

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ  
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«САМАРСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ  
УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ АКАДЕМИКА С.П. КОРОЛЕВА»  
(САМАРСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)

*Т.А. БАЯНДИНА*

# ДИНАМИКА ПОЛЁТА САМОЛЁТА. РАСЧЁТ ТРАЕКТОРИЙ И ЛЁТНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК

Рекомендовано редакционно-издательским советом федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего образования «Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П. Королева» в качестве учебного пособия для обучающихся по основным образовательным программам высшего образования по направлениям подготовки 24.03.04 Авиастроение, 25.03.02 Авионика, 25.03.01 Техническая эксплуатация летательных аппаратов и двигателей и специальности 24.05.07 Самолето- и вертолестроение

САМАРА  
Издательство Самарского университета  
2023

УДК 629.7.015(075)

ББК 39.57я7

Б345

Рецензенты: д-р техн. наук, проф. П. К. Кузнецов,  
д-р техн. наук, проф. И. А. Тимбай

*Баяндина, Тамара Александровна*

Б345 **Динамика полёта самолёта. Расчёт траекторий и лётных характеристик:** учебное пособие / Т.А. Баяндина. – Самара: Издательство Самарского университета, 2023. – 152 с.: ил.

**ISBN 978-5-7883-1935-3**

Пособие предназначено для обучающихся по направлениям подготовки и специальности «Самолёто- и вертолётостроение», «Авиастроение», «Техническая эксплуатация летательных аппаратов и двигателей», «Техническая эксплуатация авиационных электросистем и пилотажно-навигационных комплексов».

Излагается учебный материал по динамике полёта самолёта для обучающихся очной формы обучения. Пособие может быть использовано при курсовом и дипломном проектировании.

Приводятся необходимые сведения для расчёта траекторий движения и методы расчёта основных лётных характеристик самолёта: диапазона высот и скоростей, скороподъёмности, теоретического и практического потолков, дальности и продолжительности полёта, взлётной и посадочной дистанций.

Подготовлено на кафедре динамики полёта и систем управления.

УДК 629.7.015(075)

ББК 39.57я7

ISBN 978-5-7883-1935-3

© Самарский университет, 2023

# ОГЛАВЛЕНИЕ

<b>Введение</b> .....	6
<b>1 Уравнения движения самолёта</b> .....	8
1.1 Векторные уравнения движения .....	8
1.2 Основные системы координат, применяемые в динамике полёта летательных аппаратов.....	13
1.3 Взаимная ориентация систем координат.....	16
1.4 Условия разделения общего движения самолёта на движение центра масс и вращение вокруг центра масс.....	22
1.5 Уравнения движения центра масс самолёта в проекциях на оси траекторной системы координат .....	23
1.6 Уравнения движения центра масс самолёта в перегрузках .....	27
<b>2 Исходные данные для расчёта траекторий движения центра масс и лётных характеристик самолёта</b> .....	29
2.1 Условия полёта .....	29
2.2 Аэродинамические силовые характеристики самолёта....	30
2.3 Характеристики двигателей .....	37
<b>3 Установившиеся режимы полёта</b> .....	43
3.1 Расчёт лётных характеристик самолётов с турбореактивными двигателями в установившемся прямолинейном полёте без крена и скольжения методом тяг .....	43
3.2 Диаграммы потребных и располагаемых тяг. Характерные скорости установившегося прямолинейного горизонтального полёта и режимы полёта на диаграмме потребных и располагаемых тяг .....	45
3.3 Характерные режимы установившегося горизонтального полёта самолёта (первые и вторые режимы полёта).....	50

3.4 Область установившихся режимов горизонтального полёта (диапазон высот и скоростей) дозвукового самолёта с турбореактивными двигателями .....	52
3.5 Область установившихся режимов горизонтального полёта сверхзвукового самолёта .....	60
3.6 Расчёт скороподъёмности дозвукового самолёта с турбореактивными двигателями при квазиустановившемся наборе высоты. Статический потолок самолёта. Барограмма набора высоты .....	66
3.7 Область установившихся режимов горизонтального полёта самолёта с винтовыми двигателями .....	70
3.8 Расчёт скороподъёмности самолёта с ТВД .....	73
3.9 Установившееся снижение. Планирование самолёта .....	73
<b>4 Неустановившиеся квазипрямолинейные режимы полёта .....</b>	<b>77</b>
4.1 Энергетический метод расчёта лётных характеристик самолёта .....	77
4.2 Неустановившийся набор высоты .....	80
4.3 Неустановившееся снижение самолёта .....	83
4.4 Разгон и торможение самолёта в горизонтальном полёте .....	84
4.5 Динамические режимы полёта .....	86
<b>5 Дальность и продолжительность полёта самолёта .....</b>	<b>90</b>
5.1 Дальность и продолжительность полёта самолёта с турбореактивными двигателями. Общие соотношения для расчёта дальности и продолжительности крейсерского полёта самолёта .....	91
5.2 Расчёт дальности и продолжительности крейсерского полёта при заданных высоте и скорости .....	96
5.3 Расчёт дальности и продолжительности крейсерского полёта при заданной скорости и угле атаки (полёт «по потолкам») .....	98

5.4	Расчёт дальности крейсерского полёта на заданной высоте (полёт «по эшелону») .....	101
5.5	Расчёт дальности полёта на участках набора высоты и снижения .....	103
5.6	Дальность и продолжительность полёта самолёта с винтовыми двигателями.....	105
5.7	Радиус действия самолёта.....	108
<b>6</b>	<b>Манёвренные характеристики самолёта .....</b>	<b>109</b>
6.1	Общие и частные показатели манёвренности.....	110
6.2	Влияние нормальной скорости перегрузки на диапазон высот и скоростей при изоэнергетических манёврах .....	112
6.3	Характерные манёвры самолёта в вертикальной плоскости .....	114
6.4	Характерные манёвры самолёта в горизонтальной плоскости .....	121
<b>7</b>	<b>Взлётные и посадочные характеристики самолёта .....</b>	<b>128</b>
7.1	Взлёт самолёта с разбегом .....	128
7.2	Посадка самолёта с пробегом.....	137
	<b>Заключение .....</b>	<b>147</b>
	<b>Библиографический список .....</b>	<b>148</b>

*Посвящается памяти  
профессора Балакина Виктора Леонидовича*

## **ВВЕДЕНИЕ**

Курс динамики полёта самолёта относится к числу дисциплин, образующих теоретические основы авиационной техники. Исторически более ранним названием динамики полёта самолёта является *аэромеханика самолёта*.

Как самостоятельная ветвь мировой науки, авиационная наука начала складываться в конце XIX века, в годы зарождения авиации.

Самолёт, построенный американскими изобретателями – братьями Райт (Уилбур и Орвилл), первым в мире совершил 17 декабря 1903 года полёт продолжительностью 59 секунд на высоте порядка 5 м на расстояние 284 м. Этот день и считается началом практической авиации.

Динамика полёта самолёта изучает движение самолёта в атмосфере и рассматривает вопросы, связанные с исследованием траекторий движения самолёта, его лётно-технических характеристик, устойчивости и управляемости.

Лётно-технические характеристики (ЛТХ) представляют собой комплекс количественных показателей, определяющих возможность самолёта выполнять своё целевое назначение. К основным ЛТХ относятся максимальная и крейсерская скорости, скороподъёмность, дальность (радиус действия) и продолжительность полёта, взлётно-посадочные характеристики, манёвренность.

Знание законов динамики полёта позволяет в процессе проектирования самолёта выбрать конструктивные и аэродинамические

параметры самолёта и его силовую установку, обеспечивающие заданные ЛТХ, устойчивость и управляемость; установить требуемую степень автоматизации управления; выработать рациональную технику пилотирования и определить условия эксплуатации самолёта; разработать методику проведения лётных испытаний.

Поэтому курс динамики полёта самолёта занимает важное место в подготовке инженера по самолётостроению.

В своих методах исследования динамика полёта самолёта использует основные положения теоретической механики, аэродинамики, теории авиационных двигателей, теории автоматического управления. В свою очередь, динамика полёта самолёта используется при изучении таких дисциплин, как конструкция и проектирование самолётов, системы управления полётом, прочность самолётов, техническая эксплуатация самолётов.

Курс динамики полёта состоит из двух частей.

В первой части изучаются методы расчёта траекторий движения и лётно-технических характеристик самолёта. Самолёт рассматривают как управляемую материальную точку с массой, равной массе самолёта, в которой приложены силы, действующие на самолёт в полёте.

Во второй части исследуется устойчивость невозмущенного (опорного) движения и управляемость самолёта. Самолёт рассматривают как материальное тело, на которое в полёте действуют силы и моменты этих сил относительно центра масс самолёта.

# 1 УРАВНЕНИЯ ДВИЖЕНИЯ САМОЛЁТА

## 1.1 Векторные уравнения движения

При изучении движения любого тела должна быть указана система отсчёта, относительно которой наблюдается движение.

В механике различают инерциальные системы отсчёта, для которых выполняется закон инерции, и неинерциальные системы, в которых закон инерции не имеет места.

Инерциальными называются системы, находящиеся в состоянии покоя или равномерного прямолинейного движения относительно «неподвижного» пространства («неподвижных» звёзд). Начало координат таких систем в общем случае движется равномерно и прямолинейно, а оси координат не вращаются.

Всякая система отсчёта, движущаяся ускоренно по отношению к инерциальной, является неинерциальной. Начало координат такой системы в общем случае движется ускоренно, а оси координат с течением времени изменяют своё направление в пространстве (вращаются).

Для расчёта траекторий движения самолёта, его ЛТХ и показателей устойчивости и управляемости необходимы уравнения движения самолёта.

Уравнения движения самолёта относительно инерциальной системы отсчёта могут быть получены из основных теорем динамики твёрдого тела постоянного состава:

$$\frac{d\vec{Q}}{dt} = \vec{F}; \quad \frac{d\vec{K}}{dt} = \vec{M}. \quad (1.1)$$



Здесь  $\vec{Q}$  – главный вектор количества движения твёрдого тела постоянного состава;  $\vec{F}$  – главный вектор внешних сил, действующих на твёрдое тело;  $\vec{K}$  – главный вектор момента количества движения твёрдого тела относительно центра масс;  $\vec{M}$  – главный вектор момента внешних сил  $\vec{F}$  относительно центра масс.

Однако уравнения (1.1) непосредственно использовать для описания движения самолёта нельзя, так как самолёт в общем случае является *системой переменного состава*. При полёте самолёта с работающими двигателями в каждый момент времени происходит присоединение частиц воздуха и отбрасывание частиц продуктов сгорания.

Для системы переменного состава можно применять уравнения в виде (1.1), если представить, что в данный момент времени *система затвердела*, и к полученному фиктивному твёрдому телу приложены дополнительные силы:  $\vec{F}_{\text{реак}}$ ,  $\vec{F}_{\text{вар}}$ ,  $\vec{F}_{\text{кор}}$  (рисунок 1.1).

$\vec{F}_{\text{реак}}$  – реактивная сила, обусловленная присоединением частиц воздуха и отделением продуктов сгорания, проходящих через двигательную установку;  $\vec{F}_{\text{вар}}$  – вариационная сила, обусловленная нестационарностью движения масс внутри твёрдой оболочки  $S$ ;  $\vec{F}_{\text{кор}}$  – внутренняя кориолисова сила инерции, обусловленная относительным движением масс внутри оболочки  $S$  при её вращении.

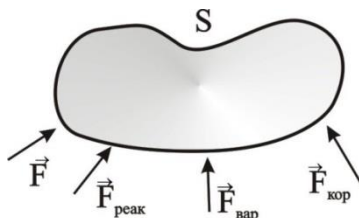


Рисунок 1.1 – Силы, действующие на твёрдое тело

Принято объединять все силы, связанные с процессами, происходящими в двигательной установке, в одну *силу тяги*:

$$\vec{P} = \vec{F}_{\text{реак}} + \vec{F}_{\text{вар}} + \vec{F}_{\text{ст}}, \quad (1.2)$$

где  $\vec{P}$  – вектор силы тяги двигателя;  $\vec{F}_{\text{ст}} = (p_a - p_n)S_a$  – статическая сила,  $p_a$  – давление газов в выходном сечении реактивного сопла,  $p_n$  – атмосферное давление,  $S_a$  – площадь выходного сечения сопла.

Имея в виду (1.2) и пренебрегая, вследствие её малости, силой  $\vec{F}_{\text{кор}}$ , запишем векторные уравнения количества движения и момента количества движения самолёта как тела переменного состава в инерциальной системе отсчёта в следующем виде:

$$\left. \begin{aligned} \frac{d\vec{Q}}{dt} &= \vec{F}_{\text{вн}} + \vec{P}, \\ \frac{d\vec{K}}{dt} &= \vec{M}_{\text{вн}} + \vec{M}_p, \end{aligned} \right\} \quad (1.3)$$

где  $\vec{Q}$  и  $\vec{K}$  – главные векторы количества движения и момента количества движения относительно центра масс самолёта как затвердевшей системы переменного состава;  $\vec{F}_{\text{вн}}$  – главный вектор внешних сил, действующих на самолёт, кроме силы тяги двигателей;  $\vec{P}$  – вектор силы тяги двигателей;  $\vec{M}_{\text{вн}}$  – главный вектор момента внешних сил  $\vec{F}_{\text{вн}}$  относительно центра масс самолёта;  $\vec{M}_p$  – главный вектор момента силы тяги относительно центра масс самолёта.

Движение самолёта естественно рассматривать относительно системы отсчёта, связанной с поверхностью Земли. Так как Земля

совершает суточное вращение с угловой скоростью  $\omega_3 = 7.28 \cdot 10^{-5} \text{1/c}$ , то эта система отсчёта является неинерциальной, т.е. вращающейся вместе с Землёй с угловой скоростью  $\omega_3$ .

Для *неинерциальной системы отсчёта* уравнения (1.3) должны быть изменены. При вычислении  $\vec{Q}$  и  $\vec{K}$  рассматриваются линейные  $\vec{V}^r$  и угловые  $\vec{\omega}^r$  скорости самолёта относительно выбранной неинерциальной системы отсчёта. Правые части уравнений дополняются переносными  $\vec{F}^e$  и кориолисовыми  $\vec{F}^k$  силами инерции и моментами этих сил  $\vec{M}^e$  и  $\vec{M}^k$ , связанными с переносным движением неинерциальной системы отсчёта.

Векторные уравнения движения самолёта, как тела переменного состава, относительно неинерциальной системы отсчёта запишутся в виде:

$$\left. \begin{aligned} \frac{d\vec{Q}^r}{dt} &= \vec{F}_{\text{вн}} + \vec{P} + \vec{F}^e + \vec{F}^k, \\ \frac{d\vec{K}^r}{dt} &= \vec{M}_{\text{вн}} + \vec{M}_p + \vec{M}^e + \vec{M}^k. \end{aligned} \right\} \quad (1.4)$$

Главный вектор внешних сил, действующих на самолёт в полёте (кроме силы тяги), равен

$$\vec{F}_{\text{вн}} = \vec{R}_a + \vec{F}_g,$$

где  $\vec{R}_a$  – главный вектор аэродинамических сил;  $\vec{F}_g$  – вектор силы притяжения Земли.

Переносную и кориолисову силы инерции, связанные с вращением Земли, определяют известными из теоретической механики выражениями:

$$\begin{aligned}\vec{F}^e &= -m[\vec{\omega}_3 \times (\vec{\omega}_3 \times \vec{r})], \\ \vec{F}^\kappa &= -2m(\vec{\omega}_3 \times \vec{V}_\kappa),\end{aligned}$$

где  $m$  – масса самолёта;  $\vec{r}$  – радиус-вектор, проведенный из центра Земли в центр масс самолёта;  $\vec{V}_\kappa$  – вектор скорости движения центра масс самолёта относительно Земли.

В справочных таблицах значения ускорения свободного падения тела  $\vec{g}$  для каждой высоты приводят с учётом  $\vec{F}^e$ . Тогда сила тяжести самолёта  $\vec{G}$  определится следующим образом:

$$\vec{G} = m\vec{g} = \vec{F}_g + \vec{F}^e.$$

Расчёты показывают, что для современных самолётов, имеющих максимальные скорости полёта до 1000 м/с, кориолисова сила инерции  $\vec{F}^\kappa$  не превышает 1.5% от силы тяжести. Поэтому в дальнейшем эту силу учитывать не будем, и векторные уравнения движения самолёта (1.4) принимают окончательный вид:

$$\left. \begin{aligned}\frac{d\vec{Q}^r}{dt} &= \vec{R}_a + \vec{P} + \vec{G}, \\ \frac{d\vec{K}^r}{dt} &= \vec{M} + \vec{M}_p.\end{aligned}\right\} \quad (1.5)$$

Здесь  $\vec{M}$  – момент главного вектора аэродинамических сил  $\vec{R}_a$  относительно центра масс самолёта (аэродинамический момент). Момент вектора силы тяжести  $\vec{G}$  относительно центра масс самолёта равен нулю.

Первое уравнение системы (1.5) описывает поступательное движение центра масс самолёта, а второе – вращательное движение относительно центра масс.

Векторные уравнения (1.5) нельзя непосредственно использовать для расчёта траекторий движения и ЛТХ самолёта. Для этого их нужно спроектировать на оси выбранной системы координат.

## 1.2 Основные системы координат, применяемые в динамике полёта летательных аппаратов

Системы координат, применяемые в динамике полёта летательных аппаратов (ЛА) в атмосфере, определены ГОСТ 20058-80 и представляют собой *прямоугольные декартовы правые системы координат*.

[Декарт Рене, 1596–1650 гг., французский философ и математик, ввел прямолинейные системы координат, «Геометрия», 1637 г.]

Системы координат делятся на системы, фиксированные относительно Земли, и системы, связанные с движущимся ЛА (подвижные относительно Земли). Рассмотрим некоторые из них.

1. **Земная** (вращающаяся геоцентрическая экваториальная) **система координат**  $O_0X_0Y_0Z_0$ . Точка  $O_0$  помещается в центре Земли, основной плоскостью является плоскость экватора  $O_0X_0Y_0$ , опорное направление  $O_0X_0$  пересекает гринвичский меридиан, ось  $O_0Z_0$  направлена вдоль оси вращения Земли в сторону северного полюса. Оси  $O_0X_0$  и  $O_0Y_0$  связаны с Землёй и вращаются вместе с ней вокруг оси  $O_0Z_0$  с угловой скоростью  $\omega_z$ .

2. **Нормальная земная система координат**  $O_0X_gY_gZ_g$ . Начало координат  $O_0$  и оси фиксированы относительно поверхности Земли. Ось  $O_0Y_g$  направлена вверх по местной вертикали – прямой, совпадающей с направлением силы тяжести в рассматриваемой

точке  $O_0$ . Направление осей  $O_0X_g$  и  $O_0Z_g$  выбирается в соответствии с задачей.

Начало координат  $O$  нижеприведённых подвижных систем находится в центре масс ЛА (самолёта).

3. **Нормальная система координат  $OX_gY_gZ_g$ .** Ось  $OY_g$  направлена вверх по местной вертикали, а направление осей  $OX_g$  и  $OZ_g$  выбирается в соответствии с задачей (рисунок 1.2).

4. **Траекторная система координат  $OX_kY_kZ_k$ .** Ось  $OX_k$  совпадает с направлением земной скорости  $\vec{V}_k$  самолёта. Ось  $OY_k$  лежит в вертикальной плоскости, проходящей через ось  $OX_k$  и направлена вверх от поверхности Земли. Ось  $OZ_k$  направлена в сторону правого полукрыла (рисунок 1.3). Земной скоростью самолёта  $\vec{V}_k$  называется скорость движения его центра масс относительно какой-либо из земных систем координат.

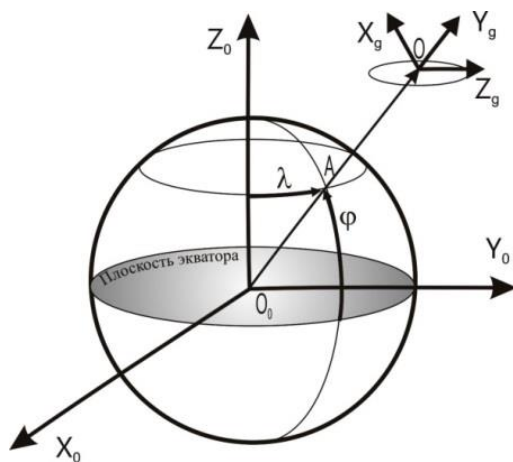


Рисунок 1.2 – Нормальная система координат

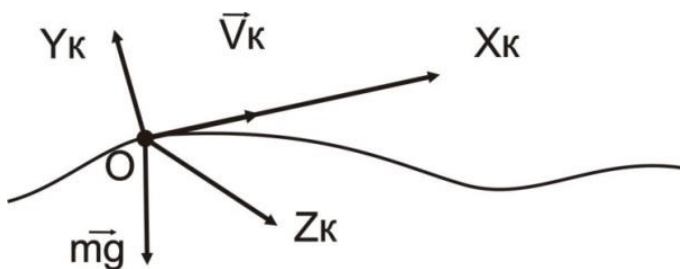


Рисунок 1.3 – Траекторная система координат

5. **Связанная система координат  $OXYZ$ .** Оси связанной системы координат фиксированы относительно самолёта. *Продольная ось  $OX$*  расположена в плоскости симметрии самолёта  $OXY$  и направлена от хвостовой к носовой части самолёта. Направление оси  $OX$  может быть выбрано как по базовым осям самолёта, крыла, фюзеляжа, так и по главным осям инерции. *Нормальная ось  $OY$*  расположена в плоскости симметрии самолёта и направлена к верхней части самолёта. *Поперечная ось  $OZ$*  направлена к правому полукрылу перпендикулярно плоскости симметрии самолёта (рисунок 1.4).

6. **Скоростная система координат  $OX_aY_aZ_a$ .** Скоростная ось  $OX_a$  совпадает с направлением воздушной скорости самолёта  $\vec{V}$ . Ось *подъёмной силы  $OY_a$*  лежит в плоскости симметрии самолёта  $OXY$  и направлена к верхней части самолёта. *Боковая ось  $OZ_a$*  направлена в сторону правого полукрыла (рисунок 1.4). Воздушной скоростью самолёта  $\vec{V}$  называется скорость движения его центра масс относительно воздушной среды, невозмущенной самолётом. На самолёте измеряется воздушная скорость  $\vec{V}$ . Затем, учитывая поправку на ветер  $\vec{W}$ , рассчитывают земную скорость  $\vec{V}_k$ :  $\vec{V}_k = \vec{V} + \vec{W}$ .

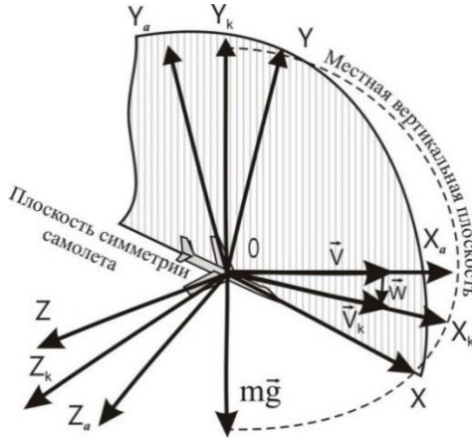


Рисунок 1.4 – Скоростная система координат

### 1.3 Взаимная ориентация систем координат

Взаимная ориентация систем координат устанавливается углами между их осями.

1. Взаимная ориентация связанной  $OXYZ$  и скоростной  $OX_aY_aZ_a$  систем координат устанавливается углами атаки и скольжения. *Угол атаки*  $\alpha$  – угол между продольной осью  $OX$  и проекцией вектора скорости самолёта  $\vec{V}$  на плоскость симметрии самолёта  $OXY$  (рисунок 1.5). Угол атаки считается положительным, если проекция скорости самолёта на нормальную ось  $OY$  отрицательна. *Угол скольжения*  $\beta$  – угол между направлением вектора скорости самолёта  $\vec{V}$  и плоскостью симметрии  $OXY$  (рисунок 1.5). Угол скольжения считается положительным, если проекция скорости самолёта  $\vec{V}$  на его поперечную ось  $OZ$  положительна. Углы  $\alpha$  и  $\beta$  определяют направление вектора скорости самолёта  $\vec{V}$  в связанной системе координат. На рисунке 1.5 циф-



рой 1 обозначена плоскость, нормальная к плоскости симметрии самолёта  $OXY$  и содержащая воздушную скорость  $\vec{V}$ .

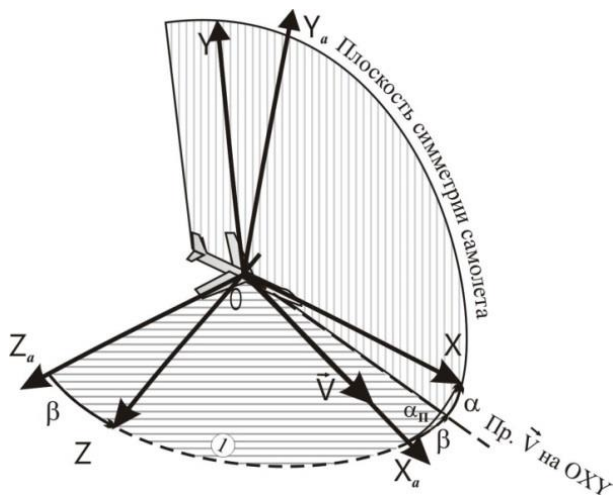


Рисунок 1.5 – Взаимная ориентация связанной и скоростной систем координат

2. Взаимная ориентация скоростной  $OX_aY_aZ_a$  и нормальной  $OX_gY_gZ_g$  систем координат устанавливается скоростными углами тангажа  $\vartheta_a$ , крена  $\gamma_a$  и рыскания  $\psi_a$ . Скоростной угол крена  $\gamma_a$  – угол между боковой осью  $OZ_a$  скоростной системы координат и осью  $OZ_g$  нормальной системы координат. Причем ось  $OZ_g$  смещена в положение  $OZ'_a$ , соответствующее нулевому скоростному углу рыскания  $\psi_a$  (рисунок 1.6). Скоростной угол крена положителен, когда смещённая ось  $OZ_g$  из положения  $OZ'_a$  совмещается с боковой осью  $OZ_a$  поворотом по часовой стрелке вокруг оси  $OX_a$ , если смотреть в направлении этой оси.

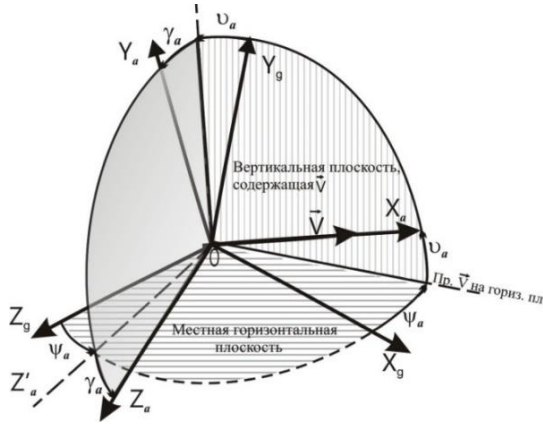


Рисунок 1.6 – Взаимная ориентация скоростной и нормальной систем координат

3. Взаимная ориентация траекторной  $OX_k Y_k Z_k$  и нормальной  $OX_g Y_g Z_g$  систем координат определяется траекторными углами: углом наклона траектории и пути. Угол наклона траектории  $\theta$  – угол между направлением земной скорости  $\vec{V}_k$  и горизонтальной плоскостью  $OX_g Z_g$  (рисунок 1.7). Угол наклона траектории принимается положительным, когда проекция вектора земной скорости  $\vec{V}_k$  на ось  $OY_g$  положительна. Угол пути  $\Psi$  – угол между проекцией земной скорости  $\vec{V}_k$  на местную горизонтальную плоскость  $OX_g Z_g$  (путевой скоростью  $\vec{V}_n$ ) и направлением оси  $OX_g$  (рисунок 1.7). Угол пути положителен, когда поворот вокруг оси  $OY_g$ , приводящей ось  $OX_g$  к совпадению с направлением путевой скорости  $\vec{V}_n$ , осуществляется по часовой стрелке, если смотреть в направлении оси  $OY_g$ .

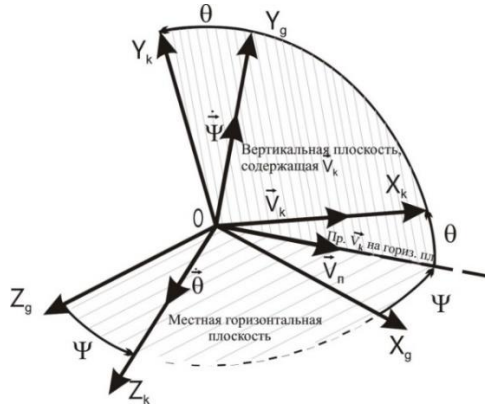


Рисунок 1.7 – Взаимная ориентация траекторной и нормальной систем координат

4. Взаимная ориентация связанной  $OXYZ$  и нормальной  $OX_g Y_g Z_g$  систем координат (рисунок 1.8) характеризуется тремя углами: рыскания –  $\psi$ , тангажа –  $\vartheta$ , крена –  $\gamma$ .

**Первый поворот** горизонтальной плоскости  $OX_g Z_g$  вокруг оси  $OY_g$  с угловой скоростью  $\dot{\psi}$  до совмещения оси  $OX_g$  с проекцией оси  $OX$  на горизонтальную плоскость  $OX'_g$ , ось  $OZ_g$  занимает промежуточное положение  $OZ'_g$ .

**Второй поворот** вокруг оси  $OZ'_g$  с угловой скоростью  $\dot{\vartheta}$  против часовой стрелки, ось  $OZ_g$  остаётся на месте, ось  $OX'_g$  занимает положение  $OX$ , ось  $OY_g$  занимает промежуточное положение  $OY'_g$ .

**Третий поворот** вокруг оси  $OX$  с угловой скоростью  $\dot{\gamma}$ , ось  $OY'_g$  занимает положение  $OY$ , а  $OZ'_g$  совмещается с  $OZ$ .

Угол рыскания  $\psi$  – угол, составленный проекцией оси  $OX$  на местную горизонтальную плоскость и направлением оси  $OX_g$ . Угол рыскания положителен, когда ось  $OX_g$  совмещается с проекцией продольной оси на горизонтальную плоскость поворотом вокруг оси  $OY_g$  против часовой стрелки, если смотреть с конца этой оси.

Угол тангажа  $\vartheta$  – угол, составленный осью  $OX$  и местной горизонтальной плоскостью.

Угол крена  $\gamma$  – угол, составленный нормальной осью  $OY$  и местной вертикальной плоскостью, содержащей ось  $OX$ .

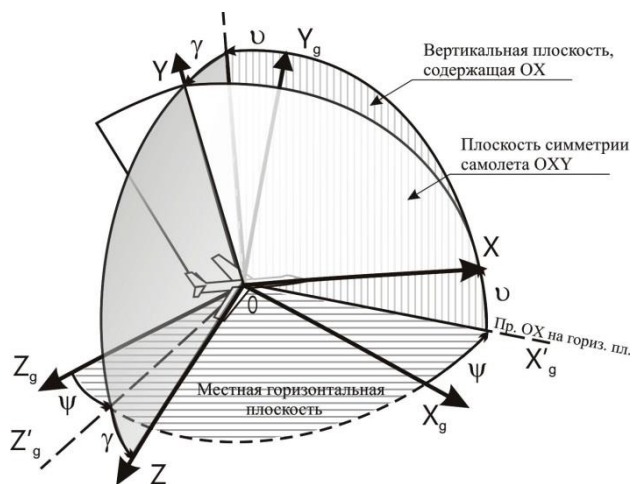


Рисунок 1.8 – Взаимная ориентация связанной и нормальной систем координат

## МАТРИЦЫ НАПРАВЛЯЮЩИХ КОСИНУСОВ

При выводе уравнений движения самолёта в проекциях на какие-либо оси координат возникает необходимость пересчёта проекций векторов, заданных в одной системе координат, к проекциям этих же векторов в другой системе координат. Такой переход удобно выполнять с использованием матриц перехода (матриц направляющих косинусов), которые приведены в ГОСТ 20058-80.

Рассмотрим пример.

Пусть некоторый вектор  $\vec{a}$  задан в проекциях  $(a_x, a_y, a_z)$  на оси связанной системы координат. Требуется определить проекции этого вектора  $(a_{xa}, a_{ya}, a_{za})$  на оси скоростной системы координат. Это можно осуществить с помощью матричных формул преобразований проекций вектора из одной системы координат в другую. Для рассматриваемого случая будем иметь:

$$\begin{bmatrix} a_{xa} \\ a_{ya} \\ a_{za} \end{bmatrix} = M^{X_a, X} \begin{bmatrix} a_x \\ a_y \\ a_z \end{bmatrix},$$

где  $[ ], [ ]$  – матрицы-столбцы,  $M^{X_a, X}$  – матрица перехода. Верхний индекс  $X_a, X$  этой матрицы означает, что осуществляется переход от связанной системы координат  $OXYZ$  к скоростной  $OX_a Y_a Z_a$ .

Матрица  $M^{X_a, X}$  имеет вид:

$$M^{X_a, X} = \begin{bmatrix} \cos \alpha \cos \beta & -\sin \alpha \cos \beta & \sin \beta \\ \sin \alpha & \cos \alpha & 0 \\ -\cos \alpha \sin \beta & \sin \alpha \sin \beta & \cos \beta \end{bmatrix}.$$

Для того, чтобы определить проекции вектора в какой-либо системе координат через известные проекции того же вектора в

другой системе координат, надо элементы соответствующей строки матрицы перехода умножить на элементы матрицы-столбца и полученные произведения сложить. Таким образом

$$\begin{aligned} a_{xa} &= a_x \cos \alpha \cos \beta - a_y \sin \alpha \cos \beta + a_z \sin \beta, \\ a_{ya} &= a_x \sin \alpha + a_y \cos \alpha, \\ a_{za} &= -a_x \cos \alpha \sin \beta + a_y \sin \alpha \sin \beta + a_z \cos \beta. \end{aligned}$$

Для обратного перехода от скоростной системы координат к связанной матрицу  $M^{X_a, X}$  надо транспонировать, то есть поменять местами её строки и столбцы:

$$\begin{bmatrix} a_x \\ a_y \\ a_z \end{bmatrix} = \left( M^{X_a, X} \right)^T \begin{bmatrix} a_{xa} \\ a_{ya} \\ a_{za} \end{bmatrix}.$$

Имеются матрицы перехода между другими системами координат, например  $M^{X_g, X_a}, M^{X_g, X_k}$ .

#### **1.4 Условия разделения общего движения самолёта на движение центра масс и вращение вокруг центра масс**

Изменение траектории движения самолёта достигается изменением сил, действующих на самолёт. Главный вектор аэродинамических сил зависит от углов атаки и скольжения, характеризующих ориентацию самолёта в воздушном потоке. Чтобы изменить эту ориентацию, необходимо развернуть самолёт с помощью управляющего момента, который создается органами управления: по тангажу – рулем высоты, по рысканию – рулем направления, по крену – элеронами.

Таким образом, траекторное и угловое движение самолёта является взаимосвязанным, но эти движения можно упрощенно рас-

считать независимо друг от друга, если выполняются следующие допущения:

- управляющая сила на руле высоты пренебрежимо мала по сравнению с главным вектором аэродинамических сил  $\vec{R}_a$ ;
- время переходного процесса мало по сравнению с временем движения по траектории;
- справедлива гипотеза стационарности, согласно которой величина аэродинамических сил определяется мгновенными значениями  $\alpha$  и  $\beta$  и не зависит от производных  $\dot{\alpha}$  и  $\dot{\beta}$  по времени.

### 1.5 Уравнения движения центра масс самолёта в проекциях на оси траекторной системы координат

Наиболее удобно изучать движение центра масс самолёта, если оно описывается системой дифференциальных уравнений движения в проекциях на оси траекторной системы координат  $OX_\kappa Y_\kappa Z_\kappa$ .

Спроектируем первое уравнение системы (1.5) на оси траекторной системы координат. Главный вектор количества движения можно представить в виде

$$\vec{Q}^r = m\vec{V}_\kappa,$$

где  $m$  – масса самолёта как затвердевшего тела;  $\vec{V}_\kappa$  – скорость начала траекторной системы координат, т.е. земная скорость самолёта. С учётом этого соотношения запишем

$$m \frac{d\vec{V}_\kappa}{dt} = \vec{R}_a + \vec{P} + \vec{G}. \quad (1.6)$$

Рассмотрим проектирование главного вектора аэродинамических сил  $\vec{R}_a$ . Будем предполагать, что известны его проекции на оси скоростной системы координат – соответственно:  $X_a$  – аэродинамическая сила лобового сопротивления;  $Y_a$  – аэродинамическая сила подъёмная сила;  $Z_a$  – аэродинамическая боковая сила.

Спроектируем вектор силы тяги  $\vec{P}$ . Будем предполагать, что сила тяги  $\vec{P}$  лежит в плоскости симметрии самолёта под углом  $\varphi_p$  к оси  $OX$  связанной системы координат (рисунок 1.9). Сила тяжести

$\vec{G} = m\vec{g}$  приложена в центре масс самолёта и направлена по местной вертикали вниз.

При отсутствии ветра земная скорость самолёта совпадает с его воздушной скоростью ( $\vec{V}_к = \vec{V}$ ), и на большей части траектории полёт совершается без скольжения ( $\beta = 0$ ) или скольжение незначительно.

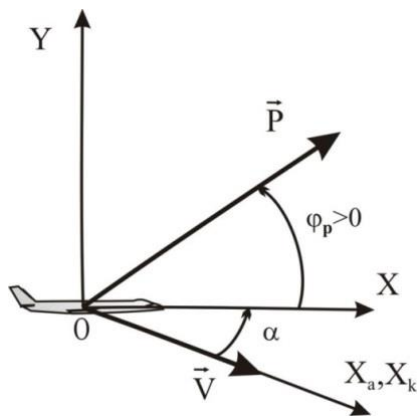


Рисунок 1.9 – Определение угла установки двигателя



Запишем уравнения движения центра масс самолёта в проекциях на оси траекторной системы координат (1.6) для практически важного случая нулевого угла скольжения  $\beta$  и нулевой аэродинамической боковой силы  $Z_a$  в следующем виде:

$$\left. \begin{aligned} m \frac{dV}{dt} &= PCos(\alpha + \varphi_p) - X_a - mgSin\theta, \\ mV \frac{d\theta}{dt} &= PSin(\alpha + \varphi_p)Cos\gamma_a + Y_aCos\gamma_a - mgCos\theta, \\ -mVCos\theta \frac{d\Psi}{dt} &= PSin(\alpha + \varphi_p)Sin\gamma_a + Y_aSin\gamma_a. \end{aligned} \right\} \quad (1.7)$$

Для полного описания движения самолёта в пространстве необходимы так называемые кинематические уравнения. Они связывают перемещение самолёта в пространстве (относительно Земли) с его поступательными скоростями. Кинематическое уравнение движения самолёта в векторной форме имеет вид

$$\frac{d\vec{r}}{dt} = \vec{V}_\kappa = \vec{V}, \quad (1.8)$$

где  $\vec{r}$  – радиус-вектор самолёта.

Пренебрегая кривизной Земли, спроектируем это уравнение на оси нормальной системы координат. При этом будем учитывать, что величина координаты  $Y_g$  представляет собой аналог высоты  $H$  полёта самолёта над поверхностью Земли:

$$\left. \begin{aligned} \frac{dX_g}{dt} &= VCos\theta \cdot Cos\Psi, \\ \frac{dY_g}{dt} &= \frac{dH}{dt} = V \cdot Sin\theta, \\ \frac{dZ_g}{dt} &= -VCos\theta \cdot Sin\Psi. \end{aligned} \right\} \quad (1.9)$$

Для некоторых типов самолётов необходимо учитывать изменение массы в полёте:

$$\frac{dm}{dt} = -\mu_c [\text{сек}], \quad (1.10)$$

где  $\mu_c$  [сек] – секунднй расход топлива.

Получим уравнения движения в вертикальной плоскости, которое реализуется, если полёт происходит без скольжения ( $\beta = 0$ ) и без крена ( $\gamma_a = 0$ ). В этом случае от системы уравнений (1.7) останутся только первые два уравнения.

Во многих случаях полёт происходит с малыми углами атаки, угол установки двигателя  $\varphi_p$  также мал, и поэтому можно считать, что  $\sin(\alpha + \varphi_p) \approx \alpha + \varphi_p$ .

Как правило, проекция силы тяги на ось  $OY_k$  существенно меньше подъёмной силы:  $P(\alpha + \varphi_p) \ll Y_a$ .

С учётом этих допущений уравнения движения самолёта в вертикальной плоскости будут иметь вид:

$$\begin{aligned} m\dot{V} &= P - X_a - mg \sin \theta, \\ mV\dot{\theta} &= Y_a - mg \cos \theta. \end{aligned} \quad (1.11)$$

Эти уравнения можно получить, спроектировав силы  $P, X_a, Y_a$  и  $mg$  на оси траекторной системы координат (рисунок 1.10).

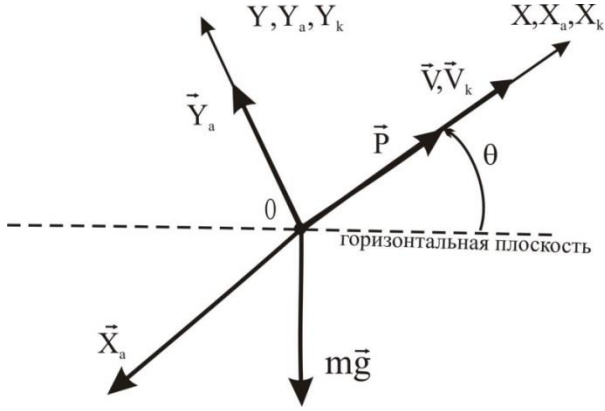


Рисунок 1.10 – Проекция сил на оси траекторной системы координат

## 1.6 Уравнения движения центра масс самолёта в перегрузках

Для некоторых случаев удобно изучать движение самолёта, если уравнения движения записаны в перегрузках. Под перегрузкой  $\vec{n}$  самолёта понимается отношение результирующей силы  $\vec{R}$  к произведению массы самолёта на ускорение свободного падения ( $g \approx 9/81 \text{ м/с}^2$ ):

$$\vec{n} = \frac{\vec{R}}{mg} = \frac{\vec{R}_a + \vec{P}}{mg}. \quad (1.12)$$

Как видно из этой формулы, в результирующую силу  $\vec{R}$  входят главный вектор аэродинамических сил  $\vec{R}_a$  и вектор силы тяги  $\vec{P}$ .

Наиболее важным случаем является полёт самолёта без скольжения ( $\beta = 0$ ). Запишем составляющие перегрузки по осям скоростной системы координат:

$$\begin{aligned}
 n_{xa} &= \frac{1}{mg} [P \cos(\alpha + \phi_p) - X_a], \\
 n_{ya} &= \frac{1}{mg} [P \sin(\alpha + \phi_p) + Y_a], \\
 n_{za} &= 0.
 \end{aligned}
 \tag{1.13}$$

Получим для траекторной системы координат уравнения в перегрузках. Для этого выпишем уравнения (1.7):

$$\begin{aligned}
 m \frac{dV}{dt} &= P \cos(\alpha + \phi_p) - X_a - mg \sin \theta, \\
 mV \frac{d\theta}{dt} &= P \sin(\alpha + \phi_p) \cos \gamma_a + Y_a \cos \gamma_a - mg \cos \theta, \\
 -mV \cos \theta \frac{d\Psi}{dt} &= P \sin(\alpha + \phi_p) \sin \gamma_a + Y_a \sin \gamma_a.
 \end{aligned}$$

Учтем, что

$$\begin{aligned}
 \frac{P \cos(\alpha + \phi_p) - X_a}{mg} &= n_{xa}, \\
 \frac{P \sin(\alpha + \phi_p) + Y_a}{mg} \cdot \cos \gamma_a &= n_{ya} \cos \gamma_a, \\
 \frac{P \sin(\alpha + \phi_p) + Y_a}{mg} \cdot \sin \gamma_a &= n_{ya} \sin \gamma_a.
 \end{aligned}$$

Запишем уравнения в перегрузках при полёте самолёта без скольжения:

$$\left. \begin{aligned}
 \frac{dV}{dt} &= g(n_{xa} - \sin \theta), \\
 \frac{d\theta}{dt} &= \frac{g}{V}(n_{ya} \cos \gamma_a - \cos \theta), \\
 \frac{d\Psi}{dt} &= -\frac{g}{V \cos \theta} n_{ya} \sin \gamma_a.
 \end{aligned} \right\}
 \tag{1.14}$$

## 2 ИСХОДНЫЕ ДАННЫЕ ДЛЯ РАСЧЁТА ТРАЕКТОРИЙ ДВИЖЕНИЯ ЦЕНТРА МАСС И ЛЁТНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК САМОЛЁТА

Для расчёта траекторий движения и определения лётных характеристик самолёта должны быть заданы следующие исходные данные: масса самолёта  $m$ , масса топлива  $m_t$ , площадь крыла  $S$ , тяга двигателей  $P_0$  при нулевой скорости ( $V = 0$ ) на нулевой высоте ( $H = 0$ ), условия полёта, аэродинамические силовые характеристики и характеристики двигателей. Должны быть также заданы ограничения, определяющие предельные для данного самолёта режимы полёта.

### 2.1 Условия полёта

Аэродинамическая сила  $R_A$ , тяга двигателей  $P$  и расход топлива зависят от условий полёта и, прежде всего, от термодинамических параметров атмосферы: давления  $p$ , температуры  $T$ , скорости звука  $a$ . Они определяются геометрической высотой  $H$ , которая отсчитывается от среднего уровня моря, и состоянием атмосферы. Осреднённые значения термодинамических параметров по высотам приводятся в стандартной атмосфере ГОСТ 4401-81.

Термодинамические параметры атмосферы при данной воздушной скорости полёта  $V$  определяют величину скоростного напора  $q$ .

$$q = \frac{\rho V^2}{2},$$

где  $\rho$  – плотность воздуха.

К условиям полёта относится также ветер.

## 2.2 Аэродинамические силовые характеристики самолёта

Как уже ранее отмечалось, составляющими главного вектора аэродинамических сил  $\vec{R}_A$  в скоростной системе координат  $OX_a Y_a Z_a$  являются сила лобового сопротивления  $X_a$ , аэродинамическая подъёмная сила  $Y_a$  и аэродинамическая боковая сила  $Z_a$ . Эти силы можно представить в следующем виде:

$$\begin{bmatrix} X_a \\ Y_a \\ Z_a \end{bmatrix} = qS \begin{bmatrix} C_{xa} \\ C_{ya} \\ C_{za} \end{bmatrix}$$

Здесь  $C_{xa}$  – коэффициент силы лобового сопротивления;  $C_{ya}$  – коэффициент аэродинамической подъёмной силы;  $C_{za}$  – коэффициент аэродинамической боковой силы.

Выше мы уже отмечали, что практически важным случаем является полёт самолёта без скольжения (угол  $\beta$  равен нулю). В этом случае коэффициент  $C_{za}$  и сила  $Z_a$  равны нулю. Поэтому основное внимание уделим коэффициентам  $C_{ya}$  и  $C_{xa}$ .

Рассмотрим зависимость коэффициента  $C_{ya}$  от угла атаки  $\alpha$  (рисунок 2.1). Для практически важного диапазона углов атаки (до допустимого угла атаки  $\alpha_{доп}$  существует линейная зависимость  $C_{ya}(\alpha)$ ):

$$C_{ya} = C_{ya}^\alpha (\alpha - \alpha_0).$$

Здесь  $\alpha_0$  – угол атаки, при котором  $C_{ya} = 0$  (для симметричных профилей  $\alpha_0 = 0$ );  $C_{ya}^\alpha = \partial C_{ya} / \partial \alpha$  – частная производная коэффициента аэродинамической подъёмной силы по углу атаки.

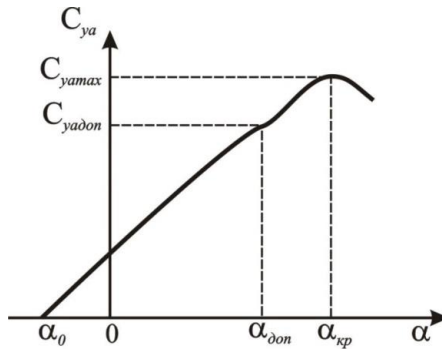


Рисунок 2.1 – Зависимость коэффициента аэродинамической подъёмной силы от угла атаки

При увеличении угла атаки свыше допустимого зависимость  $C_{ya}(\alpha)$  становится нелинейной. Коэффициент  $C_{ya}$  несколько увеличивается до значения  $C_{ya_{max}}$ , соответствующего критическому углу атаки  $\alpha_{кр}$ . При дальнейшем увеличении угла атаки  $\alpha$  происходит резкое уменьшение  $C_{ya}$  из-за срыва потока на крыле. Уже при углах атаки, несколько больших  $\alpha_{доп}$ , начинают зарождаться явления срыва потока, появляется заметная тряска самолёта, пилотирование самолёта на таких углах атаки становится небезопасным. Поэтому допустимыми в полёте являются углы атаки, не превышающие величины  $\alpha_{доп}$ .

Рассмотрим коэффициент силы лобового сопротивления  $C_{xa}$ . Его можно представить в виде суммы следующих составляющих:

$$C_{xa} = C_{xa0} + C_{xai}(C_{ya}) + C_{xav}(M, C_{ya}).$$

Здесь  $C_{xa0}$  характеризует сопротивление трения и сопротивление давления при нулевой аэродинамической подъёмной силе; коэффициент  $C_{xai}(C_{ya})$  характеризует индуктивное сопротивление, связанное с созданием подъёмной силы. Эти оба коэффициента соответствуют случаю полёта с числами Маха ( $M$ ), меньшими критического значения  $M_{кр}$ .

При полёте со скоростями, большими  $M_{кр}$ , возникает волновое сопротивление (его характеризует коэффициент  $C_{xav}$ ), обусловленное свойствами сжимаемости воздуха. Оно состоит из сопротивления давления и индуктивного сопротивления и поэтому зависит как от числа  $M$ , так и от создаваемой подъёмной силы (коэффициента  $C_{ya}$ ).

Из выражения для  $C_{xa}$  следует, что этот коэффициент зависит от величины коэффициента  $C_{ya}$ . Эта зависимость  $C_{xa}(C_{ya})$  называется *полярной* самолёта. Если профиль крыла несимметричный и крыло установлено под некоторым углом  $\varphi_{кр}$  к оси фюзеляжа, то в диапазоне углов атаки, для которых справедлива линейная зависимость  $C_{ya}(\alpha)$ , полярю можно представить в виде квадратичной зависимости – параболы (рисунок 2.2):

$$C_{xa} = C_{xam} + A(C_{ya} - C_{yam})^2. \quad (2.1)$$

Здесь  $C_{xam}$  – минимальное значение  $C_{xa}$  для чисел  $M$ , меньших  $M_{кр}$  (докритическая поляря);  $C_{yam}$  – значение коэффициента



$C_{ya}$ , при котором  $C_{xa}$  принимает минимальное значение;  $A$  – так называемый коэффициент «отвала» поляры, зависящий от удлинения  $\lambda$  и угла стреловидности  $\chi$  крыла.

Если профиль крыла симметричный и  $\varphi_{кр}$  равно нулю, то  $C_{yat} = 0$ , и тогда

$$C_{xa} = C_{xa0} + AC_{ya}^2, \quad (2.2)$$

где  $C_{xa0}$  – коэффициент силы лобового сопротивления при нулевой подъёмной силе. Из сравнения (2.1) и (2.2) при  $C_{ya} = 0$  можно показать, что  $C_{xa0} = C_{xat} + AC_{yat}^2$ .

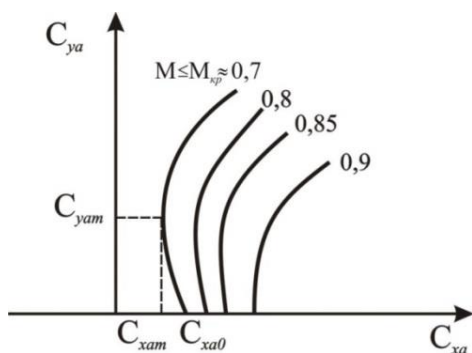


Рисунок 2.2 – Семейство поляр

На рисунке 2.3 приведены типичные зависимости величин  $C_{xa0}$  и  $A$  от числа  $M$  для дозвукового самолёта.

Одной из наиболее важных аэродинамических характеристик самолёта, определяющих его совершенство, является аэродинамическое качество  $K$ :  $K = C_{ya} / C_{xa}$ .

Рассмотрим графический способ определения максимального значения  $K_{max}$  аэродинамического качества. Поскольку

$K = C_{ya} / C_{xa}$ , то его можно интерпретировать как тангенс некоторого угла  $\varphi$  (рисунок 2.4).

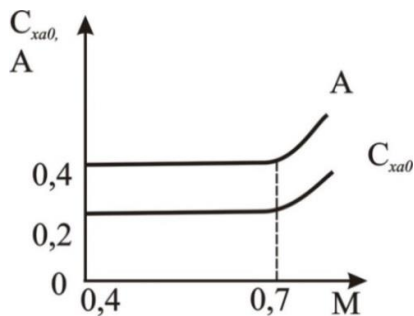


Рисунок 2.3 – Типичные зависимости величин  $C_{xa0}$  и  $A$  от числа  $M$  для дозвукового самолёта

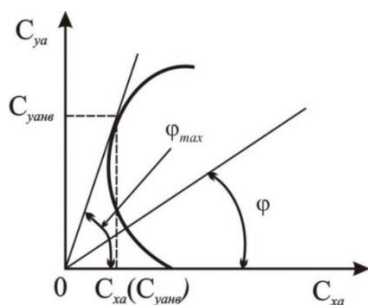


Рисунок 2.4 – Графический способ определения максимального значения аэродинамического качества

Очевидно, что  $K_{\max}$  соответствует тангенсу максимального угла  $\varphi_{\max}$  для касательной, проведенной из начала координат к кривой  $C_{xa}(C_{ya})$  (рисунок 2.4). Тогда соответствующее значение  $C_{ya}$  есть наиболее выгодное значение коэффициента аэродинамического

ской подъёмной силы  $C_{ya_{нв}}$ , а соответствующий угол атаки – наивыгоднейший угол  $\alpha_{нв}$ . Сняв значение  $C_{ya_{нв}}$  и соответствующее ему значение  $C_{xa}$ , можно определить величину  $K_{max}$ :  

$$K_{max} = C_{ya_{нв}} / C_{xa} (C_{ya_{нв}}).$$

Рассмотрим аналитический способ определения  $K_{max}$ . Для этого воспользуемся правилом определения экстремума (максимума или минимума) функции и найдём значение  $C_{ya_{нв}}$ , при котором аэродинамическое качество принимает максимальное значение. Из условия  $\partial K / \partial C_{ya} = 0$  можно найти:  $C_{ya_{нв}} = (C_{xa0} / A)^{1/2}$ . Тогда максимальные значения  $K$  равны:

$$K_{max} = \frac{1}{2\sqrt{C_{xa0} \cdot AC_{yam}}} - \text{ для поляры (2.1), } K_{max} = \frac{1}{2\sqrt{C_{xa0} \cdot A}} - \text{ для поляры (2.2).}$$

Проведем оценку величины  $K_{max}$ , полагая, что  $C_{xa0} \approx 0,02$  и  $A \approx 0,04$ :  

$$K_{max} = \frac{1}{2\sqrt{0,02 \cdot 0,04}} = \frac{1}{2\sqrt{0,0008}} = \frac{100}{2\sqrt{8}} \approx 17,7.$$

С ростом скорости полёта (числа М) из-за увеличения коэффициента силы лобового сопротивления аэродинамическое качество самолёта существенно падает (рисунок 2.5)

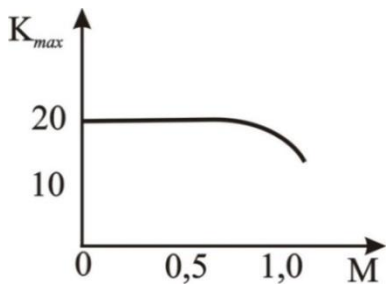


Рисунок 2.5 – Зависимость аэродинамического качества от Маха

Например, для самолёта Ту-154 величина  $K_{max} = 16$  при  $M = 0,4$ , и  $K_{max} = 10$  при  $M = 0,9$ .

Гораздо более сложно поведение поляр сверхзвукового самолёта (рисунок 2.6). Такое поведение поляр объясняется зависимостью коэффициента  $C_{xa0}$  от числа  $M$  (рисунок 2.7).

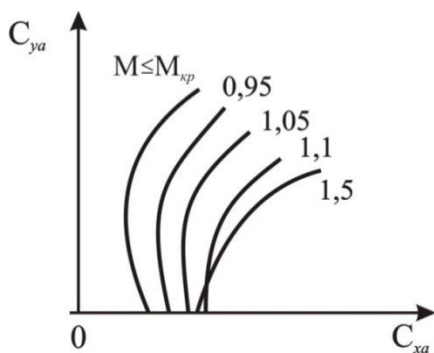


Рисунок 2.6 – Поляры сверхзвукового самолёта

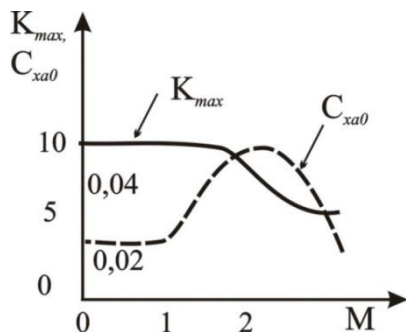


Рисунок 2.7 – Зависимость коэффициента  $C_{xa0}$  от числа  $M$

Аэродинамическое качество сверхзвукового самолёта существенно меньше, чем дозвукового, и также уменьшается с увеличением числа  $M$  (рисунок 2.7).

Практически все современные самолёты имеют механизацию крыла (закрылки, предкрылки), позволяющую существенно увеличивать коэффициент аэродинамической подъёмной силы при взлёте и посадке. На рисунке 2.8 показаны взлётная и посадочная поляры самолёта ( $\delta$  – угол, характеризующий отклонение закрылков и предкрылков).

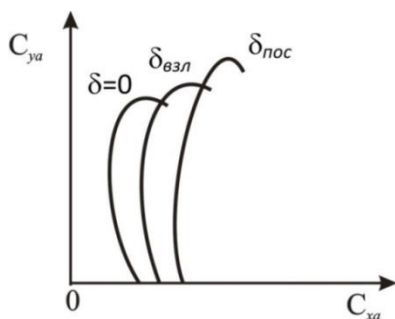


Рисунок 2.8 – Взлётная и посадочная поляры самолёта

### 2.3 Характеристики двигателей

На современных самолётах используются двигатели следующих типов: турбореактивные двигатели (ТРД), двухконтурные турбореактивные двигатели (ТРДД); турбовинтовые двигатели (ТВД); поршневые двигатели (ПД).

1. Рассмотрим характеристики ТРД и ТРДД. Турбореактивным двигателем называется газотурбинный двигатель (ГТД), состоящий из воздушного компрессора, камеры сгорания и газовой турбины. У ТРД тяга образуется при истечении газов из реактивного сопла.

В начале 50-х годов появились двухконтурные турбореактивные двигатели. Двухконтурным называется ГТД, в котором избы-

точная мощность турбины передается компрессору низкого давления или вентилятору (так называемые турбовентиляторные двигатели), заключённому в кольцевой капот. Пространство внутри капота называется вторым контуром, по которому часть засасываемого воздуха после сжатия в компрессоре или вентиляторе подается в обход камеры сгорания и турбины непосредственно на выход. При этом увеличивается коэффициент полезного действия двигателя. Отношение массового расхода холодного воздуха к массовому расходу горячего воздуха называется степенью двухконтурности. Степень двухконтурности представляет собой очень важный параметр двигателя и определяет его экономичность, весовые и тяговые характеристики. Чем выше степень двухконтурности, тем меньше удельный расход топлива. Однако увеличение степени двухконтурности влечет за собой рост габаритов и массы двигателя.

Впервые отечественные ТРДД были установлены на самолёте Ту - 124. Конец 60-х годов ознаменовался появлением новых ТРДД, характеризующихся передним расположением вентилятора большого диаметра (до 2.5 м) и высоким значением тяги (в настоящее время до 40000 даН). Создание таких двигателей связано с конструированием аэробусов, вмещающих 250...400 пассажиров. Замена обычных ТРД на двухконтурные позволила для пассажирских и транспортных самолётов увеличить коммерческую нагрузку, уменьшить расход топлива (на 15...20%).

Основными параметрами, которые в дальнейшем будут использоваться при характеристике ТРД и ТРДД, являются тяга  $P$  и удельный расход топлива  $C_{уд}$ .

Тяга двигателя – это реактивная сила, являющаяся результирующей газодинамических сил, приложенных к внутренним и внешним поверхностям двигателя.

Удельный расход топлива показывает, какое количество топлива необходимо для создания единицы тяги в течение одного часа. Обычно  $C_{уд}$  имеет размерность кг/Н·час. Чем меньше  $C_{уд}$ , тем экономичнее двигатель и тем больше дальность и продолжительность полёта самолёта.

Для ТРД и ТРДД различают следующие режимы: взлётный, номинальный, крейсерский, режим малого газа.

Взлётный режим соответствует предельно допустимому числу оборотов и максимальной тяге. Этот режим применяется для сокращения разбега, увеличения скорости горизонтального полёта, сокращения времени разгона и ускорения пробивания облачности при наборе высоты. Для гражданских самолётов время работы двигателя на этом режиме в полёте составляет от 5 до 15 минут.

Номинальный режим соответствует несколько меньшим (на 3...8%) оборотам по сравнению со взлётным режимом и тяге, составляющей примерно 90% взлётной. Время работы двигателя на номинальном режиме значительно больше: им пользуются при наборе высоты и полёте вблизи максимально достижимых высот, так называемых «потолков».

Крейсерский режим отличается меньшим числом оборотов, (на 10...15%), и тягой, меньшей максимальной на 25...30%. Эксплуатация двигателя на высотах 8...12 км на крейсерских оборотах обеспечивает наибольшую экономичность.

Режим малого газа соответствует наименьшему числу оборотов, при котором двигатель еще устойчиво работает. Тяга на этом режиме мала, и поэтому он используется при пробеге.

Введём понятие располагаемой тяги, т.е. суммарной максимальной тяги всех двигателей, установленных на самолёте. Тогда степень дросселирования двигателей  $\bar{p}$  можно определить как отношение тяги  $P$ , развиваемой двигателями, к располагаемой тяге

$P_p$ ;  $\bar{p} = P/P_p$ . Тогда для взлётного режима  $\bar{p} = 1$ ; для номинально-го режима  $\bar{p} \approx 0,9$ ; для крейсерского режима  $\bar{p} = 0,7 \dots 0,75$ ; для режима малого газа  $\bar{p} \approx 0,05 \dots 0,10$ .

На ТРД и ТРДД, устанавливаемых на сверхзвуковых самолётах, для дополнительного сжигания топлива за турбиной имеется форсажная камера. При дополнительном сжигании топлива (включении форсажа) тяга резко увеличивается (на 50...70%). Но при этом резко (примерно в два раза) возрастает и удельный расход топлива. Время работы двигателя на форсажном режиме ограничено. Двигатели с форсажной камерой сокращённо обозначают ТРДФ или ТРДДФ.

Для уменьшения длины пробега самолёта при его торможении используется реверс тяги двигателей. Эффективность реверсирования тяги оценивается коэффициентом реверсирования, который равен отношению обратной тяги к прямой. Для современных двигателей он достигает величины порядка 0,5. Длительность работы реверсивного устройства обычно составляет 15...30 секунд.

Тяга  $P$  и удельный расход топлива  $C_{уд}$  зависят от скорости и высоты полёта. Эти зависимости называются высотно-скоростными характеристиками двигателя.

Тягу двигателя на нулевой высоте ( $H = 0$ ) и при нулевой скорости ( $V = 0$ ) назовем статической тягой  $P_0$ :

$$P_0 = P(H = 0, V = 0).$$

Тогда тяга двигателя для произвольной скорости и высоты полёта определится согласно выражению:  $P(H, V) = P_0 \cdot \xi(H, V)$ . Здесь  $\xi(H, V)$  – высотно-скоростная характеристика двигателя.

ТРД и ТРДД относятся к разряду невысотных двигателей, поскольку их тяга уменьшается с ростом высоты полёта. Тяга про-



порциональна массовому расходу воздуха, а он с высотой уменьшается из-за падения плотности воздуха. На высотах свыше 11 км из-за постоянства температуры воздуха тяга двигателя пропорциональна плотности воздуха и её можно определять из соотношения:

$$\frac{P(H > 11)}{P(H = 11)} = \frac{\rho(H > 11)}{\rho(H = 11)} \quad \text{или} \quad P(H > 11) = P_{11} \frac{\rho(H > 11)}{\rho_{11}}.$$

Удельный расход топлива  $C_{уд}$  увеличивается с ростом скорости полёта. Удельный расход топлива до высоты 11 км уменьшается (с понижением температуры окружающего воздуха степень сжатия и подогрева газа перед турбиной увеличивается), а затем остаётся постоянным (температура окружающего воздуха постоянна).

2. Рассмотрим характеристики турбовинтовых двигателей (ТВД). В турбовинтовом двигателе вращение вала винта осуществляется газовой турбиной, помещенной за компрессором, как и в ТРД. У ТВД обычно лишь небольшая часть развиваемой полной мощности (примерно 10...20%) реализуется в виде реактивной мощности, которая создается реакцией струй газа, выходящих из сопла двигателя. Основная часть мощности затрачивается на вращение винта. Поэтому характеристики ТВД обычно задаются для условной или эквивалентной мощности  $N_{\text{э}}$ , учитывающей мощность на валу двигателя  $N_B$  и реактивную мощность  $\Delta N_R$ .

Система регулирования ТВД на всех эксплуатационных режимах, близких к максимальному, обеспечивает сохранение постоянной эквивалентной мощности до определённой высоты  $H_p$  (зона ограничения мощности из-за ограничения температуры газов перед турбиной). Ограничение мощности позволяет уменьшить габариты и массу силовой установки с ТВД.

Типичная диаграмма изменения мощности ТВД приведена на рисунке 2.9.

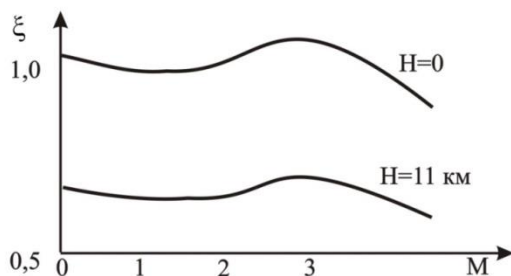


Рисунок 2.9 – Типичная диаграмма изменения мощности ТВД

С увеличением скорости полёта мощность ТВД возрастает из-за скоростного напора, повышающего давление в воздухозаборнике и увеличивающего массу проходящего через двигатель воздуха. Однако в зоне ограничения мощности система регулирования «срезает» избыток мощности. На высотах, больших  $H_p$ , мощность увеличивается с ростом скорости.

### 3 УСТАНОВИВШИЕСЯ РЕЖИМЫ ПОЛЁТА

*Установившимися* называются режимы полёта, для которых основные кинематические параметры движения, прежде всего скорость, постоянны, то есть не меняются с течением времени.

Если кинематические параметры меняются медленно (приближённо можно принять их производные по времени равными нулю), то такие режимы называются *квазиустановившимися*.

В установившемся полёте углы атаки, скольжения, крена, перегрузка, режим работы двигателя неизменны, а в квазиустановившемся – почти не меняются.

На установившихся и квазиустановившихся режимах выполняются многие этапы полёта и определяются многие лётные характеристики самолёта.

#### 3.1. Расчёт лётных характеристик самолётов с турбореактивными двигателями в установившемся прямолинейном полёте без крена и скольжения методом тяг

Для расчёта лётных характеристик необходимо иметь уравнения движения самолёта.

Так как в рассматриваемом случае  $V = const, \dot{V} = 0;$   
 $\theta = const, \dot{\theta} = 0;$

$\Psi = const, \dot{\Psi} = 0;$   $\gamma_a = 0$  и  $\beta = 0$ , то из уравнений движения центра масс самолёта (2.13) получим:

$$\left. \begin{aligned} P \cos(\alpha + \varphi_p) - X_a - mg \sin \theta &= 0, \\ P \sin(\alpha + \varphi_p) + Y_a - mg \cos \theta &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (3.1)$$

Эти уравнения описывают продольное (в плоскости  $OX_{\kappa}Y_{\kappa}$ ) установившееся прямолинейное движение самолёта без крена и скольжения.

Методы расчёта лётных характеристик самолётов в установившемся движении основываются на сравнении значений каких-либо параметров, необходимых для заданного режима полёта, с их располагаемыми значениями.

Жуковский Н.Е. в качестве такого параметра выбрал величину силы тяги. Метод тяг Жуковского является основным для расчёта лётных характеристик самолётов с турбореактивными двигателями.

**Потребной тягой**  $P_{\text{п}}$  называется сила тяги, необходимая для выполнения заданного установившегося режима полёта.

**Располагаемой тягой**  $P_{\text{р}}$  называется максимальная суммарная тяга всех двигателей, установленных на самолёте, и определённая для данного режима полёта. На практике при расчёте лётных характеристик часто пользуются упрощённым методом тяг Жуковского. В упрощённом методе предполагают: угол  $(\alpha + \varphi_{\text{р}})$  малым, и тогда  $\cos(\alpha + \varphi_{\text{р}}) \approx 1$ , а  $\sin(\alpha + \varphi_{\text{р}}) \approx \alpha + \varphi_{\text{р}}$ ; составляющая тяги  $P \sin(\alpha + \varphi_{\text{р}})$  значительно меньше подъёмной силы  $Y_a$ , и ею пренебрегают.

При таких допущениях уравнения (3.1) принимают вид:

$$\left. \begin{aligned} P &= X_a + mg \sin \theta; \\ Y_a &= mg \cos \theta. \end{aligned} \right\} \quad (3.2)$$

Эти уравнения описывают продольное установившееся прямолинейное движение самолёта под некоторым углом наклона к горизонту  $\theta$ .

В случае установившегося прямолинейного горизонтального полёта ( $\theta=0$ ), соотношения (3.2) принимают вид:

$$P = X_a;$$

$$Y_a = mg.$$

Из первого соотношения следует, что потребная тяга  $P_n$  равна силе лобового сопротивления:  $P_n = X_a$ , и тогда

$$\left. \begin{aligned} P_n &= X_a; \\ mg &= Y_a. \end{aligned} \right\} \quad (3.3)$$

Разделив первое соотношение (3.3) на второе, получим

$$P_n = mg \frac{X_a}{Y_a} = mg \frac{C_{xa} S q}{C_{ya} S q} = mg \frac{C_{xa}}{C_{ya}} \quad \text{или} \quad P_n = \frac{mg}{K}. \quad (3.4)$$

В установившемся горизонтальном полёте располагаемая тяга должна быть равна потребной тяге:  $P_n = P_p$ .

Из второго соотношения (3.3) определим скорость горизонтального установившегося полёта. Имеем:  $mg = \frac{1}{2} C_{ya \text{гп}} S \rho V_{\text{гп}}^2$ , откуда

$$V_{\text{гп}} = \sqrt{\frac{2mg}{C_{ya \text{гп}} S \rho}}. \quad (3.5)$$

### 3.2 Диаграммы потребных и располагаемых тяг.

#### Характерные скорости установившегося прямолинейного горизонтального полёта и режимы полёта на диаграмме потребных и располагаемых тяг

Диаграммы потребных и располагаемых тяг представляют собой графические зависимости  $P_n$  и  $P_p$  от скорости (или числа  $M$ ) полёта для различных высот. Диаграммы рассчитываются для нескольких высот полёта и значений полётных масс самолёта.

Исходными данными для расчёта потребных тяг являются: масса самолёта  $m$ , площадь крыла  $S$  и семейство поляр  $C_{xa} = f(C_{ya}, M)$ .

Располагаемые тяги определяются по высотно-скоростным характеристикам турбореактивных двигателей на максимально-продольном (номинальном) режиме.

Рассмотрим схему расчёта диаграмм потребных и располагаемых тяг для заданной высоты  $H = const$  и массы самолёта  $m = const$ .

1. Задаются рядом значений чисел  $M$  от  $M_{\min}$  до предполагаемого  $M_{\max} + 0,02$ . Величина определяется по формуле

$$M_{\min} = \frac{V_{\min}}{a} = \frac{1}{a(H)} \sqrt{\frac{2mg}{C_{ya \max} Sp(H)}}.$$

2. Для каждого заданного числа  $M$  определяются:

$V = Ma$  – скорость установившегося горизонтального полёта;

$$C_{ya} = \frac{2mg}{Sp(H)V^2} \text{ – из условия } Y_a = mg;$$

$C_{xa} = f(C_{ya}, M)$  – по семейству поляр;

$$K = \frac{C_{ya}}{C_{xa}} \text{ – аэродинамическое качество;}$$

$$P_{\text{п}} = \frac{mg}{K} \text{ – потребные тяги;}$$

$$P_{\text{р}} = P_{\text{о}} \xi(H, M) \text{ – располагаемые тяги;}$$

$\xi(H, M)$  – по высотно-скоростной характеристике двигателя.

3. По результатам расчёта строятся диаграммы потребных и располагаемых тяг в координатах ( $P$  и  $V$ ) для дозвуковых и ( $P$  и  $M$ ) – для сверхзвуковых самолётов. Аналогичные расчёты проводятся для других  $H$  и  $m$ .

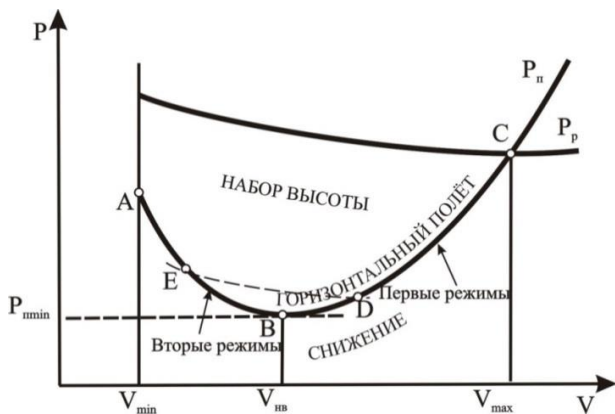


Рисунок 3.1 – Типичная диаграмма потребной и располагаемой тяг для дозвукового самолёта

Типичная диаграмма потребных и располагаемых тяг для дозвукового самолёта представлена на рисунке 3.1.

Характерными скоростями установившегося горизонтального полёта являются: минимальная  $V_{\min}$ , наивыгоднейшая  $V_{\text{нв}}$  и максимальная  $V_{\max}$ .

*Минимальная скорость* соответствует полёту самолёта на критическом угле атаки  $\alpha_{\text{кр}}$

$$V_{\min} = \sqrt{\frac{2mg}{C_{y\alpha\max} \rho}}$$

На кривой  $P_{\text{н}}(V)$  точка А касания прямой параллельной оси ординат, соответствует  $V_{\min}$  (рисунок 3.2).

Так, с увеличением высоты полёта располагаемая тяга турбореактивных двигателей уменьшается, а на больших высотах  $V_{\min}$  может быть ограничена располагаемой тягой. В этом случае  $V_{\min}$  определяется точкой пересечения А кривых потребных и располагаемых тяг (рисунок 3.2).

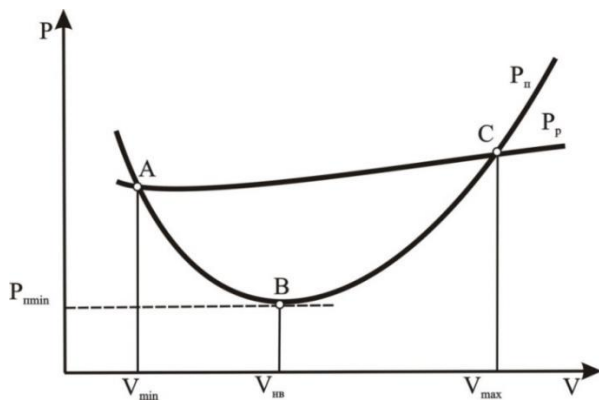


Рисунок 3.2 – Диаграмма потребной и располагаемой тяг для дозвукового самолёта на больших высотах

*Наивыгоднейшая скорость* соответствует полёту самолёта на наивыгоднейшем угле атаки  $\alpha_{нв}$ , при котором  $C_{ya} = C_{yaнв}$ , аэродинамическое качество максимальное –  $K_{max}$ , а потребная тяга минимальная –  $P_{п\ min} = \frac{mg}{K_{max}}$  (точка В на рисунке 3.2):

$$V_{нв} = \sqrt{\frac{2mg}{C_{yaнв} \rho}}$$

*Максимальная скорость* полёта  $V_{max}$  определяется точкой пересечения кривых потребных и располагаемых тяг (точка С на рисунке 3.1).

Определим на диаграмме потребных и располагаемых тяг режимы установившегося полёта самолёта: набор высоты, снижение и горизонтальный полёт, для этого воспользуемся первым уравнением системы (3.2):

$$P = X_a + mg \sin \theta.$$



Принимая (при одинаковых углах атаки) приближённо силу лобового сопротивления при наборе высоты равной силе лобового сопротивления в горизонтальном полёте, получим:

$$P = X_{a_{гп}} + mg \sin \theta = P_{п} + mg \sin \theta \text{ или } \Delta P = mg \sin \theta, \text{ откуда}$$

$$\sin \theta = \frac{\Delta P}{mg}, \quad (3.6)$$

где  $\Delta P = P - P_{п}$ ,  $P$  – располагаемая тяга двигателей,  $P_{п}$  – потребная тяга в горизонтальном полёте.

Из (3.6) видно, что если имеется избыток располагаемой тяги для горизонтального полёта  $\Delta P > 0$ , то  $\sin \theta > 0$ , угол наклона траектории  $\theta > 0$  – самолёт будет набирать высоту. Если будет недостаток располагаемой тяги для горизонтального полёта  $\Delta P < 0$ , то  $\sin \theta < 0$ ,  $\theta < 0$  – самолёт будет снижаться. Если  $\Delta P = 0$  ( $P = P_{п}$ ), то  $\sin \theta = 0$  и  $\theta = 0$  – самолёт будет совершать горизонтальный полёт.

Таким образом, все точки, лежащие между кривыми располагаемой и потребной тягами, где  $\Delta P > 0$ , соответствуют режимам установившегося *набора высоты*. Точки, лежащие ниже кривой потребных тяг, где  $\Delta P < 0$ , соответствуют режимам установившегося *снижения самолёта*. Точки, лежащие на кривой потребных тяг, где  $\Delta P = 0$ , соответствуют режимам установившегося *горизонтального полёта*.

Отметим, что каждой точке кривой потребной тяги соответствуют определённые значения угла атаки и скорости (числа  $M$ ) полёта самолёта.

### 3.3 Характерные режимы установившегося горизонтального полёта самолёта (первые и вторые режимы полёта)

Равенство располагаемой и потребной тяги ( $P_p = P_n$ ) в установившемся горизонтальном полёте, необходимое для получения заданной скорости полёта  $V = const$ , достигается соответствующим изменением угла атаки и дросселированием двигателя. Однако это равновесие при воздействии случайных возмущений скорости может быть устойчивым и неустойчивым, в зависимости от того, достигается это равновесие на восходящей (точка I) или нисходящей (точка II) ветви кривой потребной тяги (рисунок 3.3).

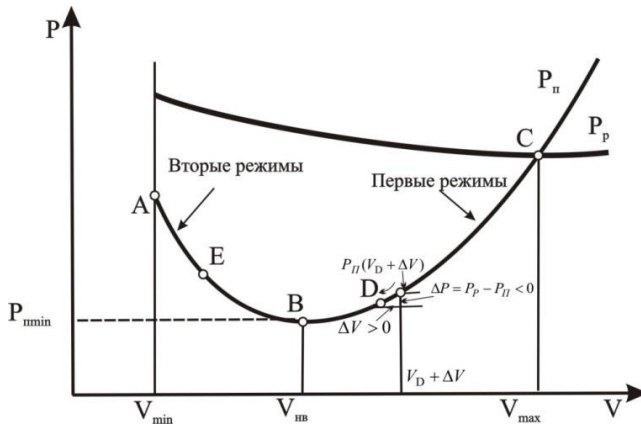


Рисунок 3.3 – Первые и вторые режимы полёта

Точка В, соответствующая наивыгоднейшей скорости, делит кривую потребной тяги на две части: АВ (нисходящая ветвь) и ВС (восходящая ветвь).

Рассмотрим режимы установившегося горизонтального полёта в точках, расположенных на восходящей ветви ВС. Пусть самолёт совершает установившийся горизонтальный полёт со скоро-

стью  $V_D$ , при этом тяга задресселированного двигателя проходит через точку D. Пусть при неизменной тяге двигателя и высоте полёта под действием случайных возмущений произошло увеличение скорости на величину  $\Delta V > 0$  (рисунок 3.3). Поскольку тяга двигателя остаётся неизменной, а необходимая тяга при  $V_D + \Delta V$  увеличилась, образуется недостаток тяги  $\Delta P = P_p - P_n < 0$ , скорость самолёта начнет уменьшаться, и самолёт вернется к исходной скорости  $V_D$ .

При случайном уменьшении скорости на величину  $\Delta V < 0$  появится избыток тяги  $\Delta P > 0$ , который вернёт самолёт к исходной скорости  $V_D$ . Равновесие потребной и располагаемой тяг в точке D устойчивое, при этом производная  $\left(\frac{\partial \Delta P}{\partial \Delta V}\right) < 0$ .

Режимы полёта, на которых выполняется это условие, являются устойчивыми и называются *первыми режимами* установившегося горизонтального полёта.

Рассмотрим теперь режимы горизонтального полёта в точках, расположенных на нисходящей ветви АВ.

Пусть самолёт совершает установившийся горизонтальный полёт со скоростью  $V_E$ , при этом тяга двигателя проходит через точку E. При случайном увеличении скорости на величину  $\Delta V > 0$  необходимая тяга уменьшается, образуется избыток тяги  $\Delta P > 0$ , под действием которого самолёт будет разгоняться до равновесного режима в точке (рисунок 3.3). При случайном уменьшении скорости на величину  $\Delta V < 0$  образуется недостаток тяги  $\Delta P < 0$ , самолёт будет тормозиться. В обоих случаях самолёт не возвращается к исходному режиму полёта  $V_E$ . Равновесие потребной и располагаемой тяг будет неустойчивым, при этом производная  $\left(\frac{\partial \Delta P}{\partial \Delta V}\right) > 0$ .

Режимы полёта, при которых выполняется это условие, называются *вторыми режимами* установившегося горизонтального полёта.

Условия пилотирования самолёта на первых и вторых режимах будут различными.

На первых режимах для увеличения скорости, например, от  $V_D$  до  $V_{\max}$ , лётчик должен увеличить тягу двигателя, обеспечив разгон самолёта до новой скорости. Для уменьшения скорости, по сравнению с  $V_D$ , лётчик должен уменьшать тягу двигателя, обеспечив торможение самолёта. В обоих случаях самолёт переходит к новому установившемуся полёту – управлять самолётом проще.

На вторых режимах затруднено не только выдерживание заданной скорости (например,  $V_E$ ), но и управление самолётом. Например, для увеличения скорости от  $V_E$  до  $V_{\text{нв}}$  нужно сначала увеличить тягу двигателя, обеспечив начало разгона. Когда в процессе разгона скорость достигнет заданной, надо уменьшить тягу двигателя, так как необходимая тяга при  $V_{\text{нв}}$  меньше располагаемой. Следовательно, для изменения скорости  $V_E$  от лётчика требуется двойное движение ручкой управления двигателем. Как правило, полёт на вторых режимах при нормальной эксплуатации самолёта производится только при посадке.

На первых и на вторых режимах кроме изменения тяги двигателя надо отклонением руля высоты изменять угол атаки так, чтобы на новой (заданной) скорости соблюдалось равенство необходимой и располагаемой тяг:  $P_{\text{н}} = P_{\text{р}}$ .

### **3.4 Область установившихся режимов горизонтального полёта (диапазон высот и скоростей) дозвукового самолёта с турбореактивными двигателями**

Для определения этой области надо рассчитать и построить диаграммы необходимых и располагаемых тяг для различных высот полёта и рассмотреть изменение характерных скоростей устано-

вившегося горизонтального полёта по высотам с учётом эксплуатационных ограничений.

Сначала рассмотрим расчёт диаграмм потребных тяг на различных высотах для самолётов с малыми скоростями полёта, когда  $M \leq M_{кр}$ , при постоянной полётной массе:  $m = const$ . В этом случае для всех чисел  $M \leq M_{кр}$  будет одна (докритическая) поляра самолёта.

При одинаковых значениях коэффициента подъёмной силы  $C_{ya}$  на всех высотах полёта аэродинамическое качество будет постоянным:  $K = \frac{C_{ya}}{C_{xa}} = const$ , и при  $m = const$  потребная тяга остаётся неизменной:  $P_n = \frac{mg}{K} = const$ . Потребные скорости с изменением высоты полёта будут изменяться:  $V(H) \neq const$ .

Из уравнения  $Y_a = mg$  получим: скорость на нулевой высоте  $H_0$ :

$$V_0 = \sqrt{\frac{2mg}{C_{ya}S\rho_0}}$$

и на высотах  $H > H_0$ :

$$V_{(H)} = \sqrt{\frac{2mg}{C_{ya}S\rho_{(H)}}}$$

Разделив  $V_{(H)}$  на  $V_0$ , при одинаковых  $C_{ya}$  получим:

$$\frac{V_{(H)}}{V_0} = \sqrt{\frac{\rho_0}{\rho_{(H)}}} = \frac{1}{\sqrt{\Delta}}, \quad \text{откуда } V_{(H)} = \frac{V_0}{\sqrt{\Delta}},$$

где  $\Delta = \frac{\rho_{(H)}}{\rho_0}$  – относительная плотность воздуха.

Следовательно, для расчёта диаграмм потребных тяг на различных высотах, задаваясь различными значениями  $C_{ya}$ , определяется

$P_{\Pi} = f(V)$  для нулевой высоты  $H_0$ :  $P_{\Pi 0} = \frac{mg}{K}$  и

$V_0 = \sqrt{\frac{2mg}{C_{ya} \rho_0}}$ . Для других высот ( $H > H_0$ ):  $P_{\Pi H} = P_{\Pi 0}$  и  $V_H = \frac{V_0}{\sqrt{\Delta}}$ .

Диаграммы потребных тяг  $H_0$  и  $H_1 > H_0$  показаны на рисунке 3.4.

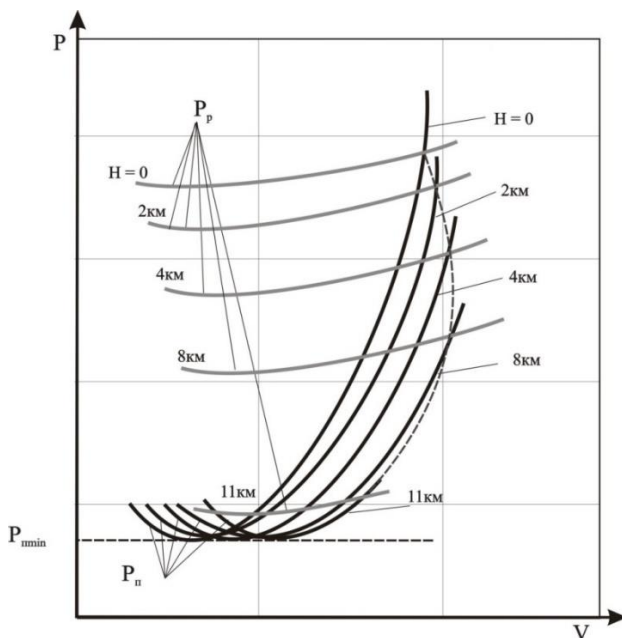


Рисунок 3.4 – Диаграмма потребных и располагаемых тяг

Правые ветви диаграмм расходятся «веером». Так как для всех высот  $K_{\max} = const$ , то при  $m = const$  минимальная потребная тяга на всех высотах будет одинаковой:  $P_{\Pi \min} = const$ .

Для расчёта потребных тяг на различных высотах самолётов с большими дозвуковыми скоростями, когда числа  $M > M_{кр}$ , используются докритическая поляра и семейство закритических поляр самолёта. Для расчёта располагаемых тяг используются высотнo-скоростные характеристики двигателей, установленных на самолёте.

Расчёт ведется отдельно для ряда высот полёта и для ряда значений чисел  $M$  полёта. Для каждого числа  $M$  определяется:  $V = aM$ ;

$$C_{ya} = \frac{2mg}{S\rho V^2}; \quad C_{xa} = f(C_{ya}, M); \quad K = \frac{C_{ya}}{C_{xa}}; \quad P_{п} = \frac{mg}{K} \text{ и } P_{п} = P_o \xi(H, M).$$

У самолётов с большими дозвуковыми скоростями в результате волнового сопротивления при  $M > M_{кр}$  уменьшается аэродинамическое качество и растёт необходимая тяга. С ростом высоты полёта увеличивается наклон кривых  $P = f(V)$ , и они могут пересекаться.

Рассмотрим зависимость минимальной  $V_{мин}$ , наивыгоднейшей  $V_{нв}$  и максимальной  $V_{max}$  скоростей от высоты полёта.

Минимальная скорость из уравнения:  $Y_a = mg$  определяется по формуле  $V_{мин}(H) = \sqrt{\frac{2mg}{C_{ya\max} S\rho(H)}}$ .

Отсюда видно, что с увеличением высоты полёта из-за уменьшения плотности воздуха  $\rho$ , минимальная скорость установившегося горизонтального полёта будет расти. На больших высотах  $V_{мин}$  может ограничиваться располагаемой тягой (рисунок 3.2).

Наивыгоднейшая скорость  $V_{нв}(H) = \sqrt{\frac{2mg}{C_{ya\нв} S\rho(H)}}$  с ростом высоты полёта увеличивается.

В установившемся горизонтальном полёте

$$P_p = P_n = C_{xa} S \rho(H) V^2 / 2. \text{ Следовательно, } V = \sqrt{\frac{2P_p}{C_{xa} S \rho(H)}} \quad \text{и}$$

$$V_{\max}(H) = \sqrt{\frac{2}{S} \left( \frac{P_p}{C_{xa} \rho(H)} \right)_{\max}}.$$

Следовательно,  $V_{\max}(H)$  зависит от изменения по высотам величины  $P_p / C_{xa} \rho(H)$ .

При полёте самолёта со скоростями, соответствующими числам  $M \leq M_{кр}$ , на малых и средних высотах коэффициент лобового сопротивления  $C_{xa}$  изменяется слабо, а с увеличением высоты растёт и  $V_{\max}$  увеличивается. На больших высотах с ростом высоты полёта для обеспечения равновесия сил ( $Y_a = mg$ ) требуется увеличивать угол атаки, что приводит к росту  $C_{xa}$ . Поскольку  $C_{xa}$  слабо зависит от высоты полёта, то  $V_{\max}$  уменьшается.

При полёте самолёта с большими скоростями, когда  $M > M_{кр}$ , с увеличением высоты полёта растут число  $M$  полёта (уменьшается скорость звука) и волновое сопротивление коэффициента  $C_{xa}$  увеличивается, а максимальная скорость уменьшается.

Кривые  $V_{\min}(H)$  и  $V_{\max}(H)$  ограничивают область установившихся режимов горизонтального полёта самолёта – диапазон высот и скоростей (рисунок 3.5).

Наибольшая высота, на которой еще возможен установившийся горизонтальный полёт называется статическим *теоретическим потолком*  $H_T$ .

Из условий безопасности полёта, прочности конструкции самолёта, устойчивости всю область установившихся режимов горизонтального полёта в условиях эксплуатации самолёта реализовать



нельзя. Необходимо учитывать эксплуатационные ограничения, накладываемые на режимы полёта.

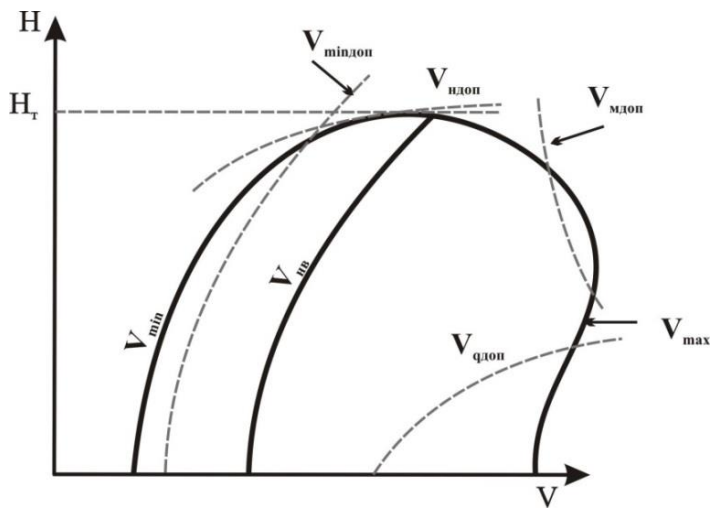


Рисунок 3.5 – Диапазон высот и скоростей

Основными для дозвукового самолёта являются следующие ограничения.

1. *Ограничение минимальной скорости по допустимому коэффициенту подъёмной силы  $C_{у,доп}$* . Ранее была определена минимальная скорость  $V_{min}$  при критическом угле атаки  $\alpha = \alpha_{кр}$ . Однако из условия безопасности полёт с такой скоростью запрещается, так как случайные возмущения, например, попадание самолёта в восходящий поток воздуха, могут привести к увеличению угла атаки  $\alpha > \alpha_{кр}$ , падению подъёмной силы и сваливанию самолёта. В процессе эксплуатации самолёта используют минимальную допустимую скорость, соответствующую полёту на  $\alpha_{доп} < \alpha_{кр}$ :

$$V_{\min \text{ доп}} = \sqrt{\frac{2mg}{C_{ya \text{ доп}} \rho}}$$

Обычно принимают  $C_{ya \text{ доп}} = (0,8 \dots 0,85) C_{ya \text{ max}}$  и, следовательно,

$$V_{\min \text{ доп}} > V_{\min}$$

Для предупреждения лётчика об ограничении минимальной скорости полёта на самолётах устанавливаются автоматические устройства.

2. *Ограничение максимальной скорости по скоростному напору.* Максимальная допустимая скорость полёта ограничивается тем эксплуатационным скоростным напором  $q_{\max}$ , который установлен при расчёте самолёта на прочность. Величина  $q_{\max}$  устанавливается в зависимости от типа самолёта. Для неманёвренных самолётов  $q_{\max} \approx 13000 \dots 20000 \frac{\text{Н}}{\text{м}^2}$ , а для манёвренных самолётов  $q_{\max} \approx 80000 \dots 100000 \frac{\text{Н}}{\text{м}^2}$ . Максимальная допустимая скорость установившегося горизонтального полёта из условия

ограничения по  $q_{\max} = \frac{\rho V_{q \text{ доп}}^2}{2}$  равна

$$V_{q \text{ доп}} = \sqrt{\frac{2q_{\max}}{\rho}}$$

Отсюда видно, что с ростом высоты полёта  $V_{q \text{ доп}}$  увеличивается. Чем меньше высота полёта, тем больше скоростной напор. Поэтому ограничение по  $q_{\max}$ , превышение которого запрещается в нормальной эксплуатации самолёта, обычно действует на высотах, не превышающих  $H = 5000\text{-}6000$  м.

Так как расчётную крейсерскую и максимальную скорость самолёт имеет на больших высотах, то ограничение по  $q_{\max}$  практически не ухудшает эксплуатационные характеристики самолёта.

3. *Ограничения максимальной скорости по максимальному числу  $M$  полёта.* Для дозвуковых самолётов это ограничение вызвано требованиями устойчивости и управляемости самолёта. Скорость самолёта не должна превышать значения соответствующего числу  $M_{\max}$  для данной высоты

$$V_{\text{мдоп}} = aM_{\text{max}}.$$

Так как на высотах до 11 км скорость звука с ростом высоты уменьшается, то  $V_{\text{мдоп}}$  тоже уменьшается. На высотах, больших 11 км, скорость звука постоянна и  $V_{\text{мдоп}} = \text{const}$ . Значения  $M_{\max}$  устанавливаются для каждого самолёта. Например, для самолёта Ту-134  $M_{\max} = 0,82$ , а для Ту-154 –  $M_{\max} = 0,88$ .

4. *Ограничение по максимально допустимой высоте полёта  $H_{\text{доп}}$ .* Это ограничение для заданной полётной массы самолёта устанавливается условиями обеспечения работы системы кондиционирования пассажирского салона, условиями работы двигателей и др.

Область допустимых скоростей и высот установившегося горизонтального полёта с учётом ограничений представлена на рисунке 3.5. Из рисунка видно, что ограничения существенно уменьшают область установившихся режимов горизонтального полёта самолёта.

Наибольшая из допустимых скоростей называется максимальной скоростью полёта самолёта. Обычно в лётных характеристиках указывают высоту полёта, которой соответствует максимальная скорость самолёта.

### 3.5 Область установившихся режимов горизонтального полёта сверхзвукового самолёта

Для определения этой области надо, как и для дозвукового самолёта, рассчитать и построить диаграммы потребных и располагаемых тяг для различных высот полёта. Исходные данные и методы расчёта потребных и располагаемых тяг и лётных характеристик сверхзвуковых самолётов те же, что и дозвуковых.

Для сверхзвуковых самолётов различают два режима работы двигателей: бесфорсажный и форсированный. Форсированный режим работы выгодно применять на больших скоростях и высотах полёта, поскольку удельный расход топлива ( $C_{уд}$ ) будет меньше, чем на малых скоростях и высотах.

На бесфорсажном режиме работы двигателя диаграммы потребных и располагаемых тяг принципиально не отличаются от соответствующих диаграмм самолёта с большими дозвуковыми скоростями. Максимальная скорость полёта ненамного превышает скорость звука.

На форсаже  $V_{max}$  может превысить скорость звука в 2...3 раза. На таких скоростях полёта имеются особенности в диаграммах потребных  $P_n = f(M)$  и располагаемых  $P_p = \varphi(M)$  тяг.

Так как коэффициент лобового сопротивления при нулевой подъёмной силе ( $C_{x0}$ ) при  $M > 1,1 \dots 1,3$  уменьшается с ростом числа  $M$  (рисунок 3.6), то рост лобового сопротивления, а, следовательно, и потребной тяги с увеличением чисел  $M$  замедляется.

Наклон кривых  $P_n = f(M)$  в области больших сверхзвуковых скоростей полёта уменьшается (рисунок 3.7). С другой стороны, турбореактивные двигатели для сверхзвуковых самолётов проектируются так, чтобы наибольшая располагаемая тяга при форсаже была на больших числах  $M$  (рисунок 3.7).

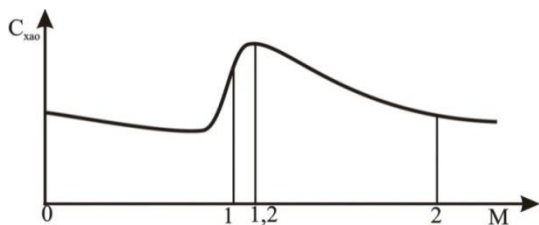


Рисунок 3.6 – Зависимость коэффициента лобового сопротивления от Маха

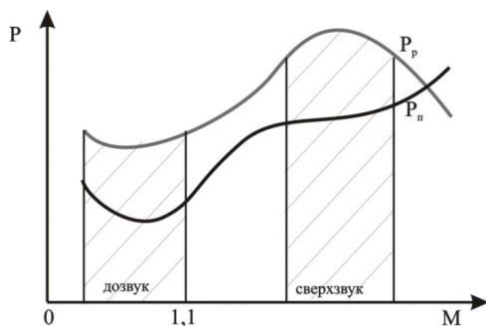


Рисунок 3.7 – Диаграмма потребной и располагаемой тяг сверхзвукового самолёта

На диаграмме (рисунок 3.7) имеются два участка с большим избытком тяги: один на дозвуковых и второй на сверхзвуковых скоростях полёта. Это свидетельствует о наличии двух статических теоретических потолков самолёта: дозвуковом и сверхзвуковом.

Тем же методом, как и у дозвуковых самолётов, определяются  $M_{\min}$  и  $M_{\max}$  на различных высотах и строятся кривые  $M_{\min} = f(H)$  и  $M_{\max} = \varphi(H)$ , ограничивающие область установившихся режимов горизонтального полёта сверхзвуковых самолётов (рисунок 3.8).

Из рисунка 3.8 видно, что на форсажных режимах полёта сверхзвукового самолёта вследствие наличия двух избытков тяги

имеются два потолка:  $H_{T1}$ ,  $H_{T2}$  – соответственно дозвуковой и сверхзвуковой статические теоретические потолки самолёта. Эта особенность проявляется на средних высотах полёта порядка 8...10 км. На бесфорсажном режиме статический теоретический потолок самолёта обозначен  $H_T$ .

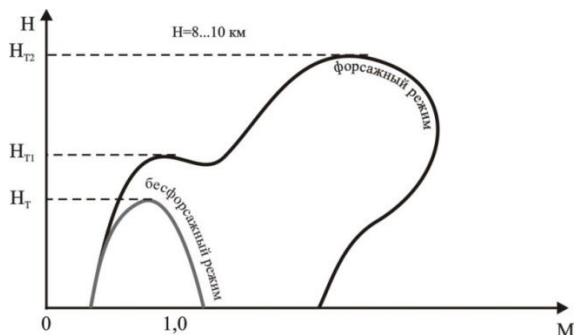


Рисунок 3.8 – Область установившихся режимов горизонтального полёта сверхзвуковых самолётов

На больших высотах полёта возникает другая особенность – двойное пересечение кривых располагаемых и потребных тяг (рисунок 3.9).

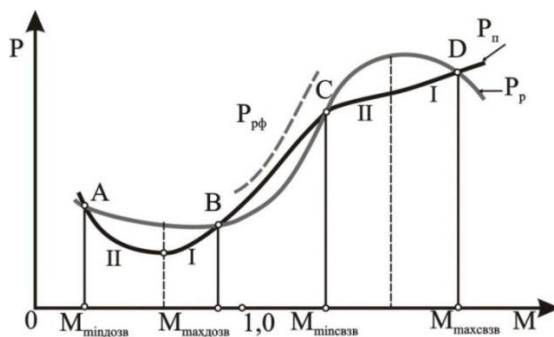


Рисунок 3.9 – Диаграмма потребной и располагаемой тяг сверхзвукового самолёта на больших высотах

На больших высотах полёта возникает другая особенность - двойное пересечение кривых располагаемых и потребных тяг (рисунок 3.9).

Эта особенность обусловлена тем, что с ростом высоты располагаемая тяга ТРД падает. Поэтому, в отличие от средних высот, на больших высотах нельзя обеспечить так называемый избыток тяги  $\Delta P$  ( $\Delta P = P_p - P_{п} > 0$ ) для всего диапазона скоростей. Возникает двойное пересечение кривых потребных и располагаемых тяг, и в этом случае имеются два изолированных друг от друга участка избытков тяги. Один из них – дозвуковой (АВ) а другой – сверхзвуковой (СD). На участке ВС существует так называемый недостаток тяги ( $\Delta P < 0$ ). Следовательно, в диапазоне скоростей, соответствующих этому участку, невозможен установившийся горизонтальный полёт. Однако для сверхзвуковых самолётов этот участок не является основным участком полёта.

Проанализируем участки АВ и СD. Участок АВ является типичным участком дозвукового полёта самолёта. В нём можно выделить первые и вторые режимы полёта, как мы делали это раньше для дозвуковых самолётов. Точка В соответствует устойчивому режиму полёта. Из рисунка 3.9 легко видеть, что при увеличении скорости возникает недостаток тяги ( $\Delta P < 0$ ), а при уменьшении скорости – её избыток ( $\Delta P > 0$ ). Следовательно, в первом случае скорость самопроизвольно уменьшается, а во втором – самопроизвольно увеличивается.

Перейдём теперь к участку СD. Точка С соответствует неустойчивому режиму полёта. Действительно, при увеличении скорости возникает избыток тяги ( $\Delta P > 0$ ) и скорость будет продолжать увеличиваться вплоть до максимальной сверхзвуковой (точка D). При уменьшении скорости образуется недостаток тяги ( $\Delta P < 0$ ) и скорость будет уменьшаться до максимальной дозвуковой (точка В). Как

легко проверить, точка D соответствует устойчивым режимам движения.

Таким образом, и на сверхзвуковом участке CD можно выделить первые и вторые режимы (рисунок 3.9). Однако второй режим в сверхзвуковой зоне, в отличие от аналогичного режима в дозвуковой зоне, из-за сравнительно медленного изменения скорости и сохранения хорошей управляемости самолёта опасности не представляет. На больших высотах полёта сверхзвукового самолёта выполняется, как правило, на втором режиме.

Рассмотрим эксплуатационные ограничения на режимы установившегося горизонтального полёта сверхзвукового самолёта.

Примерный вид области установившихся режимов горизонтального полёта сверхзвукового самолёта на форсированном режиме с учётом ограничений показан на рисунке 3.10.

1. Ограничения минимального числа Маха по допустимому коэффициенту подъёмной силы такое же, как и у дозвукового самолёта:

$$M_{\min \text{ доп}} = \frac{V_{\min \text{ доп}}}{a} = \frac{1}{a} = \sqrt{\frac{2mg}{C_{yа \text{ доп}} S \rho_H}}$$

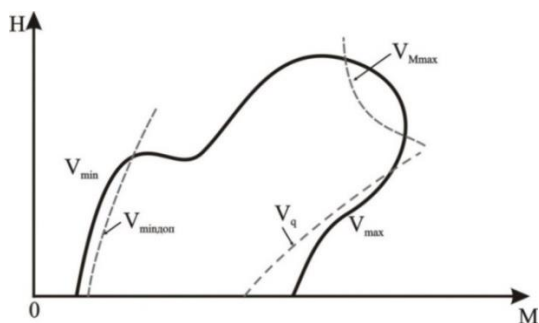


Рисунок 3.10 – Области установившихся режимов горизонтального полёта сверхзвукового самолёта на форсированном режиме с учётом ограничений



2. Ограничение  $M_{q_{\max}}$  по скоростному напору  $q_{\max}$  отличается от дозвуковых самолётов большими значениями допустимых скоростных напоров:  $q_{\max} = 80000 \dots 100000 \text{ Н/м}^2$ , так как при меньших  $q_{\max}$  нельзя обеспечить сверхзвуковые скорости полёта

$$M_{q_{\max}} = \frac{1}{a} \sqrt{\frac{2q_{\max}}{\rho_{\text{н}}}}$$

3. Ограничение максимального числа Маха полёта обусловлено кинетическим нагревом ТРД на сверхзвуковых скоростях полёта.

Температура ( $T^*$ ) передних кромок и лобовых поверхностей самолёта при сверхзвуковых скоростях приблизительно равны  $T^* \approx T_{\text{н}}(1 + 0,2M^2)$ , К, где  $T_{\text{н}}$  – температура окружающего воздуха на данной высоте в градусах Кельвина. Температуру поверхности частей самолёта ограничивают:  $T^* \leq T_{\text{доп}}$ . По максимально допустимой температуре определяется предельное значение числа Маха –  $M_{\text{пр}}$ :

$$T_{\text{доп}} \approx T_{\text{н}}(1 + 0,2M_{\text{пр}}^2) \quad \text{и} \quad M_{\text{пр}} \approx \sqrt{\frac{T_{\text{доп}} - T_{\text{н}}}{0,2T_{\text{н}}}}$$

Так как на высотах  $H \leq 11 \text{ км}$  с ростом высоты  $T_{\text{н}}$  уменьшается, то  $M_{\text{пр}}$  увеличивается. На высотах  $H > 11 \text{ км}$ , где  $T_{\text{н}} = \text{const}$  и  $M_{\text{пр}} = \text{const}$ .

Из условия устойчивой работы ТРД на сверхзвуковых скоростях полёта значение  $M_{\text{пр}} \approx 2,4 \dots 2,6$ .

4. Ограничение высоты полёта по звуковому удару.

При сверхзвуковом полёте самолёта возникает ударная волна (скачок уплотнения), вызывающая скачкообразное повышение

давления на поверхности Земли. Интенсивность звукового удара зависит от  $H$ ,  $V$ ,  $\alpha$ , объема самолёта и др. По мере увеличения высоты полёта интенсивность звукового удара на поверхности Земли уменьшается. Максимальная величина перепада давления в ударной волне над населенными районами не должна превышать  $\Delta P \approx 100 \text{ Н/м}^2$ . Эта величина и определяет высоту, на которой самолёт может совершать полёт со сверхзвуковой скоростью. Например, для самолёта Ту-144 эта высота равна 10...14 км.

### **3.6 Расчёт скороподъёмности дозвукового самолёта с турбореактивными двигателями при квазиустановившемся наборе высоты. Статический потолок самолёта. Барограмма набора высоты**

*Скороподъёмность самолёта* характеризуется величиной максимальной вертикальной скорости  $V_{y \max}$  и минимальным временем набора высоты  $t_{\min}$ .

Для расчёта  $V_y$  используется упрощенное уравнение установившегося прямолинейного движения

$$P = X_{a \text{ наб}} + mg \sin \theta^*,$$

где  $\theta^*$  – угол наклона траектории в квазиустановившемся наборе высоты,  $P = P_p$  – располагаемая сила тяги двигателей. Так как обычно углы  $\theta^*$  невелики, то можно принять  $X_{a \text{ наб}} \approx X_{a \text{ гп}} = P_n$ . Здесь  $P_n$  – потребная тяга для установившегося горизонтального полёта. Тогда

$$P = P_n + mg \sin \theta^* \text{ или } \Delta P = P - P_n = mg \sin \theta^*.$$

Следовательно, 
$$\sin \theta^* = \frac{\Delta P}{mg}.$$

Умножая обе части этого равенства на скорость полёта  $V$ , получим вертикальную составляющую скорости  $V_y^*$  при квазиустановившемся наборе высоты:

$$V \sin \theta^* = V_y^* = \frac{\Delta P \cdot V}{mg}.$$

Отсюда следует, что

$$V_{y \max}^* = \frac{(\Delta P \cdot V)_{\max}}{mg}.$$

Для определения  $V_{y \max}^*$  на каждой высоте полёта используются диаграммы потребных и располагаемых тяг. Задаваясь различными скоростями ( $V_{\min} \leq V \leq V_{\max}$ ) и определяя для них по диаграммам соответствующие значения  $\Delta P$ , подсчитываются вертикальные скорости  $V_y^*$  и строится график зависимости  $V_y^* = f(V)$  для каждой высоты полёта (рисунок 3.11).

Скорость полёта самолёта при квазиустановившемся наборе высоты, соответствующая максимальному значению вертикальной скорости, называется наивыгоднейшей скоростью набора высоты или просто скоростью набора  $V_{\text{наб}}$ .

По графикам (рисунок 3.11) для каждой высоты полёта определяется  $V_{y \max}^*$  и соответствующая ей  $V_{\text{наб}}$ . По мере роста высоты полёта  $V_{y \max}^*$  уменьшается, а  $V_{\text{наб}}$  несколько увеличивается.

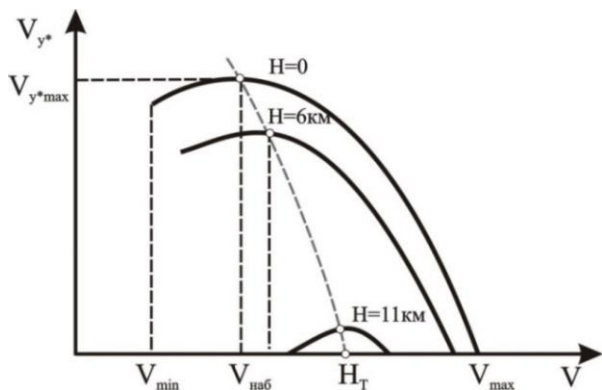


Рисунок 3.11 – График зависимости  $V_{y^*} = f(V)$

График зависимости  $V_{y^*max}$  от высоты полёта представлен на рисунке 3.12.

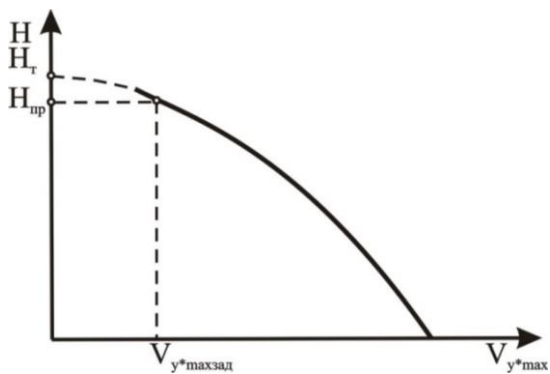


Рисунок 3.12 – График зависимости  $V_{y^*max}$  от высоты полёта

Для самолётов с турбореактивными двигателями зависимость  $V_{y^*max}(H)$  близка к линейной. На высотах  $H \geq 11$  км из-за постоян-

ства температуры окружающего воздуха тяга двигателя уменьшается более интенсивно и  $V_{y \max}^*$  уменьшается быстрее.

По кривой  $V_{y \max}^*(H)$  легко определить статический теоретический потолок самолёта  $H_T$ . Высота, на которой вертикальная скорость равна нулю, называется статическим теоретическим потолком самолёта ( $H_T$ ). Это предельная высота установившегося горизонтального полёта.

Помимо  $H_T$  важной характеристикой самолёта является его *практический потолок*  $H_{\text{пр}}$ . Под практическим потолком понимают высоту полёта, на которой максимальная вертикальная скорость равна некоторой заданной величине  $V_{y \max \text{ зад}}^*$  (рисунок 3.12).

Для дозвуковых самолётов  $V_{y \max \text{ зад}} = 3 \dots 5 \text{ м/с}$ , а для сверхзвуковых  $V_{y \max \text{ зад}} = (0,02 \dots 0,03) V_{y \max 0}$ . У современных дозвуковых самолётов  $H_T \approx 14 \text{ км}$ , а  $H_{\text{пр}} \approx 12 \dots 13 \text{ км}$ .

Рассмотрим *барограмму набора высоты*. Используя кинематическое уравнение, получим время набора высоты:

$$t_{\text{наб}} = \int_0^H \frac{dH}{V \sin \theta} = \int_0^H \frac{dH}{V_y}.$$

Поскольку в квазиустановившемся наборе высоты  $V \sin \theta^* = V_y^*$ , а минимальное время набора будет при  $V_{y \max}^*$ , то

$$t_{\text{наб min}} = \int_0^H \frac{dH}{V_{y \max}^*}. \quad (3.7)$$

Задаваясь различными высотами, этот интеграл можно вычислить численно или графически по известной зависимости  $V_{y \max}^*(H)$ .

Графическая зависимость времени набора высоты от высоты полёта называется барограммой набора высоты (рисунок 3.13). Это название сложилось исторически. Объясняется оно тем, что барограмма может вычерчиваться барографом, т.е. барометром-самописцем. Поскольку высота и давление связаны, то барограф можно проградуировать не по давлению, а по высоте. В этом случае запись прибора будет изображать зависимость высоты от времени.

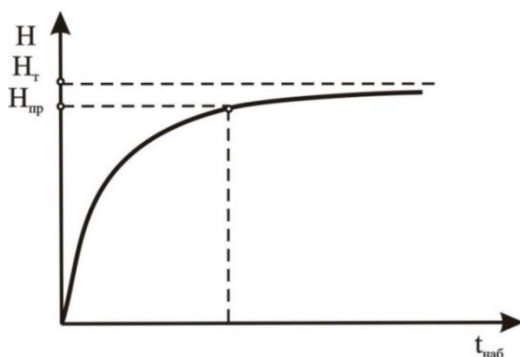


Рисунок 3.13 – Барограмма набора высоты

Обычно зависимость  $V_{y \max}^*(H)$  и  $t_{\text{наб min}}(H)$  строятся на одном графике. Так как на теоретическом потолке самолёта  $V_{y \max}^* = 0$ , то время достижения  $H_t$  при установившемся наборе высоты стремится к бесконечности.

Современный пассажирский самолёт набирает высоту  $H=10000\dots11000$  м за 18...20 мин.

### **3.7 Область установившихся режимов горизонтального полёта самолёта с винтовыми двигателями**

Для определения этой области задаются, как и в методе тяг, рядом высот полёта, для которых рассчитываются и строятся диаграммы потребных и располагаемых мощностей.

Для самолётов с малыми скоростями полёта, когда  $M < M_{кр}$ , были определены потребная тяга и скорость для установившегося горизонтального полёта на любой высоте при одинаковых значениях коэффициента подъёмной силы  $C_{ya}$ :

$$P_{пн} = P_{по}; \quad V_{пн} = \frac{V_o}{\sqrt{\Delta}},$$

где  $P_{по}$  и  $V_o$  – потребная тяга и потребная скорость на нулевой высоте:  $H_o = 0$ .

Найдём связь между потребными мощностями на нулевой высоте на высотах  $H > H_o$  при одинаковых  $C_{ya}$ . Имеем:  $N_{пн} = P_{пн} V_{пн}$ ;  $N_{по} = P_{по} V_o$ . Разделив первое выражение на второе, получим

$$\frac{N_{пн}}{N_{по}} = \frac{P_{пн} V_{пн}}{P_{по} V_o} = \frac{V_{пн}}{V_o} = \frac{1}{\sqrt{\Delta}}, \quad N_{пн} = \frac{N_{по}}{\sqrt{\Delta}}.$$

Следовательно, с ростом высоты потребная мощность для горизонтального полёта увеличивается.

Для самолётов с малыми скоростями полёта можно рассчитывать кривую потребной мощности для нулевой высоты  $N_{по}(V_{по})$ , а для других высот использовать формулы:

$$V_{пн} = \frac{V_o}{\sqrt{\Delta}} \quad \text{и} \quad N_{пн} = \frac{N_{по}}{\sqrt{\Delta}}.$$

Для самолётов с большими скоростями полёта ( $M > M_{кр}$ ), расчёт потребных мощностей проводится для каждой высоты с использованием семейства поляр:  $C_{xa} = f(C_{ya}, M)$ .

Располагаемые мощности в любом случае рассчитываются для каждой высоты.

Диаграммы потребных и располагаемых мощностей на различных высотах для самолёта с ТВД приведены на рисунке 3.14.

По этой диаграмме можно для каждой высоты полёта найти  $V_{\min}$ ,  $V_{\text{эк}}$ ,  $V_{\text{нв}}$  и  $V_{\max}$  и определить область установившихся режимов горизонтального полёта самолёта.

Так же, как и для дозвукового самолёта с турбореактивными двигателями, надо учитывать эксплуатационные ограничения: по допустимому значению  $C_{\text{ya доп}} - V_{\text{мин доп}}$ ; по скоростному напору  $q_{\max} - Vq_{\max}$ ; по максимальному числу  $M_{\max} - V_{\text{Mmax}}$  и по допустимой высоте горизонтального полёта.

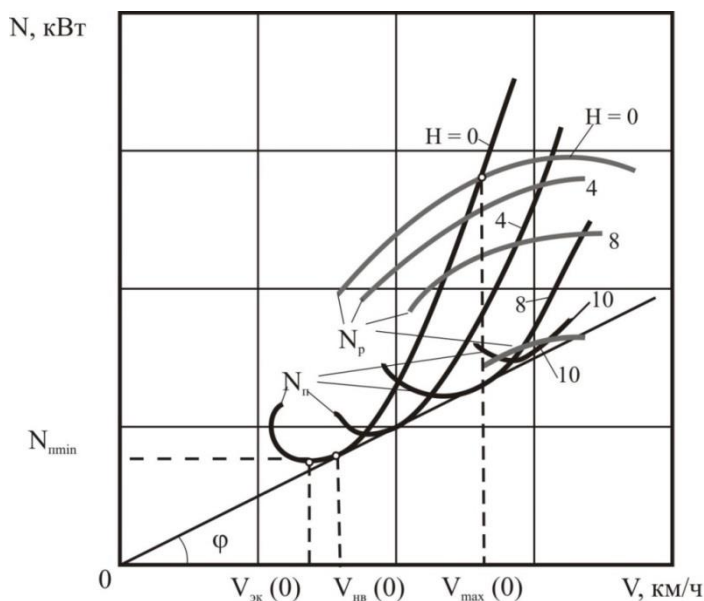


Рисунок 3.14 – Диаграмма потребных и располагаемых мощностей



### 3.8 Расчёт скороподъёмности самолёта с ТВД

По диаграммам потребных и располагаемых мощностей (рисунок 3.14) для ряда скоростей на каждой высоте определяются избыточные мощности  $\Delta N = N_p - N_{\text{п}}$  и подсчитываются вертикальные скорости

$$V_y^* = \frac{\Delta N}{mg}.$$

Строятся кривые  $V_y^* = f(V)$  для выбранных высот полёта, по которым определяются максимальные значения вертикальных скоростей  $V_{y \max}^*$  и соответствующие им скорости набора высоты  $V_{\text{наб}}$ . Затем строится зависимость  $V_{y \max}^* = f(H)$  по аналогии с дозвуковым самолётом.

По этому графику определяются теоретический  $H_{\text{т}}$  и практический  $H_{\text{пр}}$  статические потолки самолёта.

Так же, как и для дозвукового самолёта с турбореактивными двигателями, рассчитывается минимальное время набора высоты  $t_{\text{наб min}}$  по формуле (3.7). По результатам расчёта строится барограмма набора высоты  $t = f(H)$  (рисунок 3.13).

### 3.9 Установившееся снижение.

#### Планирование самолёта

Рассмотрим режим установившегося ( $\dot{V} = 0$ ) прямолинейного ( $\dot{\theta} = 0$ ) или квазипрямолинейного ( $\theta \approx 0$ ) *снижения* самолёта без крена и скольжения.

Уравнения движения самолёта при установившемся прямолинейном снижении с работающими двигателями имеют вид:

$$P_{\text{сн}} - X_a = mg \sin \theta_{\text{сн}}^*,$$

$$Y_a = mg \cos \theta_{\text{сн}}^*,$$

где  $P_{\text{сн}}$ ,  $\theta_{\text{сн}}^*$  – соответственно располагаемая тяга двигателей и угол наклона траектории при снижении самолёта.

Из первого уравнения следует, что при установившемся снижении  $P_{\text{сн}} < X_a$ . Разделив первое уравнение на второе, получим:

$$\text{tg} \theta_{\text{сн}}^* = \frac{P_{\text{сн}}}{Y_a} - \frac{X_a}{Y_a} = \frac{P_{\text{сн}}}{Y_a} - \frac{1}{K}.$$

Изменяя тягу двигателя и аэродинамическое качество, можно влиять на величину угла наклона траектории при снижении самолёта.

Скорость снижения определяется из второго уравнения

$$V_{\text{сн}} = \sqrt{\frac{2mg \cos \theta_{\text{сн}}^*}{C_{y_a} S \rho}}.$$

Вертикальная скорость снижения равна

$$V_{y_{\text{сн}}}^* = V_{\text{сн}} \sin \theta_{\text{сн}}^* < 0.$$

Используя кинематическое уравнение, определим время снижения

$$t_{\text{сн}} = \int_{H_{\text{н}}}^{H_{\text{к}}} \frac{dH}{V_{y_{\text{сн}}}^*},$$

где  $H_{\text{н}}$ ,  $H_{\text{к}}$  – соответственно начальная и конечная высота снижения,  $H_{\text{н}} > H_{\text{к}}$ .

Рассмотрим планирование самолёта, под которым понимается режим самолёта со снижением по прямолинейной наклонной траектории с углом  $\theta_{пл}^*$  менее  $20^\circ$  и нулевой или близкой к нулю тягой (рисунок 3.15,  $H = H_{н} - H_{к}$ ).

При установившемся планировании уравнения движения принимают вид:

$$-X_a = mg \sin \theta_{пл}^*, \quad Y_a = mg \cos \theta_{пл}^*.$$

Разделив первое уравнение на второе, получим

$$\operatorname{tg} \theta_{пл}^* = -\frac{X_a}{Y_a} = -\frac{C_{xa}}{C_{ya}} = -\frac{1}{K}.$$

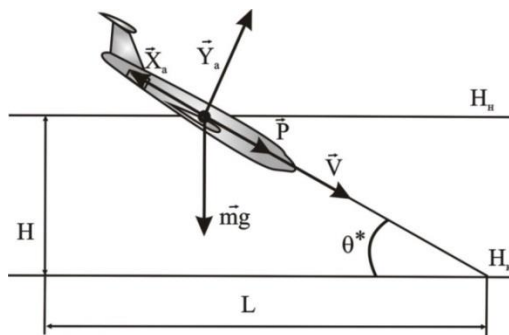


Рисунок 3.15 – Схема сил, действующих на самолёт на траектории снижения

Отсюда видно, что наиболее пологая траектория планирования  $|\theta_{пл}^*|_{\min}$  будет при максимальном аэродинамическом качестве  $K_{\max}$  на наивыгоднейшем угле атаки  $\alpha_{нв}$ . При крутом планировании, например, при экстренном снижении, надо уменьшать аэродинамическое качество. При этом могут использоваться воздушные тормоза и т.п.

Из второго уравнения определяется скорость планирования

$$V_{\text{пл}} = \sqrt{\frac{2mg \cos \theta_{\text{пл}}^*}{C_{y\alpha \text{пл}} S \rho}}.$$

Вертикальная скорость планирования равна

$$V_{y \text{пл}}^* = V_{\text{пл}} \sin \theta_{\text{пл}}^*.$$

Продольная дальность полёта при планировании (рисунок 3.15).

$$L_{\text{пл}} = H \operatorname{ctg} |\theta_{\text{пл}}^*| = H \cdot K.$$

Максимальная дальность

$$L_{\text{пл max}} = H \cdot K_{\text{max}}.$$

Максимальная дальность при планировании достигается при  $|\theta_{\text{пл}}^*|_{\text{min}}$  за счёт выбора наивыгоднейшего угла атаки  $\alpha_{\text{нв}}$  и соответствующей ему скорости планирования  $V_{\text{пл}}$  при  $C_{y\alpha \text{пл}} = C_{y\alpha \text{нв}}$ .

## 4 НЕУСТАНОВИВШИЕСЯ КВАЗИПРЯМОЛИНЕЙНЫЕ РЕЖИМЫ ПОЛЁТА

### 4.1 Энергетический метод расчёта лётных характеристик самолёта

1. Выход самолёта на расчётный режим полёта связан не только с набором заданной высоты, но и с *разгоном* от взлётной скорости до скорости на маршевом участке. Для современных самолётов диапазон изменения скорости весьма значителен. Работа, затраченная на увеличение кинетической энергии, сравнима с работой, затраченной на увеличение потенциальной энергии самолёта, или даже превосходит её. Поэтому нельзя изучать движение самолёта на участках набора высоты и снижения, разгона и торможения по соотношениям для установившегося движения.

Запишем полную энергию самолёта

$$E = mgH + \frac{mV^2}{2}.$$

Разделим правую и левую части уравнения на силу тяжести

$$\frac{E}{mg} = H + \frac{V^2}{2g}.$$

Введём обозначение  $H_s = \frac{E}{mg} = H + \frac{V^2}{2g}$  и назовем  $H_s$  – *энергетической высотой*. Рассмотрим физический смысл энергетиче-

ской высоты. Это наибольшая высота, на которую мог бы подняться самолёт, если всю его кинетическую энергию превратить в потенциальную. При этом скорость полёта уменьшится до нуля. Сделаем некоторые оценки возможного приращения высоты по сравнению с физической:

$$\Delta H_3 = H_3 - H = \frac{V^2}{2g}.$$

Для простоты расчётов примем, что  $g = 10\text{м/с}^2$ .

Рассмотрим три скорости полёта самолёта:

$$V_1 = 200\text{м/с}, \quad V_2 = 300\text{м/с}, \quad V_3 = 600\text{м/с}.$$

Легко определить, что при этом:

$$\Delta H_{31} = \frac{(200)^2}{20} = 2000\text{м} = 2.0\text{км},$$

$$\Delta H_{32} = \frac{(300)^2}{20} = 4500\text{м} = 4.5\text{км},$$

$$\Delta H_{33} = \frac{(600)^2}{20} = 18000\text{м} = 18.0\text{км}.$$

Таким образом, если самолёт обладает большой скоростью, то он может значительно увеличить высоту полёта по сравнению с режимом установившегося движения.

2. Получим основное уравнение энергетического метода. Запишем дифференциальное уравнение для скорости:

$$m \frac{dV}{dt} = P \cos(\alpha + \varphi_p) - X_a - mg \sin \theta.$$

Преобразуем правую часть, введя тангенциальную перегрузку  $n_{xa}$ :

$$\frac{dV}{dt} = g \left[ \frac{P \cos(\alpha + \varphi_p) - X_a}{mg} - \sin \theta \right] = g(n_{xa} - \sin \theta).$$

Продифференцируем выражение для  $H_{\text{э}}$  по времени:

$$\frac{dH_{\text{э}}}{dt} = \frac{dH}{dt} + \frac{2V}{2g} \cdot \frac{dV}{dt} = V \sin \theta + V(n_{xa} - \sin \theta) = Vn_{xa}.$$

Интегрируя, получим:

$$H_{\text{эк}} = H_{\text{э0}} + \int_{t_0}^{t_k} Vn_{xa} dt.$$

Здесь  $H_{\text{э0}}$  – энергетическая высота в начальной точке;

$H_{\text{эк}}$  – энергетическая высота в конечной точке.

Если  $n_{xa} = 0$ , то начальная и конечная энергетические высоты совпадают. Таким образом, энергетическая высота при таком режиме полёта постоянна. Самолёт будет лететь по *изоэнергетической* траектории. Если  $n_{xa} > 0$ , то конечное значение энергетической высоты больше начального. При  $n_{xa} < 0$  конечное значение энергетической высоты меньше начального.

Для простоты принимают, что

$$\int_{t_0}^{t_k} Vn_{xa} dt = \varepsilon H_{\text{э0}}.$$

Здесь  $\varepsilon$  – коэффициент прироста или потерь энергии.

$$\begin{aligned} \text{Следовательно, можно записать, что } H_{\text{эк}} &= H_{\text{э0}} + \varepsilon H_{\text{э0}} = \\ &= H_{\text{э0}}(1 + \varepsilon). \end{aligned}$$

Тогда с учётом соотношений для начальной и конечной энергетических высот

$$\begin{aligned} H_{\text{э0}} &= H_0 + \frac{V_0^2}{2g}, \\ H_{\text{эк}} &= H_k + \frac{V_k^2}{2g}. \end{aligned}$$

Выпишем основное уравнение энергетического метода:

$$H_k + \frac{V_k^2}{2g} = (1 + \varepsilon) \left( H_0 + \frac{V_0^2}{2g} \right).$$

## 4.2 Неустановившийся набор высоты

Рассмотрим учёт изменения кинетической энергии при наборе высоты. Ранее для установившегося режима набора высоты была получена формула для вертикальной скорости:

$$V_y^* = \frac{\Delta P \cdot V}{mg}. \quad (4.1)$$

Она была справедлива, если набор высоты проводится при постоянной скорости. На самом же деле скорость набора увеличивается с ростом высоты. Это означает, что предположение о постоянстве скорости, которое использовано при выводе формулы (4.1), не выполняется. Следовательно, истинная вертикальная скорость  $V_y$  отличается от расчётной  $V_y^*$ .

Рассмотрим расчёт скороподъёмности самолёта при неустановившемся наборе высоты. Будем считать, что набор высоты производится по прямолинейной траектории.

Запишем дифференциальное уравнение для скорости:

$$m \frac{dV}{dt} = P - X_a - mg \sin \theta.$$

Умножим правую и левую части уравнения на скорость  $V$ :

$$mV \frac{dV}{dt} = V(P - X_a - mg \sin \theta). \quad (4.2)$$



Рассмотрим более подробно левую часть уравнения (4.2)

$$mV \frac{dV}{dt} = \frac{m}{2} \cdot \frac{dV^2}{dt} = \frac{m}{2} \cdot \frac{dV^2}{dH} \cdot \frac{dH}{dt} = \frac{m}{2} \cdot \frac{dV^2}{dH} \cdot V \sin \theta .$$

Ранее мы установили, что

$$V \sin \theta = V_y .$$

Тогда

$$mV \frac{dV}{dt} = \frac{m}{2} V_y \frac{dV^2}{dH} .$$

Рассмотрим теперь правую часть уравнения (4.2)

$$\begin{aligned} V(P - X_a - mg \sin \theta) &= V(P - X_a) - V \sin \theta mg = \\ &= mg \left[ \frac{V(P - X_a)}{mg} - V \sin \theta \right] = mg \left[ \frac{V(P - X_a)}{mg} - V_y \right] . \end{aligned}$$

Как и ранее, будем считать, что при прямолинейном наборе высоты сила лобового сопротивления примерно равна потребной тяге:  $X_a \approx P_n$ .

Тогда

$$\frac{V(P - X_a)}{mg} = \frac{V(P - P_n)}{mg} = \frac{V \cdot \Delta P}{mg} = V_y^* .$$

Следовательно, уравнение (4.2) можно записать в виде:

$$\frac{m}{2} V_y \frac{dV^2}{dH} = mg(V_y^* - V_y) ,$$

$$V_y \left( \frac{1}{2} \cdot \frac{dV^2}{dH} + g \right) = gV_y^* ,$$

$$V_y = \frac{V_y^*}{1 + \frac{1}{2g} \cdot \frac{dV^2}{dH}}.$$

Таким образом, получим зависимость между истинной вертикальной скоростью и вертикальной скоростью при установившемся наборе высоты.

Обозначим

$$\chi = \frac{1}{1 + \frac{1}{2g} \cdot \frac{dV^2}{dH}},$$

и тогда  $V_y = V_y^* \cdot \chi$ .

Очевидно, что при

$$V = const, \quad \chi = 1, \quad V_y = V_y^*;$$

$$\frac{dV^2}{dH} > 0, \quad \chi < 1, \quad V_y < V_y^*;$$

$$\frac{dV^2}{dH} < 0, \quad \chi > 1, \quad V_y > V_y^*.$$

Выразим  $\chi$  через энергетическую и физическую высоты. Запишем

$$H_3 = H + \frac{V^2}{2g}$$

и продифференцируем это выражение по  $H$ :

$$\frac{dH_3}{dH} = 1 + \frac{1}{2g} \cdot \frac{dV^2}{dH} = \frac{1}{\chi}.$$

Следовательно,  $\chi = \frac{dH}{dH_3} \approx \frac{\Delta H}{\Delta H_3}$ .

Сделаем следующее замечание. Учёт изменения энергии самолёта не сказывается на теоретическом потолке самолёта, т.к. для него  $V_y^* = 0$ . Практический же потолок несколько уменьшается.

### 4.3 Неустановившееся снижение самолёта

Рассмотрим неустановившееся снижение самолёта. Можно показать, что

$$\begin{aligned}\sin \theta_{\text{сн}} &= \sin \theta_{\text{сн}}^* \cdot \chi, \\ V_{y \text{ сн}} &= V_{y \text{ сн}}^* \cdot \chi.\end{aligned}\tag{4.3}$$

Здесь  $\theta_{\text{сн}}$  – угол наклона траектории при неустановившемся снижении самолёта;  $\theta_{\text{сн}}^*$  – угол наклона траектории при установившемся снижении самолёта ( $V = \text{const}$ );  $V_{y \text{ сн}}$  и  $V_{y \text{ сн}}^*$  – вертикальные скорости неустановившегося и установившегося снижения, соответственно;  $\chi$ , как и ранее, равна

$$\chi = \frac{1}{1 + \frac{1}{2g} \cdot \frac{dV^2}{dH}} = \frac{1}{1 + \frac{V}{g} \cdot \frac{dV}{dH}}.\tag{4.4}$$

Если на траектории неустановившегося снижения выдерживать угол наклона траектории такой, что выполняется условие:  $|\theta_{\text{сн}}| < |\theta_{\text{сн}}^*|$ , то из (4.3) следует, что  $\chi < 1$  и, следовательно, так как  $dH < 0$ , то  $dV < 0$  (4.4). Таким образом, происходит снижение самолёта с уменьшением скорости, т.е. с *торможением*. За счёт торможения можно существенно *уменьшить* крутизну траектории по сравнению с режимом установившегося снижения.

Если  $|\theta_{\text{сн}}| > |\theta_{\text{сн}}^*|$ , то  $\chi > 1$  и, следовательно,  $dV > 0$ . Таким образом, снижение происходит с увеличением скорости, т.е. с разгоном. За счёт разгона можно увеличить крутизну траектории и увеличить вертикальную скорость снижения, что важно при экстренном снижении.

#### 4.4 Разгон и торможение самолёта в горизонтальном полёте

Рассмотрим разгон и торможение самолёта в горизонтальном полёте. Запишем уравнение для скорости:

$$m \frac{dV}{dt} = P - X_a. \quad (4.5)$$

При  $P > X_a$  имеем разгон, а при  $P < X_a$  – торможение. Определим время разгона  $t$  от начальной скорости  $V_0$  до заданной конечной скорости  $V_k$ .

Из (4.5) следует

$$\frac{dV}{dt} = \frac{P - X_a}{m} = g \frac{P - X_a}{mg},$$

$$t_{\text{разг}} = \int_{V_0}^{V_k} \frac{mg dV}{g(P - X_a)}.$$

Рассмотрим силу лобового сопротивления:

$$X_a = C_{xa} \frac{\rho V^2}{2} S.$$

Схема её определения такова:

– из условия равенства аэродинамической подъёмной силы и силы тяжести определяется коэффициент  $C_{ya}$  :

$$Y_a = mg, \quad C_{ya} \frac{\rho V^2}{2} S = mg, \quad C_{ya} = \frac{2mg}{\rho V^2 S};$$

– по поляре при известном числе Маха  $M$  определяется  $C_{xa}$  :

$$C_{xa} \rightarrow C_{xa}(C_{ya}, M);$$

– затем вычисляется сила  $X_a$  .

Таким образом:

$$t_{\text{разг}} = \int_{V_0}^{V_k} \frac{mg dV}{g \left[ P(H, V) - C_{xa}(C_{ya}, M) \frac{\rho(H) V^2}{2} S \right]}.$$

Более просто можно подсчитать время разгона через среднее значение перегрузки  $n_{xa}$  :

$$n_{xa} = \frac{P - X_a}{mg}.$$

Тогда

$$t_{\text{разг}} = \int_{V_0}^{V_k} \frac{dV}{g n_{xa}(V)}.$$

Задаваясь средним значением перегрузки  $n_{xa \text{ ср}}$  , например,

$$n_{xa \text{ ср}} = \frac{n_{xa}(V_0) + n_{xa}(V_k)}{2},$$

получим формулу для времени разгона в виде

$$t_{\text{разг}} = \frac{V_k - V_0}{g n_{xa \text{ ср}}}.$$

Аналогично рассчитывается и время торможения  $t_{\text{торм}}$ :

$$t_{\text{торм}} = \frac{V_{\text{к}} - V_{\text{о}}}{gn_{\text{ха ср}}}$$

Учитывая, что  $V_{\text{к}} < V_{\text{о}}$  и  $n_{\text{ха ср}} < 0$ , запишем

$$t_{\text{торм}} = \frac{V_{\text{о}} - V_{\text{к}}}{g|n_{\text{ха ср}}|}$$

#### 4.5 Динамические режимы полёта

1. Ранее введены понятия статических потолков самолёта: теоретического, для которого вертикальная скорость  $V_y = 0$ , и практического, для которого вертикальная скорость равна заданной величине  $V_{\text{у зад}}$ .

Введём понятие динамического потолка самолёта. Динамическим потолком будем называть предельную высоту, на которой еще сохраняется управляемость самолёта.

Поскольку подразумевается управляемость самолёта с помощью аэродинамических поверхностей, то для создания управляющих моментов требуются определённые значения аэродинамических сил. В свою очередь, аэродинамические силы зависят от скоростного напора, поскольку

$$R_a = C_{Ra} q S .$$

Поэтому для управления самолётом должно выполняться условие:  $q \geq q_{\text{мин}}$ , где  $q_{\text{мин}}$  – минимальное значение скоростного напора, при котором еще сохраняется возможность управления самолётом. Например, по каналу тангажа  $q_{\text{мин}} = 1000 \text{ Н/м}^2$ .

Введём понятие эволютивной скорости. Эволютивной скоростью  $V_{эв}$  называется скорость, при которой на каждой высоте полёта обеспечивается заданное минимальное значение скоростного напора  $q_{\min}$ , необходимого для управления самолётом. Поскольку

$$q = \frac{\rho V^2}{2}, \quad \text{то } V_{эв} = \sqrt{\frac{2q_{\min}}{\rho(H)}}.$$

Рассмотрим расчёт динамического потолка энергетическим методом. Выпишем основное уравнение энергетического метода:

$$H_{ж} = (1 + \varepsilon)H_{эо}.$$

Обозначим через  $H_{д}$  высоту динамического потолка, а через  $V_{д}$  – скорость на динамическом потолке. Пусть эта скорость будет равна эволютивной, т.е.  $V_{д} = V_{эв}(H)$ .

Тогда в силу основного уравнения энергетического метода

$$H_{д} + \frac{V_{д}^2}{2g} = (1 + \varepsilon) \left( H_{о} + \frac{V_{о}^2}{2g} \right),$$

$$H_{д} = (1 + \varepsilon) \left( H_{о} + \frac{V_{о}^2}{2g} \right) - \frac{V_{д}^2(H)}{2g}.$$

Величина параметра  $\varepsilon \approx 0 \dots 0.2$ . Построим зависимость  $H(V)$  при фиксированных  $H_{о}$  и  $V_{о}$  (рисунок 4.1):

$$H = (1 + \varepsilon)H_{эо} - \frac{V^2}{2g}.$$

Уровень  $H_{э\max}$  определяется для точки касания линии с наибольшей энергетической высотой  $H_{э}$  и границы области уста-

новившихся режимов (точка А на рисунке 4.1), соответствующей максимальной скорости  $V_{max}$ . Точка В соответствует высоте  $H_B$ , и скорости  $V_B$ , которых мог бы достичь самолёт без потерь энергии. Фактически при наборе высоты часть энергии теряется, и действительный динамический потолок  $H_d$ , будет меньше (точка С на рисунке 4.1).

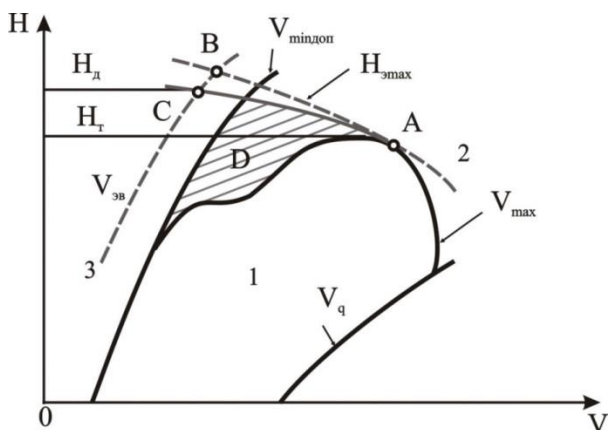


Рисунок 4.1 – Область динамических высот полёта D:

- 1 – область установившихся режимов;
- 2 – линия максимальной энергии  $H_э = H_{эmax}$ ;
- 3 – граница минимальных скоростей  $V = V_{эв}$ .

Нанесём на рисунок 4.1 зависимость  $V_{эв}(H)$ . Точка пересечения С определяет как динамический потолок  $H_d$ , так и необходимую на динамическом потолке скорость  $V_d$ .

В заключение введём понятие баллистического потолка. Баллистический потолок – это максимальная высота, которую может достичь самолёт с нулевой скоростью. Например, для самолёта МИГ-25 баллистический потолок составляет около 38 км. Сами по



себе динамический и баллистический потолки большого практического значения не имеют. На таких высотах самолёт может находиться всего несколько секунд. Для боевых действий максимальная высота – это высота горизонтального полёта, на которой самолёт может находиться 3...4 минуты.

Справка. В 1977 г. лётчик-испытатель А.В. Федотов на самолёте Е-266 (МиГ-25) установил абсолютный рекорд высоты  $H_d = 37\,650$  м.

## 5 ДАЛЬНОСТЬ И ПРОДОЛЖИТЕЛЬНОСТЬ ПОЛЁТА САМОЛЁТА

*Дальностью полёта* называется расстояние, измеренное по земной поверхности, которое пролетает самолёт от взлета до посадки при израсходовании определённого запаса топлива.

*Продолжительностью полёта* называется время нахождения самолёта в воздухе при израсходовании определённого запаса топлива.

Дальность и продолжительность полёта зависят от полётной массы самолёта, запаса топлива, режима полёта, режима работы двигателя, состояния атмосферы и т.п.

Как лётно-технические характеристики самолёта – дальность и продолжительность полёта – определяются для стандартных атмосферных условий, при отсутствии ветра и заданного располагаемого запаса топлива.

Дальность полёта включает расстояние, пройденное самолётом при наборе крейсерской высоты полёта  $L_{\text{наб}}$ , в крейсерском режиме полёта  $L_{\text{к}}$  и при снижении (планировании)  $L_{\text{сн}}$ . Профиль полёта самолёта на дальность показан на рисунке 5.1.

Таким образом, полная дальность полёта самолёта  $L_{\text{полн}}$  может быть представлена в виде следующей суммы:

$$L_{\text{полн}} = L_{\text{наб}} + L_{\text{к}} + L_{\text{сн}}.$$

Полная продолжительность полёта может быть представлена в виде суммы:

$$T = T_{\text{наб}} + T_{\text{к}} + T_{\text{сн}}.$$

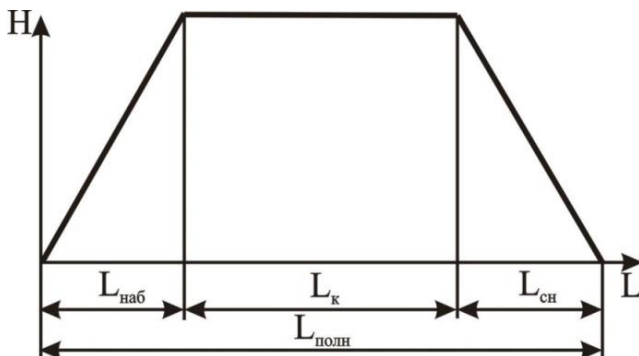


Рисунок 5.1 – Этапы полёта на дальность

## 5.1 Дальность и продолжительность полёта самолёта с турбореактивными двигателями.

### Общие соотношения для расчёта дальности и продолжительности крейсерского полёта самолёта

Рассмотрим удельный, часовой и километровый расходы топлива, от которых зависят продолжительность и дальность полёта самолёта.

Удельным расходом  $C_{уд}$  называется количество топлива, израсходованного турбореактивным двигателем в течение одного часа для получения единицы силы тяги:  $C_{уд} \left[ \frac{\text{кг}}{H \cdot \text{час}} \right]$ .

На максимально-продолжительном (номинальном) режиме работы двигателя удельный расход  $C_{удном}$  определяется по высот-но-скоростным характеристикам в зависимости от высоты и числа  $M$  полёта  $C_{удном}(H, M)$ .

Для многих режимов полёта требуется тяга  $P$  меньшая, чем тяга двигателя на номинальном режиме  $P_{ном}$ . В этом случае двига-

тель дросселируют. Степень дросселирования равна  $\bar{p} = P/P_{\text{ном}}$ . Величина удельного расхода топлива задресселированного двигателя  $C_{\text{уд}}$  определяется по дроссельным характеристикам, полученным опытным путём. На рисунке 5.2 приведены осреднённые дроссельные характеристики относительных величин:  $\bar{C}_{\text{уд}} = C_{\text{уд}}/C_{\text{удном}}$  в зависимости от степени дросселирования  $\bar{p}$ .

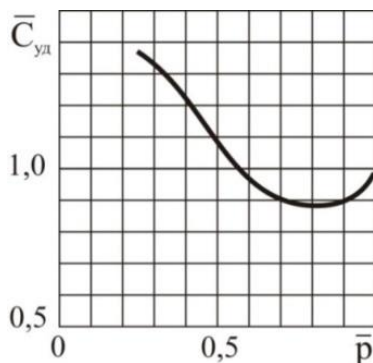


Рисунок 5.2 – Осреднённые дроссельные характеристики дозвукового ТРД

Таким образом, удельный расход топлива  $C_{\text{уд}}$  зависит от высоты, числа  $M$  полёта и степени дросселирования двигателя  $\bar{p}$ :

$$C_{\text{уд}}(H, M, \bar{p}).$$

Часовым расходом топлива  $q_{\text{ч}}$  называется количество топлива, расходуемого двигателем за час полёта:

$$q_{\text{ч}} = C_{\text{уд}} P \left[ \frac{\text{кг}}{\text{час}} \right], \text{ где } P[H]. \quad (5.1)$$

Километровым расходом топлива  $q_k$  называется количество топлива, расходуемого двигателем на один километр пройденного пути самолётом:

$$q_k = \frac{q_{\text{ч}} [\text{кг/час}]}{V [\text{км/час}]} = \frac{C_{\text{уд}} P}{3,6V [\text{м/с}]} \left[ \frac{\text{кг}}{\text{км}} \right]. \quad (5.2)$$

Общие выражения для расчёта дальности и продолжительности полёта самолёта на крейсерском участке получим следующим образом. За бесконечно малый промежуток времени  $dt$  самолёт переместится по горизонтам на величину

$$dL = 3,6V dt [\text{км}], \text{ где } V [\text{м/с}].$$

За это время израсходуется некоторое количество топлива  $dm_{\text{т}} = q_{\text{ч}} dt$ , а полётная масса самолёта уменьшится на  $dm = -dm_{\text{т}} = -q_{\text{ч}} dt$ .

Отсюда следует, что

$$dt = -dm / q_{\text{ч}}, \quad (5.3)$$

$$dL = -\frac{3,6V}{q_{\text{ч}}} dm = -\frac{dm}{q_k}. \quad (5.4)$$

Интегрируя (5.3) и (5.4), получим:

продолжительность полёта:

$$t_k = -\int_{m_{\text{н}}}^{m_{\text{к}}} \frac{dm}{q_{\text{ч}}} = \int_{m_{\text{к}}}^{m_{\text{н}}} \frac{dm}{q_{\text{ч}}}; \quad (5.5)$$

дальность полёта:

$$L_k = -\int_{m_{\text{н}}}^{m_{\text{к}}} \frac{dm}{q_k} = \int_{m_{\text{к}}}^{m_{\text{н}}} \frac{dm}{q_k}; \quad (5.6)$$

где  $m_{\text{н}}$ ,  $m_{\text{к}}$  – соответственно масса самолёта в начале и конце крейсерского участка полёта.

Полученные выражения (5.5) и (5.6) для расчёта  $t_k$  и  $L_k$  применимы для самолётов с любыми двигателями. Из них следует, что дальность полёта на крейсерском участке при данном запасе топлива ( $m_{\text{TK}} = m_n - m_k$ ) будет тем больше, чем меньше  $q_k$ , а продолжительность тем больше, чем меньше  $q_v$ .

Крейсерский режим полёта осуществляется на установившемся горизонтальном (или близком к горизонтальному) полёте.

Так как в установившемся горизонтальном полёте  $P = P_n$ , то километровый расход топлива (5.2) будет равен

$$q_k = \frac{C_{\text{уд}} P_n}{3,6V} = \frac{C_{\text{уд}} mg}{3,6VK}, \quad (5.7)$$

а часовой

$$q_v = C_{\text{уд}} P_n = C_{\text{уд}} \frac{mg}{K}. \quad (5.8)$$

Определим минимальный километровый расход топлива  $q_{k\text{min}}$  при постоянной полётной массе самолёта.

На больших высотах полёта, где дросселирование двигателя незначительно, удельный расход топлива в первом приближении можно считать неизменным и не зависящим от скорости полёта. В этом случае:

$$q_{k\text{min}} = \frac{C_{\text{уд}}}{3,6} \left( \frac{P_n}{V} \right)_{\text{min}}.$$

Скорость полёта, при которой  $\left( \frac{P_n}{V} \right)_{\text{min}}$ , называется *крейсерской скоростью*  $V_{\text{кр}}^*$ . Её величина на данной высоте полёта графически определяется как точка касания прямой, проведенной из

начала координат к кривой потребной тяги  $P_{\Pi}(V)$ . В этой точке  $tg\varphi_{\min} = \left(\frac{P_{\Pi}}{V}\right)_{\min}$  и, следовательно, будет  $q_{k\min}$  (рисунок 5.3).

Величина  $V_{кр}^*$  приблизительно равна  $V_{кр}^* \approx 1,31 V_{нв}$ . С увеличением высоты  $V_{кр}^*$  растёт, а  $\left(\frac{P}{V}\right)_{\min}$  и  $q_{k\min}$  уменьшается.

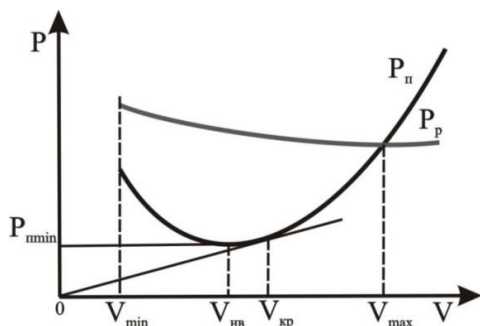


Рисунок 5.3 – Определение условной крейсерской скорости

С учётом изменения удельного расхода топлива, то есть с учётом дросселирования двигателя, минимальный километровый расход топлива на данной высоте будет при  $\left(\frac{C_{уд} P_{\Pi}}{V}\right)_{\min}$  на скорости минимального километрового расхода  $V q_{k\min}$ , большей  $V_{кр}^*$  и меньшей  $V_{\max}$ :  $V q_{k\min} \approx (1,1 \dots 1,15) V_{кр}^*$ .

С ростом высоты полёта отношение  $\frac{P_{\Pi}}{V}$  и удельный расход  $C_{уд}$  уменьшаются, и минимальный километровый расход  $q_{k\min}$  довольно быстро уменьшается. Изменение высоты полёта от Зем-

ли до высот  $H = 10...12\text{км}$  приводит к уменьшению  $q_{\text{к min}}$  примерно в два раза. Темп уменьшения  $q_{\text{к min}}$  падает по мере приближения самолёта к практическому потолку из-за увеличения потребного значения угла атаки и, следовательно, уменьшения аэродинамического качества.

Наименьшее значение  $q_{\text{к min}}$  соответствует полёту самолёта на высоте, несколько меньшей практического потолка. В частности, для самолёта Ту 134 эта высота примерно на 1000 м ниже практического потолка.

С ростом массы самолёта  $q_{\text{к min}}$  увеличивается, а высота  $Hq_{\text{к min}}$ , на которой он достигается, уменьшается.

Аналогичными рассуждениями можно определить зависимость минимального часового расхода топлива  $q_{\text{ч min}}$  от скорости, высоты и полётной массы самолёта. В частности, когда можно считать  $C_{\text{уд}}$  неизменным, минимальный часовой расход будет равен:  $q_{\text{ч min}} = C_{\text{уд}} P_{\text{п min}}$ . Это соответствует полёту самолёта с ТРД на наивыгоднейшей скорости  $V_{\text{нв}}$ .

## **5.2 Расчёт дальности и продолжительности крейсерского полёта при заданных высоте и скорости**

Пусть полёт происходит при неизменной скорости на заданной постоянной высоте:

$$V = V^* = \text{const}, \quad H = H^* = \text{const}, \quad M = M^* = \text{const}.$$

В процессе полёта масса самолёта уменьшается за счёт выгорания топлива. С уменьшением полётной массы коэффициент подъёмной силы будет уменьшаться. Поскольку  $Y_a = mg$ , то



$$C_{ya}(m) = \frac{2mg}{\rho(H^*)(V^*)^2 \cdot S}.$$

Это приводит к уменьшению коэффициента лобового сопротивления  $C_{xa}(m) = f[C_{ya}(m), M^*]$ , определяемого по семейству полар. Следовательно, изменяется аэродинамическое качество:  $K(m) = C_{ya}(m)/C_{xa}(m)$  и потребная тяга:  $P_{п}(m) = mg / K(M)$ .

Определив тягу и удельный расход топлива по высотно-скоростным характеристикам двигателя на номинальной режиме его работы:

$$P_{\text{ном}}(H^*, M^*) = \text{const}; \quad C_{\text{уд ном}}(H^*, M^*) = \text{const},$$

получим степень дросселирования двигателя и удельный расход топлива:

$$\bar{p}(m) = \frac{P_{п}(m)}{P_{\text{ном}}}, \quad C_{\text{уд}}(m) = \frac{C_{\text{уд}}(m)}{C_{\text{уд ном}}} C_{\text{уд ном}}.$$

Величина  $\frac{C_{\text{ном}}(m)}{C_{\text{уд ном}}}$  определяется по дроссельной характеристике в зависимости от степени дросселирования  $\bar{p}(m)$ .

Используя выражения для дальности (5.6) и километрового расхода топлива (5.7), получим:

$$L_k = \int_{m_k}^{m_u} \frac{dm}{q_k(m)} = \int_{m_k}^{m_u} \frac{3,6V^* K(m)}{g C_{\text{уд}}(m)} \frac{dm}{m}.$$

Данный интеграл можно определить путём численного интегрирования.

Используя выражения (5.5) и (5.8), получим:

$$t_k = \int_{m_k}^{m_n} \frac{dm}{q_{\text{ч}}(m)} = \int_{m_k}^{m_n} \frac{K(m)}{g C_{\text{уд}}(m)} \frac{dm}{m}.$$

Численным интегрированием этого интеграла можно определить продолжительность полёта самолёта с учётом выгорания топлива.

Если количество расходуемого топлива в крейсерском полёте не превышает трети массы самолёта, то приближённо расчёт  $L_k$  и  $t_k$  можно проводить по средней полётной массе:  $m_{\text{ср}} = \text{const}$ .

В этом случае при заданных  $H^* = \text{const}$  и  $V^* = \text{const}$  величины  $C_{\text{уд}}$ ,  $C_{\text{xa}}$ ,  $K$ ,  $P_{\text{п}}$ ,  $\bar{p}$  и  $C_{\text{уд}}$  будут постоянными. Средний километровый расход топлива  $q_{\text{к ср}} = \frac{C_{\text{уд}} P_{\text{п}}}{3,6V^*}$  будет постоянным. Приближённое значение дальности полёта будет равно

$$L_k = \int_{m_k}^{m_n} \frac{dm}{q_{\text{к ср}}} = \frac{1}{q_{\text{к ср}}} \int_{m_k}^{m_n} dm = \frac{m_n - m_k}{q_{\text{к ср}}} = \frac{m_{\text{тк}}}{q_{\text{к ср}}}.$$

Продолжительность полёта равна  $t_k = \frac{L_k}{3,6V^*}$ .

### 5.3 Расчёт дальности и продолжительности крейсерского полёта при заданной скорости и угле атаки (полёт «по потолкам»)

Для расчёта дальности используем выражения:

$$L_k = \int_{m_k}^{m_n} \frac{dm}{q_{\text{к}}} = \int_{m_k}^{m_n} \frac{3,6VK}{g C_{\text{уд}}} \frac{dm}{m}, \quad (5.9)$$

$$t_k = \int_{m_k}^{m_n} \frac{dm}{q_{\text{ч}}} = \int_{m_k}^{m_n} \frac{K}{g C_{\text{уд}}} \frac{dm}{m}. \quad (5.10)$$

Расчёт будем производить на высотах  $H \geq 11 \text{ км}$  при  $V^* = \text{const}$  и постоянном угле атаки  $\alpha^* = \text{const}$  ( $C_{\text{ya}}^* = \text{const}$ ) при изменяющейся полётной массе самолёта с учётом выгорания топлива.

На таких высотах скорость звука постоянна и, следовательно,  $V^* = \text{const}$  и  $M^* = \text{const}$ . При  $C_{\text{ya}}^* = \text{const}$  коэффициент лобового сопротивления  $C_{\text{xa}}^* = \text{const}$  и, следовательно, аэродинамическое качество:  $K^* = \text{const}$ . Номинальный удельный расход топлива  $C_{\text{уд ном}}$  при  $M^* = \text{const}$  не зависит от высоты полёта. Можно показать, что степень дросселирования двигателя при  $M^* = \text{const}$  на всех высотах  $H \geq 11 \text{ км}$  будет постоянной:  $\bar{p} = \bar{p}^* = \text{const}$ . Следовательно, удельный расход топлива:  $C_{\text{уд}}^* = \text{const}$ .

Подставляя в (5.9) и (5.10) постоянные значения  $V = V^*$ ,  $K = K^*$  и  $C_{\text{уд}} = C_{\text{уд}}^*$ , получим:

$$L_k = \frac{3,6 V^* K^*}{g C_{\text{уд}}^*} \int_{m_k}^{m_n} \frac{dm}{m} = \frac{3,6 V^* K^*}{g C_{\text{уд}}^*} \ln \frac{m_n}{m_k},$$

$$t_k = \frac{K^*}{g C_{\text{уд}}^*} \int_{m_k}^{m_n} \frac{dm}{m} = \frac{K^*}{g C_{\text{уд}}^*} \ln \frac{m_n}{m_k}.$$

Максимальная дальность достигается на режиме, соответствующем  $(V^* K^*)_{\text{max}}$ :

$$L_{k \text{ max}} = \frac{3,6 (V^* K^*)_{\text{max}}}{g C_{\text{уд}}^*} \ln \frac{m_n}{m_k}.$$

Этому соответствует оптимальная величина коэффициента подъёмной силы:  $C_{ya}^* = C_{ya\text{opt}}^*$ .

Из условия равенства подъёмной силы и силы тяжести:  $Y_a = mg$  найдём плотность воздуха

$$\rho(H) = \frac{2mg}{C_{уд}^*(V^*)^2 S}.$$

Из этой формулы следует, что по мере выгорания топлива (уменьшения массы самолёта) плотность воздуха уменьшается, и, следовательно, высота полёта растёт. Плотность воздуха в конце крейсерского участка при  $m = m_k$  равна

$$\rho(H_k) = \frac{2m_k g}{C_{уд}^*(V^*)^2 S}.$$

Так как  $m_k < m_n$ , то высота полёта  $H_k$  в конце крейсерского участка будет больше высоты в начале крейсерского полёта.

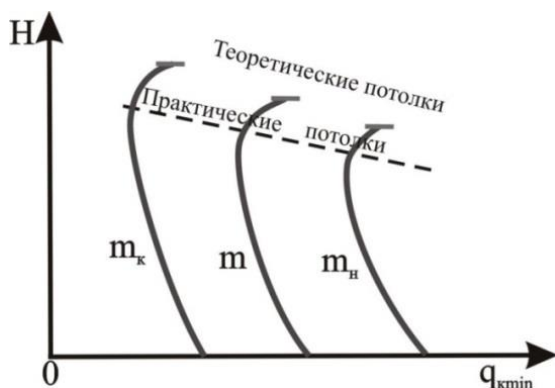


Рисунок 5.4 – Зависимость минимального километрового расхода топлива от высоты полёта для различных значений массы самолёта

При полёте самолёта на режиме, соответствующем  $(V^* K^*)_{\max}$ , оптимальные высоты по мере выгорания топлива будут близки к теоретическим потолкам для текущих значений массы самолёта. Поэтому такой режим полёта называется полётом «по потолкам». Режим полёта «по потолкам» является наиболее экономичным. Он даёт выигрыш в дальности по сравнению с полётом на постоянной высоте приблизительно на 10...15%.

#### 5.4 Расчёт дальности крейсерского полёта на заданной высоте (полёт «по эшелону»)

Пусть самолёт совершает полёт на заданной высоте  $H = H^* = \text{const}$ . Требуется определить скорость полёта, при которой будет максимальная дальность на этой высоте, и величину дальности.

Рассмотрим расчёт дальности полёта с учётом изменения полётной массы самолёта и по средней массе:  $m_{\text{cp}} = \text{const}$ .

При расчёте дальности с учётом изменения в полёте массы самолёта задаются несколькими скоростями  $V_i$  в диапазоне  $V_{\text{нв}} \leq V_i \leq V_{\text{max}}$  и рядом значений текущей массы от  $m_{\text{н}}$  до  $m_{\text{к}}$ .

Для каждой заданной скорости, также как в (5.2), для различных текущих масс самолёта определяются аэродинамическое качество  $K(m)$ , удельный расход топлива  $C_{\text{уд}}(m)$ . Затем путём численного интегрирования выражения

$$L_{\text{к}} = \int_{m_{\text{к}}}^{m_{\text{н}}} \frac{3,6V_i K(m)}{g C_{\text{уд}}(m)} \frac{dm}{m}$$

находится дальность полёта.

Построив зависимость  $L_k(V_i)$ , определяют  $L_{k \max}$  и соответствующую ей скорость полёта  $V = V_*$ . При этом продолжительность полёта будет равна

$$t_k = \frac{L_{k \max}}{V_*}.$$

Рассмотрим приближённый расчёт дальности по средней полётной массе самолёта:  $m_{cp} = const$ . Ранее было показано, что при  $m = const$  на больших высотах удельный расход топлива можно считать неизменным:  $C_{уд} = const$ . При этом минимальный километровой расход топлива  $q_{k \min}$  на данной высоте получается при полёте самолёта с крейсерской скоростью  $V_{кр}^* \approx 1,31 V_{нв}$ . На тех высотах, где  $C_{уд}$  зависит от скорости полёта, минимальный километровой расход получается при скорости  $V q_{k \min} \approx (1,1 \dots 1,15) V_{кр}^*$ .

В зависимости от заданной высоты  $H^* \geq 11 \text{ км}$  или  $H^* < 11 \text{ км}$  принимаются  $V_{кр}^* = const$  или  $V q_{k \min} = const$ . Определяя для них  $q_{k \min} = const$  (5.1), получим приближённое значение максимальной дальности полёта:

$$L_{k \max} = \frac{1}{q_{k \min}} \int_{m_k}^{m_n} dm = \frac{m_n - m_k}{q_{k \min}} = \frac{m_{т \text{кр}}}{q_{k \min}}.$$

При этом продолжительность крейсерского участка полёта будет

$$t_k = \frac{L_{k \max}}{V_{кр}^*} \quad \text{или} \quad t_k = \frac{L_{k \max}}{V q_{k \min}}.$$

На практике при полётах на большую дальность, с целью уменьшения расхода топлива на полёт, применяются ступенчатые профили смены эшелонов. Это приближает условие выполнения полёта к полёту «по потолкам». Кроме того, обеспечиваются требования службы управления воздушным движением (УВД) по сокращению плотности воздушного движения на отдельных участках трассы. Ступенчатый профиль смены эшелонов состоит из двух, трёх и более участков горизонтального полёта.

### 5.5 Расчёт дальности полёта на участках набора высоты и снижения

Набор крейсерской высоты полёта может происходить на различных режимах полёта, а именно:

- на режиме максимальной скороподъёмности. Этот режим используется в тех случаях, когда необходимо набрать заданную высоту за минимальное время;
- на экономическом режиме, обеспечивающим наибольшую экономическую эффективность эксплуатации;
- на режиме минимального расхода топлива.

Рассмотрим приближённый расчёт дальности при наборе крейсерской высоты  $H_{кр}$  на режиме максимальной скороподъёмности.

За время  $dt$  самолёт пройдёт путь  $dL' = V_{наб} dt$ , а расстояние по горизонтали  $dL_{наб} = dL' \cos \theta_{наб} = V_{наб} \cos \theta_{наб} dt$ .

Будем считать, что угол наклона траектории  $\theta_{наб}$  мал и  $\cos \theta_{наб} \approx 1$ . Тогда  $dL_{наб} = V_{наб} dt$ . Интегрируя, получим:  $L_{наб} = \int_0^{t_{наб}} V_{наб} dt$ .

Принимая приближённо  $V_{наб} \approx V_{наб\text{ср}} = const$ , будем иметь:

$$L_{\text{наб}} = V_{\text{наб ср}} \int_0^{t_{\text{наб}}} V_{\text{наб}} = V_{\text{наб ср}} t_{\text{наб}} \cdot$$

Здесь  $V_{\text{наб ср}} = \frac{1}{2} [V_{\text{наб}}(0) + V_{\text{наб}}(H_{\text{кр}})]$ ,  $V_{\text{наб}}(0)$  и  $V_{\text{наб}}(H_{\text{кр}})$  – скорости набора соответственно на нулевой и крейсерской высотах для режима максимальной скороподъёмности. Время набора  $t_{\text{наб}}$  определяется по барограмме набора высоты для  $H_{\text{кр}}$  (рисунок 4.13).

Если набор высоты происходит по прямолинейной траектории (рисунок 5.5), то  $L_{\text{наб}} = H_{\text{кр}} \text{ctg} \theta_{\text{наб}}$ , где  $H_{\text{кр}}$  – высота крейсерского участка полёта.

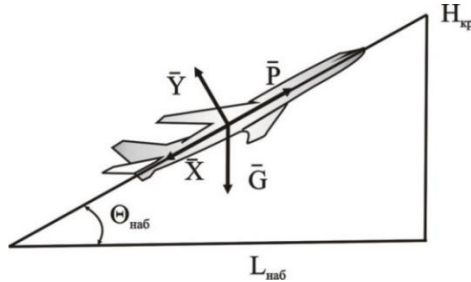


Рисунок 5.5 – Определение дальности полёта на участке набора высоты

Для большинства пассажирских самолётов основным режимом набора высоты является экономический. В этом случае скорость набора высоты будет больше, чем скорость при максимальной скороподъёмности.

Определим дальность полёта при установившемся снижении самолёта с крейсерской высоты (рисунок 5.6).

Из рисунка следует, что

$$\text{tg} |\theta_{\text{сни}}| = \frac{H_{\text{кр}}}{L_{\text{сни}}} \quad \text{и} \quad L_{\text{сни}} = \frac{H_{\text{кр}}}{\text{tg} |\theta_{\text{сни}}|}.$$



Ранее было получено (в 4.3), что при установившемся снижении самолёта с работающим двигателем  $\operatorname{tg}\theta_{\text{сн}} = \frac{P}{Y_a} - \frac{1}{K}$ .

Принимая для приближённых расчётов  $\operatorname{tg}|\theta_{\text{сн}}| \approx \frac{1}{K^*}$ , получим:

$$L_{\text{сн}} = H_{\text{кр}} K^*,$$

где  $K^*$  – условное аэродинамическое качество самолёта с работающим двигателем.

Для самолётов с турбореактивными двигателями  $K^* = 20 \dots 30$ .

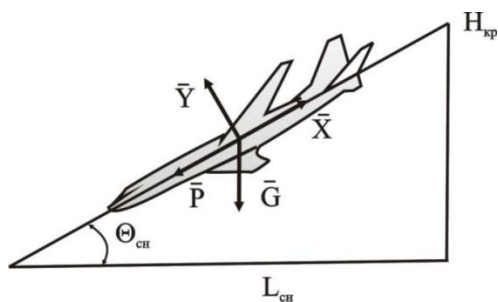


Рисунок 5.6 – Определение дальности полёта на участке снижения самолёта

## 5.6 Дальность и продолжительность полёта самолёта с винтовыми двигателями

Определим часовой  $q_{\text{ч}}$  и километровый  $q_{\text{к}}$  расходы топлива для самолёта с ТВД.

Часовой расход определится по формуле:

$$q_{\text{ч}} = C_3 \cdot N_3, \quad \text{кг/час},$$

где  $C_3 \left[ \frac{\text{кг}}{\text{Вт} \cdot \text{час}} \right]$  – удельный расход топлива, т.е. расход массы топлива в час на единицу мощности. Удельный расход зависит от режима полёта, т.е. от высоты  $H$  и скорости  $V$ , а также от степени дросселирования двигателя ( $\bar{N}$ ), т.е.  $C_3(H, V, \bar{N})$ . Под степенью дросселирования понимается отношение мощности двигателя  $N_3$  на каком-либо режиме работы к мощности  $N_{\text{эном}}$  для максимально продолжительного режима:

$$\bar{N} = \frac{N_3}{N_{\text{эном}}}.$$

Километровый расход топлива определится по формуле:

$$q_k = \frac{q_ч}{3.6V} = \frac{C_3 N_3}{3.6V}, \left[ \frac{\text{кг}}{\text{км}} \right].$$

При расчёте дальности на крейсерском участке  $L_k$  и времени  $t_k$  полёта самолёта с винтовыми двигателями, помимо характеристик двигателя, надо учитывать коэффициент полезного действия винта.

В установившемся горизонтальном полёте выполняется условие:

$$N_p = N_{\text{п}} \text{ или } N_3 \eta = N_{\text{п}} = P_{\text{п}} V.$$

Отсюда следует, что

$$N_3 = \frac{P_{\text{п}} V}{\eta} = \frac{mg V}{K\eta}, \text{Вт} \quad \text{или} \quad N_3 = \frac{mg V}{1000 K\eta}, \text{кВт}.$$

Подставив в выражения (5.5) и (5.6) значения  $q_ч, q_k$  и  $N_3$ , получим общие соотношения для расчёта времени  $t_k$  и дальности  $L_k$  полёта самолёта с ТВД на крейсерском участке:

$$t_k = \int_{m_k}^{m_H} \frac{dm}{q_{\text{ч}}} = \int_{m_k}^{m_H} \frac{dm}{C_3 \cdot N_3} = \frac{10^3}{g} \int_{m_k}^{m_H} \frac{K\eta}{C_3 V} \cdot \frac{dm}{m}, \text{ час,}$$

где  $C_3 \left[ \frac{\text{кг}}{\text{Вт} \cdot \text{час}} \right]$ ,  $V \left[ \frac{\text{М}}{\text{с}} \right]$ .

$$L_k = \int_{m_k}^{m_H} \frac{dm}{q_k} = \int_{m_k}^{m_H} \frac{3.6V}{C_3 N_3} dm = \frac{3.6 \cdot 10^3}{g} \int_{m_k}^{m_H} \frac{K\eta}{C_3} \cdot \frac{dm}{m}, \text{ км,}$$

где  $C_3 \left[ \frac{\text{кг}}{\text{Вт} \cdot \text{час}} \right]$ .

Можно приближённо считать, что максимальное время полёта  $t_{\text{max}}$  достигается при полёте на высоте  $H$ , близкой к практическому потолку  $H_{\text{пр}}$ :  $H \approx H_{\text{пр}}$ , и при скорости  $V_{t_{\text{max}}}$ , удовлетворяющей условию  $V_{\text{ж}} < V_{t_{\text{max}}} < V_{\text{нв}}$ .

Можно приближённо считать, что максимальная дальность полёта  $L_{\text{max}}$  достигается при полёте на высоте, близкой к практическому потолку, и при скорости  $V_{q_{\text{k min}}}$ , соответствующей степени дросселирования  $\bar{N}$ , примерно равной 0,7...0,8:

$$V_{\text{нв}} < V_{q_{\text{k min}}} < V_{\text{кр}}^*.$$

Здесь  $V_{\text{кр}}^*$  – условная крейсерская скорость, обеспечивающая максимальную дальность полёта при условии, что удельный расход топлива  $C_3$  постоянен.

## 5.7 Радиус действия самолёта

Если полётное задание предусматривает возвращение самолёта на аэродром вылета после выполнения заданной операции в зоне применения, то вводится понятие радиуса действия. Под радиусом действия понимается наибольшее расстояние от аэродрома вылета, которое может пролететь самолёт в одном направлении с последующим возвращением на тот же аэродром.

Радиус действия рассчитывается теми же методами, что и дальность полёта.

Без сброса груза (в точке максимального удаления от аэродрома вылета) максимальный радиус  $R_{\max}$  равен

$$R_{\max} = \frac{L_{\max}}{2},$$

где  $L_{\max}$  – максимальная дальность.

Если в точке максимального удаления сбрасывается груз массой  $m_{\text{сбр}}$ , то радиус действия получается большим, чем половина дальности полёта, определённая без учёта  $m_{\text{сбр}}$ .

*Сделаем следующее замечание.* Приведённый выше расчёт дальности и, соответственно, радиуса действия был проведён при отсутствии ветра. Но в реальных условиях может действовать попутный, встречный, боковой, попутно-боковой и встречно-боковой ветер. При этом величина дальности и радиуса действия будут отличаться от их значений при полёте в отсутствие ветра. В частности,

$$R_w = R_{w=0} \left( 1 - \frac{W^2}{V^2} \right).$$

## 6 МАНЁВРЕННЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ САМОЛЁТА

*Манёвренностью* самолёта называется его способность изменять положение в пространстве, скорость, высоту и направление полёта за определённый промежуток времени.

Такие этапы полёта, как набор высоты, снижение, также являются манёврами, но эти этапы обычно достаточно протяженные, их длительность сравнима с полной продолжительностью полёта, а движение можно считать установившимся (квазиустановившимся) или прямолинейным (квазипрямолинейным). Поэтому термин «манёвр» используют только для коротких этапов с интенсивным изменением параметров движения.

При выполнении расчётов и при анализе манёвров самолёта используются следующие допущения:

- продольное и боковое движения самолёта рассматриваются независимо (анализ манёвренности самолёта обычно разделяют на анализ координированных манёвров, выполняемых без скольжения ( $\beta=0$ ), и анализ манёвров со скольжением при единичной перегрузке ( $n_y = 1$ ));
- аэродинамические силы определяются только величиной и знаком параметров движения самолёта в рассматриваемый момент времени и не зависят от величин этих параметров в предшествующие моменты времени;
- масса самолёта за время выполняемого манёвра не изменяется;
- конфигурация самолёта (открытие щитков, изменение угла стреловидности) во время манёвра не изменяется.

## 6.1 Общие и частные показатели манёвренности

Оценка манёвренности производится с помощью общих и частных показателей.

*Общие* показатели не зависят от вида манёвра и определяются характеристиками самолёта и двигателя.

*Важнейшими* общими показателями являются располагаемые перегрузки. От их величины зависят время выполнения манёвра, кривизна и угловая скорость поворота траектории при манёвре.

*К частным* показателям относятся характеристики конкретных манёвров, например, время выполнения того или иного манёвра.

Зная общие показатели, программу манёвра и граничные условия, можно определить значение того или иного частного показателя.

Рассмотрим располагаемые перегрузки при полёте самолёта без скольжения.

*Располагаемая нормальная перегрузка* определяется следующим образом:

$$n_{ya} = \frac{P(\alpha + \varphi_p) + Y_a}{mg} \approx \frac{Y_a}{mg} = \frac{C_{ya} S q}{mg}.$$

Так как условиями безопасности полёта ограничено допустимое значение  $C_{ya} \leq C_{ya \text{ доп}}$ , то располагаемая перегрузка будет равна

$$\text{на } n_{ya \text{ расп}} = \frac{C_{ya \text{ доп}} S q}{mg}.$$

В процессе эксплуатации самолёта должно соблюдаться условие:  $n_{ya} \leq n_{ya \text{ расп}}$ .

При больших скоростных напорах  $\left( q = \frac{1}{2} \rho V^2 \right)$  нормальная располагаемая перегрузка  $n_{ya \text{ расп}}$  ограничена требованиями прочности конструкции:  $n_{ya \text{ расп}} \leq n_{ya \text{ макс}}^2$ .

Величина  $n_{y\max}^3$  задается нормами прочности: для маневренных самолётов  $n_{y\max}^3 \approx 8 \dots 9$ ; для неманевренных самолётов  $n_{y\max}^3 \approx 2,5 \dots 3,8$ .

Величина длительной перегрузки (десятки секунд) ограничивается физическими возможностями лётчика.

Положительная нормальная перегрузка, прижимающая лётчика к сиденью, переносится легче, чем отрицательная. Во время манёвра тренированный лётчик может исполнять свои функции при  $n_{ya} \approx 4$ , а в противоперегрузочном костюме до  $n_{ya} \approx 8,0$ . Наклон сидения позволяет увеличить допустимую перегрузку в направлении “грудь-спина”.

При отрицательной перегрузке  $n_{ya} < 0$  лётчик повисает на ремнях и испытывает неприятные ощущения.

Предельная отрицательная перегрузка  $n_{ya}$  равна  $-1$ .

Для пассажирских самолётов допустимый диапазон перегрузок определяется из условия комфорта перегрузок  $0,5 \leq n_{ya} \leq 1,2$ .

*Располагаемая тангенциальная перегрузка равна*

$$n_{xa} = \frac{P - X_a}{mg}.$$

Отсюда видно, что располагаемые значения тангенциальной перегрузки  $n_{xa\text{расп}}$  зависят от тяги двигателей  $P$  и величины силы лобового сопротивления  $X_a$ . В свою очередь,  $P$  и  $X_a$  зависят от высоты и скорости, а через полярю самолёта – от  $C_{ya}$  при манёвре, а следовательно и от  $n_{ya}$ . Таким образом:  $n_{xa\text{расп}} = f(n_{ya})$ .

Максимальная тангенциальная располагаемая перегрузка  $n_{ха\text{расп}}$  при заданных значениях высоты и скорости ( $H = const$  и  $V = const$ ) достигается при максимальной тяге двигателя:  $P = P_p$ . С ростом  $n_{ya}$  располагаемое значение  $n_{ха\text{расп}}$  уменьшается из-за увеличения индуктивного сопротивления при больших значениях  $C_{ya}$ .

Наибольшее значение  $n_{ха\text{расп}}^{\max}$  достигается на старте самолёта при  $V = 0$  и  $P = P_{\text{взл}}$ :  $n_{ха\text{расп}}^{\max} = \frac{P_{\text{взл}}}{mg}$ .

Например, для ИЛ-62М:  $P_{\text{взл}} = 4 \cdot 110000 \text{ Н}$ ,  $m_{\text{взл}} = 165000 \text{ кг}$  и  $n_{ха\text{расп}}^{\max} = 0,27$ . Отметим, что ограничения на  $n_{ха}$  не накладываются.

Минимальное значение  $n_{ха\text{расп}}$  при заданных значениях  $H$  и  $V$  достигается при  $P \approx 0$  (на режиме малого газа)

$$n_{ха\text{расп}}^{\min} = -\frac{X_a}{mg} < 0.$$

Для манёвренных самолётов  $n_{ха}$  можно дополнительно уменьшить за счёт выпуска воздушных тормозов.

## **6.2 Влияние нормальной скорости перегрузки на диапазон высот и скоростей при изоэнергетических манёврах**

Движение самолёта по изоэнергетическим траекториям ( $H_s = const$ ) осуществляется при  $\dot{H}_s = Vn_{ха} = 0$ , т.е. когда танген-



циальная перегрузка  $n_{xa} = \frac{P - X_a}{mg} = 0$ , и  $P = X_a$ . Изоэнергетические манёвры могут выполняться при различных значениях нормальной перегрузки  $n_{ya}$ .

Определим потребные тягу и скорость при различных значениях  $n_{ya} \geq 1$  и  $n_{xa} = 0$ .

При манёвре с перегрузкой  $n_{ya} \geq 1$ :

$$P = X_a^{\text{ман}} = P_{\text{п}}^{\text{ман}}; P_{\text{п}}^{\text{ман}} = \frac{1}{2} C_{xa}^{\text{ман}} S \rho V_{\text{ман}}^2. \quad (6.1)$$

$$n_{ya}^{\text{ман}} = \frac{Y_a^{\text{ман}}}{mg}; Y_a^{\text{ман}} = \frac{1}{2} C_{ya}^{\text{ман}} S \rho V_{\text{ман}}^2 = n_{ya}^{\text{ман}} mg. \quad (6.2)$$

В установившемся прямолинейном горизонтальном полёте с перегрузкой  $n_{ya\text{гп}} = 1$ :

$$P = X_{a\text{гп}} = P_{\text{пгп}}; P_{\text{пгп}} = \frac{1}{2} C_{xa\text{гп}} S \rho V_{\text{пгп}}^2. \quad (6.3)$$

$$n_{ya\text{гп}} = \frac{Y_{a\text{гп}}}{mg} = 1; Y_{a\text{гп}} = \frac{1}{2} C_{ya\text{гп}} S V_{\text{пгп}}^2 = mg. \quad (6.4)$$

Установим связь между потребными тягами и скоростями при манёвре и в установившемся горизонтальном полёте при одинаковых углах атаки. Для простоты анализа будем считать, что влияние сжимаемости воздуха на аэродинамические характеристики мало. В этом случае зависимость  $C_{xa} = f(C_{ya})$  однозначна и при одинаковых углах атаки:  $C_{ya}^{\text{ман}} = C_{ya\text{гп}}$  и  $C_{xa}^{\text{ман}} = C_{xa\text{гп}}$ .

Разделим (6.2) на (6.4), а (6.1) на (6.3). Тогда:

$$\frac{Y_a^{\text{ман}}}{Y_{a\text{пг}}} = \frac{V_{\text{ман}}^2}{V_{\text{пг}}^2} = n_{ya}^{\text{ман}}, \quad \text{откуда} \quad V_{\text{ман}} = V_{\text{пг}} \sqrt{n_{ya}^{\text{ман}}}, \quad (6.5)$$

$$\frac{P_{\text{п}}^{\text{ман}}}{P_{\text{ппг}}} = \frac{V_{\text{ман}}^2}{V_{\text{пг}}^2} = n_{ya}^{\text{ман}}, \quad \text{откуда} \quad P_{\text{п}}^{\text{ман}} = P_{\text{ппг}} n_{ya}^{\text{ман}}. \quad (6.6)$$

Из (6.5) и (6.6) видно, что при  $n_{ya}^{\text{ман}} > 1$  потребные тяги и скорости будут больше, чем в установившемся прямолинейном горизонтальном полёте при одинаковых углах атаки на той же высоте полёта. Этот вывод остаётся в силе и при учёте влияния сжимаемости воздуха на аэродинамические характеристики, когда  $C_{xa} = f(C_{ya}, M)$ . Изменяются только количественные соотношения. Следует отметить, что при изоэнергетическом манёвре с  $n_{ya}^{\text{ман}} > 1$  диапазон высот и скоростей установившегося полёта сужается.

### 6.3 Характерные манёвры самолёта в вертикальной плоскости

Типичные манёвры самолёта в вертикальной плоскости ( $\psi = \text{const}$ ) выполняются без крена и скольжения.

В этом случае для расчёта вертикальных манёвров используются уравнения движения центра масс самолёта в виде:

$$\left. \begin{aligned} \dot{V} &= g(n_{xa} - \sin \theta), \\ \dot{\theta} &= \frac{g}{V}(n_{ya} - \cos \theta), \\ \dot{H} &= V \sin \theta. \end{aligned} \right\} \quad (6.7)$$

Рассмотрим два характерных манёвра самолёта в вертикальной плоскости: пикирование и горку.

Пикированием самолёта называется неустановившееся снижение с углом наклона траектории более  $30^\circ$ , которое сопровождается быстрой потерей высоты. Различают пологое (угол  $|\theta|$  до  $45^\circ$ ) и крутое ( $|\theta| > 45^\circ$ ) пикирование.

Траекторию пикирования условно можно разбить на три участка (рисунок 6.1).

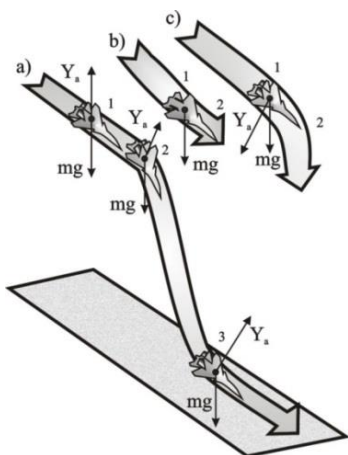


Рисунок 6.1 – Траектория пикирования:  
а – обычный ввод; б – ввод с креном  $90^\circ$ ; с – ввод с переворотом

Ввод в пикирование – криволинейный участок 1 \_ 2 – служит для перехода от горизонтального полёта к снижению. Прямолинейный участок 2 \_ 3 – с углом наклона траектории  $\theta_n = const$ . Вывод из пикирования – криволинейный участок 2 \_ 3 – для перехода к горизонтальному полёту.

Из второго уравнения системы (6.7) следует, что на участке ввода в пикирование, где  $\dot{\theta} < 0$ , величина нормальной скоростной перегрузки должна удовлетворять условию:  $n_{ya} < \cos\theta$ ; на прямо-

линейном участке, где  $\dot{\theta} = 0$ ,  $n_{ya} = \cos\theta_{\pi}$ , и на участке вывода, где  $\dot{\theta} > 0$ ,  $n_{ya} > \cos\theta$ .

Рассмотрим ввод в пикирование и вывод из пикирования.

При обычном вводе в пикирование из горизонтального полёта лётчик отклоняет руль высоты вниз, уменьшая угол атаки  $\alpha$ , и, следовательно, подъёмную силу  $Y_a$ . В результате:  $Y_a < mg$ . Возникшая центростремительная сила искривляет траекторию полёта вниз. Чтобы траектория была криволинейной, необходимо на всём участке ввода выдерживать перегрузку  $n_{ya} < \cos\theta$ . Чем меньше  $n_{ya}$ , тем круче ввод в пикирование – меньше радиус кривизны траектории. Однако, отрицательные перегрузки, превышающие по модулю 0,5...1,0, обычно недопустимы. Как только достигнут необходимый угол наклона траектории, лётчик, увеличивая угол атаки  $\alpha$ , переводит самолёт в прямолинейный полёт, сохраняя перегрузку  $n_{ya} = \cos\theta_{\pi} = \text{const} < 1$ .

К недостаткам такого метода ввода самолёта в пикирование относятся: отсутствие видимости цели во время ввода и ограничение по предельным отрицательным перегрузкам. Поэтому на практике часто применяется *ввод в пикирование с разворотом*, получающимся при накренивании самолёта на угол, близкий к  $\gamma = 90^\circ$ .

При этом лётчик хорошо видит цель, траектория искривляется под действием только силы тяжести, как в случае с нулевой перегрузкой.

Применяется также метод ввода с переворотом самолёта на  $180^\circ$ , позволяющий использовать большие положительные перегрузки и значительно уменьшить радиус ввода, но требующий высокой квалификации лётчика.

Для вывода самолёта из пикирования надо создать центростремительную силу, искривляющую траекторию вверх. С этой целью, отклоняя руль высоты вверх, лётчик увеличивает угол атаки  $\alpha$ , создавая перегрузку  $n_{ya} > \cos\theta$ . Для быстрого вывода с целью меньшей потери высоты надо создавать предельную положительную перегрузку. В процессе вывода угол  $\theta$  увеличивается до конечного значения  $\theta_k$  (в частном случае  $\theta_k = 0$ , что соответствует горизонтальному полёту). Расчёт траекторий ввода и вывода выполняется численным методом решения уравнений (6.7).

Так как граничные условия на участках ввода и вывода заданы по углу  $\theta$  (выход на угол  $\theta_n$  для участка ввода и на  $\theta_k$  – для вывода из пикирования), то при численном интегрировании уравнений на этих участках целесообразно задавать не программу управления  $n_{ya}(t)$ , а закон управления  $n_{ya}(\theta)$ . Для этого уравнения (6.7) надо преобразовать к новой независимой переменной  $\theta$ .

Разделив первое и третье уравнения на второе, получим

$$\left. \begin{aligned} \frac{dV}{d\theta} &= \frac{n_{xa} - \sin\theta}{n_{ya} - \cos\theta} \cdot V, \\ \frac{dH}{d\theta} &= \frac{V^2 \sin\theta}{g(n_{ya} - \cos\theta)}. \end{aligned} \right\} \quad (6.8)$$

В процессе численного интегрирования этих уравнений определяются изменение скорости и высоты полёта на участках ввода и вывода при выбранных законах управления:  $n_{ya}(\theta)$  и  $n_{xa}(n_{ya})$ .

Рассмотрим прямолинейный участок пикирования. На этом участке:  $\theta = \theta_n = const$  и  $\dot{\theta}_n = 0$ . Тогда уравнения (6.7) принимают вид:

$$\left. \begin{aligned} \dot{V} &= g(n_{xa} - \sin \theta_n), \\ n_{ya} &= \cos \theta_n, \\ \dot{H} &= V \sin \theta_n. \end{aligned} \right\} \quad (6.9)$$

Как только в процессе ввода в пикирование угол  $\theta$  становится близким к заданному  $\theta_n$ , лётчик увеличивает угол атаки  $\alpha$ , переводит самолёт в прямолинейный полёт, сохраняя перегрузку  $n_{ya} = \cos \theta_n = \text{const}$ .

Для численного интегрирования системы уравнений (6.9) за независимую переменную удобнее принять высоту  $H$ .

Разделив первое уравнение на третье, получим:

$$\frac{dV}{dH} = \frac{g(n_{xa} - \sin \theta_n)}{V \sin \theta_n}. \quad (6.10)$$

Так как скорость увеличивается, а высота уменьшается, то при снижении самолёта увеличивается скоростной напор  $q$ . Поэтому при численном интегрировании выражения (6.10) надо контролировать величину  $q = \frac{\rho V^2}{2}$  так, чтобы выполнялось условие:

$$q \leq q_{\max}.$$

Во избежание превышения  $q_{\max}$  используется выпуск воздушных тормозов. Тягу в  $n_{xa} = \frac{P - X_a}{mg}$  можно принять равной нулю, если нежелателен быстрый рост скорости. Наоборот, тяга принимается максимальной ( $P_{\max}$ ), если целью пикирования является быстрый разгон самолёта.

Из второго уравнения системы (6.9) следует, что  $C_{ya} = mg \cos \theta_{\text{п}} / sq$ . То есть по мере роста скоростного напора угол атаки на прямолинейном участке должен уменьшаться.

*Горкой* называется манёвр самолёта в вертикальной плоскости по *S*-образной траектории, выполняемый для быстрого набора высоты или для воздушной цели. Различают пологую горку с углом наклона траектории на прямолинейном участке  $\theta_{\text{наб}}$  до  $45^\circ$  и крутую горку с углом  $\theta_{\text{наб}} > 45^\circ$ . Траектория горки состоит из трёх (или двух) криволинейных участков (рисунок 6.2).

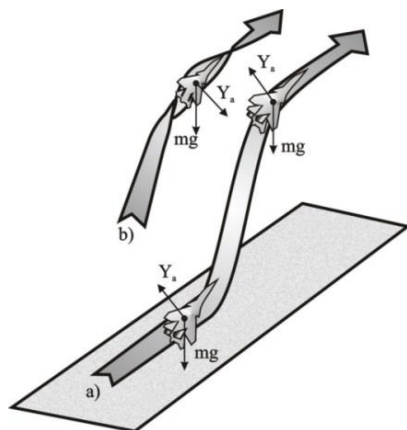


Рисунок 6.2 – Траектория горки:

a – обычный вывод; b – вывод с переворотом (полубочкой)

Обычно при выполнении горки скорость самолёта непрерывно уменьшается, так как происходит переход кинетической энергии в потенциальную. Однако на форсированном режиме работы двигателя горка может выполняться с постоянной скоростью или с увеличением скорости.

Для расчёта горки используются те же уравнения движения (6.7), что и для пикирования.

Из второго уравнения следует, что на участке ввода в горку, где  $\dot{\theta} > 0$ , величина  $n_{ya} > \cos \theta$ ; на прямолинейном участке, где  $\dot{\theta} = 0$ ,  $n_{ya} = \cos \theta_{\text{наб}} = \text{const}$  и на участке вывода, где  $\dot{\theta} < 0$ ,  $n_{ya} < \cos \theta$ .

Для ввода самолёта в горку лётчик увеличивает угол атаки, создавая перегрузку  $n_{ya} > 1$ . Самолёт переходит в криволинейный полёт по восходящей траектории. Желателен быстрый ввод в горку, чтобы быстрее достичь  $\theta = \theta_{\text{наб}}$ . Поэтому ввод целесообразно осуществлять с предельной положительной перегрузкой  $n_{ya} = n_{ya\text{пр}}$ . При этом надо следить за тем, чтобы  $\alpha \leq \alpha_{\text{доп}}$ .

*Криволинейный вывод* из горки совершается с перегрузкой  $n_{ya} < \cos \theta$ . Для быстрого вывода из горки надо создать предельную отрицательную перегрузку. При этом  $\alpha < 0$ . В конце выхода надо увеличивать угол атаки. Если после горки должен следовать горизонтальный полёт, то необходимо, чтобы в конце горки скорость  $V$  была больше  $V_{\text{минп}}$  на заданной высоте. Если горизонтальный участок полёта необязателен, то скорость  $V$  в конце горки должна быть больше  $V_{\text{эв}}$ . На участках ввода и вывода целесообразно, как и в пикировании, за независимую переменную выбрать не время, а угол  $\theta$ . Расчёт изменения  $V$  и  $H$  на этих участках производится методом численного интегрирования уравнений (6.8).

Расчёт ввода в горку и вывода из неё производится также как и расчёт вывода и ввода в пикирование.

Рассмотрим *прямолинейный участок горки*. Как только в конце ввода в горку угол  $\theta$  достигает  $\theta_{\text{наб}}$ , лётчик переводит самолёт в прямолинейный набор высоты с постоянной перегрузкой  $n_{ya} = \cos \theta_{\text{наб}}$  или  $Y_a = mg \cos \theta_{\text{наб}} = \text{const}$ . Отсюда



$$C_{ya} = \frac{mg \cos \theta_{\text{наб}}}{Sq}.$$

Угол атаки  $\alpha$  сначала должен быть уменьшен, так как  $n_{ya} < 1$ , а затем, вследствие уменьшения скоростного напора  $q = \frac{\rho V^2}{2}$ , должен увеличиваться при условии:  $\alpha \leq \alpha_{\text{доп}}$ . При расчёте параметров движения за независимую переменную удобнее брать высоту  $H$  и проводить численное интегрирование.

#### 6.4 Характерные манёвры самолёта в горизонтальной плоскости

В горизонтальной плоскости характерными манёврами являются: *разворот* для изменения направления полёта (угла пути  $\psi$ ); неустановившийся *вираж* – разворот самолёта на  $360^\circ$ ; *установившийся вираж* с креном и скольжением; *правильный вираж* – установившийся вираж без скольжения.

Рассмотрим *правильный вираж*. Учитывая, что при правильном вираже:  $V = \text{const}$ ,  $\dot{V} = 0$ ,  $\theta = \dot{\theta} = 0$ ,  $\beta = 0$  и  $n_{za} = 0$ , из уравнений (2.17) получим уравнения движения центра масс самолёта в виде:

$$\left. \begin{aligned} n_{xa} &= 0, \\ n_{ya} \cos \gamma_a &= 1. \\ \dot{\psi} &= -\frac{g}{V} n_{ya} \sin \gamma_a. \end{aligned} \right\} \quad (6.11)$$

Так как  $\dot{\psi} = -\frac{V}{R}$ , то третье уравнение принимает вид

$$\frac{V}{R} = \frac{g}{V} n_{ya} \sin \gamma_a. \quad (6.12)$$

где  $R$  – радиус кривизны траектории движения центра масс самолёта.

Определим радиус правильного виража. Из (6.12) следует, что

$$R = \frac{V^2}{g n_{ya} \sin \gamma_a} = \frac{V^2}{g n_{ya} \sqrt{1 - \cos^2 \gamma_a}}.$$

Подставив из второго уравнения системы (6.11) величину  $\cos \gamma_a = \frac{1}{n_{ya}}$ , будем иметь:

$$R = \frac{V^2}{g \sqrt{n_{ya}^2 - 1}}.$$

Отсюда видно, что с увеличением скорости радиус виража увеличивается, а с увеличением перегрузки  $n_{ya}$  – уменьшается. Так как при правильном вираже:  $V = const$ ,  $\gamma_a = const$  и  $n_{ya} = const$ , то  $R = const$ , т.е. самолёт описывает окружность с радиусом  $R$ . Следовательно, время выполнения правильного виража  $T_b$  равно:

$$T_b = \frac{2\pi R}{V} = \frac{2\pi V}{g \sqrt{n_{ya}^2 - 1}}.$$

Из полученных выражений следует, что для определения всех параметров правильного виража  $(V, R, T_b, n_{ya}, \gamma_a)$  достаточно задать только две величины, например,  $V$  и  $n_{ya}$  или  $V$  и  $\gamma_a$ .

Рассмотрим границы области правильных виражей на плоскости  $(P, V)$ . Для определения границ области правильных виражей

при заданной высоте  $H$  построим кривые потребных тяг для различных значений  $n_{ya}$  и кривую располагаемой тяги  $P_p = f(V)$ .

Из первого уравнения системы (6.11) следует, что правильный вираж представляет собой изоэнергетический манёвр ( $\dot{H}_s = Vn_{xa} = 0$ , а  $H_s = const$ ).

Ранее для изоэнергетического манёвра были получены выражения (6.5) и (6.6).

Так как правильный вираж является изоэнергетическим манёвром, то для построения кривых  $P_{пвир} = f(V)$  при различных значениях  $n_{ya}$  используем эти выражения в виде:

$$P_{пвир} = n_{ya} P_{пгп}, \quad V_{вир} = V_{гп} \sqrt{n_{ya}}.$$

По результатам расчётов строятся кривые (рисунок 6.3).

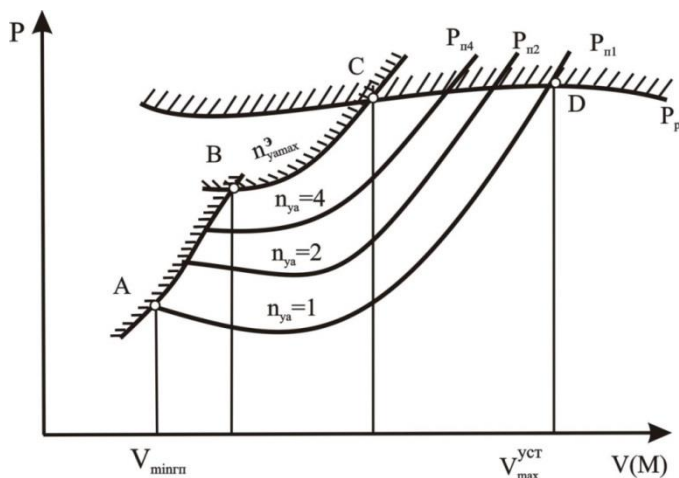


Рисунок 6.3 – Характеристики предельного виража

*Границами области правильных виражей являются линии:*

A-B – по безопасному значению  $C_{ya \text{ доп}}$ ;

B-C – по предельному значению  $n_{ya \text{ max}}^3$ ;

C-D – по располагаемой тяге;

A-D – граница, соответствующая установившемуся прямолинейному горизонтальному полёту с  $n_{ya} = 1$ , когда  $R = \infty$ .

Область, заключённая между этими границами является *областью правильных выражений*. Каждой точке этой области будет соответствовать правильный вираж с однозначно определёнными параметрами  $(V, n_{ya}, \gamma_a, R \text{ и } T_v)$ .

Построим *график предельных выражений*. Все точки, лежащие на границах правильных выражений, за исключением точек на границе (A-D) с перегрузкой  $n_{ya} = 1$ , соответствуют *предельным выражениям*, выполняемым самолётом с предельными перегрузками  $n_{ya \text{ пр}}$ .

Рассчитать  $R_{\text{пр}}(V)$  и  $T_{\text{в пр}}(V)$  на данной высоте при  $n_{ya \text{ пр}}$  можно по формулам:

$$R_{\text{пр}} = \frac{V^2}{g \sqrt{n_{ya \text{ пр}}^2 - 1}}, \quad T_{\text{в пр}} = \frac{2\pi V}{g \sqrt{n_{ya \text{ пр}}^2 - 1}}.$$

Определив по данным формулам  $R_{\text{пр}}(V)$  и  $T_{\text{в пр}}(V)$ , можно построить график предельных выражений, например, для  $R_{\text{пр}}$  (рисунков 6.4).

Аналогичный график можно построить и для  $T_{\text{в пр}}(V)$ .

Из графика 6.4 видно, что на данной высоте полёта  $H$  имеется минимум радиуса виража  $R_{\text{пр min}}$  при скорости  $V_v$ . Эта скорость называется *наивыгоднейшей скоростью виража* для данной высоты полёта.

Скорость, при которой будет минимальное время выполнения виража  $V_{\text{т min}}$  определится точкой касания прямой, проведённой из начала координат к кривой  $R_{\text{уп}}(V)$  (рисунок 6.4). Имеем  $T_{\text{в}} = 2\pi R/V$ , тогда

$$\text{tg}\varphi = R/V \text{ и } T_{\text{в пр min}} = 2\pi \left( \frac{R_{\text{уп}}}{V} \right)_{\text{min}} = 2\pi \text{tg}\varphi_{\text{min}}.$$

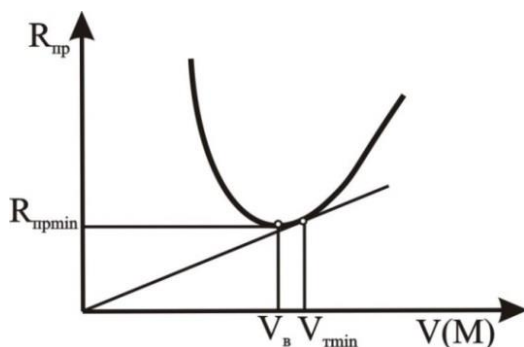


Рисунок 6.4 – График предельных виражей

Из рисунка 6.4 видно, что  $V_{\text{т min}} > V_{\text{в}}$ .

Рассмотрим *неустановившийся вираж*. При выполнении правильного виража для получения минимального радиуса или времени требуются небольшие скорости полёта при вводе в вираж. Если до начала выполнения правильного виража самолёт летел с большой скоростью, то для реализации правильного виража с  $R_{\text{min}}$  или  $T_{\text{в min}}$  надо предварительно уменьшить скорость прямолинейного полёта до  $V_{\text{в}}$  или  $V_{\text{т min}}$ . Для более эффективного манёвра целесообразно в процессе торможения осуществлять разворот. При этом движение самолёта будет неустановившимся.

Для расчёта параметров неустановившегося виража без скольжения используются уравнения:

$$\left. \begin{aligned} \dot{V} &= gn_{xa}, \\ n_{ya} \cos \gamma_a &= 1, \\ \dot{\psi} &= -\frac{V}{R} = -\frac{g}{V} n_{ya} \sin \gamma_a. \end{aligned} \right\} \quad (6.13)$$

Из первого уравнения следует, что для уменьшения скорости ( $\dot{V} < 0$ ) тангенциальная перегрузка  $n_{xa} = \frac{P - X_a}{mg}$  должна быть отрицательной, т.е.  $P < X_a$ . Из второго и третьего уравнений получим выражение для мгновенного радиуса разворота

$$R = \frac{V^2}{g \sqrt{n_{ya}^2 - 1}}.$$

Если неустановившийся вираж выполняется с наименьшим радиусом разворота и торможением, то он называется *форсированным*. Для ввода самолёта в форсированный вираж надо уменьшить тягу двигателей и накренить самолёт на угол  $\gamma_{a \max}$ , создавая предельную нагрузку  $n_{ya \text{ пр}} = 1/\gamma_{a \max}$ .

На первом этапе манёвр выполняется с постоянной предельной перегрузкой:  $n_{ya \text{ пр}} = n_{ya \text{ расп}} = \text{const}$ . При этом угол атаки  $\alpha$  и коэффициент подъёмной силы  $C_{ya} = \frac{2mgn_{ya \text{ пр}}}{\rho V^2}$  из-за уменьшения скорости должны увеличиваться до допустимого (безопасного) значения:  $\alpha = \alpha_{\text{доп}}$  и  $C_{ya} = C_{ya \text{ доп}}$ .

Поскольку при дальнейшем уменьшении скорости увеличение угла атаки недопустимо, то на втором этапе манёвр продолжается при  $\alpha \leq \alpha_{\text{доп}} = \text{const}$ . При этом угол крена  $\gamma_a$  и перегрузка  $n_{ya}$  должны уменьшаться. В конце манёвра угол крена должен быть равным нулю, а перегрузка  $n_{ya}$  равна единице. Расчёт параметров неустановившегося виража проводится численным интегрированием уравнений (6.13). За независимую переменную целесообразно принять угол поворота траектории  $\Psi$ .

## 7 ВЗЛЁТНЫЕ И ПОСАДОЧНЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ САМОЛЁТА

Взлёт и посадка самолёта являются начальным и заключительным этапами полёта. Они являются наиболее сложными и потенциально опасными режимами полёта. К их характеристикам предъявляются жёсткие требования по условиям безопасности взлёта и посадки самолёта.

### 7.1 Взлёт самолёта с разбегом

Взлёт с разбегом осуществляют самолёты, у которых вертикальная составляющая тяги двигателя меньше силы тяжести самолёта ( $P_y < mg$ ). Для уравнивания силы тяжести необходима аэродинамическая подъёмная сила, которая создается в процессе разбега.

Под взлётом понимается этап полёта, включающий разбег самолёта и отрыв с последующим набором высоты 400 м над уровнем взлётно-посадочной полосы (ВПП).

Взлётной дистанцией ( $L_{взл}$ ) называется расстояние по горизонтали, проходимое самолётом от точки старта до точки на высоте  $H_2 = 10,7$  м над уровнем ВПП. Высота  $H_2 = 10,7$  м принята нормами лётной годности самолётов (НЛГС) за минимальную безопасную.

Взлётная дистанция состоит из длины разбега ( $L_p$ ) и воздушного участка ( $L_b$ ) – разгона самолёта в воздухе с набором высоты  $H_2$  (рисунок 7.1).



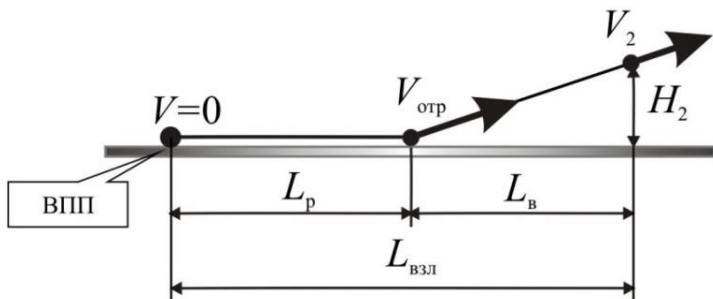


Рисунок 7.1 – Взлётная дистанция самолёта

Длиной разбега называется расстояние по горизонтали, проходимое самолётом от точки старта до точки отрыва его от ВПП.

Скоростью отрыва  $V_{отр}$  называется скорость самолёта в момент отрыва основных его стоек шасси от поверхности ВПП по окончании разбега. Скорость самолёта  $V_2$ , достигаемая на высоте  $H_2 = 10,7$  м при взлёте, называется безопасной скоростью взлёта.

После набора безопасной высоты  $H_2$  начинается следующий этап взлёта – набор высоты 400 м. Его протяженность не входит во взлётную дистанцию.

### 7.1.1 Разбег самолёта

Рассмотрим разбег самолёта по твёрдой горизонтальной поверхности при отсутствии ветра. Траектория движения прямолинейна и лежит в вертикальной плоскости.

Силы, действующие на самолёт при разбеге, представлены на рисунке 7.2. Момент тангажа, действующий на самолёт, считается сбалансированным:  $M_z = 0$ .

Уравнения движения в проекциях на траекторные оси координат запишутся в виде:

$$m\dot{V} = P \cos(\alpha + \varphi_p) - X_a - F_r - F_n, \quad (7.1)$$

$$P \sin(\alpha + \varphi_p) + Y_a + N_r + N_n = mg, \quad (7.2)$$

где  $N_r, N_n$  – нормальные реакции на главные и переднюю стойки шасси;  $F_n = f_n N_n$ ,  $F_r = f_r N_r$  – силы трения.

Считая, что коэффициенты трения примерно равны  $f_n = f_r = f$ , получим:

$$F_r + F_n = f(N_r + N_n).$$

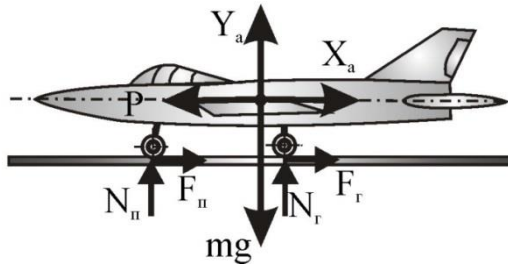


Рисунок 7.2 – Схема сил, действующих на самолёт при разбеге

Величина коэффициента трения для сухого бетона:  $f = 0,02 \dots 0,03$ , а для твёрдого грунта:  $f \approx 0,06$ .

Так как при разбеге угол  $(\alpha + \varphi_p)$  мал, то можно принять  $\cos(\alpha + \varphi_p) \approx 1$  а,  $\sin(\alpha + \varphi_p) \approx \alpha + \varphi_p$ , и тогда уравнения движения (7.1), (7.2) примут вид:

$$m\dot{V} = P - X_a - F_r - F_n, \quad (7.3)$$

$$P(\alpha + \varphi_p) + Y_a + N_r + N_n = mg. \quad (7.4)$$

Из уравнения (7.4) получим:

$$N_r + N_n = mg - P(\alpha + \varphi_p) - Y_a \approx mg - Y_a.$$

Тогда  $F_r + F_n = f(mg - Y_a)$ .

Подставляя это выражение в (7.3) уравнение движения при разбеге запишется в виде:

$$m\dot{V} = P - X_a - f(mg - Y_a).$$

Разделив его на  $mg$ , получим:

$$\begin{aligned} \frac{\dot{V}}{g} &= \frac{1}{mg} [P - X_a - f(mg - Y_a)] = \frac{P}{mg} - f - (C_{xa} - fC_{ya}) \frac{Sq}{mg}. \\ \frac{P}{mg} - f - (C_{xa} - fC_{ya}) \frac{Sq}{mg} &= n_{xa}, \end{aligned} \quad (7.5)$$

где  $n_{xa}$  – тангенциальная перегрузка при разбеге, зависящая от величины силы тяги, скорости и угла атаки.

При заданном режиме работы двигателя тангенциальная перегрузка является функцией скорости и угла атаки  $n_{xa}(V, \alpha)$ . В этом случае уравнение движения примет вид

$$\dot{V} = gn_{xa}(\alpha, V). \quad (7.6)$$

Интегрируя (7.6), получим время разбега

$$t_p = \int_0^{V_{\text{орп}}} \frac{dV}{gn_{xa}(\alpha, V)}. \quad (7.7)$$

Преобразовав левую часть (7.6)

$$\frac{dV}{dt} = \frac{dV}{dL} \frac{dL}{dt} = V \frac{dV}{dL} = gn_{xa}(\alpha, V),$$

получим длину разбега

$$L_p = \int_0^{V_{отр}} \frac{VdV}{gn_{xa}(\alpha, V)}. \quad (7.8)$$

Если задать закон управления углом атаки  $\alpha(V)$ , то тогда  $n_{xa}(V)$ ; подынтегральные выражения (7.7) и (7.8) будут только функциями скорости; время и длину разбега можно определить численным методом.

Закон управления  $\alpha(V)$  можно выбирать из условия  $L_{p\min}$ , обеспечив тогда  $n_{xa}(V)_{\max}$  при  $(C_{xa} - fC_{ya})_{\min}$ . На практике при выборе закона управления углом атаки учитываются следующие эксплуатационные факторы: ухудшение обзора при больших углах атаки, трудность выдерживания направления движения при поднятой передней стойки шасси, отвлечение внимания лётчика на выдерживание нужного закона управления  $\alpha(V)$ .

С учётом эксплуатационных факторов считается рациональным большую часть разбега осуществлять при стояночном угле атаки  $\alpha_{ст}$ , сохраняя его до достижения скорости подъема передней стойки шасси, равной  $V_{пст} = (0,9...0,95)V_{отр}$ .

Затем угол атаки плавно увеличивается таким образом, чтобы к моменту достижения  $V_{отр}$  он стал бы равным заданному углу атаки  $\alpha_{отр}$ .

При таком законе управления  $\alpha(V)$  за счёт небольшого увеличения  $L_p$  улучшается удобство пилотирования и повышается безопасность при взлёте.

При этом тангенциальная перегрузка при разбеге будет равна

$$n_{xa} = \frac{P}{mg} - f - (C_{xa} - fC_{ya})_{ст} \frac{Sq}{mg}, \quad (7.9)$$

где  $C_{ya}$  и  $C_{xa}$  определяются для стояночного угла атаки  $\alpha_{ст}$ .

В момент отрыва самолёта от ВПП при скорости  $V = V_{отр}$  нормальные реакции на стойки шасси станут равными нулю ( $N_r = N_n = 0$ ). В этом случае уравнение движения (7.4) примет вид  $Y_{a\text{отр}} + P(\alpha_{отр} + \varphi_p) = mg$ , или

$$\frac{1}{2} C_{ya\text{отр}} S\rho V_{отр}^2 + P(\alpha_{отр} + \varphi_p) = mg, \text{ откуда}$$

$$V_{отр} = \sqrt{\frac{2mg}{S\rho C_{ya\text{отр}}} \left[ 1 - \frac{P}{mg} (\alpha_{отр} + \varphi_p) \right]}. \quad (7.10)$$

Угол атаки  $\alpha_{отр}$  должен выбираться таким, чтобы при поднятой передней стойки шасси между хвостовой частью самолёта и ВПП оставался безопасный зазор, равный 0,2...0,4 м. Значение  $C_{ya\text{отр}}$  определяется по кривой  $C_{ya}(\alpha)$  во взлётной конфигурации. Кроме того, во избежание интенсивного срыва потока с крыла, коэффициент подъёмной силы не должен превышать величины  $C_{ya\text{отр}} = 0,85 C_{ya\text{max}}$  во взлётной конфигурации. Обычно,  $\alpha_{отр} \approx 8...12$  градусов.

Для приближённого расчёта времени и длины разбега принимается среднее значение тангенциальной перегрузки:

$$n_{xa} \approx n_{xa\text{cp}} = const \text{ на участке разбега при } V_{cp}^2 = \frac{1}{2} V_{отр}^2, \text{ т.е.}$$

$$V_{cp} \approx 0,71 V_{отр}.$$

Используя выражение (7.9), получим:

$$n_{ха\text{ср}} = \frac{P_{\text{ср}}}{mg} - f - (C_{ха} - fC_{ya})_{\text{ср}} \frac{SpV_{\text{ср}}^2}{2mg},$$

где  $P_{\text{ср}}$  определяется по характеристике двигателя при  $V_{\text{ср}}$ .

Определим величину:

$$\frac{SpV_{\text{ср}}^2}{2mg} = \frac{SpV_{\text{отр}}^2}{4mg} \cdot \frac{C_{ya\text{отр}}}{C_{ya\text{отр}}} = \frac{Y_{a\text{отр}}}{2mgC_{ya\text{отр}}} = \frac{1}{2C_{ya\text{отр}}}.$$

Тогда

$$n_{ха\text{ср}} = \frac{P_{\text{ср}}}{mg} - f - \frac{(C_{ха} - fC_{ya})_{\text{ср}}}{2C_{ya\text{отр}}}. \quad (7.11)$$

Интегрируя (7.7) и (7.8) при  $n_{ха} = n_{ха\text{ср}}$ , получим время разбега

$$t_p \approx \frac{1}{gn_{ха\text{ср}}} \int_0^{V_{\text{отр}}} dV = \frac{V_{\text{отр}}}{gn_{ха\text{ср}}}; \quad (7.12)$$

длина разбега

$$L_p \approx \frac{1}{gn_{ха\text{ср}}} \int_0^{V_{\text{отр}}} VdV = \frac{V_{\text{отр}}^2}{2gn_{ха\text{ср}}} \quad \text{или} \quad (7.13)$$

$$L_p \approx \frac{V_{\text{отр}}^2}{2g \left[ \frac{P_{\text{ср}}}{mg} - f - \frac{(C_{ха} - fC_{ya})_{\text{ср}}}{2C_{ya\text{отр}}} \right]}.$$

### 7.1.2 Воздушный участок взлётной дистанции

На воздушном участке взлёта происходит разгон самолёта по криволинейной траектории от  $V_{\text{отр}}$  до  $V_2$  с одновременным набором минимальной высоты  $H_2$ .

Существует несколько методов расчёта длины воздушного участка взлёта  $L_b$ . Наиболее простым и достаточно точным является энергетический метод, основанный на сравнении изменения полной энергии самолёта в двух точках траектории с работой сил, действующих в направлении движения.

Полная энергия самолёта в момент отрыва его от ВПП равна:

$$E_{\text{отр}} = \frac{mV_{\text{отр}}^2}{2}, \text{ а в конце набора высоты } E_2 = \frac{mV_2^2}{2} + mgH_2, \text{ где}$$

$$m = m_{\text{взл}}, \quad V_2 \approx (1,2 \dots 1,3) V_{\text{отр}}.$$

Работа внешних сил, действующих в направлении движения равна

$$A = \int_l \Delta P dl,$$

где  $\Delta P = P - X_a$  – избыток тяги двигателей.

Принимая  $\Delta P \approx \Delta P_{\text{ср}} = \frac{1}{2}(\Delta P_{\text{отр}} + \Delta P_2) = \text{const}$  и учитывая, что угол наклона траектории  $\theta_{\text{наб}}$  мал, так что  $l \approx L_b$ , получим:  
 $A = \Delta P_{\text{ср}} L_b.$

Приравняв изменение энергии произведенной работе, получим:

$$\Delta E = E_2 - E_{\text{отр}} = \Delta P_{\text{ср}} L_b.$$

Отсюда длина воздушного участка взлёта равна

$$L_b \approx \frac{mg}{\Delta P_{\text{ср}}} \left( \frac{V_2^2 - V_{\text{отр}}^2}{2g} + H_2 \right). \quad (7.14)$$

Полная длина взлётной дистанции  $L_{\text{взл}} = L_p + L_b.$

### 7.1.3 Прерванный и продолженный взлёт самолёта

При взлёте самолёта с несколькими двигателями может произойти отказ одного или нескольких двигателей при разбеге. Тяговооружённость современных самолётов позволяет совершать взлёт даже при отказе половины двигателей. Поэтому при отказе двигателя возможен как продолженный, так и прерванный взлёт.

Критерием для принятия решения о продолжении или прекращении взлёта является скорость принятия решения  $V_1$ . Скоростью принятия решения  $V_1$  называется наибольшая скорость разбега многодвигательного самолёта, при которой в случае отказа двигателя возможно как безопасное прекращение, так и безопасное продолжение взлёта. Скорость  $V_1$  должна быть равной или большей эволютивной скорости при разбеге ( $V_{\text{эвразб}}$ ) и меньше скорости отрыва передней стойки шасси от ВПП ( $V_{\text{пст}}$ )

$$V_{\text{эвразб}} \leq V_1 < V_{\text{пст}}.$$

Величина скорости  $V_1$  для каждого самолёта должна быть известна. Способ ее определения приведён в [1].

Если отказ двигателя или какой-либо системы, затрудняющей выполнение полёта, происходит на скорости  $V_{\text{отк}} \leq V_1$ , то взлёт прекращается. При этом торможение самолёта выполняется с применением всех средств гашения скорости (торможение колёс шасси, реверсирование тяги двигателя, выпуск интерцепторов и т.п.) до полной остановки самолёта.

Если отказ двигателя происходит на скорости  $V_{\text{отк}} > V_1$ , то взлёт продолжается, так как для его прекращения может не хватить взлётной полосы.



## 7.2 Посадка самолёта с пробегом

Посадке самолёта предшествует этап захода на посадку с высоты 400 м с момента входа самолёта в глиссаду и заканчивается на высоте 15 м над уровнем торца ВПП. *Глиссадой* называется прямолинейная траектория снижения, по которой самолёт попадает на начало ВПП.

Угол наклона глиссады лежит в диапазоне  $\theta_{\text{сн}} = -2^{\circ}40' \dots -3^{\circ}$ , в исключительных случаях до  $\theta_{\text{сн}} = -7^{\circ}30'$ . Конфигурация самолёта при заходе на посадку: шасси выпущено, механизация крыла и аэродинамические средства торможения находятся в положении захода на посадку.

Посадкой называется конечный этап полёта с высоты  $H_{\text{пос}} = 15$  м над уровнем торца ВПП, включающий воздушный участок до касания ВПП и пробег до полной остановки самолёта. Конфигурация самолёта посадочная: шасси выпущено, механизация крыла и аэродинамические средства торможения находятся в посадочном положении.

Посадочной дистанцией  $L_{\text{пос}}$  называется расстояние по горизонтали, проходимое самолётом с высоты 15 м над уровнем торца ВПП до полной его остановки (рисунок 7.3).

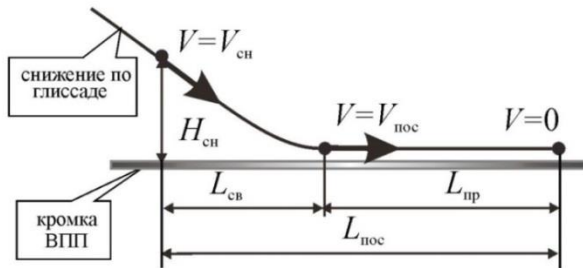


Рисунок 7.3 – Посадочная дистанция самолёта

Скоростью снижения  $V_{\text{сн}}$  называется скорость самолёта в начале посадочной дистанции на высоте  $H_{\text{пос}}$ . **Посадочная скорость**  $V_{\text{пос}}$  – это скорость самолёта в момент касания основных его стоек ВПП.

### 7.2.1 Воздушный участок посадочной дистанции

На воздушном участке самолёт снижается по криволинейной траектории с торможением скорости от  $V_{\text{сн}}$  до  $V_{\text{пос}}$ . Для расчёта длины воздушного участка  $L_{\text{св}}$  используем энергетический метод.

Полная энергия самолёта в начале воздушного участка посадки равна

$$E_1 = \frac{m_{\text{пос}} V_{\text{сн}}^2}{2} + m_{\text{пос}} g H_{\text{пос}}, \text{ где } m_{\text{пос}} \text{ – посадочная масса самолёта.}$$

Полная энергия самолёта в момент касания ВПП равна

$$E_2 = \frac{m_{\text{пос}} V_{\text{пос}}^2}{2}.$$

Работа внешних сил равна

$$A = (X_a - P) l_{\text{св}},$$

где  $P$  – тяга двигателей при посадке.

Так как углы наклона траектории малы, то можно принять длину  $l_{\text{св}}$  равной её проекции на горизонтальную плоскость, т.е. длине воздушного участка посадки:  $l_{\text{св}} \approx L_{\text{св}}$ .

Тогда 
$$A = (X_a - P) L_{\text{св}}.$$

Приравнявая изменение полной энергии самолёта работе внешних сил

$$\Delta E = E_1 - E_2 = m_{\text{пос}} g \left( \frac{V_{\text{сн}}^2 - V_{\text{пос}}^2}{2g} + H_{\text{пос}} \right) = (X_a - P)L_{\text{св}},$$

находим:

$$L_{\text{св}} = \frac{m_{\text{пос}} g}{X_a - P} \left( \frac{V_{\text{сн}}^2 - V_{\text{пос}}^2}{2g} + H_{\text{пос}} \right).$$

Полагая приближённо:  $Y_a \approx m_{\text{пос}} g$  и обозначая  $\frac{Y_a}{X_a - P} = K_{\text{ср}}^1$ ,

получим

$$L_{\text{св}} = K_{\text{ср}}^1 \left( \frac{V_{\text{сн}}^2 - V_{\text{пос}}^2}{2g} + H_{\text{пос}} \right), \quad (7.15)$$

где  $K_{\text{ср}}^1$  – условное среднее качество самолёта в посадочной конфигурации с работающими двигателями на воздушном участке посадки.  $K_{\text{ср}}^1 \approx 5,0 \dots 8,0$ .

Скорости  $V_{\text{сн}}$  и  $V_{\text{пос}}$  определяются из условия  $Y_a \approx m_{\text{пос}} g$  в посадочной конфигурации самолёта.

Скорость снижения  $V_{\text{сн}} = \sqrt{\frac{2m_{\text{пос}}g}{S\rho_0 C_{\text{ya сн}}}}$ ,

где  $C_{\text{ya сн}} \approx (0,5 \dots 0,6) C_{\text{ya макс}}^{\text{пос}}$ .

Посадочная скорость

$$V_{\text{пос}} = \sqrt{\frac{2m_{\text{пос}}g}{S\rho_0 C_{\text{ya пос}}}}, \quad (7.16)$$

где  $C_{\text{ya пос}}$  берется при посадочном угле атаки  $\alpha_{\text{пос}}$ .

Величина  $C_{\text{ya пос}}$  не должна превышать  $0,85 C_{\text{ya макс}}^{\text{пос}}$ .

## 7.2.2 Пробег самолёта

У самолётов, имеющих шасси с передней опорой, приземление производится на основные стойки шасси. Продолжительное движение на основных стойках затрудняет лётчику обзор и не позволяет тормозить колёса. Поэтому при снижении скорости до определённой величины лётчик опускает переднюю стойку, и большая часть пробега совершается на всех опорных устройствах при стояночном угле атаки  $\alpha_{ст}$  с уменьшением  $V_{пос}$  до нуля.

При пробеге на самолёт действуют те же силы, что и при разбеге (рисунок 7.2).

Имея в виду, что  $P \sin(\alpha + \varphi_p) \approx 0$ , уравнения движения при пробеге примут вид:

$$m\dot{V} = P - X_a - F_r - F_n, \quad (7.17)$$

$$Y_a + N_r + N_n = mg. \quad (7.18)$$

В этих уравнениях  $m = m_{пос}$ , тяга двигателя  $P$  соответствует режиму малого газа, а при реверсировании двигателя – отрицательная. Так как колёса основных стоек шасси тормозятся, то коэффициенты трения  $f_r$  и  $f_n$  будут различными. Для упрощения вычислений вводится приведённый коэффициент трения  $f_{пр}$ . Тогда  $F_r + F_n = f_r N_r + f_n N_n = f_{пр}(N_r + N_n)$ .

Величина  $f_n$  зависит от состояния поверхности ВПП и настройки автомата торможения колёс. В среднем для сухого бетона:  $f_{пр} = 0,2..0,3$ .

Из уравнения (7.18) имеем:  $N_r + N_n = mg - Y_a$ .

Тогда уравнение движения (7.17) примет вид:

$$m\dot{V} = P - X_a - f_{пр}(mg - Y_a).$$

Разделив на  $mg$ , получим

$$\frac{\dot{V}}{g} = \frac{P}{mg} - f_{\text{пр}} - (C_{xa} - f_{\text{пр}} C_{ya}) \frac{\rho V^2}{2mg} = n_{xa}(V, \alpha)$$

или

$$\dot{V} = gn_{xa}(V, \alpha), \quad (7.19)$$

где  $n_{xa}(V, \alpha)$  – тангенциальная перегрузка при пробеге, зависящая от скорости и угла атаки.

Из уравнения (7.19) определим длину пробега  $L_{\text{пр}}$

$$\frac{dV}{dt} = \frac{dV}{dL} \frac{dL}{dt} = V \frac{dV}{dL} = gn_{xa}(V, \alpha), \quad \text{откуда}$$

$$L_{\text{пр}} = \int_{V_{\text{нос}}}^{\circ} \frac{VdV}{gn_{xa}(V, \alpha)} \quad \text{или учитывая, что } n_x < 0,$$

$$L_{\text{пр}} = \int_{\circ}^{V_{\text{нос}}} \frac{VdV}{g|n_{xa}(V, \alpha)|}. \quad (7.20)$$

При заданном законе управления углом атаки  $\alpha(V)$ , перегрузка будет функцией только скорости  $n_{xa}(V)$  и можно провести численное интегрирование выражения (7.20).

Приближённый расчёт  $L_{\text{пр}}$  производится при постоянной средней перегрузке:  $n_{xa} \approx n_{xa\text{ср}} = \text{const}$ , соответствующей средней скорости  $V_{\text{ср}}^2 = \frac{1}{2} V_{\text{нос}}^2$ . Имея в виду, что большую часть пробега самолёт совершает при стояночном угле атаки  $\alpha = \alpha_{\text{ст}}$ , величина  $n_{xa\text{ср}}$ , будет равна

$$n_{xa\text{cp}} = \frac{P_{cp}}{mg} - f_{np} - (C_{xa} - f_{np} C_{ya})_{ct} \frac{SpV_{cp}^2}{2mg}.$$

Так как

$$\frac{SpV_{cp}^2}{2mg} = \frac{SpV_{пoc}^2}{4mg} \cdot \frac{C_{ya\text{пoc}}}{C_{ya\text{пoc}}} = \frac{Y_{a\text{пoc}}}{mg} \cdot \frac{1}{2C_{ya\text{пoc}}} = \frac{1}{2C_{ya\text{пoc}}},$$

$$\text{то } n_{xa\text{cp}} = \frac{P_{cp}}{mg} - f_{np} - \frac{(C_{xa} - f_{np} C_{ya})_{ct}}{2C_{ya\text{пoc}}}$$

$$\text{или } |n_{xa\text{cp}}| = f_{np} + \frac{(C_{xa} - f_{np} C_{ya})_{ct}}{2C_{ya\text{пoc}}} - \frac{P_{cp}}{mg}.$$

Интегрируя выражение (7.20) при  $|n_{xa\text{cp}}| = const$ , получим длину пробега:

$$L_{np} = \frac{V_{пoc}^2}{2g |n_{xa\text{cp}}|} \text{ или } L_{np} = \frac{V_{пoc}^2}{2g \left[ f_{np} + \frac{(C_{xa} - f_{np} C_{ya})_{ct}}{2C_{ya\text{пoc}}} - \frac{P_{cp}}{mg} \right]}. \quad (7.21)$$

За величину средней тяги при работе двигателя на режиме малого газа принимается  $P_{cp} \approx 0,05P_0$ , а на режиме реверса –  $P_{cp} \approx -(0,4...0,5)P_0$ .

Полная длина посадочной дистанции равна

$$L_{пoc} = L_{св} + L_{np}.$$

### **7.2.3 Способы улучшения взлётно-посадочных характеристик самолёта**

Стремление повысить экономичность эксплуатации самолётов за счёт снижения себестоимости перевозок постоянно сопровожда-

лось улучшением аэродинамики и характеристик силовой установки, а также увеличением коммерческой нагрузки, дальности полёта, а, следовательно, взлётной массы самолёта и скорости полёта.

Увеличение взлётной массы и скорости полёта привело к значительному увеличению удельной нагрузки на крыло:  $p = m_{\text{взл}} g / S$ . С увеличением удельной нагрузки ухудшились взлётно-посадочные характеристики самолётов: возросли скорости отрыва и посадки, длины взлётной и посадочной дистанций. Потребная длина ВПП для современных пассажирских и транспортных самолётов достигает 2000...3000 и более метров. Высокая стоимость ВПП с твёрдым покрытием, сложность эксплуатации аэродромов ставят задачу улучшения взлётно-посадочных характеристик самолётов.

Из полученных формул (7.10), (7.13) и (7.14) для определения длины взлётной дистанции видно, что для уменьшения  $V_{\text{отр}}$  и  $V_{\text{взл}}$  надо увеличивать тягу двигателей и коэффициент подъёмной силы  $C_{\text{ya отр}}$ .

Для увеличения тяги применяется взлётный форсированный режим работы двигателей, а иногда дополнительные ракетные двигатели (ускорители), которые используются только на взлёте, а затем сбрасываются.

Увеличение коэффициента  $C_{\text{ya отр}}$  (при ограниченном угле атаки  $\alpha_{\text{отр}}$ ) достигается за счёт отклонения органов механизации крыла (выдвижных и многощелевых закрылков, предкрылков и др.). Во избежание значительного прироста коэффициента  $C_{\text{xa}}$  при взлёте, закрылки отклоняют не на полный угол (примерно на 15...20°).

Из (7.15), (7.16) и (7.21) следует, что для уменьшения длины посадочной дистанции  $L_{\text{пос}}$  надо уменьшать  $V_{\text{пос}}$ , увеличивать

приведённый коэффициент трения  $f_{\text{пр}}$ , увеличивать коэффициент лобового сопротивления (уменьшать качество) и уменьшать тягу двигателей.

Уменьшение  $V_{\text{пос}}$  достигается за счёт увеличения коэффициента подъёмной силы  $C_{ya \text{ пос}}$  за счёт отклонения органов механизации крыла. Закрылки отклоняются на полный угол (примерно на  $35...45^\circ$ ).

Увеличение  $f_{\text{пр}}$  обеспечивается торможением колёс главной стойки шасси.

Для увеличения коэффициента лобового сопротивления  $C_{xa}$  используются тормозные щитки, парашюты и интерцепторы. Отклонение интерцепторов кроме увеличения  $C_{xa}$  уменьшает коэффициент подъёмной силы, что позволяет более интенсивно тормозить колёса.

Мощным средством уменьшения длины пробега является реверс тяги двигателей на участке пробега самолёта. Применение реверса тяги уменьшает  $L_{\text{пр}}$  на  $20...30\%$ .

Значительного увеличения коэффициента подъёмной силы  $C_{ya}$  можно получить за счёт управления пограничным слоем (УПС). Применение струйных закрывков, отсос и сдув пограничного слоя позволяет получить величину коэффициента  $C_{ya}$  порядка четырех и более и резко снизить скорости отрыва и посадки, следовательно, и длины взлётной и посадочной дистанций. Применение УПС возможно только в сочетании с обычной механизацией крыла, так как в случае отказа силовой установки УПС невозможно.



### 7.2.4 Влияние эксплуатационных условий на взлётно-посадочные характеристики

К эксплуатационным условиям относятся: термодинамические параметры атмосферы (давление, плотность, температура), ветер, высота аэродрома над уровнем моря, состояние поверхности ВПП и т.п.

Рассмотрим влияние этих условий на взлётно-посадочные характеристики (ВПХ) самолёта.

Плотность воздуха ( $\rho$ ), давление ( $p$ ) и температура ( $T$ ) связаны между собой уравнением состояния

$$\rho = \frac{P}{RT}, \text{ где } R - \text{газовая постоянная.}$$

Из него следует, что с увеличением температуры плотность воздуха уменьшается, что приводит к увеличению скоростей отрыва и посадки, следовательно, и к увеличению взлётной и посадочной дистанций. Кроме того, с увеличением температуры воздуха уменьшается тяга двигателей и увеличивается  $L_{\text{взл}}$ .

С увеличением высоты аэродрома уменьшаются давление и плотность воздуха, следовательно, увеличиваются  $V_{\text{отр}}$ ,  $V_{\text{пос}}$ ,  $L_{\text{взл}}$  и  $L_{\text{пос}}$ .

От состояния поверхности ВПП зависит коэффициент трения  $f$ . Уменьшение  $f$  приводит к сокращению длины разбега и увеличению длины пробега. Например, при обледенении ВПП приведённый коэффициент трения  $f_{\text{пр}}$  уменьшается в 1,5–2 раза, а длина пробега увеличивается на 30...50%.

Заметное влияние на ВПХ оказывает ветер. При наличии ветра скорость движения самолёта относительно Земли (земная скорость)  $V_{\text{к}}$  отличается от воздушной)  $V$  на величину скорости вет-

ра  $W$ . Например, скорость отрыва  $V_{\text{к отр}}$  при наличии ветра будет равна  $V_{\text{к отр}} = V_{\text{отр}} \pm W$ .

Здесь знак "плюс" соответствует попутному ветру, а знак "минус" – встречному ветру.

Тогда из (7.13) можно определить длину разбега при наличии ветра:

$$L_{\text{pw}} = \frac{V_{\text{к отр}}^2}{2gn_{\text{ха ср}}} = \frac{(V_{\text{отр}} \pm W)^2}{2gn_{\text{ха ср}}} = \frac{V_{\text{отр}}^2}{2gn_{\text{ха ср}}} \left(1 \pm \frac{W}{V_{\text{отр}}}\right)^2$$

или

$$L_{\text{pw}} = L_{\text{pw}=0} \left(1 \pm \frac{W}{V_{\text{отр}}}\right)^2, \quad (7.22)$$

где  $L_{\text{pw}=0}$  – длина разбега при отсутствии ветра.

Отсюда видно, что длина разбега увеличивается при попутном и уменьшается при встречном ветре. Аналогичные результаты можно получить и для длины пробега. Следовательно, при встречном ветре длина взлётной и посадочной дистанций уменьшаются, а при попутном – увеличивается.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В конспекте лекций рассмотрены вопросы расчёта траекторий и лётных характеристик, изучаемые в первой части курса динамики полёта самолёта, который читается студентам очной формы обучения. Основное внимание уделено расчёту установившихся режимов полёта дозвукового самолёта с турбореактивной двигательной установкой. Отмечены особенности расчета лётных характеристик турбовинтового самолёта.

Лётные характеристики самолёта определяют диапазон режимов полета, для которого нужно исследовать устойчивость и управляемость движения самолёта. Без обеспечения устойчивости и управляемости самолёта невозможен безопасный полёт и реализация его лётных характеристик. Поэтому решение задач расчёта траекторий и лётных характеристик самолёта и задач исследования его устойчивости и управляемости взаимосвязаны.

Неустановившиеся квазипрямолинейные режимы полёта и другие вопросы, связанные с исследованием движения центра масс самолёта, а также вопросы движения относительно центра масс изложены в учебниках [1, 3], который может быть использован для углубленного изучения данной дисциплины. Методика расчёта основных лётных характеристик самолёта приведена в учебном пособии [2].

## БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Аэромеханика самолёта / Под ред. А.Ф. Бочкарева и В.В. Андреевского. – Москва : Машиностроение, 1985.
2. Расчёт лётных характеристик, продольной устойчивости и управляемости дозвукового самолёта: учебное пособие/ В.Л. Балакин, Т.А. Баяндина. – Самара: Самар. гос. аэрокосм. ун-т. Самара, 2004. – 63 с..
3. Динамика полёта: учебник для студентов высших учебных заведений / А.В. Ефремов, В.Ф. Захарченко, В.Н. Овчаренко и др.; под ред. Г.С. Бюшгенса. – Москва: Машиностроение, 2011. 776 с.

Учебное издание

*Баяндина Тамара Александровна*

**ДИНАМИКА ПОЛЁТА САМОЛЁТА.  
РАСЧЁТ ТРАЕКТОРИЙ  
И ЛЁТНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК САМОЛЁТА**

*Учебное пособие*

Редакционно-издательская обработка Л.Р. Дмитриенко

Подписано в печать 29.06.2023. Формат 60x84 1/16.

Бумага офсетная. Печ. л. 9,5.

Тираж 27 экз. Заказ № . Арт. – 1(Р2УП)/2023.

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ  
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«САМАРСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ  
УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ АКАДЕМИКА С.П. КОРОЛЕВА»  
(САМАРСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)  
443086, Самара, Московское шоссе, 34.

---

Издательство Самарского университета.  
443086, Самара, Московское шоссе, 34.



