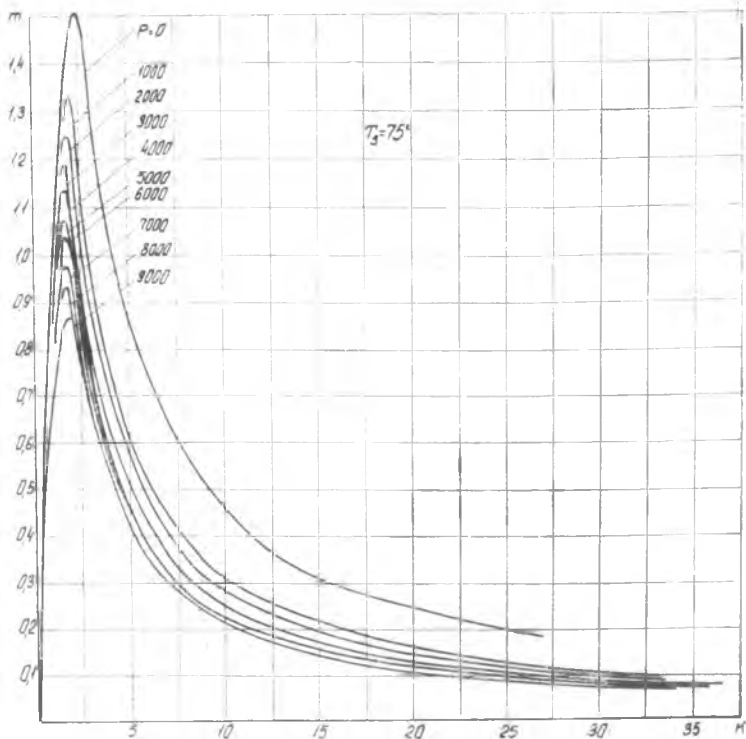


Рис. 32. Зависимость  $m$  от  $k$

значения  $k_0 \leq k_{0 \max}$ . По рис. 32 определяем по  $k$  и  $k_0$  соответствующее значение  $m$ . По формуле (96) находим  $\tau_{(0)}$  и строим график  $\tau_{(0)}$  по ширине площадки контакта (рис. 33). Интегрируя по ширине площадки контакта, определяем общую силу трения и, разделив ее на погонную нагрузку, находим средний коэффициент трения.

Для нахождения местного коэффициента трения в точке максимума давления  $f_{\max}$  делим величину касательного напряжения в этой точке на  $k_{0 \max}$ .

На рис. 34 изобразим изменение  $f$  и  $f_{\max}$  в зависимости от скорости скольжения ( $U_a - U_b$ ). Обратим внимание на то, что характер изменения  $f$  подобен экспериментальным данным. Рассматривая рис. 33, заметим, что при малых скоростях скольжения касательные напряжения еще можно вычислить по формуле  $\tau_{(0)} = \mu_s \frac{U_a - U_b}{h_0}$ .

Затем касательные напряжения растут значительно меньше, чем соответствующие значения, найденные по формуле изотермического режима. При этом они растут главным образом вблизи середины площадки контакта. Здесь уже несправедливо правило Лоренца о пропорциональной связи касательных и нормальных нагрузок.

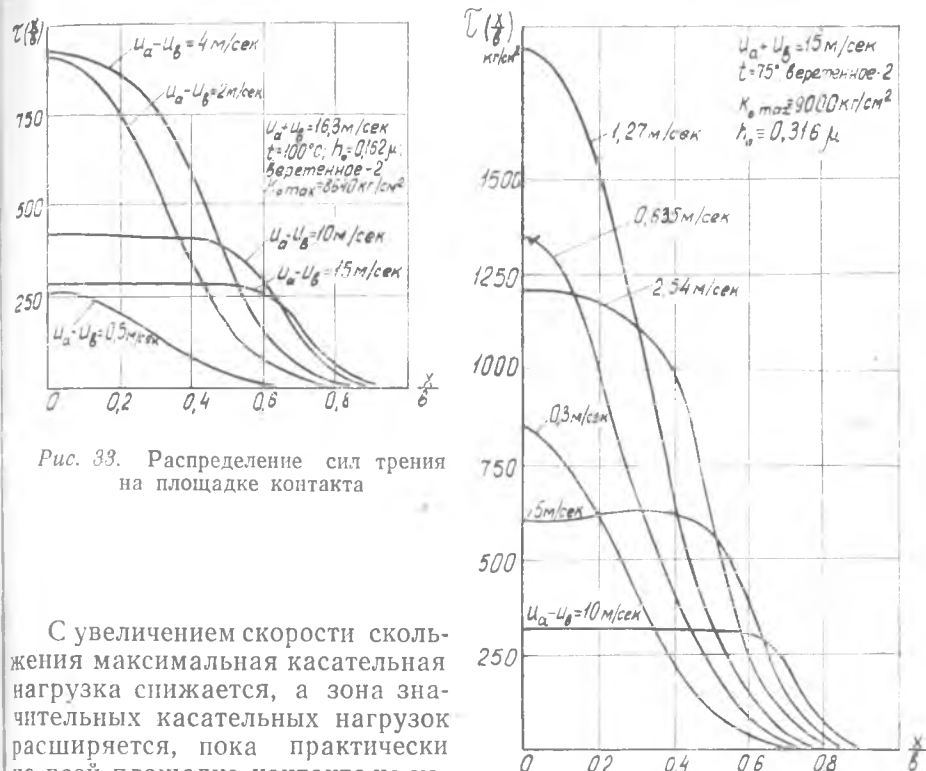


Рис. 33. Распределение сил трения на площадке контакта

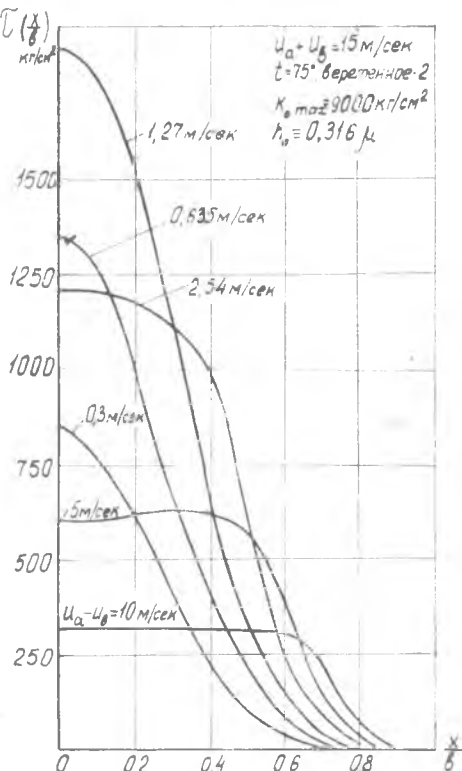
С увеличением скорости скольжения максимальная касательная нагрузка снижается, а зона значительных касательных нагрузок расширяется, пока практически на всей площадке контакта не установится постоянная касательная нагрузка, как об этом говорит гипотеза «верхнего предельного напряжения сдвига». Но, как видно из рис. 33, при других скоростях скольжения касательное напряжение и коэффициент трения могут быть в несколько раз больше. Таким образом, величина почти постоянной касательной нагрузки сильно зависит от  $t_s$ ,  $k_{0max}$ ,  $U_a - U_b$ , сорта масла и др. факторов.

Рассматривая рис. 34, заметим, что максимальный средний коэффициент трения не превышает 0,115, а местный коэффициент трения иногда доходит до 0,2. Этот факт имеет, как мы далее покажем, большое значение для правильного определения долговечности детали.

Заметим, что проведенные расчеты показали удовлетворительное совпадение теоретических результатов с экспериментальными данными М. Д. Генкина, Н. Ф. Кузьмина и Ю. А. Мишарина (см. [51]).

Несмотря на то, что теоретический расчет проводился для масла «веретенное 2», значения средних расчетных коэффициентов трения, как правило, легли между соответствующими экспериментальными значениями для масел МК-8 и МС-20.

В некоторых случаях при больших проскальзываниях теорети-



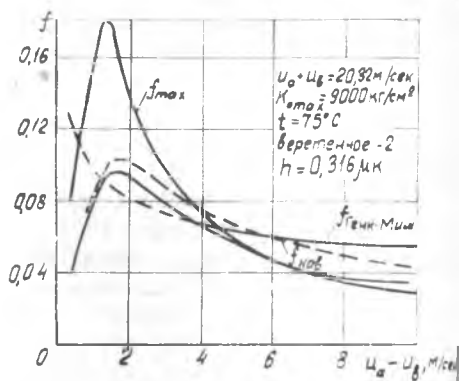
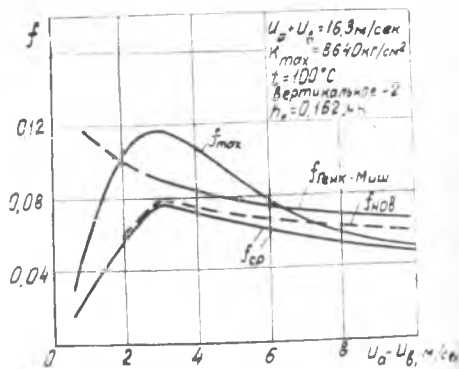
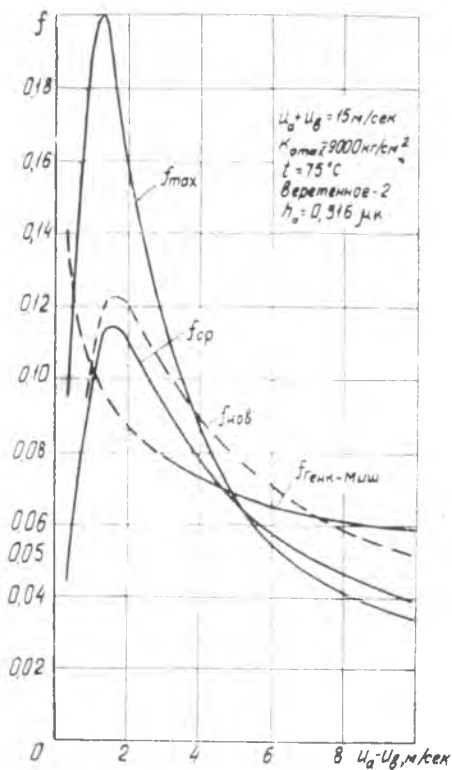


Рис. 34. Зависимость коэффициента трения от скорости проскальзывания

ческие значения  $f$  оказались существенно меньше экспериментальных. Однако это расхождение легко объяснить и исправить. Дело в том, что до сих пор толщина смазочного слоя  $h_0$  рассчитывалась без учета скольжения. Как показывает опыт и теоретические расчеты, при малых скоростях скольжения она действительно почти не зависит от проскальзывания. Иное положение при большом скольжении. Для оценки величины  $h_0$  при значительном скольжении воспользуемся рекомендацией С. А. Регирера [52] и примем для неизотермического процесса эквивалентную вязкость масла при ее определении поперек слоя в виде

$$\mu_{\text{эки}} = \frac{h}{\int_0^h \frac{dz}{\mu_s \cdot \mu_1(v)}}$$

Отсюда в наших обозначениях

$$\mu_{\text{эки}} = \mu_s \frac{m}{k} \quad (101)$$

Такое снижение расчетной вязкости масла при той же толщине слоя приведет к пропорциональному снижению несущей способности

$$K_{0 \text{ действ}} = K_0 \frac{\int_0^b k_0(x) \frac{m(k_0)}{k(k_0)} dx}{\int_0^b k_0(x) dx}, \quad (102)$$

где  $K_{0 \text{ действ}}$  — погонная нагрузка при неизотермическом процессе,  $\frac{\kappa \Gamma}{m}$ ;

$b$  — полуширина площадки контакта,  $m$ .

При сохранении погонной нагрузки толщина смазочного слоя будет соответственно уменьшаться. Учитывая, что в формуле (81)  $h_0$  зависит от погонной нагрузки в степени 0,15, получим

$$h_{0 \text{ действ}} = h_0 \left( \frac{\int_0^b k_0(x) \frac{m(k_0)}{k(k_0)} dx}{\int_0^b k_0(x) dx} \right)^{0,15} \quad (103)$$

Используя формулы (103) и (96), найдем новые значения для  $\tau$  и  $f$ . С учетом этой поправки расхождение между результатами нашего расчета и данными, полученными по эмпирической формуле М. Д. Генкина, Н. Ф. Кузьмина и Ю. А. Мишарина, нигде не превышает 20%, если пользоваться диапазоном проскальзывания, когда их формула еще справедлива (рис. 34). При малых скоростях проскальзывания и значительных коэффициентах трения (порядка 0,09 ÷ 0,1) последняя поправка менее 5%.

## V. ПРИМЕНЕНИЕ КОНТАКТНОЙ ГИДРОДИНАМИКИ К РАСЧЕТУ ДЕТАЛЕЙ МАШИН

### § 21. ЗАВИСИМОСТЬ ВЯЗКОСТИ МАСЕЛ ОТ ДАВЛЕНИЯ И ТЕМПЕРАТУРЫ

Для осуществления контактно-гидродинамического расчета деталей машин собраны данные по зависимости вязкости масла от давления и температуры. Напомним, что

$$\mu = \mu_0 \cdot e^{nk_0}. \quad (35)$$

На таблицах 5 и 6 приведены данные для  $\mu_0$  и  $n$  в зависимости от температуры.

Зависимость вязкости масла  $\mu_0$  от температуры  $t$ 

Масла	$\mu_0$ кг/сек/м <sup>2</sup> при температурах $t^\circ\text{C}$							
	50	60	80	100	120	140	150	
Нефтяные	МС-20	0,01140	0,00760	0,00340	0,00184	0,001050	0,000700	0,000575
	75% МС-20+25% трансформаторного	0,00584	0,00400	0,00191	0,00108	0,000670	0,000470	0,000390
	50% МС-20+50% трансформаторного	0,00265	0,002065	0,00105	0,000645	0,000408	0,000300	0,000265
	25% МС-20+75% трансформаторного	0,00146	0,001075	0,000593	0,000388	0,000270	0,000209	0,000188
	Веретенное-2	0,00116	0,000859	0,000476	0,000309	0,000220	0,000175	0,000156
МК-8	0,000743	0,00055	0,000300	0,000204	0,000156	0,000130	0,000122	
Трансформаторное	0,000743	0,00055	0,000325	0,000225	0,000165	0,000136	0,000130	
Синтетические	№ 1	0,00310	0,00214	0,001138	0,000691	0,000487	0,000366	0,000320
	№ 2	0,00224	0,00169	0,001010	0,000640	0,000462	0,000343	0,000310
	№ 3	0,00232	0,00163	0,000833	0,000526	0,000349	0,000256	0,000220
	№ 4	0,00101	0,000746	0,000435	0,000250	0,000220	0,000170	0,000152
	№ 5	0,00068	0,000553	0,000379	0,000280	0,000210	0,000165	0,000146

Зависимость пьезокоэффициента вязкости  $\eta$  от температуры  $t$ 

Масла	$\eta \cdot 10^6 \text{ м}^2/\text{кг}$ при температурах $t^\circ\text{C}$						
	50	60	80	100	120	140	150
Нефтяные							
МС-20	0,225	0,207	0,178	0,145	0,113	0,063	0,060
75% МС-20+25% трансформаторного	0,206	0,192	0,165	0,137	0,109	0,062	0,068
50% МС-20+50% трансформаторного	0,192	0,160	0,1545	0,130	0,1066	0,081	0,0685
25% МС-20+75% трансформаторного	0,175	0,165	0,144	0,123	0,102	0,060	0,069
Верегное-2	0,128	0,1236	0,1139	0,105	0,0953	0,087	0,082
МК-8	0,159	0,150	0,132	0,114	0,0965	0,078	0,069
Трансформаторное	0,159	0,150	0,132	0,114	0,0965	0,078	0,069
Синтетические							
№ 1	0,126	0,1228	0,1114	0,101	0,090	0,079	0,074
№ 2	0,1235	0,1200	0,1125	0,105	0,099	0,092	0,058
№ 3	0,0837	0,0683	0,0830	0,0825	0,082	0,061	0,061
№ 4	0,0925	0,0906	0,0840	0,0780	0,073	0,068	0,065
№ 5	0,0945	0,0910	0,0830	0,0770	0,071	0,0644	0,061



## § 22. МЕТОДИКА РАСЧЕТА ТОЛЩИНЫ СМАЗОЧНОГО СЛОЯ В ПРЯМОЗУБЫХ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ КОЛЕСАХ

Расчет зубчатых колес выполнен совместно с аспирантом И. Д. Ратнером.

Для прямозубых цилиндрических колес наибольший интерес с точки зрения работоспособности передачи представляют величины толщин смазочного слоя  $h_0$  в пяти характерных точках активного участка линии зацепления: в точках входа и выхода из зацепления  $A_1$  и  $D$ , в точках пересопряжений  $B$  и  $C$  и в полосе  $\Pi$  (рис. 35).

Для расчета  $h_0$  в этих точках по номограмме или формуле (81) необходимо предварительно определить для каждой  $i$  точки величину приведенной кривизны  $\lambda_{ai} \pm \lambda_{bi} \frac{1}{M}$ ; расчетную погонную нагрузку  $K_0$ , кг/м; суммарную скорость качения  $U_a + U_b$ , м/сек; мгновенную температуру поверхностей зубьев  $t^\circ\text{C}$ , а также величины вязкости масла при атмосферном давлении  $\mu_0$  кгсек/м<sup>2</sup>, и пьезокоэффициента вязкости  $n$  м<sup>2</sup>/кг при температуре  $t^\circ\text{C}$ . Приведенная кривизна для любой  $i$  точки подсчитывается по формулам:

$$\lambda_{ai} \pm \lambda_{bi} = \frac{1000}{\rho_{пр i}}; \quad (104)$$

$$\frac{1}{\rho_{пр i}} = \frac{1}{\rho_{ai}} \pm \frac{1}{\rho_{bi}}, \quad (105)$$

где  $\rho_{пр i}$  — приведенный радиус кривизны, мм;

$\rho_{ai}$  — радиус кривизны шестерни, мм;

$\rho_{bi}$  — радиус кривизны зубчатого колеса;

$\lambda_{ai} \pm \lambda_{bi}$  — приведенная кривизна,  $\frac{1}{M}$ .

В точке входа в зацепление  $A_1$  радиус кривизны колеса

$$\rho_{bA_1} = \sqrt{R_{eB}^2 - r_{oB}^2}. \quad (106)$$

Радиус кривизны шестерни

$$\rho_{aA_1} = A \sin \alpha - \sqrt{R_{eB}^2 - R_{oB}^2}. \quad (107)$$

В точке выхода из зацепления  $D$  радиус кривизны шестерни

$$\rho_{aD} = \sqrt{R_{eA}^2 - r_{oA}^2}. \quad (108)$$

Радиус кривизны колеса

$$\rho_{bD} = A \sin \alpha - \sqrt{R_{eA}^2 - r_{oA}^2}. \quad (109)$$

В точке пересопряжения  $B$  радиус кривизны шестерни

$$\rho_{aB} = \sqrt{R_{eA}^2 - r_{oA}^2} - t_0. \quad (110)$$

Радиус кривизны колеса

$$\rho_{bB} = A \sin \alpha - [\sqrt{R_{eA}^2 - r_{oA}^2} - t_0]. \quad (111)$$

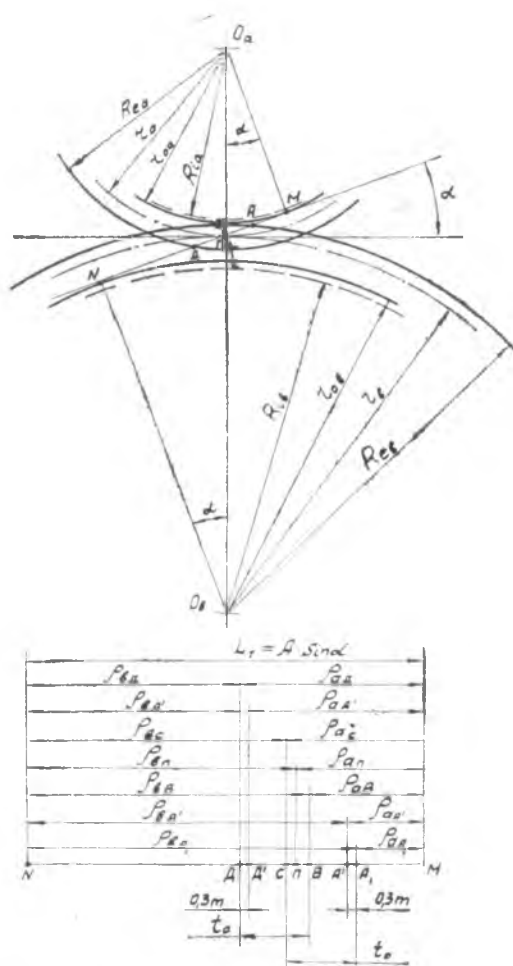


Рис. 35. Схема зацепления зубчатых колес

В точке пересопряжения  $C$  радиус кривизны колеса

$$\rho_{вс} = \sqrt{R_{ев}^2 - r_{ов}^2} - t_0. \quad (112)$$

Радиус кривизны шестерни

$$\rho_{ас} = A \sin \alpha - [\sqrt{R_{ев}^2 - r_{ов}^2} - t_0]. \quad (113)$$

В полюсе зацепления  $II$  радиус кривизны колеса

$$\rho_{вп} = r_{в} \sin \alpha. \quad (114)$$

Радиус кривизны шестерни

$$\rho_{ап} = r_{а} \sin \alpha, \quad (115)$$

где  $R_{ра}, R_{ев}$  — радиусы окружностей выступов шестерни и колеса,  $мм$ ;

$r_{оа}, r_{ов}$  — радиусы основных окружностей шестерни и колеса,  $мм$ ;

$A$  — межцентровое расстояние, в  $мм$ ;

$\alpha$  — угол зацепления;

$r_{а}, r_{в}$  — радиусы начальных окружностей, в  $мм$ ;

$t_0$  — основной шаг,  $мм$ ;

$m$  — модуль зацепления,  $мм$ ;

$\alpha_0$  — угол зацепления исходного контура.

Согласно работе [51] наиболее опасными точками зацепления в отношении заедания являются не точки  $A_1$  и  $D$ , а отстоящие от них на расстоянии  $0,3 m$  точки  $A'$  и  $D'$ . Поэтому необходимо рассчитывать толщину слоя смазки в этих точках.

Соответствующие радиусы кривизны равны:

$$\begin{aligned} \rho_{аА'} &= \rho_{аА_1} + 0,3m; & \rho_{вА'} &= \rho_{вА_1} - 0,3m; \\ \rho_{аD'} &= \rho_{аD} - 0,3m; & \rho_{вD'} &= \rho_{вD} + 0,3m. \end{aligned} \quad (117)$$

Скорости качения в каждой точке линии зацепления определяются по формулам:

$$U_{аl} = \rho_{аl} \cdot \omega_{а} \cdot 10^{-3}; \quad U_{вл} = \rho_{вл} \cdot \omega_{в} \cdot 10^{-3}, \quad (118)$$

где  $\omega_{а, в}$  — угловые скорости шестерни и колеса,  $\frac{1}{сек}$ .

Расчетная погонная нагрузка  $K_0$  определяется для зоны однопарного зацепления точек  $B, C, П$  по формуле

$$K_{0I} = k [K_{оп} + Q_g], \quad (119)$$

а в зоне двухпарного зацепления, точках  $A_1, A'D, D'$  — по формуле

$$K_{0II} = k [0,43(K_{оп}^2 + Q_g) + 710\Delta_0], \quad (120)$$

где  $k$  — коэффициент расчетной нагрузки;

$K_{0I}, K_{0II}$  — погонная расчетная нагрузка в зонах одно- и двухпарного зацепления,  $кг/м$ ;

$K_{оп}$  — полезная погонная нагрузка,  $кг/м$ ;

$Q_g$  — динамическая погонная нагрузка,  $кг/м$ ;

$\Delta_0$  — наиболее вероятная ошибка основного шага с учетом компенсирующей ошибки,  $мм$ .

Следует учесть, что в случае изготовления зубчатых колес со степенью точности худшей, чем седьмая степень точности по ГОСТу 1643—56, нагрузку в зоне двухпарного зацепления следует принимать равной нагрузке в зоне однопарного зацепления, т. е. в этом случае  $K_{0II} = K_{0I}$ .

Мгновенную температуру масляного слоя в каждой точке линии зацепления  $t_i$  можно с некоторой погрешностью определить для стальных зубчатых колес как сумму объемной температуры зубчатого колеса  $t_0$  и мгновенной температурной вспышки  $\Delta t$  на поверхности зуба в зоне контакта по Блоку [51]

$$t_i = t_0 + \Delta t. \quad (121)$$

Естественно, что при значительном скольжении поверхностей температурная вспышка на сопряженных поверхностях будет различна. Этим отличием можно пренебречь, т. к. для зубчатых передач в большинстве случаев оно приводит к незначительной погрешности в определении толщины смазочного слоя

$$\Delta t = 0,185 f_{\text{тр}i} \sqrt[4]{K_{0I}^3 (\lambda_{aI} \pm \lambda_{bI}) [V U_{aI} - V U_{bI}]}. \quad (122)$$

Коэффициент трения  $f_{\text{тр}i}$  в каждой точке может быть определен по методике § 19 либо, впредь до выполнения соответствующих расчетов, по работе [51], т. е. по формуле

$$f_{\text{тр}i} = \frac{0,0316}{\sqrt[4]{\mu_0 (U_{aI}^2 - U_{bI}^2)}}. \quad (123)$$

Здесь  $\mu_0$  определяется по температуре  $t_0$ .

Ниже приведен пример расчета  $h_0$  для прямозубой цилиндрической зубчатой передачи со следующими исходными параметрами: числа зубьев  $z_1=22$ ;  $z_2=25$ ; модуль  $m=3$ ; угол исходного контура  $\alpha_0=25^\circ$ ; межцентровое расстояние  $A=71,5$ ; диаметр окружности выступов шестерни  $D_{eа}=72$  мм, колеса  $D_{eв}=82,5$  мм, число оборотов шестерни  $n_1=6350$  об/мин; погонная расчетная нагрузка в полосе зацепления  $K_{0I}=10010$  кг/м; степень точности 6-5-5X;  $\Delta_0=2,83$  мк; коэффициент расчетной нагрузки  $k=1,1$ ; смазка — смесь 75% МС-20 и 25% трансформаторного масла; температура поверхности зуба  $t_0=75^\circ\text{C}$ .

На рис. 36 представлены результаты расчета в виде графиков изменения значений основных расчетных параметров.

Результаты расчетов для характерных точек линии зацепления приведены в табл. № 7.

### § 23. РАСЧЕТ ТОЛЩИНЫ СЛОЯ СМАЗКИ В КОСОЗУБЫХ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ КОЛЕСАХ

В отличие от прямозубых зубчатых передач, в косозубых передачах в зацеплении находится несколько пар зубьев (не менее двух), а контактные линии расположены под некоторым углом к оси коле-

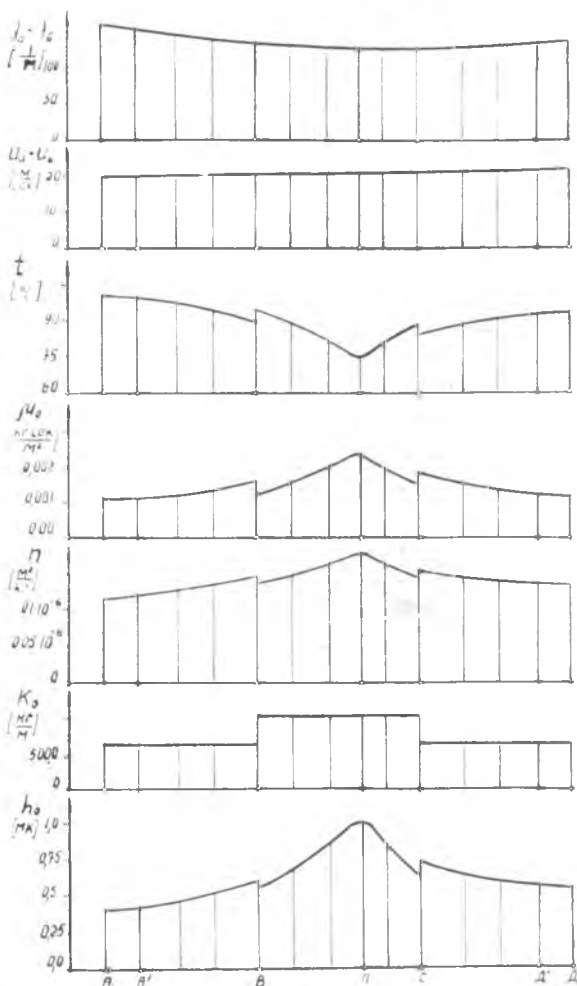


Рис. 36. График изменения основных расчетных параметров прямозубой цилиндрической передачи вдоль линии зацепления

## Расчет прямозубой цилиндрической зубчатой передачи

Расчетные параметры	Размерность	Расчетные точки				
		<i>A</i>	<i>B</i>	<i>П</i>	<i>C</i>	<i>D</i>
$\rho_{ai}$	мм	8,72	11,51	15,02	17,26	20,05
$\rho_{bi}$	мм	23,37	20,58	17,07	14,83	12,04
$\lambda_{ai} + \lambda_{bi}$	1/м	157,5	135,6	125,0	125,3	132,8
$U_{ai}$	м/сек	5,80	7,65	9,98	11,48	13,33
$U_{bi}$	м/сек	13,67	12,04	9,98	8,68	7,04
$U_{ai} + U_{bi}$	м/сек	19,47	19,69	19,96	20,16	20,37
$U_{ai} - U_{bi}$	м/сек	-7,87	-4,39	0	2,8	6,29
$f_{тp}$	—	0,041	0,047	—	0,053	0,043
$\Delta t_i$	°С	25,1	21,0	0	14,5	19,5
$t_i$	°С	100,1	96,0	75	89,5	94,5
$\mu_0$	кг/сек	0,00108	0,00120	0,00227	0,00142	0,00124
$n \cdot 10^6$	м <sup>2</sup>	0,136	0,142	0,171	0,151	0,145
$K_0$	м <sup>2</sup> /кг	0,136	0,142	10010	10010	6515
$h_0$	кг/м	0,47	0,52	0,99	0,65	0,61

са. Кроме того, нагрузка распределяется по длине контактной линии неравномерно, достигая максимума в полюсе и снижаясь в зонах входа и выхода из зацепления. Проведенные расчеты показали, что толщина смазочного слоя достигает наибольшей величины в зоне выхода из зацепления, а наименьшей — в зоне входа в зацепление. Поэтому расчет толщин смазочного слоя следует проводить для точек входа и выхода из зацепления *A*<sub>1</sub> и *D* или для точек, расположенных на расстоянии 0,3 *m* от них, т. е. *A'* и *D'* и для полюса зацепления *П*.

Приведенная кривизна для каждой точки линии зацепления может быть определена с помощью формул (104) и (105). При этом под радиусами кривизны  $\rho_{ai}$  и  $\rho_{bi}$  подразумеваются радиусы кривизны в нормальном сечении.

В точке входа в зацепление *A*<sub>1</sub> радиус кривизны колеса

$$\rho_{в.А_1} = \frac{V \sqrt{R_{ев}^2 - r_{ов}^2}}{\cos \beta_0}, \quad (124)$$

радиус кривизны шестерни

$$\rho_{а.А_1} = \frac{A \sin \tau_s - V \sqrt{R_{ев}^2 - r_{ов}^2}}{\cos \beta_0}. \quad (125)$$

В точке *A'* радиус кривизны колеса

$$\rho_{в.А'} = \rho_{в.А_1} - 0,3m_n, \quad (126)$$

радиус кривизны шестерни

$$\rho_{а.А'} = \rho_{а.А_1} + 0,3m_n. \quad (127)$$

В полюсе зацепления  $\Pi$  радиус кривизны шестерни

$$\rho_{a\Pi} = \frac{\rho_a \sin \alpha_s}{\cos \beta_0}, \quad (128)$$

радиус кривизны колеса

$$\rho_{b\Pi} = \frac{\rho_b \sin \alpha_s}{\cos \beta_0}. \quad (129)$$

В точке выхода из зацепления  $D$  — радиус кривизны шестерни

$$\rho_{aD} = \frac{\sqrt{R_{ea}^2 - r_{oa}^2}}{\cos \beta_0}, \quad (130)$$

радиус кривизны колеса

$$\rho_{bD} = \frac{A \sin \alpha_s - \sqrt{R_{ea}^2 - r_{oa}^2}}{\cos \beta_0}. \quad (131)$$

В точке  $D'$  радиус кривизны шестерни

$$\rho_{aD'} = \rho_{aD} - 0,3m_n, \quad (132)$$

радиус кривизны колеса

$$\rho_{bD'} = \rho_{bD} + 0,3m_n, \quad (133)$$

где  $\beta_0$  — угол наклона винтовой контактной линии по основному цилиндру;

$\alpha_s$  — угол зацепления в торцевом сечении;

$m_n$  — нормальный модуль зацепления, мм.

Суммарные скорости качения в точках зацепления можно определить по формулам:

$$U_{aI} = \rho_{aI} \cdot \omega_a \cdot \cos \beta_0 \cdot 10^{-3}; \quad U_{bI} = \rho_{bI} \cdot \omega_b \cdot \cos \beta_0 \cdot 10^{-3}. \quad (134)$$

Расчетная погонная нагрузка в точках  $A_1$ ,  $A'$ ,  $D$ ,  $D'$  равна

$$K_{0II} = k_b \cdot K_0. \quad (135)$$

В полюсе зацепления  $\Pi$  расчетная нагрузка определяется по формуле

$$K_{0I} = k_n \cdot K_0. \quad (136)$$

Средняя погонная расчетная нагрузка  $K_0$  равна

$$K_0 = \frac{1000P \cos \beta_0}{0,9B\xi_s}, \quad (137)$$

$P$  — полная расчетная нагрузка, действующая на зубья, кг;  
 $k_b$  — коэффициент расчетной нагрузки для точки входа и выхода из зацепления [53];  $k_b = 0,825$ ;

$k_n$  — коэффициент расчетной нагрузки для полюса зацепления [52]  $k_n = 1,2$ ;

$B$  — ширина колеса, мм;

$\xi_s$  — коэффициент перекрытия в торцевом сечении.

Мгновенную температуру смазочного слоя  $t_1$  в каждой точке линии зацепления можно определить с помощью формул (121), (122), (123).

Ниже приводится пример расчета толщины смазочного слоя в точках  $A'$ ,  $D'$  и  $\Pi$  косозубой цилиндрической зубчатой передачи с исходными параметрами: числа зубьев  $z_1=32$ ,  $z_2=66$ ; нормальный модуль  $m_n=3$ ; угол зацепления в нормальном сечении  $\alpha_{он}=20^\circ$ ; межцентровое расстояние  $A=150$  мм; число оборотов шестерни  $n_1=1480$  об/мин; ширина шестерни  $B=60$  мм; угол наклона по основному цилиндру  $\beta_0=10^\circ 42'$ ; торцевой коэффициент перекрытия  $\varepsilon_s=1,71$ ; средняя расчетная погонная нагрузка  $K_0=5420$  кг/м; температура поверхностей зубьев  $t_0=50^\circ\text{C}$ ; смазка маслом МС-20.

На рис. 37 представлены результаты расчета в виде графиков изменения значений основных расчетных параметров:  $(\lambda_a \pm \lambda_b)_i$ ;  $(U_a + U_b)_i$ ;  $t_i$ ;  $\rho_{oi}$ ;  $n_i$ ;  $K_{oi}$ ;  $h_{oi}$ . Результаты расчетов для характерных точек приведены в табл. № 8. Они хорошо совпадают с результатами экспериментов М. С. Тривайло [54]. Так, например, толщина смазочного слоя в полюсе зацепления по расчету  $h_0=2,08$  мк, а по эксперименту  $h_0=2,0$  мк.

Таблица 8

Результаты расчета косозубой цилиндрической зубчатой передачи

Расчетные параметры	Размерность	Расчетные точки		
		$A'$	$\Pi$	$D'$
$\rho_a$	мм	10,27	17,36	23,9
$\rho_b$	мм	42,9	35,80	29,3
$\lambda_a + \lambda_b$	1/м	120,6	85,5	75,2
$U_a$	м/сек	1,56	2,64	3,64
$U_b$	м/сек	3,16	2,64	2,16
$U_a + U_b$	м/сек	4,73	5,28	5,8
$U_a - U_b$	м/сек	1,60	0	1,48
$f_{тр}$	—	0,055	—	0,053
$\Delta t_i$	$^\circ\text{C}$	9,8	0	7,0
$t_i$	$^\circ\text{C}$	59,8	50	57,0
$\nu_0$	кг сек/м <sup>2</sup>	0,0077	0,0141	0,0120
$n \cdot 10^6$	м <sup>2</sup> /кг	0,207	0,223	0,212
$K_0$	кг/м	4468	6500	4468
$h_0$	мк	1,06	2,08	2,23

## § 24. РАСЧЕТ ТОЛЩИНЫ СЛОЯ СМАЗКИ В КОНИЧЕСКИХ ЗУБЧАТЫХ КОЛЕСАХ

Для расчета толщины смазочного слоя  $h_0$  в контакте зубьев конической передачи в любом сечении зуба можно применить условную замену конической зубчатой передачи на эквивалентную ей прямозубую цилиндрическую передачу. т. к. в нормальном сечении профиль зуба конического колеса мало отличается от профиля зуба цилиндрического прямозубого колеса, радиус начальной окружности которого равен образующей дополнительного конуса.

Проведенные расчеты показали, что толщина смазочного слоя достигает наибольшей величины на наружном конусе и наименьшей — на внутреннем. Поэтому для определения толщин смазочного



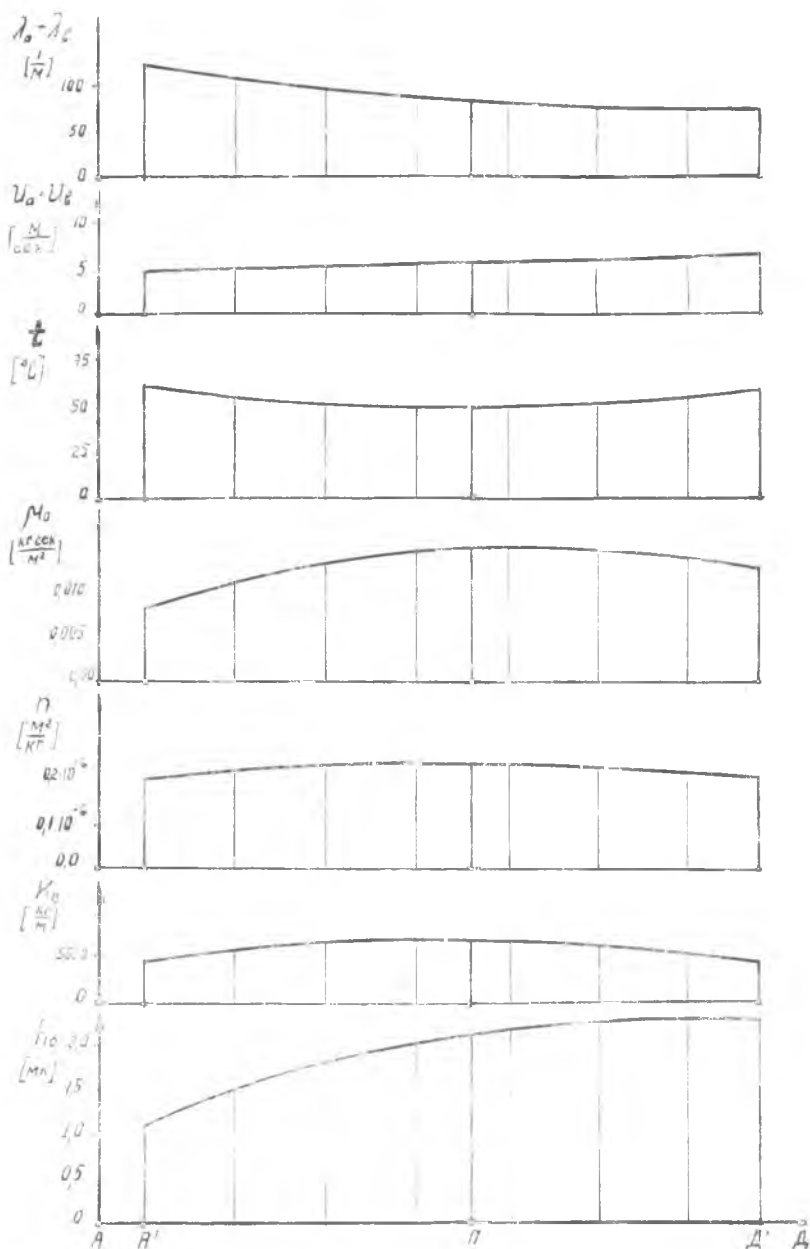


Рис. 37. Графики изменения основных расчетных параметров косозубой цилиндрической передачи вдоль линии зацепления

слоя  $h_0$  следует проводить расчеты двух эквивалентных пар колес, построенных на образующих внутреннего и наружного дополнительных конусов.

Расчет  $h_0$  производится для характерных точек линии зацепления эквивалентных колес  $A^1, B, П, C, Д^1$ . Методика расчета изложена в § 22.

Методика расчета геометрических параметров эквивалентных цилиндрических зубчатых колес изложена в [53] и др. источниках.

При расчетах косозубых конических колес можно найти толщину смазочного слоя для эквивалентных цилиндрических зубчатых колес, но не прямозубых, а косозубых, по методике, изложенной в § 23.

Таблица 9

Результаты расчета прямозубой конической зубчатой передачи

Расчетные параметры	Размерность	Расчетные точки				
		$A^1$	$B$	$П$	$C$	$Д^1$
$ra$	<i>мм</i>	12,19 (8,21)	15,0 (10,18)	17,57 (11,71)	20,14 (10,18)	22,95 (8,21)
$rb$	<i>мм</i>	22,92 (15,22)	20,14 (13,25)	17,57 (11,71)	15,0 (13,25)	12,19 (15,22)
$\lambda a + \lambda b$	<i>л</i>	125,5 (183,1)	116,2 (173,4)	113,6 (170,8)	116,2 (173,4)	125,5 (183,1)
$U_a$	<i>м/сек</i>	8,1 (5,46)	9,97 (6,77)	11,68 (7,79)	13,39 (8,81)	15,26 (10,12)
$U_b$	<i>м/сек</i>	15,26 (10,12)	13,39 (8,81)	11,68 (7,79)	9,97 (6,77)	8,1 (5,46)
$U_a + U_b$	<i>м/сек</i>	23,36 (15,58)	23,36 (15,58)	23,36 (15,58)	23,36 (15,58)	23,36 (15,58)
$U_a - U_b$	<i>м/сек</i>	7,16 (1,66)	3,42 (2,04)	0 (0)	3,42 (2,04)	7,16 (4,66)
$f_{тр}$	—	0,0384 (0,0473)	0,0462 (0,0582)	—	0,0462 (0,0582)	0,0384 (0,0473)
$\Delta t_i$	$^{\circ}C$	14,4 (30,7)	26,9 (22,8)	0 (0)	26,9 (22,8)	44,4 (30,7)
$t_i$	$^{\circ}C$	114,4 (160,7)	96,9 (92,8)	70 (70)	96,9 (92,8)	114,4 (100,7)
$\nu_0$	<i>кг/сек</i>	0,00078 (0,00106)	0,00118 (0,00130)	0,00273 (0,00273)	0,00118 (0,00130)	0,00078 (0,00106)
$n \cdot 10^3$	<i>м<sup>2</sup>/кг</i>	0,118 (0,136)	0,141 (0,146)	0,178 (0,178)	0,141 (0,146)	0,118 (0,136)
$K_0$	<i>кг/м</i>	21140 (11742)	27370 (18590)	27370 (18590)	27370 (18590)	21140 (11742)
$h_0$	<i>мм</i>	0,36 (0,33)	0,53 (0,39)	1,16 (0,77)	0,53 (0,39)	0,36 (0,33)

В табл. № 9 производится пример расчета толщины смазочного слоя  $h_0$  для конической прямозубой передачи с исходными данными: число зубьев  $z_1 = 20$ ;  $z_2 = 20$ ; передаточное число  $i = 1$ ; угол зацепления  $\alpha = 24^{\circ}$ ; длина образующей начального конуса  $L_k = 43,7$  мм; модуль

$m = 3$  мм; длина зуба  $b = 14$  мм; передаточное число эквивалентной цилиндрической передачи  $i_{ц} = i^2 = 1$ ; числа зубьев эквивалентных колес  $z_{1э} = 28$ ;  $z_{2э} = 28$ ; число оборотов шестерни  $n_1 = 6350$  об/мин; расчетная погонная нагрузка в зоне однопарного зацепления для наружного конуса  $K_{01} = 27370$  кг/м и для внутреннего конуса  $K_0 = 18590$  кг/м; степень точности 7Х; коэффициент нагрузки  $k = 1,1$ ; температура поверхности зубьев  $t_0 = 70$  °С; смазка — маслосмесь: 75% МС-20 и 25% трансформаторного.

На рис. 38 представлены результаты расчетов для приведенного примера в виде графиков изменения значений основных расчетных параметров:  $(\lambda_a \pm \lambda_b)_i$ ;  $(U_a + U_b)_i$ ;  $K_{0i}$ ;  $t_i$ ;  $\mu_{0i}$ ;  $n_i$ ;  $h_{0i}$  для внешнего конуса — сплошными линиями и для внутреннего конуса — штриховыми линиями.

Результаты расчетов для характерных точек А, В, П, С и Д изложены в табл. № 9, данные для внутреннего конуса даются в скобках.

## § 25. РАСЧЕТ ТОЛЩИНЫ СМАЗОЧНОГО СЛОЯ В РОЛИКОПОДШИПНИКАХ

При касании ролика с беговой дорожкой внутреннего кольца

$$\lambda_a + \lambda_b = \frac{2}{D_0 - d_p} + \frac{2}{d_p}, \quad (138)$$

при касании с беговой дорожкой наружного кольца

$$\lambda_a - \lambda_b = \frac{2}{d_p} - \frac{2}{D_0 + d_p}. \quad (139)$$

где  $d_p$  — диаметр ролика, м;

$D_0$  — средний диаметр сепаратора, м;

Сумма скоростей при вращении внутреннего кольца

$$U_a + U_b = \frac{\tau n_1 (D_0^2 - d_p^2)}{60 D_0}, \quad (140)$$

как в контакте с внутренним, так и в контакте с наружным кольцами.

Здесь  $n_1$  — число оборотов внутреннего кольца, об/мин.

Погонное гидродинамическое усилие (на единицу длины цилиндра)

$$K_0 = \frac{\kappa Q}{z l_p}, \quad (141)$$

где  $Q$  — общее радиальное усилие, действующее на подшипник, кг;  $z$  — число тел качения;  $l_p$  — длина ролика, м;  $\kappa$  — коэффициент, который зависит от радиального зазора в подшипнике. Приближенно можно принять  $k = 4,6$ . Более точное определение  $k$  в зависимости от радиального зазора имеется в работе [55].

В качестве примера определим минимальную толщину смазочного слоя в роликоподшипнике 32212Л при следующих исходных данных:

$z = 18$ ;  $d_p = 12$  мм;  $l_p = 12$  мм;  $D_0 = 85,5$  мм;  $Q = 1300$  кг;

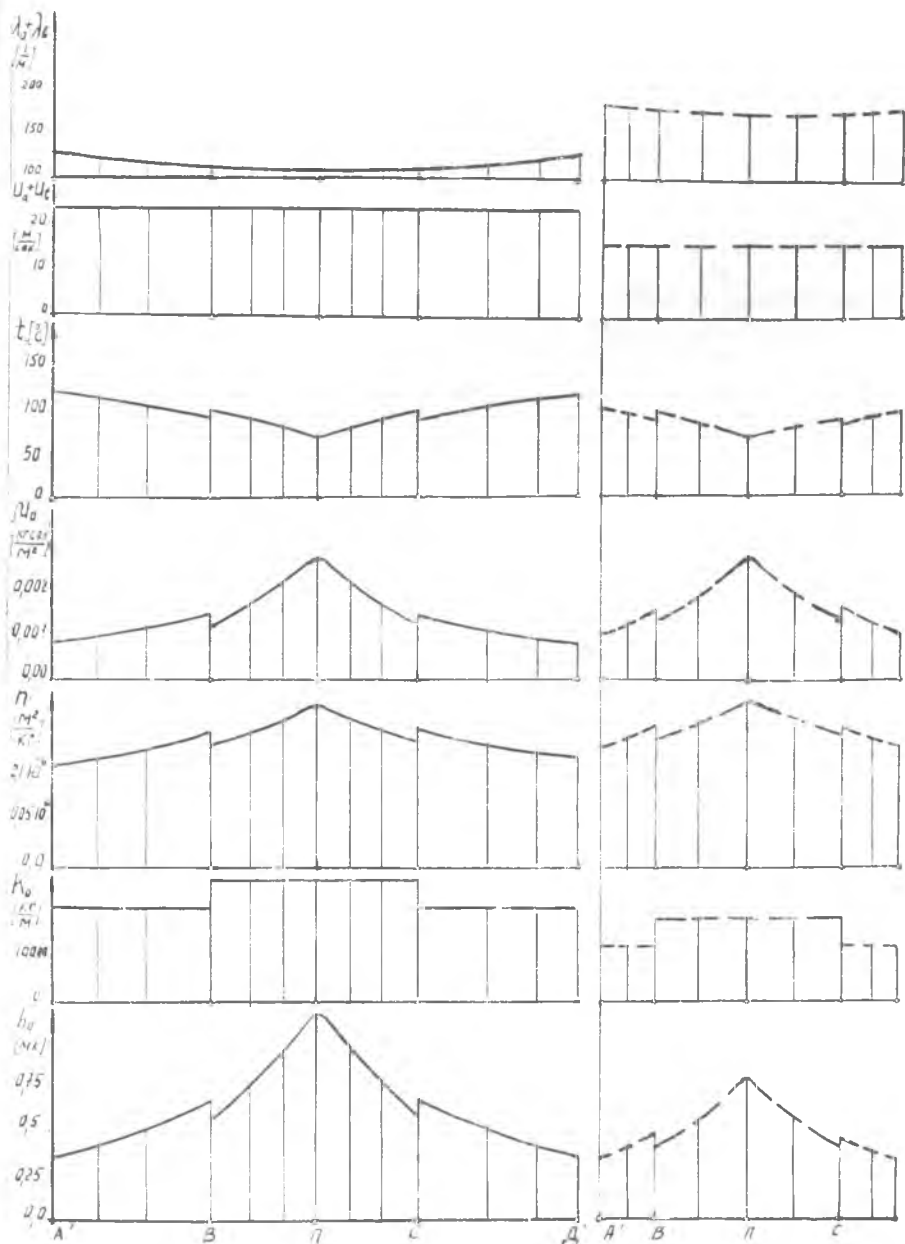


Рис. 38. График изменения основных расчетных параметров конической прямозубой передачи вдоль линии зацепления

$n_1 = 5000$  об/мин; смазка маслосмесью 75% МС-20 и 25% трансформаторного масла; рабочая температура слоя  $t = 100^\circ\text{C}$ .

По таблицам 5 и 6 находим:

$$\nu_0 = 0,00108 \frac{\kappa\Gamma \cdot \text{сек}}{\text{м}^2}; \quad n = 0,137 \cdot 10^{-6} \frac{\text{м}^2}{\kappa\Gamma};$$

$$\lambda_a + \lambda_b = \frac{2}{0,0855 - 0,012} + \frac{2}{0,012} = 194 \frac{1}{\text{м}};$$

$$U_n + U_b = \frac{3,14 \cdot 5000}{60 \cdot 0,0855} [0,0855^2 - 0,012^2] = 21,95 \frac{\text{м}}{\text{сек}};$$

$$K_0 = \frac{4,6 \cdot 1300}{18 \cdot 0,012} = 27690 \frac{\kappa\Gamma}{\text{м}}.$$

Расчет толщины смазочного слоя ведем по номограмме (рис. 25), а соответствующие коэффициенты (Абс,  $\Pi$  и множитель при  $h_0$  в Орд) определяем по формулам (78) — (80):

$$\text{Абс.} = \frac{0,00108 \cdot 21,95 \cdot 0,137 \cdot 10^{-6}}{27690 \sqrt{27690 \cdot 194}} = 5,06 \cdot 10^{-17};$$

$$\Pi = \frac{27690^2 \cdot 194}{0,00108 \cdot 21,95} = 6,27 \cdot 10^{12}.$$

По номограмме (рис. 25) находим Орд. =  $4,12 \cdot 10^{-15}$ . Толщина смазочного слоя

$$h_0 = \frac{\text{Орд}}{n \sqrt{\frac{\lambda_a \pm \lambda_b}{K_0}}} = \frac{4,12 \cdot 10^{-15}}{0,137 \cdot 10^{-6} \sqrt{\frac{194}{27690}}} = 0,36 \cdot 10^{-6} \text{ м}.$$

Расчет по формуле (81) дает  $h_0 = 0,38 \cdot 10^{-6}$  м.

## § 26. РАСЧЕТ ТОЛЩИНЫ СМАЗОЧНОГО СЛОЯ В РАДИАЛЬНЫХ И РАДИАЛЬНО-УПОРНЫХ ШАРИКОПОДШИПНИКАХ

Обычно никаких возражений не возникает при применении плоской контактно-гидродинамической задачи к роликоподшипникам и различным зубчатым передачам, где осевое протяжение площадки контакта в десятки и сотни раз превышает его протяжение в направлении движения. Совсем не очевидна возможность применения плоской задачи для шарикоподшипников. В связи с этим академик П. Л. Капица даже специально решал пространственную гидродинамическую задачу для этого случая [30]. Однако, как указано в [55], во всех шарикоподшипниках, радиальных и радиально-упорных (кроме сферических самоустанавливающихся), отношение «осевого» протяжения площадки контакта к его протяжению в направлении движения имеет обычно порядок  $9 \div 10$  и лишь иногда снижается до 7 и 5 (при очень большом, редко применяемом, развале желоба).

Пользуясь работами [15] и [19] или работой П. Л. Капицы [30] легко показать, что погрешность от применения плоской гидродина-

намической задачи не превышает при этом 3—5%. Иное положение с контактной задачей.

При расчете, например, роликоподшипника погонная нагрузка (объем эпюры давления при единице длины площадки контакта) постоянная по ширине контакта (длине ролика) и здесь действительно применима плоская контактно-гидродинамическая задача. В случае шариковых подшипников, в связи с тем, что площадка контакта имеет эллиптическую форму, погонная нагрузка переменна по длине контакта.

При сведении такой пространственной задачи к плоской можно определять  $h_0$  по несколько завышенной максимальной погонной нагрузке (в сечении, где максимальные нормальные напряжения) или по средней погонной нагрузке.

Вначале определим  $h_0$  по максимальной погонной нагрузке (заниженное значение для  $h_0$ ).

В § 17 при выводе значения для  $C$  мы имели  $C = \frac{a^2}{k_{\max}}$  (73) и  $a = \frac{3}{4} \frac{K}{k_{\max}}$ . Отсюда  $C = \frac{9}{16} \frac{K^2}{k_{\max}^3}$  или, переходя к размерным величинам

$$C = \frac{27 \sqrt{2} \mu_0 (U_a + U_b) \sqrt{\lambda_a \pm \lambda_b} K_0^3}{16 h_0^2 \sqrt{h_0} k_{0 \max}^3}, \quad (142)$$

Здесь  $k_{0 \max}$  — максимальное давление в смазочном слое,  $\kappa\Gamma/\text{м}^2$ .

Из рассмотрения пространственной контактной задачи теории упругости [55] следует, что если принять значение коэффициента Пуассона 0,33, то для случая, когда элементы подшипника сделаны из одного материала, будем иметь

$$k_{0 \max} = \frac{3 \sqrt[3]{9}}{8\pi \mu_1 \nu_1} \sqrt[3]{P_0 E^2 (\lambda_a \pm \lambda_b)^2}; \quad (143)$$

длина площадки контакта

$$2a_0 = \frac{4\mu_1}{\sqrt{3}} \sqrt{\frac{P_0}{E (\lambda_a \pm \lambda_b)}}; \quad (144)$$

ширина площадки контакта

$$2b_0 = \frac{4\nu_1}{\sqrt{3}} \sqrt{\frac{P_0}{E (\lambda_a \pm \lambda_b)}}, \quad (145)$$

где  $P_0$  — нагрузка, действующая на наиболее нагруженный шарик,  $\kappa\Gamma$ ;  $a_0$ ,  $b_0$  — полуоси эллипса площадки контакта,  $\text{м}$ ;

$\mu_1$ ,  $\nu_1$  — параметры кривизны в формулах Герца, определяются по [55] (стр. 127) в зависимости от коэффициента  $\tau$ .

В свою очередь, приведенная кривизна и коэффициент  $\tau$  находятся в зависимости от геометрических размеров (рис. 39):

$$\tau_{\text{в}}(r) = \frac{\pm \frac{1}{R_{\text{в}}(r)} + \frac{1}{r_{\text{в}}(r)}}{\lambda_a \pm \lambda_b}; \quad (146)$$

$$R_{II} = \frac{\frac{1}{2} D_{II} + r_B}{\cos \beta_B} - r_B; \quad R_{II} = \frac{\frac{1}{2} D_{II} + r_B - \left( r_B - \frac{d_{III}}{2} \right) \cos \beta_{II}}{\cos \beta_{II}} + \frac{d_{II}}{2}; \quad (147)$$

$$\lambda_a + \lambda_b = \frac{4}{d_{III}} - \frac{1}{r_B} + \frac{1}{R_{II}}; \quad \lambda_a - \lambda_b = \frac{4}{d_{III}} - \frac{1}{r_{II}} - \frac{1}{R_{II}}, \quad (148)$$

где  $\beta_B, \beta_{II}$  — углы контакта для шарика соответственно с внутренним и наружным кольцами.

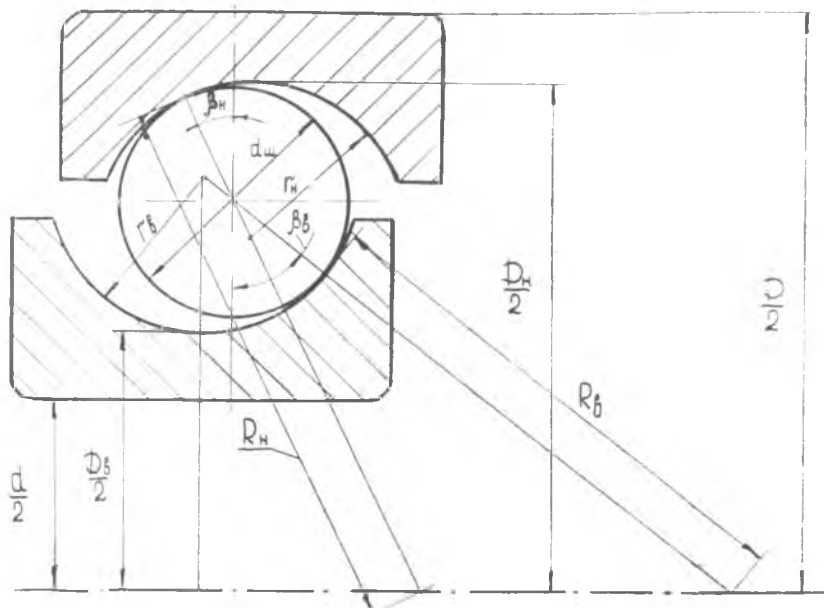


Рис. 39. Геометрические размеры радиально-упорного шарикоподшипника

При эллиптическом законе распределения напряжений по площадке контакта для максимального значения погонной нагрузки получим  $K_0 = \frac{\pi}{2} k_{0 \max} \cdot b_0$ . Тогда, используя эти выражения, получим коэффициент деформации для шариковых подшипников

$$C = \frac{32 \sqrt{2} \pi \mu_0 (U_a + U_b) \mu_1 \nu_1^3}{3 \sqrt[3]{3} h_0^3 \sqrt[3]{h_0} E \sqrt{\lambda_a \pm \lambda_b}} \sqrt[3]{\frac{P_0}{E (\lambda_a \pm \lambda_b)}} \quad (149)$$

Используя это значение, получим выражения для координат нотограммы:

$$\text{Абс} = 0,1055 \cdot 10^{-17} \frac{B_n}{CK} = \frac{43,6 \cdot 10^{-17} n \mu_0 (U_a + U_b) E}{\sqrt[3]{\lambda_a \pm \lambda_b} P_0}; \quad (150)$$

$$\text{Orл} = 1,266 \cdot 10^{-15} \frac{B_n}{C} = \frac{0,2355 \cdot 10^{-15} n h_0 E}{\mu_1 \nu_1^3} \sqrt[3]{\frac{E (\lambda_a \pm \lambda_b)}{P_0}}, \quad (151)$$

$$H = 0,1292 \cdot 10^{12} K_1^3 C^2 K^2 = \frac{9420 \cdot 10^6 \cdot \nu_1^2 (\lambda_a \pm \lambda_b)^3 \sqrt[3]{(\lambda_a \pm \lambda_b)^2 P_0} \sqrt[3]{P_0}}{\mu_1 \cdot \mu_0 (U_a + U_b) \sqrt[3]{E}} \quad (152)$$

В случае, когда можно пренебречь влиянием центробежных сил шаров и, следовательно, разницей углов контакта шаров с внутренним и наружным кольцами  $\beta_{\text{вн}} = \beta_{\text{в}} = \beta$ , сумма скоростей качения практически не зависит от потерь и от соотношения угловых скоростей верчения и качения в контактах и приближенно равна

$$U_a + U_b = \frac{\pi n_a}{60 D_0} |D_0^2 - d_{\text{ш}}^2 \cos^2 \beta|. \quad (153)$$

Если не учитывать влияние контактных деформаций и относительного смещения колец под нагрузкой, то приближенно угол контакта при преимущественно осевой нагрузке можно определить по формуле

$$\cos \beta = \frac{r_{\text{ш}}}{r_{\text{ш}}}, \quad \text{где } r_{\text{ш}} = r_{\text{в}} + r_{\text{н}} - d_{\text{ш}}. \quad (154)$$

$\Delta$  - половина радиального зазора в подшипнике, мм.

Как легко установить, погонная нагрузка вдоль длины контактной площадки изменяется по эллиптической зависимости

$$K_0 = K_{\text{max}} \sqrt{1 - \left(\frac{y}{y_0}\right)^2}. \quad (155)$$

Тогда, согласно допущению о независимости контактно-гидродинамических параметров в рассматриваемом сечении от смежных, соответственно уменьшению погонной нагрузки должна была бы увеличиться толщина смазочного слоя. Но необходимо указать на два фактора, противодействующих этому явлению. Во-первых, учет торцевого истечения, хотя и мало, но должен несколько уменьшить разницу в толщинах вдоль площадки контакта. Во-вторых, при наличии в контактах неизбежного кинематического верчения, скорости скольжения в области трения к концу площадки контакта линейно увеличиваются, увеличивается также и интенсивность тепловыделения. С увеличением тепловыделения вязкость смазки должна падать и вследствие этого толщина слоя смазки должна уменьшаться.

Высказанные соображения позволяют сделать предположение, что толщина смазочного слоя должна быть близкой к определенной по  $K_{\text{max}}$ , хотя и несколько больше ее.

Для оценки произведем определение  $h_0$ , исходя также из  $K_{\text{оср}}$ .



По-видимому, действительно  $h_0$  будет несколько меньше определенного по этому второму способу:

$$K_{0\text{ ср}} = \frac{2 \int_0^{a_0} k_0 dy}{2a_0} = \frac{2}{3} K_{0\text{ max}} = \frac{\pi}{3} K_{0\text{ max}} b; \quad (156)$$

$$K_{0\text{ ср}} = \frac{P_0}{2a_0}. \quad (157)$$

Аналогично случаю максимального значения погонной нагрузки  $K_{0\text{ max}}$ , для координат обобщенной номограммы при расчете по среднему значению погонной нагрузки получим следующие значения:

$$\text{Абс} = 0,1055 \cdot 10^{-17} \frac{B_n}{CK} = \frac{147 \cdot 10^{-17} n E \mu_0 (U_a + U_b)}{\nu_1^3 (\lambda_a \pm \lambda_b) P_0}; \quad (158)$$

$$\text{Орд} = 1,266 \cdot 10^{-15} \frac{B_n}{C} = \frac{0,530 \cdot 10^{-15} n h_0 E}{\mu_1 \nu_1^3} \sqrt[3]{\frac{E (\lambda_a \pm \lambda_b)}{P_0}}; \quad (159)$$

$$\Pi = 0,1292 \cdot 10^{12} K \sqrt[3]{C^2 K^2} = \frac{2790 \cdot 10^3 \cdot \nu_1^2 (\lambda_a \pm \lambda_b) \sqrt[3]{(\lambda_a \pm \lambda_b)^2 P_0} \sqrt[3]{P_0}}{\mu_1 \mu_0 (U_a + U_b) \sqrt[3]{E}}. \quad (160)$$

Коэффициент деформации при этом таков:

$$C = \frac{2 \sqrt[3]{2} \pi^3}{3 \sqrt[3]{3}} \cdot \frac{\mu_0 (U_a + U_b) \mu_1 \nu_1^3}{h_0^2 \sqrt[3]{h_0 E} \sqrt[3]{\lambda_a \pm \lambda_b}} \sqrt[3]{\frac{P_0}{E (\lambda_a \pm \lambda_b)}}. \quad (161)$$

В таблице приводятся сравнительные данные расчетов толщин слоя смазки в контакте по максимальному  $K_{0\text{ max}}$  и среднему  $K_{0\text{ ср}}$  значениям погонной нагрузки.

№ п. п.	$K_{0\text{ max}}$			$K_{0\text{ ср}}$			$\frac{h_{0\text{ ср}}}{h_{0\text{ max}}} = \frac{0,2355 \text{ Орд}_{\text{ ср}}}{0,530 \text{ Орд}_{\text{ max}}}$
	Абс. $\cdot 10^{17}$	П. $\cdot 10^{-12}$	Орд. $\cdot 10^{15}$	Абс. $\cdot 10^{17}$	П. $\cdot 10^{-12}$	Орд. $\cdot 10^{15}$	
1	1,780	67,8	5,80	6	20	15	1,15
2	0,296	337	1,15	1	100	3	1,16
3	0,178	169	0,33	0,6	50	0,8	1,07
4	0,237	2020	3,63	0,8	600	10	1,23
5	1,780	15,2	1,75	6	4,5	4	1,02
6	0,444	337	2,22	1,5	100	6	1,20
7	8,870	3,37	5,80	30	1	15	1,10

Как следует из результатов расчета, при определении по максимальному значению погонной нагрузки толщина слоя получается, как правило, ниже на 0÷23% при использовании номограммы практически по всему ее полю. Таким образом, рекомендуем опре-

делять значение толщины слоя смазки в контакте шарикоподшипника по максимальному значению погонной нагрузки  $K_{0\max}$ , т. е. при значениях координат номограммы согласно зависимостям (150) — (152). Приведенная методика расчета предложена совместно с М. И. Курушиным.

В качестве примера определим по максимальной погонной нагрузке толщину смазочного слоя в подшипнике со следующими данными:  $d = 130$  мм;  $D = 230$  мм;  $D_0 = 180$  мм;  $z = 14$ ;  $d_m = 31,75$  мм;  $r_B = 16,7$  мм;  $\beta = 26^\circ$ ;  $n_1 = 8400$  об/мин;  $t = 140^\circ\text{C}$ ;  $\mu_0 = 0,00017 \frac{\text{кг}\cdot\text{сек}}{\text{м}^2}$ ;  $\nu = 0,068 \cdot 10^{-6} \text{ м}^2/\text{кг}\cdot\text{Г}$ ;  $\lambda_a + \lambda_n = 77,93$  1/м;  $U_a + U_B = 77,18$  м/сек.  $\tau = 0,92$ ;  $\mu_1 = 3,395$ ;  $\nu_1 = 0,4382$ ;  $E = 2,12 \cdot 10^{10}$  кг/м<sup>2</sup>;  $P_0 = 400$  кг;

Значения коэффициентов номограммы при расчете толщины смазочного слоя в контакте с внутренним кольцом:

$$\text{Абс} = \frac{43,6 \cdot 10^{-17} \cdot 0,068 \cdot 10^{-6} \cdot 0,00017 \cdot 77,18 \cdot 2,12 \cdot 10^{10}}{(0,4382)^3 \cdot 77,93 \cdot 400} = 0,313 \cdot 10^{-17};$$

$$\Gamma = \frac{9420 \cdot 10^6 \cdot 0,4382^2 \cdot 400 \sqrt[3]{400 \cdot 77,93} \sqrt[3]{77,93^2}}{3,395 \cdot 0,00017 \cdot 77,18 \sqrt[3]{2,12 \cdot 10^{10}}} = 60,5 \cdot 10^{12}.$$

По номограмме (рис. 25) находим значение ординаты  $\text{Орд} = 0,395 \cdot 10^{-15}$ .

С другой стороны:

$$\begin{aligned} \text{Орд} &= \frac{0,2355 \cdot 10^{-1} \cdot 0,068 \cdot 10^{-6} \cdot 2,12 \cdot 10^{10}}{3,395 \cdot (0,4382)^3} \left| \frac{2,12 \cdot 10^{10} \cdot 77,93}{400} \right| h_0 = \\ &= 1,87 \cdot 10^{-9} h_0. \end{aligned}$$

Тогда  $h_0 = \frac{0,395 \cdot 10^{-15}}{1,87 \cdot 10^{-9}} = 0,211 \cdot 10^{-6}$  м, т. е.  $h_0 = 0,211$  мк.

При расчете по средней погонной нагрузке найдем:

$$h_0 = 0,212 \cdot 10^{-6} \text{ м.}$$

## § 27. РАСЧЕТ ТОЛЩИНЫ СМАЗОЧНОГО СЛОЯ В НЕМЕТАЛЛИЧЕСКОМ ПОДШИПНИКЕ СКОЛЬЖЕНИЯ

В § 15 изложено приближенное решение контактно-гидродинамической задачи для подшипников скольжения, которое дает возможность определить как безразмерные эпюры давления, так и безразмерную гидродинамическую несущую способность при вязкости масла, зависящей и не зависящей от давления.

В случае неметаллических подшипников скольжения удельные давления не очень велики и можно не учитывать зависимость вязкости от давления. Результаты приближенного решения для определения безразмерной погонной грузоподъемности подшипников скольжения  $P$  изображены на рис. 40. Напомним, что величина прогиба вкладыша  $v_1 = \frac{A'P_0}{E}$ . Поэтому приближенно можно принять

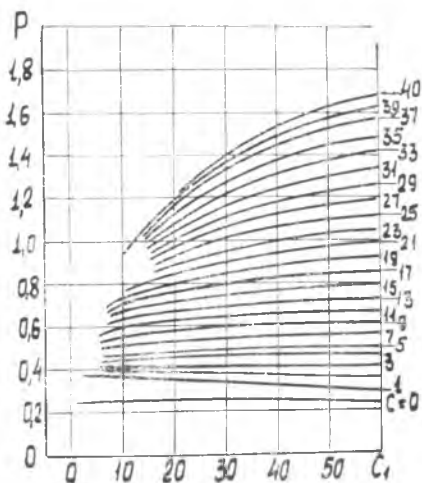


Рис. 40. Зависимость безразмерной грузоподъемности от параметров  $C$  и  $C_1$

коэффициент  $A'$  равным толщине неметаллического вкладыша  $\delta$ . Таким образом, коэффициент деформации  $C = \frac{A'B}{Eh_0}$ , для неметаллических подшипников скольжения

$$C = \frac{\delta B}{Eh_0}. \quad (162)$$

Напомним значение коэффициента  $C_1 = \frac{\psi r}{h_0} - 1$ . (55)

Все соответствующие расчеты выполнены совместно с Ю. И. Байбуродовым.

Безразмерная гидродинамическая грузоподъемность —  $P$  связана с размерной нагрузкой  $P_1$  кг формулой, легко получае-

мой из выражений (58) и (59)

$$P_1 = \frac{rB}{L} \sqrt{\frac{2}{C_1 + 1}} \cdot P. \quad (163)$$

С помощью рис. 40 можно производить поворочный расчет грузоподъемности неметаллических подшипников скольжения. При расчете задаются радиусом цапфы  $r$  м; длиной подшипника  $L$  м; толщиной неметаллического вкладыша  $\delta$  м; относительным зазором  $\psi$ ; скоростью скольжения  $U$  м/сек; модулем упругости неметаллического материала вкладыша  $E$  кг/м<sup>2</sup>; сортом смазки; средней температурой слоя смазки  $t_{cp}$ °С; минимальной толщиной смазочного слоя  $h_m$  м.

По кривой зависимости вязкости масла от температуры, зная  $t_{cp}$ , определяем вязкость  $\mu_0$  кгсек/м<sup>2</sup>. Далее найдем  $h_0 = (1,06 \div 1,14) h_m$ . Определим основные параметры  $B$  (57),  $C$  (162),  $C_1$  (55).

По рис. 40 и параметрам  $C$  и  $C_1$  находим  $P$  и по (163) определяем гидродинамическую грузоподъемность  $P_1$ .

Для непосредственного определения толщины смазочного слоя перестроим рис. 40, как это ранее было сделано с рис. 21 при его перестроении в номограмму рис. 25. При этом получим рис. 41.

В этом случае на оси абсцисс откладывается

$$I_1 = \frac{C}{(C_1 + 1)^2 \sqrt{C_1 + 1}} = \frac{6 \sqrt{2} \delta \mu_0 U}{E \psi^3 r^2}. \quad (164)$$

На оси ординат

$$I_3 = PC = \frac{P_1 \delta}{ELh_0 \sqrt{h_0}} \sqrt{\frac{\psi}{2r}}. \quad (165)$$

Параметром является

$$I_2 = P(C_1 + 1) = \frac{P_1 \psi^2}{12 \mu_0 UL}. \quad (166)$$

Порядок расчета толщины смазочного слоя следующий:

1. Задаемся радиусом вала  $r$  м; длиной подшипника  $L$  м; толщиной вкладыша  $\delta$  м; относительным зазором  $\psi$ ; скоростью движения  $U$  м/сек; модулем упругости неметаллического вкладыша; величиной нагрузки, действующей на подшипник  $P_1$  кг; сортом смазки и средней температурой  $t_{cp}$  °С.

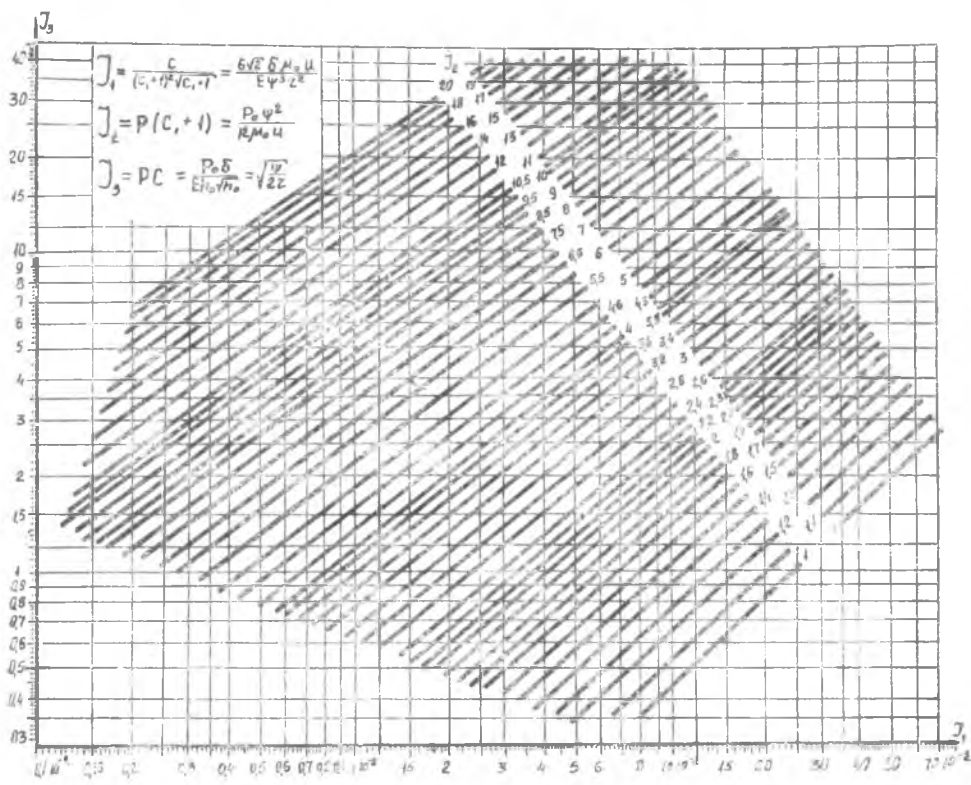


Рис. 41. Помограмма для определения  $h_0$ .

2. По кривой зависимости вязкости масла от температуры определяется  $\mu_0$  кгсек/м<sup>2</sup>.

3. Вычисляем  $I_1$ ,  $I_2$  и по рис. 41 по  $I_1$  и  $I_2$  находим  $I_3$ .

4. Вычисляем  $h_0$  по формуле

$$h_0 = \sqrt[3]{\frac{P_1 \psi}{E L I_3}} \cdot \frac{\psi}{2c} \quad (167)$$

Приведем пример расчета толщины смазочного слоя для подшипника  $d = 56$  мм;  $L = 32$  мм;  $\psi = 0,0033$ ;  $\delta = 2,6$  мм;  $E = 2 \cdot 10^8$  кг/м<sup>2</sup>, смазываемого маслом «турбинное Д» при  $t_{cp} = 46$  С —  $\mu_0 = 25,6 \times 10^{-4}$  кгсек/м<sup>2</sup>;  $P_1 = 2500$  кг;  $U = 4,7$  м/сек.

Определяем параметры:

$$I_1 = \frac{6 \sqrt{2} \delta \mu_0 U}{E \psi^3 r^2} = \frac{8,48 \cdot 2,6 \cdot 10^{-3} \cdot 25,6 \cdot 10^{-4} \cdot 4,7}{2 \cdot 10^8 (3,3 \cdot 10^{-3})^3 (28 \cdot 10^{-3})^2} = 4,78 \cdot 10^{-2};$$

$$I_2 = \frac{P_1 \psi^2}{12 \mu_0 UL} = \frac{2500 (3,3 \cdot 10^{-3})^2}{12 \cdot 25,6 \cdot 10^{-4} \cdot 4,7 \cdot 32 \cdot 10^{-3}} = 5,9.$$

По этим данным на номограмме (рис. 41) находим  $I_3 = 8,5$ .  
Далее определяем

$$h_0 = \sqrt[3]{\frac{P_1 \delta}{E L I_3} \frac{\psi}{2r}} = \sqrt[3]{\frac{2500 \cdot 2,6 \cdot 10^{-3}}{2 \cdot 10^8 \cdot 32 \cdot 10^{-3} \cdot 8,5} \frac{3,3 \cdot 10^{-3}}{56 \cdot 10^{-3}}} = 9,6 \cdot 10^{-6} \text{ м,}$$

$$h_0 = 9,6 \text{ мк.}$$

### § 28. РАСЧЕТ ТОЛЩИНЫ СМАЗОЧНОГО СЛОЯ В УПОРНЫХ ГРЕБНЯХ ЗУБЧАТЫХ ПЕРЕДАЧ

Косозубые передачи имеют ряд конструктивных и технологических преимуществ по сравнению с шевронными, но до сих пор предпочтение отдавалось шевронным, т. к. у них отсутствует неуравновешенное осевое усилие, нагружающее подшипники.

Вместе с тем имеется возможность использовать преимущества косозубых колес и избавиться от неуравновешенного осевого усилия с помощью упорных гребней (см. рис. 42).

Упорный гребень представляет собой диск, закрепленный на цапфе шестерни. В работе происходит перекачивание с проскальзыванием конической поверхности гребня по конусной поверхности упорного торца колеса. Углы конусности этих поверхностей равны и составляют от 30' до 2°. Осевое усилие, возникающее в шестерне, уравнивается на гребне, а в колесе — реакцией на упорном торце колеса. Таким образом, осевые усилия шестерни и колеса замыкаются на ободу и не передаются на подшипники.

Практика эксплуатации и соответствующие расчеты показали, что в процессе нормальной работы между трущимися поверхностями возникает сплошной смазочный слой, т. е. жидкостное трение. Вместе с тем контактные деформации поверхностей имеют тот же порядок, что и толщины смазочного слоя, а иногда и значительно больший. Поэтому расчет должен определяться контактной гидродинамикой. Высказывалось опасение, что изгибные деформации упорного гребня могут быть значительными и потребуются их учесть. Однако специально поставленные эксперименты и расчеты В. А. Садыкова показали, что их величины невелики и ими можно пренебречь. Все дальнейшие расчеты выполнены совместно с В. А. Садыковым.

Контактно-гидродинамический расчет упорных гребней имеет ряд особенностей. Рассмотрим их.

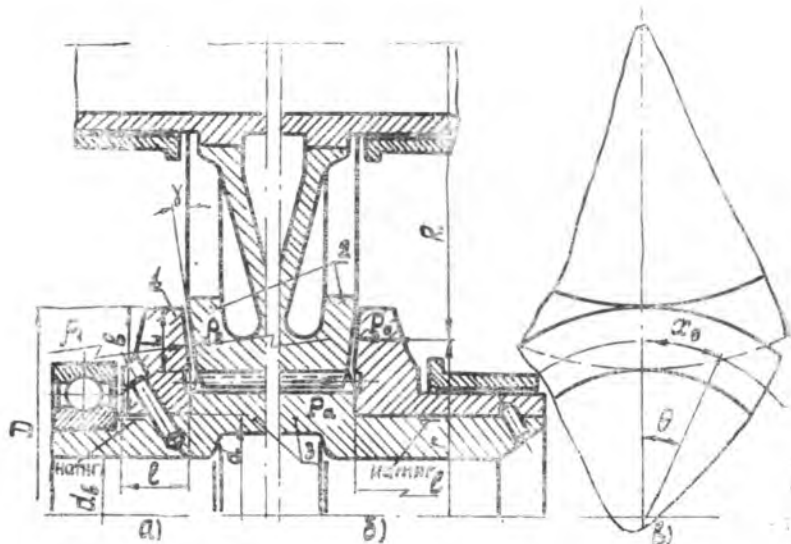


Рис. 42. Схема шестерни с упорными гребнями:  
 а — со штифтовым креплением; б — гребень — одно целое с цапфой подшипника;

1 — упорный гребень; 2 — рабочий торец зубчатого колеса; 3 — шестерня; 4 — штифт

### а. Определение коэффициента деформации

В связи со значительными радиусами кривизны и относительно небольшими погонными нагрузками контактные напряжения в упорных гребнях примерно в 10—20 раз меньше, чем в подшипниках качения и зубчатых передачах. Поэтому вязкость возрастает всего в несколько раз, а не в десятки и сотни раз, как в подшипниках качения. Толщина смазочного слоя при этом весьма велика (измеряется единицами и десятками  $\mu\text{к}$ ), в результате, как показали расчеты ряда упорных гребней, безразмерный параметр контактно-гидродинамической задачи  $Vn$  весьма мал и изменяется в небольших пределах.

При этом максимальное контактно-гидродинамическое давление существенно меньше герцевского. В связи с этим определять коэффициент деформации  $C$  по формуле (74) уже нельзя.

Пользуясь зависимостью между коэффициентами деформации приближенного и уточненного решения  $C$  и  $D$  (см. рис. 24) и малыми пределами изменения коэффициента  $Vn$ , можно получить приближенную элементарную зависимость между  $C$  и  $D$ , что дает возможность построить для упорных гребней график безразмерной грузоподъемности  $K$  в зависимости от  $D$  для различных  $Vn$  (см. рис. 43).

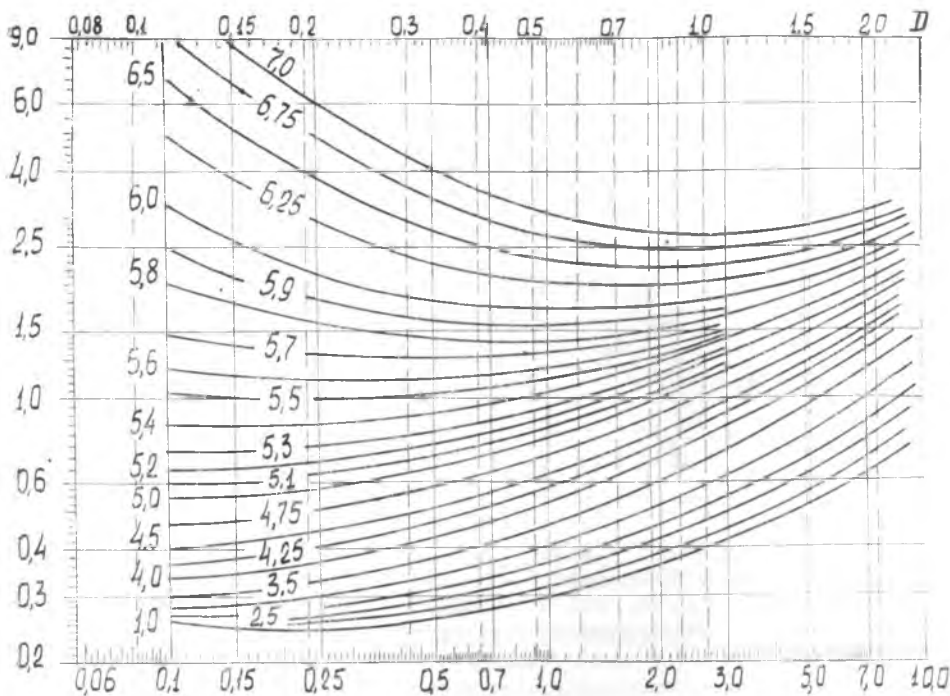


Рис. 43. Определение безразмерной погонной грузоподъемности для упорных гребней в зависимости от коэффициента деформации  $D$  и  $Bn$

### б. Учет конечности длины площадки контакта

Длина площадки контакта гребня в направлении, перпендикулярном к движению, превосходит ширину площадки контакта (в направлении движения) всего в 1,5—3 раза, а не в 7—10 раз, как в шарикоподшипниках. При этом торцевое истечение смазки уже существенно уменьшает гидродинамическую грузоподъемность упорных поверхностей.

В связи с этим, строго говоря, требуется получить решение пространственной контактно-гидродинамической задачи. Впредь же до его получения можно уменьшение грузоподъемности, вызванное «торцевой» утечкой, учесть поправочным коэффициентом, найденным при решении не контактно-гидродинамической, а гидродинамической задачи. Для этого воспользуемся результатами Шибеля [18], который показал, что при учете конечности длины площадки контакта грузоподъемность уменьшается, а коэффициент трения растёт:

$$K_0 = \frac{2}{3} \beta K_{\infty}; \quad f = \frac{3}{2\beta} f_{\infty}. \quad (168)$$

Здесь  $K_\infty$  и  $f_\infty$  — погонная грузоподъемность и коэффициент трения при отсутствии торцевых утечек (при плоской задаче);  $\frac{2}{3}\beta < 1$ .

Коэффициент  $\beta$  определяется Шибелем вариационным способом. Исходя из условия минимизации погрешности при определении всей эпюры давления, он получил

$$\beta = \frac{1}{\frac{4}{5} \frac{3\mu_0(L'_{a1} + L'_{b1})L^2}{x_1'} \frac{x_1''}{\int_0^{x_1'} p_0^2 h^3 dx} + \frac{1}{x_1'} \int_0^{x_1'} p_1 \frac{dh_0}{dx} dx} \quad (169)$$

В данном случае  $h$  определяется по (30),  $P_0$  — по (32).

Можно резко упростить решение, если для определения  $\beta$  принять, что область трения заканчивается в точке  $h_{\min}$ . При этом, как легко показать из анализа уравнения (32),  $1 - \frac{3}{4}H_0 = 0$ . Возникающая погрешность в определении  $\beta$  будет весьма невелика.

$$\beta = \frac{1}{\frac{4}{5} \frac{8h_m}{3L^2(\lambda_a \pm \lambda_b)} \frac{x_1'}{\int_0^{x_1'} \frac{x_1'^2}{1+x_1'^2} dx_1} + \frac{1}{x_1'} \int_0^{x_1'} \frac{x_1'^2}{(1+x_1'^2)^2} dx_1}$$

После интегрирования и подстановки пределов получим

$$\beta = \frac{1}{0,8 \frac{16h_m}{3L^2(\lambda_a \pm \lambda_b)} \frac{x_1' - \text{arctg } x_1'}{\text{arctg } x_1' - \frac{x_1'}{1+(x_1')^2}}}$$

Численные расчеты показали, что почти для всех упорных гребней с ошибкой менее 1,5%

$$\frac{x_1' - \text{arctg } x_1'}{\text{arctg } x_1' - \frac{x_1'}{1+(x_1')^2}} = 0,62 x_1'$$



Возвращаясь к размерной координате полуширины площадки контакта

$$x_0 = x_1 \sqrt{\frac{2h_m}{t_a \pm t_b}}$$

получаем

$$\beta = \frac{1}{0,8 + 2,4 \frac{x_0}{L^2} \sqrt{\frac{h_m}{\lambda_a \pm \lambda_b}}} \quad (170)$$

### в. Определение средней температуры смазочного слоя

В связи с тем, что в зоне контакта имеется качение со скольжением, принимаем, как и в случае зубчатых колес

$$t_m = t_r + \Delta t.$$

где  $t_m$  — средняя температура смазочного слоя;

$t_r$  — объемная температура упорного гребня.

Для зубчатых передач Блок [51] получил

$$\Delta t = \frac{0,185 \left| fK_0 (U_a - U_b) \right|^4 \sqrt{\lambda_a \pm \lambda_b}}{(\sqrt{U_a} + \sqrt{U_b})^4 K_0} \quad (171)$$

Из этого выражения после сокращений было получено (122). В выражении (171)  $fK_0(U_a - U_b) = 427F = \Delta N$  — удельная мощность источника тепла в зоне контакта.

Действительно, для зубчатых колес при наличии больших удельных давлений вязкость растет чрезмерно и поэтому основная часть тепловыделения определялась вторым членом в выражении (89). Практически первым членом можно было пренебречь. Отсюда и было найдено приведенное ранее выражение для удельной мощности источника тепла. Иное положение в упорных гребнях. Расчеты показывают, что второй член составляет 1—6% и лишь в крайних случаях 10—15% от общего тепловыделения. Поэтому для упорных гребней можно принять общее тепловыделение, равное первому члену, увеличенному на 10%,

$$\Delta N = 427F = 1,1T_{\text{кач}}(U_a + U_b) = 1,1 \frac{Bh_0}{2} F_1 (U_a + U_b).$$

Заменяя этим выражением соответствующую величину в (171), выражая  $B$  через общепринятые параметры, учитывая, что  $h_0 \approx \frac{h_m}{0,8}$  и принимая  $F_1 = 0,85$  (обычно  $F_1 = 0,75 \div 0,95$ ), получаем

$$\Delta t = \frac{0,657 (U_a + U_b)^2 \mu_0}{(\sqrt{U_a} + \sqrt{U_b})^4 \sqrt{h_m} K (\lambda_a \pm \lambda_b)} \quad (172)$$

С поправкой на конечность длины площадки контакта

$$\Delta t = \frac{0,657 (U_a + U_b)^2 \mu_0}{\frac{2}{3} \beta (\sqrt{U_a} + \sqrt{U_b}) \sqrt{h_m}^4 K_0 (\lambda_a \pm \lambda_b)} \quad (173)$$

Подставляя сюда значение  $\beta$  из (170), получим:

$$t_m = t_r + G \mu_0, \quad (174)$$

где

$$G = \frac{0,8 \left( \frac{1}{\sqrt{h_m}} + 3 \frac{x_0}{l^2 \sqrt{\lambda_a \pm \lambda_b}} \right) (U_a + U_b)^2}{(\sqrt{U_a} + \sqrt{U_b})^4 K_0 (\lambda_a \pm \lambda_b)} \quad (175)$$

С учетом торцевой утечки

$$K_0 = \frac{2}{3} \beta K_\infty = \frac{8\mu_0 (U_a + U_b) K}{h_m (\lambda_a \pm \lambda_b) \left[ 1 + 3 \frac{x_0}{l^2} \sqrt{\frac{h_m}{\lambda_a \pm \lambda_b}} \right]} \quad (176)$$

Переходя в выражениях  $D$  и  $B_n$  от  $h_0$  к  $h_m$  и учитывая что  $m=0,3$  и  $E = 2,12 \cdot 10^{10}$  кг/м<sup>2</sup>, получим:

$$D = \frac{4,15 \cdot 10^{-10} \mu_0 (U_a + U_b)}{h_m^2 (\lambda_a \pm \lambda_b)}; \quad (177)$$

$$B_n = \frac{6,07 \cdot \mu_0 (U_a + U_b) n}{h_m \sqrt{h_m} (\lambda_a \pm \lambda_b)} \quad (178)$$

### Пример расчета упорного гребня

**Задано.** Погонная нагрузка  $K_0 = 115 \cdot 10^3$  кг/м; окружная скорость гребня  $U_a = 23,7$  м/сек; упорного торца колеса  $U_b = 15,3$  м/сек;  $U_a + U_b = 39$  м/сек; объемная температура гребня  $t_r = 90^\circ\text{C}$ ; приведенная кривизна поверхностей  $\lambda_a + \lambda_b = 0,0908 \frac{1}{\text{м}}$ ; рабочая высота упорной поверхности  $l = 48,5 \cdot 10^{-3}$  м; полуширина площадки контакта  $x_0 = 68 \cdot 10^{-3}$  м. Поверхности смазываются маслом МС-20. Принимаем минимальную толщину смазочного слоя  $h_m = 15,5 \cdot 10^{-5}$  м.

Из (175)

$$G = \frac{0,8 \left[ \frac{1}{\sqrt{15,5 \cdot 10^{-6}}} + \frac{3 \cdot 68 \cdot 10^{-3}}{48,5^2 \cdot 10^{-6} \sqrt{0,0908}} \right] 39^2}{(\sqrt{23,7} + \sqrt{15,3})^4 / 115 \cdot 10^3 \cdot 0,0908} = 7260.$$

Находим по (174) фиктивную температуру, задавшись вязкостью  $\mu_0 = 0,001$  кгсек/м<sup>2</sup>,

$$t_{cp} = t_r + G \cdot \mu_0 = 90 + 7260 \cdot 0,001 = 97,3 \text{ C}.$$

На вязкостно-температурном графике (рис. 15) проводим прямую через две точки —  $t_r = 90$  C;  $\mu_0 = 0$  и через  $t_{cp} = 97,3^\circ\text{C}$  и  $\mu_0 = 0,001$  кгсек/м<sup>2</sup> до пересечения с кривой для масла МС-20. Отсюда снимаем  $\mu_0 = 16,8 \cdot 10^{-4}$  кгсек/м<sup>2</sup> и  $t_m = 101,6$  C. По рис. 44 находим величину пьезокоэффициента  $n = 0,142 \cdot 10^{-6}$  м<sup>2</sup>/кг.

Вычислим по (177) и (178)  $D$  и  $B_n$ :

$$D = \frac{4,15 \cdot 10^{-10} \cdot 16,8 \cdot 10^{-4} \cdot 39}{15,5^2 \cdot 0,0908} = 1,25;$$

$$B_n = \frac{6,07 \cdot 16,8 \cdot 10^{-4} \cdot 39 \cdot 0,142 \cdot 10^{-6}}{15,5 \cdot 10^{-6} \sqrt{15,5 \cdot 10^{-6} \cdot 0,0908}} = 3,08.$$

По рис. 43 по  $D$  и  $B_n$  определяем  $K = 0,64$ . По формуле (176) находим  $K_0$ :

$$K_0 = \frac{8 \cdot 16,8 \cdot 10^{-4} \cdot 39 \cdot 0,64}{15,5 \cdot 10^{-6} \cdot 0,0908 \left[ 1 + 3 \frac{68 \cdot 10^{-3}}{48,5^2 \cdot 10^{-6}} \sqrt{\frac{15,5 \cdot 10^{-6}}{0,0908}} \right]} = 113 \cdot 10^3 \text{ кг/м.}$$

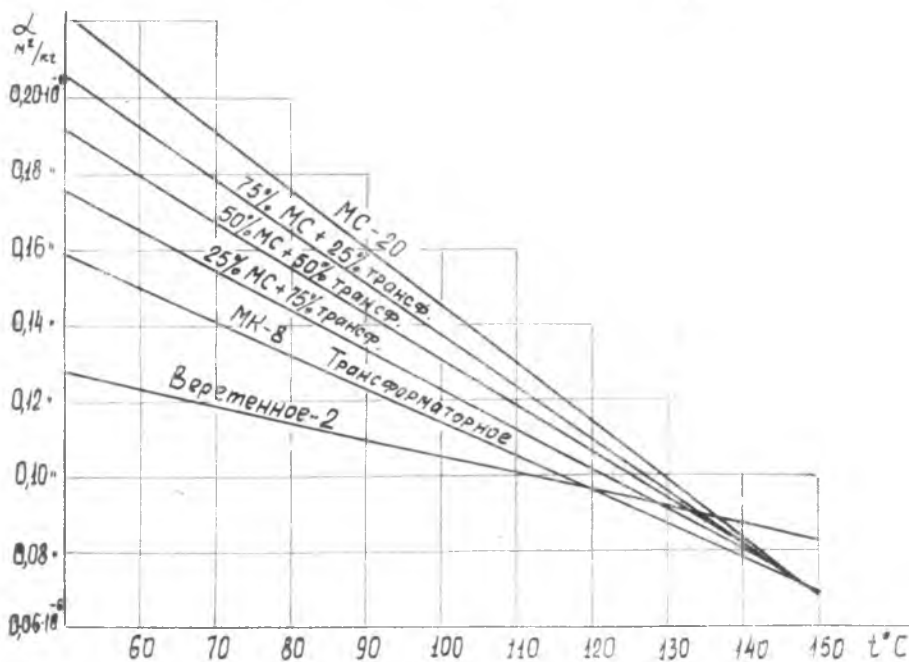


Рис. 44. Зависимость пьезокоэффициента вязкости от температуры для нефтяных масел

Получено  $K_0$ , близкое к заданному, следовательно,  $h_m = 15,5 \cdot 10^{-6}$  м.

В противном случае нужно задаваться новым значением  $h_m$  и повторять расчет до сходимости заданной и полученной величины.

## § 29. КОНТАКТНО-ГИДРОДИНАМИЧЕСКИЙ РАСЧЕТ ДОЛГОВЕЧНОСТИ ВЫСОКОСКОРОСТНЫХ РОЛИКОПОДШИПНИКОВ

Принятый в нашей стране метод расчета подшипников качения основывается на экспериментально найденных значениях долговеч-

ности подшипников, испытанных заводом-изготовителем при определенном режиме работы, на величинах максимальных нормальных напряжений, вычисленных по Герцу, и на полученной при испытаниях в некоторых частных условиях связи между этими напряжениями и долговечностью.

Однако такое прогнозирование долговечности высокоскоростных подшипников для их эксплуатации в условиях, отличающихся от принятых при проведении стендовых испытаний, не всегда обосновано, поскольку существующий метод расчета не отражает влияния многих физических процессов, происходящих в подшипнике, и, прежде всего, процессов трения и смазки. Например, известно, что изменение сорта масла может в несколько раз изменить долговечность подшипника, но до сих пор этот факт не учитывается при расчете подшипника. Единственное исключение — работа [56], которой пользоваться крайне затруднительно, т. к. она относится к маслам и подшипниковым материалам, не применяемым в нашей стране, и кроме того в ней имеются некоторые существенные недостатки.

Имеющиеся данные о влиянии смазки на усталостную долговечность контактирующих деталей [22] показывают, что долговечность их возрастает с увеличением вязкости, а следовательно, и толщины смазочного слоя.

Усталостное разрушение элементов подшипника в большинстве случаев начинается с поверхности [57], где в результате отдельных касаний вершин неровностей трущихся поверхностей возникают значительные касательные напряжения. Сопротивление усталости поверхностного слоя зависит от приведенных напряжений, являющихся функцией как нормальных, так и касательных напряжений. Отсюда следует, что с уменьшением толщины слоя смазки увеличивается количество касаний вершин неровностей и продолжительность их контактирования, возрастают силы трения, приведенные напряжения и снижается долговечность подшипника.

Однако и в условиях чисто жидкостного трения толщина смазочного слоя также существенно влияет на коэффициент трения, а следовательно и на долговечность. В подшипнике качения всегда имеется некоторое проскальзывание тел качения относительно беговых дорожек, и в связи с наличием зависимости вязкости масла от давления резкий рост вязкости масла при соответствующем скольжении поверхностей приводит к такому росту касательных напряжений, что они в отдельных контактных точках часто достигают величин 0,1 и даже 0,2, как это показано в § 20. При этом средний коэффициент трения менее 0,115.

Для грубой оценки влияния на долговечность касательных напряжений, связанных с силами трения на поверхности, обратим внимание, что М. М. Саверин [58] получил

$$\frac{\sigma_{\text{прив. пов}}}{\kappa_0 \text{ макс}} = 0,2 + 2,28f - 1,5f^2, \quad (179)$$

При изменении коэффициента трения  $f$  с 0,05 до 0,1 и с 0,05 до 0,2 при тех же  $k_{0 \text{ макс}}$ ,  $\sigma_{\text{прив. пов}}$  увеличивается соответственно в 1,25 и 1,92 раза.

Предполагая, что долговечность обратно пропорциональна  $[\sigma_{\text{прив. пов.}}]^{6,67}$ , получим соответствующее уменьшение долговечности в 4,5 и даже 77 раз.

Такой анализ может быть лишь оценочным, т. к. М. М. Саверин исходил из правила Лоренца о пропорциональной связи касательных и нормальных нагрузок, что несправедливо. Кроме того, здесь не учитывается разная чувствительность материала к растягивающим и сжимающим напряжениям, что по предложению И. В. Кудрявцева уже нашло свое отражение в работе И. И. Дымшица, где влияние  $f$  еще большее. Наконец, при расчете долговечности следует также учесть уровень остаточных напряжений в поверхностном слое, являющихся результатом технологии изготовления. Уже такая грубая оценка говорит о значительном влиянии контактно-гидродинамических параметров на долговечность деталей машин.

Для проверки этого влияния была экспериментально определена долговечность роликоподшипников В32212Д2Т ( $d=60$ ;  $D=110$ ;  $v=22$ ), изготовленных из стали одной плавки в виде трех партий по 20 подшипников в каждой, работающих на одном и том же режиме, но при различной толщине смазочного слоя [45]. Последнее было обеспечено применением трех различных смазочных материалов: масла индустриального 12, смеси масел МС-20 (25%) и трансформаторного (75%) смеси масел МС-20 (50%) и трансформаторного (50%).

Подшипники испытывались под радиальной нагрузкой  $Q=1923$  кг при вращении внутреннего кольца со скоростью  $n_1=5000$  об/мин. Вычисленная в этих условиях общепринятым методом расчетная долговечность составляла  $N_p=50$  ч. Во время испытаний фиксировали температуры наружного кольца подшипника и масла на входе в подшипник, а также температуру окружающего воздуха, контролировали стабильность нагрузки и число оборотов вала.

Для каждой партии подшипников определяли величину  $N_{90}$  действительной долговечности при 90% надежности по Вейбуллу [59] и толщину смазочного слоя по рис. 25 или формуле (81). В результате обработки экспериментальных данных обнаружено, что небольшое изменение содержания компонентов в смеси масел, влияющее на ее вязкость и толщину смазочного слоя, существенно изменяет долговечность подшипника.

Работы, описанные в данном разделе, выполнены совместно с Б. А. Куликовым и А. М. Пиковским.

Для получения количественной связи между толщиной смазочного слоя и долговечностью подшипника были обработаны результаты стендовых испытаний на долговечность еще 25 партий роликоподшипников различных типоразмеров по 20 шт в каждой партии при различных нагрузках и скоростях вращения, соответствующих

№ партии	Смазка подшипника	Средняя темп. °С наружн. кольца	Отношение $\frac{H_{90}}{H_p}$	$h_0$ , мк
1	Смесь масел МС-20 (25%) и трансформаторного (75%)	75	5	0,198
2	Масло индустриальное 12	70	6	0,210
3	Смесь масел МС-20 (50%) и трансформаторного (50%)	80	9,35	0,338

расчетным долговечностям от 25 до 200 ч. и смазке всех этих подшипников маслом «индустриальное 12». Для каждой партии была построена диаграмма Вейбулла и определены отношения  $\frac{H_{90}}{H_p}$ , толщина смазочного слоя  $h_0$  и ее отношение к полусумме средних арифметических отклонений профиля высот неровностей трущихся поверхностей  $\frac{h_0}{\frac{1}{2}\Sigma R_a}$ .

После обработки результатов испытаний всех партий подшипников оказалось, что распределение температур подшипников в партии достаточно хорошо подчиняется нормальному закону, поэтому для расчета толщины смазочного слоя была взята средняя арифметическая температура подшипников в партии.

Вместе с тем было установлено, что измерение температур подшипников при стендовых испытаниях сопровождалось некоторыми погрешностями, для уменьшения искажающего влияния которых был построен график температур подшипника в зависимости от произведения  $QN_{ук}$ , характеризующего мощность тепловыделения.

В этом произведении  $N_{ук} = 30z \left[ \frac{D_0 + d_p}{2D_0} \right] n_1$ , где  $N_{ук}$  — число циклов нагружения внутреннего кольца за 1 час;  $z$  — количество роликов в подшипнике;  $d_p$  и  $D_0$  — диаметры ролика и окружности сепаратора, проходящей через центры роликов.

Согласно графику, температура наружного кольца подшипника  $t = 51 + 0,53 \cdot 10^{-8} QN_{ук}$ , °С. Так как при стендовых испытаниях перепад температур между нагруженной и ненагруженной зонами наружного кольца, как установлено экспериментами, не превышает 1°С, то расчетная температура смазочного слоя

$$t_k = 52 + 0,53 \cdot 10^{-8} QN_{ук}. \quad (180)$$

Полученная в результате всех расчетов связь между  $\frac{h_0}{\frac{1}{2}\Sigma R_a}$  и

$\frac{H_{90}}{H_p}$  показана на рис. 45. Как видим, почти все экспериментальные

точки находятся внутри поля разброса, ограниченного пунктирными линиями. Таким образом, если судить по средней линии, изменение толщины смазочного слоя, зависящей от условий эксплуатации, может более, чем в 9 раз, изменить долговечность подшипника. Средняя линия дает зависимость

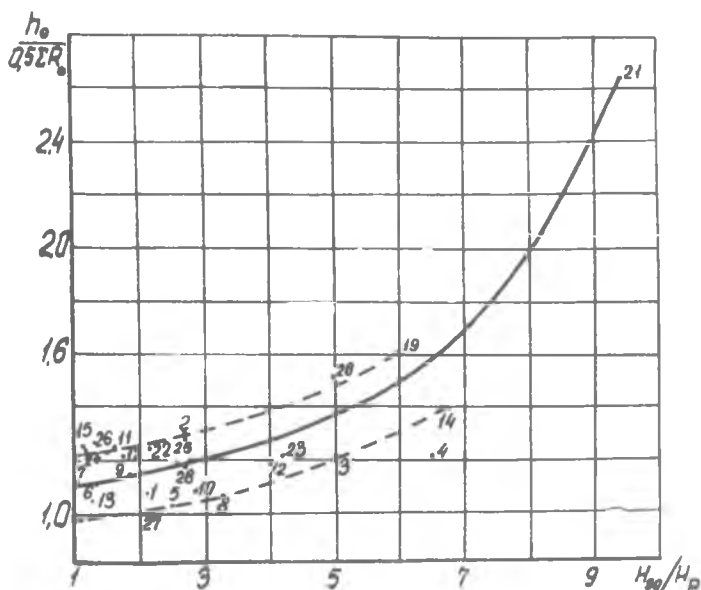


Рис. 45. Долговечность 28 партий роликоподшипников в зависимости от толщины смазочного слоя

$$H_{90} = H_p \cdot 12 \frac{\frac{h_0}{\frac{1}{2} \sum R_a} - 1,06}{\frac{h_0}{\frac{1}{2} \sum R_a} - 0,62} \quad \text{при} \quad \frac{h_0}{\frac{1}{2} \sum R_a} \geq 1,1. \quad (181)$$

Заметим, что отношение действительной долговечности к общепринятой расчетной может быть не только в пределах от 1 до 9, но в некоторых случаях становится меньше 1, например, при переходе к иному коэффициенту надежности (95%, 98%, 100%), а также при учете явлений проскальзывания между роликами и беговыми дорожками. Эти случаи требуют специального рассмотрения.

На основании изложенного рекомендуется следующий контактно-гидродинамический (т. е. с учетом влияния смазки) расчет долговечности высокоскоростных подшипников с короткими цилиндрическими роликами. Предполагается, что задаются все геометрические размеры подшипника, количество тел качения, нагрузка и

число оборотов подшипника, определяемый по каталогу коэффициент долговечности рассчитываемого подшипника  $C$ , классы чистоты поверхностей беговых дорожек и роликов, применяемая смазка.

Сначала определяется расчетная долговечность подшипника по общепринятой формуле  $H_p = \frac{1}{n_1} \left( \frac{C}{Q} \right)^{3,33}$ . Затем для определения толщины смазочного слоя находят приведенную кривизну при контакте ролика с беговой дорожкой внутреннего кольца  $\lambda_a + \lambda_b = \frac{2}{D_0 - d_p} + \frac{2}{d_p}$  или с беговой дорожкой наружного кольца  $\lambda_a - \lambda_b = \frac{2}{d_p} - \frac{2}{D_0 + d_p}$  (индексы  $a$  и  $b$  определяют поверхности ролика и беговой дорожки), сумму скоростей  $[U_a + U_b = \frac{\pi D_0 n_1}{60} \left[ 1 - \left( \frac{d_p}{D_0} \right)^2 \right]$ , погонную нагрузку  $K_0 = \frac{4,6Q}{z l_p}$  ( $l_p$  — рабочая длина ролика).

Температуру смазочного слоя определяют путем пробного кратковременного прокручивания подшипника в рабочих условиях с измерением температуры наружного кольца. Если получить действительные рабочие температуры нельзя, то следует задаваться ими по имеющемуся аналогичному опыту, при этом снижается точность полученных результатов. Когда условия эксплуатации подшипников близки к условиям стендовых испытаний, температуру можно рассчитать по формуле (180). Далее определяют  $\mu_0$  и  $n$  по табл. № 5 и 6 и температуре. Потом находят  $\lambda_a + \lambda_b$  (или  $\lambda_a - \lambda_b$ );  $U_a + U_b$ ;  $K_0$  и безразмерные параметры:

$$\text{Абс} = \frac{\mu_0 (U_a + U_b) n}{K_0 \sqrt{K_0 (\lambda_a \mp \lambda_b)}}; \quad \Pi = \frac{K^2 (\lambda_a \pm \lambda_b)}{\mu_0 (U_a + U_b)};$$

$$F = n \sqrt{\frac{\lambda_a \pm \lambda_b}{K_0}}.$$

Затем, пользуясь номограммой (рис. 25) или формулой (81), находим  $h_0$ .

Для заданного класса чистоты поверхностей трения находят в соответствии с ГОСТом 2789—59 величину  $\frac{1}{2} \sum R_a$  и вычисляют отношение  $\frac{h_0}{\frac{1}{2} \sum R_a}$ . По формуле (181) и по  $H_p$  находят  $H_{90}$  — исковую долговечность при 90% надежности.

В табл. 10 приведено пять примеров расчетов роликоподшипников при вращении внутреннего кольца и 10 классе чистоты трущихся поверхностей принято 10а и 10в по ГОСТу 2789-59, что  $\frac{1}{2} \sum R_a = 0,13$  мк). Эти примеры показывают, что величина  $H_{90}$  может совпадать с  $H_p$  или превышать ее более чем в 9 раз (пример 2),



Примеры расчета подшипников

№ примера	1	2	3	4	5
№ подшипника	42211К	32212Л	32212Л	32622	32622
$d_p \cdot 10^3 \text{ м}$	11	12	12	32	32
$l_p \cdot 10^3 \text{ м}$	11	12	12	52	52
$D_0 \cdot 10^3 \text{ м}$	77,5	85,5	85,5	175	175
$z$	17	18	18	14	14
$Q \text{ кг}$	900	1300	1500	16000	16000
$n_1 \text{ об./мин}$	3000	5000	3200	1600	1600
Сорт смазочно- го масла	Маслосм. 25% МС-20+ 75% трансф.	Маслосм. 75% МС-20+ 25% трансф.	Маслосм. 25% МС-20+ 75% трансф.	Маслосм. 25% МС-20+ 75% трансф.	Индустри- альн. 12
Рабочая темп. слоя $t^\circ\text{C}$	65	100	85	85	80
$\mu_0 \text{ кгсек./м}^2$	0,00092	0,00108	0,000525	0,000525	0,000476
$n \text{ м}^2/\text{кг}$	$0,16 \cdot 10^{-6}$	$0,137 \cdot 10^{-6}$	$0,138 \cdot 10^{-6}$	$0,138 \cdot 10^{-6}$	$0,1139 \cdot 10^{-6}$
Коэффициент работоспособн. $C$	70000	84000	84000	730000	730000
$H_p = \frac{1}{n} \left( \frac{C}{Q} \right)^{3,33}$ /час	665	212	207	207	207
$\lambda_a + \lambda_b \frac{1}{\text{м}}$	212	193,0	193,0	76,5	76,5

№ примера	1	2	3	4	5
$\frac{U_a + U_b}{\pi D_c n_1} = \frac{1}{60} \times \left[ 1 - \left( \frac{d_p}{D_0} \right)^2 \right]$ м/сек	11,92	21,95	14,05	14,17	14,17
$K_0 = \frac{4,6Q \kappa \Gamma}{z l_p \mu}$	22136	27690	31950	101100	101100
$\text{Абс} = \frac{\mu_0 (U_a + U_b) n}{K_0 \sqrt{K_0 (\lambda_a + \lambda_b)}}$	$3,665 \cdot 10^{-17}$	$5,065 \cdot 10^{-17}$	$1,282 \cdot 10^{-17}$	$0,363 \cdot 10^{-17}$	$0,273 \cdot 10^{-17}$
$\Pi = \frac{K_0^2 (\lambda_a + \lambda_b)}{\mu_0 (U_a + U_b)}$	$9,47 \cdot 10^{12}$	$6,27 \cdot 10^{12}$	$26,9 \cdot 10^{12}$	$105 \cdot 10^{12}$	$115,7 \cdot 10^{12}$
$\text{коэф.} = n \sqrt{\frac{\lambda_a + \lambda_b}{K_0}}$	$15,65 \cdot 10^{-9}$	$11,46 \cdot 10^{-9}$	$10,75 \cdot 10^{-9}$	$3,795 \cdot 10^{-9}$	$3,06 \cdot 10^{-9}$
Орд по графику рис. 25	$3,44 \cdot 10^{-15}$	$4,12 \cdot 10^{-15}$	$1,54 \cdot 10^{-15}$	$0,69 \cdot 10^{-15}$	$0,48 \cdot 10^{-15}$
$h_0 = \frac{\text{Орд}}{\text{коэф}} \cdot \mu$	$0,22 \cdot 10^{-6}$	$0,36 \cdot 10^{-6}$	$0,143 \cdot 10^{-6}$	$0,182 \cdot 10^{-6}$	$0,157 \cdot 10^{-6}$
$h_0 / \frac{1}{2} \sum R_a$	1,692	2,765	1,10	1,399	1,207
$H_{90} / H_p$	7,08	9,58	1,0	5,22	3,0
$H_{90} \text{ час}$	4710	2030	207	1080	621

для одного и того же подшипника при небольшом изменении рабочих параметров, но различной смазке.

Вместе с тем при одной и той же смазке различных подшипников, у которых  $H_p$  равны, полученная расчетом  $H_{90}$  может различаться более, чем в 5 раз (примеры 3 и 4). Данное обстоятельство является следствием влияния геометрии подшипника на толщину смазочного слоя, что общепринятым методом расчета не учитывается.

## УСЛОВНЫЕ ОБОЗНАЧЕНИЯ

### 1) Основные параметры контактной гидродинамики

а) Размерные:

$$B = \frac{6\mu_0 (U_a + U_b)}{h_0^2} \sqrt{\frac{2h_0}{\lambda_a \pm \lambda_b}}; \quad B = \frac{6\mu_0 U r}{h_0^2} \sqrt{\frac{2h_0}{\psi r}}$$

$$B_1 = \sqrt{\frac{2h_0}{\lambda_a \pm \lambda_b}}; \quad B_1 = r \sqrt{\frac{2h_0}{\psi r}}$$

б) Безразмерные:

$$C = \frac{A'B}{Eh_0};$$

$$C = \frac{32,7\mu_0 (U_a + U_b) \sqrt{K_0}}{h_0^2 E \sqrt{h_0 E} (\lambda_a \pm \lambda_b)}; \quad C = \frac{6\mu_0 U r \delta}{E h_0^3} \sqrt{\frac{2h_0}{\psi r}}$$

$$C = \frac{32 \sqrt{2} \pi \mu_0 (U_a + U_b) \mu_1 \nu_1^3}{3 \sqrt[3]{3} h_0^2 \sqrt{h_0} E \sqrt{\lambda_a \pm \lambda_b}} \sqrt[3]{\frac{P_0}{E (\lambda_a \pm \lambda_b)}}; \quad C = \frac{\psi r}{h_0} - 1;$$

$$D = \frac{48\mu_0 (U_a + U_b) (1 - m^2)}{\pi E h_0^2 (\lambda_a \pm \lambda_b)};$$

$$Bn = \frac{6\mu_0 (U_a + U_b) n}{h_0^2} \sqrt{\frac{2h_0}{\lambda_a \pm \lambda_b}}; \quad Bn = \frac{6\mu_0 U r n}{h_0^2} \sqrt{\frac{2h_0}{\psi r}}$$

### 2. Размерные параметры

$k_0$  — гидродинамическое давление в данной точке смазочного слоя при учете зависимости вязкости масла от давления;  
средняя удельная нагрузка на проекцию подшипника скольжения

$$k_0 = \frac{P_1}{LD};$$

$p_0$  — гидродинамическое давление в данной точке без учета зависимости вязкости от давления;

$t$  — температура в данной точке;

$t_s$  — температура на поверхности трения;

$t_0$  — основной шаг в зубчатой передаче;

$\mu$  — вязкость масла при давлении  $k_0$  и температуре  $t$ ;

$\mu_0$  — вязкость масла при атмосферном давлении;

$n$  — пьезокоэффициент вязкости масла;

$K_0$  — гидродинамическая грузоподъемность единицы длины цилиндра при учете зависимости вязкости масла от давления;

$P_0$  — гидродинамическая грузоподъемность единицы длины цилиндра без учета зависимости вязкости масла от давления; нагрузка, действующая на наиболее нагруженный шарик подшипника качения;

$P_1$  — величина нагрузки, действующей на подшипник;

$h$  — толщина смазочного слоя в данной точке;

$h_0$  — толщина смазочного слоя в месте экстремума давления;

$h_{m1}$  — наименьшая толщина смазочного слоя;

$h_{m1}$  — наименьшая толщина смазочного слоя до деформации;

$x$  — размерная координата в направлении, обратном движению трущихся поверхностей (по касательной к окружности цилиндров);

- $y$  — размерная координата в направлении оси цилиндрических поверхностей трения;  
 $z$  — размерная координата, перпендикулярная к трущимся поверхностям (см. также основные безразмерные величины);  
 $e$  — размерная координата, отмеряемая до точки приложения усилия;  
 $\alpha, \beta$  — размерные координаты конца и начала области трения;  
 $\alpha$  — угол в радианах. Отсчитывается от линии центров цапфы и вкладыша подшипника скольжения в сторону, обратную вращению;  
 $\beta$  — угол контакта в шарикоподшипнике;  
 $\alpha_2, \alpha_1$  — угол в радианах, соответствующий концу и началу области трения;  
 $\gamma$  — угол в радианах между двумя радиусами-векторами, проведенными из центра цапфы и центра вкладыша на одну точку поверхности вкладыша;  $\gamma$  — удельный вес масла;  
 $\varphi$  — угол между линией центров и направлением действия нагрузки в подшипнике скольжения;  
 $U_a, U_b$  — линейные скорости движения поверхностей трения вдоль оси  $x$ , относительно неподвижной точки контакта;  
 $U$  — окружная скорость цапфы;  
 $r, R$  — радиус цапфы и вкладыша до деформации;  
 $d, D$  — диаметры цапфы и вкладыша;  
 $R_a, R_b$  — радиусы кривизны трущихся поверхностей до деформации;  
 $\lambda_a, \lambda_b$  — кривизны поверхностей в точке контакта до деформации;  
 $R_{пр}$  — приведенный радиус кривизны трущихся поверхностей;

$$R_{пр} = \frac{1}{\frac{1}{R_a} \pm \frac{1}{R_b}};$$

$\psi$  — относительный зазор;

$$\psi = \frac{R_b \pm R_a}{R_b}; \quad \psi = \frac{D - d}{d};$$

- $\delta$  — толщина неметаллического вкладыша подшипника скольжения;  
 $l$  — длина подшипника скольжения;  
 $E$  — модуль Юнга I рода;  
 $u$  — скорость элемента масла в направлении оси  $x$ ;  
 $v$  — скорость элемента масла в направлении оси  $y$ ;  
 $w$  — скорость элемента масла в направлении оси  $z$ ;  
 $V$  — скорость сближения трущихся поверхностей, измеряемая по нормали к поверхности;  
 $\rho$  — плотность масла в данной точке;  
 $t_1$  — время;  
 $\lambda$  — коэффициент теплопроводности жидкости;  
 $A$  — межцентровое расстояние в зубчатых передачах;  
 $c_1$  — удельная весовая теплоемкость масла;  
 $c_v$  — теплоемкость при постоянном объеме;  
 $A^1$  — коэффициент пропорциональности между прогибом поверхности и отношением гидродинамического давления к модулю упругости;  
 $A_1$  — термический эквивалент работы;  
 $\tau$  — касательное напряжение в смазочном слое;  
 $\tau(0)$  и  $\tau(h)$  — касательные напряжения, действующие на трущиеся поверхности;  
 $e$  — величина абсолютного эксцентриситета цапфы во вкладыше;  
 $Q$  — расход смазки в оба торца из области трения подшипника;  
 $T$  — сила трения, действующая на поверхность;  
 $m$  — модуль в зубчатой передаче;  $m$  — коэффициент Пуассона;  
 $v_1$  — величина прогиба трущейся поверхности;  
 $n_1$  — число оборотов вала;

### 3) Безразмерные параметры

- $k$  — безразмерное давление в данной точке с учетом зависимости вязкости от давления,  $k = \frac{k_0}{B}$ ;
- $k_{\max}$  — максимальное безразмерное давление с учетом зависимости вязкости от давления;
- $p$  — безразмерное давление в данной точке без учета зависимости вязкости от давления,  $p = \frac{p_0}{B}$ ;
- $p_{\max}$  — максимальное безразмерное давление без учета зависимости вязкости от давления;
- $K$  — безразмерная погонная грузоподъемность при учете зависимости вязкости масла от давления,  $K = \frac{K_0}{B \cdot B_1}$ ;
- $P$  — безразмерная погонная грузоподъемность без учета зависимости вязкости от давления,  $P = \frac{P_0}{B \cdot B_1}$ ;
- $H$  — безразмерная толщина смазочного слоя в данной точке,  $H = \frac{h}{h_0}$ ;
- $H_m$  — безразмерная минимальная толщина смазочного слоя,  $H_m = \frac{h_m}{h_0}$ ;
- $z$  — безразмерная координата в направлении, обратном движению,  $z = \frac{x}{B_1}$ ;
- $a, b$  — безразмерные координаты конца и начала области трения;
- $f$  — коэффициент трения;
- $\varkappa$  — относительный эксцентриситет в подшипнике скольжения,  $\varkappa = \frac{e}{R-r}$ ;

### ЛИТЕРАТУРА

1. О. И. Богданов и С. К. Дьяченко. Расчет опор скольжения. Техника, Киев, 1966.
2. А. С. Ахматов. Молекулярная физика граничного трения. Машгиз, 1963.
3. Справочник машиностроителя, т. III, Машгиз, 1951.
4. Р. Фейман, Р. Лейтон, М. Сэндс. Феймановские лекции по физике. Мир, 1966.
5. И. В. Крагельский. Трение и износ. Машгиз, 1968.
6. Ф. П. Боуден и Д. Тейбор. Трение и смазка твердых тел. Машиностроение, 1968.
7. Н. П. Петров. Трение в машинах и влияние на него смазывающей жидкости. Гидродинамическая теория смазки. Изд-во АН СССР, 1948.
8. О. Рейнольдс. Гидродинамическая теория смазки и ее применение к опытам Тауэра. Сб. «Гидродинамическая теория смазки», ГТТИ, 1934.
9. А. Зоммерфельд. К гидродинамической теории смазки. Сб. «Гидродинамическая теория смазки», ГТТИ, 1934.
10. L. Gumbel, E. Everling. Reibung und Schmierung im Maschinenbau, Berlin, 1925.
11. И. Е. Жуковский, С. А. Чаплыгин. О трении смазочного слоя между шипом и подшипником, т. IV, ГТТИ, 1937.
12. Н. И. Мерцалов. Гидродинамическая теория смазки. Техническая энциклопедия, т. 24, 1934, стр. 819—856.
13. М. И. Яновский. Конструирование и расчет на прочность деталей паровых турбин. АН СССР, 1947, стр. 377—457.

14. С. Н. Куцаев, Гидродинамическая теория смазки с введением уточненных пограничных условий для смазки. Дизелестроение, 1936, № 8—9.
15. Д. С. Коднир, Расчет грузоподъемности тяжело нагруженных подшипников скольжения. Расчет коэффициента трения тяжело нагруженных подшипников скольжения. Труды II Всесоюзной конференции по трению и износу в машинах; т. III, стр. 43—62, 63—77. Академиздат, 1949.
16. Д. С. Коднир, Л. В. Абанов, И. Я. Альшиц, Я. Г. Бердичевский, М. Г. Умнягин, М. И. Устюжанинов, Подшипники жидкостного трения прокатных станов. Машгиз, 1955.
17. С. Н. Куцаев, Определение толщины масляного слоя в подшипнике ограниченной длины при знакопеременной нагрузке. Труды ЦИАМа, Оборонгиз, 1943.
18. Шибель, Скользящие опоры. ОНТИ, 1936.
19. Д. С. Коднир, Расчет грузоподъемности подшипников скольжения. Труды ЦНИИТМАШ, кн. 13, Машгиз, 1948.
20. М. В. Коровчинский, Прикладная теория подшипников жидкостного трения. Машгиз, 1954.
21. Д. С. Коднир, Расчет смазки подшипников скольжения и сепараторов подшипников качения. Сб. «Повышение качества и применение смазочных материалов». Гостоптехиздат, стр. 169—193, 1957.
22. Г. К. Трубин, Контактная усталость материалов для зубчатых колес. Машгиз, 1962.
23. А. М. Эртель, Гидродинамический расчет смазки контакта кривых поверхностей (зубчатые зацепления, подшипники качения, особо тяжело нагруженные подшипники скольжения и т. д.), ЦНИИТМАШ, стр. 1—61, 1945.
24. А. Н. Грубин, Основы гидродинамической теории смазки тяжело нагруженных криволинейных поверхностей. ЦНИИТМАШ, кн. 30, стр. 126—184. Машгиз, 1949.
25. А. И. Петрусевич, Качество поверхности и прочность материалов при контактных напряжениях. Академиздат, стр. 4—33, 1946.
26. А. И. Петрусевич, Контактные напряжения, деформации, контактно-гидродинамическая теория смазки. Докторская диссертация. ИМАШ, 1950.
27. А. И. Петрусевич, Основные выводы из контактно-гидродинамической теории смазки. Известия АН СССР, ОТН, № 2, стр. 209—223, 1951.
28. А. И. Петрусевич, Роль гидродинамической масляной пленки в стойкости и долговечности поверхностей контакта деталей машин. Вестник машиностроения, № 1, 1963, стр. 20—26.
29. А. И. Петрусевич, Зубчатые передачи. Детали машин. Расчет и конструирование. Справочник т. III под ред. Ачеркина Н. С. Машгиз, 1969 г.
30. П. Л. Капица, Гидродинамическая теория смазки при качении. Журнал технической физики, т. XXV, вып. 4, стр. 747—762, 1955.
31. А. А. Шимкович, Гидродинамическая теория смазки роликоподшипников. Доклады АН БССР, т. 4, № 12, стр. 518—522, 1960.
32. J. Dörr, Schmiermitteldruck und Rand Verformung des Rollenlagers. Ingenieur — Archiv Bd, 22, Hf 3, 1954.
33. C. Weber, K. Saalfeld, Schmierfilm bei Walzen mit Verformung. Zeitschrift für dem Angewandte Mathematik und Mechanik, Bd 34, N 1/2, 1954.
34. F. W. Hackewitz, The Influence of Kapitza's Viscosity on the Hydrodynamic Lubrication of a Cylindrical Roller Bearings as Affecting Contact Pressure and oil Film Thickness, Journal of Applied Mechanics, V 25, N 4, December, 1958.
35. D. Dowson, G. R. Higginson, A numerical solution to the elastohydrodynamic problem. J. Mech Engng. Sci N 1 1959.
36. D. Dowson, G. R. Higginson, Elastohydrodynamic Lubrication, Pergamon Press, London, 1966.
37. Д. С. Коднир, а) О методе решения контактно-гидродинамической задачи. Труды КуАИ, № 4, Куйбышев, 1956. б) К вопросу о методике решения контактно-гидродинамической задачи. Труды III Всесоюзной конференции по трению и износу в машинах, т. III, Академиздат, 1960. в) Общий графо-аналитический метод решения плоской задачи гидродинамической теории смазки и приближен-

ный метод решения контактно-гидродинамической проблемы. Труды КуАИ, № 12, Куйбышев, 1961.

38. Д. С. Коднир. Контактно-гидродинамическая теория смазки. Куйбышевское книжное издательство, 1963.

39. Д. С. Коднир. а) К вопросу о методе контактно-гидродинамического расчета подшипников качения и зубчатых передач. Труды КуАИ, № 17, 1963.

б) Контактно-гидродинамическая теория смазки и расчет подшипников качения и зубчатых передач. Сборник «Теория трения и износа». Материалы IV Всесоюзной конференции по трению и смазке. Наука, 1965. в) Контактно-гидродинамическая теория смазки применительно к деталям машин. Труды КуАИ, № 40, 1969; г) Определение толщины смазочного слоя в контакте качения. КуАИ, 1970.

40. Д. С. Коднир, Ю. И. Байбородов. а) Расчет неметаллических подшипников скольжения жидкостного трения на основе контактно-гидродинамической теории смазки. Сб. «Применение полимерных материалов в машиностроении». Материалы III Всесоюзной конференции, вып. I, Киев, 1966. б) Контактно-гидродинамический расчет неметаллических подшипников скольжения жидкостного трения. Вестник машиностроения, № 3, 1968. в) Определение толщины смазочного слоя и коэффициента трения в неметаллическом подшипнике скольжения. Вестник машиностроения, № 12, 1965. г) Разработка и экспериментальное исследование металл-пластмассовых эластичных подшипников скольжения. Сб. «Полимеры в машинах». Труды III Всесоюзной конференции, Москва, 1968.

41. Д. С. Коднир, М. И. Курушин, И. Д. Ратнер. Расчет толщины смазочного слоя в зубчатых передачах и подшипниках качения. Труды КуАИ, № 40, 1969.

42. Д. С. Коднир, Л. Л. Савин. Определение касательных нагрузок и коэффициента трения для поверхностей, работающих в контактно-гидродинамическом режиме. Труды КуАИ, № 40, 1969.

43. Д. С. Коднир, Ю. Г. Соколов. Основы теории проскальзывания в радиальных роликовых подшипниках газотурбинных двигателей. Труды КуАИ, № 40, 1969.

44. А. М. Сойфер, Д. С. Коднир, Ю. И. Байбородов. а) Трехслойный подшипник скольжения. Авторское свидетельство № 186225, опубликовано в Бюллетене изобретений, № 18, 1966. б) Эластичный подшипник скольжения на основе упругодемпфирующего материала «МР» в сочегании с фторопластом. Известия ВУЗов. Машиностроение, № 7, 1966.

45. Д. С. Коднир, Б. А. Куликов, А. М. Пиковский. Контактно-гидродинамический расчет долговечности высокоскоростных роликовых подшипников. Вестник машиностроения, № 8 1967.

46. Д. С. Коднир, М. Д. Медвинский, Э. Ф. Зоммер. Новый метод и аппаратура для исследования подшипников скольжения. Вестник машиностроения, № 3, 1955.

47. Л. М. Ронин, Д. С. Коднир, М. Д. Медвинский, Э. Ф. Зоммер. Прибор для непрерывного измерения толщины масляной пленки в подшипнике скольжения. Авторское свидетельство № 91589, опубликовано в «Бюллетене изобретений», № 16, 1950.

48. М. Д. Медвинский. Трехканальный усилитель ПТМП—3—55 для измерения толщины масляной пленки в подшипниках жидкостного трения. ЦНИИТМАШ, кн. 90, стр. 109—123, Машигиз, 1958.

49. А. М. Сойфер, Д. С. Коднир, О. Н. Мацук. Тарировочный прибор для измерения толщины смазывающей пленки в подшипниках. Авторское свидетельство № 133604, опубликовано в «Бюллетене изобретений», № 22, 1960.

50. М. В. Sibley, F. K. Orcutt. Elasto-Hydrodynamic Lubrication of Rolling-Contact Surfaces, ASLE Transactions, v 4, 2, 1961 p. 234—249.

51. М. Д. Генкин, Н. Ф. Кузьмин, Ю. А. Мишарин. Вопросы заедания зубчатых колес. Академиздат, 1959, стр. 3—147.

52. С. А. Регирер. Об учете зависимости вязкости от температуры в гидродинамической теории смазки. Известия АН СССР, ОТН, Механика и машиностроение, №2, 1959.

53. Л. И. Александров, Н. П. Артеменко, Д. И. Костюк. Зубчатые передачи. Изд. во Харьковском университете, Харьков, 1964.

54. *М. С. Тривайло*. Исследование толщины смазочной пленки в зубчатых зацеплениях. Диссертация на соискание ученой степени кандидата технических наук. Киев, 1966.
55. *Р. Д. Бейзельман, Б. В. Ципкин*. Подшипники качения. (Справочник). Машгиз, 1959.
56. *T. A. Harris*. Bearing lubrication, *Product Engineering*, April 12, 1965, p. 76—81.
57. *С. В. Пинегин*. О механизме качения при силовом контакте упругих тел. Сб. «Контактная прочность машиностроительных материалов», Наука, 1964.
58. *М. М. Саверин*. Контактная прочность материала в условиях одновременного действия нормальной и касательной нагрузки. ЦНИИТМАШ, кн. 2, 1946.
59. *С. В. Серенсен, В. П. Козаев, Р. М. Шнейдерович*. Несущая способность и расчеты деталей машин на прочность. Машгиз, 1963.



## ОГЛАВЛЕНИЕ

I. Введение . . . . .	3
II. Трение, смазка и износ . . . . .	4
§ 1. Общие определения . . . . .	4
§ 2. Понятие о видах трения скольжения . . . . .	6
§ 3. Понятие об износе и заедании . . . . .	8
§ 4. Роль смазки . . . . .	11
III. Гидродинамическая теория смазки подшипников скольжения . . . . .	12
§ 5. Физические основы работы подшипников скольжения жидкостного трения . . . . .	13
§ 6. Факторы, влияющие на гидродинамическую грузоподъемность (эксцентриситет и зазор) . . . . .	14
§ 7. Основы гидродинамической теории смазки подшипников скольжения . . . . .	16
§ 8. Тепловой расчет подшипников жидкостного трения . . . . .	30
§ 9. Методика расчета подшипников скольжения жидкостного трения и пример расчета . . . . .	33
§ 10. Расчет подшипников полужидкостного трения . . . . .	35
IV. Контактно-гидродинамическая теория смазки . . . . .	36
§ 11. Понятие о контактной гидродинамике . . . . .	36
§ 12. Введение в контактнo-гидродинамическую теорию смазки . . . . .	39
§ 13. Из истории развития контактной гидродинамики . . . . .	42
§ 14. Основы контактнo-гидродинамической теории смазки. . . . .	46
§ 15. Приближенные решения . . . . .	49
§ 16. Уточненные решения . . . . .	53
§ 17. Контактнo-гидродинамический расчет толщины смазочного слоя . . . . .	57
§ 18. Экспериментальные исследования и соответствие теоретических и экспериментальных результатов. . . . .	58
§ 19. Определение сил трения и тепловыделения . . . . .	63
§ 20. Решение неизотермической контактнo-гидродинамической задачи . . . . .	64

V. Применение контактной гидродинамики к расчету деталей машин . . .	71
§ 21. Зависимость вязкости масел от давления и температуры	71
§ 22. Методика расчета толщины слоя смазки в прямозубых цилиндрических колесах . . . . .	74
§ 23. Расчет толщины слоя смазки в косозубых цилиндрических колесах . . . . .	77
§ 24. Расчет толщины слоя смазки в конических зубчатых колесах . . . . .	81
§ 25. Расчет толщины слоя смазки в роликоподшипниках	84
§ 26. Расчет толщины слоя смазки в радиальных и радиально-упорных шарикоподшипниках . . . . .	86
§ 27. Расчет толщины смазочного слоя в неметаллических подшипниках скольжения . . . . .	91
§ 28. Расчет толщины слоя смазки в упорных гребнях зубчатых передач . . . . .	94
§ 29. Контактно-гидродинамический расчет долговечности высокоскоростных роликоподшипников . . . . .	101
Условные обозначения . . . . .	108
Литература . . . . .	110

*Д. С. Коднир*  
КОНТАКТНАЯ ДИНАМИКА  
ДЕТАЛЕЙ МАШИН

*Учебное пособие*

Редактор *Н. А. Сидоренко*  
Технический редактор *Н. М. Каленюк*  
Корректор *Н. П. Гордеева*

ЕО00338. Подписано в печать 28/XII 1970 г. Формат  
бумаги 60×90<sup>1</sup>/<sub>16</sub>. Объем 7,25 печ. л. +2 вклейки. Ти-  
раж 300 экз. Цена 40 коп.

Куйбышевский авиационный институт  
им. С. П. Королева, г. Куйбышев,  
ул. Молодогвардейская, 151.

Тип. изд-ва «Волжская коммуна», г. Куйбышев,  
проспект Карла Маркса, 201.  
Заказ № 6602.