

КУЙБЫШЕВСКИЙ ОРДЕНА ТРУДОВОГО КРАСНОГО ЗНАМЕНИ  
АВИАЦИОННЫЙ ИНСТИТУТ ИМ. С. П. КОРОЛЕВА

**ДИНАМИКА ЭЛЕМЕНТОВ И УЗЛОВ  
РОТОРОВ ДВИГАТЕЛЕЙ  
ЛЕТАТЕЛЬНЫХ АППАРАТОВ**

КУЙБЫШЕВ

1977

МИНИСТЕРСТВО ВЫСШЕГО И СРЕДНЕГО СПЕЦИАЛЬНОГО  
ОБРАЗОВАНИЯ РСФСР

КУЙБЫШЕВСКИЙ ОРДЕНА ТРУДОВОГО  
КРАСНОГО ЗНАМЕНИ АВИАЦИОННЫЙ ИНСТИТУТ  
им. С. П. КОРОЛЕВА

# **ДИНАМИКА ЭЛЕМЕНТОВ И УЗЛОВ РОТОРОВ ДВИГАТЕЛЕЙ ЛЕТАТЕЛЬНЫХ АППАРАТОВ**

Лабораторные работы

Утвержден редакционным советом  
института 7/IV 1976 г.

КУЙБЫШЕВ, 1977

Настоящее издание, состоящее из двух частей «Динамика элементов и узлов роторов двигателей летательных аппаратов» и «Методы исследования динамических свойств элементов двигателей летательных аппаратов», подготовлено А. И. Белоусовым, В. Н. Бузицким, В. П. Ивановым, Е. А. Папиным, Д. Ф. Пичугиным, Д. Е. Чегодаевым.

Рецензент — доц. М. К. Сидоренко

## Лабораторная работа № 1

### КРИТИЧЕСКИЕ СКОРОСТИ ВРАЩЕНИЯ ВАЛА В СИСТЕМЕ «РОТОР — КОРПУС»

Цель работы: знакомство с колебаниями одномассового ротора и сложной системы «ротор — корпус», с расчетным методом динамических жесткостей применительно к двухмассовой системе.

Требование снижения веса двигателей летательных аппаратов приводит к тому, что масса и изгибная жесткость корпусов становятся соизмеримыми с массой и жесткостью ротора. Поэтому на режимах работы, близких к критическим, в колебания вовлекаются массы ротора и корпуса. Расчет критических скоростей роторов в предположении абсолютной жесткости опор приводит к существенному расхождению с действительными значениями. Только рассмотрение сложной системы «ротор — корпус» дает достаточно удовлетворительные результаты при расчетном определении резонансных режимов.

#### ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ УСТАНОВКА

Объектом эксперимента (рис. 1) является вал 5, с диском 6, массой  $m_1$ , вращающийся в двух опорах. Опора 4 является жесткой, опора 7 — податливой или жесткой.

Опора 7 представляет собой диск, в центре которого смонтирован самоустанавливающийся подшипник. Диск подвешен консольно на шпильках 8, обеспечивающих податливость опоры. Для измерения вибраций опоры в плоскости, перпендикулярной оси вращения вала в вертикальном и горизонтальном направлениях, на диске опоры 7 смонтированы датчики 9. Опора 7 может быть закреплена с помощью стопорного приспособления 10. В этом случае сложная система «ротор — корпус» может рассматриваться как одномассовая на двух жестких опорах.

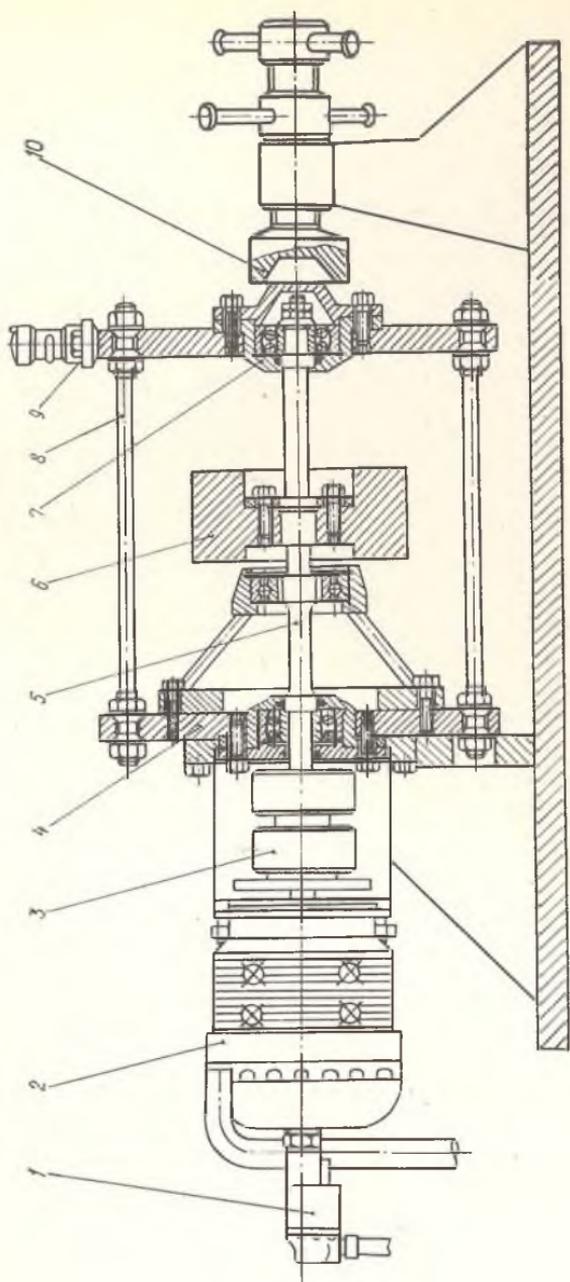


Рис. 1. Схема установки: 1 — тахометр; 2 — электродвигатель; 3 — упругая муфта; 4 — жесткая опора; 5 — диск; 6 — вал; 7 — подающая опора; 8 — шпильки; 9 — датчики; 10 — ступорное приспособление

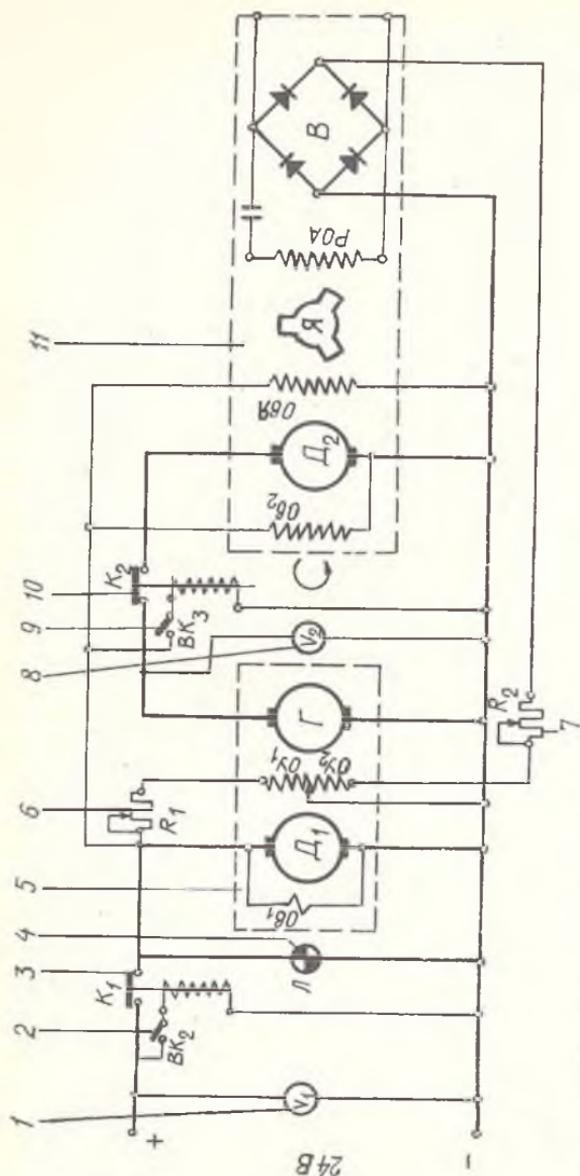


Рис. 2. Система электропривода установки:

1 — вольтметр сети постоянного тока ( $V_1$ ); 2 — выключатель ЭМУ ( $BK_3$ ); 3 — контактор ЭМУ ( $K_1$ ); 4 — лампочка сигнализации включения ЭМУ; 5 — электромагнитный усилитель; 6 — реостат регулирования напряжения на выходе из ЭМУ ( $V_2$ ); 7 — выключатель основного двигателя ( $BK_2$ ); 8 — вольтметр напряжения на выходе из ЭМУ ( $V_2$ ); 9 — выключатель основного двигателя ( $BK_3$ ); 10 — контактор основного двигателя; 11 — основ-

Вращение вала осуществляется электродвигателем постоянного тока 2, ротор которого связан с валом через упругую муфту 3. На двигателе установлен тахометр 1.

Управление установкой и замеры числа оборотов производятся на специальном пульте.

Система электропривода представлена на рис. 2. В качестве приводного двигателя использован генератор ГСР-1500. Питание его постоянным током производится от электромашинного усилителя (ЭМУ), который в свою очередь питается от сети постоянного тока напряжением 27 вольт.

Электромашинный усилитель состоит из шунтового электродвигателя  $D_1$  и сидящего с ним на одном валу генератора постоянного тока с управляющими обмотками  $OY_1$  и  $OY_2$ .

Использование электромашинного усилителя в качестве промежуточного звена в системе питания приводного мотора постоянным током позволяет обеспечить тонкую регулировку числа оборотов приводного мотора в широком диапазоне при высокой стабильности. Регулирование числа оборотов мотора достигается изменением напряжения на выходе генератора Г, т. е. изменением напряжения на якоре приводного двигателя  $D_2$ . Напряжение на выходе из электромашинного усилителя зависит от магнитного потока, создаваемого управляющими обмотками.

Управляющая обмотка  $OY_1$  через реостат  $R_1$  питается напряжением 27 вольт. Обмотка  $OY_2$  питается через реостат  $R_2$  выпрямленным током от тахогенератора ТЭ-45, связанного через муфту с приводным двигателем. Обмотки  $OY_1$  и  $OY_2$  создают магнитные потоки противоположных знаков, причем магнитный поток обмотки  $OY_1$  всегда несколько больше. Напряжение на выходе из электромашинного усилителя будет пропорционально разности магнитных потоков. Питание обмотки  $OY_2$  выпрямленным током от тахогенератора, на выходе которого напряжение пропорционально числу оборотов, позволяет создать обратную связь, обеспечивающую устойчивость заданных оборотов. Допустим, что по какой-то случайной причине обороты приводного мотора уменьшились. Это приведет к падению напряжения на выходе из тахогенератора, а значит, к увеличению разности магнитных потоков, создаваемых управляющими обмотками  $OY_1$  и  $OY_2$ , что в свою очередь вызовет увеличение напряжения на выходе из электромашинного усилителя и, следовательно, восстановление прежних оборотов. Аналогичная картина будет иметь место при случайном увеличении числа оборотов.

Регулирование оборотов осуществляется реостатами  $R_1$  и  $R_2$ . Ручки реостатов выведены на пульт.

Пуск электромашинного усилителя и приводного мотора про-

изводится при помощи выключателей  $BK_1$  и  $BK_2$ , установленных на пульте.

При включении электромашинного усилителя на пульте должна загореться лампочка сигнализации пуска  $L_1$ .

Замер вибраций податливой опоры в вертикальном и горизонтальном направлениях производится двумя датчиками 9 (рис. 1) типа МВ-22, установленными на диске опоры 7.

Датчик МВ-22 сейсмического типа. В корпусе датчика на пружинах подвешена масса, представляющая собой постоянный магнит. С корпусом датчика жестко связана электрическая катушка. Действие датчика основано на принципе электромагнитной индукции.

При пересечении полем постоянного магнита витков катушки в ней индуцируется э. д. с., пропорциональная скорости относительно движения. Для обеспечения неподвижного положения магнита в пространстве (относительно земли) при вибрациях корпуса датчика с частотой и амплитудой измеряемой вибрации собственная частота магнита на упругой подвеске выбрана значительно ниже частоты исследуемых колебаний.

Сигнал датчика при помощи двухпроводного экранированного шланга в резиновой трубке подается на катодный осциллограф.

Замер числа оборотов производится с помощью тахометра 7. Указатель тахометра показывает удвоенное число оборотов приводного двигателя ГСР-1500.

Пульт управления установкой приведен на рис. 3. Пуск электромашинного усилителя осуществляется выключателем  $BK_1$  и контролируется лампочкой  $L_1$ . Пуск приводного двигателя производится выключателем  $BK_2$ , а контролируется лампочкой  $L_2$ . Обороты ротора установки регулируются реостатами, и напряжение на выходе из электромашинного усилителя контролируется вольтметром.

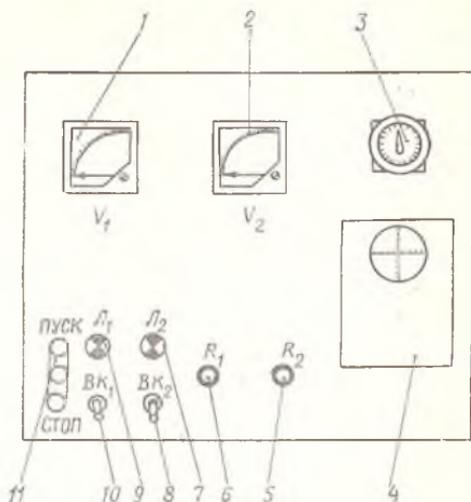


Рис. 3. Пульт управления:

1 — вольтметр сети постоянного тока; 2 — вольтметр напряжения на выходе из ЭМУ; 3 — указатель оборотов; 4 — электронный осциллограф; 5 — реостат обратной связи; 6 — реостат регулирования напряжения на выходе из ЭМУ; 7 — контрольная лампочка  $L_2$ ; 8 — выключатель  $BK_2$  приводного двигателя; 9 — контрольная лампочка  $L_1$ ; 10 — выключатель  $BK_1$  ЭМУ; 11 — кнопки запуска и остановки

Для расчетного определения критических скоростей сложной системы широко используется метод динамических жесткостей. Этот метод позволяет провести частотный анализ сложной механической системы, если известны динамические жесткости отдельных ее частей.

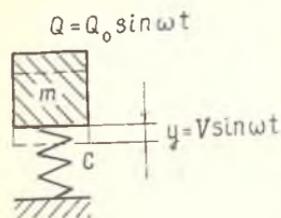


Рис. 4. К определению динамической жесткости массы, опертой на пружину

Динамической жесткостью называется значение внешней гармонической нагрузки, приложенной к системе и вызвавшей единичную гармоническую деформацию какой-либо точки системы.

Под нагрузкой следует понимать как силу, так и момент, а под единичной деформацией — как линейное перемещение, так и угол поворота.

Динамическая жесткость, как и статическая, имеет размерность кг/см. Величина, обратная динамической жесткости, называется динамической податливостью. Ее размерность см/кг.

Основной особенностью динамической жесткости, отличающей ее от статической, является зависимость от частоты колебаний системы. В этом можно убедиться, если рассмотреть динамическую жесткость простейшей системы — массы  $m$ , опертой на пружину с жесткостью  $C$  (рис. 4) [1].

Пусть под действием гармонической силы  $Q = Q_0 \sin \omega t$  масса  $m$  получает перемещение  $y = Y \sin \omega t$ . Здесь  $Q_0$  и  $Y$  — амплитуды силы и перемещения,  $\omega$  — угловая частота,  $t$  — время.

Тогда согласно принципу Даламбера для равновесия системы сумма сил

$$Q - m\ddot{y} - cy = 0 \quad (1)$$

или

$$Q_0 + mY\omega^2 - cY = 0, \quad (2)$$

откуда

$$Y = \frac{Q_0}{c - m\omega^2}.$$

Тогда динамическая жесткость массы, опертой на пружину,

$$k = \frac{Q}{y} = \frac{Q_0}{Y} = c - m\omega^2. \quad (3)$$

Видно, что с изменением частоты  $\omega$  динамическая жесткость изменяется, и при

$$\omega = \sqrt{\frac{c}{m}} = \omega_0 \quad (4)$$

динамическая жесткость системы равна нулю, амплитуда колебаний при этом имеет бесконечно большое значение.

Из равенства (4) следует, что динамическая жесткость равна нулю, когда частота колебаний равна собственной частоте  $\omega_0$ .

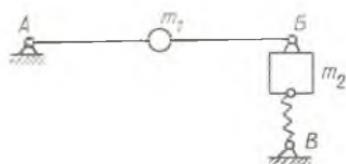


Рис. 5. Расчетная схема установки

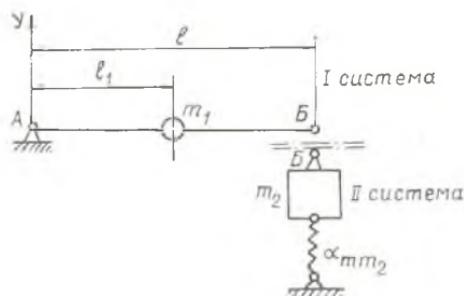


Рис. 6. К определению динамической жесткости системы в точке Б

Для определения динамической жесткости сложных систем разбивают их на отдельные, не связанные между собой простые части. Вместо отброшенных частей к каждой простой системе прикладывают амплитудные значения заменяющих их усилий.

Суммируя динамические жесткости двух смежных простых систем и приравнявая суммарную жесткость к нулю, находят частоты возбуждения, которые численно равны собственным частотам сложной рассматриваемой системы.

Определим собственную частоту экспериментальной установки, общий вид которой приведен на рис. 1. Расчетная схема ее представлена на рис. 5. Введены обозначения:

$m_1$  — масса вращающегося диска;

$m_2$  — масса упругой опоры.

Будем определять динамическую жесткость системы в точке Б, для этого по точке Б разделим систему на две отдельные части (рис. 6). Определим динамическую жесткость первой системы в точке Б. Статическая жесткость этой системы в точке равна нулю, так как вал может свободно поворачиваться в опоре А. Для определения динамической жесткости первой системы заставим ее совершать вынужденные колебания, задав вынужденное гармоническое перемещение точке Б с амплитудой  $Y_B$  (рис. 7, а). Если бы отсутствовала масса  $m_1$ , то точка крепления массы к валу совершала бы вынужденные перемещения с амплитудой:

$$Y_{m_1}^* = \frac{l_1}{l} Y_B. \quad (5)$$

Наличие массы  $m_1$  на валу будет приводить к появлению дополнительных перемещений точки крепления массы в результате прогиба вала под действием приложенной к ней силы инер-

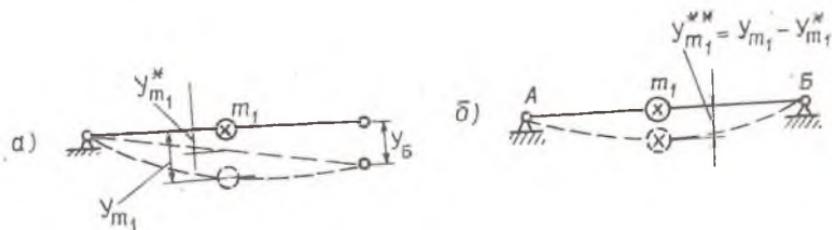


Рис. 7. К определению динамической жесткости I системы

ции. Амплитуда суммарных перемещений точки крепления диска к валу может быть определена из уравнения

$$Y_{m_1} = Y_{m_1}^* + Y_{m_1}^{**}, \quad (6)$$

где  $Y_{m_1}$  — амплитуда суммарных перемещений точки крепления массы,

$Y_{m_1}^{**}$  — амплитудное значение стрелы прогиба вала в точке крепления под действием силы инерции.

Очевидно, что

$$Y_{m_1}^{**} = \alpha_{mm_1}, \quad P_{m_1} = m_1 \omega^2 \alpha_{mm_1} Y_{m_1}, \quad (7)$$

где  $\alpha_{mm_1}$  — коэффициент статической податливости при изгибе точки крепления массы для системы, изображенной на рис. 7, б;

$P_{m_1} = m_1 \omega^2 Y_{m_1}$  — амплитуда силы инерции, приложенной к массе  $m_1$ .

Тогда

$$Y_{m_1} = \frac{l_1}{l} Y_B + m_1 \omega^2 \alpha_{mm_1} Y_{m_1}$$

и

$$Y_{m_1} = \frac{\frac{l_1}{l}}{1 - m_1 \omega^2 \alpha_{mm_1}} Y_B. \quad (8)$$

Для определения динамической жесткости первой системы в точке Б необходимо определить реакцию опоры в этой точке, возникающую в результате вынужденных перемещений ее с амплитудой  $Y_B$ . Составим уравнение равновесия моментов относительно точки А:

$$M_A = P_{m_1} l_1 + R_B^I l = 0, \quad (9)$$

где  $R_B^I$  — реакция опоры Б первой системы,

откуда

$$R_B^I = -\frac{l_1}{l} m_1 \omega^2 Y_{m_1}. \quad (10)$$

Учитывая (8), получаем

$$R_B^I = -\frac{\left(\frac{l_1}{l}\right)^2 m_1 \omega^2}{1 - m_1 \omega^2 \alpha_{mm_1}} Y_B. \quad (11)$$

Динамическая жесткость первой системы в точке Б

$$k_B^I = \frac{R_B^I}{Y_B}.$$

Тогда

$$k_B^I = -\left(\frac{l_1}{l}\right)^2 \frac{m_1 \omega^2}{1 - m_1 \omega^2 \alpha_{mm_1}} \quad (12)$$

или

$$k_B^I = -\frac{1}{\alpha_{mm_1}} \left(\frac{l_1}{l}\right)^2 \frac{\frac{\omega^2}{\omega_{01}^2}}{1 - \frac{\omega^2}{\omega_{01}^2}}, \quad (13)$$

где  $\omega_{01} = \sqrt{\frac{1}{m_1 \alpha_{mm_1}}}$  — собственная частота первой системы при закрепленной опоре Б (рис. 7, б).

Теперь определим динамическую жесткость второй системы в точке Б. Для этого вновь зададим вынужденные перемещения в точке Б с амплитудой  $Y_B$  и частотой  $\omega$  и определим реакцию в точке Б, возникающую в результате ее вынужденных перемещений. Реакция будет возникать как результат преодоления силы инерции массы  $m_2$  и силы упругого сопротивления невесомой пружины:

$$R_B^{II} = -m_2 \omega^2 Y_B + \frac{1}{\alpha_{mm_2}} Y_B, \quad (14)$$

где  $m_2 \omega^2 Y_B$  — амплитуда силы инерции массы  $m_2$ ,  
 $\alpha_{mm_2}$  — коэффициент статической податливости второй системы в точке Б.

Динамическая жесткость второй системы в точке Б будет

$$k_B^{II} = \frac{R_B^{II}}{Y_B} = \frac{1}{\alpha_{mm_2}} \left(1 - \frac{\omega^2}{\omega_{0II}^2}\right), \quad (15)$$

где  $\omega_{0II} = \sqrt{\frac{1}{m_2 \alpha_{mm_2}}}$  — собственная частота второй системы.

Если учесть, что податливость — величина, обратная жесткости, то выражение (15) совпадает с ранее полученным уравнением (3).

Динамическая жесткость всей системы в точке  $B$  будет равна сумме динамических жесткостей отдельных систем, соединенных в этой точке, т. е.

$$k_B = k_B^I + k_B^{II} \quad (16)$$

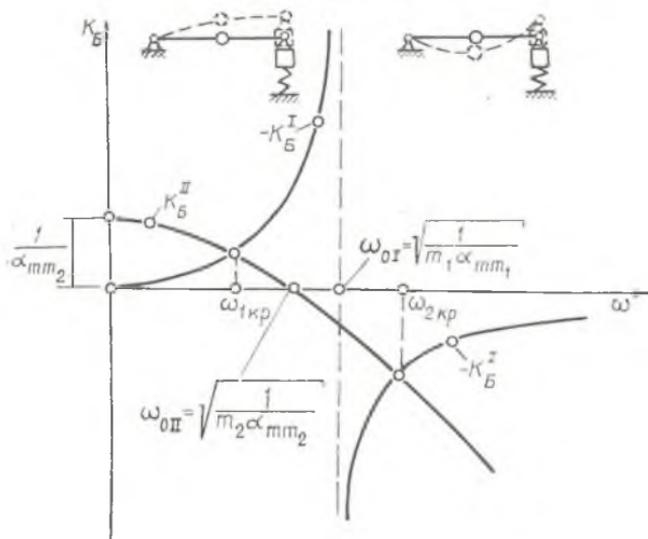


Рис. 8. Графическое определение критических скоростей системы

или

$$k_B = -\frac{1}{\alpha_{mm_1}} \left( \frac{l_1}{l} \right)^2 \frac{\frac{\omega^2}{\omega_{0I}^2}}{1 - \frac{\omega^2}{\omega_{0I}^2}} + \frac{1}{\alpha_{mm_2}} \left( 1 - \frac{\omega^2}{\omega_{0II}^2} \right). \quad (17)$$

Уже отмечалось, что резонансными будут те частотные режимы системы, на которых динамическая жесткость равна нулю. Тогда из соотношения (17) получим уравнение, позволяющее определить резонансные режимы:

$$\omega - \left\{ \left[ 1 + \frac{1}{\alpha_{mm_1}} \alpha_{mm_2} \left( \frac{l_1}{l} \right)^2 \right] \omega_{0II}^2 + \omega_{0I}^2 \right\} \omega^2 + \omega_{0I}^2 \omega_{0II}^2 = 0. \quad (18)$$

Решая это уравнение относительно  $\omega$ , получаем для рассматриваемой системы две критические скорости  $\omega_{1кр}$  и  $\omega_{2кр}$ .

Определение критических скоростей можно производить и графическим путем. Для этого нужно построить зависимости динамических жесткостей  $k_B^I$  и  $k_B^{II}$  от частоты возбуждения  $\omega$ . Способ графического нахождения  $\omega_{1кр}$  и  $\omega_{2кр}$  понятен из рис. 8.

Определим форму вынужденных колебаний, которая определяет относительный характер движения масс системы в зависимости от частоты возбуждающей силы. Для рассматриваемой системы форма колебаний может быть определена из уравнения (8):

$$\frac{Y_B}{Y_{m_1}} = \frac{1 - \frac{\omega^2}{\omega_{01}^2}}{\frac{l_1}{l}}. \quad (19)$$

Из зависимости (19) следует, что на частотах  $\omega < \omega_{01}$  массы  $m_1$  и  $m_2$  совершают колебания в одну сторону  $\left(\frac{Y_B}{Y_{m_1}} > 0\right)$  с частотой  $\omega$ , а на частотах  $\omega > \omega_{01}$  массы колеблются в разные стороны  $\left(\frac{Y_B}{Y_{m_1}} < 0\right)$  (рис. 8).

#### ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЬ ПРОВЕДЕНИЯ ЭКСПЕРИМЕНТА

1. Внимательно ознакомиться с экспериментальной установкой в натуре и по описанию.

2. Получить инструкцию по технике безопасности у преподавателя или лаборанта.

3. По разрешению преподавателя или лаборанта включить питание постоянным током.

4. Включить катодный осциллограф.

5. Установить реостаты  $R_1$  и  $R_2$  в крайнее положение против часовой стрелки.

6. Включением выключателя  $BK_1$  произвести пуск электромашиного усилителя.

7. Включением выключателя  $BK_2$  произвести пуск электродвигателя.

8. Плавно повышая число оборотов реостатами  $R_1$  и  $R_2$ , довести число оборотов вначале до первой критической скорости, а затем до второй. О достижении критической скорости можно судить по отклонению луча на экране катодного осциллографа.

9. Производя настройку установки вначале на первую, а затем на вторую критическую скорость, произвести запись критических чисел оборотов по указателю оборотов.

10. Увеличить число оборотов и убедиться по катодному осциллографу, что критическая скорость пройдена. Уменьшить

обороты с помощью реостатов 1 и 2 и отметить прохождения критических скоростей.

11. Выключить выключатели  $BK_1$  и  $BK_2$ .

12. Закрепить опору 7 стопорным приспособлением 10.

13. Повторить пункты 6—8. Обратить внимание на существование одной критической скорости. Зафиксировать ее.

14. Снизить реостатами обороты ротора.

15. Выключить выключателем  $BK_1$  и  $BK_2$ .

16. Выключить катодный осциллограф.

#### ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЬ РАСЧЕТНОГО ОПРЕДЕЛЕНИЯ КРИТИЧЕСКИХ СКОРОСТЕЙ

1. Выяснить основные параметры системы, необходимые для расчета:

а) массу вращающегося диска  $m_1$ ,

б) массу податливой опоры  $m_2$ :

$$m_2 = m_{\text{оп}} + \frac{1}{2} i m_{\text{шп}}, \quad (20)$$

где  $m_{\text{оп}}$  — масса собственно опоры, включающая в себя массу элементов установки, укрепленных на ней;

$m_{\text{шп}}$  — масса одной из шпилек, на которой подвешена упругая опора;

$i$  — число шпилек,

в) геометрические размеры системы:

$l$  — расстояние между опорами, см;

$l_1$  — расстояние между жесткой опорой и точкой крепления диска на валу, см;

$d_n$  — диаметр вала (на установке вал имеет постоянный диаметр), см;

$d_{\text{шп}}$  — диаметр шпилек, см,

г) модуль упругости первого рода материала упругих элементов  $E$ , кг/см<sup>2</sup>.

2. Определить коэффициенты податливости  $\alpha_{mm_1}$  и  $\alpha_{mm_2}$ .

Коэффициенты податливости могут быть определены методами, известными из курса «Сопротивление материалов».

В частности,

$$\alpha_{mm_1} = \frac{l^3}{3EI} \bar{l}_1^2 (1 - \bar{l}_1)^2, \quad (21)$$

$$\alpha_{mm_2} = \frac{l^3}{12EI_{\text{шп}} i}, \quad (22)$$

где  $\bar{l} = \frac{l_1}{l}$ ,

$I_b = \frac{\pi d_b^4}{64}$  и  $I_{шп} = \frac{\pi d_{шп}^4}{64}$  — соответственно экваториальные моменты инерции сечения вала и шпильки,  $см^4$ .

3. Вычислить собственные частоты  $\omega_{01}$  и  $\omega_{011}$ .
4. Найти критические скорости по зависимости (18) или графическим способом с использованием выражений (13) и (15).
5. Сравнить расчетные и экспериментальные значения критических скоростей, определить расхождение их (в процентах) и указать возможные причины несовпадения теоретических и экспериментальных данных.
6. Определить формы колебания при  $\omega = \omega_{1кр}$  и  $\omega = \omega_{2кр}$  по формуле (19).
7. Оформить расчетную часть работы.

## СОДЕРЖАНИЕ ОТЧЕТА И АНАЛИЗ РЕЗУЛЬТАТОВ

Отчет по лабораторной работе должен содержать: расчетную схему с указанием всех величин, необходимых для расчета; выполненные расчеты; сравнение расчетных и экспериментальных значений критических скоростей для одномассовой и двухмассовой систем; анализ полученных результатов.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Скубачевский Г. С. Авнационные газотурбинные двигатели. Изд. 2-е. М., «Машиностроение», 1965.

## Лабораторная работа № 2

### ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ОПРЕДЕЛЕНИЕ СОБСТВЕННЫХ ЧАСТОТ И ФОРМ КОЛЕБАНИЙ ЛОПАТКИ ОСЕВОГО КОМПРЕССОРА

Цель работы: знакомство с методикой экспериментального определения собственных частот и рисунков узловых линий, соответствующих им собственным форм, по которым можно делать некоторые заключения о характере колебаний и распределении напряжений.

Лопатка, как всякое упругое тело с распределенной массой, обладает бесчисленным множеством частот собственных колебаний. Каждой из собственных частот соответствует своя строго определенная форма колебаний, т. е. определенное распределение прогибов и напряжений по перу лопатки.

Совпадение частоты возбуждающей силы с одной из собственных частот вызовет появление резонанса. При резонансе амплитуда колебаний возрастает, что может привести к быстрой поломке лопатки. Поэтому при проектировании и доводке компрессора или газовой турбины совершенно необходимо знать спектр собственных частот колебаний лопатки для того, чтобы по возможности отстранить их от частот возмущающих сил на рабочих режимах работы двигателя.

С другой стороны, если все же резонансная поломка лопатки произошла, то при анализе ее причин необходимо точно знать, на какой частоте она произошла. Знание спектра собственных форм колебаний лопатки облегчает проведение такого анализа. Так как форма колебаний на резонансе совпадает с соответствующей собственной формой, характеризуемой определенным распределением напряжений по перу, то по установленному месту зарождения устарелой трещины можно судить о том, на какой форме колебаний (на какой частоте) произошло разрушение.

Таким образом, для борьбы с резонансными поломками лопаток необходимо знать как спектр собственных частот лопаток, так и спектр соответствующих им форм колебаний. Определение собственных частот и форм колебаний может производиться как теоретически, так и экспериментально.

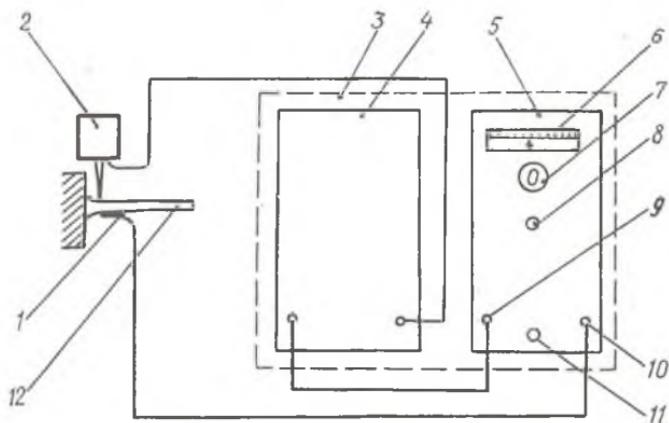


Рис. 1. Блок-схема экспериментальной установки:

1 — датчик; 2 — вибратор; 3 — прибор ПВ-3; 4 — блок возбуждения; 5 — измерительный блок; 6 — указатель частоты; 7 — экран КО; 8 — верньер частоты; 9 — выход звукового генератора; 10 — щуп; 11 — переключатель диапазонов частоты; 12 — лопатка

Блок-схема установки представлена на рис. 1. Установка состоит из следующих элементов:

- 1) подставки с зажимным приспособлением, в котором крепится испытываемая лопатка 12;
- 2) электродинамического вибратора 2;
- 3) датчика колебаний 1, наклеенного на испытываемой лопатке;
- 4) прибора ПВ-3 3, состоящего из блока измерений 5 и блока возбуждения 4;
- 5) корытца с песком.

*Испытуемая лопатка 12* горизонтально корытцем вверх закреплена своей замковой частью в специальной массивной подставке. В корневой части лопатки со стороны спинки наклеен пьезоэлектрический датчик 1, регистрирующий ее колебания.

*Электродинамический вибратор 2* предназначен для возбуждения колебаний лопатки. Схема вибратора представлена на рис. 2. К звуковой катушке 3 вибратора подводится переменный ток, частота которого изменяется в широких пределах. В результате взаимодействия магнитного поля, создаваемого переменным током, протекающим по виткам звуковой катушки, и магнитного потока, создаваемого постоянным магнитом 6, к катушке будет приложена периодическая сила, частота которой определяется частотой переменного тока. Эта сила через иглу 1 передается к объекту эксперимента (лопатке), который совершает вынужденные колебания с частотой действия силы.

*Датчиком колебаний* служит пьезоэлектрический элемент (кристалл сегнетовой соли), наклеенный на лопатку в корневой части со стороны спинки. Сигнал с обкладок датчика подается на регистрирующий прибор (катодный осциллограф). Частота сигнала определяется частотой колебаний лопатки, а амплитуда — амплитудой колебаний ее.

*Измерительный блок и блок возбуждения прибора ПВ-3* (рис. 1) состоит из звукового генератора с частотомером и катодного осциллографа, являющегося регистрирующим прибором. Звуковой генератор вырабатывает переменный ток, частота которого может изменяться в пределах от 10—20 до 1000 Гц. Плавное изменение частоты производится вращением вращателя частоты 8 генератора. Генератор имеет четыре диапазона частот. Смена одного диапазона частот другим производится переключателем диапазонов 11. Частота, выдаваемая звуковым генератором, регистрируется частотомером со стрелочным указателем 6.

Сигнал со звукового генератора передается на блок возбуждения.

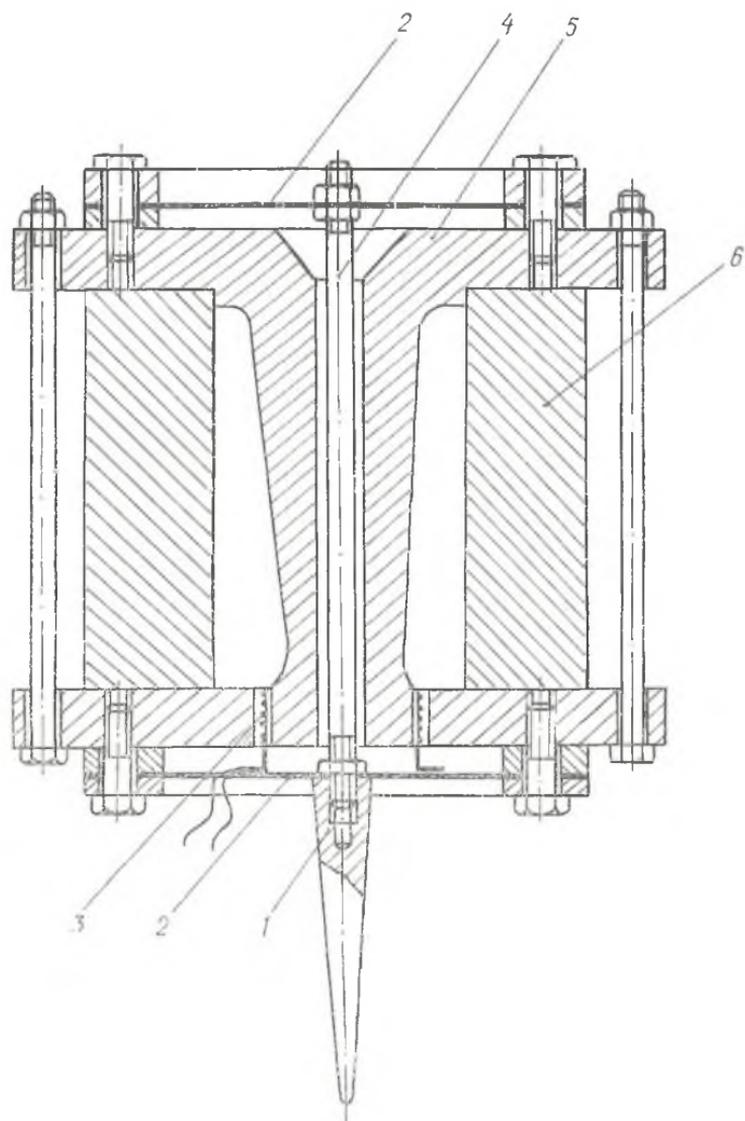


Рис. 2. Электродинамический вибратор:

1 — игла; 2 — мембраны; 3 — круговая катушка; 4 — шток; 5 — магнитопровод; 6 — магнит

Блок возбуждения прибора ПВ-3 представляет собой электронный усилитель, предназначенный для усиления сигнала, передаваемого со звукового генератора. Сигнал, усиленный в блоке возбуждения, подается к виткам звуковой катушки электродинамического вибратора.

Сигнал с датчика колебаний подается к усилителю катодного осциллографа, смонтированного в измерительный блок, и вызывает отклонение луча на экране 7 в вертикальном направлении. На горизонтальную развертку осциллографа подается сигнал со звукового генератора.

## МЕТОДИКА ЭКСПЕРИМЕНТА

*Возбуждение колебаний* лопатки производится при помощи электродинамического вибратора, питаемого переменным током от прибора ПВ-3. При подаче на вибратор переменного тока игла вибратора начинает совершать колебания с задаваемой частотой. Касаясь иглой лопатки, мы тем самым будем вызывать колебания ее. Желательно, чтобы точки касания располагались как можно ближе к корневой части лопатки. Это необходимо для того, чтобы контактирование вибратора с лопаткой возможно меньше сказывалось на формах колебаний лопатки. Изменяя плавно частоту, можно добиться совпадения частоты возбуждения с одной из собственных частот колебаний лопатки, т. е. получить явление резонанса.

Явление резонанса характеризуется резким увеличением амплитуды колебаний. *Момент резонанса фиксируется* при помощи пьезоэлектрического датчика, наклеенного на лопатку, и катодного осциллографа. При колебаниях лопатки датчик, будучи жестко связанным с поверхностью лопатки, подвергается периодической знакопеременной деформации, и на электрических обкладках его появляются электрические заряды. Величина и знак заряда зависят от величины и направления деформации и фиксируются катодным осциллографом. Для этого обкладки датчика при помощи экранированного провода связываются через вертикальный усилитель осциллографа с горизонтальными пластинками его катодной трубки. Подавая разность потенциалов, полученную на обкладках, на горизонтальные пластины, вызываем большее или меньшее вертикальное отклонение луча на экране осциллографа. Таким образом, величина и частота отклонений луча будут зависеть от величины и частоты деформации лопатки.

Резонанс будет характеризоваться резким увеличением вертикальной амплитуды отклонения луча.

После того, как момент резонанса зафиксирован, соответствующая ему частота возбуждения может быть определена по

шкале частотомера блока измерений. Поскольку при резонансе частота возбуждения совпадает с одной из собственных частот, то, определяя частоту возбуждения, тем самым *определяем одну из собственных частот колебания лопатки.*

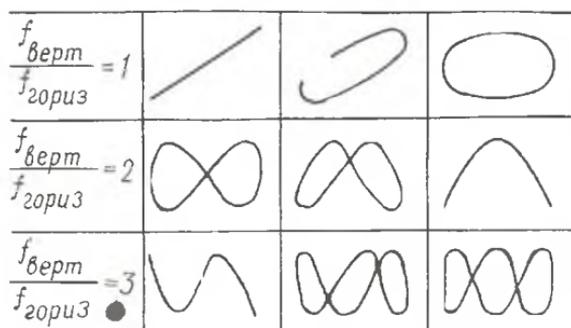


Рис. 3. Характерный вид фигур Лиссажу в зависимости от отношения частот вертикального и горизонтального отклонения луча

Следует отметить, что гармонический закон колебаний иглы вибратора, возбуждающей лопатку, может быть искажен наличием высших гармоник<sup>1</sup>. Это может привести к существенной ошибке в определении собственной частоты. Для того, чтобы избежать подобной ошибки, необходимо убедиться в совпадении частоты колебаний лопатки с частотой, задаваемой генератором. Это можно сделать, используя тот же катодный осциллограф, если на пластины его катодной трубки подать переменное напряжение от звукового генератора. Тогда отклонение луча в горизонтальном направлении будет совершаться с частотой, соответствующей частоте, задаваемой генератором, а вертикальное отклонение — с частотой колебания лопатки. В результате сложения двух взаимно перпендикулярных колебаний на экране осциллографа будет получена фигура Лиссажу. При совпадении частот эта фигура будет иметь форму эллипса или наклонной прямой. Если же частота колебаний лопатки вдвое больше, чем частота, задаваемая генератором, что может иметь место при возбуждении второй гармоникой, то на экране будет получена фигура в виде лежащей восьмерки или подковообразной кривой. При возбуждении третьей гармоникой будет получена более сложная фигура и т. д. (рис. 3). Таким

<sup>1</sup> Даже несмотря на строго гармонический закон переменного тока, подаваемого на вибратор от генератора, искажение гармонического закона в колебании иглы может иметь место.

образом, нужно получить фигуру Лиссажу в виде эллипса или наклонной прямой.

Как отмечалось, каждой из собственных частот колебаний лопатки соответствует своя определенная форма колебаний.

*Определение форм колебаний* производится при помощи песчаных фигур. Для этого горизонтально установленную и обезжиренную лопатку посылают тонким слоем песка. При подходе к резонансу песок начинает интенсивно перемещаться по лопатке, концентрируясь в узлах данной формы колебаний, т. е. в тех местах, которые в процессе колебаний остаются неподвижными.

После более или менее продолжительного выдерживания лопатки на резонансе на ее поверхности появляется четкая песчаная фигура, показывающая расположение узловых линий<sup>1</sup>.

По картине расположения узловых линий можно судить о характере распределения вибрационных напряжений в лопатке при данной форме колебаний<sup>2</sup>.

#### ОБРАБОТКА РЕЗУЛЬТАТОВ ЭКСПЕРИМЕНТА

Образование рисунков узловых линий на различных собственных формах подчиняется определенной закономерности. Эта закономерность представлена на рис. 4. В этой таблице приведены рисунки линий исходных (условных) собственных форм, которые более или менее существенно отличаются от рисунков узловых линий реальной лопатки. Тем не менее, такая таблица наглядно иллюстрирует закономерность в образовании различных собственных форм, поскольку общность исходных (условных) форм при переходе к реальной лопатке легко улавливается (рис. 5).

Таблица собственных форм исчерпывает возможные собственные движения лопатки<sup>3</sup>. Другими словами, каждому собственному движению соответствует одна определенная клетка таблицы собственных форм. Поэтому, проводя эксперимент, каждую обнаруженную собственную форму (рисунок узловых линий) следует внести в соответствующую клетку таблицы, здесь же нужно записать частоту. В соответствии с этим формы колебаний и частоты удобно именовать в зависимости от того, в каком столбце и какой строке эта форма располагается. Напри-

<sup>1</sup> В том случае, когда не удастся получить достаточно четкой фигуры, следует изменить место касания иглы вибратора.

<sup>2</sup> Для того, чтобы более достоверно установить распределение напряжений на различных формах колебаний, необходимо проводить специальный эксперимент, при котором лопатка препарируется тензометрическими датчиками.

<sup>3</sup> Об имеющихся исключениях будет сказано ниже.

$\begin{matrix} m \\ n \end{matrix}$	1	2	3	4	5
1	$f_{1 \times 1}$	$f_{2 \times 1}$	$f_{3 \times 1}$	$f_{4 \times 1}$	$f_{5 \times 1}$
2	$f_{1 \times 2}$	$f_{2 \times 2}$	$f_{3 \times 2}$	$f_{4 \times 2}$	$f_{5 \times 2}$
3	$f_{1 \times 3}$	$f_{2 \times 3}$	$f_{3 \times 3}$	$f_{4 \times 3}$	$f_{5 \times 3}$
4	$f_{1 \times 4}$	$f_{2 \times 4}$	$f_{3 \times 4}$	$f_{4 \times 4}$	$f_{5 \times 4}$

Рис. 4. Чередование рисунка узловых линий исходных (условных) форм колебаний. Эта таблица может быть продолжена неограниченно вправо и вниз. С увеличением номера строки и столбца частоты увеличиваются

мер, форма  $3 \times 2$  (третий столбец, вторая строка), частота  $f_{3,2}$  и т. д.

Таблица собственных форм обладает определенными частотными свойствами. Частоты форм, располагающихся в данной строке, увеличиваются с увеличением номера столбца и располагаются на плавной кривой. Характерный вид этих частотных кривых представлен на рис. 6. Аналогичным свойством обладают и столбцы: частоты форм увеличиваются с увеличением номера строки и также располагаются на плавной кривой. Заполняя при эксперименте таблицу собственных форм, можно су-

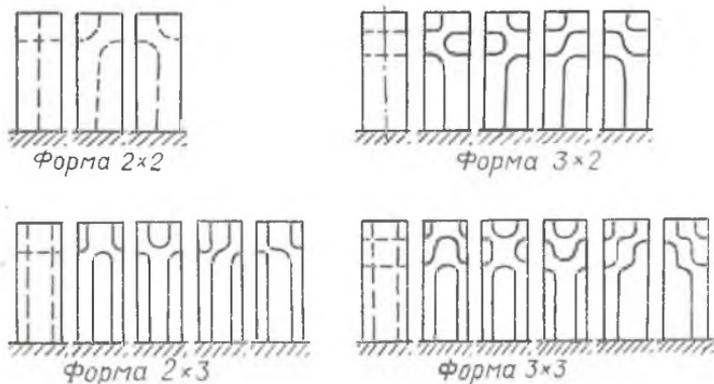


Рис. 5. Характер возможных искажений рисунка узловых линий исходных форм при переходе к реальной лопатке

дять о том, какие из собственных движений пропущены (клетки остались вакантными). Если в данной строке (столбце) уже определено несколько собственных форм, то строя по известным для них значениям частот зависимость частоты от номера

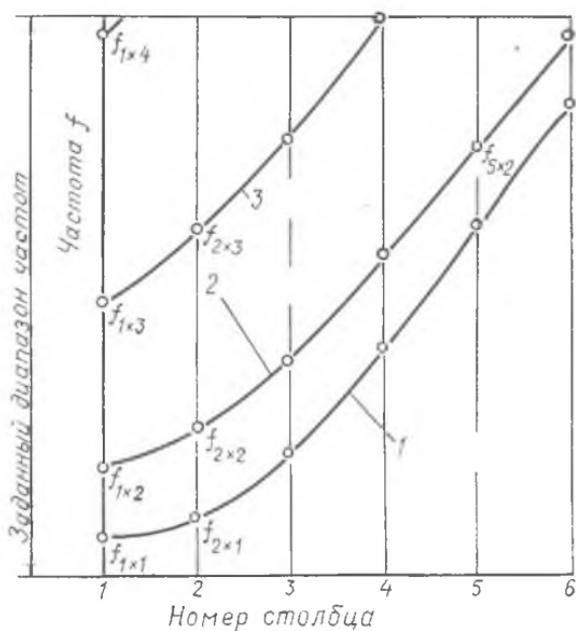


Рис. 6. Характерная зависимость частоты от номера столбца:

1 — первая; 2 — вторая; 3 — третья строка

столбца (строки), можно приблизительно найти частоту пропущенной формы, что облегчает ее поиск. По частотным кривым, экстраполируя их в сторону больших номеров столбцов (строк), можно судить также о числе собственных форм, попадающих в заданный диапазон частот. Эксперимент можно считать законченным тогда, когда все клетки таблицы собственных форм, соответствующие заданному диапазону частот, будут заполнены.

Если таблица заполнена, то это свидетельствует о том, что в заданном диапазоне частот других собственных форм нет. Исключения возможны лишь только в том случае, когда в заданный диапазон частот попадает первая форма изгибных колебаний, соответствующая колебаниям в направлении оси максимальной жесткости. При этом рисунок узловых линий ее, поскольку лопатка имеет закрученную и изогнутую поверхность, может напоминать один из рисунков форм колебаний, ранее определенных и занесенных в таблицу. Появление дополнительно-

го собственного движения возможно потому, что приведенная таблица собственных форм перечисляет собственные движения, относящиеся только к колебаниям в направлении минимальной жесткости.

#### ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЬ ПРОВЕДЕНИЯ РАБОТЫ

1. Обезжирить поверхность корытца испытуемой лопатки, протерев его ватой, смоченной в спирте.
2. Получить разрешение лаборанта на включение установки.
3. Включить установку.
4. Посыпать поверхность испытуемой лопатки тонким слоем песка.
5. Иглой вибратора коснуться поверхности лопатки в первой четверти ее от корня.
6. Плавно изменять частоту генератора от  $50 \text{ Гц}$  до появления резонанса. Проконтролировать совпадение частот по осциллографу.
7. Записать частоту, на которой возник резонанс, и зарисовать песчаную фигуру, указав расположение входной кромки лопатки.
8. Плавно повысить частоту до наступления следующих резонансов (до  $10000 \text{ Гц}$ ).
9. Уменьшить частоту. Выключить установку.

#### СОДЕРЖАНИЕ ОТЧЕТА И АНАЛИЗ РЕЗУЛЬТАТОВ

Отчет о проделанной работе должен содержать:  
описание установки;  
методику проведения эксперимента;  
таблицу собственных форм с рисунками узловых линий и собственными частотами;  
частотные кривые;  
анализ полученных результатов.

### *Лабораторная работа № 3*

#### СПРЕДЕЛЕНИЕ ПЕРВОЙ СОБСТВЕННОЙ ЧАСТОТЫ И ПЕРВОЙ СОБСТВЕННОЙ ФОРМЫ ИЗГИБНЫХ КОЛЕБАНИЙ ЛОПАТКИ КОМПРЕССОРА

Цель работы: теоретическое и экспериментальное определение первой собственной частоты и первой собственной формы изгибных колебаний лопатки компрессора.

Если лопатку сдеформировать, а затем предоставить самой себе, то она начнет совершать свободные колебания. Частоты и формы этих колебаний называются собственными. Как тело с распределенной массой лопатка имеет бесчисленное множество собственных форм движения, каждой из которых строго однозначно соответствует своя собственная частота. Возбуждение свободных колебаний той или иной формы зависит от начальных и граничных условий.

Если лопатку нагрузить переменной силой, то она будет совершать вынужденные колебания с частотой приложенной силы. Когда частота этой силы совпадет с какой-либо собственной частотой лопатки, возникнет явление резонанса. Резонанс характеризуется резким увеличением амплитуды колебаний и напряжений, причем форма резонансных колебаний практически совпадет с соответствующей по частоте собственной формой.

На работающем двигателе лопатка подвергается воздействию разнообразных переменных сил. Они, как правило, зависят от оборотов ротора и при некоторых оборотах могут вызывать резонансы. Вследствие больших динамических напряжений резонансы опасны и их стараются не допускать, особенно в области рабочих режимов. Это достигается с помощью различных конструктивных мероприятий, для правильного выполнения которых необходимо определение собственных форм и частот лопатки, а также частот и интенсивности возмущающих сил. Когда все же резонанс лопатки устранить не удается, ее прочность обеспечивается снижением величин опасных сил, демпфированием и повышением предела усталостной прочности материала. В этом случае также требуется исследование собственных форм и собственных частот лопатки.

#### ТЕОРЕТИЧЕСКОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ЧАСТОТЫ ПЕРВОЙ СОБСТВЕННОЙ ФОРМЫ ИЗГИБНЫХ КОЛЕБАНИЙ ЛОПАТКИ

Существует много методов теоретического определения собственных частот и собственных форм лопатки. В настоящей работе используется метод наложений, который позволяет определить только низшую собственную частоту изгибных колебаний консольно закрепленной лопатки. Достоинство этого метода — сравнительно малая трудоемкость.

#### Метод наложений

Схематизируем реальную лопатку с распределенной массой в виде упругой системы с сосредоточенными массами.

Для этого разобьем лопатку по длине на  $n$  равных участков (рис. 1) и будем считать, что масса каждого участка сосре-

точена в его середине, а моменты инерции и площади сечений в пределах участка постоянны и равны соответственно моменту инерции и площади среднего сечения участка.

Введем обозначения:

$i$  — средняя точка произвольного  $i$ -го участка лопатки,  $i=1, 2, \dots, n$ ;

$m_i$  — масса  $i$ -го участка лопатки, приложенная, по условию схематизации, в точке  $i$ ;

$F_i$  — площадь среднего сечения  $i$ -го участка лопатки;

$I_i$  — момент инерции среднего сечения  $i$ -го участка лопатки;

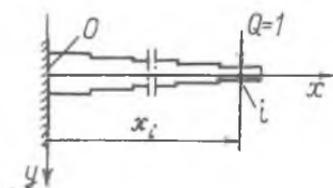


Рис. 1. Расчетная схема определения нижней собственной частоты

$l$  — длина лопатки;

$\rho$  — плотность материала лопатки;

$E$  — модуль упругости материала лопатки.

Очевидно

$$m_i = F_i \frac{l}{n} \rho. \quad (1)$$

Рассмотрим свободные изгибные колебания лопатки. При свободных колебаниях каждая ее точка будет совершать гармонические колебания, поэтому для построенной расчетной схемы можно записать:

$$y_i = Y_i \sin \omega_0 t, \quad (2)$$

где  $y_i$  — перемещение  $i$ -й точки;

$Y_i$  — амплитуда колебаний  $i$ -й точки;

$t$  — время;

$\omega_0$  — собственная угловая частота колебаний.

К  $i$ -й точке будет приложена сила инерции

$$Q_i = -m_i \frac{\partial^2 y_i}{\partial t^2}, \quad (3)$$

и после подстановки (2) в (3)

$$Q_i = m_i Y_i \omega_0^2 \sin \omega_0 t. \quad (4)$$

Учитывая, что при свободных колебаниях лопатки силы инерции являются единственными внешними силами, действующими на нее, можно составить следующую систему  $n$  уравнений:

$$\left. \begin{aligned} y_1 &= Q_1 \alpha_{11} + \dots + Q_i \alpha_{1i} + \dots + Q_n \alpha_{1n} \\ y_2 &= Q_1 \alpha_{21} + \dots + Q_i \alpha_{2i} + \dots + Q_n \alpha_{2n} \\ &\dots \\ y_k &= Q_1 \alpha_{k1} + \dots + Q_i \alpha_{ki} + \dots + Q_n \alpha_{kn} \\ &\dots \\ y_n &= Q_1 \alpha_{n1} + \dots + Q_i \alpha_{ni} + \dots + Q_n \alpha_{nn} \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

где  $\alpha_{ki}$  — коэффициент влияния, представляющий собой прогиб в  $k$ -й точке от единичной силы, приложенной к точке  $i$ ;

$$i = 1, 2, 3, \dots, n;$$

$$k = 1, 2, 3, \dots, n.$$

После подстановки (2) и (4) в (5) получим систему  $n$  однородных уравнений, неизвестными которых являются амплитуды гармонических колебаний масс  $m_i$ :

$$\left. \begin{aligned} Y_1(m_1\alpha_{11}\omega_0^2 - 1) + Y_2m_2\alpha_{12}\omega_0^2 + \dots + Y_im_i\alpha_{1i}\omega_0^2 + \dots + Y_nm_n\alpha_{1n}\omega_0^2 &= 0 \\ Y_1m_1\alpha_{21}\omega_0^2 + Y_2(m_2\alpha_{22}\omega_0^2 - 1) + \dots + Y_im_i\alpha_{2i}\omega_0^2 + \dots + Y_nm_n\alpha_{2n}\omega_0^2 &= 0 \\ \dots &\dots \\ Y_1m_1\alpha_{n1}\omega_0^2 + Y_2m_2\alpha_{n2}\omega_0^2 + \dots + Y_im_i\alpha_{ni}\omega_0^2 + \dots + Y_n(m_n\alpha_{nn}\omega_0^2 - 1) &= 0 \end{aligned} \right\} (6)$$

Нетривиальное решение такой системы возможно только в случае равенства нулю ее определителя

$$\begin{vmatrix} (m_1\alpha_{11}\omega_0^2 - 1) & m_2\alpha_{12}\omega_0^2, \dots, & m_i\alpha_{1i}\omega_0^2, \dots, & m_n\alpha_{1n}\omega_0^2 \\ m_1\alpha_{21}\omega_0^2 & (m_2\alpha_{22}\omega_0^2 - 1), \dots, & m_i\alpha_{2i}\omega_0^2, \dots, & m_n\alpha_{2n}\omega_0^2 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ m_1\alpha_{n1}\omega_0^2 & m_2\alpha_{n2}\omega_0^2, \dots, & m_i\alpha_{ni}\omega_0^2, \dots, & (m_n\alpha_{nn}\omega_0^2 - 1) \end{vmatrix} = 0 \quad (7)$$

Частоты, удовлетворяющие равенству (7), и есть искомые собственные частоты рассматриваемой упругой системы. Таким образом, задача сводится к нахождению корней уравнения (7), которое называется уравнением частот. Представим определитель (7) в развернутом виде;

$$1 - A_1z + \dots + (-1)^n A_n z^n = 0, \quad (8)$$

где 
$$z = \omega_0^2, \quad (9)$$

$A_1, A_2, \dots, A_n$  — коэффициенты, зависящие от массовых и упругих характеристик, в частности,

$$A_1 = \sum_{i=1}^n m_i \alpha_{ii}. \quad (10)$$

Из алгебры известно, что коэффициенты уравнения (8) можно выразить через его корни. Коэффициент  $A_1$  можно представить так:

$$A_1 = \frac{1}{z_1} + \frac{1}{z_2} + \dots + \frac{1}{z_n} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{z_i}, \quad (11)$$

где  $z_1, z_2, z_3, \dots, z_n$  — корни уравнения (8).

Приравнявая выражения (10) и (11) и учитывая (9), получаем

$$\sum_{i=1}^n m_i \alpha_{ii} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{\omega_{0i}^2}. \quad (12)$$

В случае консольной лопатки частота первой собственной формы значительно ниже частот высших собственных форм, поэтому в правой части равенства (12) можно пренебречь всеми членами, кроме  $\frac{1}{\omega_{01}}$  и, таким образом, приближенно найти низшую собственную угловую частоту:

$$\omega_{01} \approx \frac{1}{\sqrt{\sum_{i=1}^n m_i \alpha_{ii}}} \quad (13)$$

Низшая собственная частота консольно закрепленной лопатки переменного сечения будет равна

$$f_{01} = \frac{\omega_{01}}{2\pi} = \frac{1}{2\pi \sqrt{\sum_{i=1}^n m_i \alpha_{ii}}} \quad (14)$$

Коэффициенты влияния  $\alpha_{ii}$  удобно определять с помощью интеграла Мора:

$$\alpha_{ii} = \int_0^{x_i} \frac{[M(x)]^2}{EI(x)} dx, \quad (15)$$

где  $M(x)$  — момент от единичной силы, приложенной в точке  $i$ ;  
 $I(x)$  — момент инерции сечения, переменный по длине лопатки.  
 Из рис. 2 видно, что

$$M(x) = (x_i - x). \quad (16)$$

Согласно расчетной схеме (рис. 1)

$$x_i = \frac{l}{n} i. \quad (17)$$

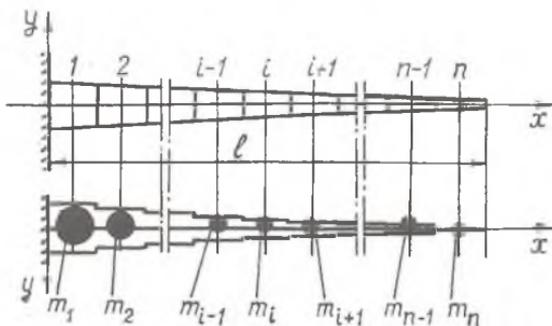


Рис. 2. Расчетная схема для определения коэффициентов влияния

$i (K)$		1	2	3	4	5
$F_i$	$CM^2$					
$J_K$	$CM^4$					
$\ell$	$CM$					
$\rho$	$\frac{KГС}{CM^3}$					
$E$	$\frac{KГС}{CM^2}$					

Рис. 3. Исходные данные для расчета нижней собственной частоты лопатки

Принимая допущение, что  $I(x)$  изменяется ступенчато вдоль лопатки, и учитывая выражения (16) и (17), интеграл (15) можно свести к следующей сумме:

$$\alpha_{ii} = \left(\frac{1}{n}\right)^3 \sum_{k=1}^i \frac{(i-k)^2}{EI_k} \quad (18)$$

Подставляя выражения (18) и (1) в (14), получим форму для частоты первой собственной формы изгибных колебаний консольно закрепленной лопатки переменного сечения, которая известна как формула А. Е. Шнейдмана

$$f_{01} = \frac{n^2}{2nl^2} \sqrt{\frac{E}{x_n \rho}} \quad (19)$$

где

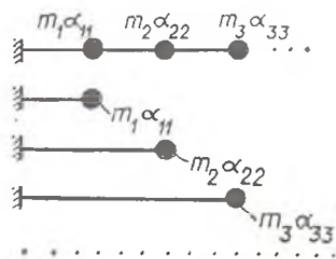
$$x_n = \sum_{i=1}^n F_i \sum_{k=1}^i \frac{(i-k)^2}{I_k} \quad (20)$$

$J_K$ $CM^4$							
$i \backslash K$	1	2	3	4	$\sum_{k=1}^i \frac{(i-k)^2}{J_K}$	$F_i$ $CM^2$	$F_i \sum_{k=1}^i \frac{(i-k)^2}{J_K}$
5							
4		$\frac{(i-k)^2}{J_K}$					
3							
2							
			$X_5$	$\left[\frac{1}{CM^2}\right]$			
			$f_1$	$\left[\frac{1}{сек}\right]$			

Рис. 4. Протокол расчета нижней собственной частоты лопатки

Достаточная точность обычно достигается при разбивке лопатки по длине на 5 участков. В этом случае

$$f_{01} = \frac{25}{2\pi l^2} \sqrt{\frac{E}{x_5 \rho}}, \quad (21)$$



$$\text{где } x_5 = F_5 \sum_{k=1}^5 \frac{(5-k)^2}{I_k} + F_4 \sum_{k=1}^4 \frac{(4-k)^2}{I_k} + F_3 \sum_{k=1}^3 \frac{(3-k)^2}{I_k} + \frac{F_2}{I_1}. \quad (22)$$

Вычисление  $f_{01}$  удобно вести с помощью таблиц (рис. 3, 4).

Изложенный метод дает всегда заниженное значение собственной частоты по сравнению с действительной, что объясняется пренебрежением в формуле (12) слагаемыми  $\frac{1}{\omega_{02}^2}, \frac{1}{\omega_{03}^2}, \dots, \frac{1}{\omega_{0n}^2}$

ввиду их малости по сравнению с  $\frac{1}{\rho l^3}$ . Интересно также заметить, что

выражение (13) является по сути известной формулой Дункерлея, которая позволяет по собственным частотам парциальных систем (рис. 5) определить собственную частоту многомассовой системы. Действительно, квадраты собственных частот парциальных систем равны соответственно:

$$\begin{aligned} \omega_{01}^2 &= \frac{1}{m_1 \alpha_{11}} \\ \omega_{02}^2 &= \frac{1}{m_2 \alpha_{22}} \\ &\dots \\ \omega_{0n}^2 &= \frac{1}{m_n \alpha_{nn}} \end{aligned} \quad (23)$$

Подставив эти равенства в выражение (13), получим формулу Дункерлея

$$\omega_{01}^2 = \frac{1}{\frac{1}{\omega_{01}^2} + \frac{1}{\omega_{02}^2} + \dots + \frac{1}{\omega_{0n}^2}} \quad (24)$$

#### ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ УСТАНОВКА

Экспериментальное определение первой собственной частоты и первой собственной формы лопатки проводится резонансным методом. С помощью вибратора возбуждаются резонансные ко-

лебания лопатки на самой низкой частоте и измеряются величина этой частоты и напряжения в пере. По распределению напряжений устанавливается форма резонансных колебаний. Очевидно, что найденные таким путем форма и частота являются

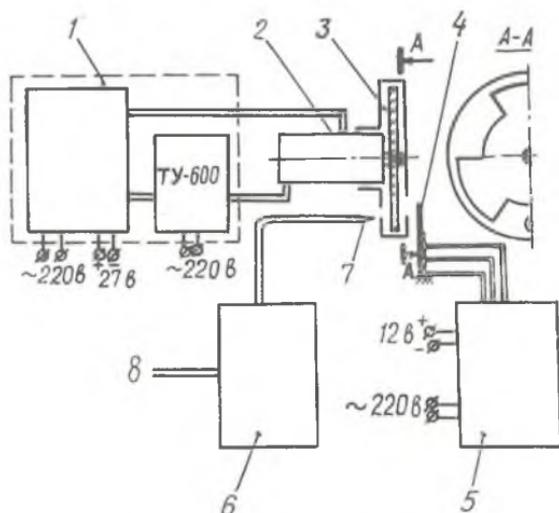


Рис. 6. Схема установки:

1 — блок питания электропривода; 2 — электропривод МА-250; 3 — пневматический вибратор; 4 — исследуемая лопатка; 5 — измерительный блок; 6 — блок подачи сжатого воздуха; 7 — сопло; 8 — подача воздуха от сети или компрессора

искомыми первой собственной формой и первой собственной частотой исследуемой лопатки.

Установка состоит из следующих узлов (рис. 6): исследуемой компрессорной лопатки, закрепленной консольно в зажиме станины; пневматического вибратора с электроприводом; блока подачи сжатого воздуха; блока питания электропривода; блока измерений напряжений.

Блок подачи сжатого воздуха, блок питания электропривода и блок измерений смонтированы в виде типовых стендов.

Объектом исследования является компрессорная лопатка, консольно закрепленная в зажиме, имитирующем замок типа «ласточкин хвост» (рис. 7). Для измерения напряжений на нее наклеены 10 тензометрических датчиков. Геометрические и механические характеристики лопатки указываются в исходных данных для расчета (рис. 4).

Возбуждение колебаний лопатки производится с помощью пневматического вибратора (рис. 6). Он представляет собой диск с тремя радиальными вырезами на периферии, который

установлен на валу электромотора МА-250. Вырезы расположены равномерно по окружности и занимают центральные углы в  $60^\circ$ . Через вырезы в диске пропускается струя сжатого воздуха, которая попадает на верхнюю часть пера лопатки. При вращении диска струя прерывается и на лопатку действует сила  $Q$ , изменяющаяся во времени примерно так, как показано на рис. 8.

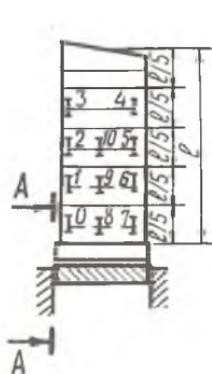


Рис. 7. Схема закрепления лопатки и схема наклейки датчиков

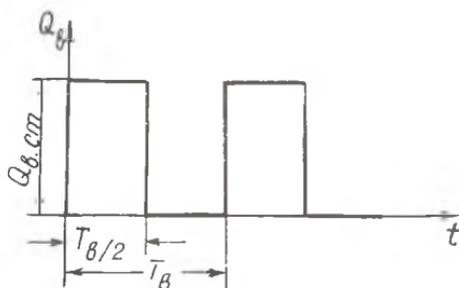


Рис. 8. Зависимость возбуждающей силы от времени

Частота возбуждающей силы

$$f = nz,$$

где  $n$  — обороты электропривода в секунду,  
 $z = 3$  — число вырезов диска.

Период возбуждающей силы

$$T = \frac{1}{f}.$$

Зависимость  $Q = Q(t)$ , изображенную на рис. 8, можно представить аналитически, разложив ее в ряд Фурье:

$$Q(t) = \frac{Q_{ст}}{2} + \frac{2}{\pi} Q_{ст} \sin \frac{2\pi}{T} t + \frac{2}{3\pi} Q_{ст} \sin 3 \frac{2\pi}{T} t + \dots$$

Учитывая выражение для угловой частоты

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f,$$

можем записать

$$Q(t) = \frac{Q_{ст}}{2} + \frac{2}{\pi} Q_{ст} \sin \omega t + \frac{2}{3\pi} Q_{ст} \sin 3\omega t + \dots$$

Таким образом, видим, что пульсирующую силу, действующую на лопатку, можно представить как сумму элементарных сил, изменяющихся во времени по гармоническому закону. Эти элементарные составляющие силы называются гармониками возбуждающей силы. Для данного случая

$\frac{Q_{ст}}{2}$  — нулевая гармоника (статическая составляющая);

$\frac{2}{\pi} Q_{ст} \sin \omega t$  — первая гармоника;

$\frac{2}{3\pi} Q_{ст} \sin 3\omega t$  — третья гармоника и т. д.

При совпадении частоты какой-либо из гармоник возбуждающей силы с любой из собственных частот лопатки возникает резонанс.

В настоящей работе подбираются такие обороты электропривода вибратора, при которых частота первой гармоники возбуждающей силы совпадает с низшей собственной частотой лопатки и возникает резонанс первой собственной формы. В этом случае частота колебаний лопатки

$$f_0 = f = n\tau.$$

*Пневмоблок* представляет собой воздушный распределитель, который направляет сжатый воздух от воздушной сети или компрессора в одну или сразу в несколько выходных магистралей, оканчивающихся соплами.

Схема пневмоблока показана на рис. 9.

В данной работе используется только одна выходная магистраль  $K_{13}$ , через которую воздух подается к соплу пневматического вибратора (рис. 6).

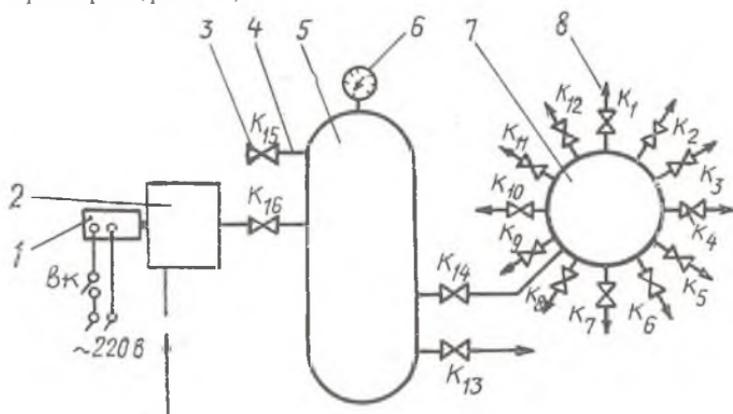


Рис. 9. Схема пневмоблока:

1 — электропривод компрессора; 2 — компрессор; 3 — край подачи воздуха от сети; 4 — трубопровод; 5 — ресивер; 6 — манометр; 7 — коллектор; 8 — сопло

В качестве электропривода вибратора (рис. 6) используется мотор-альтернатор МА-250, который состоит из двигателя постоянного тока и генератора переменного тока (альтернатора), установленных на одном валу. Питание электропривода осуществляется от стенда, включающего электромашинный усилитель АДУ-1300, звуковой генератор ЗГ-10, трансляционный усилитель ТУ-600 и измерительные приборы. Принципиальная электрическая схема МА-250 и его питания показана на рис. 10.

Первоначальная раскрутка ротора производится мотором постоянного тока МА-250, получающим энергию от электромашинного усилителя.

Для запуска электропривода нужно последовательно включить:

- кнопкой «Пуск» — внешний источник постоянного тока;
- тумблером ВК-1 — АДУ-1300;
- тумблером ВК-2 — МА-250.

При этом следует соответственно контролировать напряжения  $V_0=27$  в, напряжение  $V_1=10$  в, напряжение  $V_2=100$  в.

Напряжение  $V_1$  регулируется переменными сопротивлениями  $R_1$  и  $R_2$ ; напряжение  $V_2$  регулируется переменными сопротивлениями  $R_1, R_2, R_3, R_4$ .

После выхода на нужный режим, для обеспечения высокой стабильности частоты возбуждения, которая необходима при исследовании резонансных колебаний, генератор МА-250 переводится в режим синхронного электродвигателя, питающегося от звукового генератора ЗГ-10 через усилитель ТУ-600. Чтобы пустить альтернатор как синхронный двигатель, необходимо обеспечить совпадение частот, фаз и величин напряжений, индуцируемых альтернатором и задаваемых звуковым генератором. Это достигается следующим образом:

1. Выходное напряжение альтернатора  $V_2$  с помощью регулируемых сопротивлений  $R_1, R_2, R_3, R_4$  устанавливается в пределах 100 — 120 в;
2. Точно такое же напряжение устанавливается на выходе ТУ-600, усиливающего сигнал от ЗГ-10;
3. Частота ЗГ-10 регулируется до совпадения указанных выше частот и фаз, при синхронизме лампа  $L_2$  гаснет, и в этот момент посредством тумблера  $ВК_3$  на рабочую обмотку альтернатора подается питание от звукового генератора.

Далее обороты ротора будут жестко зависеть от частоты, задаваемой ЗГ-10.

Для данной установки

$$n = \frac{1}{3} f_{зг},$$

где  $f_{зг}$  — частота, задаваемая ЗГ-10.

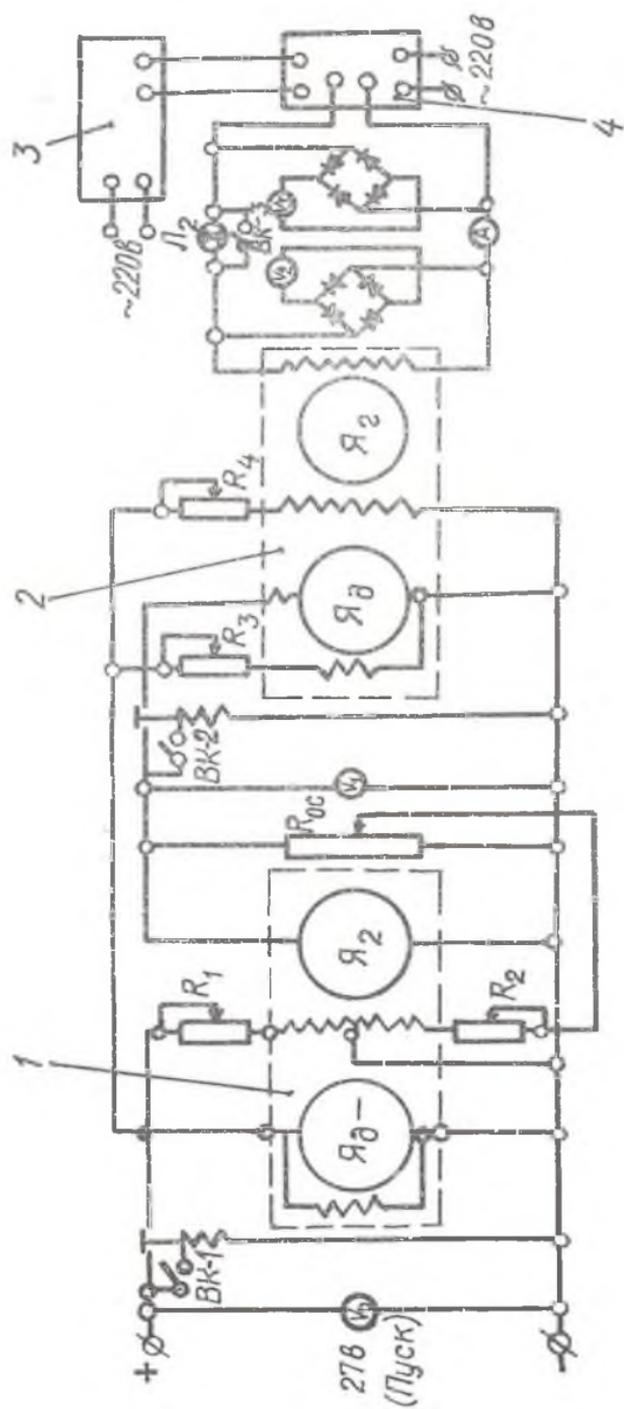


Рис. 10. Электрическая схема электропривода и его питания:  
 1 — АДУ-1300; 2 — МА-250; 3 — ЗГ-10; 4 — ТУ-600

Поскольку диск имеет три прорези, то

$$f = f_{зг}.$$

*Измерение напряжений* в лопатке производится с помощью проволочных датчиков омического сопротивления<sup>1</sup>, наклеенных, как показано на рис. 7, четырехканальной усилительной аппа-

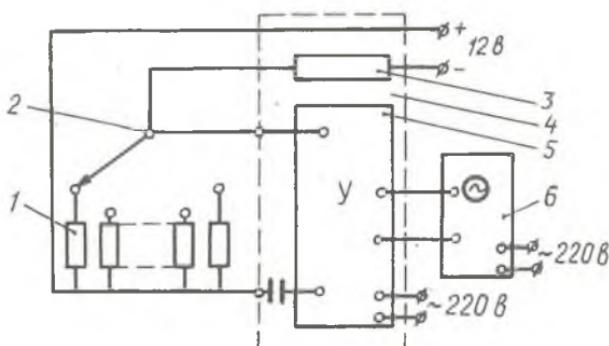


Рис. 11. Электрическая блок-схема измерительного стенда:

1 — датчики; 2 — переключатель датчиков; 3 — омическое сопротивление; 4 — ТУП-4; 5 — усилитель ТУП-4; 6 — осциллограф ЭО-7

ратуры ТУП-4 и электронного осциллографа ЭО-7. Оба прибора вместе с переключателем датчиков, позволяющим последовательно подключать датчики на вход ТУП-4, смонтированы на одном измерительном стенде. Упрощенная электрическая блок-схема этого стенда показана на рис. 11. На ней изображен только один канал ТУП-4. При деформации лопатки от датчика, включенного в потенциометрическую схему, на вход в усилитель поступает электрический сигнал, пропорциональный величине переменной части деформации. ТУП-4 усиливает этот сигнал и направляет его на вертикальную развертку электронного осциллографа. Вертикальная амплитуда на экране осциллографа, таким образом, будет в некотором масштабе соответствовать амплитуде вибрационных деформаций.

Вибрационные напряжения можно считать в данном случае пропорциональными вибрационным деформациям. Масштаб показаний осциллографа определяется путем динамической тарировки. Подключая к усилителю последовательно все датчики,

<sup>1</sup> Принцип работы и конструкцию проволочного датчика омического сопротивления, электрические схемы для измерения напряжений, а также методы тарировки тензометрической аппаратуры смотрите в лабораторной работе «Основы тензометрирования. Динамическая тарировка тензометрической аппаратуры».

можно найти распределение напряжений в лопатке на исследуемом режиме, т. е. установить форму колебаний.

## ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ

### Расчет

1. Определить исходные данные (рис. 3).
2. Рассчитать низшую собственную частоту компрессорной лопатки по формуле А. Е. Шнейдмана.

### Эксперимент

Ряд элементов ТУ-600, ЗГ-10, осциллографа находятся в процессе работы под высоким напряжением, опасным для жизни, поэтому без разрешения преподавателя запрещается дотрагиваться до стендов и усилителя ТУ-600.

Эксперимент проводится только под руководством преподавателя или лаборанта, отвечающего за установку.

1. Включить все стенды установки, ввести МА-250 в синхронный режим и установить обороты, при которых наблюдается резонанс первой собственной формы изгибных колебаний лопатки. Во время резонанса на экране осциллографа должна появиться синусоида, вертикальная амплитуда которой пропорциональна вибрационному напряжению лопатки в месте наклейки датчика, подключенного к измерительной аппаратуре.

2. Определить по генератору ЗГ-10 низшую собственную частоту лопатки.

3. Подключая последовательно все датчики к измерительной аппаратуре, снять с осциллографа в одном и том же масштабе их показания.

4. Построить в некотором масштабе кривые распределения напряжений в лопатке, колеблющейся на низшей собственной частоте. Определить форму этих колебаний.

## СОДЕРЖАНИЕ ОТЧЕТА И АНАЛИЗ РЕЗУЛЬТАТОВ

Отчет о выполненной работе должен содержать:

- изложение цели работы;
- исходные данные (рис. 3) и расчетную схему;
- основные расчетные формулы;
- протокол расчета (рис. 4);
- схему установки для испытаний лопатки;
- результаты испытаний — экспериментально определенную

низшую собственную частоту лопатки, распределение напряжений, схему найденной формы колебаний; анализ полученных результатов.

## Лабораторная работа № 4

### КОЛЕБАНИЯ ДИСКА

Цель работы: знакомство с теоретическими и экспериментальными методами исследования колебаний дисков.

Диски роторов являются одними из наиболее напряженных элементов конструкций. Разрушение дисков часто ведет к катастрофическим последствиям.

Одной из причин, вызывающей разрушение дисков, могут быть их колебания.

#### РАСЧЕТНОЕ ОПРЕДЕЛЕНИЕ СОБСТВЕННЫХ ЧАСТОТ ДИСКА

В большинстве случаев полотно дисков допустимо рассматривать как круглую пластину. С теорией колебаний круглых пластин можно познакомиться в работах [1—4] и др.

Из общей теории колебаний линейно-упругих тел известно, что свободные колебания на любой из собственных форм совершаются во времени по гармоническому закону:

$$v(\bar{a}, t) = w(\bar{a}) \cos(\omega_0 t + \gamma), \quad (1)$$

где  $v(\bar{a}, t)$  — смещение точек тела,

$w(\bar{a})$  — амплитуда смещений точек тела,

$\bar{a}$  — вектор, определяющий координаты точек тела,

$\omega_0$  — собственная угловая частота,

$\gamma$  — начальная фаза.

Дифференциальное уравнение свободных колебаний круглой пластины постоянной толщины (рис. 1) имеет вид

$$\Delta^2 \Delta^2 w - k^4 w = 0, \quad (2)$$

$$\Delta = \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2}{\partial \varphi^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} + \frac{\partial^2}{\partial r^2},$$

где  $\Delta$  — дифференциальный оператор (оператор Лапласа) для полярных координат;

$w = w(r, \varphi)$  — амплитуда прогибов,

$$k^4 = \frac{\rho \delta R^4 \omega_0^2}{D}; \quad (3)$$

$\rho$  — массовая плотность материала диска,

$\delta$  — толщина диска,

$R$  — наружный радиус диска,

$D = \frac{E \delta^3}{12(1-\mu^2)}$  — цилиндрическая жесткость,

$\mu$  — коэффициент Пуассона,

$E$  — модуль упругости первого рода.

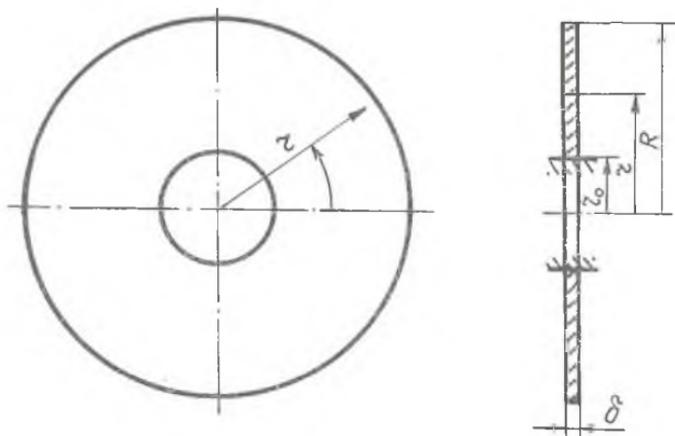


Рис. 1. Расчетная схема диска

Для круглой пластины постоянной толщины общее решение уравнения (2) имеет вид

$$w(r, \varphi) = w_m(r) \cos m\varphi, \quad (4)$$

где  $w_m(r) = AI_m(kr) + BY_m(kr) + CI_m(ikr) + DY_m(ikr)$ ,

$I_m(kr)$ ,  $I_m(ikr)$  — функции Бесселя первого рода действительного и мнимого аргументов ( $i = \sqrt{-1}$ ),

$Y_m(kr)$ ,  $Y_m(ikr)$  — функции Бесселя второго рода действительного и мнимого аргументов,  $m = 0, 1, 2, 3, \dots, \infty$

$A, B, C, D$  — константы, которые определяются из конкретных граничных условий.

С введенными в рассмотрение функциями Бесселя можно познакомиться в работе [5]. Для этих функций, подобно тому, как это сделано для тригонометрических функций, составлены специальные таблицы [5]. В данной работе рассматривается задача для диска, который на внутреннем радиусе  $r_0$  зашпемлен,

а на наружном радиусе  $R$  свободен. Для этого случая граничные условия будут следующими:

при  $r=r_0$   $w(r_0) = 0$  — прогиб,

$\frac{\partial w}{\partial r} = 0$  — угол поворота,

при  $r=R$   $M(R) = 0$  — погонный момент,  $Q(R) = 0$  — обобщенная погонная перерезывающая сила.

$\frac{m}{n}$	0	1	2	3	4
0					
1					
2					
3					

Рис. 2. Таблица спектра собственных форм

Используя эти граничные условия с помощью уравнения (2) для каждого из значений  $m$ , можно получить систему четырех однородных уравнений первого порядка относительно констант  $A$ ,  $B$ ,  $C$  и  $D$ . Эта система позволяет исключить три из четырех констант и тем самым определить формы колебаний. Приравняв к нулю определитель этой системы, можно получить уравнение для определения  $k$ , что дает возможность из выражения (3) найти собственные угловые частоты

$$\omega_0 = \left(\frac{k}{R}\right)^2 \sqrt{\frac{D}{b\rho}} \quad (5)$$

Как отмечалось выше, величина  $m$  может принимать целые значения от 0 до  $+\infty$ . Нетрудно видеть из (4), что значение  $m$  соответствует числу волн деформаций, укладываемых по окружности диска.

Таким образом, степень собственных движений круглых пластин включает в себя бесчисленное множество собственных

форм, имеющих различное число волн деформаций, укладываемых по окружности диска. Кроме того, каждому из значений  $m$  соответствует бесчисленное множество собственных форм, имеющих различное число узловых окружностей. Спектр собственных форм (узловых линий) круглой пластины представлен на рис. 2; таблица, изображенная на ней, может быть продолжена вправо и вниз до сколь угодно больших целых значений  $m$  и  $n$ . Как видно,  $n$  соответствует числу узловых окружностей, а  $m$  — числу узловых диаметров. Таким образом, любая из форм собственных колебаний диска может быть выделена двумя целыми числами  $m$  и  $n$ . Каждой из этих собственных форм соответствует определенная собственная частота.

Тогда вместо выражения (5) запишем:

$$\omega_{0mn} = \left( \frac{k_{mn}}{R} \right)^2 \sqrt{\frac{D}{\rho}}. \quad (6)$$

Значения  $k_{mn}$  для различных  $\alpha = \frac{r_0}{R}$  вычислены и приведены на рис. 3.

Для других условий закрепления круглой пластины спектр собственных форм будет выглядеть аналогично представленному на рис. 2. Собственная частота может быть вычислена по формуле (6), в которую значение  $k_{mn}$  должно подставляться в соответствии с заданными граничными условиями.  $k_{mn}$  вычислены для различных вариантов закрепления пластины постоянной толщины (см., например, [1]). Способы расчета на колебания дисков переменной толщины изложены в [2—4] и др.

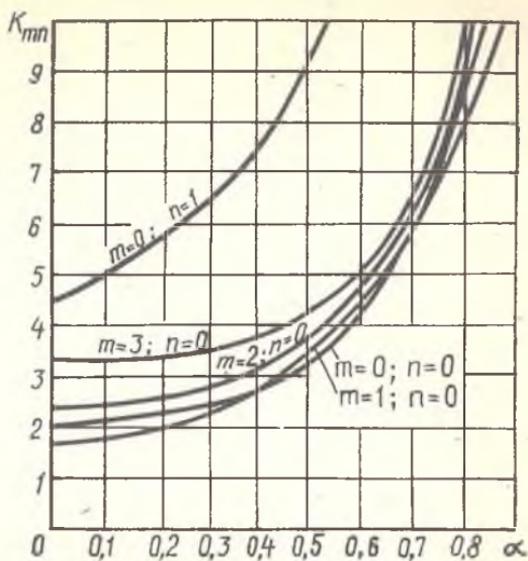


Рис. 3. Зависимость  $k_{mn}$  от  $\alpha$

#### ЗАМЕЧАНИЯ О СПЕКТРАХ СОБСТВЕННЫХ ДВИЖЕНИЙ ДИСКОВ

Спектр собственных движений любых дисков качественно всегда описывается таблицей, представленной на рис. 2.

Отличительной особенностью любых собственных движений, для которых  $m \neq 0$  (эта часть таблицы на рис. 2 заштрихована), является то, что положение узловых диаметров в окружающем направлении относительно диска неопределенно и зависит лишь от начальных условий, т. е. от того, как эти колебания были вызваны.

В то же время в теории колебаний линейно-упругих тел показывается, что любой из собственных частот соответствует строго определенной, фиксированной относительно тела форма колебаний (распределение амплитуд отклонений). Появление этого кажущегося противоречия связано с тем, что любой из собственных частот при  $m \neq 0$  соответствует не одна, а две аналогичные формы колебаний.

В самом деле, если решением уравнения (2) является

$$w_m^*(r, \varphi) = \bar{w}_m(r) \cos m\varphi, \quad (7)$$

то его решением будет и

$$w_m^{**}(r, \varphi) = \bar{w}_m(r) \sin m\varphi. \quad (8)$$

Эти две формы колебаний линейно независимы, но они аналогичны и имеют равные собственные частоты.

Поэтому вызывая свободные колебания с собственной частотой  $\omega_{0m}$ , можно всегда вызвать одновременно колебания по этим двум формам.

С учетом (7), (8) и (1) можно получить

$$v_m(r, \varphi, t) = v_m^*(r, \varphi, t) + v_m^{**}(r, \varphi, t) = \\ = \bar{w}_m(r) [A^* \cos m\varphi \cos(\omega_{0m}t + \gamma_m^*) + A^{**} \sin m\varphi \cos(\omega_{0m}t + \gamma_m^{**})]. \quad (9)$$

В этом выражении  $A^*$  и  $A^{**}$  являются константами, определяющими величину абсолютных амплитуд колебаний одной и другой формы. Зависят они от начальных условий. Начальные фазы  $\gamma_m^*$  и  $\gamma_m^{**}$  определяют сдвиг во времени одного собственного колебания относительно другого, имеющего ту же собственную частоту. Они также зависят от начальных условий. В частности, если  $\gamma_m^* = \gamma_m^{**} = \gamma_m$ , то колебания синфазны и

$$v_m(r, \varphi, t) = \bar{w}_m(r) [A^* \cos m\varphi + A^{**} \sin m\varphi] \cos(\omega_{0m}t + \gamma_m). \quad (10)$$

В данном случае положение узловых диаметров будет фиксированным относительно диска, а их расположение относительно него будет зависеть от конкретного соотношения  $A^*$  и  $A^{**}$ .

Если же, например,  $A^* = A^{**} = B$ , но  $\gamma_m^* = 0$ , а  $\gamma_m^{**} = \frac{\pi}{2}$ , то

$$v_m(r, \varphi, t) = A \bar{w}_m(r) \cos(m\varphi + \omega t). \quad (11)$$

Это означает, что при начальных условиях, реализующих равенство амплитуд двух форм и их относительный сдвиг во времени

на четверть периода колебаний, узловые диаметры будут вращаться относительно диска с угловой скоростью

$$\frac{d\varphi}{dt} = -\frac{\omega_{0m}}{m} \quad (12)$$

В общем случае начальных условий поведение диска при колебаниях с частотой  $\omega_{0n}$  может содержать в себе признаки, выраженные соотношениями (10) и (11).

Особенность спектра собственных движений круглого диска при  $m \neq 0$ , выраженная в соответствии данной собственной частоте  $\omega_{0m}$  двух идентичных, но независимых собственных движений, присуща, вообще говоря, любым линейно-упругим телам, обладающим осевой симметрией, т. е. не только дискам, но и кольцам, оболочкам и т. д.

Эта особенность проявляется лишь тогда, когда тело обладает математической строгой симметрией. Реальные тела, даже обладая конструктивной осевой симметрией, не являются строго симметричными. Введение асимметрии приводит к тому, что формы колебаний, описываемые в случае строгой симметрии выражением (4), в большей или меньшей степени искажаются, а попарно равные ранее собственные частоты становятся различными. Иными словами, спектр собственных движений расслаивается. Это выражается в том, что вместо каждой собственной формы колебаний с неопределенным расположением узловых диаметров в окружном направлении появляются две с различными частотами узловые линии, которые фиксированы относительно диска. Расслаивающиеся формы колебаний расположены в заштрихованной части таблицы на рис. 2.

На рис. 4 приведен пример расслаившейся формы.

Производя экспериментальное определение спектров собственных форм и частот любых других тел, конструктивно обладающих осевой симметрией, всегда необходимо иметь в виду возможность расслаивания спектра. В противном случае может сложиться представление о качественном несоответствии теоретических и экспериментальных результатов. Не следует забывать, что таблицы собственных форм, обычно приводимые в

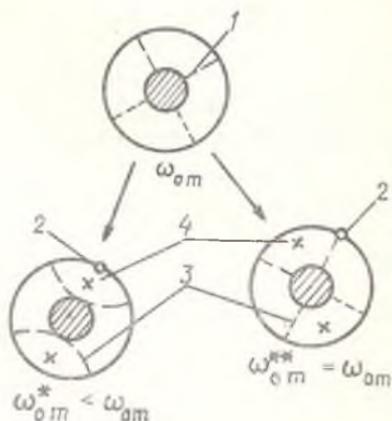


Рис. 4. Расслаившаяся форма колебаний:

1 — положение узлов неопределенно; 2 — точечная масса; 3 — положение узлов фиксировано; 4 — наилучшее положение возбуждателя

литературе [6—7] и др., справедливы лишь для дисков и других осесимметричных тел, обладающих строгой симметрией.

#### ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ УСТАНОВКА И МЕТОДИКА ПРОВЕДЕНИЯ ЭКСПЕРИМЕНТА

Схема установки показана на рис. 5. Испытуемый диск 2, заземленный на внутреннем радиусе и свободный на наружном, установлен на массивной подставке 5 и возбуждается электро-

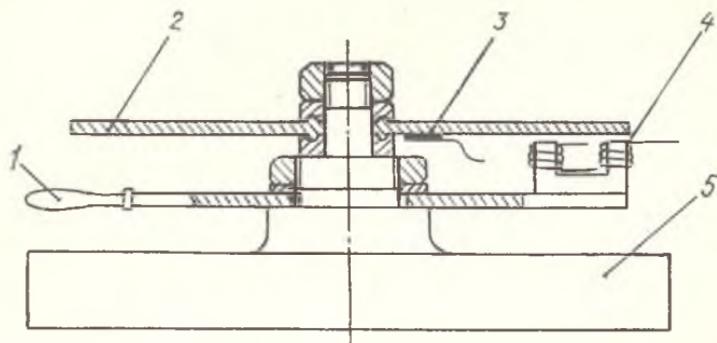


Рис. 5. Схема экспериментальной установки:

1 — вращающаяся платформа; 2 — диск; 3 — датчик; 4 — электромагнит; 5 — подставка

магнитом 4, заземленным на платформе 1, которая может вращаться относительно диска. Питание электромагнита переменным током производится от звукового генератора блока возбуждения прибора ПВ-3. Относительная деформация и частота колебаний диска измеряются с помощью пьезоэлектрического датчика 3.

На вертикальную развертку катодного осциллографа измерительного блока прибора ПВ-3 подается сигнал с датчика 3, а на горизонтальную — от звукового генератора блока возбуждения.

С блок-схемой установки, кратким описанием пьезоэлектрического датчика и прибором ПВ-3 можно познакомиться в лабораторной работе «Экспериментальное определение собственных частот и форм колебаний лопатки осевого компрессора». В блок-схеме (стр. 16, рис. 1) сигнал с блока возбуждения следует подавать на электромагнит. Изменяя плавно частоту тока, питающего электромагнит, можно добиться такого момента, когда одна из собственных частот диска совпадет с частотой возбуждения, т. е. наступит явление резонанса. Явление резонанса характеризуется резким увеличением амплитуды

колебания диска и фиксируется с помощью пьезодатчика по величине наибольшего отклонения луча на экране катодного осциллографа в вертикальном направлении.

Получив фигуру Лиссажу в виде эллипса или наклонной прямой, убеждаемся, что частота возбуждения, замеренная по шкале частотомера, совпадает с собственной.

Определение формы колебаний (рисунка узловых линий) производится при помощи песчаных фигур. С подробным описанием фиксирования момента резонанса, определения резонансной частоты, выявления формы колебаний следует познакомиться в лабораторной работе «Экспериментальное определение собственных частот и форм колебаний лопатки осевого компрессора» (стр. 19—21).

### ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЬ ПРОВЕДЕНИЯ РАБОТЫ

1. Познакомиться с теорией вопроса.

2. Произвести расчет собственных частот экспериментального диска для  $n=0$  при  $m=0, 1, 2, 3, 4$  и построить график зависимости  $\omega_0 = \omega_0(m)$ , (рис. 6).

3. Изучить установку и методику проведения эксперимента.

4. Провести эксперимент по определению форм и частот собственных колебаний диска для условий по пункту 2. Формы узловых линий зарисовать, а частоты занести в протокол и отложить на графике  $\omega_0 - \omega_0(m)$  (рис. 6).

5. Сбалансировать диск с помощью кусочков пластилина (форма  $m=2, n=0$ ) и убедиться в том, что узловые диаметры следуют за возбудителем (электромагнитом) при плавном его перемещении.

6. Ввести асимметрию диска в виде дополнительной массы и зафиксировать расслоение спектра. Выявить две формы, соответствующие  $m=2, n=0$ . На рис. 4 крестиками 4 указано наиболее выгодное положение возбудителя. Частоты записать, формы узловых линий зарисовать.

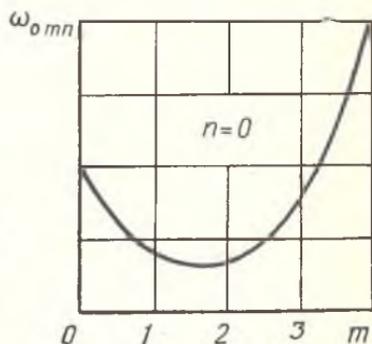


Рис. 6. Зависимость собственной частоты от числа узловых диаметров

### СОДЕРЖАНИЕ ОТЧЕТА И АНАЛИЗ РЕЗУЛЬТАТОВ

Отчет о выполненной работе должен содержать:

краткое описание работы;

схему экспериментальной установки;

протокол расчетного и экспериментального определения собственных частот диска;  
 график теоретической зависимости  $\omega_0 - \omega_0(m)$  ( $n=0$ ) с нанесенными экспериментальными точками;  
 рисунки форм узловых линий;  
 рисунки форм расслоенного спектра и их частот;  
 анализ полученных результатов.

Протокол к работе «Колебания диска»

№ п/п	$n = 0$					
	$m$	0	1	2	3	4
2	$K_{mn}$					
3	Вычисляемая частота $f_0$ , Гц					
4	Замеряемая частота $f_0$ , Гц					

ЛИТЕРАТУРА

1. Гонткевич В. С. Собственные колебания пластин и оболочек. Справочное пособие, Киев, 1964.
2. Левин А. В. Рабочие лопатки и диски паровых турбин. М., Госэнергоиздат, 1953.
3. Пономарев С. Д. и др. Расчеты на прочность в машиностроении. М., Машгиз, 1959, т. III.
4. Тимошенко С. П. Колебания в инженерном деле. М., Физматгиз, 1959.
5. Ватсон Т. Н. Теория бесселевых функций, 1949.
6. Скубачевский Г. С. Авиационные газотурбинные двигатели. М., Машиностроение, 1965.
7. Штола А. В. и др. Конструкция авиационных двигателей. Ч. I, изд. Акад. им. Жуковского, 1958.

## СОДЕРЖАНИЕ

Лабораторная работа № 1	Критические скорости вращения вала в системе «ротор—корпус» . . .	3
Лабораторная работа № 2	Экспериментальное определение собственных частот и форм колебаний лопатки осевого компрессора . . .	15
Лабораторная работа № 3	Определение первой собственной частоты и первой собственной формы изгибных колебаний лопатки компрессора . . . . .	24
Лабораторная работа № 4	Колебания диска . . . . .	38.

*Белоусов Анатолий Иванович, Бузицкий Владимир Николаевич, Иванов Вадим Петрович, Панин Евгений Александрович, Пичугин Дмитрий Федорович, Чегодаев Дмитрий Евгеньевич.*

### ДИНАМИКА ЭЛЕМЕНТОВ И УЗЛОВ РОТОРОВ ДВИГАТЕЛЕЙ ЛЕТАТЕЛЬНЫХ АППАРАТОВ

*Лабораторные работы*

Редактор Т. К. Крестнина.  
Технический редактор Н. М. Каленюк

---

Сдано в набор 10.V.76 г. Подписано в печать 28.III.77 г.  
Формат 60×90<sup>1</sup>/<sub>16</sub>. Объем 3 п. л. Уч.-изд. л. 2,77.  
Тираж 1000 экз. Цена 15 коп. Заказ № 2692.  
Куйбышевский авиационный институт им. С. П. Королева, г. Куйбышев, ул. Молодогвардейская, 151.

---

Тип. изд-ва «Волжская коммуна». г. Куйбышев,  
проспект Карла Маркса, 201.