

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ  
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«САМАРСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ  
УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ АКАДЕМИКА С.П. КОРОЛЕВА»  
(САМАРСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)

## ИНТЕНСИФИКАЦИЯ ТЕПЛООБМЕНА

Рекомендовано редакционно-издательским советом федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего образования «Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П. Королева» в качестве учебного пособия для студентов, обучающихся по основным образовательным программам высшего образования по направлениям подготовки 13.03.03 Энергетическое машиностроение, 15.03.05 Конструкторско-технологическое обеспечение машиностроительных производств, 24.04.05 Двигатели летательных аппаратов и специальности 24.05.02 Проектирование авиационных и ракетных двигателей

САМАРА  
Издательство Самарского университета  
2018

УДК 621.1(075)

ББК 31.31я7

И731

Авторы: *В.Н. Белозерцев, В.В. Бирюк, А.И. Довгялло, С.О. Некрасова,  
Д.А. Угланов, Д.В. Сармин*

Рецензенты: д-р техн. наук, проф. А.А. Кудинов;  
д-р техн. наук, проф. В.С. Кузьмичев

**И731**      **Интенсификация теплообмена:** учеб. пособие / [В.Н. Белозерцев  
и др.]. – Самара: Изд-во Самарского университета, 2018. – 208 с.: ил.

**ISBN 978-5-7883-1325-2**

В данном учебном пособии представлены теоретические основы теплообмена, а также основные методы повышения интенсивности данных процессов.

Учебное пособие предназначено для подготовки бакалавров по направлениям 13.03.03 Энергетическое машиностроение, 15.03.05 Конструкторско-технологическое обеспечение машиностроительных производств, специалистов по специальности 24.05.02 Проектирование авиационных и ракетных двигателей, а также магистров по направлению подготовки 24.04.05 Двигатели летательных аппаратов.

Подготовлено на кафедре теплотехники и тепловых двигателей.

УДК 621.1(075)

ББК 31.31я7

ISBN 978-5-7883-1325-2

© Самарский университет, 2018

# ОГЛАВЛЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ .....	6
1 ВИДЫ ТЕПЛОПЕРЕНОСА .....	6
1.1 Основные понятия и определения в теплопроводности, конвективном лучистом теплообмене, теплопередаче .....	7
1.1.1 Теплопроводность .....	7
1.1.2 Конвективный теплообмен или теплоотдача .....	12
1.1.3 Тепловое излучение .....	13
1.1.4 Теплопередача .....	15
2. ТЕПЛОПРОВОДНОСТЬ .....	16
2.1 Интенсификация теплопереноса в процессах теплопроводности .....	16
2.1.1 Дифференциальное уравнение теплопроводности .....	16
2.2 Факторы, параметры и свойства веществ, влияющие на перенос тепла теплопроводностью. Теплопроводность в твердых телах, жидкостях и газах .....	22
2.3 Нестационарные процессы теплопроводности .....	28
2.3.1 Охлаждение (нагревание) пластины .....	30
2.3.2 Периодические процессы теплопроводности .....	36
3.ИНТЕНСИФИКАЦИЯ КОНВЕКТИВНОГО ТЕПЛООБМЕНА .....	40
3.1 Приведение дифференциальных уравнений конвективного теплообмена и условий однозначности к безразмерному виду .....	42
3.2 Критерии подобия и критериальные уравнения .....	47
3.3 Теплоотдача при ламинарном течении среды .....	56
3.4 Теплоотдача при турбулентном течении среды в каналах .....	58
3.5 Интенсификация конвективного теплообмена .....	60
3.5.1 Основные методы интенсификации конвективного теплообмена .	60
3.5.2 Сравнение методов интенсификации теплоотдачи .....	62
3.5.3 Интенсификация теплоотдачи при ламинарном режиме течения ..	65

3.5.3.1 Интенсификация теплообмена с помощью винтовой накатки.....	65
3.5.3.2 Каналы со спирально-винтовыми проволочными вставками .....	72
3.5.4 Интенсификация теплоотдачи при турбулентном режиме течения.....	74
3.5.4.1 Интенсификация теплообмена с искусственными микронеровностями .....	81
3.6 Интенсификация естественной конвекции (влияние формы, положения поверхности и размера тела) .....	88
3.7 Теплоотдача при высокой скорости газа .....	90
3.8 Теплообмен в двухфазных текучих средах .....	93
3.8.1 Теплоотдача при кипении и конденсации жидкости .....	93
3.9 Интенсификация теплообмена в двухфазных текучих средах.....	102
3.9.1 Интенсификация теплоотдачи при кипении и конденсации жидкости .....	102
4. ЛУЧИСТЫЙ ТЕПЛООБМЕН .....	111
4.1. Виды лучистых потоков .....	114
4.2. Основные законы теплового излучения .....	116
4.3. Лучистый теплообмен между телами .....	120
4.4. Лучистый теплообмен между газами и окружающими их поверхностями .....	125
4.5. Лучеиспускание пламени .....	130
4.6. Интегральные уравнения радиационного теплообмена.....	131
4.7 Интенсификация теплообмена при тепловом излучении .....	137
4.7.1 Основные факторы, физические параметры и свойства поверхностей и веществ, влияющие на перенос тепла излучением .....	137
4.7.2 Концентраторы и приемники лучистых потоков.....	139
4.7.3 Геометрические и оптико-физические характеристики концентраторов, приемников излучения и радиаторов-излучателей ....	144
4.7.4. Оптимизация параметров системы «концентратор-приемник»...	151
4.7.5 Геометрия радиаторов – излучателей космических аппаратов.....	155

4.7.6 Геометрия и эффективность теплоизлучающих ребер .....	161
4.7.7 Определение потребной площади и минимальной удельной массы трубчато-ребристого холодильника-излучателя.....	164
4.7.8 Интенсификация лучистого теплообмена посредством селективных покрытий .....	171
4.8 Интенсификация теплообмена на борту космической станции на основе радиационных панелей и тепловых труб .....	173
4.9 Интенсификация лучистого теплообмена капельными излучателями .....	177
4.10 Сложный теплообмен .....	186
<b>5 ТЕПЛОПЕРЕДАЧА ЧЕРЕЗ СТЕНКИ.....</b>	<b>188</b>
5.1 Плоские стенки.....	188
5.2 Цилиндрические стенки .....	191
5.3 Интенсификация теплопередачи путем оребрения стенок.....	194
5.4 Теплопередача через оребренную плоскую стенку.....	195
5.5 Теплопроводность круглого ребра постоянной толщины.....	298
5.6 Интенсификация теплопередачи путем увеличения коэффициентов теплоотдачи.....	201
5.7 Интенсификация теплопередачи как способ тепловой защиты стенки .....	203
Список литературы.....	205

## ВВЕДЕНИЕ

В данном пособии представлены различные способы интенсификации теплообмена, а также описаны результаты фундаментальных и прикладных исследований малоизвестных и вновь разрабатываемых способов интенсификации теплообмена в каналах, которые по своему физическому содержанию и аппаратурному оформлению могут быть использованы для интенсификации процесса теплообмена между паровоздушной и жидкой фазами, в частности, при испарительном охлаждении жидкости в системах обратного водоснабжения. Рассмотрены математические модели и даны расчетные выражения для коэффициентов тепло- и массоотдачи в одно- и двухфазных средах. Представлены примеры расчетов и сравнения с экспериментальными данными различных исследователей.

## 1 ВИДЫ ТЕПЛОПЕРЕНОСА

**Теплопередача** – учение о процессах распространения тепла. Распространение тепла осуществляется тремя основными способами: теплопроводностью, конвекцией и тепловым излучением.

**Теплопроводность** представляет собой процесс распространения тепловой энергии при непосредственном соприкосновении тел или отдельных частей тела, имеющих различную температуру. Теплопроводность обусловлена движением микрочастиц тела.

**Конвекция** возможна только в текучей среде. Под конвекцией тепла понимают процесс переноса тепловой энергии при перемещении объемов жидкости или газа в пространстве из области с одной температурой в область с другой. При этом перенос тепла неразрывно связан с переносом самой среды.

**Тепловое излучение** – это процесс распространения тепловой энергии с помощью электромагнитных волн. При тепловом излучении происходит двойное превращение энергии: тепловая энергия излучающего тела переходит в лучистую и обратно – лучистая энергия, поглощаясь телом, переходит в тепловую.

В природе и технике элементарные процессы распространения тепла – теплопроводность, конвекция и тепловое излучение – очень часто происходят совместно.

Теплопроводность в чистом виде большей частью имеет место лишь в твердых телах.

Конвекция, тепла всегда сопровождается теплопроводностью, так как при движении жидкости или газа неизбежно соприкосновение отдельных частиц, имеющих различные температуры. Совместный процесс конвекции и теплопроводности называется **конвективным теплообменом** или **теплоотдачей**.

Конвективная теплоотдача часто сопровождается излучением.

В технике и быту часто происходят процессы теплообмена между различными теплоносителями, разделенными твердой стенкой. Процесс передачи тепла от одного теплоносителя к другому через разделяющую их стенку называется **теплопередачей**. Процесс теплопередачи осуществляется различными элементарными процессами теплопереноса, происходящими одновременно.

## **1.1 Основные понятия и определения в теплопроводности, конвективном лучистом теплообмене, теплопередаче.**

### ***1.1.1 Теплопроводность***

В общем случае процесс передачи тепла теплопроводностью в сплошной неподвижной среде сопровождается изменением температуры, как в пространстве, так и во времени.

Аналитическое исследование теплопроводности сводится к изучению пространственно-временного изменения температуры, т. е. к нахождению уравнения

$$t = f(x, y, z, \tau). \quad (1.1)$$

Уравнение (1.1) представляет собой математическое выражение температурного поля. Таким образом, температурное поле есть совокупность значений температуры во всех точках изучаемого пространства для каждого момента времени. Различают **стационарное** и **нестационарное** температурные поля. Уравнение(1.1) является записью наиболее общего вида температурного поля, когда температура изменяется с течением времени от одной точки к другой. Такое поле отвечает неустановившемуся тепловому режиму теплопроводности и носит название **нестационарного температурного поля**.

Если тепловой режим является установившимся, то температура в каждой точке поля с течением времени остается неизменной и такое температурное поле называется **стационарным**. В этом случае температура является функцией только координат:

$$\begin{aligned} t &= f_1(x, y, z); \\ \frac{\partial t}{\partial \tau} &= 0. \end{aligned} \quad (1.2)$$

Температурное поле, соответствующее уравнениям (1.1) и (1.2) является пространственным, так как температура является функцией трех координат. Если температура есть функция двух координат, то поле называется **двухмерным**:

$$\begin{aligned} t &= f_2(x, y, \tau); \\ \frac{\partial t}{\partial z} &= 0. \end{aligned} \quad (1.3)$$

Если температура есть функция одной координаты, то поле называется **одномерным**:

$$t = f_3(x, \tau);$$

$$\frac{\partial t}{\partial y} = \frac{\partial t}{\partial z} = 0. \quad (1.4)$$

Наиболее простой вид имеет уравнение одномерного стационарного температурного поля:

$$t = f_4(x); \quad \text{и} \quad \frac{\partial t}{\partial y} = \frac{\partial t}{\partial z} = 0$$

$$\frac{\partial t}{\partial \tau} = 0 \quad (1.5)$$

Если соединить точки тела, имеющие одинаковую температуру, получим поверхность равных температур, называемую **изотермической**. Итак, изотермической поверхностью называется геометрическое место точек с одинаковой температурой. (рис. 1.1)

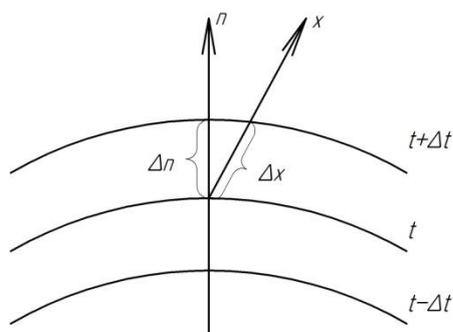


Рисунок 1.1 – Изотермы

Возрастание температуры в направлении нормали к изотермической поверхности характеризуется градиентом температуры. **Градиент температуры** есть вектор, направленный по нормали к изотермической поверхности в сторону возрастания температуры и численно равный производной от температуры по этому направлению, т. е.

$$gradt = n_0 \frac{\partial t}{\partial n}, \quad (1.6)$$

где  $n_0$  – единичный вектор, нормальный к изотермической поверхности и направленный в сторону возрастания температур;

$\frac{\partial t}{\partial n}$  – производная температуры по нормали  $n$ .

Необходимым условием распространения тепла является неравномерность распределения температуры в рассматриваемой среде. Таким образом, для передачи тепла теплопроводностью необходимо неравенство нулю температурного градиента в различных точках тела.

Согласно гипотезе Фурье количество тепла  $dQ_\tau$ , проходящее через элемент изотермической поверхности  $dF$  за промежуток времени  $d\tau$ , пропорционально поверхности и градиенту  $\frac{\partial t}{\partial n}$ .

$$dQ_\tau = -n_0 \lambda \frac{\partial t}{\partial n} dF d\tau, \text{ Дж} \quad (1.7)$$

$$q = dQ_\tau / dF d\tau,$$

Количество тепла, проходящее в единицу времени через единицу площади изотермической **плотностью теплового потока**.

$$q = dQ_\tau / dF d\tau \quad (1.8)$$

Плотность теплового потока есть вектор, определяемый соотношением

$$\vec{q} = -n_0 \lambda \frac{\partial t}{\partial n}, \text{ Вт/м}^2 \quad (1.9)$$

Опытным путем установлено, что коэффициент пропорциональности в уравнении (1.9)  $\lambda$  есть физический параметр вещества. Он характеризует способность вещества проводить тепло и называется **коэффициентом теплопроводности**.

Вектор плотности теплового потока  $q$  направлен по нормали к изотермической поверхности. Его положительное направление совпадает с направлением убывания температуры, так как тепло всегда передается от более горячих частей тела к холодным. Таким образом, векторы  $q$  и  $\text{grad } t$  лежат на одной прямой, но направлены в противоположные стороны. Это и объясняет наличие знака минус в правых частях уравнений (1.11) и (1.12).

Линии, касательные к которым совпадают с направлением вектора называются линиями теплового потока. Линии теплового потока ортогональны к изотермическим поверхностям (рис. 1.2).

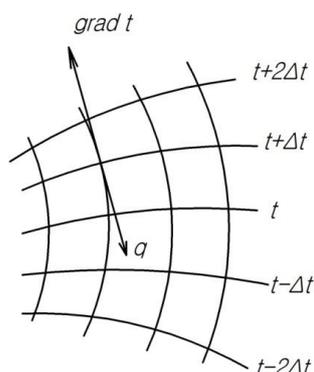


Рисунок 1.2 – Изотермы и линии теплового тока

Самым большим удельным потоком тепла будет тот, который рассчитан вдоль нормали к изотермическим поверхностям. Если такой поток спроектировать на координатные оси  $Ox$ ,  $Oy$ ,  $Oz$ , то согласно уравнению (1.9) получим:

$$\left\{ \begin{array}{l} q_x = -\lambda \frac{\partial t}{\partial x}; \\ q_y = -\lambda \frac{\partial t}{\partial y}; \\ q_z = -\lambda \frac{\partial t}{\partial z}. \end{array} \right. \quad (1.9)$$

В общем случае коэффициент теплопроводности зависит от температуры, давления и рода вещества. В большинстве случаев коэффициент теплопроводности для различных материалов определяется опытным путем. Известен ряд методов экспериментального определения коэффициента теплопроводности.

На рисунке 1.3 приведены численные значения коэффициентов теплопроводности различных материалов.

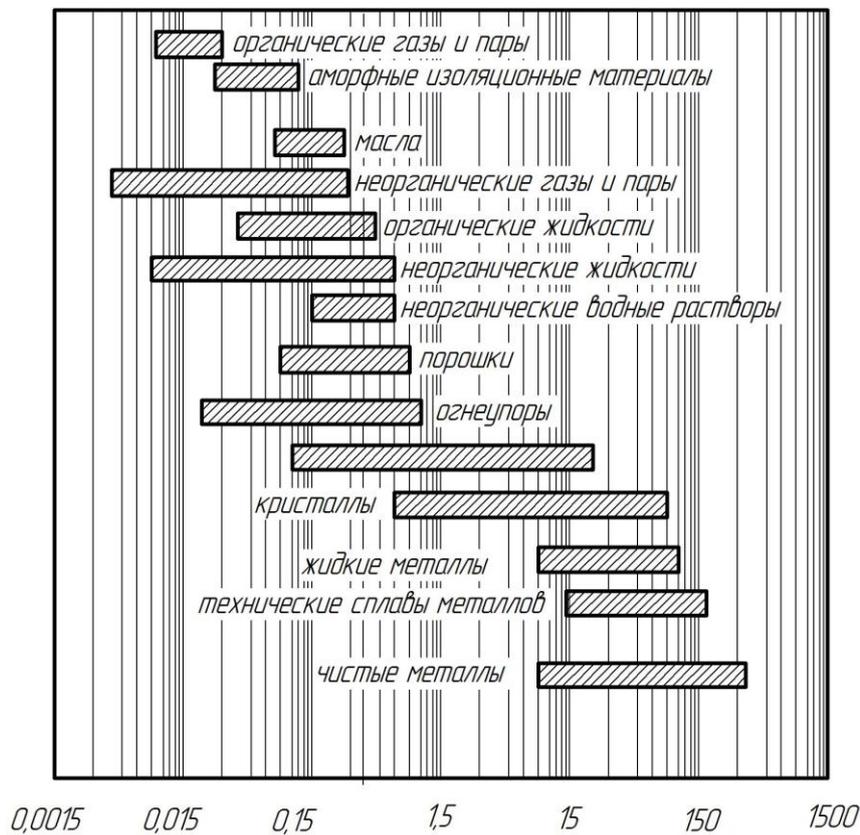


Рисунок 1.3 – Уровень величин коэффициентов теплопроводности различных веществ ( $\lambda$ , Вт/м К)

**1.1.2 Конвективный теплообмен** или **теплоотдача** – перенос тепла между поверхностью твердого тела и жидкой средой за счет совместного действия теплопроводности среды и конвекции в ней (Рис.1.4).

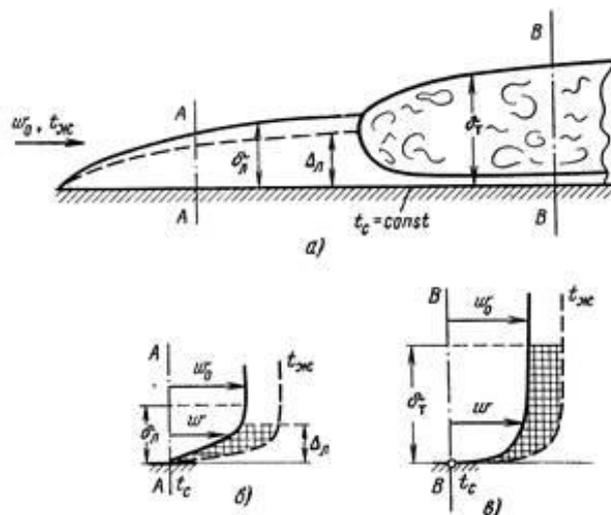


Рисунок 1.4 Структура формирования гидродинамического и теплового пограничных слоёв при конвективном теплообмене

Различают три вида движения жидкости при теплообмене: вынужденное, свободное, капиллярное. Вынужденное движение возникает под действием посторонних возбудителей (насос, вентилятор и др.)

Свободное движение происходит за счет разности плотностей нагретых и холодных частиц жидкости в поле тяжести. Возникновение и интенсивность свободного движения определяется родом жидкости, разностью температур между поверхностью теплообмена и жидкостью, напряженностью гравитационного поля, объемом пространства.

Капиллярная конвекция возникает за счет разности сил поверхностного натяжения, обусловленных различием температуры на поверхности жидкости или в пористых структурах и каналах малого диаметра. Независимо от условий побуждающих движение теплоносителя основным законом конвективного теплообмена является закон Ньютона – Рихмана:

$$Q = \alpha F(t_c - t_{жс}), \text{ Вт.} \quad (1.10)$$

$$\alpha = \frac{Q}{F(t_c - t_{жс})}, \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2 \cdot \text{К}}. \quad (1.11)$$

Здесь **коэффициент теплоотдачи  $\alpha$**  – это количество теплоты, которое передается в единицу времени с единицы площади поверхности теплообмена при температурном напоре между стенкой и теплоносителем в 1К. Коэффициент теплоотдачи находится экспериментально.

**1.1.3 Тепловое излучение** представляет собой процесс распространения внутренней энергии излучающего тела путем электромагнитных волн. Электромагнитными волнами называют электромагнитные возмущения, исходящие из излучаемого тела и распространяющиеся со скоростью света в вакууме  $c=3 \cdot 10^8$  м/сек. При поглощении электромагнитных волн какими-либо другими телами они вновь превращаются в тепловую энергию. Возбудителями электромагнитных волн являются заряженные материальные частицы, т.е. электроны и ионы, входящие в состав вещества.

Таким образом, излучение имеет двойственный характер, поскольку оно обладает свойствами непрерывности поля электромагнитных волн и свойствами дискретности, типичными для фотонов. Синтезом обоих свойств является представление, согласно которому энергия и импульсы сосредоточиваются в фотонах, а вероятность нахождения их в том или ином месте пространства – в волнах. Соответственно этому излучение характеризуется длиной волны ( $\lambda$ ) или частотой колебаний ( $\nu = c/\lambda$ ).

Большинство твердых и жидких тел имеет **сплошной спектр излучения**, т.е. излучает энергию всех длин волн в интервале от 0 до  $\infty$ . К числу твердых тел, имеющих сплошной спектр излучения, относятся непроводники и полупроводники электричества, а также металлы в окисленном состоянии. Некоторые тела излучают энергию только в определенных интервалах длин волн. К ним относятся чистые металлы и газы, которые характеризуются выборочным, или селективным излучением. Излучение различных тел различно. Оно зависит от природы тела, температуры, состояния поверхности, а для газов – еще от объема газового слоя и давления. Применительно к твердым телам, а также жидкостям тепловое излучение в ряде случаев приближенно можно рассматривать как поверхностное явление. Излучение в газах носит объемный характер.

Излучение всех тел зависит от температуры. С увеличением температуры поток излучения возрастает, так как увеличивается внутренняя энергия тела. Изменение температуры тела вызывает не только изменение абсолютной величины интенсивности излучения, но сопровождается еще изменением спектрального состава или «цвета» излучения.

Тело излучает энергию при данной температуре в виде спектра. Энергия излучения в единицу времени, относящаяся к узкому интервалу изменений длин волн от  $\lambda$  до  $\lambda + d\lambda$  называется потоком монохроматического, спектрального или однородного излучения ( $Q_\lambda$ ). Суммарное излучение с поверхности тела во всем спектральном диапазоне называется интегральным или полным лучистым потоком ( $Q$ ).

Интегральный лучистый поток, выпускаемый с единицы поверхности тела, называется плотностью интегрального излучения

$$E = \frac{dQ}{dF} \text{ [Вт/м}^2\text{]}, \quad (1.12)$$

где  $dQ$  – лучистый поток, Вт, выпускаемый с элемента поверхности  $dF$ . Лучистый поток для всей поверхности можно выразить как

$$Q = \int_F E dF \text{ [Вт]}, \quad (1.13)$$

здесь  $F$  – полная поверхность тела, м<sup>2</sup>.

Если плотность интегрального излучения для всех элементов поверхности излучающего тела постоянна, то зависимость (1.8) переходит в соотношение

$$Q = EF \text{ [Вт]}, \quad (1.14)$$

Отношение плотности лучистого потока, выпускаемого в бесконечно малом интервале длин волн, к величине этого интервала длин волн носит название спектральной интенсивности излучения:

$$J = \frac{dE}{d\lambda} \text{ [Вт/м}^3\text{]}, \quad (1.15)$$

Основной закон лучистого теплообмена – закон Стефана- Больцмана: плотность потока собственного излучения абсолютно чёрного тела пропорциональна температуре в четвёртой степени;

$$E_0 = c_0 \left( \frac{T}{100} \right)^4 \text{ [Вт/м}^2\text{]}, \quad (1.16)$$

где  $c_0=5,670 \text{ Вт/м}^2(\text{° К})^4$  – коэффициент излучения абсолютно черного тела.

**1.1.4 Теплопередача** – перенос теплоты от одного теплоносителя к другому через разделяющую перегородку при наличии между ними разности температур. Основной закон теплопередачи можно записать в следующем виде:

$$Q = kF(t_{ж1} - t_{ж2}) \text{ [Вт/м}^2\text{]}. \quad (1.17)$$

Тепловой поток передаваемый через стенку пропорционален теплопередающей поверхности и температурному напору. Величина  $k$  называется **коэффициентом теплопередачи**. Коэффициент теплопередачи характеризует интенсивность передачи тепла от одной среды к другой через разделяющую их стенку и численно равен количеству тепла, которое передается через единицу поверхности стенки в единицу времени при разности температур между теплоносителями в 1 градус.

## 2. ТЕПЛОПРОВОДНОСТЬ

### 2.1 Интенсификация теплопереноса в процессах теплопроводности

Количество передаваемого тепла в процессах теплопроводности, как следует из физики процесса и его описания уравнением Фурье, зависит от свойств среды, температурного поля и расстояния, на котором передается тепло. В нестационарных процессах интенсивность передачи тепла теплопроводностью зависит еще и от времени. Все эти факторы в своей взаимосвязи определяют не только величину теплового потока и его изменение во времени, но и тепловое состояние стенки (объекта) – распределение температуры в стенке, уровень температуры, её градиент, и, как следствие, температурные деформации и напряжения (для несжимаемых сред). Анализ процессов интенсификации теплопереноса, их количественная оценка возможны только после ознакомления с разделами, представленными в данной главе.

#### 2.1.1 Дифференциальное уравнение теплопроводности

Изучение любого физического явления сводится к установлению зависимости между величинами, характеризующими это явление. Для

сложных физических процессов, в которых определяющие величины могут существенно изменяться в пространстве и времени, установить зависимость между этими величинами очень трудно. В этих случаях на помощь приходит метод математической физики, который исходит из того, что ограничивается промежуток времени и из всего пространства рассматривается лишь элементарный объем. Это позволяет в пределах элементарного объема и выбранного малого отрезка времени пренебречь изменением некоторых величин, характеризующих процесс, и существенно упростить зависимость.

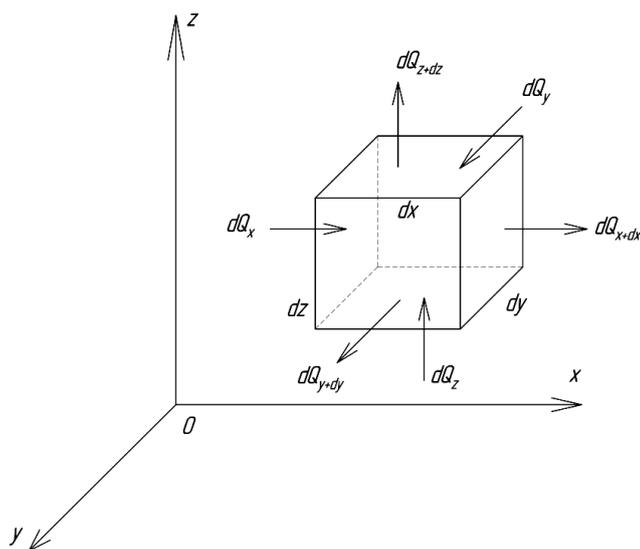


Рисунок 2.1 – К выводу дифференциального уравнения теплопроводности

Выбранные таким образом элементарный объем  $dV$  (рисунок 2.1) и элементарный промежуток времени  $dt$ , в пределах которых рассматривается изучаемый процесс, с математической точки зрения являются величинами бесконечно малыми, а с физической точки зрения – величинами еще достаточно большими, чтобы в их пределах можно было игнорировать дискретное строение среды и рассматривать ее как континуум (сплошную). Полученная таким образом зависимость будет общим дифференциальным уравнением рассматриваемого процесса. Интегрируя дифференциальное уравнение, можно получить аналитическую зависимость между величинами для всей области интегрирования и всего рассматриваемого промежутка времени.

При решении задач, связанных с нахождением температурного поля, необходимо иметь дифференциальное уравнение теплопроводности. Для облегчения вывода дифференциального уравнения сделаем следующие допущения:

- тело однородно и изотропно;
- физические параметры постоянны;
- деформация рассматриваемого объема, связанная с изменением температуры, является малой величиной по сравнению самим объемом;
- макроскопические частицы тела неподвижны;
- внутренние источники тепла в теле, которые в общем случае могут быть заданы как  $q_v = f(x, y, z, \tau)$ , распределены равномерно.

В основу вывода дифференциального уравнения теплопроводности положен закон сохранения энергии, который в рассматриваемом случае может быть сформулирован следующим образом: количество тепла  $dQ$ , введенное в элементарный объем  $dv$  за время  $d\tau$  вследствие теплопроводности, а также от внутренних источников тепла, равно изменению внутренней энергии вещества в элементарном объеме:

$$dQ_\tau + dQ_v = dU, \text{ Дж}, \quad (2.1)$$

где  $dQ_\tau$  – количество тепла, введенное в элементарный объем путем теплопроводности за время  $d\tau$ ;

$dQ_v$  – количество тепла, которое за время  $d\tau$  выделилось в элементарном объеме  $dv$  за счет внутренних источников;

$$dQ_{x1} = \frac{\partial q_x}{\partial x} dx dy dz d\tau \quad (2.2)$$

Аналогичным образом можно найти количество тепла, подводимое к элементарному объему и в направлениях двух других координатных осей  $oy$  и  $oz$ .

$dU$  – изменение внутренней энергии вещества, в элементарном объеме  $dv$ , за время  $d\tau$ .

Количество тепла, которое будет отводиться через противоположные грани в тех же направлениях, обозначим соответственно  $dQ_{x+dx}$ ,  $dQ_{y+dy}$ ,  $dQ_{z+dz}$ . Количество тепла, подведенное к грани  $dy dz$  в направлении оси  $ox$  за время  $d\tau$ , составляет  $dQ_x = q_x dy dz d\tau$ , где  $q_x$  – проекция плотности теплового потока на направление нормали к указанной грани. Количество тепла, отведенного через противоположную грань элементарного объема в направлении оси  $ox$ , запишется как:

$$dQ_{x+dx} = q_{x+dx} dy dz d\tau.$$

Разница количества тепла, подведенного к элементарному объему и отведенного от него за время  $d\tau$  в направлении оси  $ox$  представляет собой количество тепла  $dQ_{x1}$ :

$$dQ_{x1} = dQ_x - dQ_{x+dx} \quad (2.3)$$

или

$$dQ_{x1} = q_x dy dz d\tau - q_{x+dx} dy dz d\tau \quad (2.4)$$

Функция  $q_{x+dx}$  является непрерывной в рассматриваемом интервале  $dx$  и может быть разложена в ряд Тейлора:

$$q_{x+dx} = q_x + \frac{\partial q_x}{\partial x} dx + \frac{\partial^2 q_x}{\partial x^2} \frac{dx^2}{2!} + \dots \quad (2.5)$$

Если ограничиться двумя первыми членами ряда, то уравнение (2.6) запишется в следующем виде:

$$q_{x+dx} = q_x + \frac{\partial q_x}{\partial x} dx +$$

Количество тепла  $dQ_\tau$ , подведенное теплопроводностью к рассматриваемому объему, будет равно:

$$dQ_\tau = - \left( \frac{\partial q_x}{\partial x} + \frac{\partial q_y}{\partial y} + \frac{\partial q_z}{\partial z} \right) dx \cdot dy \cdot dz \cdot d\tau \quad (2.7)$$

Определим вторую составляющую уравнения (2.5)  $dQ_v$ . Обозначим удельную производительность внутренних источников тепла через  $q_v$ , Вт/м<sup>3</sup>. Удельную производительность внутренних источников называют также

«объемной плотностью тепловыделения». Объемная плотность – это количество тепла, которое выделяется в единице объема вещества в единицу времени.

$$dQ_v = q_v dV d\tau. \quad (2.8)$$

Третья составляющая уравнения (2.1), характеризующая изменение внутренней энергии, может быть найдена по известному уравнению

$$dU = c\rho \frac{\partial t}{\partial \tau} dV d\tau \quad (2.9)$$

Подставляя полученные выражения (2.7), (2.8) и (2.9) в уравнение (2.1), получаем:

$$\frac{\partial t}{\partial \tau} = -\frac{1}{c\rho} \left( \frac{\partial q_x}{\partial x} + \frac{\partial q_y}{\partial y} + \frac{\partial q_z}{\partial z} \right) + \frac{q_v}{c\rho} \quad (2.10)$$

Напомним, что проекции вектора плотности теплового потока на координатные оси  $ox$ ,  $oy$ ,  $oz$  определяются выражением

$$q_x = -\lambda \frac{\partial t}{\partial n} \cos(n, \hat{x}),$$

где

$$\frac{\partial t}{\partial n} \cos(n, \hat{x}) = \frac{\partial t}{\partial x}, \text{ т. е. } q_x = -\lambda \frac{\partial t}{\partial x};$$

аналогично

$$q_y = -\lambda \frac{\partial t}{\partial y}; \quad q_z = -\lambda \frac{\partial t}{\partial z}.$$

Подставляя полученные выражения проекций вектора плотности теплового потока в уравнение (2.8), получаем:

$$\frac{\partial t}{\partial \tau} = \frac{\lambda}{c\rho} \left( \frac{\partial^2 t}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial z^2} \right) + \frac{q_v}{c\rho}. \quad (2.11)$$

Если в уравнении (2.11) обозначить

$$\frac{\lambda}{c\rho} = a, \text{ м}^2/\text{сек} \quad (2.12)$$

и

$$\frac{\partial^2 t}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial z^2} = \nabla^2 t, \quad (2.13)$$

где  $\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$  – оператор Лапласа в декартовой системе координат, то в общем виде дифференциальное уравнение теплопроводности (2.14) запишется:

$$\frac{\partial t}{\partial \tau} = a \nabla^2 t + \frac{q_v}{c\rho} \quad (2.14)$$

Выражение  $\nabla^2 t$  в цилиндрической системе координат имеет вид:

$$\nabla^2 t = \frac{\partial^2 t}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial t}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 t}{\partial \varphi^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial z^2}, \quad (2.15)$$

где  $r$  – радиус-вектор;  $\varphi$  – полярный угол;  $z$  – аппликата.

Выражение  $\nabla^2 t$  в сферических координатах имеет вид:

$$\nabla^2 t = \frac{\partial^2 t}{\partial r^2} + \frac{2}{r} \frac{\partial t}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial \mu} [(1 - \mu^2) \frac{\partial t}{\partial \mu}] + \frac{1}{r^2 (1 - \mu^2)} \frac{\partial^2 t}{\partial \psi^2} \quad (2.16)$$

где  $r$  – радиус-вектор;  $\mu = \cos \theta$ ;

$\theta$  и  $\varphi$  – соответственно полярное расстояние и долгота.

Уравнение (2.15), равно как и (2.16), называется дифференциальным уравнением теплопроводности или энергии. Оно устанавливает связь между временным и пространственным изменением температуры в любой точке тела, в котором происходит процесс теплопроводности.

Коэффициент пропорциональности  $a$  в уравнении (2.14) называется **коэффициентом температуропроводности** и является физическим параметром вещества. Он существен для нестационарных тепловых процессов и характеризует скорость изменения температуры. Если коэффициент теплопроводности характеризует способность тел проводить тепло, то коэффициент температуропроводности является мерой теплоинерционных свойств тела. Из уравнения (2.14) следует, что изменение температуры во времени  $\partial t / \partial \tau$  для любой точки пространства

пропорционально величине  $a$ . Иначе говоря, скорость изменения температуры в любой точке тела будет тем больше, чем больше коэффициент температуропроводности  $a$ . Поэтому при прочих равных условиях выравнивание температуры во всех точках пространства будет происходить быстрее в том теле, которое обладает большим коэффициентом температуропроводности. Величина коэффициента температуропроводности зависит от природы вещества. Например, жидкости и газы обладают большой тепловой инерционностью и, следовательно, малым коэффициентом температуропроводности. Металлы обладают малой тепловой инерционностью, так как они имеют большой коэффициент температуропроводности.

## **2.2 Факторы, параметры и свойства веществ, влияющие на перенос тепла теплопроводностью**

### **Теплопроводность в твердых телах, жидкостях и газах**

Согласно кинетической теории вещества перенос тепла теплопроводностью в газах при обычных давлениях и температурах определяется переносом кинетической энергии молекулярного движения в результате хаотического движения и столкновения отдельных молекул газа. При этом коэффициент теплопроводности определяется соотношением

$$\lambda = 1/3 \bar{w} \bar{l} c_v \rho, \quad (2.17)$$

где  $\bar{w}$  – средняя скорость перемещения молекул газа;

$\bar{l}$  – средняя длина свободного пробега молекул газа между их соударениями;

$c_v$  – теплоемкость газа при постоянном объеме;

$\rho$  – плотность газа.

С увеличением давления в равной мере увеличивается  $\rho$  и уменьшается  $\bar{l}$  и произведение  $\bar{l}\rho$  сохраняется

Поэтому коэффициент теплопроводности мало зависит от давления.

Теплоемкость газов возрастает с повышением температуры постоянным.. Сказанным объясняется тот факт, что коэффициент теплопроводности для газов с повышением температуры возрастает.

Коэффициент теплопроводности газов лежит в пределах значений от  $\lambda = 0,006$  до  $\lambda = 0,6$  Вт/м·К.

На рис. 2.2 представлены коэффициенты теплопроводности различных газов, проведенного Н. Б. Варгафтиком.

Среди газов резко выделяются своим высоким коэффициентом теплопроводности гелий и водород. Коэффициент теплопроводности у них в 5-10 больше, чем у других газов. Это хорошо видно на рис. 2.3. Молекулы гелия и водорода обладают малой массой, а следовательно, имеют большую среднюю скорость перемещения, чем и объясняется их высокий коэффициент теплопроводности.

Коэффициенты теплопроводности водяного пара и других реальных газов существенно зависят также от давления.

Для газовых смесей коэффициент теплопроводности не может быть определен по закону аддитивности, его нужно определять опытным путем.

На рис. 2.2 представлены коэффициенты теплопроводности различных газов, проведенного Н. Б. Варгафтиком.

Среди газов резко выделяются своим высоким коэффициентом теплопроводности гелий и водород. Коэффициент теплопроводности у них в 5-10 больше, чем у других газов. Это хорошо видно на рис. 2.3. Молекулы гелия и водорода обладают малой массой, а следовательно, имеют большую среднюю скорость перемещения, чем и объясняется их высокий коэффициент теплопроводности.

Коэффициенты теплопроводности водяного пара и других реальных газов существенно зависят также от давления.

Для газовых смесей коэффициент теплопроводности не может быть определен по закону аддитивности, его нужно определять опытным путем.

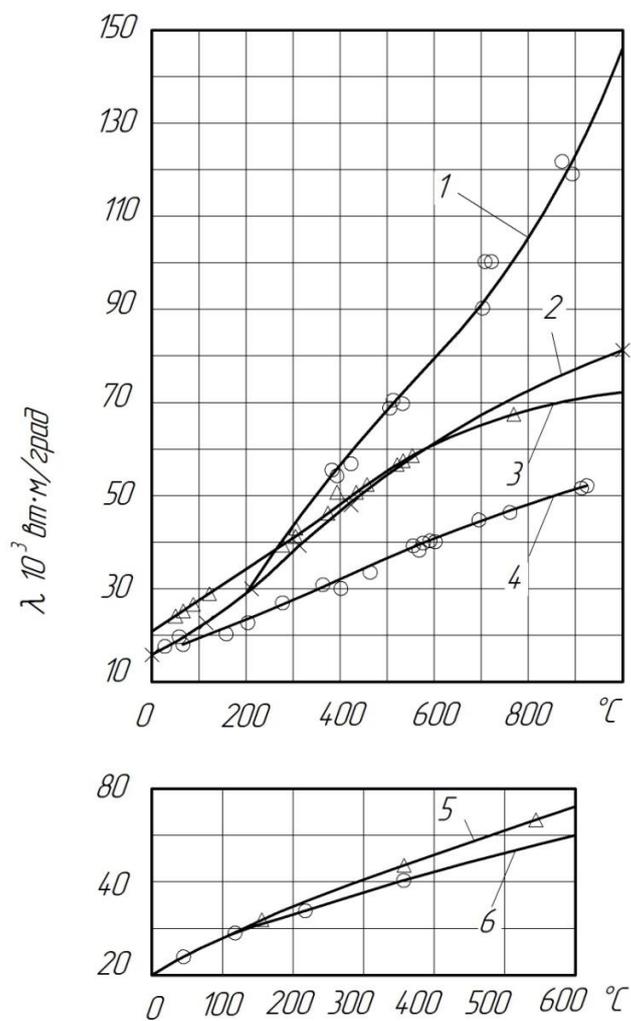


Рисунок 2.2 – Коэффициенты теплопроводности газов:

1 – водяной пар; 2 – двуокись углерода; 3 – воздух; 4 – аргон; 5 – кислород; 6 – азот.

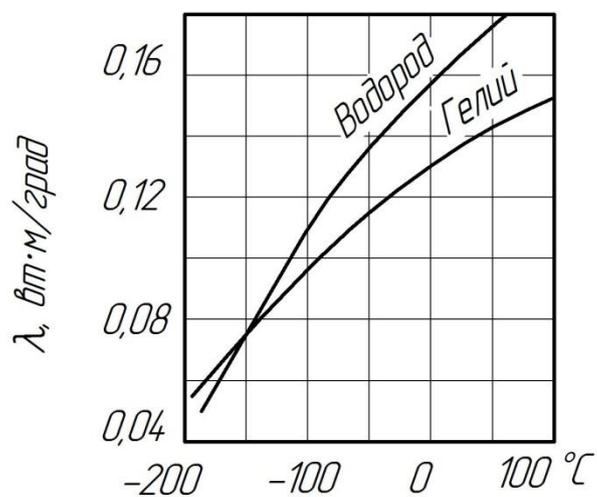


Рисунок 2.3 – Коэффициенты теплопроводности гелия и водорода

Механизм распространения тепла в капельных жидкостях можно представить как перенос энергии путем нестройных упругих колебаний.

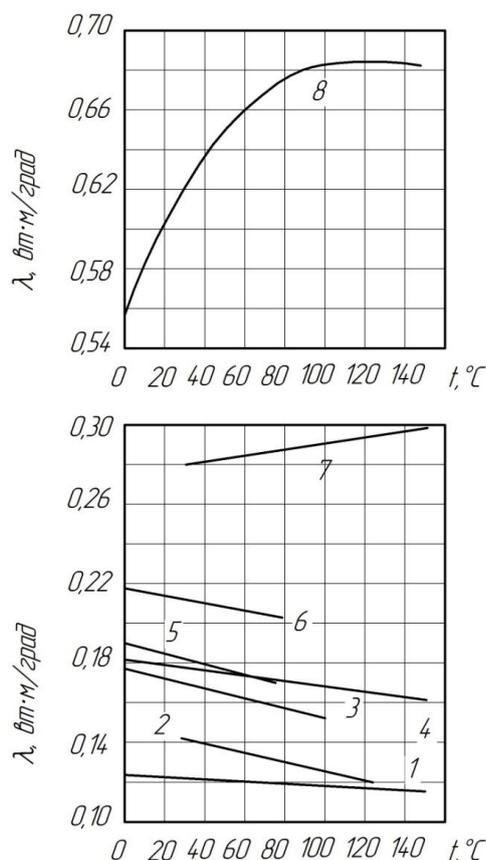


Рисунок 2.4. Теплопроводность различных жидкостей:

1 – вазелиновое масло; 2 – бензол; 3 – ацетон; 4 – касторовое масло; 5 – спирт этиловый; 6 – спирт метиловый; 7 – глицерин; 8 – вода.

Опыты подтверждают, что для большинства жидкостей с повышением температуры коэффициент теплопроводности  $\lambda$  убывает, исключение составляют вода и глицерин (рисунок 2.4). Коэффициент теплопроводности капельных жидкостей лежит примерно в пределах  $\lambda = 0,07 \dots 0,7$  Вт/м·К.

При повышении давления коэффициенты теплопроводности жидкостей возрастают.

В металлах основным передатчиком тепла являются свободные электроны, которые можно уподобить идеальному одноатомному газу. Передача тепла при помощи колебательных движений атомов или в виде упругих звуковых волн не исключается, но эта доля незначительна по

сравнению с переносом энергии электронным газом. Вследствие движения свободных электронов происходит выравнивание температуры во всех точках нагревающегося или охлаждающегося металла. Свободные электроны движутся как из областей, более нагретых, в области, менее нагретые, так и в обратном направлении. В первом случае они отдают энергию атомам, во втором отбирают. Так как в металлах носителями тепловой и электрической энергии являются электроны, то коэффициенты теплопроводности и электропроводности пропорциональны друг другу.

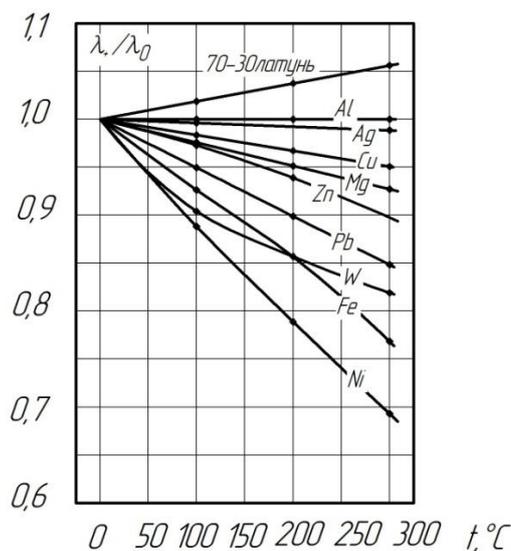


Рисунок 2.5 – Зависимость коэффициента теплопроводности от температуры для некоторых металлов

При повышении температуры вследствие усиления тепловых неоднородностей рассеивание электронов увеличивается. Это влечет за собой уменьшение коэффициентов тепло- и электропроводности чистых металлов (рисунок 2.5).

При наличии разного рода примесей коэффициент теплопроводности металлов резко убывает. Так, например, для чистой меди  $\lambda=396$  Вт/м·град, а для меди со следами мышьяка  $\lambda=142$  Вт/м·град. В отличие от чистых металлов коэффициенты теплопроводности сплавов при повышении температуры увеличиваются (рисунок 2.5).

Таким образом, чтобы интенсифицировать теплообмен в процессе теплопроводности необходимо правильно выбирать материал (либо вещество) с учетом влияния температурного фактора. На интенсивность переноса тепла теплопроводностью возможно воздействие температурой, а также давлением (для сжимаемых сред).

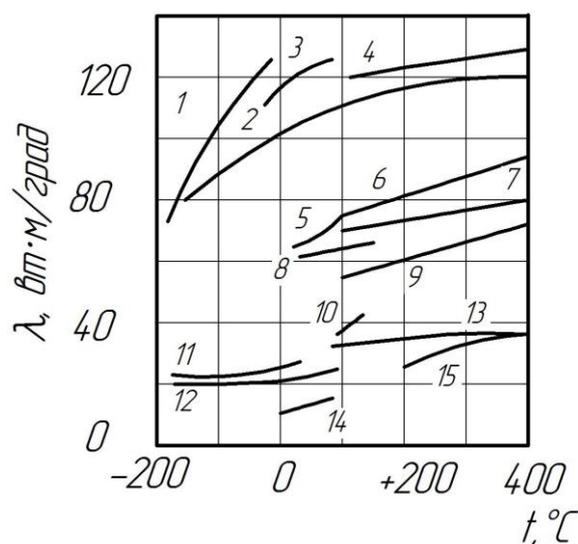


Рисунок 2.6 – Теплопроводность различных сплавов:

- 1 – латунь 18; 2 – латунь 30; 3 – латунь 30; 4 – нихром; 5 – бронза; 6 – марганцевая бронза; 7 – орудийная бронза; 8 – сплав олова и цинка; 9 – фосфористая бронза; 10 – белый металл; 11 – константан; 12 – монель-металл; 13 – манганин; 14 – никелевая сталь; 15 – жидкий сплав олова с цинком.

На рис. 2.7 приведены графики распределения температуры в стенке, иллюстрирующие влияние теплопроводности стенки на ее тепловое состояние. Выбраны стенки одинаковой толщины с идентичными условиями теплообмена со стороны теплоносителей и одинаковыми уровнями температур. Сравнение показывает, что при одинаковой толщине стенок выбор материала с меньшей теплопроводностью приводит не только к снижению теплового потока, но и к изменению температурных уровней на поверхностях стенки. При этом температурный градиент в стенке увеличивается, что, в свою очередь может быть не желательным в плане термических напряжений и деформаций.

Большая теплопроводность увеличивает тепловой поток и выравнивает температуру в самой стенке. При принятии решений о выборе материала стенки следует учитывать не только её прогнозируемое тепловое состояние, но и допустимые уровни температуры эксплуатации.

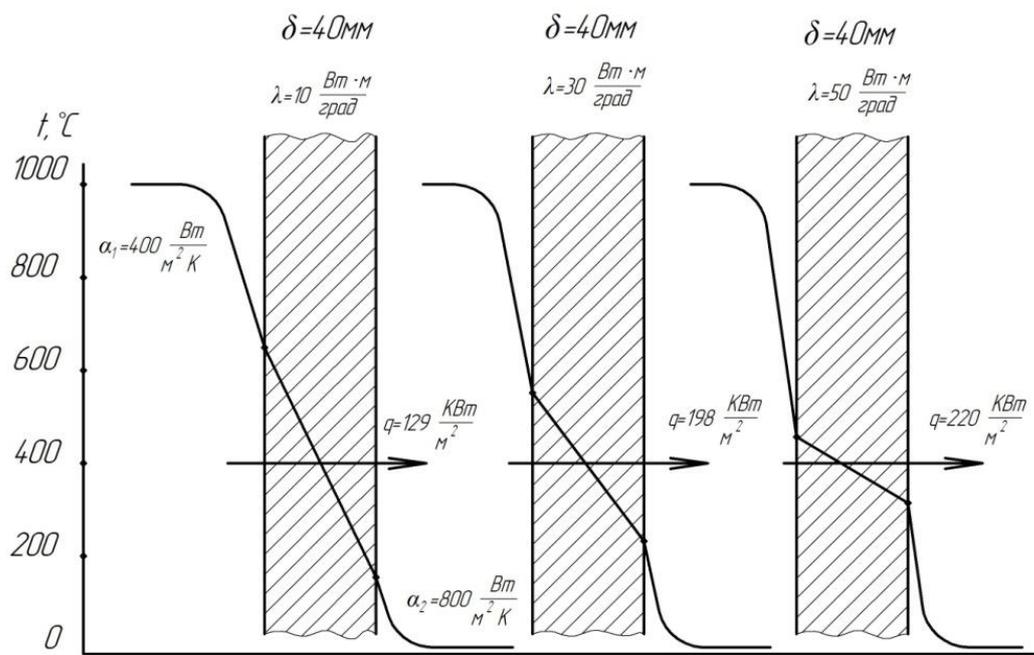


Рисунок 2.9 – Влияние теплопроводности стенки на её тепловое состояние при теплопередаче

Большая теплопроводность увеличивает тепловой поток и выравнивает температуру в самой стенке. При принятии решений о выборе материала стенки следует учитывать не только её прогнозируемое тепловое состояние, но и допустимые уровни температуры эксплуатации.

### 2.3 Нестационарные процессы теплопроводности

Среди практических задач нестационарной теплопроводности важнейшее значение имеют две группы процессов: а) тело стремится к тепловому равновесию; б) температура тела претерпевает периодические изменения.

К первой группе относятся процессы прогрева или охлаждения тел, помещенных в среду с заданным тепловым состоянием, например, прогрев болванки в печи, в металлургии – охлаждение брусков и чушек, охлаждение закаливаемой детали и т.д.

Ко второй группе относятся процессы в периодически действующих подогревателях, например, тепловой процесс регенераторов, насадка которых периодически нагревается горячим теплоносителем, то охлаждается холодным теплоносителем.

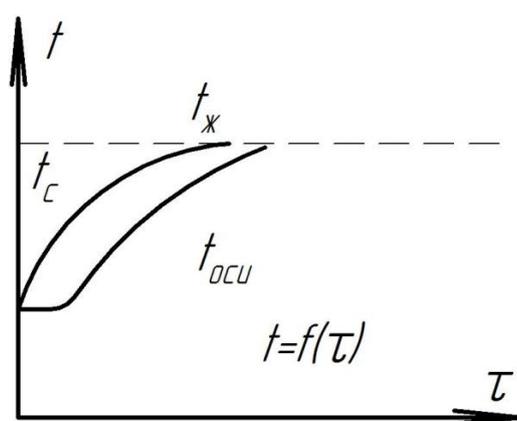


Рисунок 2.8 – Характер изменения температуры тела во времени

На рисунке 2.8 показан характер кривых, полученных при нагревании однородного твердого тела в среде с постоянной температурой  $t_{ж}$ . По мере нагрева температура в каждой точке асимптотически приближается к температуре нагревающей среды. Наиболее быстро изменяется температура точек, лежащих вблизи поверхности тела. С увеличением времени прогрева эта разность будет уменьшаться, и теоретически через достаточно большой отрезок времени она будет равна нулю.

В условиях передачи тепла через стенку при внезапном изменении температуры одного из теплоносителей не все тепло будет передаваться через стенку: часть его уйдет на изменение внутренней энергии самой

стенки, и только при наступлении стационарного процесса все тепло будет передаваться через стенку от одной жидкости к другой.

Приведенные примеры указывают на то, что нестационарные тепловые процессы всегда связаны с изменением внутренней энергии (энтальпии) тела.

### 2.3.1 Охлаждение (нагревание) пластины

Дана пластина толщиной  $2\delta$  рисунке 2.9. Размеры пластины в направлении осей  $Oy$  и  $Oz$  безграничны. В начальный момент ( $\tau=0$ ) температура в пластине распределена равномерно и равна  $t=t_0=\text{const}$ ,  $\vartheta = \vartheta_0 = \vartheta_{жс} = \text{Const}$ . Охлаждение происходит в среде с постоянной температурой  $t_{жс}=\text{const}$ . На обеих поверхностях отвод тепла осуществляется при одинаковом коэффициенте теплоотдачи ( $\alpha=\text{const}$ ) во всем промежутке времени. Отсчет температуры пластины для любого времени будем вести от температуры окружающей среды, т.е.  $t-t_{жс}=\vartheta$ . В дифференциальное уравнение (2.10) и в граничные условия подставим избыточную температуру  $\vartheta$ . Температура вдоль осей  $oy$  и  $oz$  не изменяется, так что  $d\vartheta/dy=0$  и  $d\vartheta/dz=0$ .

Если температурное поле меняется во времени, то есть  $t=f(\tau)$ , то протекающие в таких условиях процессы называются нестационарными.

Нестационарность обусловлена изменением температуры тела, то есть его нагревом или охлаждением. Скорость изменения энтальпии пропорционально изменению  $\lambda$  и обратно пропорциональна аккумуляющей способности  $c\rho$ . В целом, скорость процесса определяется значением коэффициента температуропроводности  $a = \frac{\lambda}{c\rho}$ .

Решить задачу нестационарной теплопроводности означает определить  $t=t(\tau, x, y, z)$  и  $Q=Q(\tau, x, y, z)$ . Такие решения могут быть получены из дифференциального уравнения теплопроводности.

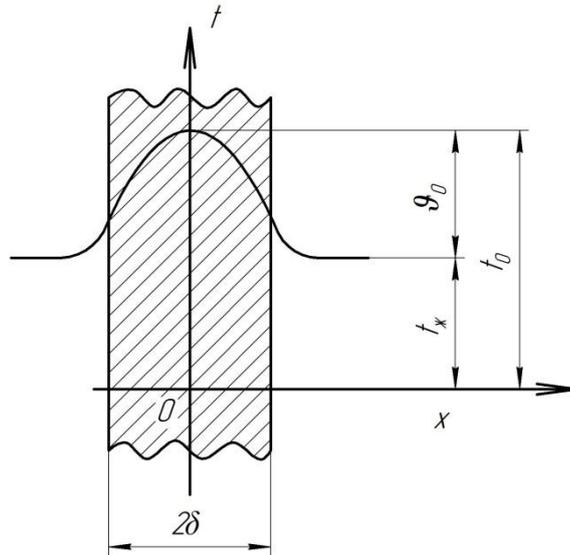


Рисунок 2.9 – Бесконечная плоская пластина

$$\tau = 0; t_0 = t = const; t_e = const; \alpha = const; \vartheta = t - t_{жс}; \frac{d\vartheta}{dy} = 0; \frac{d\vartheta}{dz} = 0$$

Формулировка задачи:

$$\left[ \begin{array}{l} \frac{\partial \vartheta}{\partial \tau} = a \frac{\partial^2 \vartheta}{\partial x^2} - \text{диф. уравнение теплопроводности} \\ \tau = 0, \vartheta = \vartheta_0 = t_0 - t_{жс} - \text{начальные условия} \\ x = 0, \left( \frac{\partial \vartheta}{\partial x} \right)_{x=0} = 0 - \text{условия симметрии} \\ x = \delta, \left( \frac{\partial \vartheta}{\partial x} \right)_{x=\delta} = -\frac{\alpha}{\lambda} \vartheta_{x=\delta} - \text{граничные условия 3-го рода} \end{array} \right.$$

Решение дифференциального уравнения ищем в виде произведения двух функций:

$$\vartheta = f(\tau, x) = \varphi(\tau) \cdot \psi(x) \quad (2.18)$$

$$\frac{\partial \varphi(\tau)}{\partial \tau} \cdot \psi(x) = a \cdot \frac{\partial^2 \psi(x)}{\partial x^2} \varphi(\tau) \quad (2.19)$$

$$\varphi'(\tau) \cdot \psi(x) = a \cdot \psi''(x) \cdot \varphi(\tau)$$

$$\frac{\varphi'(\tau)}{\varphi(\tau)} = a \frac{\psi''(x)}{\psi(x)} \quad (2.20)$$

уравнение (2.34) выполняется при любых  $x$  и  $\tau$ , и в другом виде:

$$\frac{1}{a} \frac{\varphi'(\tau)}{\varphi(\tau)} = \frac{\psi''(x)}{\psi(x)} = -k^2$$

$$\frac{\varphi'(\tau)}{\varphi(\tau)} + ak^2 = 0 \quad (2.21)$$

$$\frac{\psi''(x)}{\psi(x)} + k^2 = 0 \quad (2.22)$$

Общие решения этих дифференциальных уравнений будут:

$$\begin{aligned} \varphi(\tau) &= C_1 e^{-ak^2\tau} \\ \psi(x) &= C_2 \sin(kx) + C_3 \cos(kx) \end{aligned}$$

подставим их в уравнение (2.15):

$$\mathcal{G} = [C_2 \sin(kx) + C_3 \cos(kx)] \cdot C_1 e^{-ak^2\tau} \quad (2.23)$$

Уравнение (2.26) выполнимо при любых  $C_1, C_2, C_3$  и  $k$ .

На середине пластины:

$$x = 0, \left( \frac{\partial \mathcal{G}}{\partial x} \right)_{x=0} = 0$$

Тогда

$$\left( \frac{\partial \mathcal{G}}{\partial x} \right)_{x=0} = C_1 e^{-ak^2\tau} \cdot k \cdot [C_2 \cos(kx) - C_3 \sin(kx)]_{x=0} = 0$$

$C_2 \cos(0) = C_3 \sin(0)$ , т.е.  $C_2 = 0$ , т.е. частичное решение  $\psi(x) = C_2 \sin(kx)$  не удовлетворяет заданным граничным условиям.

Обозначим

$$C_1 C_3 = A \rightarrow \mathcal{G} = A e^{-ak^2\tau} \cos(kx) \quad (2.24)$$

с учетом граничных условий  $\left( \frac{\partial \mathcal{G}}{\partial x} \right)_{x=\delta} = -\frac{\alpha}{\lambda} \mathcal{G}_{x=\delta}$ :

$$-kA e^{-ak^2\tau} \sin(k\delta) = \frac{\alpha}{\lambda} A e^{-ak^2\tau} \cos(k\delta),$$

$$ctg(k\delta) = \frac{k\delta}{\frac{\alpha\delta}{\lambda}}; \quad k\delta = \mu; \quad \frac{\alpha\delta}{\lambda} = Bi;$$

откуда

$$ctg(\mu) = \frac{\mu}{Bi}; \quad (2.25)$$

Тогда для каждого  $Bi$  существует бесконечное множество решений, здесь  $\mu$  – корень характеристического уравнения (2.25).

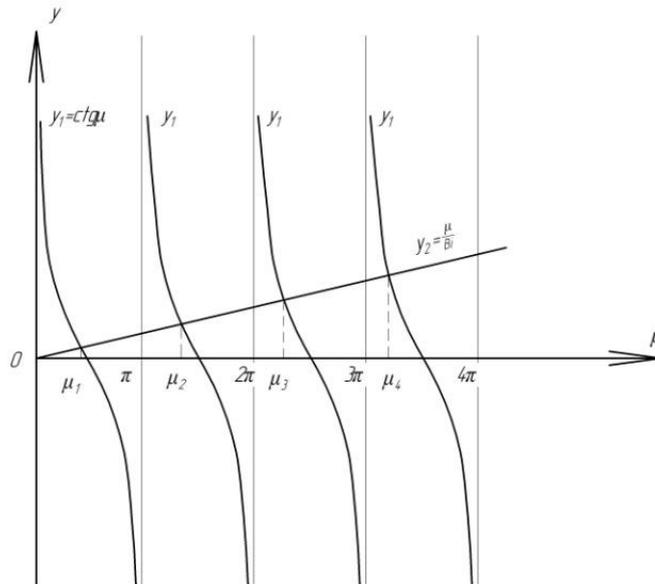


Рисунок 2.10 – Решения уравнения

Каждому  $\mu$  будет соответствовать свое частное решение.

$$\mathcal{G}_n = A_n \cos\left(\mu_n \frac{x}{\delta}\right) e^{-\mu_n^2 \frac{a\tau}{\delta^2}} \quad (2.26)$$

Общее решение

$$\mathcal{G}_n = \sum_{n=1}^{\infty} A_n \cos\left(\mu_n \frac{x}{\delta}\right) e^{-\mu_n^2 \frac{a\tau}{\delta^2}} \quad (2.27)$$

при  $\tau = 0$   $\mathcal{G}_0 = \sum_{n=1}^{\infty} A_n \cos\left(\mu_n \frac{x}{\delta}\right)$  (2.28)

умножим на  $\cos\left(\mu_n \frac{x}{\delta}\right)$

$$\mathcal{G}_0 \int_{-\delta}^{+\delta} \cos\left(\mu_n \frac{x}{\delta}\right) dx = A_n \int_{-\delta}^{+\delta} \cos^2\left(\mu_n \frac{x}{\delta}\right) dx$$

$$\frac{2\delta}{\mu_n} \sin \mu_n = \delta \left( 1 + \frac{1}{2\mu_n} \sin 2\mu_n \right)$$

$$A_n = \mathcal{G}_0 \frac{2 \sin \mu_n}{\mu_n + \sin \mu_n \cdot \cos \mu_n};$$

подставим в уравнение 2.26

Тогда уравнение нестационарного температурного поля будет иметь вид:

$$\mathcal{G}_n = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2\mathcal{G}_0 \sin \mu_n}{\mu_n + \sin \mu_n \cdot \cos \mu_n} \cos\left(\mu_n \frac{x}{\delta}\right) e^{-\mu_n^2 \frac{a\tau}{\delta^2}}. \quad (2.29)$$

Приведем величины к безразмерному виду:

$$\frac{\mathcal{G}}{\mathcal{G}_0} = \Theta, \quad \frac{x}{\delta} = X, \quad \frac{a\tau}{\delta^2} = F_0, \quad \frac{A_n}{\mathcal{G}_0} = D_n.$$

Тогда уравнение будет иметь вид:

$$\Theta = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2 \sin \mu_n}{\mu_n + \sin \mu_n \cdot \cos \mu_n} \cos(\mu_n X) e^{-\mu_n^2 F_0} \quad (2.30)$$

Таким образом  $\Theta = \Theta(Bi, F_0)$

Для центра и для поверхности:

$$\Theta = \frac{\mathcal{G}_0}{\mathcal{G}} = \frac{t_{жс} - t_0}{t_{жс} - t_{\tau=0}};$$

$$\Theta = \frac{v_c}{v} = \frac{t_{жс} - t_c}{t_{жс} - t_{\tau=0}}$$

Анализ свойств нестационарного температурного поля в плоской неограниченной стенке при ее охлаждении (2.30). Характер распределения температурного поля внутри пластины зависит от критерия  $Bi$ .

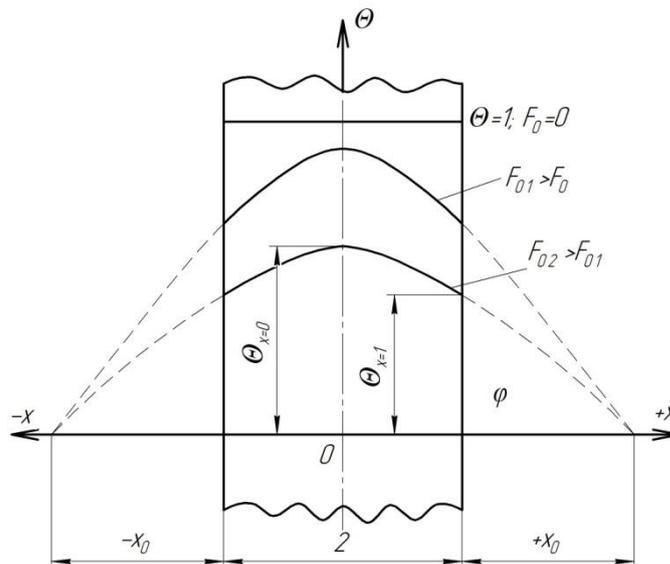


Рисунок 2.11 – Изменение температурного поля

Случай, когда  $Bi \rightarrow \infty$  (в инженерных расчетах). Если критерий  $Bi$  стремится к бесконечности, то температура поверхности пластины сразу становится равной температуре окружающей среды, в которую помещена

пластина. При  $Bi = \infty$   $X_0 = \frac{1}{Bi} = 0$ . Это означает, что точка пересечения

касательных к температурным кривым находится на поверхности пластины (рис. 2.10). Из выражения  $B_i = \frac{\delta/\lambda}{1/\alpha}$  следует что,  $B_i \rightarrow \infty$  при заданных физических параметрах и толщине пластины тогда, когда  $\alpha \rightarrow \infty$ , т.е. это возможно при очень большой интенсивности отвода тепла от поверхности. В этих условиях процесс охлаждения определяется физическими свойствами и размерами тела. При  $B_i \rightarrow 0$  ( $\lambda \rightarrow \infty$ ) распределение температурного поля по толщине пластины показано на рис. 2.11. За счёт высокой теплопроводности температура во всех точках пластины мгновенно выравнивается.

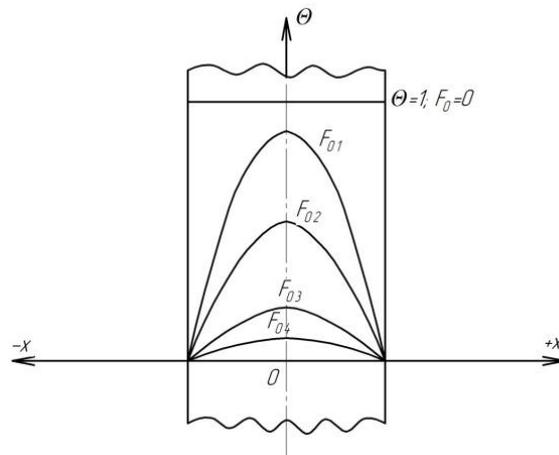


Рисунок 2.12 – Распределение температуры в плоской стенке при ее охлаждении в условиях  $B_i \rightarrow \infty$

$$Fo_1 < Fo_2 < Fo_3 < Fo_4$$

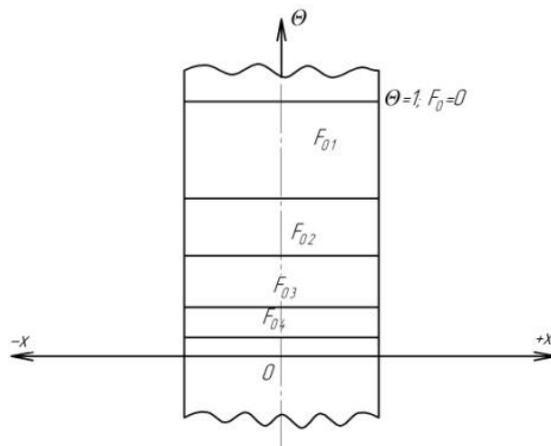


Рисунок 2.13 – Распределение температуры в плоской стенке при ее охлаждении в условиях  $B_i \rightarrow 0$

$$Fo_1 < Fo_2 < Fo_3 < Fo_4$$

$$\text{При } F_0 \geq 0,3 \quad \Theta = \frac{2 \sin \mu_1}{\mu_1 + \sin \mu_1 \cos \mu_1} \cos(\mu_1, X) e^{-\mu_1^2 F_0}$$

$$\Theta = D_1 \cos(\mu_1, X) e^{-\mu_1^2 F_0}$$

При введении соответствующих безразмерных

КОМПЛЕКСОВ:

$$\Theta_{x=0} = N(Bi) e^{-\mu_1^2 F_0}$$

$$\Theta_{x=1} = P(Bi) e^{-\mu_1^2 F_0}$$

Таким образом при заданной координате,  $\Theta$  есть функция только двух величин -  $Bi$  и  $F_0$ , и в практических расчетах достаточно первого члена ряда, а безразмерная координата направляющей точки определяется как:

$$X_0 = \pm \frac{1}{Bi}; X_0 = \frac{\lambda}{\alpha}$$

### 2.3.2 Периодические процессы теплопроводности

Периодические процессы теплопроводности возникают тогда, когда начальные условия приобретают вид условий периодичности, или

$$T(\tau, \bar{x}) = T(\tau + \tau_0, \bar{x}),$$

где  $\tau_0$  – период процесса.

Для характеристики периодических процессов часто используют также понятие частоты ( $1/\tau_0$ ) или круговой частоты ( $\omega_0 = 2\pi/\tau_0$ ).

Рассмотрим процесс теплопроводности в полуограниченном массиве с периодически меняющейся температурой поверхности  $T_w$ .

Закон изменения данной температуры приведен на рис. 2.14.

Если обозначить  $\mathcal{G}_w = T_w - T_\infty$  и  $\mathcal{G}_{w,A}$  – амплитудой изменения температуры, то закон изменения избыточной температуры  $\mathcal{G}_w$  будет

$$\mathcal{G}_w = \mathcal{G}_{w,A} \sin \omega \tau, \quad (2.31)$$

где  $\omega = 2\pi/\tau_0$  – круговая частота процесса.

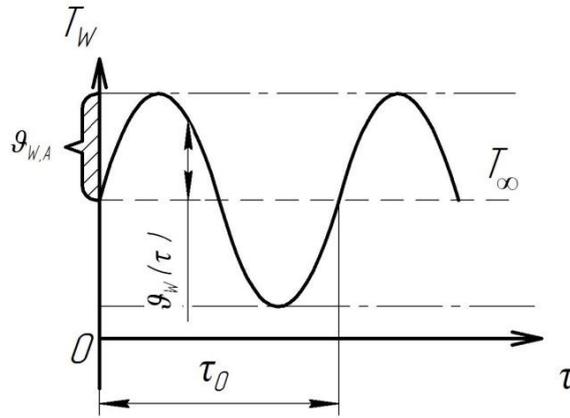


Рисунок 2.14 Изменение температуры стенки от времени при нестационарной теплопроводности (периодический процесс)

Математическое описание в виде дифференциального уравнения теплопроводности для одномерной задачи(плоской стенки) будет:

$$\frac{\partial \vartheta}{\partial \tau} = a \frac{\partial^2 \vartheta}{\partial x^2}.$$

Граничные условия:

$$\text{при } x=0, \quad \vartheta = \vartheta_w(\tau),$$

$$\text{при } x = \infty, \quad \vartheta = 0.$$

Условие периодичности в виде

$$\vartheta(\tau, x) = \vartheta(\tau + \tau_0, x)$$

говорит о том, что в каждой точке тела(стенки) на координате  $\tau$  ( $x=\text{const}$ ) температурный напор  $\vartheta$  изменяется по периодическому закону.

На основе физики процесса можно говорить о том, что в глубь тела уходят температурные волны и, следовательно, решение должно содержать выражение для прогрессивной волны вида:

$$\sin(\omega\tau - \kappa x) \tag{2.32}$$

где  $\kappa = 2\pi/\lambda_0$  – волновое число, характеризующее длину волны  $\lambda_0$ ; примем, что величина  $\kappa$  пока неизвестна.

С другой стороны, температурные колебания должны затухать по мере удаления от поверхности. Можно предложить, что затухание носит экспоненциальный характер вида

$$e^{-p x}, \quad (2.33)$$

где  $p$  – коэффициент (декремент) затухания,  $1/m$ , также пока неизвестная величина.

Сконструируем будущее решение задачи из выражений (2.32) и (2.33) в виде:

$$\vartheta = \vartheta_{w,A} e^{-px} \sin(\omega\tau - \kappa x). \quad (2.34)$$

Выражение (2.31) удовлетворяет граничным условиям и условиям периодичности. Если теперь при каких-либо значениях  $p$  и  $\kappa$  соотношение (2.31) будет также удовлетворять дифференциальному уравнению теплопроводности, то это действительное решение задачи.

Найдем из выражения (2.34):

$$\begin{aligned} \frac{\partial \vartheta}{\partial \tau} &= \omega \vartheta_{w,A} e^{-px} \cos(\omega\tau - \kappa x), \\ \frac{\partial^2 \vartheta}{\partial x^2} &= (p^2 - \kappa^2) \vartheta + 2\kappa p \vartheta_{w,A} e^{-px} \cos(\omega\tau - \kappa x). \end{aligned}$$

Подставим полученные выражения в дифференциальное уравнение теплопроводности и найдем условия, при которых оно обращается в тождество. Чтобы дифференциальное уравнение

$$\begin{cases} p = \kappa, \\ 2\kappa^2 a = \omega. \end{cases} \quad (2.35)$$

Из выражения следует (2.35)

$$\kappa = p = \sqrt{\omega / (2a)}. \quad (2.36)$$

Итоговый вид решения задачи будет:

$$\vartheta = \vartheta_{w,A} e^{-\kappa x} \sin(\omega\tau - \kappa x), \quad (2.37)$$

где  $\kappa$  определяется по формуле (2.39).

Длина распространяющейся в теле температурной волны  $\lambda_0$ :

$$\lambda_0 = 2\pi / \kappa = \frac{2\pi}{\sqrt{\omega}} \sqrt{2a} = 2\sqrt{\pi a \tau_0}. \quad (2.38)$$

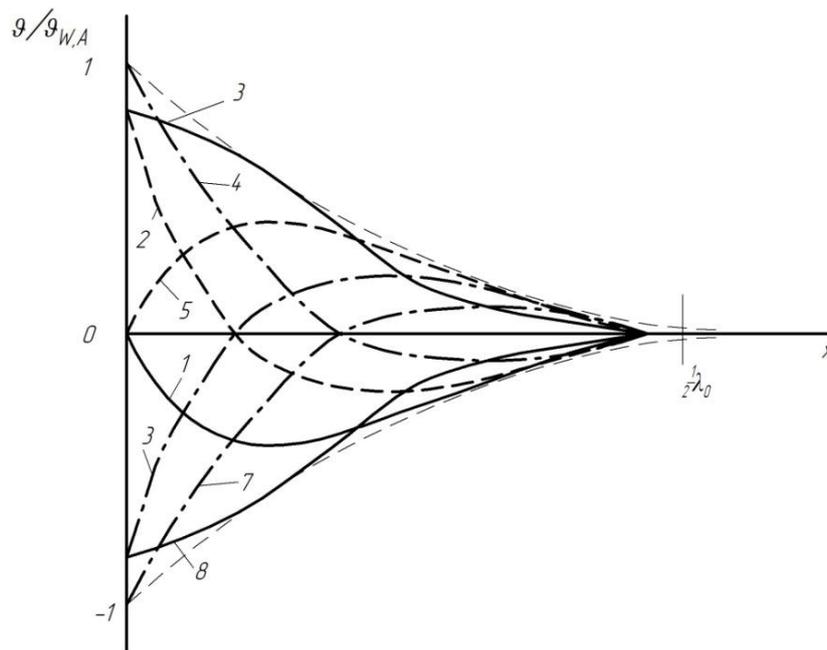
Полученное выражение для длины волны позволяет отметить одну особенность решения задачи.

В точке массива, отстоящей от поверхности на расстоянии равном длине волны ( $x = \lambda_0$ ), значение  $\kappa\lambda_0 = 2\pi$ , и температурный напор, согласно (2.33) уменьшается в  $e^{-2\pi}$  раз (это соответствует значению  $\approx 535$ ). Следовательно, можно считать, что точка  $x = \lambda_0$  – есть глубина проникновения колебаний температуры. И это положение выполняется при любом материале массива. Графическое изображение возникающих температурных полей приведено на рис. 2.15.

$$\frac{\omega}{\kappa} = \frac{\lambda_0}{\tau_0} = 2\sqrt{\frac{\pi a}{\tau_0}}. \quad (2.39)$$

Поток тепла на поверхности тела:

$$q_w(\tau) = -\lambda \left( \frac{\partial \vartheta}{\partial x} \right)_{x=0}, \quad (2.40)$$



1- 0; 2 –  $1/8x_0$ ; 3 –  $2/8x_0$ ; 4 –  $3/8x_0$ ; 5 –  $4/8x_0$ ; 6 –  $5/8x_0$ ; 7 –  $6/8x_0$ ; 8 –  $7/8x_0$

Рисунок 2.15 – Распределение температурного поля в полуограниченном массиве в различные моменты времени при нестационарной теплопроводности (периодический процесс)

ИЛИ

$$q_w(\tau) = \lambda\kappa\vartheta_{w,A} (\sin \omega\tau + \cos \omega\tau), \quad (2.41)$$

ИЛИ

$$q_w(\tau) = \lambda\sqrt{2}\kappa\vartheta_{w,A} \sin(\omega\tau + \pi/4). \quad (2.42)$$

Как следует из выражения (2.42), поток тепла сдвинут по фазе на  $\pi/4$  по сравнению с температурными колебаниями.

В среднем же, за период, поток тепла при указанном законе изменения температуры равен нулю.

«Амплитуда» потока тепла  $q_w$  есть

$$q_{w,A} = \sqrt{\frac{2\pi}{a\tau_0}} \lambda g_{w,A}. \quad (2.44)$$

В заключение раздела укажем некоторые характерные цифры. Так, для тела в виде большого пространства, например, поверхность суши (планеты Земля):

$\tau_0 = 24$  ч (суточное колебание температуры),

$\lambda_0 \sim 1$  м (глубина проникновения в почву).

При  $\tau_0 = 1$  год (годовое колебание температуры)

$\lambda_0 = 20$  м (глубина проникновения в почву в течение года).

Для тел из металлов при периоде колебаний температуры в 1 с глубина проникновения составляет 2—4 см.

### 3. ИНТЕНСИФИКАЦИЯ КОНВЕКТИВНОГО ТЕПЛООБМЕНА

**Теплоотдача.** Основным соотношением для расчета теплопереноса при конвективном теплообмене будет формула именуемая законом Ньютона-Рихмана

$$Q = \alpha F(t_c - t_{жс}), \text{ Вт}. \quad (3.1)$$

$$\alpha = \frac{Q}{F(t_c - t_{жс})}, \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2 \cdot \text{К}}. \quad (3.2)$$

Здесь **коэффициент теплоотдачи  $\alpha$**  — это количество теплоты, которое передается в единицу времени с единицы площади поверхности теплообмена при температурном напоре между стенкой и теплоносителем в 1 К.

Коэффициент теплоотдачи  $\alpha$  может изменяться по поверхности, поэтому различают локальный (или местный) и средний по поверхности коэффициенты теплоотдачи. Величина коэффициента теплоотдачи  $\alpha$  зависит от характера течения жидкости или газа (ламинарное или турбулентное течение). Движение жидкости может быть естественным или вынужденным. При любом течении жидкости в тонком слое у поверхности из-за наличия вязкого трения течение жидкости затормаживается, и скорость падает до нуля в вязком подслое.

При ламинарном течении перенос тепла в основном осуществляется теплопроводностью. При турбулентном течении теплопроводность наблюдается в пограничном подслое, а в ядре потока – имеет место массоперенос. На интенсивность теплоотдачи существенно влияет термическое сопротивление вязкого подслоя.

В общем случае  $\alpha$  является сложной функцией:

$$\alpha = f(\omega, t_c, t_{жс}, \lambda, C_p, \rho, \mu, a, \phi, l_1, l_2 \dots)$$

где в скобках кроме скорости, параметров состояния и теплофизических свойств теплоносителя представлены также  $\phi$  - форма и  $l_1, l_2$  - размеры поверхности.

$$a = \frac{\lambda}{c\rho}; \quad \rho = \mu \frac{d\omega}{du}; \quad \nu = \frac{\mu}{\rho}; \quad \beta = \frac{1}{\nu} \left( \frac{\partial \nu}{\partial \tau} \right)_{P=const},$$

где  $\beta$  температурный коэффициент объемного расширения.

В практических расчетах задача конвективного теплообмена обычно сводится к нахождению коэффициенты теплоотдачи  $\alpha$ . Он рассчитывается с использованием, так называемых, критериальных уравнений, полученных эмпирическим путем. Подробнее о них будет сказано в разделе 3.2.

Прежде чем обозначить факторы, влияющие на конвективную теплоотдачу и способы её интенсификации, ниже предлагается рассмотреть основы математического описания процесса передачи тепла при конвективном теплообмене, применение теории подобия, методологию

использования критериальных уравнений при расчете коэффициентов теплоотдачи.

### 3.1 Приведение дифференциальных уравнений конвективного теплообмена и условий однозначности к безразмерному виду

Пусть поверхность твердого тела омывается несжимаемой жидкостью, температура и скорость которой вдали от тела постоянны и равны соответственно  $t_0$  и  $w_0$ . Размеры тела  $l_0$  и другие заданы. Температура поверхности тела равна  $t_c$ . Для определенности примем, что  $t_c > t_0$ . Будем полагать, что физические параметры жидкости постоянны (учтем только подъемную силу, возникающую в результате зависимости плотности от температуры). Теплота трения не учитывается. Рассматриваемый процесс является стационарным.

Расположим оси координат так, как показано на рис. 3-1. Для простоты примем, что ось  $y$  нормальна к поверхности тела, а ось  $x$  направлена вдоль тела и вертикальна.

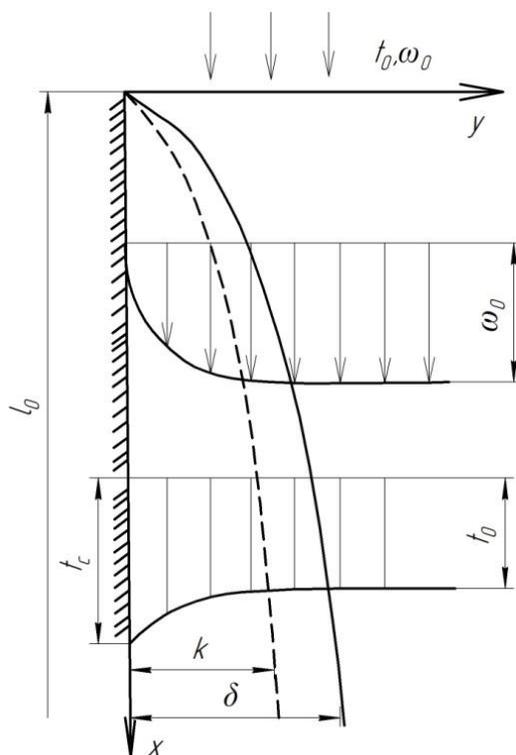


Рисунок 3.1 – К постановке краевой задачи конвективного теплообмена

При этом  $g_x=g$ , а проекции вектора сил тяжести (или подъемной силы) на оси  $y$  и  $z$  будут равны нулю ( $g_y=g_z=0$ ).

При принятых условиях конвективный теплообмен описывается системой дифференциальных уравнений, состоящей из уравнения теплоотдачи:

$$\alpha = -\frac{\lambda}{g_c} \left( \frac{\partial \vartheta}{\partial n} \right)_{y=0} \quad (3.1)$$

уравнения энергии:

$$w_x \frac{\partial \vartheta}{\partial x} + w_y \frac{\partial \vartheta}{\partial y} + w_z \frac{\partial \vartheta}{\partial z} = \alpha \left( \frac{\partial^2 \vartheta}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \vartheta}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \vartheta}{\partial z^2} \right) \quad (3.2)$$

уравнение движения:

$$w_x \frac{\partial w_x}{\partial x} + w_y \frac{\partial w_x}{\partial y} + w_z \frac{\partial w_x}{\partial z} = g\beta\vartheta - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \nu \left( \frac{\partial^2 w_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w_x}{\partial z^2} \right); \quad (3.3)$$

$$w_x \frac{\partial w_y}{\partial x} + w_y \frac{\partial w_y}{\partial y} + w_z \frac{\partial w_y}{\partial z} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} + \nu \left( \frac{\partial^2 w_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w_x}{\partial z^2} \right);$$

$$w_x \frac{\partial w_z}{\partial x} + w_y \frac{\partial w_z}{\partial y} + w_z \frac{\partial w_z}{\partial z} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} + \nu \left( \frac{\partial^2 w_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w_z}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w_z}{\partial z^2} \right);$$

уравнение сплошности:

$$\frac{\partial w_x}{\partial x} + \frac{\partial w_y}{\partial y} + \frac{\partial w_z}{\partial z} = 0. \quad (3.4)$$

Напишем уравнения; при этом учтем, что ввиду стационарности процесса производные по времени равны нулю. Введем также понятие избыточной температуры  $\vartheta = t - t_0$ , где  $t$  – температура жидкости (заметим, что  $dt = d\vartheta$ , так как  $t_0 = \text{const}$ ).

уравнение энергии:

$$w_x \frac{\partial \vartheta}{\partial x} + w_y \frac{\partial \vartheta}{\partial y} + w_z \frac{\partial \vartheta}{\partial z} = \alpha \left( \frac{\partial^2 \vartheta}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \vartheta}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \vartheta}{\partial z^2} \right); \quad (3.5)$$

уравнение движения:

$$w_x \frac{\partial w_x}{\partial x} + w_y \frac{\partial w_x}{\partial y} + w_z \frac{\partial w_x}{\partial z} = g\beta\vartheta - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \nu \left( \frac{\partial^2 w_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w_x}{\partial z^2} \right); \quad (3.6)$$

$$w_x \frac{\partial w_y}{\partial x} + w_y \frac{\partial w_y}{\partial y} + w_z \frac{\partial w_y}{\partial z} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} + \nu \left( \frac{\partial^2 w_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w_x}{\partial z^2} \right);$$

$$w_x \frac{\partial w_z}{\partial x} + w_y \frac{\partial w_z}{\partial y} + w_z \frac{\partial w_z}{\partial z} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} + \nu \left( \frac{\partial^2 w_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w_z}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w_z}{\partial z^2} \right);$$

уравнение сплошности:

$$\frac{\partial w_x}{\partial x} + \frac{\partial w_y}{\partial y} + \frac{\partial w_z}{\partial z} = 0. \quad (3.7)$$

Напишем граничные условия:

1) Вдали от тела ( $x < 0$ )

$$\mathcal{G} = \mathcal{G}_0 = t_0 - t_0 = 0; \quad w_x = w_0; \quad w_y = w_z = 0.$$

2) На поверхности тела ( $y=0, 0 \leq x \leq l_0$ )

$$\mathcal{G} = \mathcal{G}_c = t_c - t_0 = const; \quad w_x = w_y = w_z = 0.$$

В уравнениях и условиях однозначности можно различить три вида величин:

независимые переменные – это координаты  $x, y$  и  $z$ ;

зависимые переменные – это  $\alpha, \mathcal{G}, w_x, w_y, w_z$  и  $p$ ; зависимые переменные однозначно определяются значениями независимых переменных, если заданы величины, входящие в условия однозначности;

постоянные величины – это  $w_0, t_0, l_0, \mathcal{G}_c, \mu, \alpha, \lambda, \beta, \rho$  и др.; они задаются условиями однозначности и для определенной задачи являются постоянными величинами, не зависящими от других переменных.

Таким образом, искомые зависимые переменные  $\alpha, \mathcal{G}, w_x, w_y, w_z$  и  $p$  зависят от большого числа величин: они являются функцией независимых переменных и постоянных величин, входящих в условия однозначности.

Величины, содержащиеся в уравнениях и условиях однозначно, можно сгруппировать в безразмерные комплексы. В этом случае число безразмерных комплексов будет меньше числа размерных величин.

Для приведения к безразмерному виду выберем масштабы приведения. В качестве масштабов удобно принять постоянные величины, входящие в

условия однозначности. Для линейных величин выберем какой-либо характерный размер, например длину поверхности теплообмена  $l_0$ , для скорости –  $w_0$ , для температуры –  $\mathcal{G}_c$ .

Обозначим безразмерные величины:

$$X = \frac{x}{l_0}, Y = \frac{y}{l_0}, Z = \frac{z}{l_0}, W_x = \frac{w_x}{w_0}, \quad (3.8)$$

$$W_y = \frac{w_y}{w_0}, W_z = \frac{w_z}{w_0}, \Theta = \frac{\mathcal{G}}{\mathcal{G}_c}.$$

Тогда

$$x = l_0 X, y = l_0 Y, z = l_0 Z, w_x = w_0 W_x, \quad (3.9)$$

$$w_y = w_0 W_y, w_z = w_0 W_z \text{ и } \mathcal{G} = \mathcal{G}_c \Theta.$$

Подставим в уравнения значения величин согласно равенствам (3.8).

Подстановка в уравнение теплообмена дает:

$$\alpha = -\frac{\lambda}{\mathcal{G}_c} \left[ \frac{\partial(\mathcal{G}_c \Theta)}{\partial(l_0 Y)} \right]_{Y=0} = -\frac{\lambda}{l_0} \left( \frac{\partial \Theta}{\partial Y} \right)_{Y=0}, \quad (3.10)$$

или после умножения левой и правой части на  $l_0 / \lambda$

$$\frac{\alpha l_0}{\lambda} = -\left( \frac{\partial \Theta}{\partial Y} \right)_{Y=0}. \quad (3.11)$$

Преобразуем уравнение энергии:

$$\frac{\partial^2 \mathcal{G}}{\partial x^2} = \frac{\partial(\mathcal{G}_c \Theta)}{\partial(l_0 X)^2} = \frac{\partial}{\partial(l_0 X)} \left[ \frac{\partial(\mathcal{G}_c \Theta)}{\partial(l_0 X)} \right] = \frac{\mathcal{G}_c}{l_0^2} \frac{\partial^2 \Theta}{\partial X^2}, \quad (3.12)$$

В результате подстановки равенств (3.10) после умножения левой и правой частей уравнения энергии на  $l_0^2 / a$  будем иметь:

$$\frac{w_0 l_0}{a} \left( W_x \frac{\partial \Theta}{\partial X} + W_y \frac{\partial \Theta}{\partial Y} + W_z \frac{\partial \Theta}{\partial Z} \right) = \frac{\partial^2 \Theta}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \Theta}{\partial Y^2} + \frac{\partial^2 \Theta}{\partial Z^2}. \quad (3.13)$$

Аналогично преобразуем и уравнения движения. После подстановки равенств (3.9) в левую и правую части уравнение движения относительно оси  $x$  умножим на  $l_0^2 / \mathcal{G} \cdot \omega_0$ .

В результате получим:

$$\frac{w_0 l_0}{v} \left( W_x \frac{\partial W_x}{\partial X} + W_y \frac{\partial W_x}{\partial Y} + W_z \frac{\partial W_x}{\partial Z} \right) = \frac{g \beta g_c l_0^2}{v w_0} \Theta + \frac{l_0}{p v w_0} \frac{\partial p}{\partial X} + \nabla^2 W_x.$$

Сделаем следующие преобразования отдельных комплексов, входящих в последнее уравнение:

$$\frac{g \beta g_c l_0^2}{v w_0} \Theta = \frac{g \beta g_c l_0^3}{v^2} \frac{v}{w_0 l_0} \Theta$$

и

$$\frac{l_0}{p v w_0} \frac{\partial p}{\partial X} = \frac{\partial}{\partial X} \left( \frac{p}{\rho w_0^2} \frac{w_0 l_0}{v} \right).$$

Учитывая эти преобразования, получаем:

$$\frac{w_0 l_0}{v} \left( W_x \frac{\partial W_x}{\partial X} + W_y \frac{\partial W_x}{\partial Y} + W_z \frac{\partial W_x}{\partial Z} \right) = \frac{g \beta g_c l_0^3}{v^2} \frac{v}{w_0 l_0} \Theta - \frac{\partial}{\partial X} \left( \frac{p}{\rho w_0^2} \frac{w_0 l_0}{v} \right) + \nabla^2 W_x. \quad (3.14)$$

Аналогично приводятся к безразмерному виду и уравнения движения относительно осей  $y$  и  $z$ . Так по условиям задачи  $g_y = g_z = 0$ , в этих уравнениях отсутствует член, учитывающий подъемную силу. Очевидно, новых безразмерных комплексов эти уравнения не дают, в связи с чем они в дальнейшем не рассматриваются.

После преобразования уравнения сплошности получим:

$$\frac{w_0}{l_0} \left( W_x \frac{\partial W_x}{\partial X} + W_y \frac{\partial W_x}{\partial Y} + W_z \frac{\partial W_x}{\partial Z} \right) = 0$$

или, так как  $w_0 / l_0$  не равно нулю:

$$\left( W_x \frac{\partial W_x}{\partial X} + W_y \frac{\partial W_x}{\partial Y} + W_z \frac{\partial W_x}{\partial Z} \right) = 0. \quad (3.15)$$

Приводя к безразмерному виду граничные условия, получаем:

- 1) Вдали от тела ( $X \rightarrow 0$ )  $\Theta = \Theta_0 = 0$ ,  $W_x = 1$ ,  $W_y = W_z = 0$ .
- 2) На поверхности тела ( $Y=0$ ,  $0 \leq X \leq 1$ )  $\Theta = \Theta_c = 1$ ,  $W_x = W_y = W_z = 0$ .

Несмотря на то, что величины  $w_0$ ,  $t_0$ ,  $t_c$  и др., входящие в размерные граничные условия, могут иметь различные численные значения, безразмерные  $\Theta_0, \Theta_c, W_x$  и др. имеют в рассматриваемом случае вполне конкретную численную величину.

### 3.2 Критерии подобия и критериальные уравнения

Помимо безразмерных величин  $\Theta$ ,  $W_x$ ,  $W_y$  и  $W_z$  и безразмерных координат, входящих в уравнения конвективного теплообмена и условия однозначности, в уравнения входят также безразмерные комплексы состоящие из разнородных физических величин, например:

$$\frac{\alpha l_0}{\lambda}, \frac{w_0 l_0}{\nu}, \frac{w_0 l_0}{a}, \frac{g \beta g_c l_0^3}{\nu^2}, \frac{p}{\rho w_0^2}.$$

Этим комплексам, называемым критериями подобия, присвоены имена ученых, внесших значительный вклад в развитие гидродинамики или теплопередачи.

Первый из этих безразмерных комплексов обозначают

$$Nu \equiv \frac{\alpha_{жс} l_0}{\lambda_{жс}} \quad (3.18)$$

и называют критерием Нуссельта или критерием теплоотдачи. Критерий Нуссельта характеризует теплообмен на границе «стенка-жидкость». В задачах конвективного теплообмена критерий  $Nu$  обычно является искомой величиной, поскольку в него входит определяемая величина коэффициента теплоотдачи  $\alpha$ .

Несмотря на внешнее сходство с критерием Био, рассмотренным при изучении теплопроводности, критерий Нуссельта существенно отличается от него. В критерий  $Bi$  входит коэффициент теплопроводности твердого тела; в критерий  $Nu$  – коэффициент теплопроводности жидкости. Кроме того, в критерий Био коэффициент теплоотдачи вводится как величина, заданная в условиях однозначности; мы же рассматриваем коэффициент теплоотдачи, входящий в  $Nu$ , как величину искомую, а характерные размеры  $\delta$  или  $l_0$  относят к поверхности теплообмена.

Безразмерный комплекс

$$Re = \frac{w_0 l_0}{\nu} \quad (3.19)$$

называют критерием Рейнольдса. Он характеризует соотношение сил инерции и сил вязкости. Критерий Рейнольдса будет получен, если член уравнения движения, учитывающий инерционные силы, разделить на член, учитывающий в этом уравнении силы трения:

$$\frac{(\vec{w}, grad) \vec{w}}{\nu \nabla^2 \vec{w}} = \frac{w_0^2 / l_0}{\nu w_0 / l_0^2} \frac{(\vec{W}, grad) \vec{W}}{\nabla^2 \vec{W}} = \frac{w_0 l_0}{\nu} \frac{(\vec{W}, grad) \vec{W}}{\nabla^2 \vec{W}}.$$

По существу такую же операцию мы выполнили в 3.2 при приведении уравнения движения к безразмерному виду.

Критерий Рейнольдса является очень важной характеристикой, так как характеризует режим течения теплоносителя (жидкости, газа).

Третий безразмерный комплекс обозначают

$$Pe \equiv \frac{w_0 l_0}{a} \quad (3.20)$$

и называют критерием Пекле. Его можно преобразовать следующим образом:

$$\frac{w_0 l_0}{a} = \frac{w_0 l_0 c_p \rho}{\lambda} = \frac{\rho c_p w_0 \vartheta}{\frac{\lambda}{l_0} \vartheta};$$

здесь числитель характеризует тепло, переносимое конвекцией, а знаменатель – тепло, переносимое теплопроводностью.

По существу ранее получено критерий Пекле путем деления конвективного члена уравнения на член, учитывающий перенос тепла теплопроводностью.

Безразмерный комплекс

$$Gr \equiv \frac{g \beta_c l_0^3}{\nu^2} \quad (3.21)$$

называют критерием Грасгофа. Он характеризует отношение подъемных сил, возникающих в жидкости вследствие разности плотностей к силам вязкости. Вместо Gr можно написать его модификацию:

$$Ar \equiv \frac{g l_0^3}{\nu^2} \frac{\rho_0 - \rho}{\rho} \quad (3.22)$$

Критерий  $Ar$  называется критерием Архимеда. При условии  $\beta = \text{const}$  (коэффициент сжимаемости) он идентичен критерию Грасгофа.

Критерий Архимеда обычно используют при рассмотрении процессов свободного движения в жидкости, в которой находятся твердые частицы, пузырьки или капли другой жидкости. В этом случае  $\rho_0$  и  $\rho$  и будут соответствовать плотности одной и другой фаз.

Безразмерный комплекс

$$Eu \equiv \frac{P}{\rho w_0^2} \quad (3.23)$$

называют критерием Эйлера. Этот критерий характеризует соотношение сил давления и сил инерции. В уравнения конвективного теплообмена он входит только под знаком производной. Следовательно, для рассматриваемой нами несжимаемой жидкости с постоянными физическими параметрами существенно не абсолютное значение давления, а его изменение. Поэтому критерий Эйлера обычно представляют в виде:

$$Eu = \frac{\Delta p}{\rho w_0^2} = \frac{p - p_0}{\rho w_0^2},$$

где  $p_0$  какое-либо фиксированное значение давления, например, давление на входе в канал. Это давление может быть неизвестной величиной.

Используя обозначения критериев, систему безразмерных дифференциальных уравнений можно записать в следующем виде:

$$Nu = -(\partial\Theta / \partial Y)_{Y=0}; \quad (3.24)$$

$$Pe \left( W_x \frac{\partial\Theta}{\partial X} + W_y \frac{\partial\Theta}{\partial Y} + W_z \frac{\partial\Theta}{\partial Z} \right) = \nabla^2 \Theta; \quad (3.25)$$

$$Pe \left( W_x \frac{\partial W_x}{\partial X} + W_y \frac{\partial W_x}{\partial Y} + W_z \frac{\partial W_x}{\partial Z} \right) = \frac{Gr}{Re} \Theta - \frac{\partial}{\partial X} (Eu Re) + \nabla^2 W_x; \quad (3.26)$$

$$\frac{\partial W_x}{\partial X} + \frac{\partial W_x}{\partial Y} + \frac{\partial W_x}{\partial Z} = 0. \quad (3.27)$$

К уравнениям (3.11) – (3.14) нужно добавить безразмерные уравнения движения относительно осей  $y$  и  $z$  – только в этом случае система уравнений будет замкнутой.

Система безразмерных дифференциальных уравнений и безразмерных условий однозначности (см. 3.2) представляет собой математическую формулировку задачи. Безразмерные величины  $X, Y, Z, \Theta, W_x, W_y, W_z, Nu, Re, Pe, Gr$  и  $Eu$  можно рассматривать как новые переменные. Их можно разделить на три группы:

независимые переменные – это безразмерные координаты  $X, Y, Z$ ;

зависимые переменные – это  $Nu, \Theta, W_x, W_y, W_z$ , и  $Eu$ ; они однозначно определяются значениями независимых переменных при определенных значениях величин, входящих в условия однозначности.

постоянные величины – это  $Pe, Re, Gr$ ; они заданы условиями однозначности и для конкретной задачи являются постоянными [действительно, как следует из (3.6) – (3.8), критерии  $Pe, Re$  и  $Gr$  состоят только из величин, входящих в условия задачи].

В результате можно написать:

$$Nu = f_1(X, Y, Z, Pe, Re, Gr); \quad (3.28)$$

$$\Theta = f_2(X, Y, Z, Pe, Re, Gr); \quad (3.29)$$

$$Eu = f_3(X, Y, Z, Pe, Re, Gr); \quad (3.30)$$

$$W_x = f_4(X, Y, Z, Pe, Re, Gr). \quad (3.31)$$

Уравнения вида (3.28) – (3.31) называют критериальными уравнениями.

Аналогичные критериальные уравнения имеют место для  $W_y$  и  $W_z$ .

Для многих процессов течения и теплоотдачи существенен не только размер  $l_0$ , но и некоторые другие характерные размеры.

Например, при движении жидкости в прямой гладкой трубе характерными размерами являются диаметр и длина трубы; если труба изогнута, то дополнительным характерным размером является радиус кривизны трубы. При течении жидкости в шероховатых трубах представляют интерес размеры, оценивающие высоту неровностей и их концентрацию на поверхности теплообмена. Все необходимые размеры  $l_0, l_1, l_2$  и т. д. должны

быть заданы в условиях задачи. В этом случае под знаком функций в уравнениях (3.28) – (3.31) должны быть величины:

$$L_1 = \frac{l_1}{l_0}, L_2 = \frac{l_2}{l_0} \text{ и т.д.}$$

Очевидно, внесение в этом случае под знак функции величин  $L_1, L_2, \dots, L_n$  является необходимым. Во всех случаях список безразмерных величин должен соответствовать математической формулировке задачи. Произвольное же исключение или введение под знак функции новых переменных безусловно недопустимо. Любая подобного рода операция будет не обоснована.

Из уравнения теплоотдачи  $Nu = -(\partial\Theta/\partial Y)_{Y=0}$ , где  $Y$  – координата, нормальная к поверхности тела, следует, что для определения  $Nu$  достаточно знать градиент температур при  $Y=0$ , т.е. на стенке.

Из определения коэффициента теплоотдачи  $\alpha$  следует, что он и, следовательно, критерий Нуссельта характеризуют теплообмен на границе «стенка жидкость». Нахождение  $\alpha$  или  $Nu$  для точек пространства, не лежащих на поверхности стенки, не имеет смысла.

Ввиду этого в критериальное уравнение (3.28) должны входить только те безразмерные координаты, значения которых не равны постоянной для всех точек поверхности тела. Например, в рассматриваемом случае согласно условию для всех точек поверхности тела  $Y=0$ , следовательно, координату  $Y$  можно исключить из критериального уравнения (3.28).

Расположение точки на плоской поверхности может быть описано двумя координатами. При измерении коэффициента теплоотдачи только вдоль одной координаты, например  $X$ , координату  $Z$  можно исключить. Если бы в рассматриваемом случае протяженность тела вдоль оси  $Z$  была бы бесконечна и можно было бы пренебречь краевыми гидродинамическими и тепловыми эффектами, то можно было бы полагать, что течение и теплообмен вдоль оси  $Z$  неизменны, и исключить последнюю координату из (3.28) – (3.31).

Очевидно, при неизменной математической формулировке задачи новые безразмерные величины могут быть получены соответствующим комбинированием старых безразмерных величин, однако при этом число переменных под знаком функции не должно измениться.

Критерий  $Pe$ , полученный при приведении к безразмерному виду уравнения энергии, можно представить как произведение двух критериев:

$$Pe = Re Pr = \frac{w_0 l_0}{\nu} \frac{\nu}{a}. \quad (3.32)$$

Безразмерная величина  $Pr = \nu/a$  представляет собой новый критерий, называемый критерием Прандтля. Критерий Прандтля целиком составлен из физических параметров, а поэтому и сам является физическим параметром. Его можно записать и в следующем виде:

$$Pr \equiv \frac{\nu}{a} = \frac{\mu c_p}{\lambda}. \quad (3.33)$$

Критерию Прандтля можно придать определенный физический смысл. Уравнение энергии (уравнение теплопроводности):

$$\frac{Dt}{d\tau} = a \nabla^2 t$$

и уравнение движения (без учета массовых сил и для безнапорного течения):

$$\frac{D\vec{w}}{d\tau} = \nu \nabla^2 \vec{w}$$

по своей записи аналогичны. При  $a = \nu$  расчетные поля температур и скоростей будут подобны, если только аналогичны и условия однозначности.

Условию  $a = \nu$  соответствует равенство  $Pr \equiv \frac{\nu}{a} = 1$ . Таким образом, при определенных условиях критерию Прандтля может быть придан смысл меры подобия полей температур и скоростей.

Критерий  $Pr$  капельных жидкостей сильно зависит от температуры, причем для большинства жидкостей эта зависимость в основном аналогична зависимости вязкости  $\mu$ , так как теплоемкость  $c_p$  и коэффициент

теплопроводности  $\lambda$  зависят от температуры более слабо. Как правило, при увеличении температуры  $Pr$  резко уменьшается (рис. 3.2).

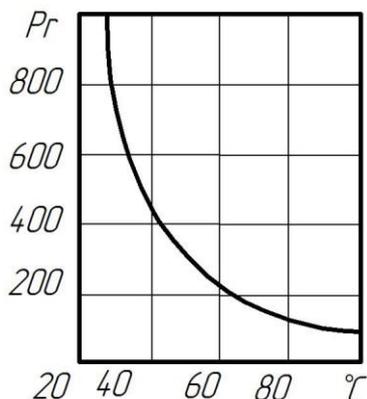


Рисунок 3.2 – Изменение числа Прандтля трансформаторного масла в зависимости температуры

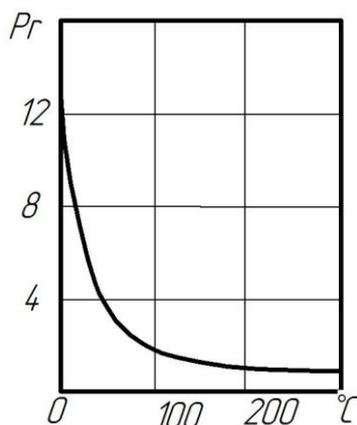


Рисунок 3.3 – Изменение числа Прандтля воды в зависимости температуры в интервале температур от 0 до 300  $^\circ\text{C}$

Зависимость величины  $Pr$  воды от температуры на линии насыщения приведена на рисунке 3.3. Значения  $Pr$  для воды при температурах от 0 до 180  $^\circ\text{C}$  значительно уменьшаются с ростом температуры (от 13,7 до 1), что связано с резким уменьшением вязкости воды и ростом  $\lambda$  в этой области температур. Теплоемкость при этом очень слабо зависит от температуры. При температурах от 130 до 310  $^\circ\text{C}$  значения  $Pr$  для воды очень незначительно изменяются и близки к единице. Характер зависимости  $Pr$  от температуры резко изменяется только при давлениях и температурах близких к критическим. Теплообмен в околкритической области будет рассмотрен особо.

Критерий  $Pr$  газов мало зависит ни от температуры и от давления и для данного газа является величиной постоянной, определяемой атомностью газа.

В соответствии с кинетической теорией газов величина  $Pr$  имеет следующие значения:

Для одноатомных газов.....	0,67
Для двух атомных газов .....	0,72
Для трехатомных газов.....	0,8
Для четырехатомных и более газов.....	1

Действительные значения  $Pr$  реальных газов несколько отличаются от указанных значений.

Критерий  $Pr$  тяжелых и щелочных жидких металлов, применяемых в качестве теплоносителей изменяется в пределах  $Pr \approx 0,005 \div 0,05$ . Малые значения  $Pr$  жидких металлов объясняются высокой теплопроводностью последних.

В зависимости от величины критерия  $Pr$  жидкости делят на три группы: жидкости с числами  $Pr \leq 1$  (жидкие металлы), теплоносители с  $Pr \approx 1$  (газы и неметаллические капельные жидкости при больших температурах), жидкости с числами  $Pr > 1$  (неметаллические капельные жидкости).

Учитывая, что  $Pe = Re Pr$ , критериальные уравнения (3.28)–(3.31) можно записать в виде

$$Nu = \Phi_1(X, Y, Z, Re, Pr, Gr); \quad (3.34)$$

$$\Theta = \Phi_2(X, Y, Z, Re, Pr, Gr); \quad (3.35)$$

$$Eu = \Phi_3(X, Y, Z, Re, Pr, Gr); \quad (3.36)$$

$$W_x = \Phi_4(X, Y, Z, Re, Pr, Gr). \quad (3.37)$$

Аналогичные критериальные уравнения имеют место  $W_y$  и  $W_z$ .

Исходя из критериальных уравнений (3.28) – (3.31) и (3.34) – (3.37), критерии можно разделить на два вида:

- определяемые критерии – это критерии, в которые входят искомые зависимые переменные; в рассматриваемом случае зависимыми переменными являются  $\alpha$ ,  $\vartheta$ ,  $w_x$ ,  $w_y$ ,  $w_z$  и  $p$ , следовательно, определяемыми являются критерии  $Nu$ ,  $\Theta$ ,  $W_x$ ,  $W_y$ ,  $W_z$  и  $Eu$ ;

- определяющие критерии – это критерии которые целиком составлены из независимых переменных или постоянных величин, входящих в условия однозначности; в рассматриваемом случае определяющими являются критерии  $X, Y, Z, Re, Pr$  (или  $Pe$ ) и  $Gr$ .

В зависимости от условий задачи определяющие критерии могут стать определяемыми и наоборот. Например, при свободной конвекции (без сопутствующего вынужденного движения) скорости являются величинами неизвестными (кроме значений вдали от тела и на стенке, где  $w=0$ ). В этом случае в критерий  $Re$  может быть введено только какое-либо неизвестное значение скорости (например,  $w_{max}$ ) и  $Re$  становится определяемым критерием, выпадая в уравнениях (3.34) – (3.37) из-под знаков функций.

Различают также критерии-комплексы и критерии-симплексы. Критерии-комплексы составлены из нескольких неоднородных величин (например,  $Re = \frac{w_0 l_0}{\nu}$ ), а критерии-симплексы представляют собой отношение двух однородных величин (например,  $X=x/l_0, W_x=w_x/w_0$  и др.). Критерии-симплексы называют параметрическими критериями. Ниже приведены критериальные уравнения для:

– вынужденной теплоотдачи при течении теплоносителя внутри труб для вязкостно-гравитационного течения  $Re < 2300, (Gr \cdot Pr) = (1,5-12) \cdot 10^6, Pr = 2-1$ :

$$\overline{Nu} = 0.17(Re \cdot Pr)^{0.33} (Gr \cdot Pr)^{0.1} (Pr \cdot Pr_c)^{0.25} \quad (3.38)$$

– вынужденной теплоотдачи при течении теплоносителя внутри труб для турбулентного режима течения  $10^4 < Re < 10^6; 0,6 < Pr < 2,5 \cdot 10^3$ :

$$Nu = 0,021 Re^{0,8} Pr^{0,43} \left( \frac{Pr}{Pr_c} \right)^{0,25} \quad (3.39)$$

– естественной конвекции при течении вдоль вертикальных пластин, вертикальных и горизонтальных труб турбулентный режим ( $Gr \cdot Pr > 10^9$ ):

$$Nu = 0,15(Gr \cdot Pr)^{\frac{1}{3}}$$

### 3.3 Теплоотдача при ламинарном течении среды

Ламинарный режим течения наблюдается при  $Re < Re_{кр}$ . Для изотермического потока в круглой трубе  $Re_{кр} = 2300$ . Режим развитого турбулентного течения устанавливается при  $Re \geq 10^4$ . Значения  $Re$  в интервале от  $Re_{кр}$  до  $10^4$  соответствуют переходному режиму.

На начальном участке профили скорости и температуры жидкости (газа) изменяются от исходного состояния во входном сечении до полностью установившейся формы по сечению канала. Эти участки канала, в пределах которых формируются гидродинамический и тепловой пограничные слои, называются соответственно гидродинамическим и термическим начальным участком. На участках гидродинамической и тепловой стабилизации потока теплоотдача по мере развития пограничных слоев падает по длине канала, число  $Nu$  уменьшается, асимптотически приближаясь к постоянному значению  $Nu_{\infty}$ . Это значение  $Nu_{\infty}$ , называемое предельным, характеризует интенсивность теплоотдачи полностью стабилизировавшегося потока. В трубах длиной  $l \gg l_{г}$  и  $l \gg l_{т}$  среднюю теплоотдачу можно считать равной:  $\overline{Nu} = Nu_{\infty}$ .

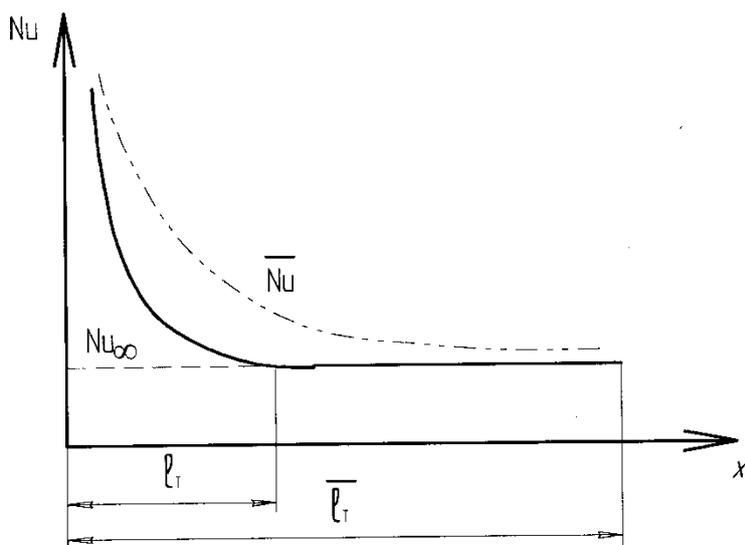


Рисунок- 3.4- Изменение локального и среднего значений числа Нуссельта по длине трубы

При ламинарном течении теплоносителя длины гидродинамического  $\ell_\Gamma$  и термического  $\ell_T$  начальных участков определяются по формулам:

$$\ell_\Gamma = L_\Gamma \operatorname{Re} d_\varepsilon, \quad (3.40)$$

$$\ell_T = L_T \operatorname{Re} \operatorname{Pr} d_\varepsilon, \quad (3.41)$$

где  $L_\Gamma$ ,  $L_T$  – индивидуальные для каналов с разной формой поперечного сечения постоянные;  $d_\varepsilon$  – эквивалентный диаметр сечения:

$$d_\varepsilon = 4f/\Pi, \text{ здесь } f \text{ и } \Pi \text{ – площадь и периметр проходного сечения.}$$

Для газов, у которых  $\operatorname{Pr} \approx 1$ , расчетная длина начального теплового участка может достигать значений  $\ell_T \approx 100 d_\varepsilon$ . У очень вязких жидкостей (масел)  $\operatorname{Pr} \gg 1$  и значение  $\ell_T$  может изменяться в пределах  $(10^2 \dots 10^4) d_\varepsilon$ , т.е. практически весь канал может представлять собой участок тепловой стабилизации. Значения приведенных длин начальных участков (постоянные  $L_\Gamma = \frac{1}{\operatorname{Re}} \cdot \frac{\ell_\Gamma}{d_\varepsilon}$ ;  $L_T = \frac{1}{\operatorname{Pr}} \cdot \frac{\ell_T}{d_\varepsilon}$ ) при ламинарном течении в различных трубах приведены в табл. 3.1

Таблица 3.1. Значения приведённых длин начальных участков

Форма проходного сечения канала	$L_\Gamma = \frac{1}{\operatorname{Re}} \cdot \frac{\ell_\Gamma}{d_\varepsilon}$	$L_T = \frac{1}{\operatorname{Pr}} \cdot \frac{\ell_T}{d_\varepsilon}$	
		$T_c = \text{const}$	$q_c = \text{const}$
Круглое сечение	0,065	0,055	0,07
Кольцевое сечение ( $d_\varepsilon = d_n - d_v$ )	0,015 ... 0,01	0,05	0,06
Прямоугольное сечение ( $d_\varepsilon = 2ab/(a+b)$ )	0.023 ... 0.075		
Плоская щель ( $d_\varepsilon = 2\delta$ )	0,01	0,014	0,02

Ниже представлены критериальные уравнения для расчета теплоотдачи в часто встречающихся задачах при внешнем обтекании поверхности и течения в трубах и каналах.

Для плоской пластины:

- локальный (местный) коэффициент теплоотдачи определяется из соотношения [11]:

$$Nu_{x,ж} = 0.33 Re_x^{0.5} Pr_{ж}^{0.33} \left( \frac{Pr_{ж}}{Pr_c} \right)^{0.25}. \quad (3.42)$$

- средний коэффициент теплоотдачи определяется из соотношения:

$$Nu_{\ell,ж} = 0.66 Re_{\ell}^{0.5} Pr_{ж}^{0.33} \left( \frac{Pr_{ж}}{Pr_c} \right)^{0.25}. \quad (3.43)$$

В соотношениях (3.42) и (3.43)  $Nu_{x,ж} = \alpha x / \lambda_{ж}$ ;  $Nu_{\ell,ж} = \bar{\alpha} \ell / \lambda_{ж}$ ;  $Re_x = w_0 x / \nu_{ж}$ ;  $Re_{\ell} = w_0 \ell / \nu_{ж}$ ;  $Pr_{ж} = \nu_{ж} / a_{ж}$ ;  $Pr_c = \nu_c / a_c$ . Индексы «ж» и «с» указывают на то, что физические свойства теплоносителя относятся к  $t_{ж}$  и  $t_c$  соответственно. Множитель  $(Pr_{ж} / Pr_c)^{0.25}$ , входящий в формулы, представляет собой поправку, учитывающую влияние изменения физических параметров теплоносителя от изменения температуры от значения на теплообменной поверхности до температуры в невозмущённом потоке.

Для воздуха  $Pr = 0,71$  и расчётная формула (3.43) для средней теплоотдачи упрощается и принимает вид:

$$Nu_{\ell,ж} = 0.57 Re_{\ell}^{0.5}. \quad (3.44)$$

Теплоотдача при течении жидкости в трубе, то средний коэффициент теплоотдачи определяется из соотношения:

$$Nu = 1.4 \left( Re_{ж} \frac{d}{\ell} \right)^{0.4} Pr_{ж}^{0.33} \left( \frac{Pr_{ж}}{Pr_c} \right)^{0.25}. \quad (3.45)$$

### 3.4 Теплоотдача при турбулентном течении среды в каналах

При развитом турбулентном режиме течения рабочей среды ( $Re \geq 10^4$ ) интенсивность теплоотдачи более высокая, чем при ламинарном режиме. Это объясняется интенсивным перемешиванием жидкости, как по сечению потока, так и по его длине. По этой же причине влияние свободной конвекции на теплоотдачу ничтожно мало и им можно пренебречь.

*Теплоотдача при течении жидкости в трубе.*

При турбулентном течении теплоносителя в трубах длины начальных участков гидродинамической и тепловой стабилизации сравнительно малы:  $l_{\Gamma} \approx l_T \approx 15 d_3$ .

В трубах с  $l/d_3 > 50 \dots 60$  среднюю теплоотдачу можно вычислять по формулам для стабилизированного режима течения и теплообмена. Зависимость местного числа  $Nu$  от чисел  $Re$  и  $Pr$ , а также его изменение по длине трубы практически одинаковы при  $T_c = \text{const}$  и  $q_c = \text{const}$ .

Средняя по длине трубы теплоотдача в диапазоне изменения параметров  $Re > 10^4$  и  $0,6 < Pr < 2500$  определяется критериальным уравнением вида

$$Nu = 0.021 Re_{ж}^{0.8} Pr_{ж}^{0.43} \left( \frac{Pr_{ж}}{Pr_c} \right)^{0.25} \varepsilon, \quad (3.46)$$

где  $\varepsilon = f(l/d, Re)$ , т.е. зависит не только от относительной длины, но и от числа Рейнольдса, если  $l/d > 50$ , то  $\varepsilon = 1$ .

Для воздуха (или двухатомных газов) соотношение (3.46) упрощается (так как  $Pr = 0.71$  и  $Pr_0/Pr_c = 1$ ) и принимает вид:

$$Nu = 0.018 Re_{ж}^{0.8}. \quad (3.47)$$

Следует отметить, что при движении жидкости в изогнутых трубах возникает центробежный эффект. Поток жидкости отжимается к внешней стенке, и в поперечном сечении возникает так называемая вторичная циркуляция. Вследствие возрастания скорости и вторичной циркуляции значение среднего коэффициента теплоотдачи в изогнутых трубах больше чем в прямых трубах.

Расчёт теплоотдачи в изогнутых трубах выполняется по формулам для прямой трубы с последующим введением в качестве множителя поправочного коэффициента  $\varepsilon_R$ , который для змеевиковых труб определяется соотношением

$$\varepsilon_R = 1 + 1.77 \frac{d}{R}, \quad (3.48)$$

где  $R$  – радиус змеевика,  $d$  – диаметр трубы.

Как уже отмечалось выше, примеры критериальных уравнений приведены только для двух классических объектов: пластины и трубы.

Вместе с этими уравнениями можно привести множество других, позволяющих рассчитывать коэффициенты теплоотдачи, например для: поперечного обтекания трубы и трубных пучков, жидкометаллических теплоносителей, при кипении и конденсации жидкостей, при естественной конвекции у свободной поверхности и в ограниченных пространствах и др.

Эти уравнения приведены в общих и специальных курсах по теории теплообмена и справочниках, среди которых одним из наиболее полных является [У].

### **3.5 Интенсификация конвективного теплообмена**

#### ***3.5.1 Основные методы интенсификации конвективного теплообмена***

Активное исследование<sup>7</sup> и внедрение в промышленность различных методов интенсификации теплообмена обусловлены достижением больших практических результатов за счет уменьшения массы теплообменной аппаратуры или значительного повышения ее эффективности. В настоящее время интенсификация конвективного теплообмена является одной из перспективных и сложных проблем теории переноса. Традиционно считается, что эта задача наиболее актуальна для теплоносителей, которым присущи высокие значения чисел Рейнольдса. Практически все основополагающие монографии на тему интенсификации конвективного теплообмена [9, 23, 42, 61, 107, 116, 134, 159, 217, 352, 370, 394], посвящены этой проблеме применительно именно к большим числам  $Re$  и лишь немногие – при ламинарном течении [229, 259].

Однако элементарные объемы жидкости, перемещаясь по сложным траекториям в пристенной области, могут переносить теплоту более

эффективно, чем количество движения из-за различий в распределении полей температуры и вектора скорости. Очевидно, что такая ситуация может возникнуть как результат продуманного интенсифицирующего воздействия на процесс теплообмена, как следствие свойств жидкости или как совместный результат того и другого.

Разработаны и исследуются самые различные методы интенсификации теплообмена. Принципиально их классифицируют на две категории /96/:

1) активные методы интенсификации: механическое воздействие на поверхность теплообмена (вращение или вибрация поверхности, перемешивание жидкости и т. п.); воздействие на поток электрическим магнитным или акустическим полем, пульсациями давления; вдув или отсос рабочей среды через пористую поверхность и др.

2) пассивные методы, в основе которых – воздействие на поток формой поверхности теплообмена: применение вставных интенсификаторов (винтовых, локальных и пластинчатых закручивателей потока), различное оребрение поверхности теплообмена и др.

Пассивные методы интенсификации конвективного теплообмена относящиеся ко второй категории можно условно разделить на следующие основные группы:

- 1- придание потоку жидкости вращательно-поступательного движения;
- 2- разрушение пристенных слоев жидкости.
- 3-увеличение поверхности теплообмена

Первый способ заключается в создании закрученного движения потока с помощью ленточных, шнековых и пластинчатых завихрителей. Такие завихрители воздействуют на весь поток. Второй способ состоит в воздействии на пристенную область течения за счет искусственной шероховатости в виде различного типа накаток на внутренней стенке труб, проволочных спиралей и т. п.

### 3.5.2 Сравнение методов интенсификации теплоотдачи

В этом разделе будут рассмотрены методы интенсификации теплообмена только при турбулентном течении однофазного теплоносителя в прямых каналах.

Для таких течений часто возникает идея интенсифицировать теплообмен путем искусственной турбулизации потока. Это можно достигнуть закруткой потока, созданием в нем вихрей, отрывных зон и т. п. Но все эти способы связаны с увеличением гидравлических потерь в канале. Поэтому важно иметь критерии для оценки целесообразности методов интенсификации теплоотдачи. Удобно сравнивать поверхности, имеющие устройства для искусственной турбулизации потока, с такими же гладкими каналами без этих устройств. Интенсификация теплообмена в этих каналах увеличит по сравнению с гладкими (индекс «0») как число Нуссельта, так и коэффициент гидравлического сопротивления. Важно оценить соотношение между  $Nu/Nu_0$  и  $\xi/\xi_0$ , при котором поверхность теплообмена (габариты и масса) уменьшится. Или при заданных габаритах это обеспечит уменьшение температуры стенки.

Для определенности будет рассмотрен трубчатый теплообменный аппарат, в котором один теплоноситель течет в трубах, а другой между ними (Рисунок 3.5). Пусть теплоноситель в трубах имеет меньший коэффициент теплоотдачи при допустимом значении гидравлических потерь. В этом примере в первую очередь следует интенсифицировать теплообмен в трубах.

Используем соотношения :

$$Q = \alpha F |\bar{T}_c - \bar{T}_{жс}| = kF \Delta \bar{T} \quad (3.49)$$

$$\Delta p = A \xi \operatorname{Re}^2 \frac{l}{d};$$

$$G = B \operatorname{Re} d n.$$

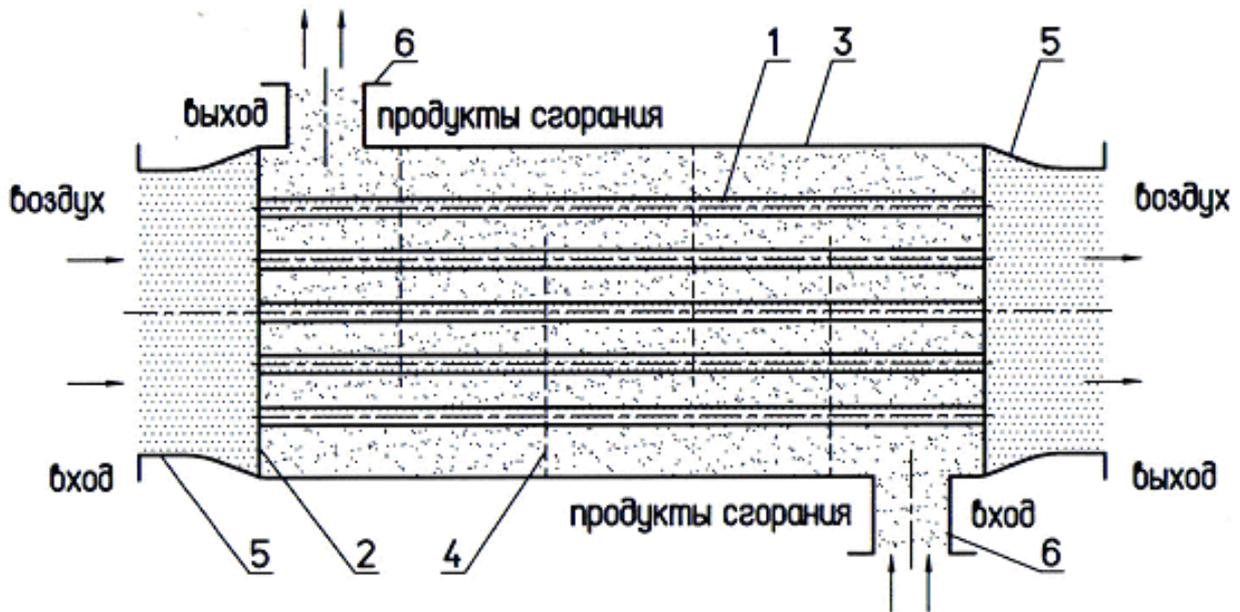


Рисунок 3.5 Схема рекуперативного трубчатого теплообменника:

1-трубки, 2- разметная доска, 3-кожух теплообменника, 4-поворотные решётки, 5 и 6 фланцы входа и выхода теплоносителей.

Здесь  $A$  и  $B$  для данного теплоносителя и диаметра трубы – размерные константы,  $n$  – число трубок в пучке, а  $l$  – их длина. Тогда при заданных значениях  $Q, \Delta p, G$  можно составить отношения величин для трубок с интенсификацией к величинам для гладкой трубы:

$$\frac{l}{l_0} = \frac{F Nu \left| \bar{T}_c - \bar{T}_{ж} \right|}{F_0 Nu_0 \left| \bar{T}_c - \bar{T}_{ж} \right|_0} = \frac{\xi Re^2 l}{\xi_0 Re_0^2 l_0} = \frac{Re n}{Re_0 n_0} \quad (3.50)$$

Для площади теплообмена  $F = \pi d l n$ , и уравнения (3.6.2) следует:

$$\frac{l}{l_0} = \frac{n Nu \left| \bar{T}_c - \bar{T}_{ж} \right|}{n_0 Nu_0 \left| \bar{T}_c - \bar{T}_{ж} \right|_0} \quad (3.51)$$

Здесь и в уравнении (3.5.3) учтено, что  $\frac{\alpha}{\alpha_0} = \frac{Nu}{Nu_0}$ .

Из уравнений (3.5.2) и (3.5.3) следует:

$$\frac{F}{F_0} = \frac{\xi \left( \frac{Nu_0}{Nu} \right)^2 \left( \bar{T}_c - \bar{T}_{ж} \right)_0^2 \left( \frac{Re}{Re_0} \right)^3}{\xi \left( \bar{T}_c - \bar{T}_{ж} \right)^2 \left( \frac{Re}{Re_0} \right)^3} \quad (3.52)$$

Удобней вести сравнение при значениях  $\left(\frac{\xi}{\xi_0}\right)_1$  и  $\left(\frac{Nu}{Nu_0}\right)_1$  найденных при одинаковых  $Re$ . Полагая  $\xi \sim Re^{-0,2}$  и  $Nu \sim Re^{0,8}$ , имеем:

$$\frac{\xi}{\xi_0} = \left(\frac{\xi}{\xi_0}\right)_1 \left(\frac{Re_0}{Re}\right)^{0,2} \quad \text{и} \quad \frac{Nu}{Nu_0} = \left(\frac{Nu}{Nu_0}\right)_1 \left(\frac{Re}{Re_0}\right)^{0,8}$$

Тогда выражение (3.5.4) будет

$$\frac{F}{F_0} = \left(\frac{\xi}{\xi_0}\right)_1 \left(\frac{Nu_0}{Nu}\right)_1^2 \frac{(\bar{T}_c - \bar{T}_{жc})_0^2}{(\bar{T}_c - \bar{T}_{жc})^2} \left(\frac{Re}{Re_0}\right)^{1,2}$$

Для того, чтобы  $\ll 1$ , необходимо условие

$$\left(\frac{Nu}{Nu_0}\right)_1^2 > \left(\frac{\xi}{\xi_0}\right)_1 \left(\frac{Re}{Re_0}\right)^{1,2} \frac{(\bar{T}_c - \bar{T}_{жc})_0^2}{(\bar{T}_c - \bar{T}_{жc})^2} \quad (3.53)$$

Если интенсификация в каналах сопровождается выполнением условия (3.53), она обеспечивает уменьшение габаритов теплообменного аппарата.

Из уравнения (3.49) получается следующее выражения:

$$\bar{T}_c - \bar{T}_{жc} = \frac{k}{\alpha} \Delta \bar{T}$$

Без учета термического сопротивления стенки коэффициент теплопередачи:  $k = \frac{\alpha \alpha_2}{\alpha + \alpha_2}$ .

$$\text{Тогда : } \bar{T}_c - \bar{T}_{жc} = \frac{k}{\alpha} \Delta \bar{T}$$

и неравенство (3.5.5) будет иметь вид:

$$\left(\frac{Nu}{Nu_0}\right)_1^2 > \left(\frac{\xi}{\xi_0}\right)_1 \left(\frac{Re}{Re_0}\right)^{1,2} \left(\frac{Nu_{20}}{Nu_2}\right)^2 \left(\frac{\alpha + \alpha_2}{\alpha_0 + \alpha_2}\right)^2. \quad (3.54)$$

Таким образом, интенсификация внутри труб наиболее эффективна, если она сопровождается такой же или большей интенсификацией теплоотдачи в межтрубном пространстве (индекс «2») или если  $\alpha_2 \gg \alpha$ . Помимо удовлетворения условию (3.54) метод интенсификации теплоотдачи должен быть технологичным как при изготовлении поверхности теплообмена, так и при сборке. Он не должен снижать надежность и эксплуатационные качества теплообменного аппарата.

### ***3.5.3 Интенсификация теплоотдачи при ламинарном режиме течения***

Удовлетворить всем этим требованиям не так просто. Поэтому из большого числа описанных в литературе (см. обзор литературы в работах [32], [60]) методов интенсификации на практике используются лишь немногие. Остальные либо не технологичны, либо не удовлетворяют неравенству (3.54). Каким же должен быть метод интенсификации теплообмена, чтобы наилучшим образом удовлетворять неравенству (3.54)? При ламинарном режиме течения наиболее успешным является интенсификация теплообмена в каналах с дискретной шероховатостью. К ним относятся:

- 1) каналы с винтовой накаткой
- 2) каналы со спирально-винтовыми проволочными вставками
- 3) каналы с поперечной дискретной шероховатостью

#### ***3.5.3.1 Интенсификация теплообмена с помощью винтовой накатки***

Ниже рассмотрены результаты экспериментов по интенсификации теплообмена в вязких ньютоновских жидкостях с помощью винтовой накатки [230]. В процессе исследований значения чисел Рейнольдса изменялись в диапазоне от 30 до 2000. Рабочей средой являлось

трансформаторное масло. Использованные характерные геометрические размеры труб приведены в табл. 3.2 гидравлическое сопротивление при ламинарном течении трансформаторного масла в гладкой трубе описывалось известным соотношением  $\zeta = 64/Re$ ; погрешности составляли 5-8%. Экспериментальные данные, полученные для исследуемых труб с винтовой накаткой при изотермическом режиме течения, показали заметное повышение гидравлического сопротивления.

Таблица 3.2 – Геометрические характеристики труб с винтовой накаткой

Номер трубы	Внутренний диаметр трубы D, м	Наружный диаметр трубы D-i, м	Относительный шаг винтовой накатки S/D	Относительная высота выступа винтовой накатки d/D	Эквивалентный диаметр D.3, мм
0			-	1,0	1,4
1			0,72	0,72	6,95
2			1,79	0,72	9,96
3			2,86	0,72	10,85
4	0,014	0,016	4,29	0,72	11,29
5			1,79	0,79	10,97
6			1,79	0,82	11,58
7			1,79	0,86	11,98

На рисунке 3.6 представлены зависимости  $\zeta = f(Re)$  для всех испытываемых труб с винтовой накаткой и гладкой трубы. Как видно из рисунка, рост гидравлического сопротивления непосредственно зависит от геометрических характеристик канала. Так, максимальное увеличение гидравлического сопротивления достигается при установке трубы, имеющей минимальный шаг винтовой накатки  $S/D = 0,72$  и максимальную высоту выступа  $d/D = 0,72$ . Из рисунка 3.2 также следует, что для всех испытываемых труб с винтовой накаткой можно выделить два режима течения, различающихся характером зависимости  $\zeta = f(Re)$ .

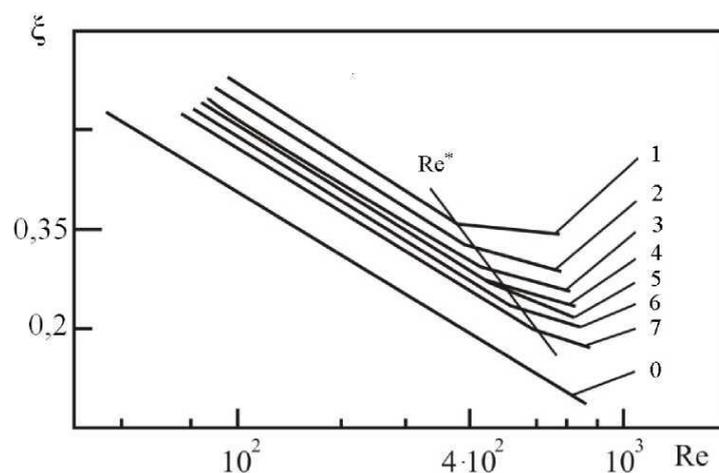


Рисунок 3.6 – Экспериментальная зависимость  $\zeta = f(Re)$  для трансформаторного масла в трубах с винтовой накаткой: 0 – 7 – номера труб в соответствии с табл. 3.5.1.

При первом режиме до некоторого значения числа Рейнольдса  $Re^*$  линия  $\zeta = f(Re)$  параллельна линии  $\zeta = 64/Re$ , что позволяет сделать вывод: в этой области повышение гидравлического сопротивления вызвано наличием небольших завихрений непосредственно за выступом винтовой накатки; причем значение критического числа Рейнольдса  $Re^*$  непосредственно зависит от геометрических характеристик винтовой накатки. По достижении значения  $Re^*$  осуществляется переход ко второй области, характеризующейся значительным повышением коэффициента гидравлического сопротивления. Аналогичные эффекты наблюдались при исследовании интенсификации теплообмена с помощью проволочных спиральных вставок [314], а также скрученных спиральных лент [228]. В этом режиме отмечалось расширение зоны вихревых возмущений [314], т. е. некоторая турбулизация течения, сопровождающаяся резким повышением гидравлического сопротивления. Для первого режима характерно повышение гидравлического сопротивления на 30-200% по отношению к сопротивлению гладкой трубы. Для области, соответствующей второму режиму, этот показатель составлял до 350-600%. Теплообмен. На рис. 3.5 и 3.6 показаны экспериментальные зависимости  $Nu = f(Re)$  для труб с различными геометрическими

характеристиками винтовой накатки [64]. На рис. 3.6 представлены зависимости среднего по экспериментальному участку числа  $Nu = f(Re)$  для накатанных труб с варьирующимся шагом  $S/D = 0,72; 1,79; 2,86$  и  $4,29$ . Для всех четырех труб  $d/D = 0,72$ . На рис. 3.7 представлены зависимости  $Nu = f(Re)$  для труб с фиксированным значением шага винтовой накатки  $S/D = 1,79$  и варьирующимися высотами  $d/D = 0,72; 0,79; 0,82$  и  $0,86$ .

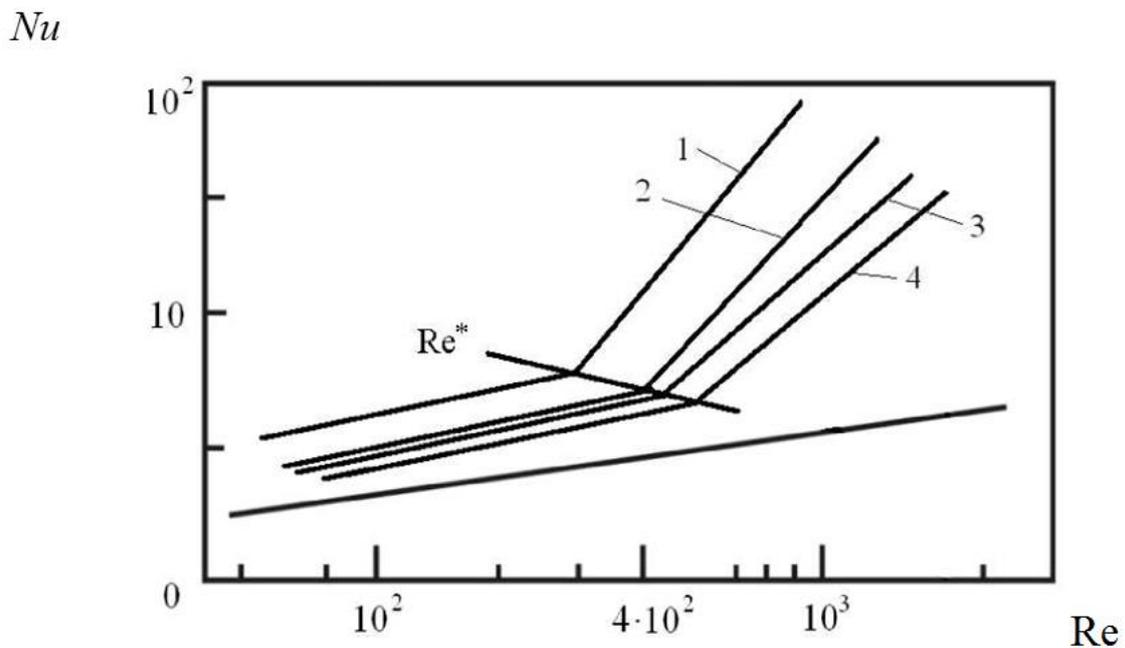


Рисунок 3.7- Экспериментальная зависимость  $Nu = f(Re)$  для  $S/D = 0,72; 1,79; 2,86$  и  $4,29$  ( $d/D = 0,72$ ) для трансформаторного масла; 0 – 7 – номера труб в соответствии с табл. 3.5.1.

На рис. 3.6 и 3.7 показано применение интенсификатора в форме винтовой накатки, что дает значительный эффект повышения интенсивности теплообмена по сравнению с гладкой трубой. Максимальный эффект достигается для трубы с минимальным шагом винтовой накатки  $S/D = 0,72$  (рис. 3.8). С ростом шага винтовой накатки отмечается сближение графиков  $Nu = f(Re)$  и  $Nu_0 = f(Re)$  для гладкой трубы, а также смещение точки критического значения  $Re^*$  в сторону больших чисел  $Re$ . Это позволяет сделать вывод о значительном влиянии шага винтовой накатки на

интенсивность теплообменных процессов. С ростом высоты винтовой накатки также проявляется тенденция к росту интенсивности (рисунок 3.8).

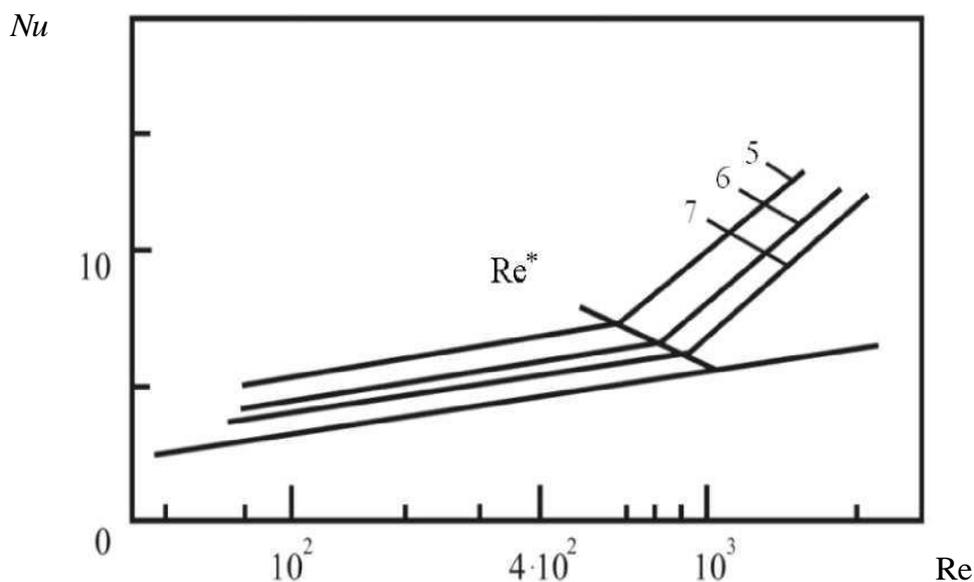


Рисунок 3.8 Экспериментальная зависимость для трансформаторного масла  $Nu = f(Re)$  для  $S/D = 0,72; 1,79; 2,86$  и  $4,29$  ( $d/D = 1,79$ ); 0 – 7 – номера труб в соответствии с табл. 3.5.1.

для режима течения при  $Re < Re^*$  линия зависимости  $Nu = f(Re)$  параллельна линии зависимости  $Nu_0 = f(Re)$  для гладкой трубы. При этом отмечается эффект интенсификации, составляющий 40-250% в зависимости от геометрических параметров винтовой накатки. По достижении критического значения числа  $Re^*$  происходит резкое увеличение интенсивности теплообмена, в то же время эффект интенсификации достигает 150-700%. Это указывает на переход к ламинарному режиму с макровихрями [339]. При этом отмечается эффект интенсификации, составляющий 40-250% в зависимости от геометрических параметров винтовой накатки. По достижении критического значения числа  $Re^*$  происходит резкое увеличение интенсивности теплообмена, в то же время эффект интенсификации достигает 150-700%. Это указывает на переход к ламинарному режиму с макровихрями [339].

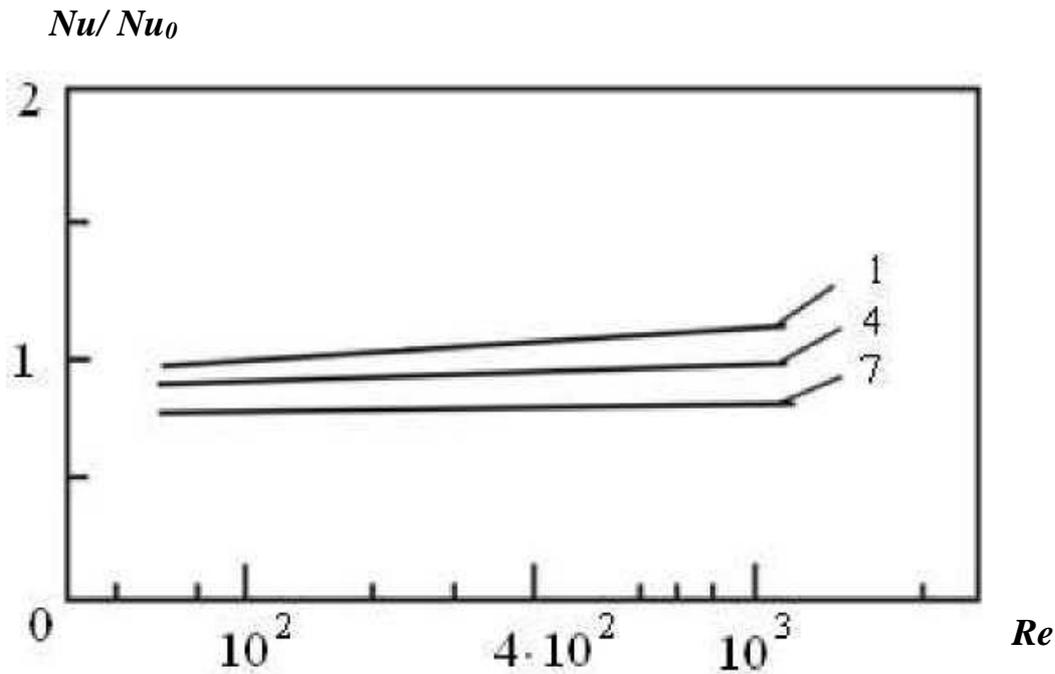


Рисунок 3.9 -Теплогидравлическая эффективность труб с винтовой накаткой; обозначения те же, что на рис. 3.8

Для определения критического числа  $Re^*$  перехода от первого режима ко второму в зависимости от конструктивных характеристик тепловых элементов получено соотношение  $Re^* = f(S/D, d/D)$ . Установлено, что для всех испытываемых труб соотношение имеет вид [64]:

$$Re^* = 1070(S/D)^{0,15}(d/D)^{3,6} \quad (3.55)$$

Как видно из рис. 3.9, теплогидравлическая эффективность непосредственно зависит от геометрических характеристик  $S/D$  и  $d/D$  исследуемого канала. Установлено, что наиболее рационально использовать трубы с относительными шагами  $S/D = 1,79$  и  $0,72$  и относительной высотой  $d/D = 0,72$ . При этом темп роста эффективности теплоотдачи превышает рост гидравлического сопротивления для первого режима ( $Re < Re^*$ ) на 10-15%, а для второго – на 25%.

### 3.5.3.2 Каналы со спирально-винтовыми проволочными вставками

Этот способ интенсификации применительно к ламинарному режиму течения вязкой ньютоновской жидкости. В опытах число Рейнольдса изменялось в диапазоне от 40 до 2000. Характерные геометрические размеры канала приведены в табл. 3.3

Таблица 3.3. Геометрические характеристики труб со спирально-винтовыми проволочными вставками

Номер трубы	Диаметр проволоки $h$ , мм	Шаг навивки $S$ м	Относительная высота шероховатости	Относительный шаг $S/D$
1	2,4	0,01	0,65	0,714
2	2,4	0,025	0,65	1,786
3	2,4	0,04	0,65	2,86
4	2,4	0,06	0,65	4,3
5	1,5	0,025	0,78	1,786
6	1,2	0,025	0,83	1,786
7	1,0	0,025	0,86	1,786

В исследованном диапазоне  $40 < Re < 2000$  опытные значения коэффициентов гидравлического сопротивления  $\zeta$  при ламинарном течении в гладкой трубе с погрешностью до 6% описывались известным соотношением  $\zeta = 64/Re$ . При использовании труб со вставками из проволочных спиралей значения коэффициентов гидравлического сопротивления заметно увеличились. На рис. 3.10 показано изменение  $\zeta$  в зависимости от  $Re$  для всех исследованных труб. Было установлено, что при низких значениях  $Re$  увеличение коэффициента сопротивления по сравнению с гладкой трубой составляло 100-300%. При более высоких числах  $Re$  оно было весьма значительно и достигало 1000% и более в зависимости от геометрических размеров спиралей. Это можно объяснить тем, что при низких значениях чисел  $Re$ , соответствующих малым расходам, жидкость обтекает проволочную спираль и увеличение коэффициентов сопротивления в этом случае обусловлено наличием малых вихрей за проволокой. При увеличении расходов, а, следовательно, и чисел  $Re$  в движущейся жидкости вследствие наличия проволочной спирали возникают вторичные течения. Происходит некоторая турбулизация течения, приводящая к более сильному

росту значений коэффициентов гидравлического сопротивления [314]. Подобные эффекты наблюдались при использовании труб со вставками из скрученных лент [228]. Границей между двумя режимами течений вязкой жидкости в винтовом канале является критическое число  $Re^*$ . Его значение зависит от геометрических характеристик проволочной спирали. Значение критического числа  $Re^*$  может быть рассчитано с точностью до 12% по предлагаемому уравнению:

$$Re^* = 415(S/D)(S/D)^{0,73} \exp(-7,8d/D). \quad (3.56)$$

Обобщение опытных данных позволило получить уравнения для расчета значений коэффициента гидравлического сопротивления для обеих зон сопротивления авторам работы [64] в следующем виде:

$$\zeta = 64/Re (\exp[-(S/D)^{0,5}]) \exp[5,5 (d/D)^{0,4}], \text{ при } Re < Re^*; \quad (3.57)$$

$$\zeta = 530 (Re)^{-0,36} (d/D)^{1,4} \exp[-(S/D)^{0,65}], \text{ при } Re > Re^*. \quad (3.58)$$

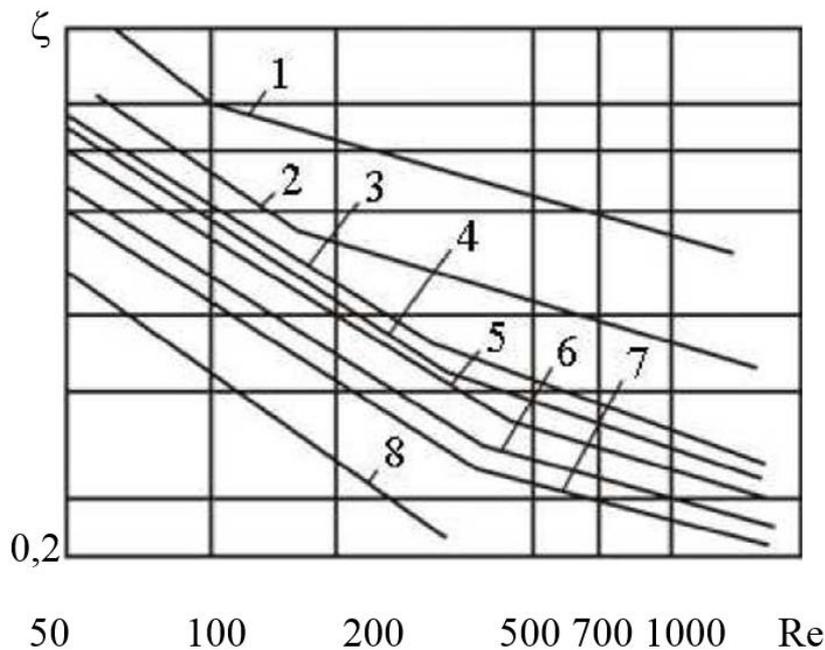


Рисунок 3.10 – Влияние числа Рейнольдса на гидравлическое сопротивление в трубах с проволочными вставками: 1 –  $d/D = 0,171$ ,  $S/D = 0,714$ ; 2 –  $d/D = 0,171$ ,  $S/D = 1,786$ ; 3 –  $d/D = 0,171$ ,  $S/D = 2,86$ ; 4 –  $d/D = 0,171$ ,  $S/D = 4,3$ ; 5 –  $d/D = 0,107$ ,  $S/D = 1,786$ ; 6 –  $d/D = 0,0857$ ,  $S/D = 1,786$ ; 7 –  $d/D = 0,0714$ ,  $S/D = 1,786$ ; 8 – гладкая труба

Теплообмен. Анализ результатов опытов показал, что вклад свободной конвекции в теплообмен мал вследствие высокой вязкости масла и малого диаметра трубы. На рис. 3.11 показано изменение коэффициента теплоотдачи  $a$ , представленное в виде зависимости  $Nu = f(Re)$ . Из рисунка видно, что

увеличение числа  $Nu$  при течении масла в трубах с вставками из проволочных спиралей по сравнению с гладкой трубой достигало 200-450% в зависимости от геометрических характеристик спиралей. Увеличение коэффициента теплоотдачи в трубах с вставками в 2-4,5 раза в зависимости от геометрических параметров нельзя объяснить увеличением площади теплообменной поверхности, которое не превышало 10-60% по сравнению с гладкой трубой.

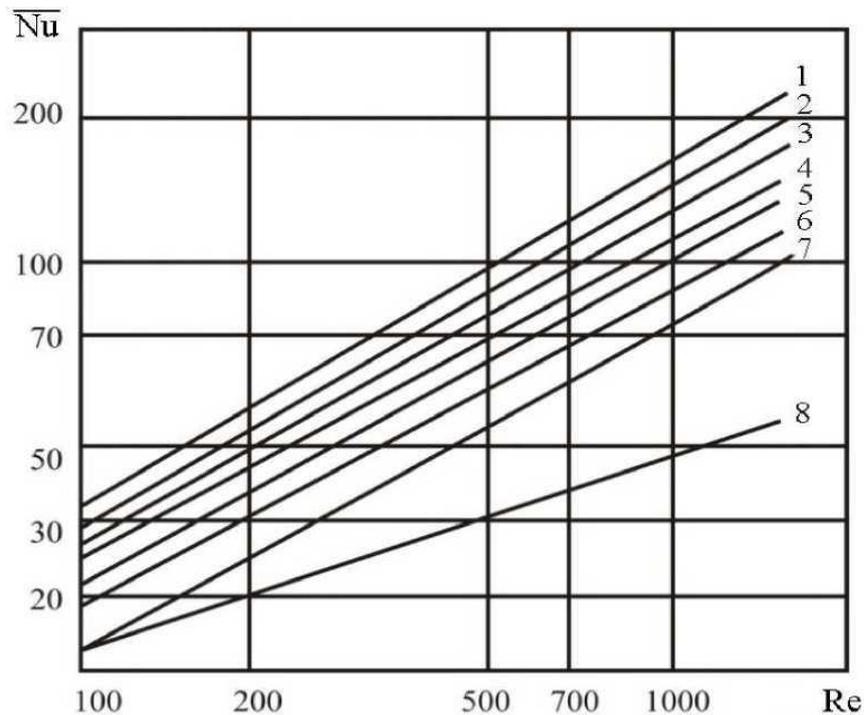


Рис. 3.11 – Влияние числа Рейнольдса на теплообмен в трубах с проволочными вставками: обозначения те же, что на рис. 3.10

Для применения в расчетной практике было получено обобщающее уравнение:

$$Nu = 0,23 (Re)^{0,7} (Pr)^{0,35} (d/D)^{0,7} (9 - S/D)^{0,5} \quad (3.59)$$

Область применения зависимости (3.59):

$$Re = 80-1200; S/D = 0,71-4,3; d/D = 0,714-0,171.$$

Таким образом, можно рекомендовать проволочные спиральные вставки, если имеется запас мощности нагнетателей. Целесообразнее использовать их для значений чисел  $Re < Re^*$ , так как в этом случае теплогидродинамическая эффективность близка к единице.

### ***3.5.4 Интенсификация теплоотдачи при турбулентном режиме течения***

Обычно к дискретно-шероховатым относят каналы и трубы с различного рода [95, 104, 132, 135, 208, 287, 382, 390] выступами на внутренней поверхности. Это чаще всего: винтовые одно- и многозаходные плавно очерченные выступы (рис. 3.13), получаемые по широко известной технологии с помощью накатных роликов или дисков; трубы со спирально-винтовой проволочной вставкой (рис. 3.14); поперечные, периодически расположенные, плавно очерченные выступы (рис. 3.15), получаемые с помощью роликов или дисков; поперечные, периодически расположенные, прямоугольного и квадратного сечения вставки (рис. 3.16); каналы и трубы с внутренней резьбой. Общеизвестно, что интенсификация теплообмена в трубах с помощью выступов, образованных за счет кольцевой и винтовой накаток, обладает рядом преимуществ по сравнению с другими конструкциями интенсификаторов:

- канавки, образующиеся на наружной поверхности трубы при накатке выступов, интенсифицируют теплообмен и на наружной поверхности;
- технология накатки проста;
- существующая технология сборки кожухотрубчатых теплообменников целиком применима для накатанных труб.

К каналам с дискретной шероховатостью также относят [217, 219]: каналы с внутренним одно и многозаходным винтовым пристенным оребрением (рис. 3.17); спирально-профилированные трубы (рис. 3.18); каналы с пластинчатыми спиральными вставками (рис. 3.19); трубы со спиральной треугольной накаткой (рис. 3.20).

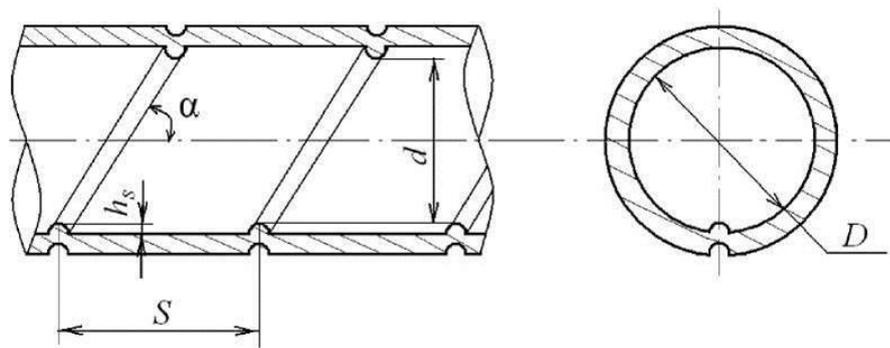


Рисунок 3.13. Общий вид трубы с винтовой накаткой

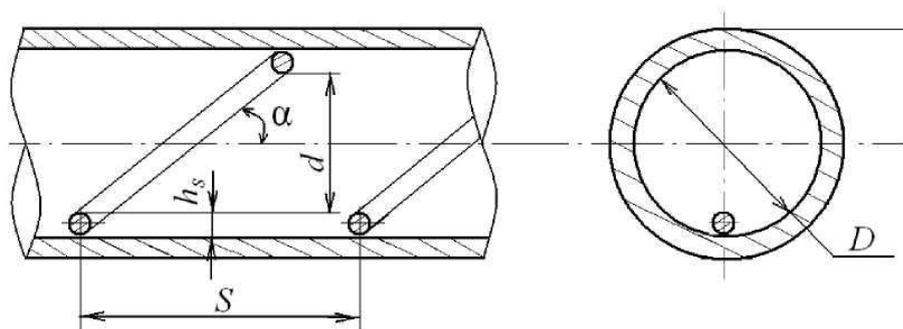


Рисунок 3.14 – Труба со спирально-винтовыми проволочными вставками

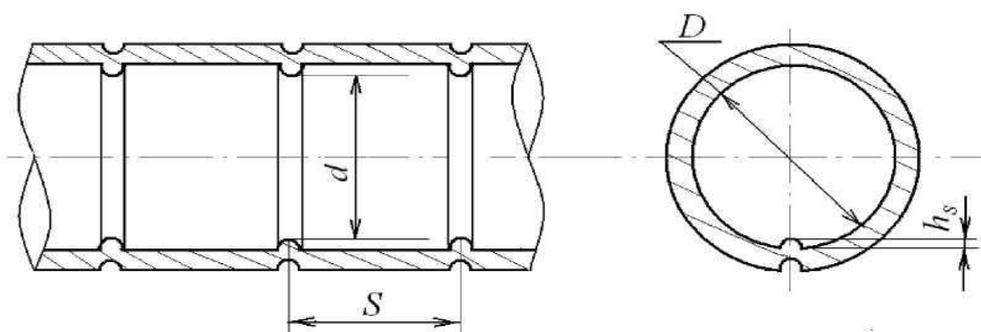


Рисунок 3.15 – Труба с поперечной кольцевой накаткой

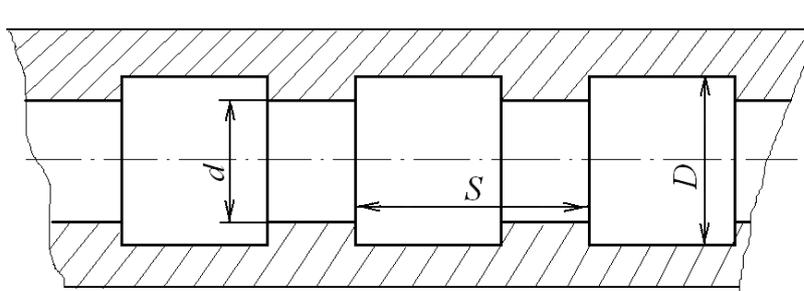


Рисунок 3.16 – Канал с поперечным прямоугольным оребрением

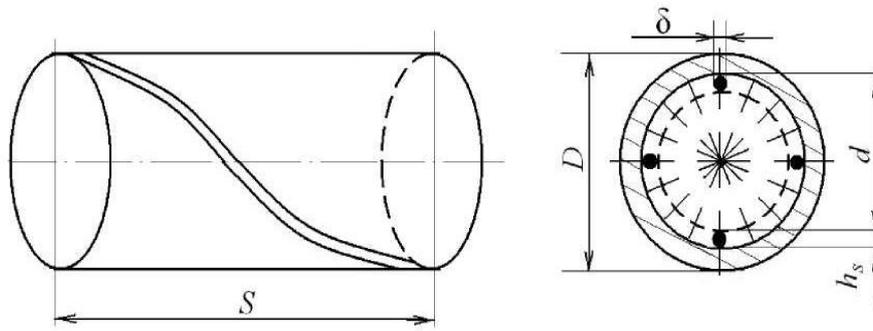


Рисунок 3.17- каналы с внутренним однозаходным и многозаходным винтовым пристенным оребрением

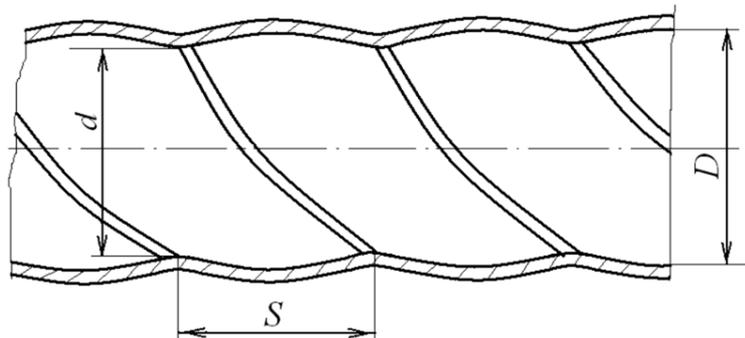


Рисунок 3.18 – Общий вид спирально-профилированной трубы.

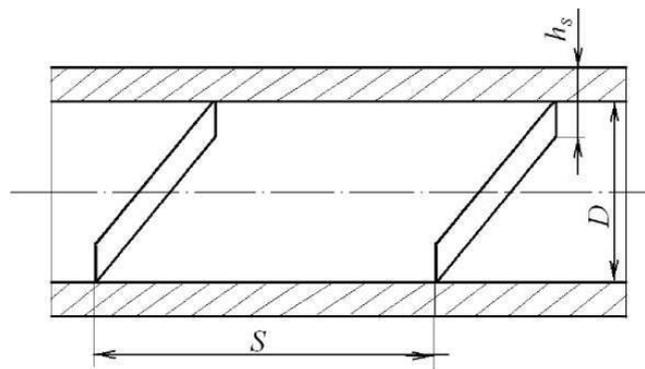


Рисунок 3.19 – Общий вид трубы с пластинчатой спиральной вставкой

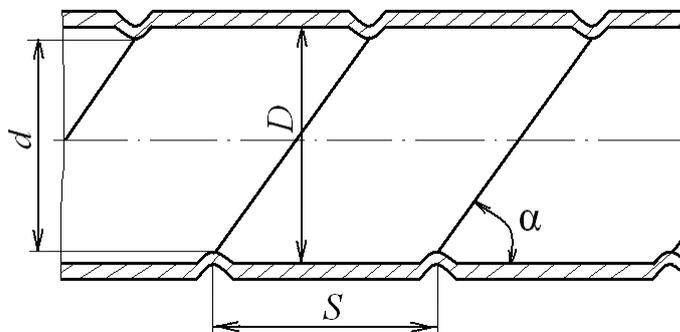


Рисунок 3.20 – Труба с треугольной спиральной накаткой

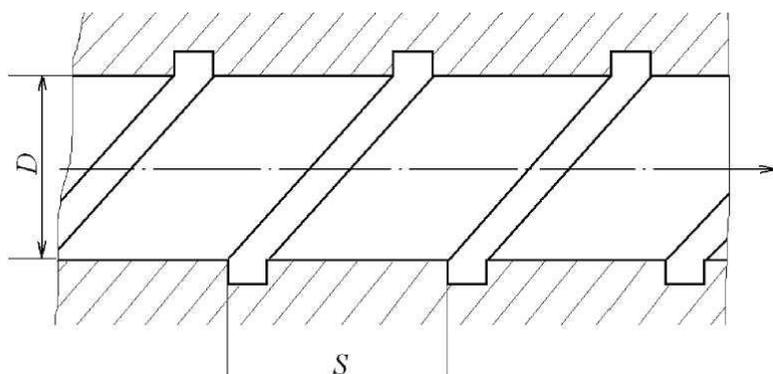


Рисунок 3.21 – Труба с одно- и многозаходными прямоугольными или квадратными канавками.

В [36, 276] отмечена высокая эффективность многозаходных прямоугольных канавок на внутренних поверхностях труб (рис. 3.21), технология получения которых основана на электрохимической обработке. Разработанные модели и методики позволяют исследовать и такие интенсифицированные поверхности. Достаточно часто возникает необходимость интенсификации теплообмена в коаксиальных каналах. В этих случаях также могут быть использованы самые различные конструкции интенсификаторов, например, проволочное оребрение внутренней поверхности коаксиального канала (рис. 3.22) и т. п. Все эти конструкции могут быть исследованы в рамках моделей, описанных далее. Таким образом, в дальнейшем под дискретной шероховатостью будем понимать любой формы (в поперечном и продольном сечениях) выступы или впадины на поверхности теплообмена, высота или глубина которых соизмерима с пристенными слоями жидкости. Большая часть располагаемого температурного напора срабатывается в тонком пристенном слое. В нем  $q$  близок к  $q_0$ , а  $\xi_0$  мало. Этот слой тем тоньше, чем больше число Прандтля. В ядре потока, где наоборот  $q$  мало, а  $\xi_0$  велико, срабатывается не более 20 — 30% располагаемого температурного напора у газов и не более 5% у капельных жидкостей с  $Pr > 1$ . Следственно, искусственная турбулизация должна увеличивать интенсивность турбулентных пульсаций и  $\xi_0$  только в узком слое около стенки.

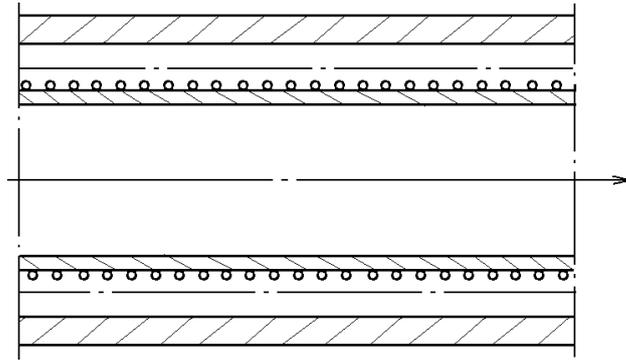


Рисунок 3.22 – Коаксиальный канал с проволочным спиральным оребрением внутренней поверхности.

Нет смысла затрачивать энергию на увеличение  $\xi_0$ , в ядре потока это только увеличит сопротивление  $\xi$  и мало повлияет на число Nu. Но каким образом можно увеличить значение  $\xi_0$  около стенки, практически не изменяя его в ядре потока? Анализ показывает [32], что этого можно добиться созданием небольших отрывных зон (вихрей), расположенных около стенки на определенных расстояниях по длине канала. При образовании вихря около стенки на его верхней границе градиент скорости имеет максимум. Там же имеет большое значение турбулентное касательное напряжение ( $(\rho \overline{\omega'_x \omega'_r})$ ). Поэтому порождение турбулентных пульсации ( $(-\rho \overline{\omega'_x \omega'_r} \frac{\partial \omega_x}{\partial r})$ ) на верхней границе вихря происходит весьма интенсивно. Возникшие продольные пульсации скорости, распадаясь, передают свою энергию более мелким пульсациям. Причем энергия проходит сложный путь через пульсации давления к поперечным пульсациям и т. д., пока не произойдет ее диссипация. За это время пульсации скорости переносятся основным потоком вдоль линий тока и диффундируют в стороны от них. Если вихрь мал и его граница расположена близко к стенке, то возникшие на ней пульсации скорости увеличат циркуляцию близко у стенки и тем самым интенсифицируют теплоотдачу. При слишком частом расположении таких вихрей энергия возникших на них пульсаций скорости не успевает затухать на пути до следующего вихря и, в основном, диффундирует в ядро потока.

Так происходит в шероховатых каналах, в которых  $\xi_0$  увеличивается по всему сечению канала. Это не рациональный метод интенсификации теплоотдачи. Дополнительная турбулизация ядра потока почти не увеличивает теплоотдачу, но ведет к большим гидравлическим потерям. Целесообразно вихри около стенки располагать на таком расстоянии друг от друга (порядка 10 высот турбулизатора и больше), чтобы кинетическая энергия возникших на вихрях пульсаций частично успевала диссипировать на пути до следующего вихря. Тогда ее диффузия в ядро потока будет мала. Большие вихри также не рациональны. Они ведут к большим гидравлическим потерям, а возникшие на их верхней границе пульсации переносятся потоком далеко от стенки и турбулизируют в основное ядро потока. На рисунке 3.23 представлены результаты теплообмена для организованных различным образом искусственных шероховатостей.

$Nu/Nu_0$

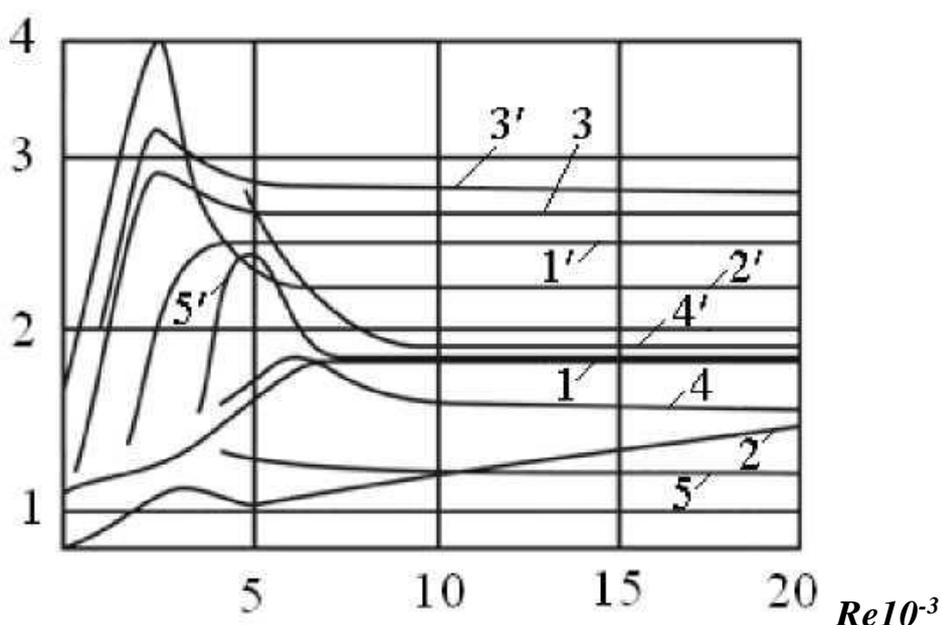


Рисунок 3.23 – Сопоставление опытных данных по теплоотдаче в трубах с интенсификаторами теплообмена

1, 1' – шнековый завихритель,  $\Theta = 45$  и  $75^\circ$  [135]; 2, 2' – завихритель,  $S/D = 2,17$  и  $0,724$  [247]; 5, 5' – ленточный завихритель,  $S/D = 19$  и  $3,16$  [95], поперечная накатка,  $d/D = 0,983$  и  $0,875$  [382]; 3, 3' – спиральная накатка,  $S/D = 3,25$  и  $1$  [214]; 4, 4' – проволочный спиральный

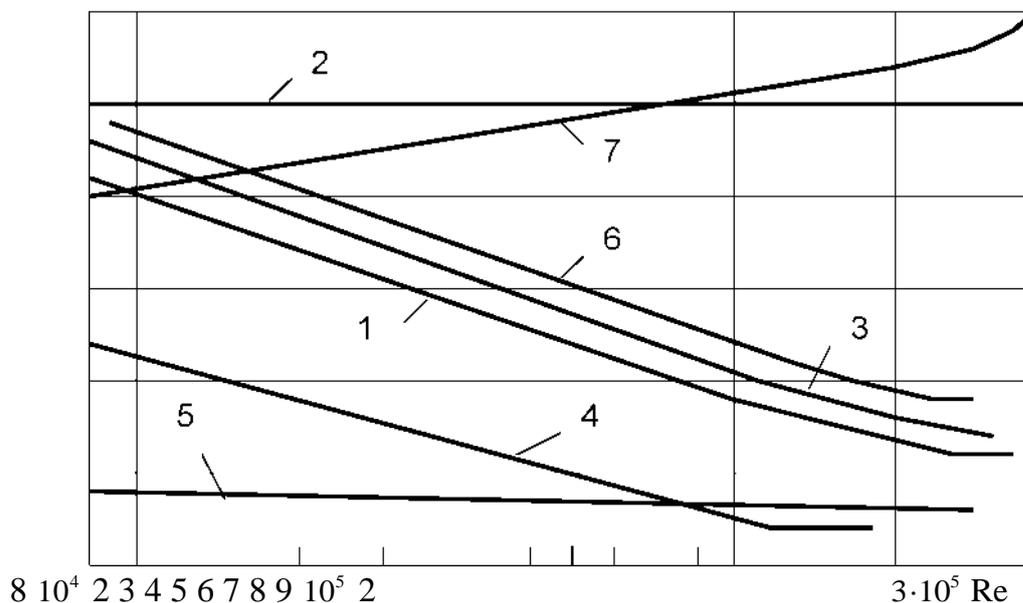
С постепенным развитием турбулентности значение  $Nu/Nu_0$  несколько снижается, оставаясь, тем не менее, значительно выше единицы. При числах  $Re > 8000$  преобладающее влияние на теплообмен начинает оказывать турбулентность, в то время как роль вихрей постепенно снижается.

Что касается интенсификаторов (ленточных, шнековых и т.п.), то их применение, на основании имеющихся опытных данных, будет более перспективным для сред с большей вязкостью [229, 230]. Использование любого из известных методов сопровождается также ростом гидродинамического сопротивления. Поэтому для сопоставления полной теплогидродинамической эффективности различных по конструкции интенсификаторов часто целесообразно применение известного соотношения:

$$I = Nu / Nu_0 / \zeta / \zeta_0 = f(Re) \quad (3.59)$$

характеризующего относительное увеличение интенсивности теплообмена в трубе с интенсификатором на единицу дополнительно затраченной энергии. На Рис-3.24 представлена эта зависимость для различных искусственных шероховатостей.

И



1-7 – трубы соответственно: с кольцевыми выступами, типа конфузур – диффузур, со спиральными вставками, спирально-профилированные, с волнистой осью, с перфорированными вставками, с обтекаемыми выступами.

Рисунок 3.24 – Сравнительная эффективность различных методов интенсификации теплообмена

Сравнение эффективности различных методов интенсификации теплообмена, также выполненное В.К. Мигаем в [217], указывает, что при малых значениях чисел Рейнольдса трубы с кольцевыми выступами обладают наилучшими показателями.

### ***3.5.4.1 Интенсификация теплообмена с искусственными микронеровностями***

В качестве примера метода интенсификации теплоотдачи, разработанного с учетом сказанного выше, можно привести метод, исследование которого описано в ряде работ [17], [18], [19], [32], [60]. Он предназначен для интенсификации теплообмена в трубах и трубных пучках при их продольном обтекании. Предварительно откалиброванная трубка по специальной технологии накатывается роликами. На ее внешней поверхности образуются периодически расположенные канавки, а на внутренней – диафрагмы с плавной конфигурацией. Разрез такой трубки представлен на рис. 3.25 [17]. Эта трубка при оптимальных типах накатки сохраняет прочность гладкой, обеспечивает интенсификацию теплоотдачи с двух сторон и не изменяет технологии сборки. Для определения соотношений  $\frac{Nu}{Nu_0}$

и  $\frac{\xi}{\xi_0}$  внутри труб были проведены исследования на различных капельно-жидких и газообразных теплоносителях при различных сочетаниях  $\frac{d}{D}$  и  $\frac{t}{D}$ .

На рис. 3.25 представлена зависимость  $\frac{Nu}{Nu_0}$  от числа Re для различных размеров диафрагм. При ламинарном течении между выступами диафрагм создаются застойные зоны. Они служат дополнительным термическим сопротивлением и ухудшают теплоотдачу. Но с ростом  $x/d$  этот эффект уменьшается благодаря возрастающему влиянию конвекции. При увеличении числа Рейнольдса за диафрагмами возникают вихри, что приводит к росту уровня возмущений в потоке и переходу к турбулентному течению при

меньших, чем в гладкой трубе, критических числах Рейнольдса. Заметное уменьшение значения  $Re_{кр}$  наблюдается при  $d/D < 0,94$ . Например, при  $\frac{d}{D} = 0,875$   $Re_{кр} = 1580$ . Переход к турбулентному течению, как и в гладких трубах, сопровождается возникновением турбулентных пробок. Возникнув в начальных сечениях трубы, эти турбулентные пробки, чередуясь с ламинарными (перемежаемость течения) двигаются вниз по течению. Переход к турбулентному течению, как и в гладких трубах, сопровождается возникновением турбулентных пробок. Возникнув в начальных сечениях трубы, эти турбулентные пробки, чередуясь с ламинарными (перемежаемость течения) двигаются вниз по течению.

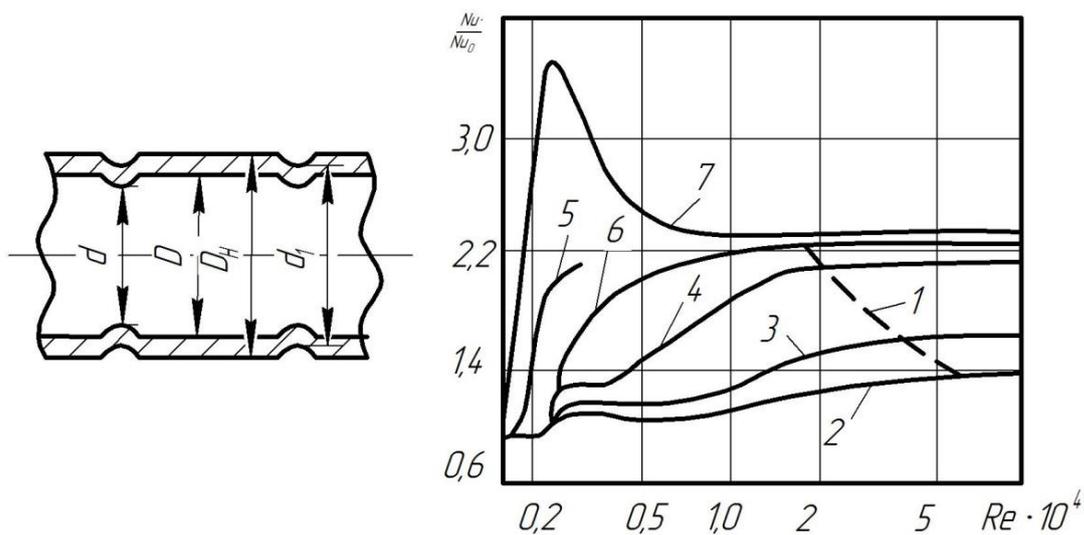


Рисунок 3.25 – Влияние числа  $Re$  на эффективность интенсификации теплообмена:  
 1 – высота диафрагмы совпадает с  $\delta^* = 0,95 \cdot (T_c - T_0)$  для гладкой трубы; 2— $d/D=0,983$ ;  
 3— $d/D = 0,966$ ; 4— $d/t \geq 0,943$ ; 5—  $d/D=0,912$  (шаг  $t/D = 1,0$ ); 6- $d/D=0,92$ ; 7—  $d/D=0,875$ .  
 Для кривых 2, 3, 4, 6, 7 шаг  $t/D=0,5$ ;  $t$ — расстояние между выступами

В этом движении они непрерывно увеличивают свою длину. Теплоотдача в них выше почти в 2 раза, чем в ламинарных пробках. Диапазон чисел  $Re$ , в котором наблюдается перемежаемость, меньше, чем в гладких трубах.

Как видно из рис. 3.25, теплоотдача в переходной области течения выше, чем в гладких трубах, особенно при  $d/D < 0,94$ . При развитом турбулентном течении  $\frac{Nu}{Nu_0}$  слабо зависит от  $Re$ . При больших числах  $Re$  отношение  $\frac{Nu}{Nu_0}$  может уменьшаться. С ростом чисел  $Re$  или  $Pr$  толщина слоя, в котором срабатывается в гладкой трубе основная часть (например, 90—99%) температурного напора, все время уменьшается. Когда верхняя граница вихря, примерно совпадающая с высотой диафрагмы, достигает границы этого слоя (пунктирная линия на рис. 3.25), эффективность интенсификации максимальна. Если граница вихря выходит за этот слой (дальнейший рост  $Re$  или  $Pr$ , или увеличение высоты диафрагмы), то турбулизируются слои с малым градиентом температуры и достаточно большим  $\varepsilon_q$ . Дополнительная интенсификация теплоотдачи в этом случае мала, а гидравлические потери продолжают расти. Сказанное хорошо иллюстрирует рис. 3.26 [60], на котором видно, как с ростом чисел  $Re$  и  $Pr$  наступает «насыщение»  $\frac{Nu}{Nu_0}$  при увеличении высоты выступа диафрагм.

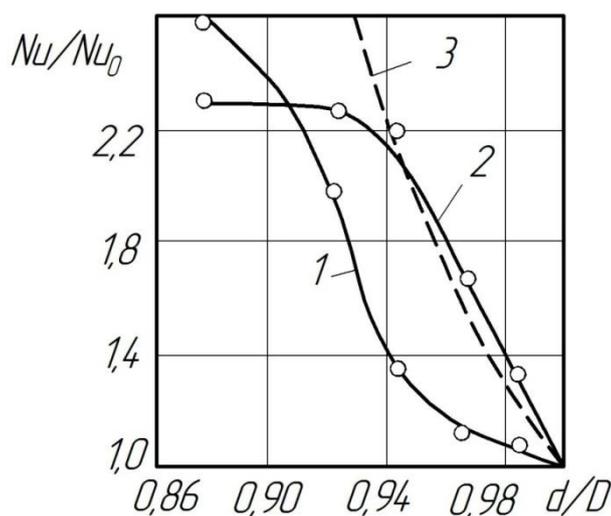


Рисунок 3.26 – Влияние высоты турбулизаторов на эффективность интенсификации теплообмена (шаг  $t/D = 0,5$ ): 1 –  $Pr=5$ ;  $Re=4 \cdot 10^3$ ; 2 –  $Pr=5$ ;  $Re=4 \cdot 10^4$ ; 3 –  $Pr=0,7$ ;  $Re=4 \cdot 10^4$

Теплоотдача газов ( $Re = 10^4 \div 4 \cdot 10^5$ ) и жидкостей ( $Pr > 1$ ) при  $10^4 < Re < Re^*$  для рассмотренного метода интенсификации обобщается эмпирической зависимостью [60] для  $\frac{d}{D} = 0,9 \div 0,98$  и  $\frac{t}{D} = 1 \div 10$

$$\frac{Nu}{Nu_0} = \left( 1 + \frac{\lg Re_c - 4,6}{7,45} \right) \left( \frac{1,14 - 0,28 \sqrt{1 - \frac{d}{D}}}{1,14} \right) \exp \left[ \frac{9 \left( 1 - \frac{d}{D} \right)}{\left( \frac{t}{D} \right)^{0,58}} \right]. \quad (3.60)$$

Для  $\frac{d}{D} = 0,88 \div 0,98$  и  $\frac{t}{D} = 0,25 \div 0,8$

$$\frac{Nu}{Nu_0} = \left[ 1 + \frac{\lg Re - 4,6}{35} \right] \left\{ 3 - 2 \exp \left[ \frac{-18,2 \left( 1 - \frac{d}{D} \right)^{1,13}}{\left( \frac{t}{D} \right)^{0,326}} \right] \right\}. \quad (3.61)$$

$Re^*$  – число Рейнольдса (см. пунктирную линию на рис. 3.26), при котором высота выступа диафрагмы равна толщине слоя с перепадом температур, составляющим  $0,95(T_c - T_0)$  в гладкой трубе ( $T_0$  — температура на оси трубы)

$$Re^* = 3150 / \left( 1 - \frac{d}{D} \right)^{1,14} Pr^{0,57}.$$

Теплоотдача жидкостей при  $Re^* < Re \leq 10^5$ ,  $Pr = 2,5 \div 50$ ,  $d/D \geq 0,94$  и  $\frac{t}{D} = 0,5$  обобщается зависимостью [60]

$$\frac{Nu}{Nu_0} = \left[ 100 \left( 1 - \frac{d}{D} \right) \right]^{0,445} \quad (3.62)$$

Гидравлическое сопротивление для жидкостей и газов при  $Re = 10^4 \div 4 \cdot 10^5$  и  $Pr = 0,5 \div 50$  обобщается формулой [60] для  $\frac{d}{D} = 0,9 \div 0,98$  и

$$\frac{t}{D} = 0,5 - 10$$

$$\frac{\xi_r}{\xi_0} = \left[ 1 + \frac{100(\lg \text{Re} - 4,6) \left(1 - \frac{d}{D}\right)^{1,65}}{\exp\left[\left(t/D\right)^{0,3}\right]} \right] \exp\left[ \frac{25 \left(1 - \frac{d}{D}\right)^{1,32}}{\left(t/D\right)^{0,75}} \right] \quad (3.63)$$

для  $\frac{d}{D} = 0,9 \div 0,98$  и  $\frac{t}{D} = 0,25$

$$\frac{\xi}{\xi_0} = \left[ 1 + \frac{\lg \text{Re} - 4,6}{6 \left(\frac{\text{Re}}{10^5}\right)^{0,33}} \right] \left( 3 \frac{d}{D} - 2 \right) \left( 2,5 - 1,5 \frac{d}{D} \right) \exp\left[ 17 \left(1 - \frac{d}{D}\right)^{0,858} \right] \quad (3.64)$$

Формулы (3.5.8) – (3.5.12) верны при  $\frac{t}{D} = 0,25 \div 10$ ,  $\frac{d}{D} = 0,88 \div 0,98$  (для газов) и  $\frac{d}{D} = 0,94 \div 0,98$  (для жидкостей).

Для газов влияние температурного фактора в накатанных трубках специально в этих опытах не учитывалось, хотя опыты велись и при нагреве и при охлаждении газа.

Однако было установлено, что с уменьшением  $\frac{d}{D}$  влияние температурного фактора ослабевает, так как плотность газа около стенки с ростом турбулизации приближается к средней для всего сечения. Для жидкостей при нагреве влияние изменения физических свойств также ослабевает с ростом высоты выступа диафрагмы.

$$\xi = \xi_{из} \left( \frac{\mu_c}{\mu_{жс}} \right)^m, \text{ где } m = \frac{1}{3} \left( \frac{d}{D} \right)^{2,64} \text{ при } \frac{t}{D} = 0,5$$

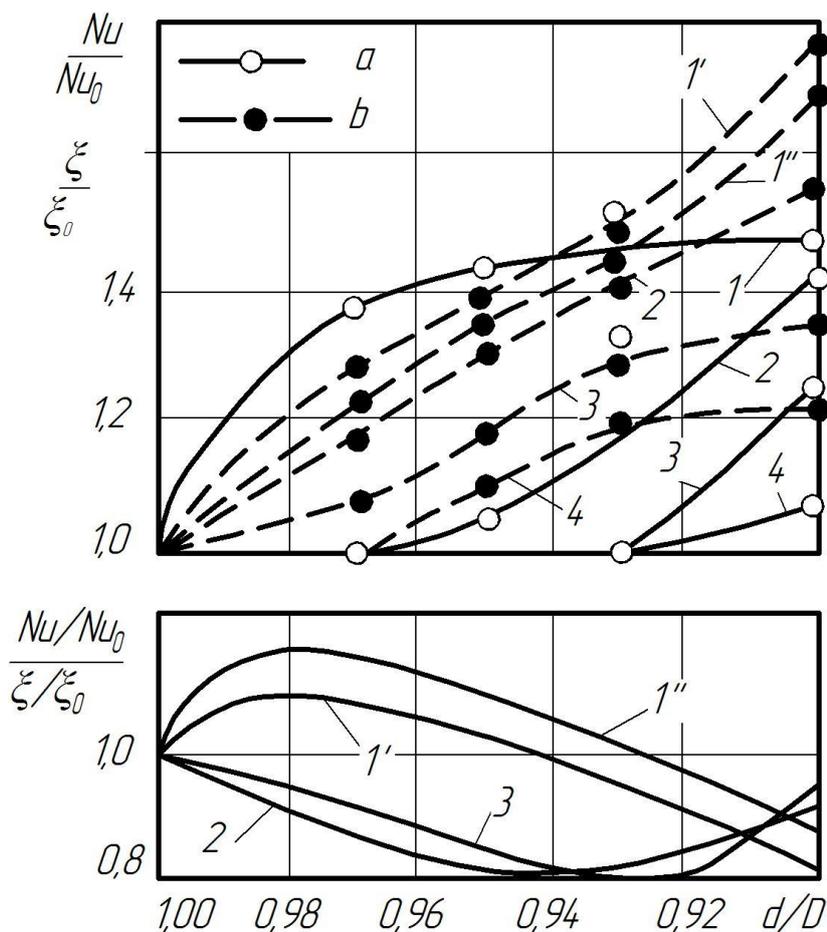
и

$$m = \frac{1}{3} \cdot 10^{-\frac{0,369}{t/D} (1,217 + \lg t/D)} \text{ при } \frac{d}{D} = 0,94$$

Для определения соотношений  $\frac{Nu}{Nu_0}$  и  $\frac{\xi}{\xi_0}$  в продольно омываемом пучке труб с поперечными канавками были проведены эксперименты [60].

Эксперименты проводились на шахматных пучках труб с  $s/D_n=1,2$  при нагреве и охлаждении воздуха.

Результаты экспериментов представлены на рис. 3.27. Из этих графиков следует, что при ламинарном течении канавки не влияют ни на теплоотдачу, ни на гидравлическое сопротивление.



1 –  $Re=4 \cdot 10^4 \div 10^5$ ; 1' –  $Re = 10^5$ ; 1'' –  $Re = 4 \cdot 10^4$ ; 2 –  $Re = 2 \cdot 10^4$ ; 3 –  $Re = 10^4$ ; 4 –  $Re=6 \cdot 10^3$

Рисунок 3.27 – Зависимость отношений  $\frac{Nu}{Nu_0}$ ;  $\frac{\xi}{\xi_0}$  и  $\frac{Nu}{Nu_0} / \frac{\xi}{\xi_0}$  от глубины накатки  $\frac{d_1}{D_n}$  для шага накатки  $t / D_n = 0,454$ :

С ростом числа  $Re$  в широкой части ячейки поперечного сечения пучка труб, где наибольшие градиенты скорости, в канавке возникает вихрь. Он обуславливает более раннее, чем в гладкой трубе, возникновение турбулентного течения в широкой части ячейки. Вначале турбулентное

течение охватывает малую часть периметра трубки. Поэтому оно больше сказывается на увеличении  $\frac{\xi}{\xi_0}$ , чем на  $\frac{Nu}{Nu_0}$ .

Для наиболее эффективного шага накатки канавок  $\frac{t}{D_n} = 0,454$  и  $\frac{d_1}{D_n} = 0,9 \div 0,97$  значение  $\frac{Nu}{Nu_0}$  начинает расти и стабилизируется соответственно при следующих числах

$$Re = \frac{\rho_{жс} \omega d_2}{\mu_{жс}} ;$$

$$Re_1 = \left( 30 \frac{d_1}{D_n} - 26,4 \right) 10^4 ;$$

$$Re_2 = \left( 16,8 \frac{d_1}{D_n} - 12,1 \right) 10^4 .$$

Теплоотдача и гидравлическое сопротивление обобщаются следующими формулами: для  $Re_1 \leq Re \leq Re_2$

$$\frac{Nu}{Nu_0} = 1 + 0,465 \frac{\lg Re - \lg Re_1}{\lg Re_2 - \lg Re_1} \left\{ 1 - \exp \left[ -33,7 \left( 1 - \frac{d_1}{D_n} \right) \right] \right\} ;$$

для  $Re > Re_2$

$$\frac{Nu}{Nu_0} = 1,465 - 0,465 \exp \left[ -33,7 \left( 1 - \frac{d_1}{D_n} \right) \right] ;$$

для  $Re = 3,1 \cdot 10^3 \div 2 \cdot 10^4$

$$\frac{\xi}{\xi_0} = 1 + 6,72 (\lg Re - 3,5) \left( 1 - \frac{d_1}{D_n} \right) - 0,035 \sin \left[ 20 \left( \frac{d_1}{D_n} - 0,95 \right) \pi \right] ;$$

для  $Re \geq 2 \cdot 10^4 \div 10^5$

$$\frac{\xi}{\xi_0} = 1 + 2,86 (\lg Re - 2,27) \left( 1 - \frac{d_1}{D_n} \right) + 0,09 (\lg Re - 4,3) \sin \left[ 20 \left( \frac{d_1}{D_n} - 0,95 \right) \pi \right] .$$

В этих формулах значения  $Nu_0$  и  $\xi_0$  для гладких пучков определяются по формулам для гладких труб, где:  $d_1$  — внутренний диаметр канавки;  $D_n$  —

наружный диаметр трубы;  $T_{ж}$  – определяющая температура;  $d_3$ — определяющий размер. Увеличение шага расположения канавок  $t$  заметно снижает  $\frac{Nu}{Nu_0}$  и  $\frac{\xi}{\xi_0}$ . Интенсификация теплоотдачи в межтрубном пространстве, так же как и в трубах, уменьшает влияние температурного фактора на теплоотдачу и гидравлическое сопротивление. В пучках труб с большим шагом эффективней будет интенсификация за счет поперечных небольших ребер на внешней поверхности трубок [20]. Применение рассмотренного выше метода интенсификации теплоотдачи позволяет при прочих равных условиях уменьшить габариты и вес трубного пучка в 1,5—2 раза по сравнению с гладкотрубным.

Для других типов каналов и в частности активной зоны ядерных реакторов на основе изложенного анализа и примера можно выбрать свой технологичный метод интенсификации теплоотдачи, учитывающий специфику работы и производства теплообменного устройства.

### **3.6 Интенсификация естественной конвекции (влияние формы, положения поверхности и размера тела)**

В гравитационном поле массовых сил свободное движение возникает в результате различной плотности холодных и горячих объёмов теплоносителя. Нагреваемые от стенки объёмы теплоносителя всплывают, а охлаждаемые опускаются. Характер движения теплоносителя около стенки зависит от формы поверхности, её положения в пространстве и направления теплового потока. На Рис. 3.28 показана картина движения теплоносителя около охлаждаемой вертикальной стенки (а), около охлаждаемых (б и в) и около нагреваемых горизонтальных поверхностей (г и д).

Движение теплоносителя вдоль охлаждаемой вертикальной стенки в нижней части имеет ламинарный характер, выше – переходный, а затем вихревой. В случае нагреваемой стенки теплоноситель движется сверху вниз,

и характер течения изменяется в той же последовательности. Режим течения определяется главным образом температурным напором, с увеличением которого сокращается длина участка занятого ламинарным потоком, и увеличивается зона вихревого движения. На участке ламинарного движения коэффициент теплоотдачи уменьшается в соответствии с увеличением толщины ламинарного слоя теплоносителя. В зоне вихревого движения коэффициент теплоотдачи имеет практически одинаковое значение для всей поверхности. Характер движения теплоносителя около плоских горизонтальных поверхностей зависит от их расположения и направления теплового потока.

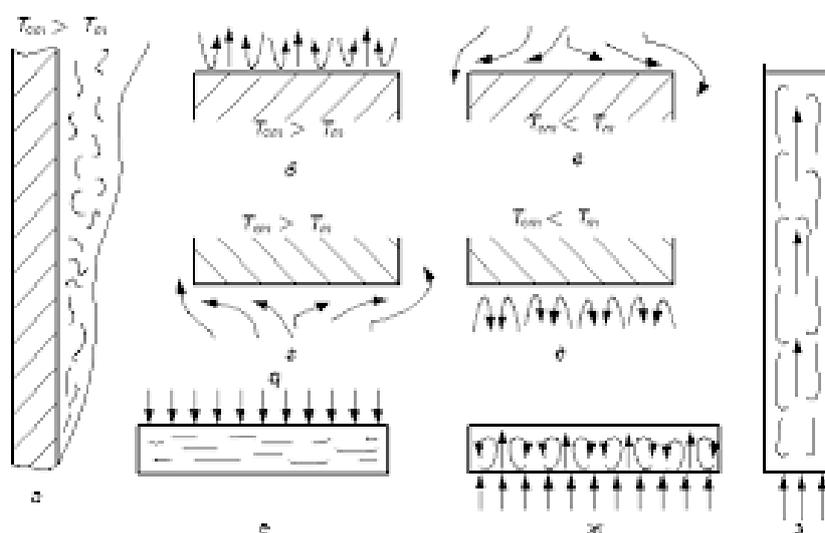


Рисунок 3.28 – Картина движения теплоносителя около охлаждаемых и нагреваемых поверхностей в условиях естественной конвекции

При картине движения, отвечающей схемам (в) и (г) поверхность стесняет движение теплоносителя, и поэтому теплообмен протекает менее интенсивно, чем в случаях (б) и (д). Анализ многочисленных экспериментальных исследований теплоотдачи при свободном движении жидкости в неограниченном пространстве, выполненный академиком М.А. Михеевым показал, что для средних коэффициентов теплоотдачи можно записать уравнение подобия, которое справедливо для различных форм поверхности теплообмена:

$$\overline{Nu}_m = c(Gr \cdot Pr)_m^n, \quad (3.65)$$

где  $c$  и  $n$  в этом уравнении зависят от произведения  $Gr \cdot Pr$  и приводятся в таблице 3.5.

Таблица 3.5. Значения коэффициентов  $c$  и  $n$

$Gr \cdot Pr$	$c$	$n$
$10^{-3} - 5 \cdot 10^2$	1,18	1/8
$5 \cdot 10^2 - 2 \cdot 10^7$	0,54	1/4
$2 \cdot 10^7 - 10^{13}$	0,135	1/3

За определяющую здесь принята средняя температура пограничного слоя. Определяющий размер зависит от формы и расположения поверхности теплообмена: для труб и шаров за определяющий размер следует определять их диаметр, для вертикальных плит их высоту, для горизонтальных плоских поверхностей наименьший горизонтальный размер. Для горизонтальных плоских поверхностей,

### 3.7 Теплоотдача при высокой скорости газа

При течении газа с большими скоростями гидродинамические и тепловые процессы непрерывно связаны. Течение характеризуется взаимным преобразованием внутренней и кинетической энергии потока и расширением газа. Для характеристики газовых потоков скорость их движения сопоставляется со скоростью распространения звука в этой среде. Это отношение обозначают буквой  $M$  и называют числом Маха. Если  $M < 1$ , то поток называется дозвуковым, если  $M = 1$  – звуковым и если  $M > 1$  – сверхзвуковым. В реальных условиях частицы газа, непосредственно прилегающие к поверхности теплоизолированного тела, будут иметь температуру, превышающую температуру газа вдали от тела. Эта температура называется собственной, адиабатической или равновесной.

Собственная температура (иногда ее называют также температурой восстановления) определяется из уравнения:

$$T_{\text{соб.}} = T_H \left( 1 + r \frac{\kappa - 1}{2} M_H^2 \right), \quad (3.66)$$

где  $T$  – температура незаторможенного потока (термодинамическая температура);  $\kappa$  – показатель адиабаты ( $\kappa = \frac{c_P}{c_V}$  – соотношение удельных

теплоемкостей при постоянных давлении и объеме);  $M_H$  – число Маха набегающего потока. Для продольно обтекаемой пластины при ламинарном течении  $r = \sqrt{Pr}$ , при турбулентном течении  $r = \sqrt[3]{Pr}$ . Уравнение теплоотдачи при течении газа с большими скоростями принимает вид (формула (11-32) /14/):

$$q_W = \alpha (T_{\text{соб.}} - T_W), \quad (3.67)$$

где  $\alpha$  – коэффициент теплоотдачи.

Местные коэффициенты теплоотдачи при продольном омывании пластины турбулентным пограничным слоем рассчитываются по формуле (формула (11-34) /14/):

$$Nu_{z,x} = 0,0296 \cdot Re_{z,x}^{0,8} \cdot Pr_z^{0,43} \cdot \left( \frac{T_z}{T_T} \right)^{0,38}. \quad (3.68)$$

Здесь  $T_z$  – температура газа вдали от стенки,  $T_T$  – температура торможения. Для ламинарного пограничного слоя может быть рекомендовано выражение (формула (11-35) /14/):

$$Nu_{z,x} = 0,332 \cdot Re_{z,x}^{0,5} \cdot Pr_z^{0,33} \cdot \left( \frac{T_z}{T_T} \right)^{0,38}. \quad (3.69)$$

В формулах (3.68), (3.69) в качестве определяющей температуры при определении коэффициентов теплоотдачи используется значение температуры  $T_z$ . Температура торможения равна

$$T_T = T_H \left( 1 + \frac{\kappa - 1}{2} M_H^2 \right). \quad (3.70)$$

Поэтому:

$$\frac{T_2}{T_T} = 1 + \frac{\kappa - 1}{2} M_H^2. \quad (3.71)$$

В случае движения тела со сверхзвуковой скоростью ( $W_H > a_H$ ) перед ним возникает ударная волна (скачок уплотнения).  $W_H$ ,  $a_H$  – соответственно, скорости набегающего потока и скорость звука перед скачком уплотнения. В случае, когда фронт волны составляет прямой угол с направлением распространения, волна называется прямой ударной волной, или прямым скачком уплотнения. Скачки уплотнения удобно наблюдать в сверхзвуковых аэродинамических трубах при обтекании воздухом неподвижных твердых тел. Остановив ударную волну встречным потоком газа, получим некоторую неподвижную поверхность, пересекая которую все элементарные струйки газа одновременно претерпевают скачкообразные изменения скорости движения, плотности, давления и температуры (рисунок).

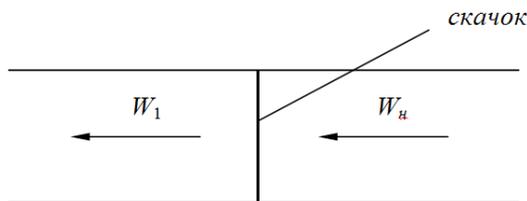


Рисунок 3.29 – Скачок уплотнения

В прямом скачке уплотнения всегда сверхзвуковая скорость газа переходит в дозвуковую. Косой скачек получается в том случае, когда, пересекая фронт скачка, газовый поток должен изменить свое направление (рисунок 3.30). Например, при сверхзвуковом обтекании газом клиновидного тела, которое отклоняет поток от начального направления на угол  $\omega$ , перед телом образуются косые скачки уплотнения. Если до встречи струи с фронтом косого скачка вектор скорости  $W_H$  составляет с ним угол  $\alpha$ , то после пересечения фронта струя отклоняется на угол  $\omega$ , а угол между вектором скорости и фронтом скачка становится равным  $\beta = \alpha - \omega$ . Рис. 3.30

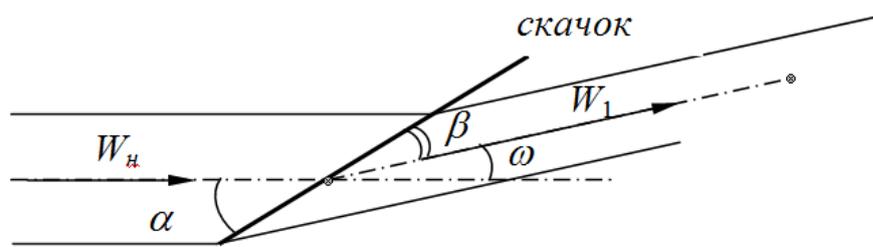


Рисунок 3.30 – Схема косоугольного скачка уплотнений

### 3.8 Теплообмен в двухфазных текучих средах

#### 3.8.1 Теплоотдача при кипении и конденсации жидкостей

Теплообмен при кипении различных жидкостей, особенно воды, давно изучается с целью проведения расчетов различных теплообменных устройств, в которых происходит кипение. Однако долгое время в энергетике и в других промышленных и транспортных теплообменных устройствах использовались высококипящие жидкие теплоносители. В подавляющем большинстве случаев при этом пузырьковый режим кипения являлся нормальным расчетным режимом. При пузырьковом кипении пар обычно образуется на твердой теплопередающей поверхности в виде пузырьков, которые, достигнув определенных размеров, отрываются от поверхности подъемными силами или силами сопротивления движущейся жидкости. Коэффициент теплоотдачи при пузырьковом кипении очень высок. Это обеспечивает большие тепловые потоки при малых температурных напорах. Следовательно, обеспечивается низкая температура стенки, не на много превышающая температуру кипения (насыщения) жидкости для данного давления.

При пленочном кипении жидкость отделена от теплопередающей твердой поверхности пленкой пара. Пленка пара играет роль тепловой изоляции, в которой температура падает от температуры стенки  $T_w$  до температуры насыщения  $T_s$  на поверхности жидкости. Коэффициент

теплоотдачи при пленочном кипении из-за теплового сопротивления пленки пара много ниже, чем при пузырьковом кипении. Поэтому чтобы сообщить жидкости один и тот же тепловой поток при пленочном кипении, необходимо создать температурный напор  $\Delta T = T_w - T_s$  во много раз больший, чем при пузырьковом кипении. На рис.3.31 представлены зависимости теплового потока и коэффициента теплоотдачи при кипении жидкости.

Когда задано тепловыделение (электронагрев, атомный реактор и т. п.), переход от пузырькового кипения к пленочному, который называется первым кризисом кипения, ведет к резкому увеличению температуры стенки и часто, для обычных жидкостей, к ее разрушению.

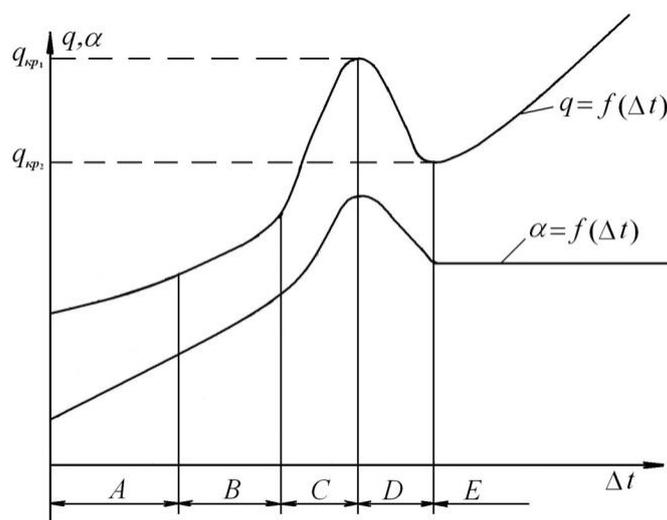


Рисунок 3.31- Диаграмма кипения жидкости при заданной температуре стенки

Приведенные графики называются кривыми кипения.

**Область А.** При малых значениях  $\Delta t$  парообразование практически отсутствует, и закономерности теплоотдачи определяются интенсивностью естественной циркуляции жидкости. При этом чем больше  $\Delta t$ , тем интенсивнее циркуляции жидкости и, соответственно, тем больше  $\alpha$ . Причем, поскольку увеличивается  $\alpha$  и растет  $\Delta t$ , то величина  $q$  также возрастает. Указанная область характеризуется как область конвективного теплообмена.

**Область В.** Характеризуется малой плотностью центров парообразования, когда только начинает проявляться механизм пузырькового кипения. В этой зоне коэффициент теплоотдачи более существенно зависит от  $\Delta t$ , чем в зоне А. В зоне В  $q \sim (\Delta t)^3$

**Область С.** Данная область характеризуется весьма существенной зависимостью коэффициента теплоотдачи от величины температурного напора турбулизация пристенного слоя усиливается. Рост  $q$  ограничен значением  $q_{кр1}$  – первой критической плотностью теплового потока и значением  $\Delta t_{кр1}$

**Область Д.** По мере увеличения вследствие увеличения числа действующих центров парообразования происходит слияние отдельных пузырьков пара в паровую пленку и начинается процесс перехода от пузырькового кипения к пленочному. В области Д происходит постепенное вытеснение пузырькового режима пленочным, вследствие чего резко падает интенсивность теплоотдачи  $\alpha$ . При этом  $q \sim \Delta t^{-1}$ . Возникает переходный режим кипения характерный образованием на твёрдой поверхности областей непосредственно контактирующих с паром. Теплоотдача всё более ухудшается и, наконец при  $\Delta t = \Delta t_{кр2}$  когда вся поверхность обволакивается сплошной плёнкой пара становится минимальной. Величину  $q_{кр2}$  соответствующему этому моменту называют второй критической плотностью теплового потока.

**Область Е.** Здесь вся теплообменная поверхность покрыта паровой пленкой. При этом  $q$  с ростом  $\Delta t$  меняется несущественно. Его некоторое возрастание обусловлено влиянием радиационного теплообмена. В области  $\Delta t \succ \Delta t_{кр2}$  коэффициент теплоотдачи остаётся постоянным или слабо уменьшается с ростом  $\Delta t$ . В первом приближении для этого режима можно полагать  $q \sim \Delta t$ . Находясь в области устойчивого пленочного кипения при снижении  $\Delta t$  достигаем значений  $\Delta t_{кр2}$ , при которых начинается процесс перехода от устойчивого пленочного кипения к пузырьковому. Давление

влияет на интенсивность теплоотдачи при кипении. Рассмотрим графическую зависимость между давлением и температурой на линии насыщения рис.3.32

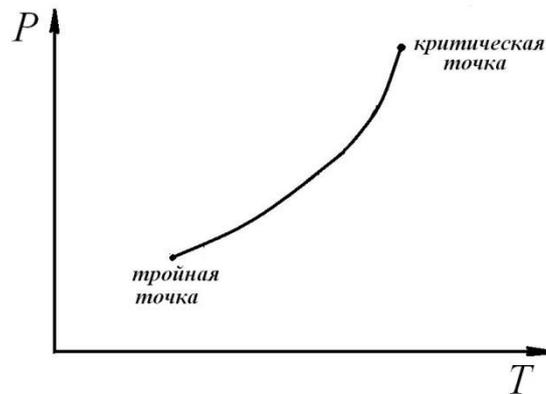


Рисунок 3.32– Зависимость давления насыщения от температуры

Из графика видно, что с ростом давления производная  $\frac{dp}{dT}$  возрастает. С ростом давления увеличивается число центров парообразования, усиливается турбулизация пристенного слоя жидкости. Указанный теоретический вывод подтверждается опытными данными. Из графика видно, что интенсивность теплоотдачи при пузырьковом кипении монотонно возрастает с повышением давления рис. 3.33.

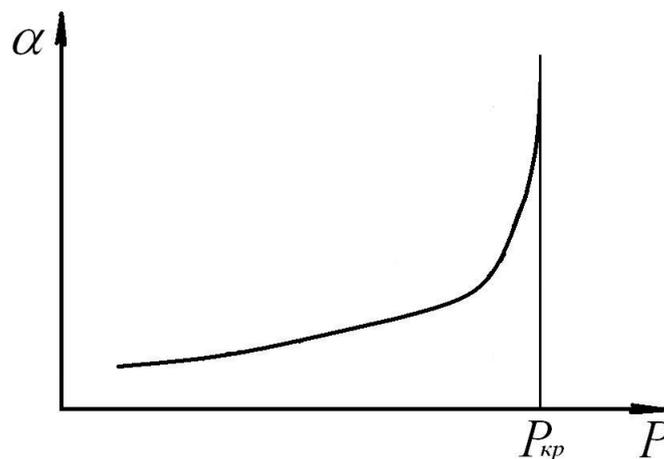


Рисунок 3.33 – Зависимость коэффициента теплоотдачи от давления

Что же касается оококритической точки, то здесь наблюдается резкое повышение интенсивности теплоотдачи с увеличением давления. Плотность теплового потока, температурный напор и давление – являются основными

режимными параметрами, определяющими интенсивность теплоотдачи при пузырьковом кипении. Влияние теплофизических свойств при пузырьковом кипении можно проанализировать с помощью выражения 3.72/ спр. Под. Ред Григорьева /:

$$\alpha = 0,075 \left[ 1 + 10 \left( \frac{\rho_n}{\rho_{жс} - \rho_n} \right)^{\frac{2}{3}} \right] \cdot \left( \frac{\lambda^2}{\nu \sigma T_s} \right)^{\frac{1}{3}} \cdot q^{\frac{2}{3}} \quad (3.72)$$

Здесь  $\rho_{жс}$  и  $\rho_n$  – плотности жидкости и пара;  $\lambda, \nu, \sigma$  – коэффициент теплопроводности, кинематическая вязкость, и поверхностное натяжение жидкости,  $T_s$  – температура насыщения. Все теплофизические свойства определяются при температуре насыщения. Формула 3.72 справедлива в диапазоне изменения приведённого давления  $\frac{P}{P_{кр}}$  ( $P_{кр}$  – давление в критической точке) от 0,005-0,8 для воды, аммиака, органических жидкостей

На процесс кипения, как и в случае обычного конвективного теплообмена без фазовых превращений, влияет величина коэффициента теплопроводности среды. При пузырьковом кипении, когда преобладающая часть поверхности нагрева контактирует с жидкой фазой, существенной является величина коэффициента теплопроводности жидкости ( $\lambda$ ). При пленочном кипении наряду с  $\lambda_{жс}$  проявляется также влияние коэффициента теплопроводности паровой фазы ( $\lambda_n$ ). При плёночном кипении на металлических поверхностях воды, органических и криогенных жидкостей справедливо выражение:

$$Nu_l = c Ra_l^n, \quad (3.73)$$

где :

$$Nu = \frac{\alpha l}{\lambda_n};$$

$$Ra_l = \frac{g l^3}{\nu_n a_n} \cdot \frac{\rho_{жс} - \rho_n}{\rho_n} \cdot \left( \frac{r}{C_{pn} \Delta T} + \frac{1}{2} \right)$$

В данных уравнениях:  $g$  – ускорение свободного падения;  $\rho_{ж}$ ,  $\rho_n$  – плотности жидкости и пара;  $\lambda_n$  – коэффициент теплопроводности пара,  $\nu_n$  – кинематическая вязкость пара;  $a_n$  – коэффициент температуропроводности пара;  $C_{pn}$  – теплопроводность пара;  $r$  – удельная теплота кипения;  $\Delta T$  – разность температур между поверхностью стенки и температурой кипения;  $l$  – характерный размер определяемый из выражения:

$$l = 2\pi \sqrt{\frac{\sigma}{g \cdot (\rho_{ж} - \rho_n)}}$$

При этом, чем больше  $\lambda_n$  и  $\nu_n$ , тем выше интенсивность теплоотдачи при кипении. Влияние вязкости при кипении проявляется в том, что чем выше ( $\nu$ ), тем меньше интенсивность перемешивания жидкости как непосредственно у стенки, так и в объеме жидкости. При пузырьковом кипении  $\alpha$  зависит от коэффициента поверхностного натяжения  $\sigma$ . Это влияние проявляется следующим образом. Если растет  $\sigma$ , то увеличивается, число действующих центров парообразования, турбулизация пристенного слоя жидкости падает, и уменьшается коэффициент теплоотдачи.

Влияние способа обогрева поверхности теплообмена заключается в том, что он воздействует на характер перехода от пузырькового кипения к пленочному и наоборот. Можно выделить два способа обогрева теплообменной поверхности:

Способ 1. Состоит в том, что независимо от процесса кипения произвольным образом изменяется значения температуры стенки ( $t_c$ ), т.е. величина температурного напора  $\Delta t$ . Независимое изменение температуры стенки может быть получено при паровом обогреве, когда на стороне теплоподвода имеет место конденсация пара высокого давления. Изменяя давление конденсирующегося пара, естественно, добиваемся изменения температуры стенки  $t_c$ . Рассмотрим кривую кипения. Находясь в области конвективного теплообмена увеличивая  $\Delta t$ , можно пройти кривую кипения

вплоть до  $q_{кр1}$ . Увеличивая дальше, будем наблюдать постепенную смену пузырькового кипения пленочным и далее пройдем в зону устойчивого пленочного кипения. Находясь в области устойчивого пленочного кипения, при снижении  $\Delta t$  будем наблюдать обратный процесс перехода от пленочного кипения к пузырьковому, и далее можно пройти остальную часть кривой кипения рис.3.34.

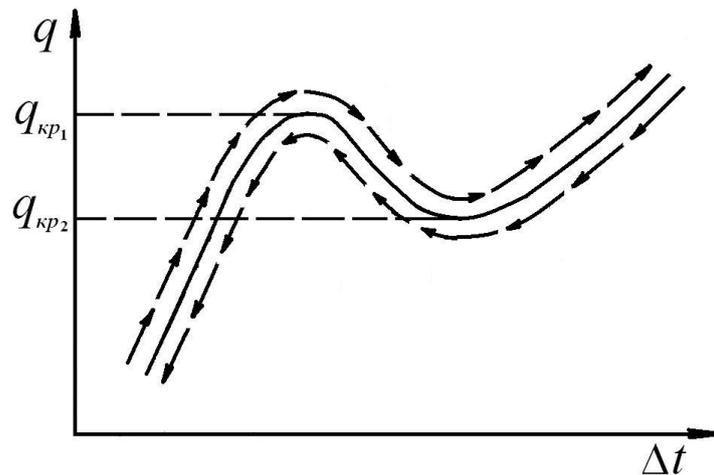


Рисунок 3.34. Вид кривой кипения при нагреве при постоянной температуре поверхности тела, при разных температурных напорах

Таким образом, при задании на стенке граничных условий I рода (например, путем ее парового обогрева) наблюдается плавный переход от пузырькового кипения к пленочному и наоборот.

Способ 2 – обогрев заключается в том, что независимо от процесса кипения на теплообменной поверхности изменяется плотность теплового потока. Это может быть достигнуто, например, при электрическом или же ядерном обогреве. Рассмотрим кривую кипения. Находясь в области конвективного теплообмена, увеличивая величину  $\Delta t$  можно пройти кривую кипения вплоть до  $q_{кр1}$  рис. 3.35.

При достижении  $q_{кр1}$  происходит скачкообразная смена режима кипения. При таком скачкообразном переходе резко возрастает температура стенки, так что возможно разрушение теплообменной поверхности (пережог поверхности). Если же разрушение не наступило, то можно пройти верхнюю

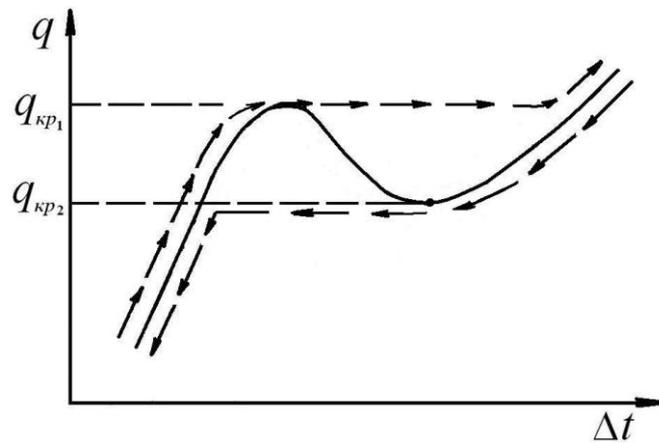


Рисунок 3.35 – Вид кривой кипения при нагреве при ГУ 2-го рода

часть кривой кипения. Находясь в области устойчивого пленочного кипения, можно снижая  $q$ , достигнуть плотности теплового потока  $q_{кр2}$ . При достижении же  $q_{кр2}$  произойдет скачкообразный переход от пленочного режима к пузырьковому. Снижая далее  $q$  можно пройти левую часть кривой кипения. Таким образом, при реализации на обогреваемой поверхности ГУ II рода (например, при ее электрическом или ядерном нагреве) имеют место скачкообразные процессы перехода от пузырькового кипения к пленочному, и наоборот. Т.е. в этом случае переходной режим кипения не реализуется. Иными словами, в этой ситуации мы сталкиваемся со своеобразным тепловым гистерезисом, что не позволяет реализовать кривую кипения в области неустойчивого кипения.

Влияние других факторов. Отметим влияние на процесс кипения различных поверхностных факторов и, прежде всего шероховатости теплообменной поверхности. Шероховатость поверхности существенным образом влияет на развитие процесса пузырькового кипения, что подтверждается опытными данными. Сравнивая интенсивность теплоотдачи при пузырьковом кипении на обычной технической поверхности и на той же поверхности, но после ее полировки, получили значения коэффициентов теплоотдачи на 40% меньше, чем на обычной технической поверхности. На

теплоотдачу при кипении влияют также различные загрязнения на стенке в виде накипи оксидных пленок и т.д. Как показывают опыты, при относительно незначительных загрязнениях достигается некоторое увеличение интенсивности теплоотдачи. Однако, с другой стороны, при относительно больших загрязнениях, на стенке появляется значительное термическое сопротивление загрязнений, что приводит к снижению . В опытах отмечалось также влияние на теплоотдачу при кипении материала теплообменной поверхности, что может быть связано с изменением угла смачивания и т.д. Поверхностные факторы носят случайный характер и не поддаются точному учету. Это приводит к тому, что, исследуя теплоотдачу при одних и тех же режимных параметрах , получают значения коэффициентов теплоотдачи с разбросом ( $\pm 35\%$ ). Относительно геометрических факторов, следует отметить, что размеры поверхности не влияют на развитие процесса кипения. Только в специфических условиях (например, кипение на тонких проволочках), отмечалась зависимость процесса кипения от диаметра проволоки.

Упомянутые особенности пузырькового и пленочного режимов кипения предопределили широкое использование в теплообменных устройствах пузырькового кипения и стремление избежать пленочного.

Поэтому долгое время интенсивно изучался лишь теплообмен при пузырьковом кипении. По мере роста энергетической напряженности теплообменных устройств и особенно после появления атомных реакторов с жидкостным охлаждением большое внимание было обращено на изучение критических тепловых нагрузок, т. е. максимальных тепловых потоков  $q_{кр1}$  превышение которых ведет к кризису пузырькового кипения. Кризис пленочного кипения, т. е. переход к пузырьковому кипению, называется часто вторым кризисом кипения. Он сопровождается значительным увеличением теплового потока.

Серьезными стимулами исследований пленочных исследований оказались освоение кипящих атомных реакторов и особенно широкое

применение криогенных (низкокипящих) жидкостей в качестве горючих и окислителей для двигателей летательных аппаратов.

Средняя температура конструкции летательных аппаратов, как на земле, так и в полете обычно много выше температуры предельного перегрева криогенных жидкостей. Поэтому заправка баков перед стартом, заполнение «горячих» магистралей жидкостью перед запуском двигателей и тому подобные процессы сопровождаются захлаживанием конструкции в процессе пленочного кипения. Пленочное кипение может возникнуть и на стенках уже заполненных баков при больших теплопритоках, например, вследствие аэродинамического нагрева летательного аппарата.

Применение криогенных жидкостей в первую очередь поставило вопрос, подчиняются ли они зависимостям, полученным ранее для пузырькового и пленочного.

### **3.9 Интенсификация теплообмена в двухфазных текучих средах**

#### ***3.9.1 Интенсификация теплоотдачи при кипении и конденсации жидкости***

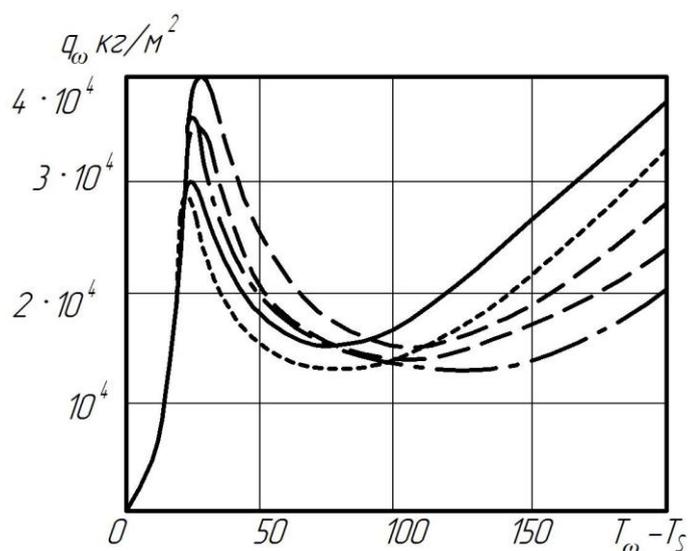
Упомянутые особенности пузырькового и пленочного режимов кипения предопределили широкое использование в теплообменных устройствах пузырькового кипения и стремление избежать пленочного.

Поэтому долгое время интенсивно изучался лишь теплообмен при пузырьковом кипении. По мере роста энергетической напряженности теплообменных устройств и особенно после появления атомных реакторов с жидкостным охлаждением большое внимание было обращено на изучение критических тепловых нагрузок, т. е. максимальных тепловых потоков  $q_{кр1}$  превышение которых ведет к кризису пузырькового кипения. Кризис пленочного кипения, т. е. переход к пузырьковому кипению, называется часто вторым кризисом кипения. Он сопровождается значительным увеличением теплового потока.

Серьезными стимулами исследований пленочных исследований оказались освоение кипящих атомных реакторов и особенно широкое применение криогенных (низкокипящих) жидкостей в качестве горючих и окислителей для двигателей летательных аппаратов.

Средняя температура конструкции летательных аппаратов, как на земле, так и в полете обычно много выше температуры предельного перегрева криогенных жидкостей. Поэтому заправка баков перед стартом, заполнение «горячих» магистралей жидкостью перед запуском двигателей и тому подобные процессы сопровождаются захлаживанием конструкции в процессе пленочного кипения. Пленочное кипение может возникнуть и на стенках уже заполненных баков при больших теплопритоках, например, вследствие аэродинамического нагрева летательного аппарата.

Применение криогенных жидкостей в первую очередь поставило вопрос, подчиняются ли они зависимостям, полученным ранее для пузырькового и пленочного кипения обычных жидкостей в большом объеме.



1 – водород; 2 – неон; 3 – кислород; 4 – азот; 5 – аргон

Рисунок 3.36 – Зависимость плотности теплового потока от температурного напора в большом объеме

На рис. 3.36 даны зависимости плотности теплового потока от температурного напора  $T_w - T_s$  для жидких водорода, неона, кислорода, азота

и аргона, полученные при захлаживании короткого вертикального цилиндра в сосуде Дюара с насыщенной криогенной жидкостью. Кривые слева от максимума  $q_w$  соответствуют пузырьковому кипению, между максимумом и минимумом – неустойчивому пленочному кипению (переходное кипение) и справа от минимума  $q_w$  – устойчивому пленочному кипению.

Характер этих кривых качественно подобен друг другу и кривым для обычных жидкостей. Количественно же они различаются.

Наиболее удачно в области пузырькового кипения экспериментальные данные обобщаются в критериях, полученных С. С. Кутателадзе, зависимостью (при  $p_s/p_{кр} < 0,6$ ):

$$q_w = 4,87 \cdot 10^{-11} \left( \frac{c_{pж}}{r \rho_2} \right)^{1,5} \left[ \frac{\lambda_{жс} \rho_{жс}^{1,282} p^{1,75}}{\sigma^{0,906} \mu_{жс}} \right] (T_w - T_s)^{2,5} \quad (3.74)$$

Тепловой поток при кризисе пузырькового кипения также обобщается формулой С. С. Кутателадзе (при  $p_s/p_{кр} < 0,3$ ):

$$q_{кр1} = 15,7 r \rho_2^{0,55} \left[ \sigma (\rho_{жс} - \rho_n)^{0,25} \right] \quad (3.75)$$

Экспериментальные данные по устойчивому пленочному кипению насыщенных жидкостей при атмосферном давлении наиболее удачно обобщает зависимость Бриана и Вествоутера:

$$q_w = \left\{ 4,94 \left[ \frac{(\rho_{жс} - \rho_n)^{0,375}}{\sigma^{0,125}} \right] + 0,115 \left[ \frac{\sigma^{0,375}}{D (\rho_{жс} - \rho_n)^{0,125}} \right] \right\} \times \left( \frac{\lambda_n r' \rho_n}{\mu_n} \right)^{0,25} (T_w - T_s)^{0,25} \quad (3.76)$$

Здесь  $r'$  – эффективная теплота испарения, учитывающая и перегрев пара:

$$r' = \frac{[r + 0,3c_{pn} (T_w - T_s)]^2}{r}$$

Формулы (3.74) – (3.76) даны в системе единиц СГС.  $T_s$  – определяющая температура.  $D$  – диаметр цилиндрического нагревателя.

Следует отметить, что в большом диапазоне давлений пленочное кипение исследовано слабо. На основании наиболее надежного из опубликованных исследований для горизонтальных цилиндров с  $D > 1$  см и плоскостей можно рекомендовать формулу

$$Nu^* = 0,346 \left[ \frac{Ra^* r^*}{(T_s / T_{кр})^2} \right]^{0,276} \quad (3.77)$$

где  $Nu^* = \frac{q_w L}{\lambda_{nf} \Delta T}$

$L = \sqrt{\frac{\sigma}{g(\rho_{жс} - \rho_n)}}$  – характерная длина Лапласа;

$r^* = \frac{1}{2} + \frac{r}{c_{pn} + \Delta T}$

$Ra^* = L^3 g \rho_{nf} (\rho_{жс} - \rho_{nf}) \frac{Pr_{nf}}{\mu_{nf}^2}$  — число Рэлея для пленочного кипения.

Индекс « $f$ » означает отнесение величины к  $T_f = 0,5(T_w + T_s)$ . Формула (3.77) обобщает данные в диапазоне  $p_s/p_{кр} = 0,02 \div 0,9$ .

Экспериментальные данные по кризису пленочного кипения (второй кризис) лучшим образом обобщаются зависимостью Линарда и Вонга с уточненной константой (система СГС)

$$q_{кр2} = 0,114 \left( \frac{r \rho_{ns}}{D} \right) \left[ \frac{2g(\rho_{жс} - \rho_{ns})}{\rho_{жс} - \rho_{ns}} + \frac{4\sigma}{D^2(\rho_{жс} + \rho_{ns})} \right]^{\frac{1}{2}} \times \left[ \frac{g(\rho_{жс} - \rho_{ns})}{\sigma} + \frac{2}{D^2} \right]^{\frac{3}{4}} \quad (3.78)$$

В заключение авторы отмечают, что проделанное ими сравнение указывает на применимость формул, полученных или проверенных для обычных жидкостей к криогенным в отмеченных выше диапазонах давлений.

Все приведенные формулы справедливы для кипения в большом объеме, когда вся жидкость имеет температуру насыщения  $T_s$  (температуру

кипения при данном давлении). При пленочном кипении в насыщенной жидкости все тепло от стенки идет на испарение жидкости и частично на перегрев пара выше температуры  $T_s$ . Поверхность раздела фаз имеет также температуру  $T_s$  или очень близкую к ней.

Наиболее полное теоретическое исследование пленочного кипения недогретой жидкости в большом объеме на вертикальной поверхности и горизонтальном цилиндре выполнили К. Нашикава и Т. Ито. Они принимали течение в паровой пленке и в жидкости ламинарным и допускающим описание уравнениями пограничного слоя. Физические свойства и температура стенки принимались постоянными, а поверхность гладкой. Радиационный теплообмен между стенкой и жидкостью считался пренебрежимо малым, В результате численного расчета было установлено, что

$$\frac{Nu}{Gr^{*1/4}} = f(\text{Pr}_n, \text{Pr}_{жс}, R, V, Sc, Sp)$$

$$\text{Здесь } Nu = \frac{q\omega^2}{\lambda_n \Delta T}; \quad Gr^* = \frac{g(\rho_{жс} - \rho_n)z^3}{v_n^2 \rho_n}$$

$$R = \sqrt{\frac{(\rho\mu)_n}{(\rho\mu)_{жс}}}; \quad V = R^4 \sqrt{\left(\frac{\rho_{жс}}{\rho_n}\right) \left(\frac{c_{ржс}}{\beta_{жс} r}\right)}$$

$$Sc = \frac{c_{ржс} \Delta T_n}{r}; \quad Sp = \frac{c_{pn} \Delta T}{r \text{Pr}_n}$$

Влияние  $\text{Pr}_{жс}$  сказывается при малых  $Sp$  (теплоотдача падает с ростом  $\text{Pr}_{жс}$ ), а  $\text{Pr}_n$  при больших  $Sp$  (теплоотдача растет с ростом  $\text{Pr}_n$ ). Влияние недогрева и температурного напора зависит от отношения

$$\frac{Sc}{Sp} = \frac{c_{ржс}}{c_{pn}} \frac{\Delta T_n}{\Delta T} \text{Pr}_n$$

Чем больше это отношение, тем сильнее влияние недогрева.

Для больших  $Sc/Sp$  тепловой поток в жидкость много больше теплового потока на испарение и перегрев пара, следовательно,  $q_w \approx q_{жс}$ , а  $q_{жс}$  непосредственно зависит от недогрева. При малых  $Sc/Sp$ , наоборот,  $q_w \approx q_n + q_k \gg q_{жс}$ . Поэтому роль  $q_{жс}$  недогрева мала.

При увеличении  $R$  жидкость больше увлекается поднимающимся вверх паром, и тепловой поток в ней растет. Рост  $V$  снижает теплоотдачу.

При турбулентном режиме течения в паровой пленке по исследованиям В. М. Боришанского и др., а также Хсу и Вествоутера на вертикальных поверхностях и цилиндрах было установлено, что теплоотдача в большинстве случаев не зависит от длины поверхности. Граница раздела фаз подвержена сильным возмущениям. На вертикальном цилиндре грушевидные пузыри пара движутся вверх, разделенные тонкими перемычками жидкости, которые близко подходят к поверхности нагрева. Для расчета теплоотдачи ряд исследователей получил, исходя из разных предположений, свои формулы, дающие близкие результаты.

Из них наиболее удобна формула Фредеркинга и Кларка. Исходя из того, что теплоотдача при турбулентном режиме не зависит от геометрии, эти исследователи предложили общую зависимость в виде

$$Nu_n = C Gr_n^{*1/3} f \left( Pr_1, \frac{r}{c_{pn} \Delta T}, \frac{\mu_n \rho_n}{\mu_{жс} \rho_{жс}} \right).$$

Свои и другие экспериментальные данные они обобщили формулой:

$$Nu_n = 0,14 (Gr_n^* Pr_n)^{1/3} \quad (3.79),$$

которая обобщает также данные экспериментов, полученные при ускорении  $a$  ниже и выше ускорения земного притяжения  $g$ . Здесь

$$Gr_n^* = \frac{l^3 \rho_n (\rho_{жс} - \rho_n) g}{\mu_n^2} \left( \frac{r}{c_{pn} \Delta T} + 0,5 \right) \left( \frac{a}{g} \right).$$

Для расчета процессов захолаживания криогенными жидкостями важно знать, когда наступит кризис пленочного кипения, так как переход к пузырьковому кипению резко увеличивает теплоотдачу и ускоряет процесс захолаживания.

Для большого объема теоретическое объяснение кризиса кипения было дано С. С. Кутателадзе. Он объяснил возникновение кризиса гидродинамическими явлениями в пристенном слое. Решив уравнения для пара и жидкости, двигающихся в противоположных направлениях около

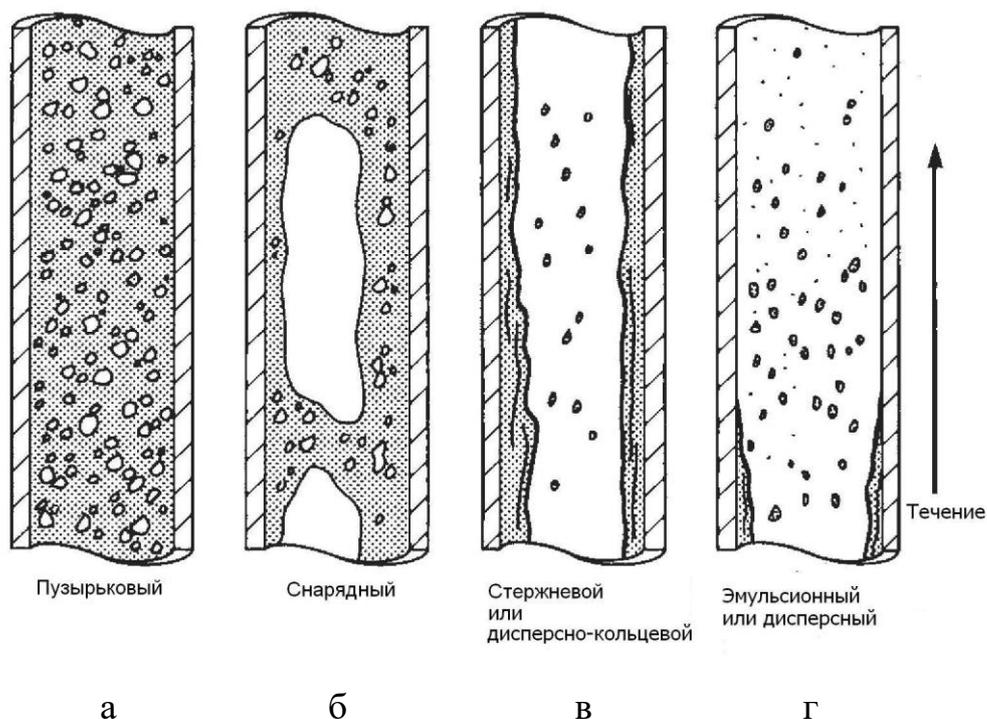
поверхности нагрева, С. С. Кутателадзе получил критерий для определения  $q_{кр1}$  и  $q_{кр2}$  в большом объеме насыщенной жидкости:

$$\frac{q_{кр i}}{r \sqrt{\sigma_n \left(1 + \frac{\rho_n}{\rho_{жс}}\right)} \sqrt[4]{g \sigma (\rho_{жс} - \rho_n)}} = k_i = const_{i=1,2} \quad (3.80)$$

Из опытных данных  $k_x = 0,13 \div 0,2$ , а отношение  $k_2/k_1 = 0,17 \div 0,2$ .

Для  $q_{кр1}$  уравнение (3.80) было приведено выше в виде (3.76).

Рассмотрим теперь, главным образом, пленочное кипение криогенных жидкостей при вынужденном их движении. Теплообмен и особенно гидродинамика рис. 3.37 при пленочном течении в каналах (обычно в трубах) пока изучены слабо.



а – пузырьковый; б – снарядный; в – дисперсно-кольцевой( стержневой), ; г – эмульсионный

Рисунок 3.37. Режимы течения при кипении в вертикальных трубах

Они существенно зависят от режима течения. При пленочном кипении в трубах наблюдаются следующие режимы течения, терминология которых еще не установилась окончательно.

1. Стержневой (кольцевой) режим течения – жидкая фаза образует ядро потока, а газообразная фаза движется в виде пленки у поверхности трубы. Этот режим существует обычно в начальном участке пленочного кипения.

2. Снарядный режим течения – образуется как результат разрушения жидкой струи на сравнительно крупные жидкие «снаряды», отделенные друг от друга паровыми перемычками. По-видимому, стержневой режим переходит в снарядный, когда развитие капиллярных волн (определяемых действием поверхностного натяжения) преобладает над динамическим воздействием пара. Капиллярные волны обуславливают сильные пульсации струи и стремятся, разрушив ее на крупные капли, уменьшить энергию поверхностного натяжения. Наиболее вероятно образование капель, диаметр которых составляет 4—5 диаметров струи. Но этому мешают стенки трубы и вместо капель образуются снаряды с длиной такого же порядка.

Другой, чаще встречающийся механизм возникновения снарядного режима течения, связан с пульсациями расхода жидкости. Когда жидкость поступает в горячую магистраль, она бурно кипит. Если отвод образующегося пара затруднен, его давление возрастает, это затормозит жидкость. Вследствие замедления головная часть жидкой струи оторвется, образуя жидкий «снаряд». Увеличение давления пара улучшит его отвод и уменьшит парообразование. Тогда давление снова упадет, а жидкая струя ускорится.

Следовательно, частота жидких «снарядов» будет совпадать с частотой колебаний расхода и определяется гидродинамикой всей магистрали и теплообменом в ней.

3. Дисперсный режим – вся жидкость движется в виде мелких капель разного размера, распределенных – в потоке пара. Дисперсный режим образуется либо непосредственно из стержневого, либо из снарядного.

В первом случае под сильным динамическим воздействием, пара жидкое ядро разваливается сначала на мелкие струйки, а затем на капли все

меньших размеров. Во втором случае под динамическим воздействием пара «снаряды» жидкости разрушаются на капли. Если труба расположена перпендикулярно или под углом к направлению поля массовых сил (горизонтально или наклонно на поверхности земли), то распределение фаз во всех трех режимах перестает быть симметричным. Концентрация тяжелой фазы увеличивается в «нижней» части сечения трубы, а легкой – в «верхней».

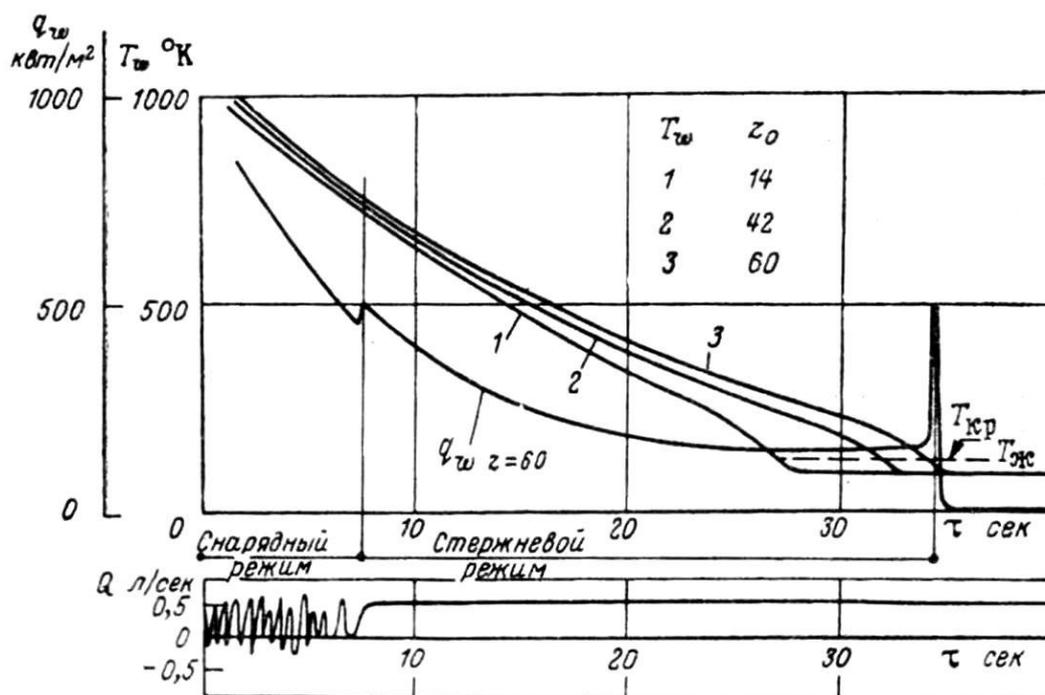
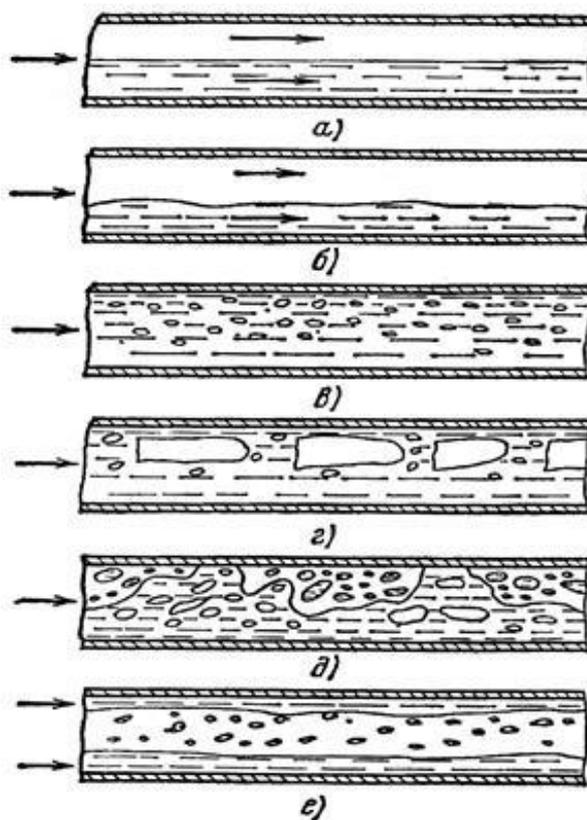


Рисунок 3.38. Типичное изменение со временем расхода, теплового потока и температуры стенки в снарядном и стержневом режимах

Асимметрия тем больше, чем меньше числа Рейнольдса смеси. Это может привести к появлению нового режима течения.

4. Расслоенный режим – образуется из стержневого режима в горизонтальной трубе Рис.3.39. В верхней части трубы течет пар. Жидкость течет в нижней части трубы, отделенная от стенок тонким слоем пара, который движется вверх. Если скорость пара достаточно велика, на верхней поверхности жидкости будут образовываться волны, которые могут достигать верхней стенки трубы.



*a* – расслоенный; *б*-волновой; *в*- пузырьковый; *г*- снарядный; *д* эмульсионный;  
*е*-дисперсно- кольцевой;

Рисунок 3.39 Режимы течения при кипении в горизонтальных трубах

#### 4. ЛУЧИСТЫЙ ТЕПЛОБМЕН

Лучистый теплообмен (теплообмен излучением, или радиацией) может происходить между телами, находящимися на расстояниях друг от друга. Классическим примером этого явления служит излучение солнца на землю. Отсутствие непосредственного соприкосновения тел, участвующих в теплообмене, а также отсутствие теплоносителя в виде газа или жидкости является характерной особенностью лучистого теплообмена [4, 12].

Тепловое излучение – результат внутриатомных процессов, обусловленных влиянием температуры, почему излучение и называется также температурным. При нагреве тела тепловая энергия переходит в лучистую энергию. Лучистая энергия, падающая на тело в зависимости от его природных свойств, формы и состояния поверхности, в общем случае

частью поглощается телом и переходит в тепловую энергию (а иногда в другие формы энергии), частью проходит сквозь него и частью отражается в окружающее пространство.

Согласно электромагнитной теории света, носителями лучистой энергии являются электромагнитные волны, излучаемые телами. Эти волны в изотропной среде или вакууме распространяются прямолинейно со скоростью света, подчиняясь оптическим законам преломления, поглощения и отражения. Данные о длинах волн некоторых видов излучения приведены ниже:

<i>Вид излучения</i>	<i>Длина волны, мкм</i>
Космические и $\gamma$ –лучи	0,00001...0,0001
Лучи Рентгена	0,001...0,02
Ультрафиолетовые лучи	0,02...0,4
Видимые (световые) лучи	0,4—0,76
Инфракрасные (тепловые) лучи	0,76—100
Радио и электрические волны	400 и выше

Разные тела по-разному поглощают, отражают или пропускают лучистый поток. Некоторая часть лучистого потока, равная  $q_r$ , отражается. Другая часть потока  $q_a$  поглощается телом и, наконец, остаток  $q_d$  проходит сквозь тело.

Общий поток лучистой энергии складывается следующим образом:

$$q = q_r + q_a + q_d \quad (4.1)$$

или

$$q_r/q + q_a/q + q_d/q = R + A + D, \quad (4.2)$$

где  $R = q_r/q$  – доля отражаемого телом лучистого потока, называемая *отражательной* способностью тела;

$A = q_a/q$  – доля поглощаемого телом лучистого потока – *поглощательной* способностью тела;

$D = Q_D/Q$  – доля пропускаемого телом через себя лучистого потока – *пропускательной* способностью.

Значение этих коэффициентов зависит от природы тела, состояния его поверхности, температуры тела и спектрального характера или вида излучения.

Следует различать зеркальное отражение лучей от диффузного отражения. Если при отражении поверхностью луч остается в одной плоскости, подчиняясь закону равенства углов падения и отражения, то такую поверхность называют зеркальной. Однако чаще всего тела имеют явно выраженную шероховатость поверхности и луч разлагается на множество лучей, диффузно отражающихся во многих направлениях.

Тело, полностью отражающее все падающие на него лучи, называются белым; для него  $R = 1$  и  $A = D = 0$ . Если поверхность тела диффузно отражает все падающие лучи и при том равномерно во всех направлениях, такую поверхность называют *абсолютно белой*.

Тело, полностью поглощающее лучистую энергию, называют *абсолютно черным*; для него  $A = 1$  и  $R = D = 0$ . Абсолютно черных и белых тел в природе не существует.

Тело, пропускающее через себя полностью все лучи без отражения, и поглощения, называют *диатермичным*; для него  $D = 1$  и  $A = R = 0$ .

Чистый сухой воздух, вполне прозрачен для тепловых лучей, которые проходят через него, не отражаясь и не поглощаясь. Однако если в воздухе содержится пыль или трехатомные газы (углекислота, водяные пары и др.), то он не лучепрозрачен. Прозрачны такие твердые тела, как стекло и слюда, но большинство реальных твердых тел практически непрозрачны и поэтому для них  $D = 0$  и  $A + R = 1$ .

Газообразные тела не отражают, но могут поглощать и пропускать лучи; для них  $R = 0$  и  $A + D = 1$ . Продукты сгорания, содержащие углекислоту и водяные пары, являются *полупрозрачными* по отношению к тепловым лучам. Модель абсолютно черного тела представляет собой так

называемую «ловушку» для лучей. Модель выполняется в виде полого шара с отверстием, внутренняя поверхность стенки которого при этом покрыта слоем сажи. Попавший в отверстие луч поглощается полностью после многократных отражений.

#### 4.1. Виды лучистых потоков

Энергия излучается телом при данной температуре во всех направлениях в виде спектра. Суммарное количество энергии, излученной на всех длинах волн в единицу времени, называют *полным*, или *лучистым интегральным потоком*  $Q$ . *Монохроматическим* или *однородным* (спектральным) лучистым потоком  $Q_\lambda$  называют излучение в узком интервале длин волн от  $\lambda$  до  $\lambda + \Delta\lambda$ .

Лучистый интегральный поток, приходящийся на единицу поверхности, называют *плотностью интегрального излучения*:

$$E = dQ/dF \text{ Вт/м}^2 \quad (4.3)$$

При одной и той же температуре излучаемая энергия распределяется различно при различных длинах волн и для того, чтобы это учесть, вводят понятие о спектральной интенсивности излучения, представляющей собой лучистый поток в узком интервале длин волн и выражаемой уравнением:

$$I = dE/d\lambda \text{ Вт/м}^3 \quad (4.4)$$

Пусть на тело извне падает излучение  $E_{\text{пад}}$ , Вт/м<sup>2</sup> (*падающее излучение*). Часть падающего излучения в количестве  $E_{\text{погл}} = A * E_{\text{пад}}$  поглощается (*поглощенное излучение*); остальная часть в количестве  $E_{\text{отр}} = (1 - A) * E_{\text{пад}}$  отражается (*отраженное излучение*). Суммарный поток из собственного излучения и отраженного называют *эффективным излучением* тела

$$E_{\text{эф}} = E + (1 - A) * E_{\text{пад}}. \quad (4.5)$$

Условие это отображено графически на рис. 4.1.

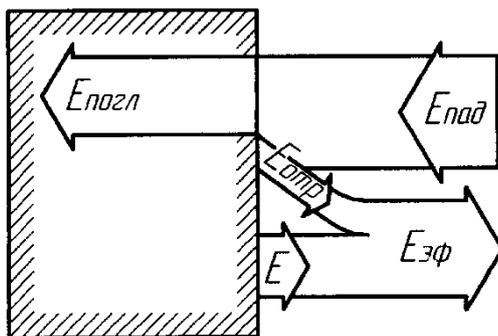


Рисунок. 4.1 Схема соотношения лучистых потоков

Также можно записать:

$$E_{эф} = E + E_{отр} \quad (4.6)$$

Отметим, что  $E_{погл}$ ,  $E_{отр}$  и  $E_{эф}$  – линейные функции  $E_{пад}$ .

Теплообмен излучением между телами определяется потоком *результатирующего излучения*, представляющего собой разность между потоком, который тело излучает в окружающую среду, и потоком, поглощенным телом.

Таким образом, плотность потока результирующего излучения может быть найдена из уравнения теплового баланса. Плотность потока результирующего излучения внутри рассматриваемого тела равна:

$$q_{рез} = E - E_{погл} = E - A \cdot E_{пад} \quad (4.7).$$

Для плоскости вне тела имеем:

$$q_{рез} = E_{эф} - E_{пад} \quad (4.8).$$

Связь между потоками собственного, результирующего и эффективного излучения может быть установлена на основе совместного решения (4.7) и (4.8):

$$E_{эф} = q_{рез}(1 - 1/A) + E/A \quad (4.9).$$

Эта зависимость широко используется для определения результирующих лучистых потоков.

## 4.2. Основные законы теплового излучения

*Закон Планка.* В 1900 г М Планк, разрабатывая квантовую теорию излучения, теоретически вывел следующий закон распределения энергии, излучаемой абсолютно черным телом в зависимости от длин волн:

$$E_{0\lambda} = C_1 \lambda^{-5} \left( e^{\frac{C_2}{\lambda T}} \right)^{-1} \text{ Вт/м}^3, \quad (4.10)$$

где  $E_{0\lambda}$  – спектральная интенсивность излучения абсолютно черного тела,  $\text{Вт/м}^3$  или  $\text{Вт} (\text{м}^2 \cdot \text{мкм})$ ;

$\lambda$  – длина волны, м;  $T$  – абсолютная температура тела, °К;  $e$  – основание натуральных логарифмов;  $C_1 = 3,68 \cdot 10^{-16} \text{ Вт/м}^2$  и  $C_2 = 1,67 \cdot 10^{-2} \text{ м}^2 \text{°К}$  – постоянные.

Анализ зависимости (4.10) выявляет, что начиная от нуля интенсивность излучения быстро растет с увеличением длины волны, достигая максимума при некотором ее значении, после чего убывает.

Максимальная интенсивность излучения при повышении температуры смещается в область коротких волн, что видно из *закона Вина*, выражаемого уравнением

$$\lambda_{\varepsilon_{\max}} \cdot T = 2,9 \text{ мм} \cdot \text{К} . \quad (4.11)$$

*Закон Вина* вытекает из общего уравнения (4.10), однако смещение максимумов было найдено Вином до появления закона Планка.

Закон Планка хорошо согласуется с опытными данными, различаясь на величину до 1%. Следует отметить, что энергия видимого излучения по сравнению с энергией инфракрасного излучения пренебрежимо мала.

*Закон Стефана-Больцмана.* Полное количество энергии, излучаемой 1  $\text{м}^2$  поверхности абсолютно черного тела, для всех длин волн от  $\lambda = 0$  до  $\lambda = \infty$  определяется уравнением:

$$E_0 \int_0^{\infty} E_{0\lambda} d\lambda = \int_0^{\infty} \frac{C_1 \lambda^{-5} d\lambda}{e^{\frac{C_2}{\lambda T}} - 1} \text{ Вт/м}^2. \quad (4.12)$$

Интегрирование этого уравнения дает:

$$E_0 = \sigma_0 T^4 \text{ Вт/м}^2, \quad (4.13)$$

где  $\sigma_0$  – константа излучения абсолютно черного тела:

$$\sigma_0 = 5,67 \cdot 10^{-8} \text{ Вт/(м}^2 \cdot \text{°K}^4). \quad (4.14)$$

Закон Стефана-Больцмана можно сформулировать так: интегральное излучение или лучеиспускательная (или излучательная) способность абсолютно черного тела (т.е. полное количество энергии, излучаемой единицей поверхности тела за единицу времени) пропорциональна четвертой степени абсолютной температуры. Следовательно, в области высоких температур лучеиспускательная способность тел может быть очень большой и передача тепла лучеиспусканием в этих условиях протекает весьма интенсивно. При больших значениях температуры в технических расчетах удобнее пользоваться уравнением (4.13), представленным в виде:

$$E_0 = C_0 \left( \frac{T}{100} \right)^4 \text{ Вт/м}^2 \quad (4.15)$$

где  $C_0 = \sigma_0 \cdot 10^8 = 5,67 \text{ Вт/(м}^2 \cdot \text{K}^4)$  – коэффициент лучеиспускания абсолютно черного тела.

Закон Стефана – Больцмана может быть применен к так называемым серым телам. Под ними понимают такие тела, спектр излучения которых подобен спектру абсолютно черного тела и отличается от него только тем, что при одной и той же температуре каждая ордината интенсивности излучения серого тела составляет одну и ту же долю от сходственной ординаты абсолютно черного тела.

Для серого тела выражение (4.15) записывают в виде:

$$E = C \left( \frac{T}{100} \right)^4 \text{ Вт/м}^2 \quad (4.16)$$

Сопоставляя уравнения (4.15) и (4.16), находим относительную излучательную способность или степень черноты:

$$\varepsilon = E/E_0 = \sigma T^4 / (\sigma_0 T^4) = \sigma / \sigma_0 = C / C_0 \quad (4.17)$$

Степень черноты  $\varepsilon$  изменяется в пределах от 0 до 1.

Расчетное уравнение для серого излучения имеет, следовательно, вид:

$$E = \varepsilon E_0 = \varepsilon C_0 \left( \frac{T}{100} \right)^4 \text{ Вт/м}^2 \quad (4.18)$$

Данные о величинах  $\varepsilon$  для некоторых тел приведены в табл. П2 Приложения.

**Закон Кирхгофа.** Закон Кирхгофа устанавливает связь между излучательной и поглощательной способностями любого тела. Пусть поверхность одного из параллельно расположенных тела 1 будет серой и температура ее будет равна  $T^\circ \text{ К}$ , поверхность тела 2 – абсолютно черного с той же температурой  $T^\circ \text{ К}$  во всех точках. Поверхность тела 2 излучает на тело 1 энергию  $E_0 = C_0(T/100)^4$ , часть которой  $A_1 E_0$  поглощается телом 1 (здесь  $A_1$  коэффициент поглощения тела 1). Тело 1 в свою очередь излучает энергию:

$$E_1 = \varepsilon_1 E_0 = \varepsilon_1 C_0 \left( \frac{T}{100} \right)^4 \text{ Вт/м}^2 \quad (4.19)$$

При равенстве температур обеих поверхностей тепловой поток, излучаемый серой поверхностью, должен быть равен тепловому потоку, который она поглощает. Следовательно:

$$A_1 E_0 = E_1 \text{ или } E_1 / A_1 = E_0 = C_0(T/100)^4. \quad (4.20)$$

Полученная закономерность справедлива для любых других серых тел, поглощательные способности которых соответственно равны  $A_2, A_3$  и т.д.

Поэтому уравнение (4.21), выражающее закон Кирхгофа, можно записать в общем виде:

$$E_1 / A_1 = E_2 / A_2 = E_3 / A_3 = E_0 = C_0(T/100)^4. \quad (4.21)$$

На основании этого уравнения можно сделать вывод, что для любого тела отношение его лучеиспускательной способности к поглощательной способности равно лучеиспускательной способности абсолютно черного тела при той же температуре и зависит только от температуры.

Подставляя в уравнение (4.22) вместо  $E_1$  и  $E_2$  соответственно  $C_1(T/100)^4$ ;  $C_2(T/100)^4$  и т.д., сокращая обе части уравнения на  $(T/100)^4$ , получим:

$$C_1/A_1 = C_2/A_2 = C_3/A_3 = \dots = C_0. \quad (4.22)$$

Если сравнить уравнения (4.20) и (4.14), то окажется, что  $A = \varepsilon$ , т.е. поглощательная способность тела и степень черноты, численно равны друг другу. Из уравнения (4.21) вытекает, что лучеиспускательная способность всех тел меньше лучеиспускательной способности абсолютно черного тела при той же температуре.

Следует подчеркнуть, что закон Кирхгофа справедлив не только для интегрального излучения, но и для любого узкого участка спектра.

*Закон Ламберта.* Закон Стефана – Больцмана позволяет определить полное количество энергии, излучаемой в пространство поверхностью абсолютно черного тела во всех направлениях. Излучение осуществляется различно в разных направлениях и поэтому приходится учитывать его интенсивность в зависимости от направления. Количество энергии, излучаемое в определенном направлении проекцией площадки на нормаль луча в единице телесного угла в единицу времени, т.е. лучеиспускательная способность в данном направлении, называют яркостью в направлении  $\beta$  (угловой плотностью излучения):

$$I = \frac{dE_\beta}{d\omega} \text{ вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{стер}). \quad (4.23)$$

Закон Ламберта устанавливает, что интенсивность излучения с единицы поверхности абсолютно черного тела в каком-либо направлении пропорциональна косинусу угла между этим направлением и нормалью к поверхности:

$$I = I_n \cos \beta, \quad (4.24)$$

где  $I_n$  – интенсивность излучения в направлении, нормальном к элементу поверхности (количество энергии, излучаемой в единицу времени с единицы поверхности в направлении нормали);  $\beta$  – угол между направлением лучеиспускания и нормалью рис.4.2.

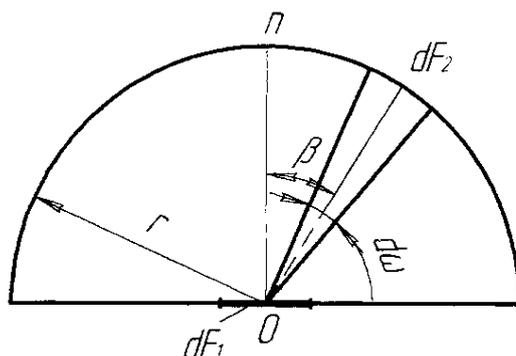


Рисунок 4.2- К определению излучения в различных направлениях

Общее количество энергии, излучаемой элементарной площадкой  $dF_1$ , находим путем интегрирования;

$$E = \int I d\omega = \int I_n \cos \beta d\omega = 2\pi I_n \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos \beta \sin \beta d\beta = \pi I_n \quad (4.25)$$

Следовательно, общее количество энергии, излучаемой единицей поверхности абсолютно черного тела, в  $\pi$  раз больше того количества энергии, которое излучается в нормальном направлении.

Реальные тела не подчиняются закону Ламберта. Однако для часто встречающихся на практике матовых поверхностей с большой поглощательной способностью можно пользоваться этим законом.

### 4.3. Лучистый теплообмен между телами

Каждое тело излучает энергию на другие тела и одновременно поглощает энергию, излучаемую другими телами. Более нагретые тела

теряют излучением больше энергии, чем поглощают. Наоборот, более холодные тела поглощают больше энергии, чем излучают.

Предположим, что теплообмен излучением происходит между двумя абсолютно черными поверхностями тел. На рис. 4.2 изображены две элементарные поверхности  $dF_1$  и  $dF_2$ , участвующие в лучистом теплообмене. Пусть расстояние между ними равно  $s$ ; углы образуемые нормальными  $n_1$  и  $n_2$  к элементарным поверхностям и линией, соединяющей центры этих поверхностей, соответственно равны  $\beta_1$  и  $\beta_2$ ; температура первой поверхности  $T_1^\circ K$ , второй  $T_2^\circ K$ .

Энергия, излучаемая за единицу времени поверхностью  $dF_1$  из центра поверхности  $dF_1$ , будет равна:

$$dQ_1 = I_{n1} \cos \beta_1 d\omega_1 dF_1. \quad (4.26)$$

Телесный угол определяется:

$$d\omega_1 = \frac{dF_2 \cos \beta_2}{s^2}. \quad (4.27)$$

Подставив уравнение (4.28) в уравнение (4.27), получается следующее выражение:

$$dQ_1 = I_{n1} \frac{\cos \beta_1 \cos \beta_2}{s^2} dF_1 dF_2. \quad (4.28)$$

Аналогично предыдущему количеству энергии, излучаемой поверхностью  $dF_2$ , на поверхность  $dF_1$  и полностью поглощаемой последней, равно:

$$dQ_2 = I_{n2} \cos \beta_2 d\omega_2 dF_2 = I_{n2} \frac{\cos \beta_1 \cos \beta_2}{s^2} dF_1 dF_2. \quad (4.29)$$

В результате от поверхности  $dF_1$  на поверхность  $dF_2$  передается следующее количество энергии:

$$dQ = dQ_1 - dQ_2 = (I_{n1} - I_{n2}) \frac{\cos \beta_1 \cos \beta_2}{s^2} dF_1 dF_2. \quad (4.30)$$

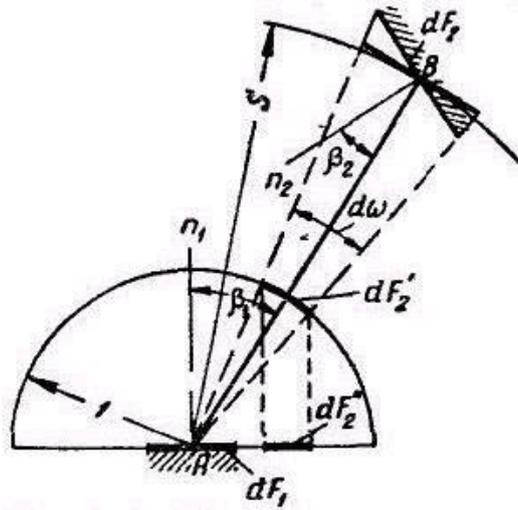


Рисунок 4.3- Лучистый теплообмен между двумя элементарными поверхностями

Принимая во внимание, что интенсивность лучеиспускания абсолютно черного тела в направлении, нормальном к поверхности, может быть выражена соответственно через константы излучения и температуры:

$$I_{n1} = \frac{\sigma_0 T_1^4}{\pi} \text{ и } I_{n2} = \frac{\sigma_0 T_2^4}{\pi} \quad (4.31)$$

найдем, что количество тепла, отданное с поверхности  $dF_1$ , равно

$$dQ = \frac{\cos \beta_1 \cos \beta_2}{\pi s^2} dF_1 dF_2 \sigma_0 (T_1^4 - T_2^4). \quad (4.32)$$

Для упрощения расчета введем новое понятие – *угловой коэффициент* или *коэффициент облучения*. Угловой коэффициент  $d\phi_{12}$  элементарной поверхности  $dF_1$  относительно элементарной поверхности  $dF_2$  равен отношению количества тепла, излучаемого единицей элементарной поверхности  $dF_1$  на элементарную поверхность  $dF_2$ , деленному на лучеиспускательную способность  $E_1$  элемента.

Так как  $E_1 = \pi I_{n1}$ , то, деля обе части уравнения (4.32) на  $E_1 dF_1$ , определим элементарный угловой коэффициент:

$$d\phi_{12} = \frac{1}{\pi} \cos \beta_1 d\omega_1 = \frac{\cos \beta_1 \cos \beta_2 dF_2}{\pi s^2}. \quad (4.33)$$

Следовательно, угловой коэффициент является чисто геометрическим фактором, зависящим от формы поверхностей, их размеров и взаимного расположения.

$$dQ_1 = E_1 d\phi_{12} dF_1; \quad (4.34)$$

$$dQ_2 = I_{1n} \cos \beta_1 d\omega_1 dF_1 = E_2 d\phi_{12} dF_2. \quad (4.35)$$

Количество передаваемого тепла, согласно уравнению (4.32), равно

$$Bm / m^2. \quad (4.36)$$

Это количество передаваемого тепла можно подсчитать и по элементарной поверхности  $dF_2$ :

$$dQ = (E_1 - E_2) d\phi_{21} dF_2 = \sigma_0 d\phi_{21} dF_2 (T_1^4 - T_2^4) \quad (4.37)$$

Элементарный угловой коэффициент  $d\phi_{21}$  элементарной поверхности  $dF_2$ , относительно  $dF_1$  определяют из выражения:

$$d\phi_{21} = \frac{1}{\pi} \cos \beta_2 d\omega_2. \quad (4.38)$$

Лучистый теплообмен между двумя конечными абсолютно черными поверхностями определяется по формуле:

$$Q = \phi_{12} F_1 \sigma_0 (T_1^4 - T_2^4) = \phi_{12} F_1 C_0 \left[ \left( \frac{T_1}{100} \right)^4 - \left( \frac{T_2}{100} \right)^4 \right] Bm, \quad (4.39)$$

где  $\phi_{12}$  – угловой коэффициент поверхности  $F_1$  относительно поверхности  $F_2$ , представляющий собой интеграл:

$$\phi_{12} = \frac{1}{F_1} \int_{F_1} \int_{F_2} \frac{\cos \beta_1 \cos \beta_2}{\pi s^2} dF_1 dF_2. \quad (4.40)$$

Количество передаваемого тепла может быть выражено и через поверхность  $F_2$ :

$$Q = \phi_{21} F_2 \sigma_0 (T_1^4 - T_2^4) = \phi_{21} F_2 C_0 \left[ \left( \frac{T_1}{100} \right)^4 - \left( \frac{T_2}{100} \right)^4 \right] Bm, \quad (4.41)$$

где  $\phi_{21}$  – угловой коэффициент поверхности  $F_2$  относительно поверхности  $F_1$ .

Из рассмотрения уравнений (1.93) и (1.94) вытекает принцип взаимности:

$$F_1\phi_{12} = F_2\phi_{21} \quad (4.42)$$

Вычисление интеграла (4.40) представляет значительные трудности и поэтому, помимо аналитических методов, применяют графические, описанные в специальных руководствах. В сложных случаях угловые коэффициенты можно определять экспериментально при помощи оптической проекции.

*Лучистый теплообмен между серыми поверхностями.* Лучистый теплообмен между серыми поверхностями усложняется тем, что часть лучистой энергии многократно отражается от одной поверхности к другой, пока не будет поглощена полностью. Однако и в этом случае можно показать, что количество тепла, переданного от тела 1 к телу 2, может быть определено по формуле, аналогичной уравнению (4.42):

$$Q = C_{np} \left[ \left( \frac{T_1}{100} \right)^4 - \left( \frac{T_2}{100} \right)^4 \right] F_1\phi_{12} \text{ Вт}, \quad (4.43)$$

где  $C_{np}$  – приведенный коэффициент лучеиспускания, который для замкнутой системы, состоящей из двух серых поверхностей, в общем случае определяют по формуле:

$$C_{np} = \frac{C_0}{1 + \phi_{12} \left( \frac{1}{\varepsilon_1} - 1 \right) + \phi_{21} \left( \frac{1}{\varepsilon_2} - 1 \right)} \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2 \cdot \text{К}^4}, \quad (4.44)$$

где  $\varepsilon_1$  и  $\varepsilon_2$  – степени черноты соответственно тел 1 и 2.

Из рассмотрения формул (4.43) и (4.44) видно, что для усиления лучистой теплоотдачи следует повысить температуру излучающего тела и увеличить степень черноты системы.

*Частные случаи лучистого теплообмена между серыми поверхностями.*

- Лучистый теплообмен между двумя *параллельными плоскостями*, расположенными на близком расстоянии друг от друга. В этом случае  $\phi_{12} = \phi_{21} = 1$  и общая формула (1.101) принимает вид:

$$C_{np} = \frac{C_0}{\frac{1}{\varepsilon_1} + \frac{1}{\varepsilon_2} - 1} \frac{Вт}{м^2 \cdot К^4} \quad (4.45)$$

- Лучистый теплообмен между двумя телами, когда одно из них расположено внутри другого: два коаксиальных цилиндра, две концентрические шаровые поверхности и другие поверхности, практически приближающиеся к перечисленным. В этом случае угловой коэффициент внутреннего тела относительно внешнего  $\varphi_{12} = 1$ , а внешнего относительно внутреннего  $\varphi_{21} = F_1/F_2$  и сообразно с этим приведенный коэффициент лучеиспускания

$$C_{np} = \frac{C_0}{\frac{1}{\varepsilon_1} + \frac{F_1}{F_2} \left( \frac{1}{\varepsilon_2} - 1 \right)} \frac{Вт}{м^2 \cdot К^4} \quad (4.46)$$

#### **4.4. Лучистый теплообмен между газами и окружающими их поверхностями**

Излучение газов обусловлено колебательными движениями атомов в молекулах, возникающими при соударениях молекул. Газы, молекулы которых состоят из однородных атомов (водород, кислород, азот), практически не излучают тепловых лучей и совершенно прозрачны для тепловых лучей. Трехатомные газы и газы, которые имеют большее количество атомов, обладают значительной поглощательной и, следовательно, лучеиспускательной способностью. Особое значение имеют трехатомные компоненты продуктов сгорания топлива – углекислота  $CO_2$ , сернистый ангидрид  $SO_2$  и водяной пар  $H_2O$ . Излучение этих газов сильно отличается от излучения твердых тел.

Для твердых тел характерны сплошные спектры излучения: они излучают и поглощают энергию всех длин волн от  $\lambda = 0$  и до  $\lambda = \infty$ .

Газы излучают и поглощают энергию в некоторых определенных интервалах длин волн или, как говорят, в полосах, расположенных в различных частях спектра. Лучи остальных длин волн не поглощаются и не

излучаются. Следовательно, излучение и поглощение трех- и многоатомных газов характеризуются свойством избирательности (селективности).

Твердые тела излучают и поглощают энергию поверхностным слоем, газы же – всем объемом, так как молекулы газа находятся на относительно больших расстояниях одна от другой. Газовые объемы не отражают лучей. При полосовых спектрах закон Стефана—Больцмана не применим и заменяется следующим уравнением:

$$E = C \left( \frac{T}{100} \right)^n. \quad (4.47)$$

Показатель степени  $n$  для двуокиси углерода равен  $n = 3,5$  и для водяного пара  $n = 3$ .

Однако ради удобства расчетов считают, что излучение газов также следует закону четвертой степени, но тогда вносят в коэффициент  $C$  поправку на температуру, так как  $C = f(T)$ . При прохождении тепловых лучей через газ их энергия уменьшается, т.е. происходит ослабление лучей. Это ослабление определяется количеством молекул газа, находящихся на пути лучистого потока, которое пропорционально парциальному давлению  $P_i$  поглощающего тепловые лучи газа и длине пути луча  $s$ . Кроме того, поглощательная способность газа зависит от его температуры.

Если газы поглощают энергию, то, согласно закону Кирхгофа, они и излучают ее. Для определения относительной излучательной способности, представляющей лучеиспускательную способность газов в долях от излучения абсолютно черного тела, или степени черноты газов, служит формула

$$\varepsilon_r = 1 - e^{-10kps}, \quad (4.48)$$

где  $\varepsilon_r$  – степень черноты газов;

$e$  – основание натуральных логарифмов;

$P$  – общее давление газов,  $\text{Мн}/\text{м}^2$ ;

$s$  – эффективная толщина излучающего слоя, м;

$k = k_{\Gamma} * r_n$ , где  $k_{\Gamma}$  – коэффициент ослабления лучей трёхатомными газами, содержащимися в продуктах сгорания, определяемый по опытной формуле

$$k_{\Gamma} = (0.8 + 1.6r_{H_2O})(p_n s)^{-0.5} \left( 1 - 0.38 \frac{T}{1000} \right), \quad (4.49)$$

где  $r_{H_2O}$  – объемная доля водяных паров;

$T$  – абсолютная температура газов, К;

$p_n$  – суммарное парциальное давление трехатомных газов, МН/м<sup>2</sup>.

Произведение  $(-kps)$  называют силой поглощения газов. Для облегчения вычислений пользуются номограммами, построенными по формулам (4.48) и (4.49). Длина пути лучей почти всегда различна для различных направлений, и поэтому в выражение (4.48) введена величина  $s$ , называемая эффективной толщиной излучающего слоя газов.

Эффективную толщину излучающего газового слоя, ограниченного со всех сторон, определяют по следующей формуле:

$$s = 0.9 \left( \frac{4V}{F} \right), \quad (4.50)$$

где  $V$  – объем излучающего слоя, м<sup>3</sup>;

$F$  – площадь ограждающих поверхностей, м<sup>2</sup>.

В табл. 4.2 приведены цифровые значения эффективной длины лучей для некоторых форм газовых объемов.

Таблица 4.2. **Эффективная длина лучей для газовых объемов разной формы**

<i>Форма оболочки газа</i>	<i>Направление излучения</i>	<i>Эффективная длина луча s</i>
Длинный цилиндр ( $d$ )	На боковую поверхность	0,95d
Цилиндр высотой ( $h$ ), равной диаметру $d$	На боковую поверхность	0,60d
То же	На центр основания	0,77d
Шар диаметром $d$	На поверхность	0,65d

Куб со стороной $d$	На грань	$0,66d$
Слой газа между двумя параллельными пластинами, расположенными на расстоянии друг от друга $\delta$	На плоскость	$1,8 \delta$
Гладкотрубные пучки труб диаметром $d$ и с шагом поперек потока $S_1$ и вдоль потока $S_2$	На поверхность труб при $(S_1 + S_2)/d, \leq 7$	$(1,87(S_1 + S_2)/d - 4,1)d$
	$7 < (S_1 + S_2)/d < 13$	$(2,82(S_1 + S_2)/d - 10,6)d$

Излучающий газ в двигателях внутреннего сгорания всегда окружен оболочкой (стенками, поверхностями нагрева), степень черноты которой  $\varepsilon_c < 1$ . Собственное излучение газов на единицу поверхности стенок за 1 сек можно определить по формуле:

$$q_{\Gamma} = \varepsilon_{\Gamma} C_0 \left( \frac{T_{\Gamma}}{100} \right)^4 \text{ Вт/м}^2 \quad (4.51)$$

Однако из этого количества излучения только часть поглощается стенкой, а другая отражается от стенки в газовый объем, частично поглощается им и снова падает на стенку и т. д. Собственное излучение стенки составляет:

$$q_c = \varepsilon_c C_0 \left( \frac{T_c}{100} \right)^4 \text{ Вт/м}^2 \quad (4.52)$$

Часть этого излучения, как было сказано, поглотится газом; другая часть, пройдя сквозь толщу газа, достигает снова стенки, и так это будет повторяться много раз. Г.Л. Поляк вывел формулу для определения количества тепла, передаваемого от газов к стенкам (или от стенок к газу, если стенки нагревают газ) с учетом многократных поглощений, отражений и пропусканий лучистых потоков:

$$q_n = \frac{C_0}{\frac{1}{\varepsilon_{\Gamma,c}^{\infty}} \left( \frac{1}{\varepsilon_{\Gamma}^{\infty} / \varepsilon_{\Gamma}} + \frac{1}{\varepsilon_c} - 1 \right)} \left[ \frac{\varepsilon_{\Gamma}^{\infty}}{\varepsilon_{\Gamma,c}^{\infty}} \left( \frac{T_{\Gamma}}{100} \right)^4 - \left( \frac{T_c}{100} \right)^4 \right] \quad (4.53)$$

где  $\varepsilon_G$  и  $\varepsilon_C$  – степени черноты газов для эффективной длины луча  $s$  при температурах  $T_G$  и  $T_C$ ;  $\varepsilon_G^\infty$  и  $\varepsilon_C^\infty$  – предельная степень черноты трехатомных газов при  $s = \infty$  при температурах  $T_G$  и  $T_C$ .

Для определения количества тепла, переданного от незапыленных газов, чаще пользуются приведенной ниже формулой:

$$q_l = C_0 \varepsilon'_C \varepsilon_G \left[ \frac{\varepsilon_G^\infty}{\varepsilon_{G.C}^\infty} \left( \frac{T_G}{100} \right)^4 - \left( \frac{T_C}{100} \right)^4 \right] \psi \text{ Вт/м}^2 \quad (4.54)$$

где  $\varepsilon'_C = \frac{\varepsilon_C + 1}{2}$  – эффективная степень черноты стенок;

$\psi$  – поправка, учитывающая отклонения лучеиспускания от закона Стефана—Больцмана. Для запыленных газов  $\psi = 1$ .

При расчете конвективных поверхностей нагрева, когда конвективный теплообмен преобладает над лучистым, принято формулу для подсчета количества тепла, переданного излучением, представлять в виде

$$q_l = \alpha_l (t_g - t_c) \text{ Вт/м}^2, \quad (4.55)$$

где  $\alpha_l$  – коэффициент лучистой теплоотдачи.

$$\alpha_l = \frac{q_l}{t_g - t_c} \text{ Вт/(м}^2 \cdot \text{К)}, \quad (4.56)$$

Подставляя в формулу (4.54) величину  $q_l$  из выражения (4.55), можно коэффициент лучистой теплоотдачи для не запыленных продуктов сгорания представить в виде:

$$\alpha_l = C_0 \varepsilon'_C \varepsilon_G \psi \frac{\left( \frac{T_G}{100} \right)^4 - \left( \frac{T_C}{100} \right)^4}{t_g - t_c} = C_0 \varepsilon'_C \varepsilon_G \psi B \quad (4.57)$$

где  $B$  – температурный коэффициент, равный:

$$B = \frac{\left( \frac{T_G}{100} \right)^4 - \left( \frac{T_C}{100} \right)^4}{t_g - t_c}. \quad (4.58)$$

#### 4.5. Лучеиспускание пламени

В рабочем пространстве двигателей внутреннего сгорания и других тепловых машин и агрегатов не всегда движутся только продукты полного сгорания; очень часто в нем находится пламя, представляющее собой поток горящих газов, частиц дисперсного углерода и пыли. Лучеиспускание пламени определяется наличием в нем дисперсного сажистого углерода, образующегося при разложении углеводородных соединений. Размер этих частиц порядка 0,2 мкм (что соизмеримо с длинами волн видимого светового излучения пламени) и в 1 см<sup>3</sup> факела содержатся десятки миллионов таких частиц. Если ярко светящийся факел, характеризуемый высокой температурой, внезапно охладить («заморозить»), то сажистый несгоревший углерод можно собрать, взвесить и измерить. Помимо сажистого углерода, в пламени могут быть взвешены частицы угольной пыли и летучей золы размером от 10 до 1000 мкм.

Взвешенные в потоке газов частицы сажистого углерода увеличивают степень черноты факела и его излучательную способность. Поэтому при работе высокотемпературных печей на газе, содержащем мало частиц углерода, иногда прибегают к искусственному повышению степени черноты факела посредством его карбюрации. Это достигается добавлением к газообразному топливу тонкораспыленной смолы или мазута. Так, при отоплении мартеновских печей генераторным газом карбюрация осуществляется добавкой 10...30 г смолы или мазута на 1 м<sup>3</sup> газа.

Степень черноты светящегося пламени (факела) зависит от:

- свойств топлива (главным образом выхода летучих веществ), а при газообразном топливе – от содержания в нем углеводородистых соединений и в том числе смолы;
- подготовки топлива перед сжиганием (например, при сжигании мазута – от степени его подогрева и тонкости распыливания, при сжигании пылевидного топлива – от тонкости его помола);

- способа смешения топлива с воздухом, т.е. от конструкции форсунок или горелок и режима их работы;
- конструкции топочного пространства и режима его работы, а также от эффективной толщины газового слоя, температуры газов, циркуляции газовых потоков (перемешивания струй) и других факторов.

Степень черноты светящегося факела определяется по формуле:

$$\varepsilon_{CB} = \varepsilon_{Г} + \varepsilon_{ВИД} - \Delta\varepsilon, \quad (4.59)$$

где  $\varepsilon_{Г}$  – степень черноты, определяемая присутствием в факеле трехатомных газов (невидимое излучение);  $\varepsilon_{ВИД}$  – степень черноты, определяемая видимым излучением частичек углерода, взвешенных в газовом потоке;  $\Delta\varepsilon$  – поправка на взаимное излучение.

Степень черноты светящегося факела, как видно из вышеизложенного, зависит от факторов, которые трудно оценить в расчете, и поэтому расчет ведется на прозрачный факел, а затем в зависимости от способа сжигания топлива и вида топлива в расчет вводится поправочный множитель.

#### **4.6. Интегральные уравнения радиационного теплообмена**

В результате решения уравнения переноса излучения могут быть получены значения интенсивности излучения в точках поверхности или объема. Зная интенсивность излучения, можно рассчитать поверхностные и объемные плотности потоков излучения, которые и представляют обычно наибольший интерес при проведении технических расчетов. Однако можно непосредственно рассчитывать указанные плотности потоков излучения, избегая вычисления в явной форме интенсивности излучения. В этом случае задача радиационного теплообмена формулируется в виде системы интегральных уравнений [Темников, Арончик, см. в конце раздела].

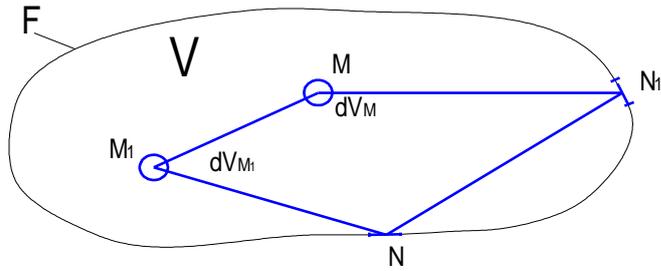


Рисунок 4.4- Схема расположения точек системы с монохроматическим излучением

Интегральные уравнения радиационного теплообмена могут быть строго получены путем интегрирования уравнения переноса излучения. Однако указанные уравнения могут быть получены также из условий теплового баланса для элементов поверхности и объема.

Рассмотрим монохроматическое излучение в системе, образованной объемом  $V$  и поверхностью  $F$ . Пусть заданы температуры всех точек системы (рис. 4.4). Требуется рассчитать плотности потоков эффективного излучения. Используя соотношения:

$$E_{эф, \nu}(N) = E_{cob, \nu}(N) + r_{\nu}(N) E_{nad, \nu}(N); \quad (4.60)$$

$$\eta_{эф, \nu}(M) = \eta_{cob, \nu}(M) + \eta_{pac, \nu}(M), \quad (4.61)$$

где  $N \in F$ ,  $M \in V$ ,  $r_{\nu}(N)$  – полусферическая отражательная способность поверхности в точке  $N$ .

Пусть  $K_{FF, \nu}(N, N_1)dF_{N_1}$  – доля энергии излучения частоты  $\nu$  бесконечно малой площадки  $dF$  в точке  $N_1$ , падающая на бесконечно малую площадку в точке  $N$ ; а  $K_{VF, \nu}(N, M_1)dV_{M_1}$  – доля энергии излучения частоты  $\nu$  бесконечно малого объема  $dV_M$ , в точке  $M_1$ , падающая на бесконечно малую площадку в точке  $N$ . Тогда спектральная поверхностная плотность потока падающего излучения находится в виде интеграла по всей поверхности и по всему объему  $V$ :

$$E_{nad, \nu}(N) = \int_{(F)} E_{эф, \nu}(N_1) K_{FF, \nu}(N, N_1) dF_{N_1} + \int_{(V)} \eta_{эф, \nu}(M_1) K_{VF, \nu}(N, M_1) dV_{M_1}. \quad (4.62)$$

или:

$$E_{\text{эф},\nu}(N) - r_{\nu}(N) \int_{(F)} E_{\text{эф},\nu}(N_1) K_{FF,\nu}(N, N_1) dF_{N_1} = E_{\text{сод},\nu}(N) + r_{\nu}(N) \int_{(V)} \eta_{\text{эф},\nu}(M_1) K_{V,F,\nu}(N, M_1) dV_{M_1}. \quad (4.63)$$

Уравнение (4.63) представляет собой интегральное уравнение относительно спектральной поверхностной плотности потока эффективного излучения  $E_{\text{эф},\nu}$ , где  $\eta_{\text{эф},\nu}$  – величина также неизвестная.

Аналогично может быть построено интегральное уравнение для  $\eta_{\text{эф}}$ . Выделим в объеме  $V$  вокруг рассматриваемой точки  $M$  элементарную сферу объемом  $dV_M$ , а вокруг текущей точки  $M_1$  – элементарный объем  $dV_{M_1}$ . Пусть  $K_{VV,\nu} dV_M$ , – доля энергии излучения объема  $dV_M$  (частоты  $\nu$ ), падающая на поверхность сферы  $dV_M$ ;  $K_{FV,\nu} dF_{N_1}$  – доля энергии излучения поверхности  $dF_{N_1}$ , (частоты  $\nu$ ), падающая на поверхность сферы  $dV_M$ . Тогда суммарная: сферическая поверхностная плотность излучения, падающего на сферу  $dV_M$ , равна

$$E_{\nu}^0 = \int_{(F)} E_{\text{эф},\nu}(N_1) K_{F,V,\nu}(M, N_1) dF_{N_1} + \int_{(V)} \eta_{\text{эф},\nu}(M_1) K_{V,V,\nu}(M, M_1) dV_{M_1}. \quad (4.64)$$

Объемная спектральная плотность энергии излучения  $U_{\nu}$ , связана со спектральной сферической поверхностной плотностью излучения  $E_{\nu}^0$  соотношением:

$$E_{\nu}^0 = \frac{c_{\nu} U_{\nu}}{4}. \quad (4.65)$$

Тогда, используя (4.64) и (4.65), можно записать:

$$\eta_{\text{эф},\nu}(M) - \beta_{\nu}(M) \int_{(V)} \eta_{\text{эф},\nu}(M_1) K_{V,V,\nu}(M, M_1) dV_{M_1} = \eta_{\text{сод},\nu}(M) + \beta_{\nu}(M) \int_{(F)} E_{\text{эф},\nu}(N_1) K_{F,V,\nu}(M, N_1) dF_{N_1}, \quad (4.66)$$

где  $K_{VV,\nu} = 1/4 K_{VV,\nu}$ ;  $K_{FV,\nu} = 1/4 K_{FV,\nu}$ .

Уравнения (4.62) и (4.66) и образуют систему интегральных уравнений радиационного теплообмена.

Если в каждой точке системы излучение изотропно, т.е. равномерно распределяется по всем направлениям в пределах сферического (для точки  $M$ ) или полусферического (для точки  $N$ ) телесного угла, то ядра интегральных уравнений (функции  $K_{FF,\nu}$ ;  $K_{VF,\nu}$ ;  $K_{VV,\nu}$ ;  $K_{FV,\nu}$ ) могут быть рассчитаны следующим образом.

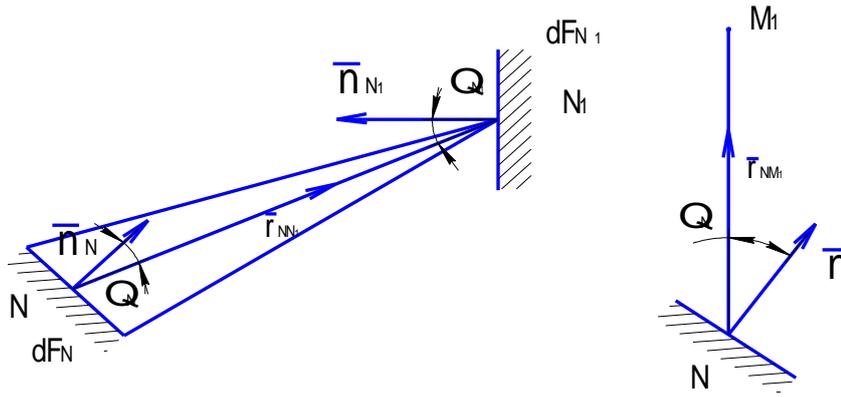


Рисунок 4.5 – Схема изотропного излучения

Пусть  $\Theta_N$  – угол между нормалью к поверхности в точке  $N$  и направлением вектора  $\vec{r}_{N,N_1}$  или  $\vec{r}_{N,N_1}$  (рис. 4.5). Пусть далее интенсивность излучения в точке  $N_1$  равна  $J_{N_1}$ , а среда диатермична. Тогда энергия излучения, испускаемого поверхностью  $dF_{N_1}$ , определяется интегрированием в пределах телесного полусферического угла:

$$q_{N_1} = \int_{(2\pi)} J_{N_1} d\Omega' dF_{N_1} = J_{N_1} dF_{N_1} \int_{(2\pi)} d\Omega' = \pi J_{N_1} dF_{N_1},$$

где через  $\Omega'$  обозначен телесный угол.

Поверхность  $dF_N$ , излучает в направлении поверхности  $dF_{N_1}$  энергию:

$$q_{N_1N} = J_{N_1} dF_{N_1} \cos \Theta_{N_1} d\Omega_{N_1N}.$$

Телесный угол:

$$d\Omega_{N_1N} = \frac{dF_N \cos \Theta_N}{r_{N_1N}^2}$$

( $r_{N_1N}$  – расстояние между точками  $N_1$  и  $N$ ) Тогда по определению

$$K_{FF}(N, N_1) dF_N = \frac{\cos \Theta_N \cos \Theta_{N_1}}{\pi r_{N_1N}^2} dF_N = \frac{q_{N_1N}}{q_{N_1}}.$$

Если среда не диатермична (поглощающая и рассеивающая), то излучение поверхности  $dF_{N_1}$ , проходя путь  $r_{N_1N}$ , ослабляется в соответствии с законом Бугера, и тогда:

$$K_{FF,\nu}(N, N_1) = \frac{\cos \Theta_N \cos \Theta_{N_1}}{\pi r_{N_1 N}^2} \exp\left(-\int_{N_1}^N k_\nu(S) dS\right), \quad (4.67)$$

где  $k_\nu(S)$  – спектральный коэффициент ослабления в точке  $S$  на луче  $N_1N$ .

Аналогично могут быть построены и остальные ядра. Они рассчитываются по формулам:

$$K_{FV,\nu}(M, N_1) = \frac{\cos \Theta_{N_1}}{\pi r_{N_1 M}^2} \exp(-L_\nu(M, N_1))$$

$$K_{VV,\nu}(M, M_1) = \frac{1}{\pi r_{M_1 M}^2} \exp(-L_\nu(M, M_1)) \quad (4.68)$$

$$K_{VF,\nu}(N, M_1) = \frac{\cos \Theta_N}{\pi r_{M_1 N}^2} \exp(-L_\nu(N, M_1))$$

где  $L_\nu(M, N_1)$  – оптическая толщина слоя между точками  $M$  и  $N_1$

$$(L_\nu(M, N_1) = \int_{N_1}^M k_\nu(S) dS)$$

Аналогично определяются также  $L_\nu(M, M_1)$ ,  $L_\nu(N, M_1)$ .

Интегральные уравнения радиационного теплообмена могут быть записаны не только через плотности потоков собственного и эффективного излучения, но также и в иных формах, путем использования величин  $E_{\text{рез}}$  и  $\eta_{\text{рез}}$ .

Интегральные уравнения могут быть записаны также относительно полных потоков ( $E_{\text{эф}}$ ,  $E_{\text{соб}}$ ,  $\eta_{\text{эф}}$ ,  $\eta_{\text{соб}}$ ,  $E_{\text{рез}}$ ,  $\eta_{\text{рез}}$ .)

Существенную роль при построении решений задач радиационного теплообмена играют так называемые оптико-геометрические уравнения замкнутости, которые представляют собой уравнения баланса энергии излучения для изотермических систем и могут быть записаны в различной форме, например:

$$\int_{(F)} K_{FF}(N, N_1) dF_{N_1} + 4 \int_{(V)} k(M_1) K_{VF}(N, M_1) dF_{M_1} = 1, \quad N \in F; \quad (4.69)$$

$$\int_{(F)} K_{FV}(M, N_1) dF_{N_1} + 4 \int_{(V)} k(M_1) K_{VV}(M, M_1) dF_{M_1} = 1, \quad M \in V. \quad (4.70)$$

Эти уравнения связывают только оптические и геометрические характеристики. Энергетические характеристики (температуры и тепловые потоки) в систему (4.69), (4.70) не входят.

Уравнения (4.62), (4.66) содержат два вида радиационных потоков – поверхностные и объемные. Для построения алгоритмов решения удобно записать систему уравнений в виде, одного обобщенного уравнения. Простейшим методом построения такого уравнения является следующий метод.

Пусть буквами  $N$  и  $N_1$  обозначаются любые две точки в системе, независимо от того, где они расположены.

Пусть поверхность  $F$  и объем  $V$  представляют собой подобласти некоторой обобщенной области  $F^0$ . Введем обобщённые потоки  $E^0_{эф}$  и  $E^0_{соб}$ , обобщенную оптическую характеристику  $\gamma^0$  и ядро  $K^0$  следующим образом:

$$E^0_{эф}(N) = \begin{cases} E_{эф}(N), & N \in F \\ \eta_{эф}(N), & N \in V \end{cases};$$

$$E^0_{соб}(N) = \begin{cases} E_{соб}(N), & N \in F \\ \eta_{соб}(N), & N \in V \end{cases};$$

$$r^0(N) = \begin{cases} r(N), & N \in F \\ \beta(N), & N \in V \end{cases};$$

$$K^0(N, N_1) = \begin{cases} K_{FF}(N, N_1), & N \in F, N_1 \in F \\ K_{VF}(N, N_1), & N \in F, N_1 \in V \\ K_{VV}(N, N_1), & N \in V, N_1 \in V \\ K_{FV}(N, N_1), & N \in V, N_1 \in F \end{cases}$$

Тогда обобщенное интегральное уравнение радиационного теплообмена может быть записано в виде

$$E^0_{эф}(N) - r^0(N) \int_{(F^0)} E^0_{эф}(N_1) K^0(N, N_1) dF^0_{N_1} = E^0_{соб}. \quad (4.71)$$

Интегральное уравнение (4.71), очевидно, эквивалентно системе интегральных уравнений (4.62), (4.66).

### *Литература:*

*Методы расчета радиационного теплообмена в теплотехнических установках: Учебн. пособие / А.В. Темников, Г.И. Арончик: Куйбышевский политехн. Ин-т. Куйбышев. 1989. – 59 с.*

## **4.7 Интенсификация теплообмена при тепловом излучении**

### ***4.7.1 Основные факторы, физические параметры и свойства поверхностей и веществ, влияющие на перенос тепла излучением***

Среда, сквозь которую проходит лучистая энергия, по разному поглощает и, следовательно, пропускает излучение. Трехатомные газы (углекислый и сернистый газ, водяные пары) пропускают тепловые лучи только в узком диапазоне длин волн. Сухой воздух практически прозрачен для тепловых лучей, однако при наличии в нем влаги, пара (тумана) он становится средой, заметно поглощающей. Поглощение и рассеяние излучения имеет место в запыленных или сажистых газах. Наиболее интенсивно поглощают энергию твердые тела, слабее жидкости. Для приближения твердых серых тел к черным их поверхность часто покрывают нефтяной сажой, лаком или краской. Однако поглощательная способность тел в инфракрасном диапазоне излучения определяется не столько цветом, сколько состоянием или качеством (шероховатостью) поверхности.

Поглощательная и пропускательная способности тел и сред зависят от спектра излучения. Например, кварц прозрачен для световых и ультрафиолетовых лучей, но непрозрачен для тепловых лучей. Каменная соль прозрачна для тепловых лучей и непрозрачна для ультрафиолетовых лучей. Оконное стекло прозрачно только для световых лучей, а для инфракрасных и ультрафиолетовых оно почти не прозрачно. Белая по цвету поверхность хорошо отражает лишь световые лучи, что используется для различных тел и сооружений, где инсоляция нежелательна. Тепловые же лучи невидимого инфракрасного излучения воспринимают поверхность тел только по

состоянию ее шероховатости и степени черноты, но не цвета, точно так же как и глаз не «видит» инфракрасные лучи, но воспринимает всю гамму световых лучей. Следовательно, цвет поверхности тела (его окраска) существенно влияет на поглощение и излучение только видимых лучей в соответствующем интервале длин световых волн. Естественно, что со световыми лучами тоже поступает тепловая энергия, которая используется в различных гелио – технологических и солнечных установках: теплицах, сушилках, опреснительных установках, солнечных прудах. Степень черноты полного излучения тел  $\epsilon$  характеризует суммарное лучеиспускание реального тела, определяется экспериментально и для большинства материалов ее значения табулированы и сведены в таблицах. Степень черноты реального тела  $\epsilon$  – то же самое, что и поглощательная способность тела:  $\epsilon = A$ . Необходимо учитывать, что степени черноты тел  $\epsilon$  или их поглощательная способность  $A$  зависят от температуры: для металлов они возрастают с повышением температуры, а для неметаллов – понижаются. Степень черноты тел меняется от 0 (для абсолютно белых) до 1 (для абсолютно черных тел). Наиболее существенно на  $\epsilon$  и  $A$  в инфракрасном диапазоне излучения влияет шероховатость поверхности, поэтому различают степень черноты металла как вещества (шероховатое или окисленное) и металла после его обработки или полировки, когда степень черноты имеет порядок сотых долей единиц. Для шероховатых поверхностей (строительных материалов), а также при загрязнении или наличии на поверхности оксидной пленки значения  $\epsilon$  увеличиваются в несколько раз. Например, медь окисленная имеет  $\epsilon = 0,6...0,8$ ; медь слегка полированная –  $\epsilon = 0,12$ ; а медь тщательно полированная имеет  $\epsilon = 0,02$ . Значительно степень черноты  $\epsilon$  зависит также от состояния поверхности тела. Покрытие гладкой поверхности металла одинарным тонким слоем прозрачного для света лака может привести к многократному увеличению  $\epsilon$ . Необходимо помнить, что видимая окраска поверхности тела в отражённых лучах света не дает никакого представления о степени черноты  $\epsilon$ , характеризующей в основном невидимое инфракрасное

излучение. Например, бумага, фарфор, асбест, кирпич имеют  $\epsilon$  порядка 0,7...0,9, тогда как глазом они воспринимаются как белые тела. Аналогично лак черный матовый имеет  $\epsilon = 0,96$ , а лак белый – 0,9; сажа – 0,952, гладкое стекло – 0,937; вода – 0,9, а снег (при отрицательных температурах) – 0,82; краска черная глянцевая – 0,9, а краска белая масляная и различных цветов – 0,92...0,96.

Для интенсификации лучистого теплообмена необходимо увеличить температуру излучающего тела и усилить приведенную степень черноты системы. Наоборот, для уменьшения теплообмена необходимо снизить температуру излучающего тела и уменьшить приведенную степень черноты системы. В тех же случаях, когда температуру изменить нельзя, для снижения лучистого теплообмена применяют экраны. Защита от излучения с помощью плоских экранов. В этом случае между горячим 1 и холодным 2 телом ставят тонкостенный экран из непрозрачного вещества. Постановка одного экрана уменьшает при прочих одинаковых условиях количество передаваемой лучистой теплоты в два раза. Постановка  $n$  экранов уменьшает количество передаваемой лучистой теплоты в  $(n + 1)$  раз, т. е.  $Q_{ns} = \frac{Q_{1-2}}{n + 1}$

Еще больший эффект снижения лучистого теплообмена получается, если применяются экраны с малой степенью черноты, установка лишь одного экрана со степенью черноты  $\epsilon_3 = 0,2$  между поверхностями с  $\epsilon = 0,7$  дает снижение лучистого потока теплоты в 6 раз. Применение экранов позволяет использовать одновременно в качестве тепловой изоляции и воздушные прослойки. Тепловое излучение в газах происходит во всем объеме, а количество поглощаемой газом энергии зависит от числа находящихся в данном объеме микрочастиц газа.

#### ***4.7.2 Концентраторы и приемники лучистых потоков***

Системы «концентратор – приемник» предназначены для концентрации солнечного излучения и превращения его в тепло.

Подобное использование лучистой энергии не является единственно возможным. Здесь мы рассмотрим солнечное излучение как один из возможных источников тепла.

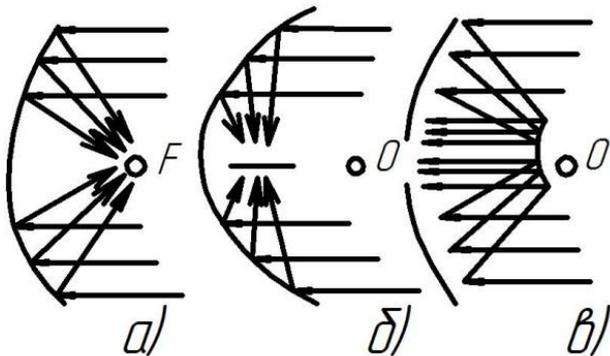


Рисунок 4.6 – Схемы отражателей-концентраторов различной формы: а – параболоид вращения; б – сфероид; в – двухзеркальная система с параболоидными отражателями

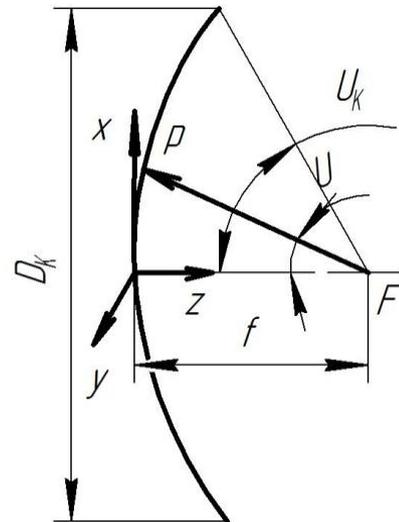


Рисунок 4.7 – Геометрические параметры концентратора, имеющего форму параболоида вращения

Для обеспечения эффективной работы преобразователей тепловой энергии в электрическую необходимо располагать плотностями тепловых потоков, значительно превосходящими плотность солнечного излучения за пределами земной атмосферы. Это достигается путем соответствующей концентрации солнечного излучения в весьма ограниченной по размерам области с помощью отражателей-концентраторов. Концентрирующая способность отражателя, т. е. способность обеспечивать ту или иную степень повышения плотности излучения, прежде всего, определяется его конфигурацией, а также геометрическим совершенством и оптическими свойствами зеркальной поверхности. В качестве концентраторов могут использоваться отражатели различной геометрии, в том числе имеющие форму любой

поверхности вращения 2-го порядка (конус, эллипсоид, параболоид, полусфера и т. д.); цилиндрические поверхности (параболоцилиндр, круговой цилиндр), а также сложные оптические системы, состоящие из нескольких элементов (например, двухзеркальная система с параболоидными и сферическими отражателями). Схемы некоторых отражателей-концентраторов показаны на рис. 4.6. Наиболее эффективными из них являются концентраторы, имеющие форму параболоида вращения, которые и рассматриваются в дальнейшем.

На рис. 4.7 изображено меридианальное сечение такого параболоида и обозначены параметры, которыми обычно характеризуется его геометрия. Используя уравнение параболы в полярных координатах  $\rho - U$ :

$$\rho = \frac{2f}{1 + \cos U} \quad (4.28),$$

можно записать основное соотношение, связывающее диаметр концентратора  $D_K$ , его фокусное расстояние  $f$  и угол раскрытия  $U_K$ :

$$D_K = \frac{4f \sin U_K}{1 + \cos U_K} \quad (4.29).$$

Площадь отражающей поверхности концентратора определяется уравнением:

$$S_K = \frac{8\pi f^2}{3} \frac{1 - \cos^2 \frac{U_K}{2}}{\cos^3 \frac{U_K}{2}} \quad (4.30).$$

Геометрия параболоидного отражателя характеризуется обычно двумя независимыми параметрами: углом раскрытия  $U_K$  (или отношением  $\frac{D_K}{f}$ ) и диаметром  $D_K$  (либо фокусным расстоянием  $f$ ). Третий параметр, согласно уравнению (4.29), является производным.

Концентрирующая способность отражателей зависит не только от геометрических характеристик, но и от свойств отражающего покрытия, обеспечивающего зеркальность отражения лучистых потоков. В качестве отражающих покрытий для концентраторов, используемых в солнечных тепловых энергетических установках (СТЭУ), могут использоваться различные металлы: алюминий, серебро, золотой др. В качестве отражающего покрытия для изготавливаемых в настоящее время концентраторов СТЭУ используется, как правило, алюминий. Интегральный оптический коэффициент отражения полированного алюминия по отношению к солнечному излучению за пределами земной атмосферы оценивается величиной  $p_0 = 0,90 \div 0,92$ .

Для предохранения отражающего слоя алюминия от воздействия внешней среды его обычно покрывают защитной пленкой монооксида кремния. Это приводит к снижению коэффициента отражения до величины  $p_0 = 0,87 \div 0,89$ . Заметим, однако, что применяя многослойные дифракционные защитные покрытия, можно не только не снижать, но даже повышать отражательную способность концентратора.

Коэффициент отражения концентраторов СТЭУ зависит не только от физических свойств материала покрытия, но и от микрогеометрии отражающей поверхности. Практически невозможно получить настолько гладкую поверхность, чтобы отражение было полностью зеркальным. Реальная поверхность всегда имеет микронеровности (шероховатости), которые вызывают частичное рассеяние отраженного излучения. Степень рассеяния зависит от соотношения между длиной волны излучения и размерами микронеровностей.

Потери на диффузное рассеяние можно учесть так называемым коэффициентом зеркальности  $k_z$ , который показывает, какая доля отраженного поверхностью излучения отражается зеркально. Для концентраторов с высококачественным покрытием коэффициент

зеркальности близок к единице. Таким образом, общие потери энергии при отражении солнечного излучения от поверхности реального концентратора должны оцениваться коэффициентом зеркального отражения  $R_3$ :

$$R_3 = k_3 p_0 \quad (4.31)$$

Этот коэффициент можно рассматривать и как к. п. д. концентратора, поскольку он представляет собой отношение зеркально отраженного сконцентрированного потока лучистой энергии к потоку энергии, падающему на концентратор.

Коэффициент отражения металлических поверхностей, вообще говоря, зависит от угла падения лучей. Однако эта зависимость проявляется ощутимо лишь при достаточно больших значениях угла падения (от  $40^\circ$  и выше). Поскольку угол раскрытия концентраторов СТЭУ обычно не превосходит  $50-70^\circ$ , то даже для периферийных областей отражателей влиянием угла падения на коэффициент зеркального отражения  $R_3$  допустимо пренебречь.

С учетом изложенного можно считать, что из каждой точки  $k$  отражающей поверхности (рис. 4.6) концентратора исходит пучок отраженных лучей, имеющих одинаковую яркость и заключенных в круговом коническом пучке, угол при вершине которого равен углу при вершине пучка солнечных лучей  $2\psi_c$ , падающих в эту точку. Если в окрестности точки  $k$  выделить элементарную площадку  $dS_K$ , то энергия лучей в отраженном пучке будет определяться лучистым потоком

$$dN_{отр} = E_c R_3 dS_{K\perp}, \quad (4.32)$$

где  $dS_{K\perp}$  – проекция площадки  $dS_K$  на плоскость, перпендикулярную направлению падающего солнечного излучения;

$E_c$  – солнечная постоянная, равная за пределами атмосферы  $\sim 1400 \text{ Вт/м}^2$ . Угол  $\nu_{отр}$  между осью отраженного пучка и нормалью  $n$  к площадке  $dS_K$  определяется законом зеркального отражения, т. е. равен

углу  $V_{пад}$ , который составляет ось падающего пучка с этой нормалью. Следовательно, при заданном положении отражающей поверхности относительно направления солнечного излучения направление оси отраженного пучка будет зависеть от пространственной ориентации площадки  $dS_K$ .

#### ***4.2.3 Геометрические и оптико-физические характеристики концентраторов, приемников излучения и радиаторов-излучателей***

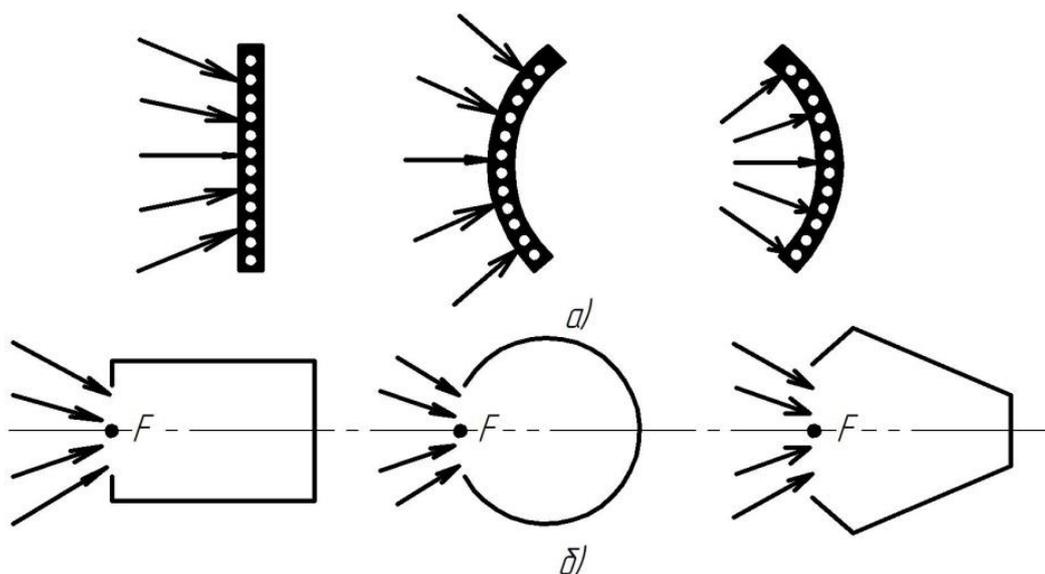
Основным назначением приемника является поглощение сконцентрированного лучистого потока с целью последующего его превращения в тепло, которое затем уже используется тем или иным способом на борту КА. Приемник, таким образом, выполняет роль преобразователя лучистой энергии в тепловую и образует вместе с концентратором систему, эквивалентную источникам тепла других видов (химических, ядерных).

Преобразование лучистой энергии в приемниках любых типов должно происходить с минимальными потерями, среди которых могут наблюдаться:

- отражение падающего излучения поверхностью приемника;
- собственное тепловое излучение нагретых стенок приемника и др.

Эффективность приемника зависит от его геометрических параметров, оптических свойств лучевоспринимающей поверхности, организации процесса теплоотвода и т. д. По геометрическим признакам все приемники можно разделить на приемники (рис. 4.8) открытого и закрытого типов. Приемники открытого типа (см. рис.4.8, а) характеризуются тем, что взаимное облучение элементов поверхности у них почти полностью отсутствует. Основное достоинство таких приемников – возможность обеспечения равномерного подвода энергии по всей лучевоспринимающей поверхности. Однако потери за счет отражения и собственного излучения в данном случае слишком велики, что исключает их практическое

использование в СТЭУ космического назначения. В разрабатываемых в настоящее время СТЭУ используются главным образом приемники закрытого типа (полостные) (рис.4.8, б), представляющие собой полость той или иной конфигурации с отверстием для входа сконцентрированного излучения. Плоскость входного отверстия приемника совмещается, как правило, с фокальной плоскостью концентратора. Потери энергии в таких приемниках оказываются существенно меньшими, чем в приемниках открытого типа за счет многократных отражений и переизлучений внутри полости.



а – открытого типа; б – закрытого типа

Рисунок 4.8 – Схемы приемников сконцентрированного излучения:

В большинстве случаев приемники СТЭУ имеют форму поверхностей вращения (цилиндр, сфера, полусфера, конус), изображенных на рис. 4.8, б. Однако в СТЭУ со статическими преобразователями, в частности, с многоэлементными ТЭМП, по ряду причин энергетического и конструктивно-технологического характера используются также приемники в виде многогранников той или иной конфигурации (куб, призма).

Возможность регулирования оптических свойств внутренней поверхности полостных приемников весьма ограничена. **Объясняется это**

довольно высоким уровнем рабочих температур этой поверхности, что накладывает существенные ограничения на выбор материалов стенок, их покрытий и т. д. С другой стороны, относительное влияние оптических свойств лучевоспринимающих стенок приемника на его эффективность и равномерность распределения энергии по внутренней поверхности непосредственно связано с геометрией и температурой стенок полости, что обуславливает необходимость рассмотрения всех перечисленных факторов в комплексе.

Передача тепла от приемника к преобразователю тепловой энергии может; осуществляться различными способами, зависящими от схемы СТЭУ и типа применяемого преобразователя. Стенки приемника могут быть, например, образованы непосредственно элементами преобразователя (катоды ТЭМП, горячие поверхности термоэлементов ТЭЛП). Чаще отвод тепла от приемника осуществляется с помощью теплоносителя. В этом случае характер изменения температуры внутренней поверхности полости в значительной степени зависит от свойств и режима течения теплоносителя.

Перейдем к расчету приемников лучистой энергии полостного типа. В задачу этого расчета в общем случае входит определение поля температур на лучевоспринимающей поверхности, к. п. д. приемника и т. д. Детальный расчет температурного поля приемника представляет собой весьма сложную задачу, требующую применения машинных методов решения. Такой расчет является необходимым, в основном, для установления возможности возникновения критических тепловых режимов в отдельных местах приемника. Вместе с тем, для общих расчетов СТЭУ, в первую очередь, важно бывает знать к. п. д. лучевоспринимающей части приемника (т. е. собственно полости), под которым подразумевается отношение полезно используемого лучистого потока к потоку, вошедшему внутрь полости. Что же касается максимальной температуры рабочего процесса преобразователя тепла (температуры теплоносителя на выходе из приемника, катодов ТЭМП, горячих поверхностей ТЭЛП), то обеспечение заданного ее значения

достигается применением соответствующей геометрии приемника, размерами и геометрическим совершенством концентратора, точностью его ориентации на Солнце и др.

Достаточно простой способ определения к. п. д. лучевоспринимающей части приемника, который нашел широкое применение в практике инженерных расчетов, базируется на следующих допущениях:

1. Температура внутренней поверхности полости приемника постоянна. Это допущение приемлемо при реализации специальных мероприятий по выравниванию температурных неравномерностей и при температурах до 1000—1200°К не вносит заметных погрешностей в расчет.

2. Отражение и излучение стенок полости имеет диффузный характер и подчиняется закону Ламберта.

3. Лучистые потоки распределяются по внутренней поверхности полости равномерно.

Для выполнения расчетов приемника необходимо знать среднее значение углового коэффициента внутренней поверхности полости по отношению к входному отверстию. Этот коэффициент, как известно, определяется выражением

$$\theta_{\Pi} = \frac{1}{S_{\Pi}} \int \int_{S_{\Pi S_{\Pi}}} \frac{\cos \nu_1 \cdot \cos \nu_2}{\pi \cdot l_{\Pi}^2} dS_{\Pi} dS_{\text{вх}} \quad (4.33)$$

где  $S_n$  – площадь внутренней поверхности полости (рис. 4.9);

$S_{\text{вх}}$  – площадь входного отверстия;

$\nu_1, \nu_2$  – углы, образуемые направлением линии, соединяющей элементарные площадки  $dS_n$  и  $dS_{\text{вх}}$  с нормальями к ним;

$l_{\Pi}$  – расстояние между площадками  $dS_{\Pi}$  и  $dS_{\text{вх}}$ .

Величина  $\theta_{\Pi}$  зависит от формы и размеров приемника и в общем случае может быть определена на основании табличных данных [12, 13] или путем расчета.

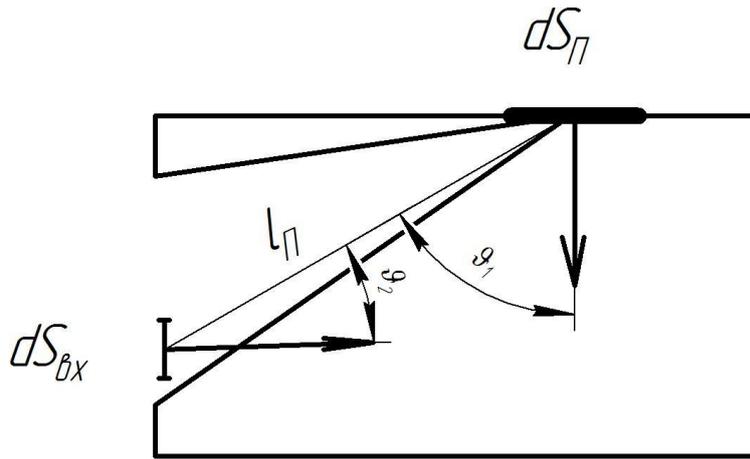


Рисунок 4.9 – Расчетная схема приемника закрытого типа

Однако при принятых допущениях с достаточной степенью точности можно считать, что '

$$\theta_{сфП} = \frac{S_{ВХ}}{S_{П}} \quad (4.34)$$

Уравнение теплового баланса поверхности приемника, воспринимающей тепловое излучение на основании очевидных физических соображений можно представить в виде

$$Q_{пол} = Q_{вх} - Q_{ном}^{отр} - Q_{ном}^{изл}$$

где  $Q_{пол}$  – лучистый поток, превращенный в теплоту и отведенный от стенок приемника;  $Q_{вх}$  – сконцентрированный лучистый поток, вошедший внутрь приемника;  $Q_{ном}^{отр}$  —лучистый поток, потерянный за счет отражения через входное отверстие;  $Q_{ном}^{изл}$  —лучистый поток, потерянный за счет собственного излучения стенок приемника через входное отверстие.

При условии совпадения плоскости входного отверстия с фокальной плоскостью концентратора лучистый поток, вошедший внутрь полости, определяется выражением

$$Q_{ВХ} = 2\pi \int_0^{r_{BB}} E_r r dr = \frac{\pi E_{\max}}{c} (1 - e^{-cr^2}) \quad (4.35).$$

Полагая, что коэффициент поглощения лучистой энергии  $\alpha_{\Pi}$  внутренней поверхностью приемника известен, определим количество поглощенной полостью теплоты. С этой целью рассмотрим процесс поглощения и отражения лучистых потоков внутри полости. При попадании лучистого потока на стенки полости часть его  $Q_{\text{вх}} \cdot \alpha_{\Pi}$  поглощается, а часть  $Q_{\text{вх}}(1 - \alpha_{\Pi})\theta_{\Pi}$  уходит через входное отверстие обратно. Оставшийся поток вновь отражается стенками. Вторичное отражение сопровождается новым поглощением уже переотраженного потока в количестве  $Q_{\text{вх}}(1 - \alpha_{\Pi})(1 - \theta_{\Pi})\alpha_{\Pi}$  и соответственно новым отражением в количестве  $Q_{\text{вх}}(1 - \alpha_{\Pi})^2(1 - \theta_{\Pi})$ . При этом через входное отверстие вновь уходит часть потока  $Q_{\text{вх}}(1 - \alpha_{\Pi})^2(1 - \theta_{\Pi})\theta_{\Pi}$ , а оставшаяся часть  $Q_{\text{вх}}(1 - \alpha_{\Pi})^2(1 - \theta_{\Pi})^2$  подвергается новому переотражению и т. д. После  $n$ -го отражения поглощенный поток будет равен  $Q_{\text{вх}}(1 - \alpha_{\Pi})^n(1 - \theta_{\Pi})^n \alpha_{\Pi}$ , а суммарный лучистый поток, поглощенный стенками приемника, выразится уравнением:

$$Q_{\text{погл}} = Q_{\text{вх}} \alpha_{\Pi} \left[ 1 + \sum_{n=1}^{\infty} (1 - \alpha_{\Pi})^n (1 - \theta_{\Pi})^n \right] \quad (4.36).$$

Используя формулу для суммы членов геометрической прогрессии, последнее уравнение можно представить в виде

$$Q_{\text{погл}} = Q_{\text{вх}} \frac{\alpha_{\Pi}}{1 - (1 - \alpha_{\Pi})(1 - \theta_{\Pi})} = Q_{\text{вх}} \bar{\alpha}_{\Pi} \quad (4.37)$$

где  $\bar{\alpha}_{\Pi} = 1 - \frac{\alpha_{\Pi}}{1 - (1 - \alpha_{\Pi})(1 - \theta_{\Pi})}$  – эффективная поглощательная способность полости.

Соответственно этому лучистый поток, потерянный за счет отражения через входное отверстие, может быть выражен как

$$Q_{\text{пот}}^{\text{отр}} \quad (4.38)$$

Лучистый поток, обусловленный тепловым излучением внутренних стенок полости, можно определить, приняв обычно встречающееся в

подобного рода расчетах условие равенства излучающей способности поверхности ее поглотительной способности:  $\varepsilon_{\Pi} = \alpha_{\Pi}$ .

Полный поток лучистой энергии в фокальной плоскости можно определить, полагая  $r_{ex} \rightarrow \infty$ , т. е.  $Q_{max} = \frac{\pi E_{max}}{c}$ , то получим  $Q_{max} = E_c \pi R_k^2 R_3$ , т. е. результат, совпадающий с энергетическим балансом в системе «Солнце – концентратор – фокальная плоскость».

Тогда, согласно закону Стефана—Больцмана

$$Q_{nom}^{изл} = a_n \sigma T_{\Pi}^4 S_{\Pi} \quad (4.39),$$

где  $T_n$  – среднее значение температуры стенок полости.

Часть этого потока, а именно  $Q_{nom}^{изл} \theta_{\Pi}$ , теряется через входное отверстие приемника, а другая часть  $Q_{nom}^{изл} (1 - \theta_{\Pi})$  попадает на внутреннюю поверхность полости, причем частично, ею поглощается –  $Q_{nom}^{изл} (1 - \theta_{\Pi}) \alpha_{\Pi}$ , а частично – отражается и т. д. По аналогии с предыдущим, можно получить следующее выражение для определения лучистого потока, потерянного через входное отверстие за счет собственного излучения стенок полости:

$$Q_{nom}^{изл} = \frac{\sigma T_{\Pi}^4 S_{\Pi} a_{\Pi} \theta_{\Pi}}{1 - (1 - a_{\Pi})(1 - \theta_{\Pi})} = \bar{a}_{\Pi} \theta_{\Pi} \sigma T_{\Pi}^4 S_{\Pi} \quad (4.40)$$

Подставляя выражения (4.35), (4.38) и (4.40) в уравнение (4.34), получается:

$$Q_{пол} = \bar{a}_{\Pi} \left[ \frac{\pi E_{max}}{c} (1 - e^{-cr_{BX}^2}) - \theta_{\Pi} \sigma T_{\Pi}^4 S_{\Pi} \right] \quad (4.41)$$

КПД лучевоспринимающей части приемника, согласно данному ранее определению, выразится отношением:

$$\eta_{приемника} = \frac{Q_{пол}}{Q_{ex}} = \bar{a}_{\Pi} \left[ 1 - \frac{\theta_{\Pi} \sigma T_{\Pi}^4 S_{\Pi} c}{\pi E_{max} (1 - e^{-cr_{BX}^2})} \right] \quad (4.42)$$

Из этой формулы видно, что данный к. п. д. зависит от параметров не только приемника, но и концентратора, Однако и совокупные параметры

этих устройств нельзя выбирать только из условия максимума рассматриваемого к. п. д., поскольку он представляет собой не к. п. д. приемника в целом, а лишь наиболее значительной его части. Общий к. п. д. приемника, позволяющий перейти к оценке эффективности системы «концентратор – приемник», как первичного источника тепла, должен учитывать некоторые дополнительные потери. Последние зависят от особенностей потребителей теплоты. Например, при одних и тех же значениях параметров потребителя тепла – тепловой мощности и температуры – площадь внутренней поверхности полости  $S_{\Pi}$  может быть различной в зависимости от условий теплосъема. Следовательно, различными будут и утечки тепла и потери температурного напора. Таким образом, оптимизация системы «концентратор – приемник» должна проводиться применительно к конкретной схеме потребителя теплоты.

#### ***4.7.4. Оптимизация параметров системы «концентратор-приемник»***

Тепловая энергия солнечного излучения, выделяемая в приемнике, в большинстве случаев используется для преобразования в электрическую с помощью различных типов-преобразователей – ТЭМП, ТЭЛП, МГДП, ПТУ и т. д. Могут быть и другие пути использования тепла, например, в системах жизнеобеспечения, для нагрева рабочего тела (водорода, лития) в камерах тепловых реактивных двигателей и т. д. Но вне зависимости от типа все подобные устройства как потребители теплоты характеризуются двумя параметрами – тепловой мощностью и температурой.

Рассмотрим одну из наиболее распространенных схем, в которой теплота от приемника отводится с помощью теплоносителя. Тогда; при известных значениях массового расхода теплоносителя и температуры на входе в приемник  $T_{т.вх}$  и выходе  $T_{т.вых}$  (эти параметры однозначно определяют потребную тепловую мощность) можно найти площадь теплопередающей поверхности приемника, входящую в уравнение (4.42):

$$S_{II} = \frac{M_{сек}(T_{T.BX} - T_{T.BX})}{k\theta_{cp}} \quad (4.43)$$

где  $\theta_{cp}$  – средний температурный напор;  $k$  – коэффициент теплопередачи.

Полученные в предыдущих параграфах соотношения позволяют перейти к рассмотрению основного показателя системы «концентратор - приемник» – общего КПД процесса преобразования падающего на отражатель солнечного излучения в тепло:

$$\eta_{K-II} = \frac{Q_{пол}}{Q_0} \quad (4.44)$$

где  $Q_0 = E_c \Pi R_K^2$ .

Подставляя в это уравнение значение  $Q_{пол}$  из (4.41), после преобразований можно прийти к следующему выражению:

$$\eta_{K-II} = \bar{\alpha}_{II} \left[ R_3 \left( 1 - e^{-C' r_{BX}^2} \right) - \frac{\theta_{II} \sigma T_{II}^4}{E_c} r_{BX}^{-2} \right] \quad (4.45)$$

где  $C' = (\text{мдин})^2 \sin^2 U_K$  – геометрический параметр;  $\bar{r}_{BX} = \frac{r_{BX}}{R_K}$  – относительный радиус входного отверстия приёмника.

Как следует из уравнения (4.45), при заданных параметрах концентратора ( $U_K, R_3, h_{дин}$ ), оптических свойствах ( $\alpha_{II}$ ) и температуре стенок приемника ( $T_{II}$ ), основной величиной, определяющей баланс энергии в системе является относительный радиус входного отверстия  $\bar{r}_{BX}$ , который должен быть выбран таким, чтобы к. п. д. системы был максимальным. Оптимальное значение  $(\bar{r}_{BX})_{opt}$  можно найти, определив производную  $\partial \eta_{K-II} / \partial \bar{r}_{BX}$  и приравняв ее нулю. В результате получим

$$(\bar{r}_{BX})_{opt} = \left( \frac{1}{C'} \ln \frac{R_3 C' E_c}{\theta_{II} \sigma T_{II}^4} \right)^{0,5} \quad (4.46)$$

Подстановка значения  $(\bar{r}_{BX})_{opt}$  в уравнение (4.45) дает следующее выражение для максимального к. п. д.

$$\eta_{K-II(\max)} = \bar{\alpha}_{II} \left[ R_3 - \frac{\theta_{II} \sigma T_{II}^4}{C'E_c} \left( 1 + \ln \frac{R_3 E_c}{\theta_{II} \sigma T_{II}^4} \right) \right] \quad (4.47)$$

Полученные зависимости позволяют определять параметры системы «концентратор— приемник», соответствующие оптимальному варианту по балансу лучистой энергии, т. е. обеспечивающие минимум лучистых потерь. Однако поскольку в уравнение (4.47) входят величины  $a_n$  и  $\theta_{II}$ , зависящие от площади входного отверстия приемника  $S_{ВХ}$ , расчет относительных параметров системы должен проводиться методом последовательных приближений. В качестве первого приближения принимается  $a_n = \theta_{II} = 1$ . Это дает возможность определить из уравнения (4.47) величину получить соответствующие ей значения  $R_K$  и  $z_{ex}$ . Второе приближение состоит в определении  $\eta_{K-II(\max)}$  уже по уточненным значениям  $\theta_{II}$  и  $a_n$ , найденным с помощью полученного  $z_{ex}$  по уравнениям (4.33) и (4.37). При этом используется и заданная уравнением (4.43) площадь поверхности приемника  $S_{II}$ . Для приемлемой точности расчетов достаточно 2—3 приближений [15].

Задавшись фиксированными значениями  $U_K$ ,  $R_3$ ,  $a_n$  и  $T_{II}$ , можно рассчитать зависимость и  $R_K$  от  $h_{дин}$ , а используя выражения (4.21), (4.28) и (4.31), определить, как изменяются  $\eta_{K-II(\max)}$  и  $R_K$  в зависимости от точности ориентации  $\beta_m$  при различных точностях отражающей поверхности, характеризуемыми  $\sigma_K$  (рис. 4.10). Аналогичным образом можно исследовать и влияние других параметров на  $\eta_{K-II}$  и  $R_K$ .

Остановимся в заключение на важной особенности солнечного источника тепла в вопросе аккумулирования тепловой энергии. Последнее в значительной мере может повысить эффективность системы «концентратор приемник» в целом. Использование теплового аккумулятора позволяет отказаться вспомогательных источников электроэнергии и избежать многократных отключений преобразователей тепла при попадании КА в тень Земли или других планет. Существенно также и то, что оказывается возможным сохранение постоянного теплового режима работы преобразователей различных типов вне зависимости от освещенности КА.

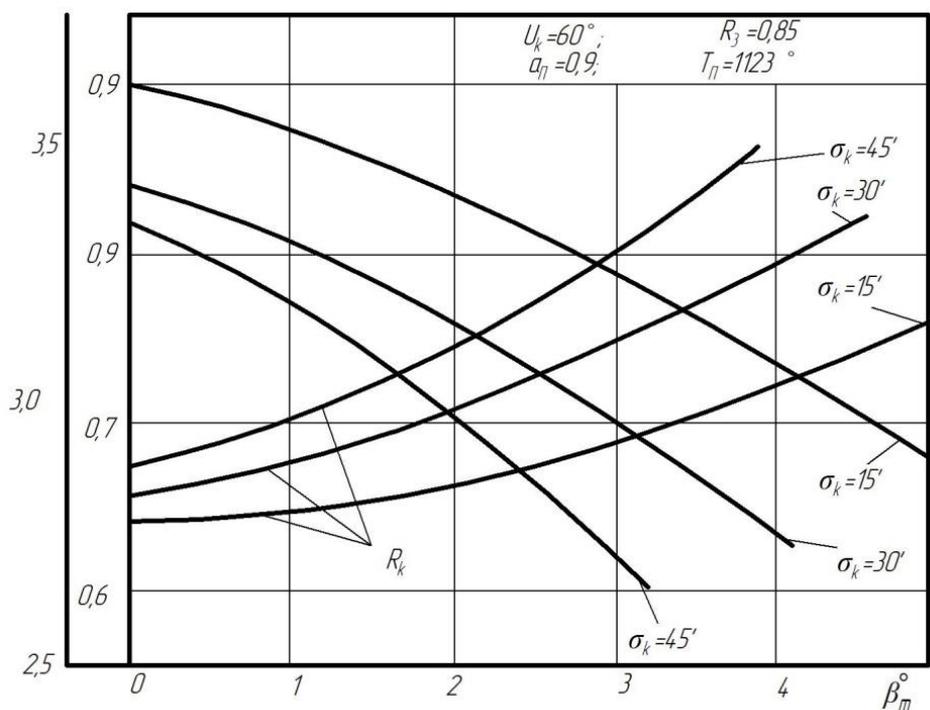


Рисунок 4.10– Зависимости максимального КПД системы «концентратор-приемник» и оптимального радиуса концентратора от  $\beta_m$  и  $\sigma_k$

Аккумуляция теплоты может осуществляться за счет теплоемкости веществ, теплоты плавления или испарения, термохимических реакций, теплоты растворения, адсорбции, сублимации и т. п. По ряду, соображений, наиболее подходящим для использования в тепловых аккумуляторах СТЭУ следует считать, процесс плавления. Принцип работы теплового аккумулятора с использованием скрытой теплоты фазового перехода (плавления и затвердевания) заключается в следующем: В освещаемый период обращения КА теплота от приемника лучистой энергии теплопроводностью или с помощью теплоносителя подводится к аккумулирующему теплоту веществу, которое при этом постепенно расплавляется. В период отсутствия освещенности преобразователю передается теплота, запасенная в расплавленном веществе и выделяющаяся в процессе его затвердевания. Основные требования к аккумулирующему теплоту веществу заключаются в следующем:

1) обеспечение максимальной температуры цикла рабочего процесса преобразователя теплоты, для чего необходимо иметь соответствующую температуру фазового перехода;

2) высокая теплота плавления;

3) возможность длительного использования (термическая стабильность и т. д.). Для максимальных температур рабочего процесса преобразователей теплоты порядка  $600\div 700^\circ\text{C}$  в наибольшей степени перечисленным требованием удовлетворяет гидрид лития. При температурах  $850\div 900^\circ\text{C}$  – фторид лития или фторид натрия. При еще более высоких температурах могут применяться окислы некоторых металлов ( $\text{Al}_2\text{O}_3$ ) или их смеси ( $\text{MgO} + \text{BeO}$ ).

#### ***4.7.5 Геометрия радиаторов – излучателей космических аппаратов***

На борту космического аппарата есть ряд технических систем, нуждающихся в отводе теплоты. Прежде всего это энергетическая установка, при работе которой должна отводиться тепловая мощность

$$N_{T2} = (1 - \eta_{\text{ЭУ}}) \cdot N_{T1} \quad (4.48)$$

Поскольку эффективный к. п. д. энергетической установки  $\eta_{\text{ЭУ}}$  любого типа, в лучшем случае, не превосходит  $\sim 20\text{—}25\%$ , то отводимая мощность  $N_{T2}$  составляет не менее 75% от выделяемой источником тепла  $N_{T1}$ . Другим объектом теплоотвода является весь комплекс бортового оборудования и приборов, питаемых электроэнергией. Последняя в конечном счете почти полностью переходит в тепло, которое необходимо непрерывно отводить для поддержания заданного температурного уровня, определяемого работоспособностью аппаратуры. Наконец, на обитаемых космических аппаратах среди различных систем жизнеобеспечения весьма важную роль играет система терморегулирования, обеспечивающая в обитаемом отсеке температуру порядка  $15\text{—}25^\circ\text{C}$ .

Отвод теплоты с борта КА без затрат массы какого-либо рабочего тела может осуществляться только излучением.

Как известно, единичная плоская поверхность, имеющая температуру  $T_u$  и находящаяся в безграничном вакууме, лишенном каких-либо тел и источников теплоты, излучает, согласно закону Стефана – Больцмана,

$$\bar{N}_{и.т} = \frac{N_{и.т}}{S_{и}} = \varepsilon\sigma T_{и}^4 \quad (4.49).$$

Но при полетах в пределах солнечной системы необходимо дополнительно учитывать влияние лучистого теплообмена между рассматриваемой излучающей поверхностью и небесными телами: Солнцем и планетами. В результате рассматриваемая поверхность поглощает некоторую суммарную тепловую мощность  $q_{п\sigma}$ , которая зависит от расположения этой поверхности по отношению к небесным телам, а также от ее поглощательной способности  $a_i$ . Тепловая мощность, излучаемая единичной поверхностью, будет равно:

$$\bar{N}_{и.т} = \varepsilon\sigma T^4 - q_{п\sigma} = \varepsilon\sigma T^4 \left( 1 - \frac{\bar{q}_{п\sigma}}{T_{п}^4} \right), \quad (4.50)$$

где  $q_{п\sigma} = \frac{\bar{q}_{п\sigma}}{\varepsilon\sigma}$  - безразмерное отношение  $\frac{\bar{q}_{п\sigma}}{T_{п}^4}$  называется параметром окружающей среды. Для околоземных орбит при неупорядоченном положении излучающей поверхности величина  $q_{п\sigma}$  в среднем составляет (7-8)  $10^9 \text{ grad}^4$ . Поэтому при  $T_{и} \geq 600\text{K}$  параметр  $\frac{\bar{q}_{п\sigma}}{T_{и}^4}$  мал в сравнении с единицей, и излучаемую тепловую мощность допустимо определять по уравнению (4.49). Температура холодного контура всех тепловых энергоустановок, как правило, превышает 600 К. Но для многих видов бортовой аппаратуры, систем топливных элементов и, конечно, для обитаемого отсека допустимая температура намного ниже. Существует ряд

способов уменьшения  $q_{\text{пл}}$ . Прежде всего- это специальные так называемые селективные, покрытия излучающей поверхности, обладающие низкой поглотительной способностью  $\alpha_{\text{пл}} = 0,15—0,20$  и большой степенью черноты  $\varepsilon = 0,95-0,98$ . Можно также применять тепловую изоляцию охлаждаемых отсеков в направлении наибольших падающих лучистых потоков, а излучающую поверхность ориентировать параллельно этим потокам или в сторону, противоположную их направлению. Однако ориентация связана с затратами энергии, усложнением и увеличением массы КА. При особенно низкой потребной температуре порядка 300 К отводить теплоту излучением либо не представляется возможным, либо для этой цели требуется неприемлемо большая излучающая поверхность. В этом случае охлаждение может осуществляться двумя путями: повышением температуры излучающей поверхности с помощью холодильной машины или не излучением теплоты, а поглощением некоторыми веществами за счет теплоемкости, скрытой теплоты фазовых переходов и эндотермических химических реакций. Первый путь требует затрат мощности, а второй запаса поглощающих тепло веществ и поэтому не может применяться на длительно функционирующих КА. В силу особенностей теплового излучения рациональная форма излучающей поверхности получается иной, чем у устройств, работающих в условиях конвективного теплообмена в газовой или жидкой среде. Традиционная форма поверхностей радиаторов, у которых доминирующую роль играет конвективный теплообмен, это сравнительно короткие и толстые ребра. При излучении тепла подобная форма становится нецелесообразной: из-за взаимного облучения близко расположенных параллельных ребер их боковые грани почти не излучают тепло во вне. Эффективная излучающая поверхность оказывается эквивалентной плоской пластине, площадь которой практически равна проекции оребренной поверхности. Вместе с тем поверхность охлаждаемых устройств часто оказывается недостаточной для отвода необходимой тепловой мощности. Поэтому без оребрения обойтись нельзя, но форма ребер и их расположение должны быть таковы, чтобы

эффект взаимооблучения был по возможности низок (рис. 4.11). Оптимальные ребра получаются тонкими и высокими с уменьшающейся толщиной от основания к периферии. Полностью взаимооблучение отсутствует, когда имеются только два ребра, расположенные в одной плоскости (Рис. 4.11а). Но более выгодным по весу и габаритам оказывается большее число ребер (Рис. 4.11 б), несмотря на возникающее при этом взаимооблучение. Оптимальное число ребер близко к шести, благодаря чему схема на рис. 4.11 б используется на многих радиоизотопных энергоустановках с термоэлектрическими преобразователями тепла: SNAP-9А, SNAP-11, COMSAT. Часто охлаждаемый объект по форме близок к правильному многограннику (кубу, октаэдру и т. д.) или короткому цилиндру. Один из возможных видов оптимального оребрения таких объектов показан на рис. 4.11 в.

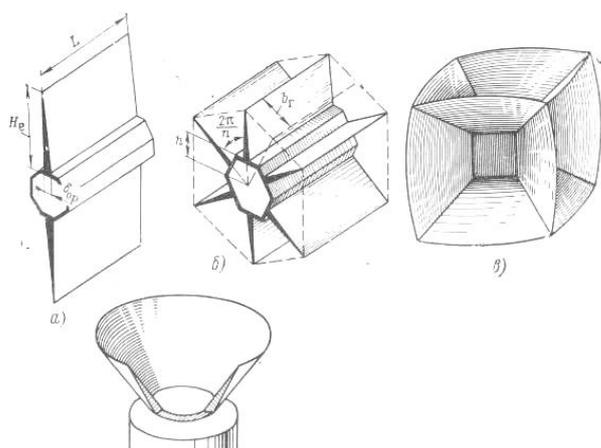


Рисунок 4.11 – Схемы оребрения охлаждаемых поверхностей тел различной формы

На многих энергоустановках теплоотвод осуществляется не непосредственно, а с помощью теплоносителей или тепловых труб. Теплоноситель – жидкость, пар или газ, направляется в выносной холодильник-излучатель. Форма последнего уже не связана с конфигурацией энергоустановки и расположением на ней излучающих поверхностей и может полностью подчиняться условиям оптимального излучения тепла.

Естественно предположить, что холодильник-излучатель должен представлять собой плоский прямоугольный канал, излучающий в обе стороны (рис. 4.12а). Взаимное облучение здесь полностью отсутствует. Эта простейшая схема холодильника-излучателя при заданных температуре теплоносителя и внешних условиях ( $q_{пг}$ ) излучает максимально возможную удельную тепловую мощность ( $\bar{N}_{ит}$ ). Потребная поверхность излучения  $S_{и}$  получается минимальной. Но при общей оценке эффективности холодильника – излучателя одного этого критерия недостаточно. Важным параметром является также масса, или, точнее, удельная масса излучателя, представляющая собой отношение массы к излучаемой тепловой мощности

$$\bar{M}_{и.т} = \frac{M_{п}}{N_{и.т}} \quad (4.51)$$

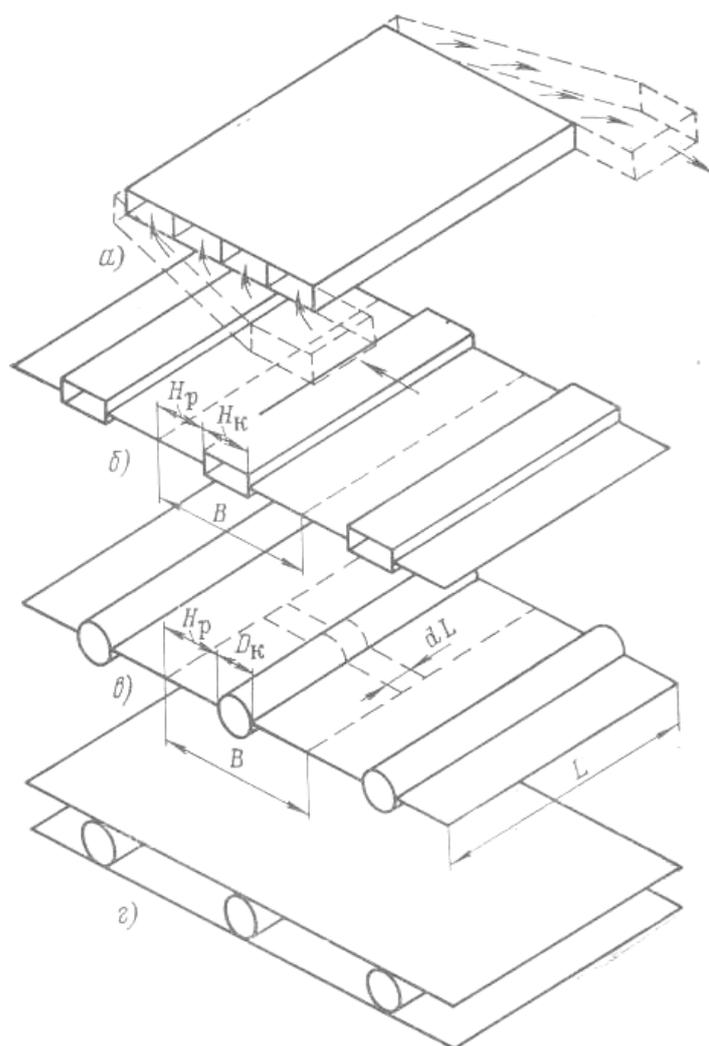


Рисунок 4.12- К обоснованию оптимальной схемы панели холодильника-излучателя

Попытаемся простыми рассуждениями наметить путь снижения удельной массы. Предположим, что каналы панели излучателя, изображенной на Рис. 4.12, а, раздвинуты на некоторое расстояние один от другого в одной плоскости и соединены тонкими ребрами, как показано на рис. 4.10, б. С увеличением высоты ребер  $H_p$  естественно возрастает излучаемая панелью тепловая мощность так как она складывается из мощностей, излучаемых и каналами и ребрами. Для сохранения условия  $N_{и.т} = \text{const}$  необходимо с увеличением  $H_p$  уменьшать либо длину панели  $L$  (вместе с каналами), либо число каналов, либо и длину и число каналов. Поскольку температура ребер по мере удаления от каналов падает, то единица поверхности ребер в среднем излучает меньшую тепловую мощность, чем единица поверхности каналов. (Вертикальные стенки каналов из-за взаимооблучения могут не учитываться). Поэтому при  $N_{и.т} = \text{const}$  панель на рис. 4.12 б должна иметь большую излучающую поверхность, чем панель на рис. 4.12, а.

Это очевидный недостаток схемы на рис.4. 12 б. Но вместе с тем единица площади ребер имеет существенно меньшую массу, чем единица поверхности, занятой каналами. Несмотря на неравенство (4.52), масса панели на Рис. 4.12, б может оказаться меньше массы панели на рис. 4.12, а. Кроме преимущества в массе схема на Рис. 4.12 б обладает еще одним достоинством. Поскольку часть тепловой мощности излучается ребрами, то при  $N_{и.т} = \text{const}$  площадь, занятая каналами у панели этой схемы, меньше площади панели на рис. 4.12 а. Поэтому для панели на Рис. 4.12 б вероятность попадания метеорита в стенку канала и, следовательно, вероятность пробоя этой стенки, при прочих равных условиях, меньше, чем для панели на рис. 4.12 а. Расчеты показывают, что при оптимальном ребрении поверхность  $(S_{и})_б$  превосходит поверхность  $(S_{и})_а$  примерно на 20—30%, а масса  $(M_{и})_б$  меньше массы  $(M_{и})_а$  примерно в 2-2,5 раза.

Благодаря этому схема холодильника-излучателя на рис. 4.12 б нашла в настоящее время широкое применение. На рис. 4.12, в и г показаны видоизменения этой схемы, не имеющие принципиальных отличий. За расчетную схему в дальнейшем будет принята трубчато-ребристая панель на рис. 4.12, в. Оптимизация по весу и габаритам теплоизлучающих устройств КА имеет очень большое значение, поскольку масса холодильников-излучателей составляет значительную долю массы энергоустановок до 40-60%.

#### 4.7.6 Геометрия и эффективность теплоизлучающих ребер

Рассмотрим ребро (рис. 4.13), широкое основание которого  $\delta_{OP}$  примыкает к охлаждаемому объекту. Тепло передается теплопроводностью к свободному концу ребра ( $\delta_{KP}$ ) и одновременно излучается верхней и нижней гранями. В частном случае излучающей может оказаться только одна из граней, как, например, на рис. 4.13 г.

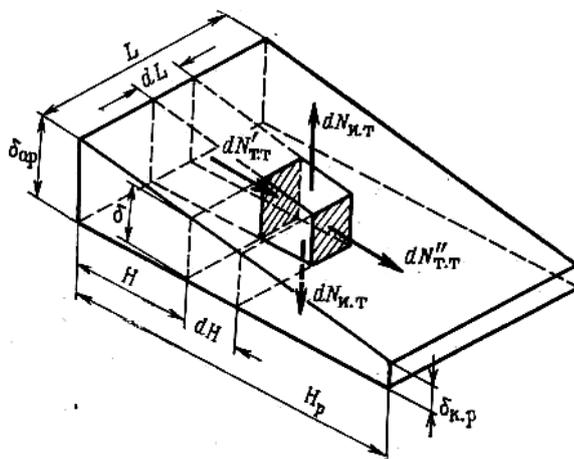


Рисунок 4.13- Тепловой баланс элемента ребра

Примем следующие условия:

1. Температура горячего основания ребра  $T_{0.p}$  постоянна во времени.
2. Тепло, излучаемое (вертикальными свободными гранями ребра, пренебрежимо мало.

3. Степень черноты поверхностей  $\varepsilon_p$  и коэффициент теплопроводности материала  $\lambda_p$  не зависят от температуры. Выделим внутри ребра элементарный объем  $\delta dHdL$  (см. рис. 4.13) и составляя тепловой баланс этого объема и совместно решая закон теплопроводности Фурье, теплового излучения с поверхности ребер элементарного выделенного объема позволяет получить:

$$\bar{\delta} \frac{\partial^2 T}{\partial H^2} + \frac{d\bar{T}}{dH} \cdot \frac{d\delta}{dH} = \left( \bar{T}^4 - \frac{\overline{q_{\Pi\Sigma}}}{T_{op}^4} \right), \quad (4.53)$$

где  $C = \frac{m\varepsilon_p\sigma T_{op}^3 H_p^2}{\lambda_p \delta_{op}}$  - безразмерный комплекс- параметр проводимости ребра, а:

$$\bar{H} = \frac{H}{H_p}; \bar{T} = \frac{T}{T_{op}}; \bar{\delta} = \frac{\delta}{\delta_{op}} - \text{безразмерные параметры.}$$

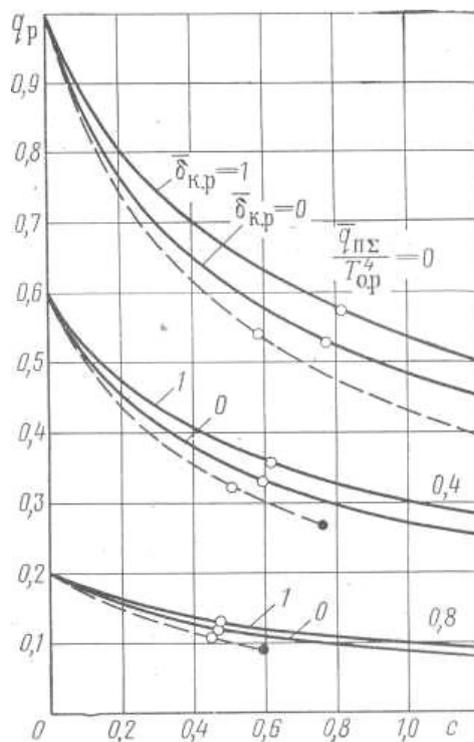
Полученное нелинейное дифференциальное уравнение 2-го порядка определяет закон изменения температуры по высоте ребра  $T=f(H)$  Это уравнение в квадратурах не интегрируется (за исключением некоторых частных случаев). Тепловая мощность, излучаемая ребром длиной  $dL$ , равна

$$d(N_{ит}) = m\varepsilon_p\sigma T_{op}^4 H_p dL \int_0^1 \left( \bar{T}^4 - \frac{\overline{q_{\Pi\Sigma}}}{T_{op}^4} \right) dH \quad (4.54)$$

$$\delta_p = \int_0^1 \left( \bar{T}^4 - \frac{\overline{q_{\Pi\Sigma}}}{T_{op}^4} \right) dH,$$

Это безразмерный интеграл называемый эффективностью ребра, оценивает уменьшение излучаемой тепловой мощности из-за падения температуры от основания к концу ребра и наличия поглощаемых ребром внешних тепловых потоков. На рис. 4.14 сплошными линиями приведены зависимости  $q_v$  от  $c_y$  полученные с помощью цифровой вычислительной машины при различных значениях  $\frac{\overline{q_{\Pi\Sigma}}}{T_{op}^4}$  для ребер постоянной толщины

( $\overline{\delta_{кр}}=1$ ) и треугольных ребер ( $\overline{\delta_{кр}}=0$ ). Параметры трапецевидных ребер ( $0 < \overline{\delta_{кр}} < 1$ ) занимают промежуточное положение и с достаточной для оценочных расчетов точностью могут быть определены линейной интерполяцией.



○ – точки, соответствующие ребрам минимальной удельной массы; ● – точки, соответствующие минимальной температуре конца ребра, имеющего постоянный градиент температуры

Рисунок 4.14 – Зависимости эффективности ребер от параметра проводимости и параметра окружающей среды

Расчеты показывают, что часто ребра минимальной удельной массы имеют очень малую толщину  $\delta_{op}$  - порядка долей мм. Это вызывает технологические затруднения и неприемлемо по условиям прочности и жесткости.

Треугольные ребра, при прочих равных условиях, имеют значительно меньшую удельную массу, чем прямоугольные. Поэтому треугольные ребра могут оказаться предпочтительнее. Прямоугольные ребра значительно

тяжелее треугольных и последние широко применяются при непосредственном охлаждении. Но в панелях холодильников-излучателей треугольные ребра должны соединяться вершинами. Это отрицательно сказывается на прочности и жесткости панелей. В связи с этим ребра панелей обычно выполняются прямоугольными.

#### **4.7.7 Определение потребной площади и минимальной удельной массы трубчато-ребристого холодильника-излучателя**

Начнем с введения некоторых упрощающих допущений. Из-за взаимооблучения трубок и ребер плоской панели, изображенной на рис. 4.13б, допустимо считать, что эффективной излучающей поверхностью является проекция панели на плоскость ребер. Вследствие этого элементарная тепловая мощность, излучаемая секцией панели шириной  $B$  и длиной  $dL$ , может быть представлена в следующем виде:

$$dN_{ит} = mK [D_K (N_{ит})_K + 2H_P (N_{ит})_P] dL \quad (4.55)$$

В качестве второго допущения примем  $T_K = T_{op}$ . Далее, будем считать одинаковыми степени черноты поверхностей канала и ребер  $\varepsilon_K = \varepsilon_P = \varepsilon$ .

С учетом этих допущений уравнение (4.55) приобретает следующий вид:

$$dN_{ит} = m\varepsilon\sigma T_K^4 B v_P \left( 1 - \frac{\overline{q_{ит}}}{T_K^4} \right) dL, \quad (4.56)$$

где

$$B = D_K + 2H_P$$

$$v_P = \frac{1 + \frac{2H_P}{D_K} \cdot \frac{q_P}{1 - q_P / T_K^4}}{1 + \frac{2H_P}{D_K}} \quad (4.57)$$

$v_P$  – коэффициент оребрения. Как видно,  $v_P < 1$ . При  $v_P = 1$  элементарная секция  $BdL$  (см. рис. 4.13, в) излучала бы максимально возможную при данных внешних условиях тепловую мощность как пластина с одинаковой температурой поверхности  $T_K$ .

Тепловая мощность, теряемая теплоносителем на элементарной длине секции  $dL$ , равна:

$$dN_{T_{\text{теп}}} = -cMdT_{\text{теп}},$$

где  $T_{\text{теп}}$  - текущая температура теплоносителя;  $c$  теплоемкость.

Тепловой поток от теплоносителя в стенку трубки определяется температурным напором  $T_{\text{теп}} - T_{\text{к}}$ :

$$dN_{T_{\text{СТ}}} = \alpha\pi D_{\text{к.вн}} (T_{\text{ТЕПЛ}} - T_{\text{к}}) dL, \quad (4.58)$$

где  $D_{\text{к.вн}}$  - внутренний диаметр трубчатого канала.

На установившемся тепловом режиме  $dN_{\text{ИТ}} = dN_{T_{\text{ТЕПЛ}}} = dN_{T_{\text{СТ}}}$ , что позволяет установить связь между  $T_{\text{ТЕПЛ}}$  и  $T_{\text{к}}$ .

$$m\varepsilon\sigma T_{\text{к}}^4 Bv_p \left( 1 - \frac{\overline{q_{\text{ПЭ}}}}{T_{\text{к}}^4} \right) = \alpha\pi D_{\text{к.вн}} (T_{\text{ТЕПЛ}} - T_{\text{к}}) \quad (4.59)$$

Эта взаимосвязь довольно сложная, учитывая зависимости  $v_p$  от  $T_{\text{к}}$  и  $\alpha$ , от коэффициента теплопроводности и критериальных параметров потока (чисел Рейнольдса, Нуссельта, Прандтля). Последние, в свою очередь, являются сложными функциями температуры.

Существенно, без большой погрешности, упрощает задачу предположение о том, что отношение  $\varphi = T_{\text{к}} / T_{\text{ТЕПЛ}}$  по длине секции  $L$  сохраняется неизменным и определяется по среднему значению температуры теплоносителя  $T_{\text{ТЕПЛ.СР.}} = (T_{\text{ТЕПЛ.ВХ.}} + T_{\text{ТЕПЛ.ВЫХ.}}) / 2$ . Тогда, из уравнения (4.59) получим:

$$\frac{1 - \varphi}{\varphi} = \frac{m\varepsilon\sigma T_{\text{ТЕПЛ.СР.}}^2 Bv_{\text{СР.}} \left( 1 - \frac{\overline{q_{\text{ПЭ}}}}{(\varphi T_{\text{ТЕПЛ.СР.}})^4} \right)}{\alpha_{\text{СР}}\pi D_{\text{квн}}} \quad (4.60)$$

Уравнение (4.60) несложно решить относительно  $\varphi$  с помощью двух-трех приближений.

Описанный метод используется для газообразных теплоносителей, имеющих сравнительно низкие значения коэффициента теплоотдачи  $\alpha$ . У жидкометаллических теплоносителей и конденсирующихся паров

коэффициент теплоотдачи превышает  $10^3$  Вт/м<sup>2</sup>-К. Коэффициент  $\varphi$  получается близким к единице и допустимо принять  $T_K = T_{ТЕПЛ}$ .

Приравняем правые части уравнений (4.54) и (4.56) и, используя соотношение для  $\varphi$  разделим переменные:

$$dL = \frac{-CM_{сек}}{m\varepsilon\sigma\varphi^4 Bv_p \left(1 - \frac{\bar{q}_{П\Sigma}}{(\varphi T_{ТЕПЛ})^4}\right)} \frac{dT_{ТЕПЛ}}{T_{ТЕПЛ}^4} \quad (4.61)$$

При рассмотрении правой части дифференциального уравнения следует иметь в виду, что коэффициент обребрения  $v_p$  также зависит от  $T_{ТЕПЛ}$  согласно уравнениям (4.57) и (4.60). Интеграл этой функции имеет сложный вид и неудобен для анализа и инженерных расчетов. Поэтому величины  $v_p$  и  $\frac{\bar{q}_{П\Sigma}}{(\varphi T_{ТЕПЛ})^4}$  примем постоянными и равными их средним значениям при средней температуре  $T_{к.ср}$ . Проинтегрируем правую и левую части уравнения (4.61) в пределах от входа в трубку до выхода, учитывая, что

$$N_{Т.теп} = N_{ИТ} = C_{ср} M_{сек} (T_{Тепл.вх} - T_{Тепл.вых}). \quad (4.62)$$

В результате интегрирования получим:

$$L = \frac{N_{ИТ} v_T}{m\varepsilon\sigma\varphi^4 Bv_{p,ср} T_{Тепл.вх}^4 \left[1 - \frac{\bar{q}_{П\Sigma}}{(\varphi T_{Тепл.ср})^4}\right]}, \quad (4.63)$$

где

$$v_T = \frac{\left(\frac{T_{Тепл.вх}}{T_{Тепл.вых}}\right)^3 - 1}{3\left(1 - \frac{T_{Тепл.вых}}{T_{Тепл.вх}}\right)}$$

безразмерный коэффициент определяющий длину секции излучателя  $L$  вследствие падения температуры теплоносителя и стенок трубки от входного

сечения к выходному. Зависимость  $\nu_T$  от отношения

температур  $\frac{T_{Тепл.вых}}{T_{Тепл.вх}}$  представлена на рис.4.15

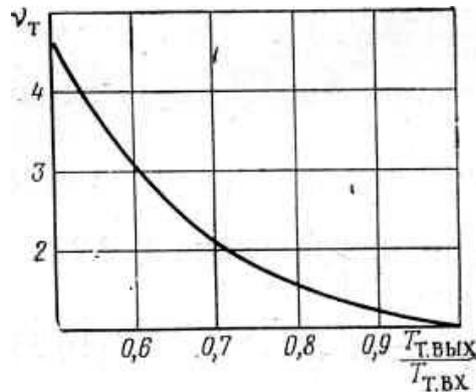


Рисунок 4.15- Влияние температуры теплоносителя на коэффициент  $\nu_T$

Произведение  $LB$  представляет собой площадь секции излучателя  $\bar{S}_{И.Т}$  см. рис. 4.13, в), а  $N_{ИТ}$  тепловую мощность, излучаемую этой секцией. Поскольку все секции излучателя находятся в одинаковых условиях, то удельная площадь секции

$$\bar{S}_{ИТ} = \frac{S_{И}}{N_{ИТ}} = \frac{1}{N_{ИТ}} \quad (4.64)$$

$$\bar{S}_{И.Т} = \frac{BL}{N_{И.Т}} = \frac{\nu_T}{m\varepsilon\sigma\varphi^4\nu_{P,cp}T_{Тепл.вх}^4 \left[ 1 - \frac{\bar{q}_{ПЭ}}{(\varphi T_{Тепл.ср})^4} \right]} \quad (4.65)$$

является одновременно удельной площадью холодильника-излучателя в целом (4.65). По величине  $\bar{S}_{И.Т}$  и заданной излучаемой тепловой мощности находится потребная абсолютная площадь холодильника-излучателя. Удельная площадь  $\bar{S}_{И.Т}$  минимальна и равна удельной площади пластины с температурой поверхности  $T_{Тепл.вх}$ . При  $\varphi = \nu_{P,cp} = \nu_T = 1$ . В общем случае  $\varphi$  и  $\nu_{P,cp}$  меньше единицы, а  $\nu_T > 1$ . Но в частных случаях коэффициенты  $\varphi$  и  $\nu_T$  могут равняться единице. Например, для жидкометаллических теплоносителей и конденсирующихся паров с большим значением коэффициента теплоотдачи, как отмечалось,  $\varphi > 1$ . Для газообразных теплоносителей  $\varphi = 0,95-1-0,97$ , что при прочих равных условиях приводит

к увеличению  $\bar{S}_{и.т}$  примерно на 15—20%. Коэффициент  $\nu_T > 1$  для теплоносителей, не изменяющих агрегатного состояния. Уменьшить разность  $(T_{Тепл.вх} - T_{Тепл.вых})$  можно увеличением расхода теплоносителя. Это снижает требуемую площадь излучателя, но повышает затраты на прокачку жидкого теплоносителя и увеличивает его массу. У газотурбинных установок, работающих по циклу Брайтона отношение  $\frac{T_{Тепл.вых.}}{T_{Тепл.вх}}$  определяется параметрами цикла. Обычно это отношение мало (не более 0,5-0,6), что является основной причиной большой удельной площади холодильников излучателей указанных установок. У паротурбинных установок с непосредственной конденсацией пара в трубках излучателя температура не изменяется и  $\nu_T = 1$ , если пренебречь переохлаждением конденсата. Коэффициент обребрения  $\nu_{р.ср}$  всегда меньше единицы. При оптимальной высоте ребер  $H_{р.опт}$  (это понятие – рассматривается ниже) коэффициент  $\nu_{р.ср}$  находится в пределах  $\sim 0,7—0,8$ . Перейдем к оценке другого важного показателя холодильника-излучателя – удельной массы, определяемой уравнением:

$$\bar{M}_{и.т} = \frac{S_{и.т}}{N_{и.т}} = \bar{S}_{и.т} \cdot M_{и.с} \quad (4.67)$$

где  $M_{и.с}$  – масса единицы площади сечения

$$M_{и.с} = \frac{\frac{\pi}{4} \cdot D_{к} \left\{ \left[ 1 - \left( \frac{D_{к.вн}}{D_{к}} \right)^2 \right] \cdot \rho_{к} + \left( \frac{D_{к.вн}}{D_{к}} \right)^2 \rho_{т} \right\} + \frac{2H_{р}}{D_{к}} \delta_{оп} \rho_{р} \int_0^1 \bar{\delta} d\bar{H}}{1 + \frac{2H_{р}}{D_{к}}}, \quad (4.68)$$

где  $D_{к.вн}$  – внутренний диаметр канала;  $\rho_{т}$ ,  $\rho_{к}$  и  $\rho_{р}$  – плотности теплоносителя, материалов канала и ребер соответственно. С увеличением высоты ребер  $H_{р}$  при данном диаметре канала  $D_{к}$  удельная площадь  $\bar{S}_{и.т}$  возрастает, а  $M_{и.с}$  уменьшается, асимптотически приближаясь к пределу, равному массе единицы площади ребра. Поэтому удельная масса  $\bar{M}_{и.т}$  сечения и излучателя в целом имеет минимум по  $H_{р}$  при  $D_{к} = \text{const}$ . Покажем это на примере ребер прямоугольного сечения, обычно используемых в холодильниках-излучателях. Примем следующие исходные параметры: трубки и ребра выполнены из нержавеющей стали,  $\lambda_{к} = \lambda_{р} = 28,1$  Вт/м  $\rho_{р} = \rho_{к}$

$= 7900 \text{ кг/м}^3$ ,  $D_K = 12 \text{ мм}$ ,  $D_{K, BK} = 10 \text{ мм}$ , теплоноситель эвтектический сплав К (77,2%') + Na,  $\rho_T = 736 \text{ кг/м}^3$ ,  $\varepsilon = 0,95$ ,  $\varphi = 1$ ,  $T_{\text{Тепл.вх}} = 870\text{К}$ ;  $T_{\text{Тепл.вых}} = 800\text{К}$   $\frac{q_{плз}}{T_{op}^4} = 0$

По уравнениям (4.65), (4.68) и рис. 4.12 можно построить зависимости  $\bar{S}_{илт}$  и  $\bar{M}_{илт}$  от  $H_p$  либо, при  $q_p = \text{const}$ , либо при  $\delta_p = \text{const}$ . В первом случае на линиях  $q_p = \text{const}$  можно отметить точками значения  $\delta_p$ , а во втором случае на линиях  $\delta_p = \text{const}$  значения  $q_p$ . Таким образом в координатах  $\bar{S}_{илт}$ ,  $H_p$  и  $\bar{M}_{илт}$ ,  $H_p$  получаются два семейства кривых:  $q_p = \text{const}$  и  $\delta_p = \text{const}$ , приведенные на (рис. 4.14) сплошными и пунктирными линиями соответственно. Из графиков следует, что выбор оптимальных значений  $\delta_p$  и  $H_p$  определяется компромиссом между удельной площадью и удельной массой холодильника-излучателя. Для рассмотренного случая можно рекомендовать, например,  $H_p = 9 \text{ мм}$  и  $\delta_p = 0,5 \text{ мм}$ , что соответствует  $q_p = 0,72$  и  $c = 0,36$  (точки а на рис. 4.14 а, б). При этом по сравнению с неоребреной панелью ( $Я_p = 0$ ) удельная площадь возрастает примерно на 20%, а удельная масса снижается приблизительно в 1,7 раза.

Вес и габариты излучателей существенно уменьшаются при изготовлении ребер не из стали, а из более легких и теплопроводных материалов (Al, Be). В частности, если в рассмотренном примере заменить стальные ребра на алюминиевые толщиной 0,7 мм, то при  $q_p = 0,20 \text{ мм}$  получим:

$$\bar{S}_{илт} = 2,16 \cdot 10^5 \text{ м}^2/\text{Вт}, \quad \bar{M}_{илт} = 1,7 \cdot 10^4 \text{ кг/Вт},$$

Также необходимо отметить некоторые особенности определения геометрических параметров излучателя. Излучение заданной тепловой мощности при заданных значениях температуры теплоносителя на входе и на выходе может быть обеспечено излучателями разной геометрии. Расчет возможных вариантов удобно начинать, задаваясь различными значениями диаметра трубки ( $D_K$  и  $D_{к.вн}$ ). Затем по графикам типа рис. 4.14 выбираются

соответствующие сочетания параметров ребра  $H_p$  и  $\delta_p$ . Еще одним варьируемым параметром может быть либо число секций –  $n_c$  либо длина панели, которые связаны очевидным соотношением:

$$S_{ИТ} = \overline{S}_{ИТ} \cdot N_{ИТ} = (D_K + 2H_p)n_c L \quad (4.69)$$

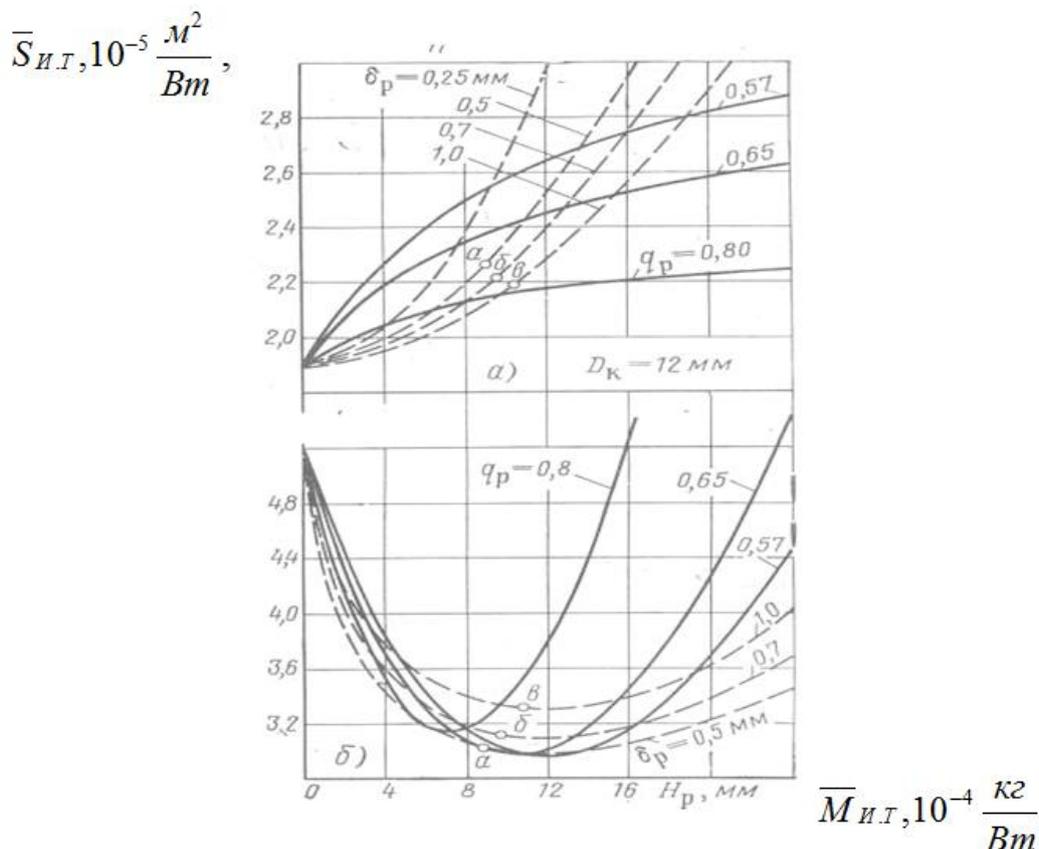


Рисунок – 4.16. Зависимости удельной площади и удельной массы холодильника-излучателя от высоты и толщины ребер

Для каждого из рассматриваемых сочетаний  $D_K$  и  $n_c$  находится скорость движения теплоносителя:

$$W = \frac{4M_{сек}}{\pi D_{K.вн.}^2 \rho_T n_c} = \frac{4N_{ИТ}}{\pi C_p (T_{Тепл.вх} - T_{Тепл.вых}) D_{K.вн.}^2 \rho_T n_c}, \quad (4.70)$$

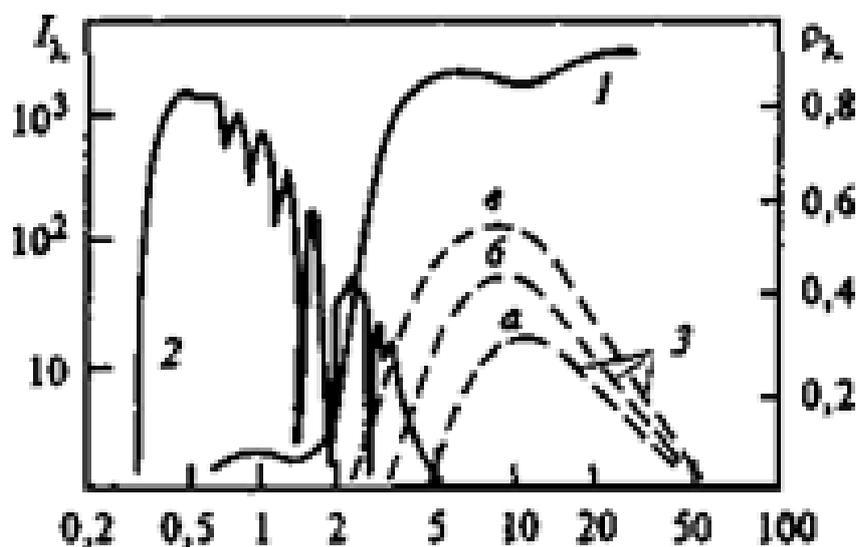
по которой можно определить критериальные параметры потока и произвести гидравлический и тепловой расчеты каналов. В результате определяются гидравлические потери и по уравнению (4.60) уточняется коэффициент  $\varphi$ , характеризующий температурный напор  $(T_{Тепл.вх} - T_{Тепл.вых})$ .

Поскольку коэффициент  $\varphi$  входит в уже использованное уравнение (4.61), то в случае необходимости делается второе приближение.

#### **4.7.8 Интенсификация лучистого теплообмена посредством селективных покрытий**

По избирательности оптических свойств различают четыре группы селективных покрытий:

- 1) собственные;
- 2) двухслойные, у которых верхний слой обладает большим коэффициентом поглощения в видимой области спектра и малым в ИК-области (инфракрасной), а нижний слой высоким коэффициентом отражения в ИК-области;
- 3) с микрорельефом, обеспечивающим требуемый эффект;
- 4) интерференционные. Собственной избирательностью оптических свойств обладает небольшое число известных материалов, например W,  $\text{Cu}_2\text{S}$ , HfC.



1 - коэффициент отражения селективной поверхности «черный хром»; 2 – спектр излучения Солнца при  $t = 2$ ; 3 – спектр излучения абсолютно черного тела при температурах: 30 (а), 40 (б) и 100 °C (в)

Рисунок 4.17- Коэффициент отражения селективной поверхности  
и спектров излучения Солнца и абсолютно черного тела

Таким образом, поверхность должна обладать селективными свойствами – хорошо поглощать коротковолновое излучение и хорошо отражать длинноволновое. На рис. 4.17 показаны спектры излучения Солнца и абсолютно черного тела в сравнении со спектром отражения селективного покрытия «черный хром». Наибольшее распространение получили двухслойные селективные покрытия. На поверхность, которой необходимо придать селективные свойства, наносится слой с большим коэффициентом отражения в длинноволновой области спектра, например медь, никель молибден, серебро, алюминий. Поверх этого слоя наносится слой, прозрачный для излучения в длинноволновой области спектра, но имеющий высокий коэффициент поглощения в видимой и ближней ИК-области спектра. Такими свойствами обладают многие оксиды. Простейший пример получения двухслойной селективной поверхности окисление поверхности металла. Двухслойная селективная поверхность возможна также в «обратном» варианте. Когда названные выше слои располагаются в обратном порядке, т.е. слой, отражающий длинноволновое излучение, сверху, а слой, поглощающий видимую и ближнюю ИК-области спектра, снизу, то верхний слой для видимой части спектра должен быть прозрачен (например,  $\text{SnO}_2$ ).

Селективность поверхности может быть обеспечена за счет чисто геометрических факторов: неровности поверхности должны быть больше длины волны света в видимой и ближней ИК-области спектра и меньше длины волны, соответствующей собственному тепловому излучению поверхности. Такая поверхность для первой из указанных областей спектра будет черной, а для второй зеркальной. Селективными свойствами обладают поверхности с дендритной или пористой структурой при соответствующих размерах дендритных игл или пор.

Интерференционные селективные поверхности образованы несколькими перемежающимися слоями металла и диэлектрика, в которых коротковолновое излучение гасится за счет интерференции, а длинноволновое свободно отражается.

В табл. 4.3 приведены состав и свойства некоторых селективных поверхностей.

Таблица 4.3. Селективные покрытия

Материал покрытия подложка	Коэффициент поглощения (температура, °C)	Коэффициент излучения $\epsilon$ (температура, °C)
Ge	0,61 (240)	0,54 (240)
Ge + SiO <sub>nn</sub> /Al	0,74(100)	0,01 (100)
Ge + SiO <sub>n</sub> , /Mi	0,84(100)	0,04 (100)
Ge + SiO <sub>n</sub> / Cr	0,90 (100)	0,11 (100)
Si- SiO <sub>n</sub> /Al	0,80(100)	0,05 (100)
SiO <sub>2</sub> +Ni/Ni	0,92(100)	0,07(100)
SiO <sub>2</sub> + MgO + Ni /Ni	0,90 (100)	0,05
SiO <sub>2</sub> + Al + SiO <sub>2</sub>	0,95	0,05
SiO/Cr/SiO (многослойная структура)	0,88	0,10
HfC	0,65(100)	0,10(100)
PbS	0,98 (240)	0,2 (240)
PbS + SiO <sub>nn</sub> /Al	0,78(100)	0,02 (100)
PbS + SiO <sub>n</sub> / Ni	0,86(100)	0,04 (100)
PbS + SiO <sub>nn</sub> /Cr	0,93(100)	0,12(100)
CuOj / Си (черная медь)	0,91 (100)	0,16(100)
Cr <sub>2</sub> O <sub>3</sub> + Co	0,90 (800)	0,5 (800)
Cr (CrO <sub>2</sub> )	0,80 (250)	0,15(250)

#### 4.8 Интенсификация теплообмена на борту космической станции на основе радиационных панелей и тепловых труб.

При разработке двухфазной СТР с раскрываемыми холодильниками-излучателями спутника связи с повышенной энерговооружённостью применён модульный принцип построения КА (разделение КА на модуль служебных систем (МСС) и модуль полезной нагрузки (МПН)). Большая часть выделяемой тепловой мощности приходится именно на МПН. Отвод тепловой энергии от МПН требует значительных радиационных поверхностей, которые в составе конструкции МПН и МСС, как правило,

создать затруднительно. Перенос тепла от оборудования МПН на радиационные поверхности осуществляется с помощью ТТ и контурных ТТ. Дополнительные радиационные поверхности выполнены в виде раскрываемых холодильников-излучателей. Панели, на которых установлено тепловыделяющее оборудование, которые выполняют функцию радиационных панелей, представляют собой сотовые панели с встроенными ТТ с конструкционным фитилем в виде продольных канавок. Раскрываемые холодильники-излучатели представляют собой сотовые панели со встроенными гладкими трубами, являющимися конденсатором контурных ТТ. С обеих сторон панели покрыты терморегулирующим покрытием ОСО-С. В сложенном состоянии раскрываемые холодильники-излучатели располагаются вдоль центральных панелей приборного оборудования, расположенных со стороны осей  $\pm Y$ . Для КА с выделением тепловой мощности от бортового оборудования 7,7 кВт принята пассивная СТР с использованием:

- встроенных ТТ на радиаторных панелях МСС (северной и южной);
- подсистемы ТТ, которая связывает в тепловом отношении северную, центральные и южную панели МПН;
- РХИ с подсистемой контурных ТТ;
- терморегулирующих покрытий;
- замещающих электрообогревателей (ЭО);
- экранно-вакуумной теплоизоляции.

Каждая панель МПН содержит по 16 ТТ, расположенных перпендикулярно оси X спутника. Такое расположение ТТ удобно для проведения наземной экспериментальной отработки, в частности при термовакuumных испытаниях. С целью повышения надежности СТР ТТ центральных панелей имеют тепловую связь с ТТ северной и южной панелей (рис.4.18).

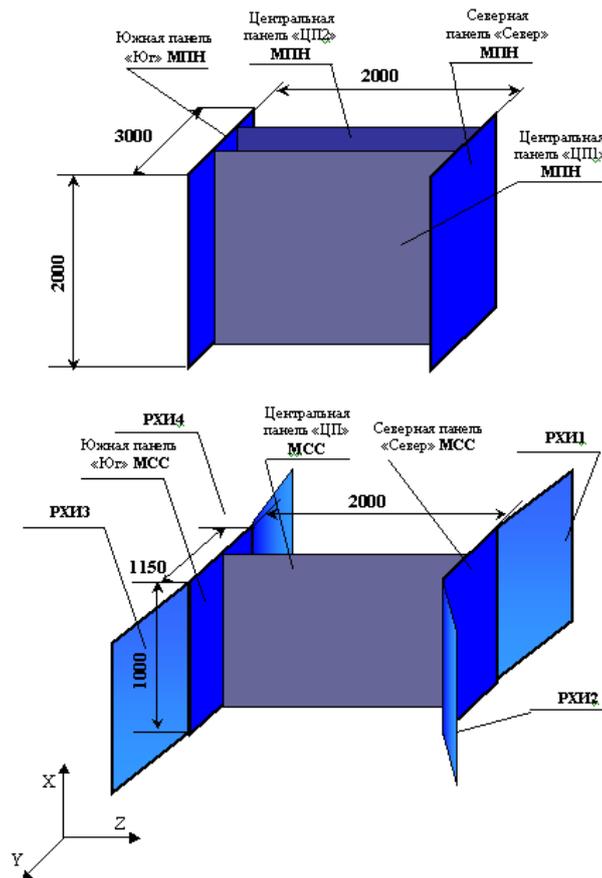


Рисунок 4.18 – Вариант компоновки спутника связи с повышенной энерговооружённостью

Выполняемые функции подсистемы ТТ и подсистемы контурных ТТ:

1) На центральных панелях МПН и МСС – отвод тепла от тепловыделяющих приборов, распределение тепла по площади этих панелей и перенос тепла на северные и южные панели МПН и МСС.

2) На северных и южных панелях МПН – получение тепла от центральных панелей, отвод тепла от приборов МПН, размещенных на панелях МПН «Север» и «Юг», распределение тепла по площади этих панелей для обеспечения требуемого частичного излучения тепловой энергии в космическое пространство, перенос и передача тепла контурной ТТ.

3) На северных и южных панелях МСС – получение тепла от центральной панели, отвод тепловой мощности от оборудования МСС, размещенных на панелях МСС «Север» и «Юг», распределение тепла по

площади этих панелей для обеспечения требуемого теплоотвода в космическое пространство.

4) Контурные ТТ – получение тепла от северных и южных панелей МПН и передача тепла раскрываемым холодильникам-излучателям РХИ1, РХИ2, РХИ3, РХИ4.

В общем виде тепловой интерфейс МПН изображен на рис. 5.2 (изображены связи по одной ТТ на каждой панели).

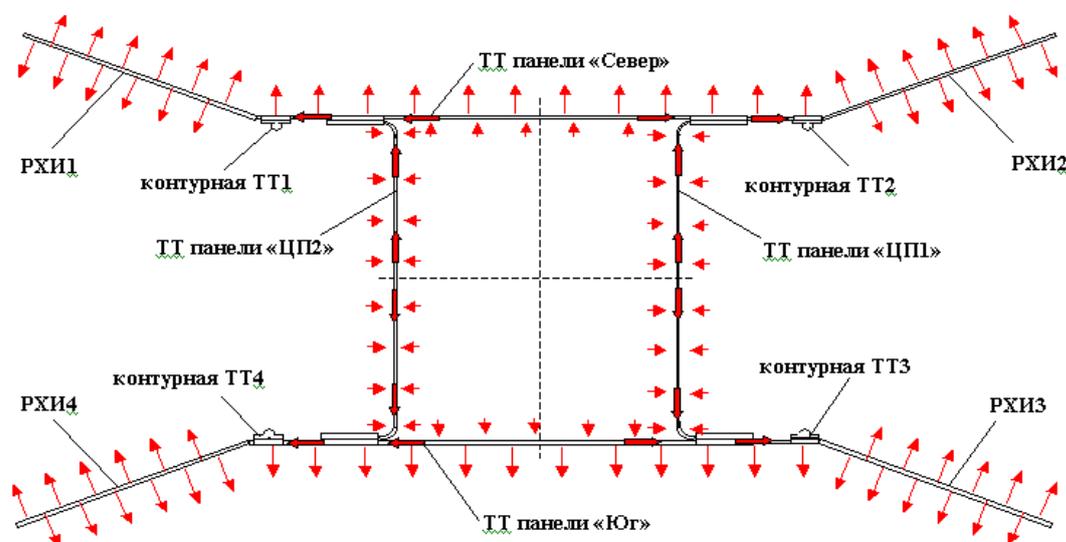


Рисунок 4.19 – Функциональная схема движения тепла в МПН и на раскрываемых холодильниках-излучателях

Тепло от тепловыделяющих приборов центральных панелей передается через теплопроводящую пасту, обшивку панели и теплопроводящий клей к П-образной ТТ, которая переносит тепло к ТТ северной и южной панелям, которые служат холодильниками-излучателями. Между ТТ тепло выравнивается по обшивке панели и сотозаполнителю. Вся длина ТТ, находящихся в сотовых панелях «Север» и «Юг» МПН, одновременно является зоной испарения и зоной конденсации (происходит передача тепла поперек ТТ от одной полки к другой), кроме зоны конденсации, где происходит передача тепла от ТТ к седлу капиллярного насоса (КН) контурной ТТ. КН контурной ТТ воспринимает тепло от четырех ТТ

северной или южной панелей МПН и переносит в конденсационные зоны, которые смонтированы в сотовые панели раскрываемых холодильников-излучателей, откуда происходит излучение тепловой энергии в космическое пространство. Движение тепла и тепловая связь на МСС аналогичны движению тепла и тепловой связи на МПН. Всё тепло сбрасывается в космическое пространство с северной и южной панелей МСС.

#### **4.9 Интенсификация лучистого теплообмена капельными излучателями**

Интенсификация лучистого теплообмена на новом типе космических излучателей, основанных на явлении радиационного охлаждения специальным образом сформированной мелко-дисперсной пелены рабочего тела, распространяющейся в космосе между генератором и гидросборником капельного холодильника-излучателя (КХИ). В настоящее время существует объективная необходимость увеличения энерговооруженности КА, предназначенных не только для исследования дальнего космоса, но и аппаратов, работающих на околоземных орбитах и выполняющих задачи мониторинга, связи, навигации и др. Существуют также проекты космических энергоустановок с мощностями от сотен киловатт до мегаватт. Однако принципиальной особенностью и трудностью на пути создания подобных систем является разработка устройства сброса тепла. Для получения приемлемых КПД космических энергетических систем необходим отвод тепла из низкотемпературной части цикла. Для сброса тепла от КА в настоящее время используются панели с жидкостными каналами или с тепловыми трубами. С увеличением мощности их масса составляет все более заметную долю в общей массе энергетической системы. Преимуществами таких конструкций являются простота и технологичность; недостатками – большая масса из-за метеоритной уязвимости. Генерация капельного потока горячего теплоносителя осуществляется методом вынужденного

капиллярного распада в генераторе капель. Распад инициируется возмущениями, источником которых могут являться, например, колебания пьезоэлемента, соединенного с генератором звуковой частоты. Выбор рабочего тела (теплоносителя) капельного холодильника-излучателя зависит от температурного режима и давления насыщения. При 300...450 К применяются кремнийорганические (силиконовые) и вакуумные масла, при более высоких температурах жидкие металлы. Важнейшей характеристикой радиатора является его удельная масса, т. е. масса,приходящаяся на единицу площади излучаемой поверхности. Самым влиятельным фактором, оказывающим воздействие на конструирование КХИ, является потеря массы в процессе испарения теплоносителя.

Капельные радиаторы могут применяться в широком диапазоне прикладных задач: отвод тепла в высокотемпературных тепловых двигателях, охлаждение фотоэлементов, отвод тепла от рефрижераторов, в которых температуры отвода тепла находятся в диапазоне 250-350 К. В дальнейшем мы будем рассматривать применение КХИ на маломощных КА дистанционного зондирования Земли. В случае отвода тепла при температурах порядка 300 К, для применения в КХИ, пригодно кремниевое диффузное масло Dow 705 (Dow Corning® 705). По сравнению с традиционными радиаторами-охладителями КХИ обладает существенными преимуществами:

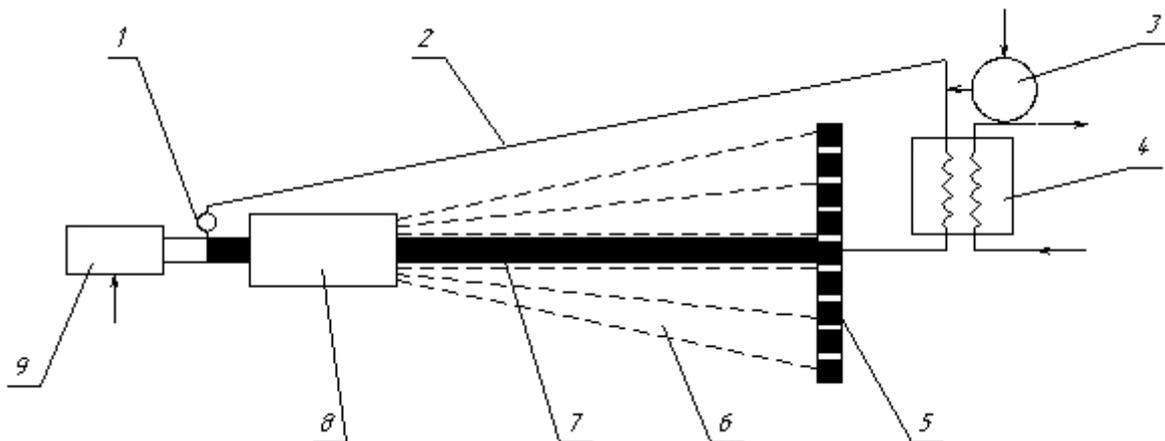
- излучающая поверхность защищена от прокола небольшими частицами и оружием направленной энергии;
- оптические коэффициенты излучающей поверхности практически постоянны;
- радиаторы КХИ легки, так как на данную излучающую площадь требуется незначительная масса жидкости, и для защиты от проколов и пробоин не требуется бронирование;

- радиаторы КХИ могут длительное время находиться в условиях требуемых температур, и они имеют минимальные потери от испарения.

В основе расчетов капельного слоя принимаются следующие допущения:

- потери рабочего тепла происходят, главным образом, за счет испарения и точности прицеливания;
- допустимая тепловая нагрузка радиатора принимается постоянной в течение всего срока службы;
- температура капель жидкости близка к температуре нижнего предела работоспособности охлаждаемой системы.

На рис. 4.20 представлена первоначальная конфигурация КХИ и основные его элементы. Жидкостно-жидкостный теплообменник (ЖЖТ) входит в рассматриваемую модель функционально, и его наличие зависит от типа системы обеспечения теплового режима (СОТР) и специфики полета КА.



1 – гидравлический насос; 2 – сливной трубопровод; 3 – подпитывающее устройство с запасом рабочей жидкости; 4 – жидкостно-жидкостный теплообменник; 5 – генератор многодисперсных капель теплоносителя; 6 – капельная пелена; 7 – силовая конструкция; 8 – вращающийся коллектор; 9 – электродвигатель.

Рисунок 4.20 – Принципиальная схема устройства капельного холодильника-излучателя

Распад струи жидкости на капли может происходить в соплах с диаметром не менее 4-5 мкм, при этом радиус капли в 2 раза превышает радиус сопла. Общее количество отверстий находится в прямой зависимости от следующих параметров КХИ: излучаемой мощности, массового расхода потока теплоносителя, размера капли, температуры и свойств материала капли. Расход потока через каждое сопло можно определить с помощью давления жидкости, плотности и параметров отверстий. Внедрение КХИ может дать возможность значительно снизить массу радиационных систем по сравнению с массами современных систем с тепловыми трубами или с излучателями с жидкостными контурами. Под действием давления рабочая жидкость из каждого отверстия генератора капель вытекает в виде сплошной струи, но ввиду присущей жидкости внутренней неустойчивости струя на расстоянии  $\sim 10$  см от места истечения автоматически распадается преобразователь, периодически действующий на истекающую струю, с высокой точностью определяет ее распад. Все образованные таким образом капли имеют одинаковую скорость в диапазоне 2...15 м/с. Поток капель можно точно направить в заданную точку. Были рассчитаны характерные времена начала разрушения для струи масла DC-704 и воды при  $T=300$  К. Для масла DC-704 и при диаметре невозмущенной струи 100 мкм оно составляет  $5 \cdot 10^{-2}$ -2 с [4, 7]. Впервые сведения о КХИ появились в американской печати в 80-х годах [1-7]. В 80-90 гг. (1988 -1993 гг.) ЦСКБ совместно с кооперацией (в частности, Институт ядерной энергетики АН БССР, Московский энергетический институт) согласно решению директивных органов должна быть проведена НИР «ФозТ-БН». В работах [9-14] рассмотрены перспективные системы отвода тепла в теплообменных устройствах космического назначения на основе капельных потоков. Предложены методы расчета характеристик КХИ, проведены разработка и экспериментальная отработка их основных элементов, обеспечивающих протекание рабочего процесса (в том числе космический эксперимент на орбитальном комплексе «МИР»[13]) в космосе и при реализации наземных

технологических процессов, основанных на использовании монодисперсного вещества. При рассмотрении излучения капельной пелены Конюхов Г. В. с соавторами [9-12, 14] предполагали, что пелена имеет форму прямоугольного параллелепипеда и состоит из движущихся в направлении продольной оси с постоянной скоростью монодисперсных сферических капель, имеющих определенную концентрацию в пелене и радиус. Пелена разбивалась на определенные ячейки. Капли излучают по закону Стефана-Больцмана. Интенсивность излучения определяется законом Планка. Использовано предположение о монохроматическом характере излучения капель.

Считалось, что энергия излучается ячейкой по случайным направлениям, а носителем энергии является некоторая модельная «частица», не имеющая массы и переносящая соответствующую порцию энергии. Движение «частицы» в пелене происходит с рассеиванием и поглощением на каплях, описываемых теорией Ми. В работах [9-12, 14] с помощью разработанных программ проведены расчеты по определению температурных и энергетических характеристик капельной пелены теплоносителя КХИ.

Математическая модель теплообмена рабочего тела (теплоносителя) КХИ подразумевает, что вблизи генератора струя не распадается на капли и пелена теплоносителя представляет собой отдельные сплошные струи, истекающие из большого количества отверстий в генераторе. С помощью генератора и гидросборника осуществляется формирование струйной пелены горячего теплоносителя. Пелена состоит из отдельных струй, количество которых определяется требуемой величиной отводимой тепловой мощности. Охлаждение рабочего тела происходит при движении струйной пелены от генератора к гидросборнику. Математическую модель теплообмена  $N$  рядов жидких струй, истекающих в космическое пространство, имеющего температуру  $T_0$  и степень черноты  $\varepsilon_0=1$ , предлагаем следующей. Космическое пространство как излучатель примем в виде неограниченной плоскости, отстоящей от каждой теплоотдающей поверхности струйной

пелены и излучающей по закону Стефана-Больцмана. При такой постановке задачу теплообмена теплоносителя и космического пространства можно рассматривать как задачу теплообмена излучением между неограниченной плоскостью 1 и  $n$  рядом труб 2 в параллельных плоскостях (рис. 4.21) [15].

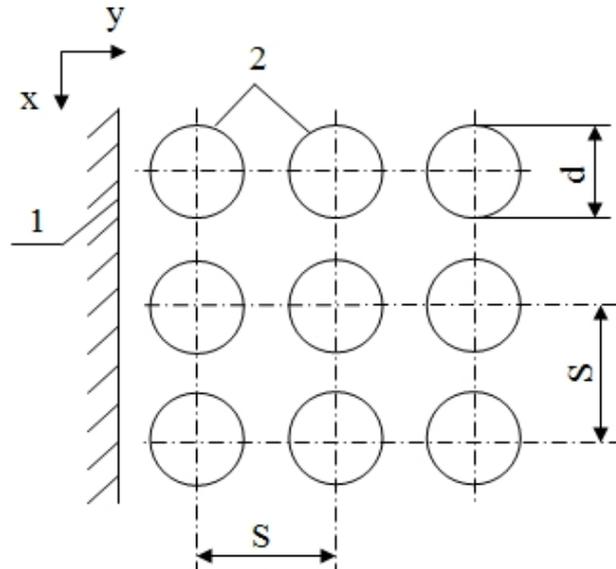


Рисунок 4.21 Схема взаимных поверхностей для расчёта коэффициентов облучённости

Угловой коэффициент системы  $\varphi_{12}$  для  $n$  рядов труб равен:

$$\varphi_{12} = 1 - \left(1 - \varphi'_{12}\right)^n \quad (4.71)$$

Здесь  $\varphi'_{12}$  - угловой коэффициент для одного ряда труб:

$$\varphi'_{12} = 1 - \sqrt{1 - \left(\frac{d}{S}\right)^2} + \frac{d}{S} \operatorname{arctg} \sqrt{\left(\frac{S}{d}\right)^2 - 1} \quad (4.72)$$

где  $d, S$  – соответственно диаметр и шаг труб.

Рассчитаем лучистый теплообмен между одним рядом труб и неограниченной плоскостью 1, параллельной ему. Температура и степень черноты плоскости  $T_1, \varepsilon_1$ , температура и степень черноты поверхности труб  $T_2$  и  $\varepsilon_2$ . Согласно свойству совмещаемости лучистых потоков вместо отстоящей от труб параллельной плоскости 1 можно рассматривать плоскость, касательную к трубам. Тогда эта плоскость совместно с поверхностями двух рядов стоящих труб образует замкнутую систему

AA<sub>1</sub>BC (рис. 4.22), для расчета которой можно воспользоваться формулой для приведенной степени черноты  $\varepsilon_{np}$ :

$$\varepsilon_{np} = \frac{1}{1 + \left(\frac{1}{\varepsilon_1} - 1\right) \varphi_{12} + \left(\frac{1}{\varepsilon_2} - 1\right) \varphi_{21}} \quad (4.73)$$

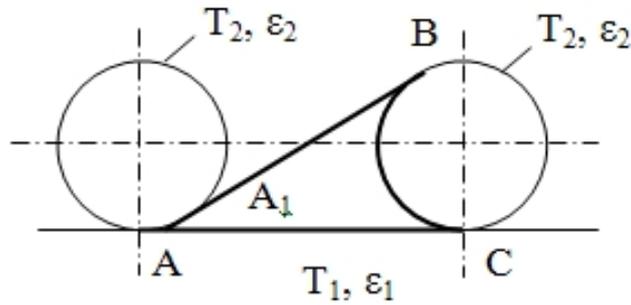


Рисунок 4.22 – К расчёту процесса излучением между плоскостью и рядом труб

Взаимная поверхность излучения, отнесенная к единице длины трубы, равна:

$$H_{12} = H_{21} = \varphi_{12} S = \varphi_{21} \pi d \quad (4.74)$$

$$\varphi_{21} = \frac{\varphi_{12} S}{\pi d} \quad (4.75)$$

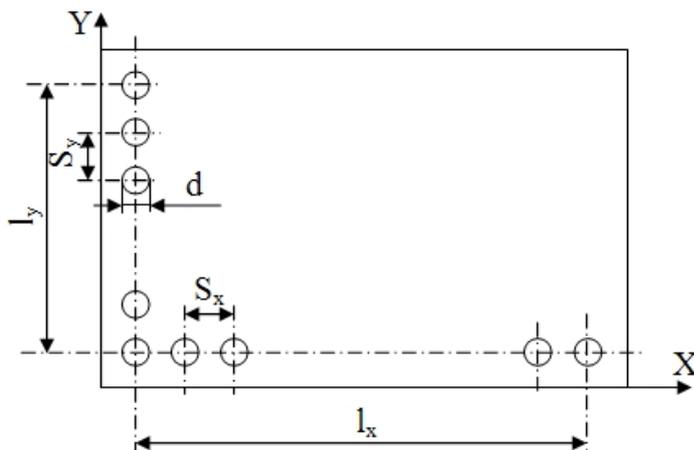
$$Q_{12} = \varepsilon_{np} \sigma_0 (T_1^4 - T_2^4) H_{12} \quad (4.76)$$

Здесь  $\sigma_0$  – постоянная Стефана-Больцмана,  $\sigma_0 = 5,6693 \cdot 10^{10} \text{ Вт}/(\text{м}^2 \text{ К}^4)$ ;

$Q_{12}$  – результирующий тепловой поток на единицу длины труб между плоскостью 1 и рядом труб 2, Вт/м.

При рассмотрении теплообмена пелены теплоносителя и космического пространства в прямоугольной системе координат  $X, Y, Z$  будем предполагать, что пелена имеет форму прямоугольного параллелепипеда и состоит из  $N_y$  рядов сплошных однорядных струй диаметром  $d$  в параллельных плоскостях, движущихся в направлении оси  $Z$  с постоянной скоростью  $w$  и истекающих в космическое пространство.  $N_x$  – количество

рядов струй в направлении оси  $X$ . Расстояние между струями по оси  $X$  равно  $S_x$ , по  $Y - S_y$ . В математической модели принимаем, что  $S_x=S_y=S$  (рис.4.23).



$l_x, l_y$  – расчётные размеры пелены в направлении ординатных осей  $X, Y$ ;

$$l_x = (N_x-1)S_x; l_y = (N_y-1)S_y$$

Рисунок 4.23 Поперечное сечение струйной пелены

Размеры пелены в направлении координатных осей  $X, Y, Z$  принимаем равными соответственно  $l_x, l_y, l_z$ . Температура струй на выходе из струйного генератора  $T_1$ , температура струй на входе в гидросборник  $T_2$ , текущая температура струи  $T_f=T(z)$ . Удельная теплоемкость жидкости  $c_p$ , коэффициенты излучения поверхности жидкой струи  $\varepsilon_2$  струйной пелены  $\varepsilon_{np}$ . Температуру пелены на входе в гидросборник  $T_2$ , текущую температуру пелены  $T_f$  по длине  $z$ , средние температуры  $T_f$  пелены на длине  $z$ , считая, что температура вдоль координатных осей  $X, Y$  равны, будем определять следующим образом (рис.4.24).

В случае, когда  $l_x, l_y$  намного меньше  $l_z$ , теплообменом со стороны боковых поверхностей пелены можно пренебречь. Рассмотрим более общую задачу с учетом теплообмена боковой поверхности пелены и космического пространства при температуре  $T_0$ . Выделим бесконечно малый отрезок пелены  $dz$  с боковой поверхностью  $2[(N_x-1)+(N_y-1)]Sdz$  и напишем для него уравнение теплового баланса:

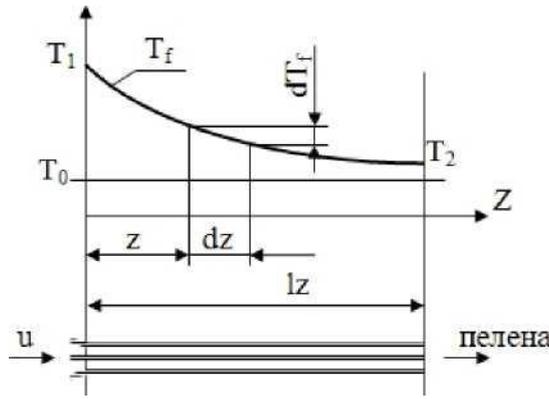


Рисунок 4.24 Схема изменения температуры струйной пелены  $T_f$  при охлаждении её в космосе при температуре  $T_0$

$$dQ = -Gc_p dT_f = 2\varepsilon_{np} \sigma_0 (T_f^4 - T_0^4) \varphi_{12} S \left[ (N_x - 1) + (N_y - 1) \right] dz \quad (4.77)$$

Следует отметить, что охлаждение пелены проводится с обеих сторон пелены.  $Q$  – количество тепла, сбрасываемое теплоносителем в космическое пространство в единицу времени, Вт;  $G$  – общий расход теплоносителя, кг/с;  $\sigma_0$  – постоянная Стефана-Больцмана, Вт/м<sup>2</sup>К<sup>4</sup>;  $\varphi_{12}$  – угловой коэффициент излучения между космическим пространством и струйной пеленой;  $S$  – расстояние между струями.

$$\text{Далее } Gc_p dT_f = 2\varepsilon_{np} \sigma_0 (T_f^4 - T_0^4) \varphi_{12} S \left[ (N_x - 1) + (N_y - 1) \right] S dz, \quad (4.78)$$

Обозначая

$$\frac{Gc_p}{2\varepsilon_{np} \sigma_0 (T_f^4 - T_0^4) \varphi_{12} S \left[ (N_x - 1) + (N_y - 1) \right] S} = A \quad (4.79)$$

$$\text{получим: } -dT_f = A (T_f^4 - T_0^4) dz, \quad (4.80)$$

Разделяя переменные и интегрируя найдём:

$$T_f = T_1 \sqrt[3]{\frac{Gc_p}{6\varepsilon_{np} \sigma_0 \varphi_{12} (l_x + l_y) T_1^3 z + Gc_p}}, \quad (4.81)$$

Среднее значение температуры теплоносителя на длине  $z$ :

$$\bar{T}_f = \frac{1}{6\varepsilon_{np} \sigma_0 \varphi_{12} (l_x + l_y) T_1^3 z} \cdot \sqrt[3]{Gc_p (\varepsilon_{np} \sigma_0 \varphi_{12} (l_x + l_y) T_1^3 z) + Gc_p}, \quad (4.82)$$

Из выражения для  $T_f$  (4.81) получаем длину пелены:

$$z = \frac{Gc_p (T_1^3 - T_f^3)}{6\varepsilon_{np}\sigma_0\varphi_{12}(l_x + l_y)T_1^3T_f^3} \quad (4.83)$$

Излучающая площадь пелены будет равна:

$$F = 2 (l_x + l_y) z. \quad (4.84)$$

Тепловой поток, сбрасываемый теплоносителем в космическое пространство:

$$Q = Gc_r (T_1 - T_f) \quad (4.85)$$

Тогда:

$$Q = \frac{3\varepsilon_{np}\sigma_0\varphi_{12}T_1^3T_f^3F}{T_1^2 + T_1T_f + T_f^2} \quad (4.86)$$

$$z = \frac{Q(T_1^2 + T_1T_f + T_f^2)}{6\varepsilon_{np}\sigma_0\varphi_{12}(l_x + l_y)T_1^3T_f^3} \quad (4.87)$$

$$\frac{Q}{F} = \frac{3\varepsilon_{np}\sigma_0\varphi_{12}T_1^3T_f^3}{T_1^2 + T_1T_f + T_f^2} \quad (4.89)$$

#### 4.10 Сложный теплообмен

Сложный процесс теплообмена представляет собой совокупность одновременно протекающих процессов теплопроводности, конвективного переноса тепла и теплового излучения. Например, теплообмен через воздушные прослойки осуществляется как за счет теплопроводности и конвекции, так и за счет лучистого переноса тепла. Одновременный перенос тепла за счет теплопроводности, конвекции и теплового излучения имеет место также в среде, заполняющей поры в пористых материалах. В высокотемпературных теплообменных устройствах наряду с конвекцией приобретает большое влияние лучистый теплообмен. В общем случае указанные процессы оказывают взаимное влияние друг на друга, но рассчитать это влияние весьма затруднительно.

Аналитические решения задач о совместном влиянии лучистого теплообмена и теплопроводности или конвекции базируются на совмещении соответствующих уравнениях переноса энергии. Практически расчет теплообмена при совместном действии теплового излучения и теплопроводности или конвекции часто производится с использованием понятия эффективной теплопроводности, эффективной теплоотдачи и эффективного теплового излучения. Эти методы состоят в замене коэффициентов теплопроводности и теплоотдачи некоторыми величинами, учитывающими лучистый перенос тепла

$$\begin{cases} \lambda_{\text{эфф}} = \lambda + \lambda_p; \\ \alpha_{\text{эфф}} = \alpha + \alpha_p, \end{cases} \quad (4.90)$$

где  $\lambda_p$  и  $\alpha_p$  – радиационные составляющие эффективных коэффициентов теплопроводности и теплоотдачи.

Радиационный коэффициент теплопроводности определяется по величине плотности лучистого потока, которую по аналогии с законом Фурье можно представить в виде зависимости

$$E = -\lambda_p \text{grad}T . \quad (4.91)$$

Радиационная составляющая коэффициента теплоотдачи также определяется по плотности лучистого потока, которую в этом случае представляют по аналогии с законом Ньютона – Рихмана:

$$q = \alpha_p \Delta T , \quad (4.92)$$

где  $\text{grad}T$  – температурный градиент;  $\Delta T$  – температурный напор между газом и поверхностью.

В обоих случаях процесс теплового излучения рассматривается как процесс теплообмена, сопутствующий теплопроводности и конвекции, которые приняты за основные процессы переноса.

Если в качестве основного процесса теплообмена принимается тепловое излучение, то влияние теплопроводности и конвекции учитывается соответствующим увеличением степени черноты газа  $\varepsilon$ . В этом случае потоки

тепла, переносимые за счет теплопроводности и конвекции, представляют по аналогии с законом лучистого теплообмена:

$$q_k = \varepsilon_k c_0 \left[ \left( \frac{T_r}{100} \right)^4 - \left( \frac{T_c}{100} \right)^4 \right] \quad (4.93)$$

откуда находится конвективная составляющая  $\varepsilon_k$  к приведенной степени черноты. Тогда приведенная степень черноты с учетом конвективного теплообмена представится суммой

$$\varepsilon_{эфф} = \varepsilon + \varepsilon_k \quad (4.94)$$

## 5 ТЕПЛОПЕРЕДАЧА ЧЕРЕЗ СТЕНКИ

Передача тепла от одной подвижной среды (жидкости или газа) к другой через разделяющую их однородную или многослойную твердую стенку любой формы называется **теплопередачей**. Теплопередача включает в себя теплоотдачу от более горячей жидкости к стенке, теплопроводность в стенке, теплоотдачу от стенки к более холодной подвижной среде.

### 5.1 Плоские стенки

Рассмотрим теплопередачу через однослойную и многослойную плоские стенки.

Пусть плоская однородная стенка имеет толщину  $\delta$  (Рис.5.1). Заданы коэффициент теплопроводности стенки  $\lambda$ , температура среды  $t_{ж1}$  и  $t_{ж2}$ , а также коэффициенты теплоотдачи  $\alpha_1$  и  $\alpha_2$ ; будем считать, что величины  $t_{ж1}$ ,  $t_{ж2}$ ,  $\alpha_1$  и  $\alpha_2$  постоянны и не меняются по поверхности и во времени. Это позволяет рассматривать изменение температуры жидкостей и стенки только в направлении, перпендикулярном плоскости стенки.

При заданных условиях необходимо найти тепловой поток от горячей жидкости к холодной и температуру на поверхностях стенки.

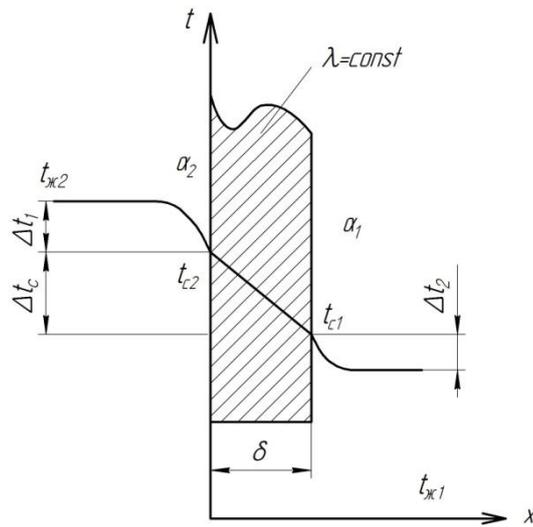


Рисунок 5.1 – Теплопередача через плоскую однослойную стенку.

Удельный тепловой поток от горячей жидкости к стенке определяется уравнением теплоотдачи:

$$q = \alpha_1 (t_{ж1} - t_{c1}). \quad (5.1)$$

При стационарном тепловом режиме тот же тепловой поток пройдет путем теплопроводности через стенку:

$$q = \frac{\lambda}{\delta} (t_{c1} - t_{c2}). \quad (5.2)$$

Тот же тепловой поток передается от второй поверхности стенки к холодной жидкости за счет теплоотдачи

$$q = \alpha_2 (t_{c2} - t_{ж2}). \quad (5.3)$$

Уравнения (5.1)-(5.3) можно записать в виде

$$\left\{ \begin{array}{l} q \frac{1}{\alpha_1} = t_{ж1} - t_{c1}; \\ q \frac{\delta}{\lambda} = t_{c1} - t_{c2}; \\ q \frac{1}{\alpha_2} = t_{c2} - t_{ж2}. \end{array} \right. \quad (5.4)$$

Сложив равенства (1.34) почленно, получим:

$$q \left( \frac{1}{\alpha_1} + \frac{\delta}{\lambda} + \frac{1}{\alpha_2} \right) = t_{ж1} - t_{ж2}.$$

Отсюда

$$q = \frac{t_{ж1} - t_{ж2}}{\left( \frac{1}{\alpha_1} + \frac{\delta}{\lambda} + \frac{1}{\alpha_2} \right)}, \text{ Вт/м}^2. \quad (5.5)$$

Обозначим:

$$k = \frac{1}{\left( \frac{1}{\alpha_1} + \frac{\delta}{\lambda} + \frac{1}{\alpha_2} \right)} \text{ Вт/м}^2 \text{ К}. \quad (5.6)$$

С учетом (5.6) уравнение (5.5) можно записать в следующем виде:

$$q = k(t_{ж1} - t_{ж2}) \text{ Вт/м}^2. \quad (5.7)$$

Величина  $k$  имеет ту же размерность, что и  $\alpha$ , и называется **коэффициентом теплопередачи**. Коэффициент теплопередачи характеризует интенсивность передачи тепла от одной среды к другой через разделяющую их стенку и численно равен количеству тепла, которое передается через единицу поверхности стенки в единицу времени при разности температур между теплоносителями в 1 градус.

Величина, обратная коэффициенту теплопередачи, называется **полным термическим сопротивлением** теплопередачи.

Полное термическое сопротивление однослойной стенки запишется:

$$R = \frac{1}{k} = \frac{1}{\alpha_1} + \frac{\delta}{\lambda} + \frac{1}{\alpha_2}. \quad (5.8)$$

Удельный тепловой поток через многослойную стенку, состоящую из  $n$  слоев, будет равен:

$$q = \frac{t_{ж1} - t_{ж2}}{\frac{1}{\alpha_1} + \sum_{i=1}^{i=n} \frac{\delta_i}{\lambda_i} + \frac{1}{\alpha_2} + \sum_{i=1}^{i=m} R_k} = k(t_{ж1} - t_{ж2}), \text{ Вт/м}^2. \quad (5.9)$$

Здесь  $R_{kj}$  – контактные термические сопротивления между слоями

## 5.2 Цилиндрические стенки

Рассмотрим однородную цилиндрическую стенку (трубу) с постоянным коэффициентом теплопроводности  $\lambda$ . Заданы: постоянные температуры подвижных сред  $t_{ж1}$  и  $t_{ж2}$  и коэффициенты теплоотдачи на внутренней и наружной поверхностях трубы  $\alpha_1$  и  $\alpha_2$  (Рис. 5.2).

Необходимо найти  $q_l$  и  $t_c$ . Будем полагать, что длина трубы велика по сравнению с толщиной стенки. Тогда потерями тепла с торцов трубы можно пренебречь, и при установившемся тепловом режиме количество тепла, которое будет передаваться от горячей среды к поверхности стенки, будет также проходить через стенку и отдаваться от стенки к холодной жидкости. Следовательно, для одного погонного метра трубы можно написать:

$$\left. \begin{cases} q_l = \alpha_1 \pi d_1 (t_{ж1} - t_{c1}); \\ q_l = \frac{\pi(t_{c1} - t_{c2})}{\frac{1}{2\lambda} \ln \frac{d_2}{d_1}}; \\ q_l = \alpha_2 \pi d_2 (t_{c2} - t_{ж2}). \end{cases} \right\} , q_l = \frac{Q}{l} \quad (5.10)$$

Отсюда следует

$$q_l = \frac{\pi(t_{ж1} - t_{ж2})}{\frac{1}{\alpha_1 d_1} + \frac{1}{2\lambda} \ln \frac{d_2}{d_1} + \frac{1}{\alpha_2 d_2}}, \text{ Вт/м.} \quad (5.11)$$

Обозначим:

$$k_l = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_1 d_1} + \frac{1}{2\lambda} \ln \frac{d_2}{d_1} + \frac{1}{\alpha_2 d_2}}, \text{ Вт/м} \cdot \text{К} \quad (5.12)$$

С учетом (5.12) уравнение (5.11) запишется

$$q_l = k_l \pi (t_{ж1} - t_{ж2}) \text{ Вт/м.} \quad (5.13)$$

Величина  $k$  называется **линейным коэффициентом теплопередачи**. Величина  $k_l$  численно равна количеству тепла, которое проходит через стенку

трубы длиной в 1 м в единицу времени от одной среды к другой при разности температур между ними в 1 град.

Величина  $R_l=1/k_l$ , обратная линейному коэффициенту теплопередачи, называется **линейным термическим сопротивлением** теплопередачи.

$$R_l = \frac{1}{k_l} = \frac{1}{\alpha_1 d_1} + \frac{1}{2\lambda} \ln \frac{d_2}{d_1} + \frac{1}{\alpha_2 d_2}, \text{ м} \cdot \text{К/Вт} \quad (5.14)$$

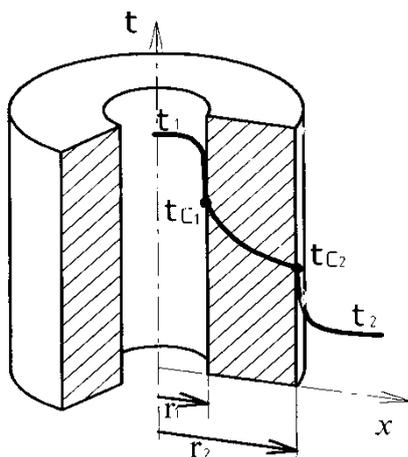


Рисунок 5.2 – Теплопередача через однородную цилиндрическую стенку

Если тепловой поток через однородную цилиндрическую стенку отнести к внутренней или наружной поверхности стенки, то получим плотность теплового потока, отнесенную к единице соответствующей поверхности трубы:

$$q_1 = \frac{Q}{\pi d_1 l} = \frac{k_l}{d_1} (t_{ж1} - t_{ж2}), \quad \text{Вт/м}^2;$$

$$q_2 = \frac{Q}{\pi d_2 l} = \frac{k_l}{d_2} (t_{ж1} - t_{ж2}), \quad \text{Вт/м}^2,$$

Или  $q_1 = k_1 (t_{ж1} - t_{ж2})$  и  $q_2 = k_2 (t_{ж1} - t_{ж2})$ ,

где:  $k_1 = \frac{k_l}{d_1}$  и  $k_2 = \frac{k_l}{d_2}$ ,

Последнее соотношение устанавливает связь между коэффициентом теплопередачи при отнесении теплового потока к единице длины цилиндрической стенки и к единице поверхности:

$$k_l = d_1 k_1 = d_2 k_2, \text{ вт/м} \cdot \text{град}.$$

Формулы же для  $k_1$  и  $k_2$  в развернутом виде имеют вид:

$$\left\{ \begin{array}{l} k_1 = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_1} + \frac{d_1}{2\lambda} \ln \frac{d_2}{d_1} + \frac{d_1}{\alpha_2 d_2}}, \text{ вт/м}^2 \cdot \text{град}; \\ k_2 = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_1} \frac{d_2}{d_1} + \frac{d_2}{2\lambda} \ln \frac{d_2}{d_1} + \frac{1}{\alpha_2}}, \text{ вт/м}^2 \cdot \text{град}. \end{array} \right. \quad (5.15)$$

Применительно к многослойной цилиндрической стенке Рис.5.3

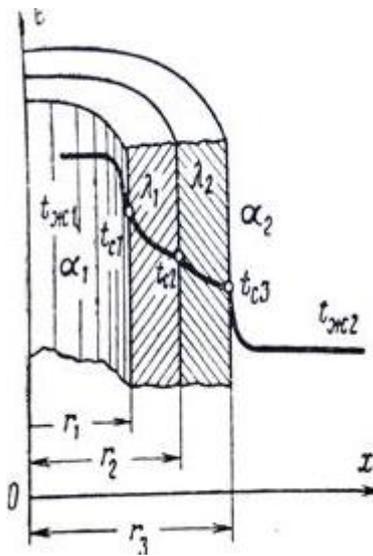


Рисунок 5.3- Теплопередача через многослойную цилиндрическую стенку

$$q_l = \frac{\pi(t_{\text{жс1}} - t_{\text{жс2}})}{\frac{1}{\alpha_1 d_1} + \sum_{i=1}^{i=n} \frac{1}{2\lambda_i} \ln \frac{d_{i+1}}{d_i} + \frac{1}{\alpha_2 d_{n+1}}}, \text{ Вт/м}, \quad (5.16)$$

или

$$q_l = k_1 \pi (t_{\text{жс1}} - t_{\text{жс2}}), \text{ Вт/м}. \quad (5.17)$$

Величина

$$\frac{1}{k_l} = R_l = \frac{1}{\alpha_1 d_1} + \sum_{i=1}^{i=n} \frac{1}{2\lambda_i} \ln \frac{d_{i+1}}{d_i} + \frac{1}{\alpha_2 d_{n+1}} \quad (5.18)$$

называется полным термическим сопротивлением многослойной стенки.

### 5.3 Интенсификация теплопередачи путем оребрения стенок

При передаче тепла через цилиндрическую стенку величина термических сопротивлений  $1/\alpha_1 d_1$  и  $1/\alpha_2 d_2$  определяется не только величиной коэффициентов теплоотдачи, но и размерами самих поверхностей. При передаче тепла через шаровую стенку влияние диаметров  $d_1$  и  $d_2$  сказывается еще сильнее, что видно из соотношений  $1/\alpha_1 d_1^2$  и  $1/\alpha_2 d_2^2$ . Отсюда следует, что если  $\alpha$  мало, то термическое сопротивление теплоотдачи можно уменьшить путем увеличения соответствующей поверхности. Такой же результат можно получить и для плоской стенки, если площадь поверхности увеличить путем оребрения. Последнее обстоятельство и положено в основу интенсификации теплопередачи за счет оребрения. При этом тепловые сопротивления станут пропорциональными величинам

$$\frac{1}{\alpha_1 F_1} \text{ и } \frac{1}{\alpha_2 F_2}.$$

Следует учесть, что при использовании метода оребрения нужно руководствоваться следующими соображениями: если  $\alpha_1 \ll \alpha_2$ , то оребрять поверхность со стороны  $\alpha_1$  следует до тех пор, пока  $\alpha_1 F_1$  не достигнет значения  $\alpha_2 F_2$ . Дальнейшее увеличение поверхности  $F_1$  малоэффективно. Ребристые поверхности изготавливаются или в виде сплошных отливок или отдельных ребер, прикрепленных к поверхности.

Строгое аналитическое решение задачи о распространении тепла в ребре связано со значительными трудностями. В основу математического решения кладут некоторые допущения, которые позволяют сравнительно простым путем получить нужное решение. Ниже рассмотрим метод решения задач о теплопроводности в ребрах простейших геометрических форм.

## 5.4 Теплопередача через оребренную плоскую стенку

Необходимо найти тепловой поток через плоскую ребристую стенку безграничных размеров. Стенка оребрена со стороны меньшего коэффициента теплоотдачи (Рис. 5.4).

Заданы постоянные значения коэффициентов теплоотдачи на неоребрённой поверхности стенки  $\alpha_1$ , гладкой части оребренной поверхности  $\alpha_c$  и на поверхности ребер  $\alpha_p$ . Заданы геометрические размеры ребер (Рис. 5.4) и температуры теплоносителей  $t_{ж1}$  и  $t_{ж2}$ .

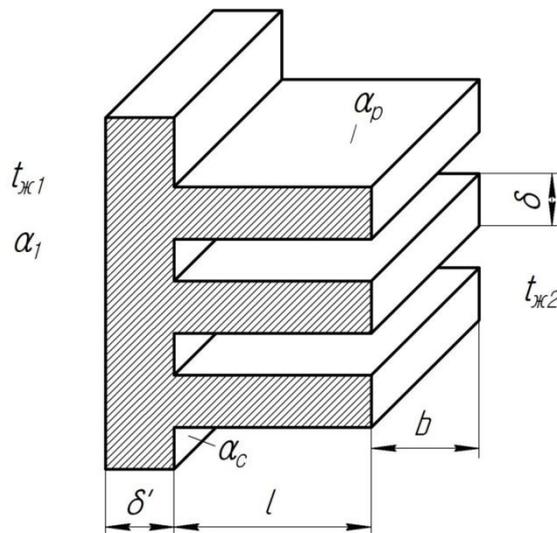


Рисунок 5.4 – Теплопередача через оребренную стенку

Тогда уравнение теплоотдачи для оребрѐнной стенки принимает вид:

$$Q_p = \alpha_p \mathcal{A}_p E, \text{ вт.} \quad (5.19)$$

Величина  $E = f(\frac{l}{\delta} \sqrt{2Bi})$  – называется коэффициентом эффективности ребра / / . Коэффициент эффективности ребра стремится к своему максимальному значению, равному единице, при  $\frac{l}{\delta} \sqrt{2Bi} \rightarrow 0$  (при заданных геометрических размерах ребра последнее возможно в случае, если  $\lambda \rightarrow \infty$ , т.е.  $Bi \rightarrow 0$ ).

Тепло, отдаваемое гладкой частью ребренной поверхности,

$$Q_c = \alpha_c \mathcal{G}_1 F_c, \text{ Вт.}$$

Общее количество тепла

$$Q = Q_p + Q_c = \alpha_p \mathcal{G}_1 F_p E + \alpha_c \mathcal{G}_1 F_c \quad (5.20)$$

или

$$Q = \alpha_{\text{пр}} \nu_1 F_{p.c.} \quad (5.21)$$

Из сопоставления (5.2) и (5.3) следует, что

$$\alpha_{\text{пр}} = \alpha_p E \frac{F_p}{F_{p.c.}} + \alpha_c \frac{F_p}{F_{p.c.}}. \quad (5.22)$$

Величина  $\alpha_{\text{пр}}$ , входящая в уравнение (7.22) называется приведенным коэффициентом теплоотдачи. Это такой усредненный коэффициент теплоотдачи ребристой стенки, который учитывает теплоотдачу поверхности ребра, поверхности гладкой части стенки и эффективность ребра.

Тогда для передачи тепла через ребристую стенку можно записать систему уравнений:

$$Q = \alpha_1 F_1 (t_{\text{ж1}} - t_{\text{с1}});$$

$$Q = \frac{\lambda}{\delta} (t_{\text{с1}} - t_{\text{с2}}) F_1;$$

$$Q = \alpha_{\text{пр}} (t_{\text{с2}} - t_{\text{ж2}}) F_{p.c.}.$$

Из этих уравнений получаем:

$$Q = \frac{t_{\text{ж1}} - t_{\text{ж2}}}{\frac{1}{\alpha_1 F_1} + \frac{\delta}{\lambda F_1} + \frac{1}{\alpha_{\text{пр}} F_{p.c.}}}, \text{ Вт.} \quad (5.23)$$

Если поток отнести к единице ребренной поверхности стенки, то

$$\frac{Q}{F_{p.c.}} = q_{p.c.} = \frac{t_{\text{ж1}} - t_{\text{ж2}}}{\frac{1}{\alpha_1} \frac{F_{p.c.}}{F_1} + \frac{\delta}{\lambda_1} \frac{F_{p.c.}}{F_1} + \frac{1}{\alpha_{\text{пр}}}} = k_{p.c.} (t_{\text{ж1}} - t_{\text{ж2}}), \text{ Вт/м}^2 \quad (5.24)$$

где

$$k_{p.c.} = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_1} \frac{F_{p.c.}}{F_1} + \frac{\delta}{\lambda_1} \frac{F_{p.c.}}{F_1} + \frac{1}{\alpha_{\text{пр}}}}, \text{ Вт/м}^2 \cdot \text{К,}$$

– коэффициент теплопередачи через ребристую стенку при отнесении теплового потока к оребренной поверхности.

Если тепловой поток отнести к неоребренной поверхности стенки, то получим:

$$\frac{Q}{F_1} = q_1 = \frac{t_{ж1} - t_{ж2}}{\frac{1}{\alpha_1} + \frac{\delta}{\lambda} + \frac{1}{\alpha_{пр}} \frac{F_1}{F_{p.c}}} = k_1(t_{ж1} - t_{ж2}), \text{ Вт/м}^2 \quad (5.25)$$

где

$$k_1 = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_1} + \frac{\delta}{\lambda} + \frac{1}{\alpha_{пр}} \frac{F_1}{F_{p.c}}}, \text{ Вт/м}^2 \cdot \text{К},$$

– коэффициент теплопередачи при отнесении теплового потока к неоребренной поверхности стенки.

Отношение оребренной поверхности  $F_{p.c}$  к гладкой  $F_1$  называется коэффициентом оребрения.

Влияние оребрения на коэффициент теплопередачи можно показать на следующем примере. Пусть  $\alpha_1=1000$  и  $\alpha_2=20$  Вт/м<sup>2</sup>·град. Предположим, что термическое сопротивление стенки  $\delta/\lambda$  мало им можно пренебречь, тогда

$$k_1^* = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_1} + \frac{1}{\alpha_{пр}} \frac{F_1}{F_{p.c}}}, \text{ Вт/м}^2 \cdot \text{К}.$$

Для плоской поверхности (коэффициент оребрения  $F_{p.c}/F_1$  равен единице) получим:

$$k_1^* = \frac{1}{\frac{1}{1000} + \frac{1}{20}} \approx 20 \text{ Вт/м}^2 \cdot \text{К}.$$

Если стенка имеет ребра с одной стороны, причем коэффициент  $F_{p.c}/F_1=2$ , то

$$k_1^* = \frac{1}{\frac{1}{1000} + \frac{1}{20} \cdot \frac{1}{2}} \approx 40 \text{ Вт/м}^2 \cdot \text{К}.$$

Следовательно, при заданных соотношениях коэффициентов теплоотдачи при оребрении плоской стенки со стороны малого  $\alpha$  с

коэффициентом оребрения  $F_{p,c}/F_1=2$  передача тепла увеличивается примерно в 2 раза.

### 5.5 Теплопроводность круглого ребра постоянной толщины

Ребра, имеющие переменное поперечное сечение по высоте, рассчитываются значительно сложнее, чем прямые ребра постоянного сечения. Рассмотрим расчет теплопроводности круглого ребра постоянной толщины (Рис. 5.5). Круглые ребра применяются при оребрении цилиндрических поверхностей (труб).

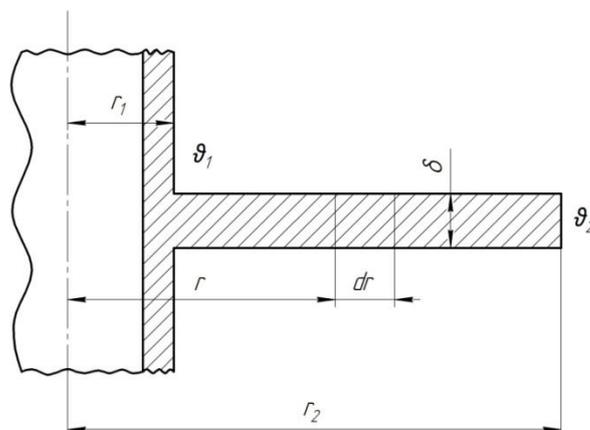


Рисунок 5.5 – Теплопередача через круглое ребро постоянной толщины

Заданы внутренний радиус ребра  $r_1$ , наружный  $r_2$ , толщина и коэффициент теплопроводности. Температура окружающей среды  $t_{ж}=\text{const}$ . Избыточная температура ребра

$$\vartheta = t - t_{ж}.$$

Заданы постоянный коэффициент теплоотдачи  $a$  на всей поверхности ребра и температура у основания ребра  $\vartheta_1$ .

Режим стационарный, и температура изменяется только по высоте ребра. Найдем для этих условий дифференциальное уравнение, которым описывается процесс теплопроводности в ребре. Составим уравнение баланса энергии для кольцевого элемента ребра толщиной  $dr$ :

$$Q_r - Q_{r+dr} = dQ \quad (5.26)$$

Находя составляющие уравнения (2.22), получаем дифференциальное уравнение следующего вида:

$$\frac{\partial^2 \mathcal{G}}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{d\mathcal{G}}{dr} - \frac{2\alpha}{\lambda\delta} \mathcal{G} = 0 \quad (5.27)$$

Обозначим  $\frac{2\alpha}{\lambda\delta} = m^2$ ,  $mr = z$  и  $\frac{1}{r} = \frac{m}{z}$ , тогда уравнение (5.27) после подстановки  $\frac{\partial \mathcal{G}}{dr} = \frac{\partial \mathcal{G}}{dz} m$  и  $\frac{\partial^2 \mathcal{G}}{dr^2} = m^2 \frac{d^2 \mathcal{G}}{dz^2}$  принимает вид:

$$\frac{\partial^2 \mathcal{G}}{dz^2} + \frac{1}{z} \frac{\partial \mathcal{G}}{dz} - \mathcal{G} = 0. \quad (5.28)$$

Уравнение (5.28) представляет собой уравнение Бесселя, имеющее общее решение вида

$$\mathcal{G} = C_1 I_0(z) + C_2 K_0(z) \quad (5.29)$$

где  $I_0(z) = I_0(mr)$  – модифицированная функция Бесселя первого рода нулевого порядка;

$K_0(z) = K_0(mr)$  – модифицированная функция Бесселя второго рода нулевого порядка;

Эти функции имеют следующие свойства:

при  $r=0$   $I_0(mr) = 1$  и  $K_0(mr) = \infty$ ;

при  $r = \infty$   $I_0(mr) = \infty$  и  $K_0(mr) = 0$ .

Постоянные  $C_1$  и  $C_2$  определяются из граничных условий.

Если теплоотдачей с торца круглого ребра пренебречь, то расчетные формулы будут иметь вид:

для текущей температуры в ребре

$$\mathcal{G} = \mathcal{G}_1 \frac{I_0(mr)K_1(mr_2) + I_1(mr_2)K_0(mr)}{I_0(mr_1)K_1(mr_2) + I_1(mr_2)K_0(mr_1)}; \quad (5.30)$$

для температуры на конце ребра

$$\mathcal{G}_2 = \mathcal{G}_1 \frac{I_0(mr_2)K_1(mr_2) + I_1(mr_2)K_0(mr_2)}{I_0(mr_1)K_1(mr_2) + I_1(mr_2)K_0(mr_1)} \quad (5.31)$$

для количества тепла

$$Q = -\lambda 2\pi r_1 \left( \delta \frac{d\vartheta}{dr} \right)_{r=r_1} = 2\pi r_1 \lambda \delta m \vartheta_1 \psi, \text{ Вт}, \quad (5.32)$$

где

$$\psi = \frac{I_1(mr_2)K_1(mr_1) - I_1(mr_1)K_1(mr_2)}{I_0(mr_1)K_1(mr_2) + I_1(mr_2)K_0(mr_1)}.$$

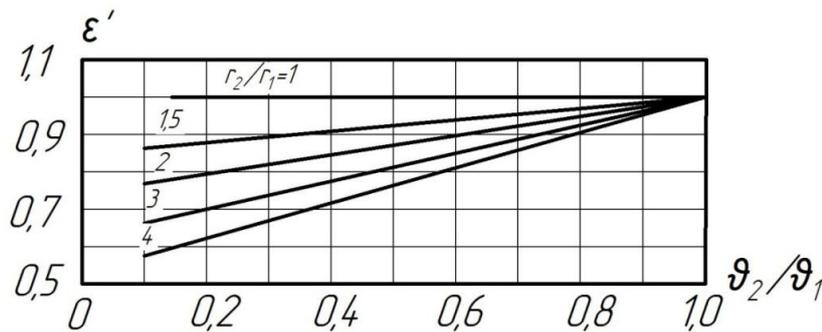


Рисунок 5.6 –  $\varepsilon' = f\left(\frac{\vartheta_2}{\vartheta_1}, \frac{r_2}{r_1}\right)$  вспомогательный график для расчета круглых ребер

постоянной толщины

При пользовании этими формулами теплоотдача с торца может быть учтена условным увеличением высоты ребра ( $r_2$ ) на половину толщины торца. Полученные формулы (5.30) – (5.32) громоздки и мало удобны технических расчетов. Поэтому для круглых ребер постоянного сечения, а также для различных прямых ребер переменного сечения расчет можно свести к расчету прямых ребер постоянного сечения. При этом количество тепла, которое будет отдаваться поверхностью круглого ребра постоянной толщины,

$$Q' = \varepsilon' F' q, \text{ Вт} \quad (5.33)$$

где  $Q'$  – количество тепла, отдаваемого круглым ребром;

$F'$  – поверхность круглого ребра;

$q=Q/F$  – количество тепла, отдаваемого в единицу времени единицей поверхности прямого ребра, толщина которого равна толщине круглого, а длина равна 1 м;

$\varepsilon' = f\left(\frac{\vartheta_2}{\vartheta_1}, \frac{r_2}{r_1}\right)$  – поправочный коэффициент, определяемый по кривым

на Рис. 5.6. Здесь  $\vartheta_2 / \vartheta_1$  – отношение температур на концах ребра, вычисленных по формулам для прямого ребра постоянного сечения.

Таким образом, вычислив температуру на конце ребра и плотность теплового потока для прямого ребра и подставив  $q$  и  $\varepsilon'$  в уравнение (5.33), получим значение теплового потока для круглого ребра.

## 5.6 Интенсификация теплопередачи путем увеличения коэффициентов теплоотдачи

Из уравнения теплопередачи:

$$Q = k F \Delta t, \text{ Вт,}$$

следует, что при заданных размерах стенки и температурах жидкостей величиной, определяющей теплопередачу, является  $k$ . Но поскольку теплопередача – явление сложное, то правильное решение можно найти только на основе анализа частных составляющих, характеризующих процесс. Так, например, если мы имеем дело с плоской стенкой, для которой

$$k = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_1} + \frac{\delta}{\lambda} + \frac{1}{\alpha_2}},$$

то при  $\frac{\delta}{\lambda} \rightarrow 0$  (можно принять для тонких стенок или с большим коэффициентом  $\lambda$ )

$$k' = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_1} + \frac{1}{\alpha_2}} = \frac{\alpha_1}{1 + \frac{\alpha_1}{\alpha_2}} = \frac{\alpha_2}{1 + \frac{\alpha_2}{\alpha_1}}. \quad (5.34)$$

Из уравнения (7.34) следует, что коэффициент теплопередачи не может быть больше самого малого  $\alpha$ . При  $\alpha_2 \rightarrow \infty$   $k'$  стремится к своему предельному значению  $\alpha_1$ . При  $\alpha_1 \rightarrow \infty$  коэффициент теплопередачи стремится к  $\alpha_2$ .

Проследим это на численных примерах.

а)  $\alpha_1 = 40$  и  $\alpha_2 = 5000 \text{ вт/м}^2 \cdot \text{град}$ ;

$\alpha_1 = 200$  и  $\alpha_2 = 10000 \text{ вт/м}^2 \cdot \text{град}$ .

По формуле(5.34) находим, что коэффициенты теплопередачи будут равны:

$k_1 = 39,7$  и  $k_2 = 39,8 \text{ вт/м}^2 \cdot \text{град}$ .

б)  $\alpha_1 = 80$  и  $\alpha_2 = 5000 \text{ вт/м}^2 \cdot \text{град}$ ;

$\alpha_1 = 200$  и  $\alpha_2 = 5000 \text{ вт/м}^2 \cdot \text{град}$ .

Для случая «б» находим, что коэффициенты теплопередачи становятся равными:  $k_1 = 78,8$  и  $k_2 = 192 \text{ вт/м}^2 \cdot \text{град}$ .

Из рассмотренного примера видно, что при  $\alpha_1 \ll \alpha_2$  увеличение большего из коэффициентов теплоотдачи ( $\alpha_2$ ) практически не дает увеличения  $k'$ . Увеличение меньшего из коэффициентов теплоотдачи ( $\alpha_1$ ) в 2 и в 5 раз дает увеличение  $k'$  почти во столько же раз.

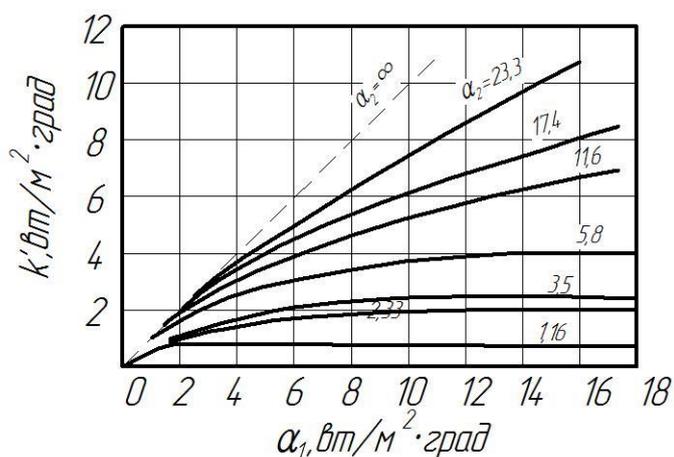


Рисунок 5.7 – Зависимость  $k' = f(\alpha_1, \alpha_2)$

На рис. 5.7 представлена зависимость  $k' = f(\alpha_1, \alpha_2)$  согласно формуле (7.34). Из графика следует, что при увеличении  $\alpha_1$  значение  $k'$  быстро растет до тех пор, пока не сравняется с  $\alpha_2$ . После того как  $\alpha_1$  станет больше  $\alpha_2$ , рост  $k'$  замедляется и при дальнейшем увеличении  $\alpha_1$  практически

прекращается. Следовательно, при  $\alpha_1 \ll \alpha_2$  для увеличения  $k'$  следует увеличивать  $\alpha_1$ , т. е. уменьшать большее из термических сопротивлений  $1/\alpha_1$ . Иначе говоря, при  $\alpha_1 \ll \alpha_2$ , увеличение  $k'$  возможно только за счет увеличения  $\alpha_1$ . Если  $\alpha_1 \approx \alpha_2$ , увеличение коэффициента теплопередачи возможно за счет увеличения любого из  $\alpha$ .

### 5.7 Интенсификация теплопередачи как способ тепловой защиты стенки

При рассмотрении процесса теплопередачи можно выявить влияние коэффициентов теплоотдачи на распределение температуры в стенке и сам уровень температуры. Вполне очевидно, что температурный напор между теплоносителем и стенкой обратно пропорционален (для плоской стенки) коэффициенту теплоотдачи  $\alpha$ . На Рис. 5.8 в масштабе температурной шкалы показано, как влияет уровень коэффициента теплоотдачи на температурный

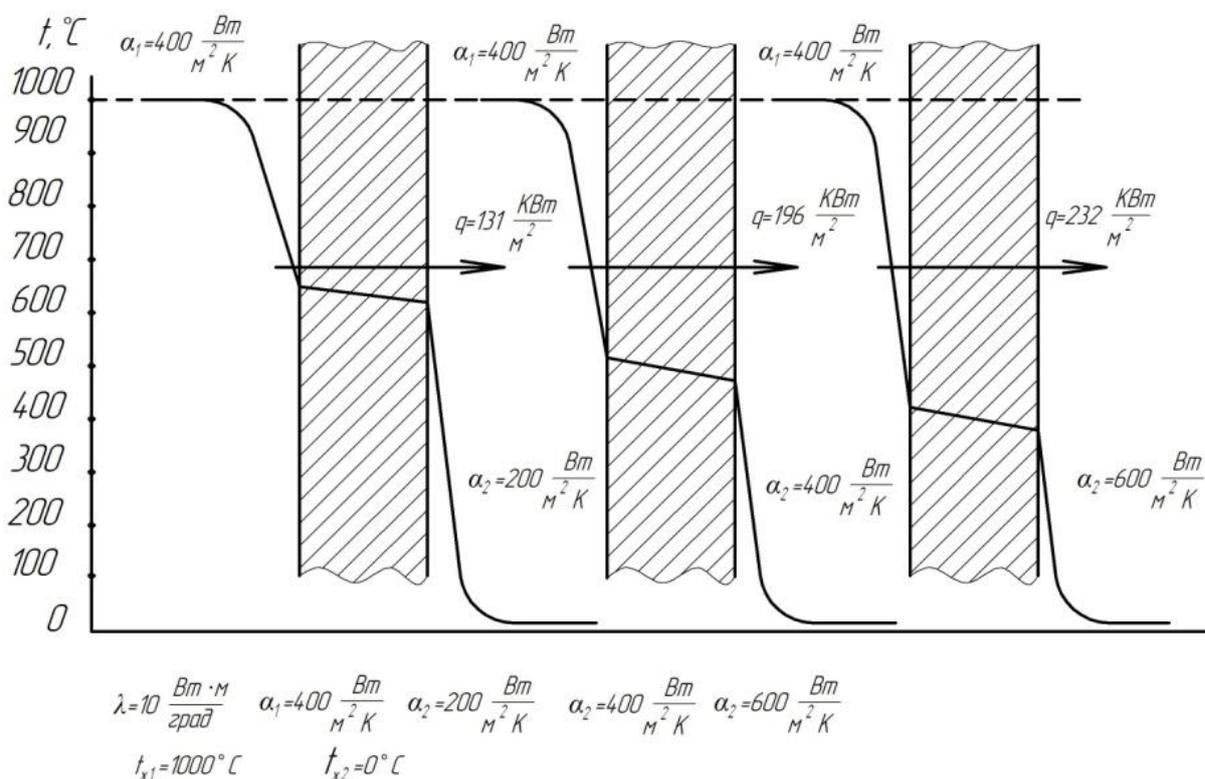


Рисунок 5.8 – Влияние интенсификации теплоотдачи со стороны одного из теплоносителей на тепловое состояние стенки при теплопередаче

напор между стенкой и теплоносителем и значения температуры на поверхностях  $t_{c1}$  и  $t_{c2}$ . Так, при заданных неизменных температурах  $t_{ж1}$  и  $t_{ж2}$ , толщине и теплопроводности стенки и постоянном значении коэффициента теплоотдачи  $\alpha_1$  увеличение коэффициента теплоотдачи со стороны холодного теплоносителя приводит к понижению температуры  $t_{c1}$  на поверхности с горячей стороны и снижению общей средней температуры стенки. Таким образом, изменяя интенсивность теплообмена с одной из сторон стенки можно существенно влиять на температурное состояние конструкции, снижать теплонапряженность узлов и деталей.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Исаченко В.П., Осипова В.А., Сукомел А.С. Теплопередача: учебник для вузов. – Изд. 3-е, перераб. и доп. – М.: Энергия, 1975. – 488 с.
2. Кутателадзе С.С. Основы теории теплообмена. – Изд. 5-е, перераб. и доп. – М.: Атомиздат, 1979.
3. Теория тепломассообмена / Под ред. акад. А.И. Леонтьева – М.: Изд-во МГТУ, 1997.
4. Г. Лаптев, Н.А. Николаев, М.М. Башаров Методы интенсификации и моделирования тепломассообменных процессов: учебно-справочное пособие. – М.: Теплотехник, 2011. – 335 с.
5. Коваленко Л.М., Глушков А.Ф. Теплообменники с интенсификацией теплоотдачи. – М.: Энергоатомиздат, 1986.
6. Колафтай Д. Д., Полямов В.В. Оптимизация теплообменников по эффективности теплообмена. — М.: Энергоатомиздат, 1986.

Учебное издание

*Белозерцев Виктор Николаевич,  
Бирюк Владимир Васильевич,  
Довгялло Александр Иванович,  
Некрасова Светлана Олеговна,  
Угланов Дмитрий Александрович,  
Сармин Дмитрий Викторович*

## **ИНТЕНСИФИКАЦИЯ ТЕПЛООБМЕНА**

*Учебное пособие*

Редактор Т.К. Кр е т и н и н а  
Компьютерная верстка Л.Р. Д м и т р и е н к о

Подписано в печать 6.11.2018. Формат 60x84 1/16.

Бумага офсетная. Печ. л. 13,0.

Тираж 25 экз. Заказ . Арт. – 2(Р5У)/2018.

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ  
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«САМАРСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ  
УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ АКАДЕМИКА С.П. КОРОЛЕВА»  
(САМАРСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)  
443086 Самара, Московское шоссе, 34.

---

Изд-во Самарского университета.  
443086 Самара, Московское шоссе, 34.



