

МИНИСТЕРСТВО ВЫСШЕГО И СРЕДНЕГО  
СПЕЦИАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ РСФСР

КУЙБЫШЕВСКИЙ ОРДЕНА ТРУДОВОГО КРАСНОГО ЗНАМЕНИ  
АВИАЦИОННЫЙ ИНСТИТУТ имени академика С. П. КОРОЛЕВА

*А. Г. ГИМАДИЕВ*

ДИНАМИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ  
С И С Т Е М  
АВТОМАТИЧЕСКОГО  
РЕГУЛИРОВАНИЯ

Утверждено  
редакционно-издательским  
советом института  
в качестве учебного пособия

Гнмадиев А. Г. *Динамические характеристики систем автоматического регулирования*: Учебное пособие. — Куйбышев: КуАИ, 1986. — 60 с.

Изложены теоретические основы исследования устойчивости и качества регулирования систем автоматического регулирования (САР) энергетических установок. Даны алгоритм и программа расчета областей устойчивости САР в плоскости заданного параметра, частотных и переходных характеристик САР на микро-ЭВМ ДЗ-28 в диалоговом режиме. Приведены порядок и пример расчета динамических характеристик САР газотурбинного двигателя.

Учебное пособие рекомендуется для студентов по специальностям 0537, 1610 при выполнении курсовой работы по теории автоматического регулирования, дипломных проектов, а также для слушателей факультета повышения квалификации ИТР, специализирующихся по гидропневмоавтоматике.

Рецензенты: *Н. В. Дилгенский, Ю. Н. Видманов*

## Содержание

---

Предисловие . . . . .	5
1. Теоретические основы исследования динамических характеристик САР . . . . .	6
2. Алгоритм и программа расчета динамических характеристик САР на микроЭВМ ДЗ-28 . . . . .	17
2.1. Алгоритм расчета динамических характеристик САР . . . . .	17
2.2. Методика расчета динамических характеристик САР на микроЭВМ ДЗ-28 в диалоговом режиме . . . . .	22
3. Исследование динамических характеристик САР частоты вращения ГТД . . . . .	27
3.1. Назначение и принцип действия САР . . . . .	27
3.2. Вывод дифференциальных уравнений звеньев . . . . .	29
3.3. Построение структурной схемы и определение передаточных функций САР . . . . .	40
3.4. Анализ устойчивости САР . . . . .	42
3.5. Оценка качества регулирования САР . . . . .	45
Библиографический список . . . . .	47
Приложение 1. Программа расчета динамических характеристик САР (RADIS) . . . . .	49
Приложение 2. Система уравнений САР частоты вращения ГТД . . . . .	58

## Общие условные обозначения

---

- $x_{\text{вх}}$  — входной параметр звена;  
 $x_{\text{вых}}$  — выходной параметр звена;  
 $y$  — регулируемый параметр;  
 $x$  — управляющее воздействие;  
 $f$  — возмущающее воздействие;  
 $s$  — оператор Лапласа;  
 $\omega$  — угловая частота колебаний;

$W(s)$  — передаточная функция звена;

$W_{\text{раз}}(s)$  — передаточная функция разомкнутой САР;

$W_{\text{зам}}(s)$  — передаточная функция замкнутой САР по управляющему воздействию;

$D_{\text{раз}}(s)$  — собственный оператор разомкнутой САР;

$D_{\text{зам}}(s)$  — собственный оператор замкнутой САР;

$F(s)$  — передаточная функция замкнутой САР по возмущающему воздействию;

$W_{\text{раз}}(j\omega)$  — частотная функция разомкнутой САР;

$W_{\text{зам}}(j\omega)$  — частотная функция замкнутой САР по управляющему воздействию;

$D_{\text{раз}}(j\omega)$  — частотная функция годографа Михайлова разомкнутой САР;

$D_{\text{зам}}(j\omega)$  — частотная функция годографа Михайлова замкнутой САР;

$F(j\omega)$  — частотная функция замкнутой САР по возмущающему воздействию;

$$j = \sqrt{-1}.$$

## П р е д и с л о в и е

---

К системам автоматического регулирования (САР) авиационных двигателей предъявляются весьма жесткие требования по статическим и динамическим характеристикам. При подготовке инженерных кадров, призванных разрабатывать и эксплуатировать такие системы, уделяется большое внимание приобретению глубоких знаний по статике и динамике САР. Выбор параметров САР, обеспечивающих заданные характеристики, и анализ влияния отдельных параметров на динамические свойства САР сопровождается большим объемом вычислительных работ. Применяемые для этой цели традиционные методы расчета, например, метод трансцидальных частотных характеристик при построении переходного процесса, требуют значительных затрат времени и не позволяют проводить анализ множества вариантов САР. В связи с этим возникла необходимость в разработке алгоритмов и программ расчета динамических характеристик САР на ЭВМ.

В учебном пособии изложены основы исследования динамических характеристик линеаризованных САР [1]. Основное внимание уделено выводу дифференциальных уравнений звеньев, анализу устойчивости и оценке качества регулирования системы при управляющем и возмущающем воздействиях. Приведенные в пособии алгоритм и программа расчета динамических характеристик САР применительно к микроЭВМ ДЗ-28 позволяют по выделенной передаточной функции рассчитать частотные и переходные характеристики САР. Программа расчета, приведенная в приложении, составлена на алгоритмическом языке БЕЙСИК. Записанная на магнитной ленте программа позволяет без глубоких знаний программирования быстро рассчитать в диалоговом режиме динамические характеристики САР. В учебном пособии в качестве примера исследована САР частоты вращения двигателя.

Программа RADIS составлена при непосредственном участии студента А. В. Сивакова, которому автор выражает глубокую благодарность.

# I.

## Теоретические основы исследования динамических характеристик САР

---

Динамические характеристики САР определяются при стандартных входных воздействиях. В теории автоматического регулирования в качестве стандартных воздействий приняты: ступенчатая функция Хевисайда  $x_{вх}(t) = A_{вх} [1(t)]$ ; дельта-функция  $x_{вх}(t) = \delta(t)$  или функция Дирака; гармоническая функция  $x_{вх}(t) = A_{вх} \sin \omega t$ , где  $A_{вх}$  — величина ступени (или амплитуда) входного воздействия;  $\omega$  — угловая частота колебаний,  $t$  — время. В практике исследований САР наибольшее распространение получили ступенчатая и гармоническая функции. При задании гармонического входного сигнала анализируются частотные характеристики и устойчивость САР, а при ступенчатом — качество регулирования САР.

При исследовании динамических характеристик САР обычно считаются заданными: принципиальная схема САР, включающая объект регулирования и регулятор с указанным регулируемым параметром и регулирующим фактором, управляющего и возмущающего воздействий, а также числовые значения параметров САР.

Исследование САР начинается с описания назначения и принципа действия системы с четким выделением объекта регулирования и характерных элементов регулятора: чувствительного элемента; задающего устройства; элемента сравнения; усилителя; исполнительного механизма; корректирующего элемента. Рассматривается состояние системы при установившемся режиме работы и в динамике при управляющем и возмущающем воздействиях.

Выделяются типовые звенья САР и для них выводятся дифференциальные уравнения. Типовым звеном представляется, как правило, объект регулирования и каждый характерный элемент регулятора. Вывод уравнения звена начинается с определения координат и выбора направления их отсчета. За положительные

направления отсчета принимают такие, при движении по которым происходит процесс компенсации отклонения регулируемого параметра при действии возмущений или процесс установления нового его значения в соответствии с управляющим воздействием. Положительные направления перемещений элементов на схеме обозначают стрелками.

Для каждого из выделенных элементов принимаются упрощающие допущения и на основе законов физики, механики, гидрогазодинамики записываются соответствующие уравнения. Например, для подвижных элементов записывается уравнение движения, а для элементов, связанных с протоком жидкости, — уравнение расходной характеристики и баланса расходов. Если в выражения входят нелинейные зависимости, то производится их линеаризация путем разложения функций в ряд Тейлора около точки, соответствующей равновесному (установившемуся) режиму, с учетом первых двух членов разложения. Вводятся базисные величины, за которые обычно принимают значения параметров при данном установившемся режиме, и записываются уравнения звеньев в относительных координатах. Полученные уравнения звеньев сводят в систему уравнений и проверяют их «замкнутость». Число переменных в уравнениях (исключая управляющее и возмущающее воздействия) должно быть равно числу уравнений.

При анализе системы дифференциальных уравнений исследование динамических характеристик САР может быть выполнено различными методами. В теории автоматического регулирования наибольшее распространение получил операторный метод, основанный на преобразовании Лапласа [2, 3].

Система дифференциальных уравнений представляется в операторной форме и для каждого из выделенных звеньев записывается передаточная функция  $W(s) = \frac{\bar{x}_{\text{вых}}}{\bar{x}_{\text{вх}}}$  как отношение выходного параметра к входному в изображениях по Лапласу при нулевых начальных условиях. Для этого в дифференциальных уравнениях производится замена  $\frac{d}{dt} = s$ ,  $\frac{d^2}{dt^2} = s^2$ , ..., а сами переменные записываются в изображениях по Лапласу:  $\bar{x}_{\text{вых}}$ ;  $\bar{x}_{\text{вх}}$ . Например, для турбореактивного двигателя (ТРД) как объекта регулирования, описывающегося дифференциальным уравнением

$$T_1 \frac{d\delta n}{dt} + \delta n = k_1 \delta G_T + k_2 \delta p_B^*$$

операторное уравнение имеет вид

$$(T_1 s + 1) \delta \tilde{n} = k_1 \delta G_T + k_2 \delta p_B^* \quad (1.1)$$

где  $\delta n = \frac{\Delta n}{n_0}$ ,  $\delta G_T = \frac{\Delta G_T}{G_{T0}}$ ,  $\delta p_B^* = \frac{\Delta p_{B0}^*}{p_{B0}^*}$  — относительные при-

ращения частоты вращения ротора двигателя, расхода топлива и давления заторможенного потока воздуха на входе в двигатель соответственно;  $T_1$  — постоянная времени ТРД;  $k_1$ ,  $k_2$  — коэффициенты передачи по соответствующим воздействиям. Уравнение (1.1) может быть выражено через передаточные функции в виде

$$\tilde{\delta n} = \frac{k_1}{T_1 s + 1} \delta \tilde{G}_T + \frac{k_2}{T_1 s + 1} \delta \tilde{p}_B^*$$

или

$$\delta \tilde{n} = W_1(s) \delta G_T + W_2(s) \delta p_B^*, \quad (1.2)$$

где  $W_1(s) = \frac{\delta \tilde{n}}{\delta G_T} = \frac{k_1}{T_1 s + 1}$  — передаточная функция ТРД по регулируемому воздействию (при  $\delta \tilde{p}_B^* = 0$ );

$W_2(s) = \frac{\delta \tilde{n}}{\delta \tilde{p}_B^*} = \frac{k_2}{T_2 s + 1}$  — передаточная функция ТРД по возмущающему воздействию (при  $\delta G_T = 0$ ).

Для получения компактных структурных схем иногда целесообразно уравнение (1.2) представить в форме

$$\delta \tilde{n} = W_1(s) \left[ \delta G_T + \frac{k_2}{k_1} \delta \tilde{p}_B^* \right]. \quad (1.3)$$

Составляется структурная схема САР. Для этого каждое звено обозначается в виде прямоугольника, внутри которого записывается выражение для передаточной функции; входной и выходной параметры обозначаются входящими и выходящими стрелками (рис. 1.1). Затем звенья соединяются в соответствии с системой уравнений и правилами построения структурных схем. При этом четко выделяются: регулируемый параметр; управляющее и возмущающее воздействия; обратные связи. Струк-

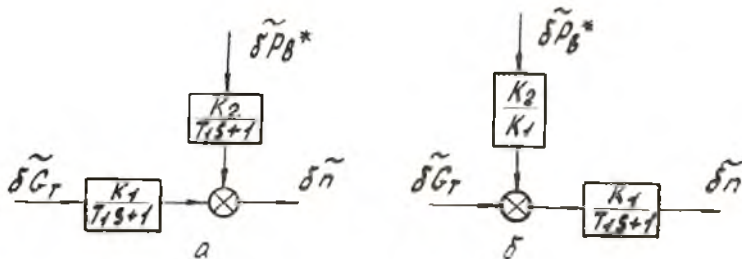


Рис. 1.1. Обозначение ТРД как объекта регулирования в структурной схеме САР: а — по уравнению (1.2); б — по уравнению (1.3)



турные схемы отражают направления воздействий одного звена на другое, которые не всегда согласуются с направлениями физических параметров на принципиальных схемах, например, с направлением потока жидкости в элементах САР.

Определяются характерные передаточные функции САР. Структурная схема САР условно размыкается между объектом регулирования и чувствительным элементом (рис. 1.2). Вводятся

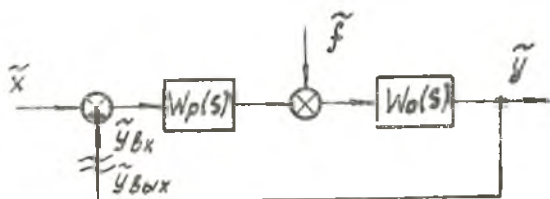


Рис. 1.2. Структурная схема замкнутой САР

обозначения:  $\tilde{y}_{вх}$  — отклонение регулируемого параметра на входе в чувствительный элемент, а  $\tilde{y}_{вых}$  — отклонение регулируемого параметра на выходе из объекта регулирования. Определяется *передаточная функция системы в разомкнутом состоянии*:  $W_{раз}(s) = - \frac{\tilde{y}_{вых}}{\tilde{y}_{вх}} W_0(s) W_p(s)$ . При этом в структурной схеме выделяются группы характерных соединений звеньев, которые заменяются эквивалентным звеном с передаточной функцией:

$W_{эки}(s) = \prod_{i=1}^{i=k} W_i(s)$  — при последовательном соединении звеньев (рис. 1.3,а);

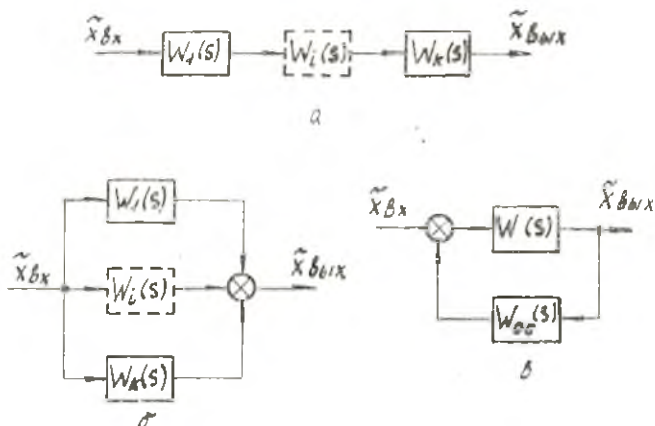


Рис. 1.3. Структурная схема характерных соединений звеньев САР

$W_{\text{экв}}(s) = \sum_{i=1}^{l=k} W_i(s)$  — при параллельном согласном соединении звеньев (рис. 1.3,б);

$W_{\text{экв}}(s) = \frac{W(s)}{1 \pm W(s)W_{\text{ос}}(s)}$  — для звеньев, охваченных обратной связью (рис. 1.3,в), причем знак «+» — для отрицательной, а знак «-» — для положительной обратной связи. Для систем со сложной схемой используются специальные правила преобразования структурных схем [2, 3, 4].

*Передаточная функция замкнутой системы* определяется, как и передаточная функция системы в разомкнутом состоянии, нахождением передаточных функций характерных соединений и применением правил преобразования структурных схем:

$W_{\text{зам}}(s) = \bar{y} / \bar{x}$  — передаточная функция замкнутой системы по управляющему воздействию (при  $\bar{f} = 0$ );

$F(s) = \bar{y} / \bar{f}$  — передаточная функция замкнутой системы по возмущающему воздействию (при  $\bar{x} = 0$ ).

Определенные таким образом передаточные функции САР записываются в виде соотношений:

$$W_{\text{раз}}(s) = \frac{K_{\text{раз}}(s)}{D_{\text{раз}}(s)}; \quad W_{\text{зам}}(s) = \frac{K_{\text{зам}}(s)}{D_{\text{зам}}(s)}; \quad F(s) = \frac{K_f(s)}{D_{\text{зам}}(s)};$$

где  $K_{\text{раз}}(s)$ ;  $K_{\text{зам}}(s)$ ;  $K_f(s)$  — операторы возмущения;  $D_{\text{раз}}(s)$ ;  $D_{\text{зам}}(s) = D_{\text{раз}}(s) + K_{\text{зам}}(s)$  — собственные операторы разомкнутой и замкнутой САР, представляющие собой полиномы по переменной  $s$ . Например, для  $W_{\text{зам}}(s)$  оператор возмущения и собственный оператор можно представить так:

$$K_{\text{зам}}(s) = b_0 s^m + b_1 s^{m-1} + \dots + b_m;$$

$$D_{\text{зам}}(s) = a_0 s^n + a_1 s^{n-1} + \dots + a_{n-1} s + a_n,$$

где  $b_i$ ;  $a_i$  — постоянные коэффициенты, зависящие от параметров и режима работы САР.

На основании полученных выражений для передаточных функций записываются операторные уравнения для системы в целом:

$$\bar{y} D_{\text{зам}}(s) = \bar{x} K_{\text{зам}}(s);$$

$$\bar{y} D_{\text{зам}}(s) = \bar{f} K_f(s).$$

В этих уравнениях операторы возмущения  $K_{\text{зам}}(s)$ ,  $K_f(s)$  характеризуют возмущенное движение системы, а собственный оператор  $D_{\text{зам}}(s)$  — свободное движение системы регулирования. Передаточные функции САР и операторные уравнения системы в целом могут быть получены не только по структурной схеме, но и из решения системы операторных уравнений звеньев, что является иногда предпочтительным.

Область устойчивости замкнутой САР строится в плоскости выбранного (заданного) параметра, за который обычно выбирается коэффициент передачи или постоянная времени в которые входит легко изменяемый (перенастраиваемый) в процессе доводки САР физический параметр, например жесткость пружины, сопротивление дросселирующего элемента, давление питания рабочей жидкости гидроусилителей. Кривая  $D$  — разбегия (рис. 1.4) строится в следующем порядке:

а) записывается собственный оператор или характеристический полином замкнутой системы  $D_{зам}(s) = 0$ , который решается затем относительно исследуемого параметра, например, коэффициента  $T$ ;

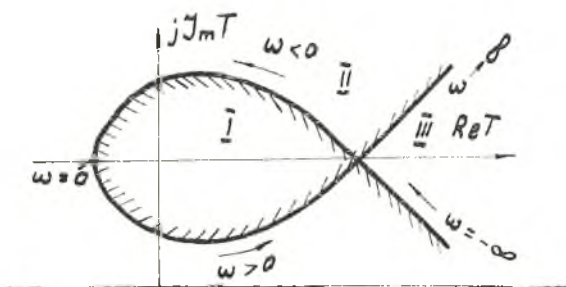


Рис. 1.4.  $D$  — разбегия в плоскости параметра  $T$ : I — область устойчивой работы; II, III — области неустойчивой работы САР

б) подставив численные значения остальных коэффициентов, входящих в уравнение, и заменив  $S = j\omega$ , определяют комплексное выражение  $T = \text{Re} T(\omega) + j \text{Im} T(\omega)$ ;

в) на комплексной плоскости  $[\text{Re} T(\omega), j \text{Im} T(\omega)]$  строится кривая  $D$  — разбегия, каждой точке которой соответствует вполне определенная частота колебаний  $\omega$ ;

г) на кривой  $D$  — разбегия наносится штриховка с левой стороны по мере возрастания частоты  $\omega$ .

Переход через кривую  $D$  — разбегия с незаштрихованной стороны в заштрихованную соответствует смене знака вещественной части одного корня характеристического уравнения с «+» на «-», т. е. переходу системы в более устойчивое состояние и наоборот. С использованием этого правила выделяется область изменения коэффициента  $T$ , в которой реализуется наибольшее число корней с отрицательной вещественной частью. Выбрав из этой области значение  $T$  (по действительной оси), проверяют устойчивость САР. Если система устойчива, то она будет устойчива во всей выделенной области, если неустойчива,

то никаким изменением параметра  $T$  нельзя сделать систему устойчивой.

Устойчивость САР проверяется с использованием алгебраического критерия устойчивости Рауса-Гурвица или частотных критериев устойчивости Михайлова и Найквиста. При проверке устойчивости по критерию Рауса-Гурвица составляется определитель Гурвица:

$$\Delta = \begin{vmatrix} \underline{a_1} & \underline{a_3} & \underline{a_5} & | & 0 \\ \underline{a_0} & \underline{a_2} & \underline{a_4} & | & 0 \\ 0 & \underline{a_1} & \underline{a_3} & | & 0 \\ 0 & & \underline{a_{n-1}} & | & 0 \\ 0 & & \underline{a_{n-2}} & | & \underline{a_n} \end{vmatrix},$$

где  $a_0; a_1; \dots; a_n$  — коэффициенты собственного оператора системы  $D(s)$ . Для устойчивости САР при  $a_0 > 0$  необходимо и достаточно, чтобы определитель  $\Delta$  и его  $n-1$  диагональных минора (выделены штриховыми линиями) были положительны. Для системы с характеристическим уравнением третьего порядка ( $n=3$ ) определитель Гурвица записывается в виде

$$\Delta = \begin{vmatrix} \underline{a_1} & \underline{a_3} & 0 \\ \underline{a_0} & \underline{a_2} & 0 \\ 0 & a_1 & a_3 \end{vmatrix}$$

и при  $a_0 > 0$  условие устойчивости выражается неравенствами:  $a_1 > 0$ ;  $a_1 a_2 - a_0 a_3 > 0$ ;  $a_3 > 0$ .

При проверке устойчивости САР по частотному критерию Михайлова на комплексной плоскости строится годограф Михайлова и анализируется его расположение относительно начала координат. Годограф Михайлова (рис. 1.5) строится по характеристическому полиному  $D_{зам}(s)$  заменой  $s = j\omega$  и представлением его в виде  $D_{зам}(j\omega) = \text{Re} D_{зам}(\omega) + j \text{Im} D_{зам}(\omega)$ . Каждой точке годографа Михайлова соответствует определенная частота колебаний  $\omega$ .

Для устойчивости САР необходимо и достаточно, чтобы при увеличении частоты колебаний  $\omega$  от 0 до  $\infty$  вектор годографа Михайлова охватил последовательно в положительном направлении (против часовой стрелки) столько квадрантов ( $\pi/2$ ), каков порядок характеристического полинома.

Критерии устойчивости Рауса-Гурвица и Михайлова применяются при анализе устойчивости как замкнутых, так и разомкнутых САР с соответствующими собственными операторами  $D_{зам}(s)$ ,  $D_{раз}(s)$ .

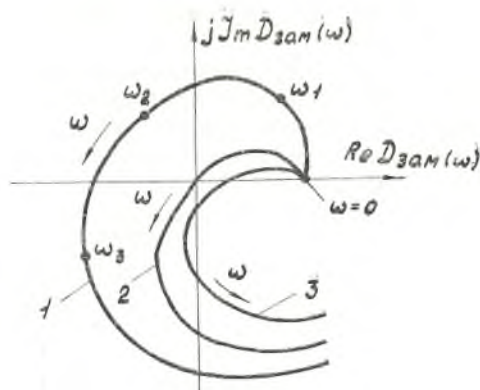


Рис. 1.5. Годограф Михайлова замкнутых САР с характеристическим уравнением четвертого порядка ( $n = 4$ ): 1 — устойчивой; 2 — падающей на границе устойчивости; 3 — неустойчивой САР

Частотный критерий устойчивости Найквиста применяется при анализе устойчивости замкнутой САР по расположению ее амплитудно-фазочастотной характеристики (АФЧХ) в разомкнутом состоянии  $W_{раз}(j\omega)$  относительно точки на действительной оси с координатой  $(-1; j0)$ . АФЧХ разомкнутой САР (рис. 1.6) строится по передаточной функции  $W_{раз}(s) = \frac{K_{раз}(s)}{D_{раз}(s)}$  замкнутой  $s = j\omega$  и представлением ее в виде

$$W_{раз}(j\omega) = \text{Re } W_{раз}(\omega) + j \text{Im } W_{раз}(\omega).$$

При проверке устойчивости замкнутой САР по критерию Найквиста необходимо знать ее устойчивость в разомкнутом состоянии, причем, если разомкнутая САР неустойчива, то нужно знать, сколько корней характеристического полинома обладают положительной вещественной частью. Для этого анализируется собственный оператор разом-

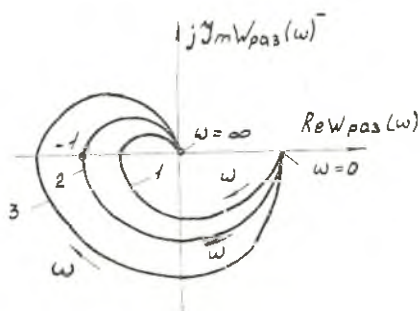


Рис. 1.6. Амплитудно-фазочастотные характеристики устойчивых разомкнутых САР, соответствующие: 1 — устойчивой; 2 — падающей на границе устойчивости; 3 — неустойчивой замкнутой САР

кнутой САР  $D_{раз}(s)$  по критерию Рауса - Гурвица или Михайлова.

В технике, как правило, применяются устойчивые и нейтральные (содержащие в прямой цепи регулирования интегрирующее типовое звено) САР в разомкнутом состоянии. Поэтому в пособии приводится оценка устойчивости только таких систем.

Для устойчивости замкнутой САР, устойчивой в разомкнутом состоянии, необходимо и достаточно, чтобы при изменении частоты колебаний  $\omega$  от  $-\infty$  до  $+\infty$  АФЧХ системы в разомкнутом состоянии не охватывала точку с координатой  $(-1, j0)$  (см. рис 1.6). Это же правило справедливо и для нейтральных (астатических) разомкнутых САР (рис. 1.7). АФЧХ астатической САР берет начало (при  $\omega = 0$ ) в минус  $\infty$  вдоль мнимой оси. При оценке устойчивости САР по критерию Найквиста такую АФЧХ дополняют дугой бесконечно большого радиуса (см. рис. 1.7-пунктирная линия). Более подробно с оценкой устойчивости по критерию Найквиста можно ознакомиться в специальной литературе [2, 3, 4].

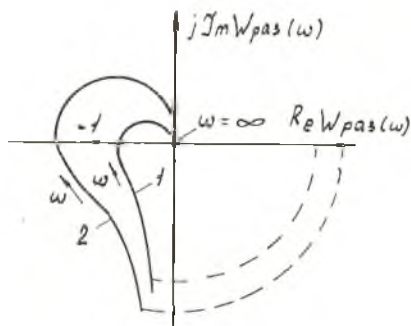


Рис. 1.7. Амплитудно-фазочастотные характеристики астатических разомкнутых САР, соответствующие: 1 — устойчивой; 2 — неустойчивой замкнутой САР

пользоваться микроЭВМ ДЗ-28 и специально разработанной программой расчета (см. разд. 2).

Строится переходная характеристика или переходная функция  $y(t)$  и анализируется качество регулирования САР при ступенчатом управляющем  $x(t) = X_0[1(t)]$  или ступенчатом возмущающем  $f(t) = F_0[1(t)]$  воздействиях. Переходный процесс в САР определяется в результате интегрирования дифференциального уравнения САР при нулевых начальных условиях. Для САР, описываемой дифференциальным уравнением высокого порядка, переходный процесс определяется по вещественным частотным характеристикам систем или с использованием аналоговых и цифровых вычислительных машин.

Для систем с дифференциальным уравнением до седьмого порядка можно воспользоваться разработанной программой расчета RADIS на микроЭВМ ДЗ-28 (см. разд. 2). В программе



RADIS относительные величины ступеней управляющего и возмущающего воздействий заданы соответственно равными:  $X_0=1$ ;  $F_0=1$ .

При разработке и исследовании более сложных САР, содержащих существенно нелинейные элементы, целесообразно применять диалоговую систему проектирования автоматических систем (DISPAS).

В результате построения и анализа переходной функции определяются основные показатели качества регулирования САР. При управляющем воздействии (рис. 1.8) такими показателями являются:

$\tau_{\max}^{\text{упр}} = \frac{\Delta y_{\max}}{y_{\text{уст}}} 100\%$  — величина перерегулирования;

$\tau_{\text{рег}}$  — время регулирования, в течение которого заканчивается переходный процесс в пределах заданной точности, например  $\pm 5\%$  от  $y_{\text{уст}}$ ;

$\omega_c = \frac{2\pi}{T_c}$  — угловая частота собственных колебаний;

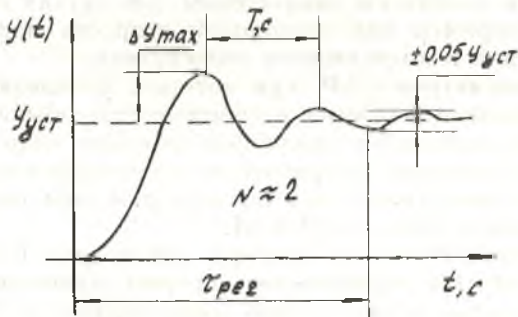


Рис. 1.8. Переходная характеристика замкнутой САР при ступенчатом управляющем воздействии  $x(t) = X_0[1(t)]$

$N$  — число периодов колебаний за время переходного процесса.

При возмущающем воздействии (рис. 1.9) показателями качества регулирования являются:

$\sigma_{\max}^{\text{возм}}$  — величина перерегулирования;

$\Delta y_{\text{ст}}$  — статическая ошибка регулирования;

$\tau_{\text{рег}}$  — время регулирования, в течение которого заканчивается переходный процесс в пределах заданной точности, например  $\pm 5\%$  от  $\Delta y_{\text{ст}}$  для статической САР или  $\pm 5\%$  от  $\Delta y_{\max}$  для астатической САР;

$N$  — число периодов колебаний за время переходного процесса;

$\omega_c = \frac{2\pi}{T_c}$  — угловая частота собственных колебаний САР.

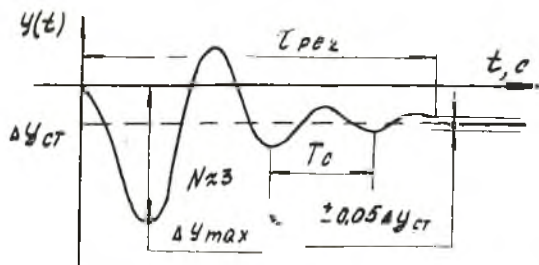


Рис. 1.9. Переходная характеристика замкнутой САР при ступенчатом возмущающем воздействии  $\dot{f}(t) = F_0 [1(t)]$

Чем меньше значения показателей качества регулирования, тем лучше переходная характеристика САР, т. е. тем лучше работает регулятор. Оценка качества регулирования САР может проводиться и по другим показателям при других входных воздействиях, например при постоянной скорости нарастания управляющего или возмущающего воздействий.

Выбор параметров САР, при которых удовлетворяются заданные показатели качества регулирования, обычно осуществляется с использованием различных методов теории автоматического регулирования, например по распределению корней характеристического уравнения, по интегральным оценкам качества переходного процесса [2, 3, 4].

В курсовой работе при выборе параметров САР основное внимание уделяется ограничению перерегулирования и времени переходного процесса за счет изменения параметра  $D$ -разбиения. При этом из выделенной области устойчивости выбираются 2...4 положительных значения этого параметра и для каждого из них строится переходный процесс. Здесь следует иметь в виду, что при значениях параметров, взятых близко к границе устойчивости, реализуется колебательный переходный процесс с большим перерегулированием. При расчетах может оказаться так, что изменением только данного параметра не удастся получить желаемый переходный процесс. В этих случаях в курсовой работе следует ограничиться лучшим вариантом переходного процесса, достигнутым за счет изменения параметра  $D$ -разбиения.

Пояснительная записка и графики динамических характеристик САР оформляются в соответствии с общими требованиями к оформлению технической документации [5].



## 2.

### Алгоритм и программа расчета динамических характеристик САР на микроЭВМ ДЗ-28

---

#### 2.1. АЛГОРИТМ РАСЧЕТА ДИНАМИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК САР

Исследование динамических характеристик САР на ЭВМ с самостоятельной разработкой алгоритмов и программ расчета приводит к большим затратам времени исследователя и не позволяет ему сосредоточить основное внимание на анализе решения самой задачи. Поэтому разрабатываются программы решения стандартных задач динамики систем, реализация которых в диалоговом режиме дает высокий эффект в обучении и приобретении навыков исследования САР с использованием ЭВМ.

В данном разделе пособия приведены алгоритм и программа расчета частотных и переходных характеристик САР на микроЭВМ ДЗ-28 в диалоговом режиме. Записанная на магнитную ленту программа позволяет: рассчитать  $D$ -разбиение в плоскости одного параметра; оценить устойчивость САР по частотным критериям Михайлова и Найквиста; рассчитать и построить переходные характеристики САР при ступенчатом входном воздействии. Программа составлена на алгоритмическом языке БЕЙСИК. Для исследования динамических характеристик САР достаточно знания основ программирования и обращения с клавиатурой микроЭВМ.

Исходными данными при расчете динамических характеристик САР являются: выражение для параметра  $D$ -разбиения, представленного в операторной форме; передаточные функции САР.

При расчете  $D$ -разбиения в плоскости параметра  $T(s)$  исходная зависимость представляется в следующей стандартной форме:

$$T(s) = \frac{B(s)}{A(s)} = \frac{\beta_0 s^m + \beta_1 s^{m-1} + \dots + \beta_{m-1} s + \beta_m}{\alpha_0 s^n + \alpha_1 s^{n-1} + \dots + \alpha_{n-1} s + \alpha_n}, \quad (2.1)$$

где  $\beta_0, \dots, \beta_m; \alpha_0, \dots, \alpha_n$  — постоянные коэффициенты, зависящие от параметров САР. В программе расчета  $D$  — разбиения предусмотрены замена  $s = j\omega$ , выделение действительной и мнимой частей числителя и знаменателя частотной функции  $T(j\omega)$ :

$$T(j\omega) = \frac{\operatorname{Re} B(\omega) + j \operatorname{Im} B(\omega)}{\operatorname{Re} A(\omega) + j \operatorname{Im} A(\omega)},$$

где

$$\begin{aligned} \operatorname{Re} B(\omega) &= \beta_m - \beta_{m-1} \omega^2 + \beta_{m-4} \omega^4 - \dots; \\ \operatorname{Im} B(\omega) &= \beta_{m-1} \omega - \beta_{m-3} \omega^3 + \beta_{m-5} \omega^5 - \dots; \\ \operatorname{Re} A(\omega) &= \alpha_n - \alpha_{n-2} \omega^2 + \alpha_{n-4} \omega^4 - \dots; \\ \operatorname{Im} A(\omega) &= \alpha_{n-1} \omega - \alpha_{n-3} \omega^3 + \alpha_{n-5} \omega^5 - \dots. \end{aligned}$$

Результаты расчета представляются в следующей форме:

$$T(j\omega) = \operatorname{Re} T(\omega) + j \operatorname{Im} T(\omega) = |T(\omega)| e^{j \operatorname{Arg} T(\omega)},$$

где  $\operatorname{Re} T(\omega) = \frac{\operatorname{Re} B(\omega) \operatorname{Re} A(\omega) + \operatorname{Im} B(\omega) \operatorname{Im} A(\omega)}{\operatorname{Re}^2 A(\omega) + \operatorname{Im}^2 A(\omega)}$

— действительная часть частотной функции;

$$\operatorname{Im} T(\omega) = \frac{\operatorname{Re} A(\omega) \operatorname{Im} B(\omega) - \operatorname{Re} B(\omega) \operatorname{Im} A(\omega)}{\operatorname{Re}^2 A(\omega) + \operatorname{Im}^2 A(\omega)}$$

— мнимая часть частотной функции;

$$|T(\omega)| = \sqrt{\frac{\operatorname{Re}^2 B(\omega) + \operatorname{Im}^2 B(\omega)}{\operatorname{Re}^2 A(\omega) + \operatorname{Im}^2 A(\omega)}}$$

— модуль частотной функции;

$$\operatorname{Arg} T(\omega) = \operatorname{Arctg} \frac{\operatorname{Im} B(\omega)}{\operatorname{Re} B(\omega)} - \operatorname{Arctg} \frac{\operatorname{Im} A(\omega)}{\operatorname{Re} A(\omega)}$$

— аргумент частотной функции  $T(\omega)$ .

Устойчивость САР по частотному критерию Михайлова определяется по собственному оператору замкнутой (разомкнутой) САР, заданной в виде

$$D(s) = a_0 s^n + a_1 s^{n-1} + \dots + a_{n-1} s + a_n,$$

где  $a_0, \dots, a_n$  — коэффициенты, зависящие от параметров САР. В программе расчета предусмотрена замена  $s = j\omega$  и определение частотной функции  $D(j\omega)$ :

$$D(j\omega) = \operatorname{Re} D(\omega) + j \operatorname{Im} D(\omega) = |D(\omega)| e^{j \operatorname{Arg} D(\omega)},$$

где  $\operatorname{Re} D(\omega) = a_n - a_{n-2} \omega^2 + a_{n-4} \omega^4 - \dots$ ;

$$\operatorname{Im} D(\omega) = a_{n-1} \omega - a_{n-3} \omega^3 + a_{n-5} \omega^5 - \dots$$

— действительная и мнимая части частотной функции;

$$|D(\omega)| = \sqrt{\operatorname{Re}^2 D(\omega) + \operatorname{Im}^2 D(\omega)}, \quad \operatorname{Arg} D(\omega) = \\ = \operatorname{Arctg} \frac{\operatorname{Im} D(\omega)}{\operatorname{Re} D(\omega)} \text{ — модуль частотной функции и ее аргумент.}$$

При оценке устойчивости замкнутой САР по критерию Найквиста передаточная функция системы в разомкнутом состоянии записывается в виде

$$W_p(s) = \frac{K_1(s)}{D_1(s)} = \frac{d_0 s^m + d_1 s^{m-1} + \dots + d_{m-1} s + d_m}{c_0 s^n + c_1 s^{n-1} + \dots + c_{n-1} s + c_n},$$

где  $c_0, \dots, c_n, d_0, \dots, d_m$  — постоянные коэффициенты, зависящие от параметров системы. Алгоритм и программа расчета АФЧХ разомкнутой САР аналогичны алгоритму и программе расчета  $D$ -разбиения [см. формулу (2.1)].

Определение переходной характеристики производится по передаточной функции САР по управляющему или возмущающему воздействию:

$$W(s) = \frac{\bar{y}}{\bar{x}} = \frac{b_0 s^m + b_1 s^{m-1} + \dots + b_{m-1} s + b_m}{a_0 s^n + a_1 s^{n-1} + \dots + a_{n-1} s + a_n}. \quad (2.2)$$

Выражение (2.2) соответствует линейному дифференциальному уравнению

$$(a_0 p^n + a_1 p^{n-1} + \dots + a_{n-1} p + a_n) y(t) = \\ = (b_0 p^m + b_1 p^{m-1} + \dots + b_{m-1} p + b_m) x(t), \quad (2.3)$$

где  $y(t)$  — регулируемый параметр;  $x(t)$  — управляющее или возмущающее воздействие;  $a_0, \dots, a_n, b_0, \dots, b_m$  — постоянные коэффициенты;  $p = d/dt$  — оператор дифференцирования. Для отыскания решения уравнения (2.3) необходимо определить корни характеристического уравнения и постоянные интегрирования, учитывающие начальные условия. Операция вычисления корней и решение системы уравнений для отыскания постоянных интегрирования представляет собой трудоемкий процесс, особенно для систем высокого порядка. Расчеты получаются более простыми в том случае, когда правая часть (2.3) равна нулю, т. е. имеется однородное дифференциальное уравнение.

Для типового входного воздействия вида единичной ступенчатой функции сведение неоднородного уравнения (2.3) к однородному может быть выполнено переходом к другой переменной [2]. Предполагается, что  $x(t) = 1(t)$ , причем единица имеет размерность переменной  $y(t)$ , стоящей в правой части (2.3). Тогда установившееся значение  $y(t)$  при  $t \rightarrow \infty$  можно найти из (2.3), предполагая все производные равными нулю:

$$y(\infty) = y_{уст} = \frac{b_m}{a_n} \cdot 1.$$

Это установившееся значение представляет собой частное решение неоднородного уравнения (2.3), т. е.

$$y_n(t) = y_{уст}.$$

Вводится новая переменная

$$z(t) = y(t) - y_{уст}(t) = y(t) - y_{уст}.$$

Тогда уравнение (2.3) с новой переменной переписывается в виде

$$a_0 \frac{d^n z}{dt^n} + a_1 \frac{d^{n-1} z}{dt^{n-1}} + \dots + a_{n-1} \frac{dz}{dt} + a_n z = 0. \quad (2.4)$$

Решение однородных уравнений не представляет затруднений.

При известном решении  $z(t)$  переход к переменной  $y(t)$  осуществляется по формуле

$$y(t) = z(t) + y_{уст} = z(t) + \frac{b_m}{a_n}.$$

При решении уравнений используются начальные условия до ступенчатого воздействия ( $y_{-0}$ ) и после ( $y_{+0}$ ) и эти условия будут различны. Для простоты расчетов для времени  $t = -0$  (до воздействия) почти всегда принимают нулевые начальные условия, т. е.  $y_{-0} = 0$ ;  $y'_{-0} = 0$ ;  $y''_{-0} = 0$  и т. д. В дальнейшем под нулевыми начальными условиями будут иметься в виду именно эти равенства.

Начальные условия, реализующиеся непосредственно после приложения ступенчатого воздействия, т. е. при  $t = +0$ , можно определить из исходного дифференциального уравнения (2.3).

Для первых  $n - m$  начальных условий имеют место равенства:

$$\begin{aligned} y_{+0} &= y_{-0}; \\ y'_{+0} &= y'_{-0}; \\ \dots & \\ y_{+0}^{(n-m-1)} &= y_{-0}^{(n-m-1)}. \end{aligned}$$

Таким образом для самой переменной  $y$  и первых  $(n - m - 1)$  производных начальные условия сохраняются и после приложения ступенчатого воздействия. Для остальных начальных условий выполняются соотношения:

$$\begin{aligned} y_{+0}^{n-m} &= y_{-0}^{(n-m)} + \frac{b_0}{a_0} \cdot 1; \\ y_{+0}^{(n-m+1)} &= y_{-0}^{(n-m+1)} \frac{b_1}{a_0} \cdot 1 - \frac{a_1}{a_0} \left[ y_{+0}^{(n-m)} - y_{-0}^{(n-m)} \right] \\ \dots & \\ y_{+0}^{(n-1)} &= y_{-0}^{(n-1)} + \frac{b_{m-1}}{a_0} \cdot 1 - \frac{a_{m-1}}{a_0} \left[ y_{+0}^{(n-m)} - y_{-0}^{(n-m)} \right] - \\ &\dots - \frac{a_1}{a_0} \left[ y_{+0}^{(n-2)} - y_{-0}^{(n-2)} \right]. \end{aligned} \quad (2.5)$$

В формулах (2.5) множитель  $\dot{1}$  имеет размерность  $x(t)$ . Если воздействие прикладывается в виде скачка, не равного единице, то вместо  $\dot{1}$  следует поставить величину скачка. Из формул (2.5) ясно, что только при  $m = 0$ , т. е. для дифференциального уравнения  $D(p)y(t) = b_m x(t)$  при ступенчатом воздействии начальные условия при  $t = +0$  соответствуют начальным условиям при  $t = -0$ .

Интегрирование дифференциального уравнения (2.4) производится численным методом Рунге-Кутты четвертого порядка [6].

Программа диалогового расчета частотных и переходных характеристик САР приведена в приложении 1, а блок-схема — на рис. 2.1.

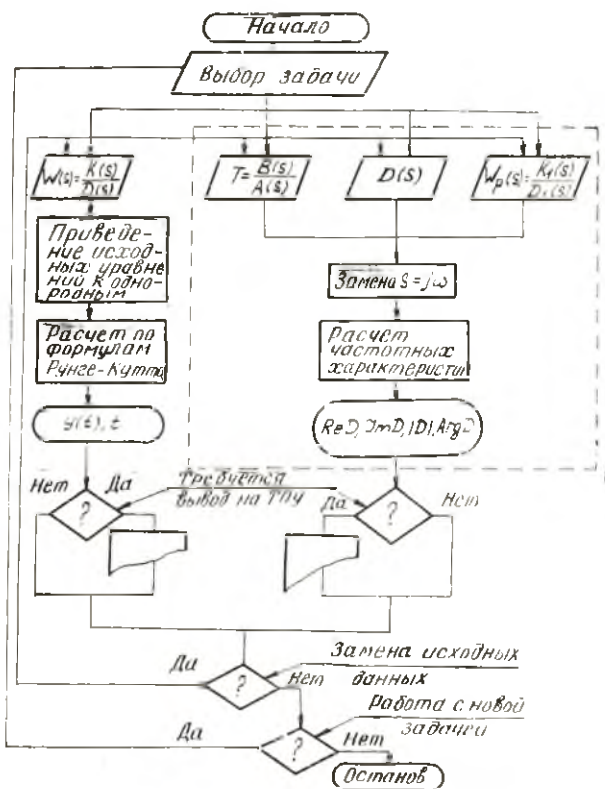


Рис. 2.1. Блок-схема программы расчета динамических характеристик САР (RADIS)

## 2.2. МЕТОДИКА РАСЧЕТА ДИНАМИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК САР НА МИКРОЭВМ ДЗ-28 В ДИАЛОГОВОМ РЕЖИМЕ

Расчет динамических характеристик САР на микроЭВМ ДЗ-28 производится в диалоговом режиме. Программа RADIS предлагает пользователю выполнение следующих процедур:

1. Построение  $D$ -разбиения;
2. Анализ устойчивости САР по критерию Михайлова;
3. Анализ устойчивости САР по критерию Найквиста;
4. Построение переходной функции.

*Построение  $D$ -разбиения.*

Исходные данные представляются в стандартной форме в соответствии с выражением для параметра  $D$ -разбиения

$$T(s) = \frac{\beta_0 s^m + \beta_1 s^{m-1} + \dots + \beta_{m-1} s + \beta_m}{\alpha_0 s^n + \alpha_1 s^{n-1} + \dots + \alpha_{n-1} s + \alpha_n};$$

порядок числителя  $m$ ;

порядок знаменателя  $n$ ;

коэффициенты числителя  $\beta_0, \dots, \beta_m$ ;

коэффициенты знаменателя  $\alpha_0, \dots, \alpha_n$ ;

наибольшее (граничное) значение частоты  $\omega_{\text{гб}}$ ;

шаг по частоте  $\Delta\omega$ .

Граничное значение частоты выбирается в первом приближении по формуле  $\omega_{\text{гб}} \approx \frac{10}{T_{\text{max}}}$ , где  $T_{\text{max}}$  — наибольшая постоянная времени звеньев, входящих в состав САР. Шаг по частоте выбирается из расчета  $\Delta\omega \approx \frac{\omega_{\text{гб}}}{20}$ , т. е. кривая  $D$ -разбиения строится по двадцати точкам. При необходимости можно построить детальную картину  $D$ -разбиения в узком диапазоне частот. Такие же значения  $\omega_{\text{гб}}$  и  $\Delta\omega$  выбираются при анализе устойчивости САР по критериям Михайлова и Найквиста.

Пример:

$$T(s) = \frac{0,002 s^4 + 0,046 s^3 + 0,244 s^2 + 0,7 s + 0,48}{-0,5}$$

ВВЕДИТЕ ПОРЯДОК ЧИСЛИТЕЛЯ

4

ВВЕДИТЕ ПОРЯДОК ЗНАМЕНАТЕЛЯ

0

ВВЕДИТЕ КОЭФФИЦИЕНТЫ ЧИСЛИТЕЛЯ, НАЧИНАЯ СО СТАРШЕЙ СТЕПЕНИ ПОЛИНОМА

0,002

0,046

0,244

0,7

0,48

ВВЕДИТЕ КОЭФФИЦИЕНТЫ ЗНАМЕНАТЕЛЯ, НАЧИНАЯ СО СТАРШЕЙ СТЕПЕНИ ПОЛИНОМА

--0.5

ЗАДАЙТЕ ГРАНИЧНОЕ ЗНАЧЕНИЕ ЧАСТОТЫ И ШАГ ПО ЧАСТОТЕ 10., 05

Результаты расчета выводятся на дисплей и печатающее устройство в виде таблицы:

$\omega$	$RE(D)$	$IM(D)$	$ D $	$ARG(D)$
0.5	-8.3825E-01	-6.8850E-01	1.0040	6.8763E-01
1.00	-4.7600E-01	-1.3080	1.3919	1.2218

где  $RE(D) = \operatorname{Re} T(j\omega)$  — действительная составляющая частотной функции  $T(j\omega)$ ;

$IM(D) = \operatorname{Im} T(j\omega)$  — мнимая составляющая частотной функции  $T(j\omega)$ ;

$|D| = \sqrt{\operatorname{Re}^2 T(j\omega) + \operatorname{Im}^2 T(j\omega)}$  — модуль частотной функции  $T(j\omega)$ ;

$ARG(D) = \arctg \frac{\operatorname{Im} T(j\omega)}{\operatorname{Re} T(j\omega)}$  — аргумент частотной функции  $T(j\omega)$ .

### Анализ устойчивости САР по критерию Михайлова

Исходные данные представляются в стандартной форме в соответствии с собственным оператором САР

$$D(s) = a_0 s^n + a_1 s^{n-1} + \dots + a_{n-1} s + a_n;$$

порядок полинома  $n$ ;

коэффициенты полинома  $a_0, \dots, a_n$ ;

граничное значение частоты  $\omega_{нб}$  и шаг по частоте  $\Delta\omega$ .

Результаты расчета выводятся на дисплей и печатающее устройство в виде таблицы, аналогично результатам при расчете  $D$ -разбегания.

### Анализ устойчивости по критерию Найквиста

Исходные данные представляются в стандартной форме в соответствии с передаточной функцией разомкнутой САР

$$W_{раз}(s) = \frac{d_0 s^m + d_1 s^{m-1} + \dots + d_{m-1} s + d_m}{c_0 s^n + c_1 s^{n-1} + \dots + c_{n-1} s + c_n};$$

порядок числителя  $m$ ;

порядок знаменателя  $n$ ;

коэффициенты числителя  $d_0, \dots, d_m$ ;

коэффициенты знаменателя  $c_0, \dots, c_n$ ;

граничная частота  $\omega_{нб}$  и шаг по частоте  $\Delta\omega$ .



Результаты выводятся на дисплей и печатающее устройство в виде таблицы, аналогично результатам при расчете  $D$ -разбиения.

### Построение переходной функции

Исходные данные представляются в стандартной форме в соответствии с выражением для передаточной функции замкнутой САР

$$W_{зам}(s) = \frac{b_0 s^m + b_1 s^{m-1} + \dots + b_{m-1} s + b_m}{a_0 s^n + a_1 s^{n-1} + \dots + a_{n-1} s + a_n}$$

порядок числителя  $m$ ;

порядок знаменателя  $n$ ;

коэффициенты знаменателя  $a_0, \dots, a_n$ ;

коэффициенты числителя  $b_0, \dots, b_m$ ;

шаг интегрирования  $\Delta \tau_{инт}$ ;

время интегрирования  $\tau_{инт}$ ;

количество точек вывода результатов.

Шаг интегрирования  $\Delta \tau_{инт}$  выбирается равным или меньшим, чем наименьшая постоянная времени звеньев САР. Время интегрирования выбирается из условия  $\tau_{инт} = (3 \dots 5) T_{max}$ , где  $T_{max}$  — наибольшая постоянная времени звеньев САР. Количество точек выбирается равным 15...20 с тем условием, что шаг вывода результатов не может быть меньше шага интегрирования  $\Delta \tau_{инт}$ .

Результаты расчета выводятся на дисплей и печатающее устройство в виде таблицы и графика переходной функции.

### Порядок работы на микроЭВМ ДЗ-28

1. Ознакомиться с техникой безопасности и мерами предосторожности при работе с микроЭВМ ДЗ-28.

2. Подключить вычислительный комплекс к сети 220 В, 50 Гц и включить последовательно: дисплей, печатающее устройство и процессор.

3. Поставить в утопленное положение клавиши <ДУП>, <ЛИН> и <РЕД> на клавиатуре дисплея. Нажать клавишу <С> на клавиатуре процессора. Поставить в лентопротяжный механизм (ЛПМ) кассету с программой БЕЙСИК, вариант-3А. Нажать клавишу <▷▷> и перемотать магнитную ленту в начало кассеты.

4. С панели процессора подать команду на считывание программы БЕЙСИК нажатием клавиши <С> и <СЛ>. При правильном считывании программы после останова ленты на табло нижнего и верхнего регистров индикатора процессора должны загореться нули. Нажать клавишу «КП». На табло ниж-



него регистра должна появиться контрольная сумма данной версии интерпретатора 157107. Если контрольная сумма не совпадает с указанной или происходит мерцание индикаторов, то повторить действия по п. 4.

Если контрольная сумма совпала, то нажать клавиши <C> и <S>. На экране дисплея появится текст:

«БЕЙСИК—ИНТЕРПРЕТАТОР  
ВАРИАНТ ЗА — СНИМИТЕ КАСSETУ!».

Снять кассету с программой интерпретатора и поставить кассету с рабочей программой RADIS.

5. Перемотать ленту в начало кассеты нажатием клавиши <▷▷>. Нажать клавишу <ПС> на клавиатуре дисплея. На экране появится текст:

«В КОМПЛЕКТ ВХОДИТ ПЕЧАТАЮЩЕЕ УСТРОЙСТВО?  
ДА — 1, НЕТ — 0».

Нажать клавишу <1> и <ПС>.

После печати на дисплее текста «ТПУ-0, ROBOTRON-1, УВВПУ-003-2...» нажать клавиши <0> и <ПС>.

На дисплее появится текст

«НОМЕРА ВНЕШНИХ ПОДПРОГРАММ?».

После нажатия клавиши <ПС> должен появиться текст: «Готов».

6. Подать команду на загрузку программы RADIS нажатием клавиш <ПС>, <ЛАТ>, <ВР> набором текста на клавиатуре LOAD RADIS 01. Нажать клавишу <ПС>.

При нормальной загрузке программы, которая длится около 3 мин, лента останавливается. Снять кассету с программой RADIS. Набрать команду вызова программы «RUN» и нажать клавишу <ПС>.

На дисплее должна появиться надпись:

«ПРОГРАММА RADIS»

- 1 — ПОСТРОЕНИЕ D-РАЗБИЕНИЯ;
- 2 — АНАЛИЗ УСТОЙЧИВОСТИ САР ПО КРИТЕРИЮ МИХАЙЛОВА
- 3 — АНАЛИЗ УСТОЙЧИВОСТИ САР ПО КРИТЕРИЮ НАЙКВИСТА
- 4 — ПОСТРОЕНИЕ ПЕРЕХОДНОЙ ФУНКЦИИ

Нажать клавишу номера нужной процедуры и <ПС>. С этой команды начинается работа программы RADIS.

Если при вводе не произошла остановка магнитной ленты, то повторить процедуру по п. 6.

При работе программы RADIS от пользователя требуется выполнение всех директивных указаний программы. Вход в «тело» программы недопустим, может привести к останову ЭВМ.

7. После окончания работы нажать на клавиши <04С> на клавиатуре дисплея и <С> на панели процессора, выключить процессор, печатающее устройство и дисплей, отключить вычислительный комплекс от сети питания.

# 3.

## Исследование динамических характеристик САР частоты вращения ГТД

---

### 3.1. НАЗНАЧЕНИЕ И ПРИНЦИП ДЕЙСТВИЯ САР

Объектом регулирования является турбокомпрессор ГТД (рис. 3.1), служащий для привода энергетической установки, например генератора пиковой электростанции, компрессорной установки. Гидромеханический регулятор непрямого действия предназначен для изменения и поддержания заданной частоты вращения ротора двигателя и энергетической установки (нагрузки). За регулируемый параметр принимается частота вращения ротора двигателя  $n$ , а за регулирующей фактор — расход топлива в двигателе  $G_T$ . Управляющим воздействием является изменение угла установки рычага управления двигателя (РУД)  $\alpha_{руд}$ , а возмущающим воздействием — изменение момента внешней нагрузки  $M_n$ .

Регулятор частоты вращения включает в себя центробежный чувствительный элемент, приводимый во вращение через коническую зубчатую передачу от ротора двигателя, гидроусилитель, сервопоршень с золотниковым распределителем и исполнительный механизм в виде дроссельной иглы.

Рассмотрим работу САР при изменении внешней нагрузки. Пусть нагрузка, действующая на ротор двигателя 1, уменьшилась, что привело к увеличению частоты вращения  $n$ . При этом под действием центробежных сил грузиков 2 шток 3, сжимая пружину 4, переместится вниз. Ход пружины 4 снизу ограничен задающим устройством 5. Горизонтальный рычаг 6, связанный со штоком 3, повернется относительно правого его конца против часовой стрелки и приоткроет сопло-заслонку 7. Гидравлическое сопротивление сопла-заслонки 7 уменьшится и давление в полости над поршнем 8 снизится. На поршень 8 снизу действует сила давления топлива в сливной магистрали и сила поджатия пружин 9 и 10.

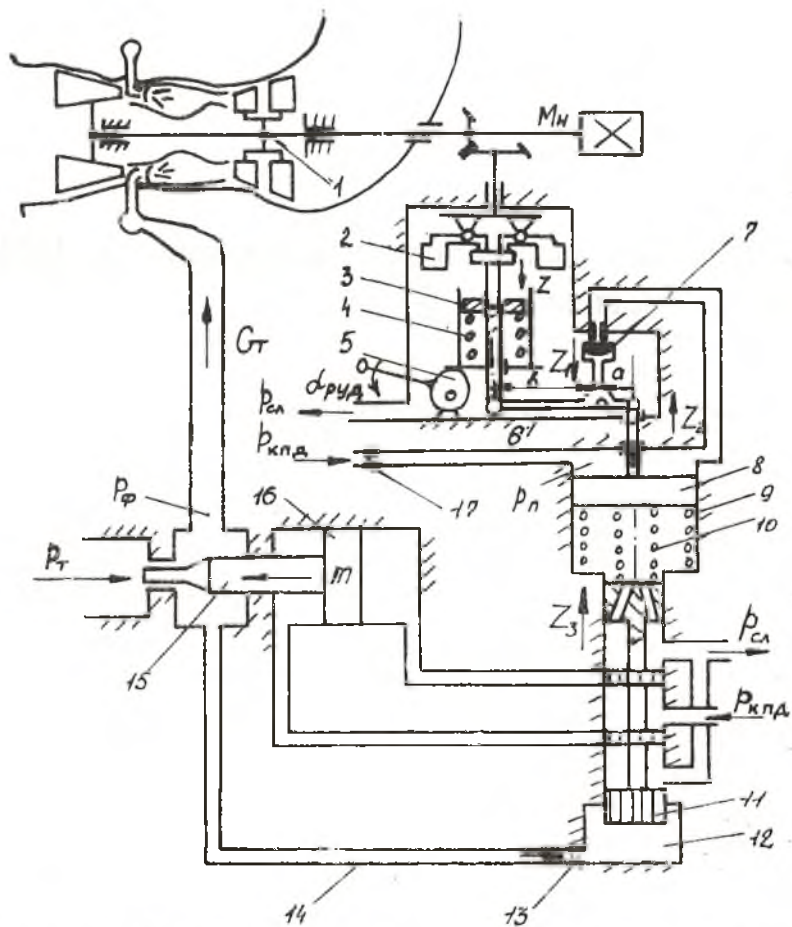


Рис. 3.1. Принципиальная схема системы автоматического регулирования частоты вращения ГТД

Под действием избыточной силы поршень 8 переместится вверх и прикроет сопло-заслонку 7. При движении поршня 8 вверх ослабится поджатие пружины 10, что приведет к уменьшению силы, действующей сверху на золотник 11. На золотник 11 снизу действует сила давления топлива в полости 12, которая сообщается через жиклер 13 с каналом 14 за дроссельной иглой 15. Золотник 11 под действием избыточной силы переместится вверх и соединит правую полость сервопоршня 16 с каналом за клапаном постоянного давления (КПД) (на схеме не показан), а левую полость — с каналом слива.

Сервопоршень 16 под действием перепада давления  $p_{кпд} - p_{св}$  переместится влево и уменьшит площадь проходного сечения дроссельной иглы. Давление за дроссельной иглой 15 (на входе в форсунки) уменьшится, что приведет к снижению расхода топлива  $G_T$  в двигателе. При этом предполагается, что давление на входе в дроссельную иглу поддерживается постоянным ( $p_T \approx \text{const}$ ).

Снижение  $G_T$  приводит к уменьшению частоты вращения  $n$ , но не до исходного уровня, а несколько выше. Это связано с тем, что в регуляторе реализована местная гидравлическая обратная связь по каналу 14. Так как на любом установившемся режиме золотник 11 должен находиться в одном и том же положении, то меньшей силе давления  $p_f$ , действующей на нижний торец золотника, должна соответствовать и меньшая сила противодействия пружины 10, т. е. несколько верхнее положение поршня 8. Это возможно только при некотором смещении вниз (относительно исходного режима) штока 3, т. е. при большей на величину статической ошибки частоте вращения  $n$ .

Таким образом, в САР возникает погрешность  $\Delta n_{ст}$ , что является ее недостатком. Однако наличие местной гидравлической обратной связи улучшает качество переходного процесса в САР. Это объясняется тем, что при регулировании в момент закрытия дроссельной иглы 15 и уменьшения давления  $p_f$  (или расхода топлива) уменьшается сила давления на нижний торец золотника 11, в результате еще до восстановления заданной частоты вращения начинает уменьшаться сигнал на снижение  $G_T$ . Это упреждающее действие регулятора приводит к плавному переходному процессу. В этом заключается преимущество такого статического регулятора.

Динамические свойства САР могут быть изменены без существенной переделки регулятора сменной пружины 9, 10, изменением гидравлического сопротивления жиклера 13 и характеристик сопла-заслонки 7, соотношением плеч горизонтального рычага 6, профилировкой дроссельной иглы 15, а также изменением давления  $P_{кпд}$ .

### 3.2. ВЫВОД ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ ЗВЕНЬЕВ

При выводе дифференциальных уравнений звеньев за положительные направления координат принимаются такие, которые соответствуют направлению движения элементов регулятора при увеличении частоты вращения ротора двигателя. Кроме того, принимается ряд упрощающих допущений, исходя из низкочастотной расчетной модели элементов САР.

## Уравнение объекта регулирования

При выводе уравнения турбокомпрессора ГТД как объекта регулирования (см. рис. 3.1) принимаются следующие основные допущения: влияние объемов по воздушно-газовому тракту двигателя на его динамические свойства незначительно; преобразование энергии в процессе горения происходит мгновенно; потери мощности на привод агрегатов двигателя малы по сравнению с мощностью, развиваемой турбиной; изменение параметров установившегося режима — малое. В соответствии с принятыми допущениями уравнение движения ротора двигателя имеет вид [7, 8]

$$\frac{\pi}{30} I \frac{dn}{dt} = M_T(n, G_T) - M_K(n) - M_H, \quad (3.1)$$

где  $I$  — момент инерции ротора двигателя совместно с нагрузкой;  $M_T(n, G_T)$  — момент, развиваемый турбиной;

$M_K(n)$ ,  $M_H$  — моменты противодействия компрессора и нагрузки.

Уравнение (3.1) является нелинейным. При малых отклонениях параметров возможна линеаризация нелинейных зависимостей разложением их в ряд Тейлора и удержанием первых членов ряда:

$$\begin{aligned} M_T(n, G_T) &= (M_T)_0 + \left( \frac{\partial M_T}{\partial n} \right)_0 \Delta n + \left( \frac{\partial M_T}{\partial G_T} \right)_0 \Delta G_T; \\ M_K(n, G_T) &= (M_K)_0 + \left( \frac{\partial M_K}{\partial n} \right)_0 \Delta n; \\ M_H &= (M_H)_0 + \Delta M_H, \end{aligned} \quad (3.2)$$

где  $\Delta n = n - n_0$ ,  $\Delta G_T = G_T - (G_T)_0$  — отклонения частоты вращения и расхода топлива относительно установившихся их значений;  $\Delta M_H$  — приращение момента нагрузки. Частные производные, входящие в уравнения, определяются по углам наклона касательных к соответствующим моментным характеристикам в точках:  $n_0$ ,  $(M_T)_0$ ,  $(M_K)_0$ ,  $(M_H)_0$ ,  $(G_T)_0$ . Индекс «0» параметров указывает на их принадлежность к базисным (установившимся) значениям.

Имея в виду, что на установившемся режиме справедливо равенство  $(M_T)_0 - (M_K)_0 - (M_H)_0 = 0$ , можно записать уравнение (3.1) с учетом равенств (3.2) в виде

$$\frac{\pi}{30} I \frac{d \Delta n}{dt} + \left[ \left( \frac{\partial M_T}{\partial n} \right)_0 - \left( \frac{\partial M_K}{\partial n} \right)_0 \right] \Delta n = \left( \frac{\partial M_T}{\partial G_T} \right)_0 \Delta G_T - \Delta M_H \quad (3.3)$$

Для общности анализа вводятся безразмерные параметры:

$$\delta n = \frac{\Delta n}{n_0}; \quad \delta G_T = \frac{\Delta G_T}{(G_T)_0}; \quad \delta M_H = \frac{\Delta M_H}{(M_H)_0}.$$

С учетом введенных безразмерных параметров уравнение (3.3) переписывается так:

$$\frac{\pi}{30} I \frac{d\delta n}{dt} + \left[ \left( \frac{\partial M_K}{\partial n} \right)_0 - \left( \frac{\partial M_T}{\partial n} \right)_0 \right] \delta n = \frac{G_{T0}}{n_0} \left( \frac{\partial M_T}{\partial G_T} \right)_0 \delta G_T - \frac{(M_H)_0}{n_0} \delta M_H$$

или в стандартной форме:

$$T_1 \frac{d\delta n}{dt} + \delta n = k_1 \delta G_T - k_2 \delta M_H, \quad (3.4)$$

где

$$T_1 = \frac{\frac{\pi}{30} I}{\left( \frac{\partial M_K}{\partial n} \right)_0 - \left( \frac{\partial M_T}{\partial n} \right)_0} \quad \text{— постоянная времени двигателя;}$$

$$k_1 = \frac{\frac{G_{T0}}{n_0} \left( \frac{\partial M_T}{\partial G_{T0}} \right)}{\left( \frac{\partial M_K}{\partial n} \right)_0 - \left( \frac{\partial M_T}{\partial n} \right)_0} \quad \text{— коэффициент усиления двигателя по расходу топлива;}$$

$$k_2 = \frac{(M_H)_0}{n_0 \left[ \left( \frac{\partial M_K}{\partial n} \right)_0 - \left( \frac{\partial M_T}{\partial n} \right)_0 \right]} \quad \text{— коэффициент усиления двигателя по возмущающему воздействию.}$$

Выражение (3.4) является уравнением ГТД как объекта регулирования.

### Уравнение центробежного чувствительного элемента

При выводе уравнения чувствительного элемента предполагается, что инерционные силы центробежных грузиков малы, трение в подвижных элементах отсутствует, отклонение центра тяжести грузиков от оси вращения при изменении частоты вращения пренебрежимо мало. С учетом принятых допущений уравнение баланса сил, действующих на шток 3 чувствительного элемента, (см. рис. 3.1), запишется в виде [9]

$$F_{\alpha} - F_{\text{пр}4} = 0,$$

где  $F_{\alpha} = 2 \alpha m_{\text{гр}} r \omega^2$  — осевая составляющая центробежных сил грузиков;  $F_{\text{пр}4} = \gamma_{\text{пр}4} (z + \beta \alpha_{\text{руд}})$  — сила противодействия пружины;  $m_{\text{гр}}$  — приведенная к центру тяжести масса грузиков;  $r$  — расстояние центра тяжести грузиков от оси вращения;  $\omega = \pi n/30$  — угловая частота вращения;  $\alpha$  — коэффициент приведения центробежной силы грузиков к ее осевой составляющей;  $\gamma_{\text{пр}4}$  — жесткость пружины 4;  $z$  — координата штока 3;  $\beta$  — коэффициент, связывающий угол поворота  $\alpha_{\text{руд}}$  с перемещением основания пружины 4.



Рассматривая малые отклонения параметров относительно установившихся их значений, можно записать

$$(F_{\text{ц}})_0 + \Delta F_{\text{ц}} - (F_{\text{пр}4})_0 - \Delta F_{\text{пр}4} = 0 \quad (3.5)$$

или

$$\begin{aligned} \Delta F_{\text{ц}} - \Delta F_{\text{пр}4} &= 0; \\ (F_{\text{ц}})_0 - (F_{\text{пр}4})_0 &= 0, \end{aligned}$$

где

$$(F_{\text{ц}})_0 = \frac{\pi^2 \alpha m_{\text{гр}} r}{450} n_0^2; \quad (F_{\text{пр}4})_0 = \gamma_{\text{пр}4} [z_0 + \beta (\alpha_{\text{пру}})_0];$$

$$\Delta F_{\text{ц}} = \left( \frac{d F_{\text{ц}}}{d n} \right)_0 \Delta n = 2 \frac{\pi^2 \alpha m_{\text{гр}} r}{450} n_0 \Delta n - \text{приращение осевой}$$

составляющей центробежных сил;  $\Delta F_{\text{пр}4} = \gamma_{\text{пр}4} (\Delta z + \beta \Delta \alpha_{\text{пру}}) -$  приращение силы поджатия пружины 4. После подстановки выражений для  $\Delta F_{\text{ц}}$  и  $\Delta F_{\text{пр}4}$  уравнение (3.5) имеет вид

$$2 \frac{\pi^2 \alpha m_{\text{гр}} r}{450} n_0 \Delta n - \gamma_{\text{пр}4} \Delta z - \gamma_{\text{пр}4} \beta \Delta \alpha_{\text{пру}} = 0.$$

Переходя в последнем уравнении к безразмерным параметрам с учетом  $(F_{\text{ц}})_0 = (F_{\text{пр}4})_0$ , можно получить уравнение чувствительного элемента

$$\delta z = k_3 \delta n - k_4 \delta \alpha_{\text{пру}} \quad (3.6)$$

$$\text{где } \delta z = \frac{\Delta z}{z_0}; \quad \delta \alpha_{\text{пру}} = \frac{\Delta \alpha_{\text{пру}}}{(\alpha_{\text{пру}})_0}; \quad k_3 = 2 \left[ 1 + \frac{\beta (\alpha_{\text{пру}})_0}{z_0} \right]$$

— коэффициент усиления по регулируемому параметру;

$$k_4 = 1 + \frac{\beta (\alpha_{\text{пру}})_0}{z_0}$$

— коэффициент усиления по управляющему воздействию.

### Уравнение горизонтального рычага 6

При выводе уравнения рычага 6 предполагается, что инерционные силы пренебрежимо малы. Выходной координатой рычага является перемещение заслонки  $z_1$ , а входными координатами — перемещения концов рычага  $z$  и  $z_2$ . Суммарное отклонение координаты определяется равенством

$$\Delta z_1 = \Delta z_1' - \Delta z_1'' \quad (3.7)$$

где  $\Delta z_1'' = \frac{b}{a+b} \Delta z_2$  — перемещение заслонки при отклонении поршня 8;  $\Delta z_1' = \frac{a}{a+b} \Delta z$  — перемещение заслонки при отклонении штока 3;  $a, b$  — правое и левое плечи рычага 6.



Вводя базисные значения  $(z_1)_0$ ,  $(z_2)_0$  и учитывая выражение для  $\Delta z_1'$ ,  $\Delta z_1''$ , можно переписать уравнение (3.7) в безразмерных параметрах:

$$\delta z_1 = \kappa_5 \delta z - \kappa_6 \delta z_2; \quad (3.8)$$

$$\text{где } \delta z_1 = \frac{\Delta z_1}{(z_1)_0}; \quad \delta z_2 = \frac{\Delta z_2}{(z_2)_0}; \quad \kappa_5 = \frac{a (z_1)_0}{(a+b) z_0};$$

$$\kappa_6 = \frac{b (z_2)_0}{(a+b) z_0} \text{ — коэффициенты усиления горизонтального рычага.}$$

### Уравнение первого каскада гидроусилителя, включающего сопло-заслонку 7 и сервопоршень 8

При выводе уравнения предполагается, что инерционные силы, силы трения и гидродинамические силы малы по сравнению с силой давления. С учетом принятых допущений составляется уравнение баланса расхода жидкости в полости над поршнем [8, 9]

$$Q_{ж17} + Q_n - Q_c = 0 \quad (3.9)$$

и уравнение баланса сил, действующих на поршень 8,

$$F_{пр9} - F_p = 0, \quad (3.10)$$

где  $Q_{ж17} = \mu_{ж17} S_{ж17} \sqrt{\frac{2}{\rho} (p_{кпл} - p_n)}$  — объемный расход жидкости через жиклер 17;  $Q_n = S_n \frac{dz_2}{dt}$  — расход жидкости, обус-

ловленный движением поршня;  $Q_c = \mu_c \pi d_c z_1 \sqrt{\frac{2}{\rho} (p_n - p_{сз})}$  — расход жидкости через сопло-заслонку;  $F_{пр9} = (F_{пр9})_0 - \gamma_{пр9} \Delta z_2$  — сила противодействия пружины 9;  $F_p = S_n (p_n - p_{сз})$  — сила давления топлива, действующая на поршень 8 сверху;  $\mu_{ж17}$  — коэффициент расхода;  $S_{ж17}$  — площадь проходного сечения жиклера 17;  $\rho$  — плотность жидкости;  $p_n$  — давление в полости над поршнем 8;  $S_n$  — площадь поршня 8;  $\mu_c$  — коэффициент расхода сопла;  $d_c$  — диаметр сопла;  $(F_{пр9})_0$  — усилие первоначальной затяжки пружины. Уравнение (3.9) в отклонениях параметров переписется в виде

$$\Delta Q_{ж17} + \Delta Q_n - \Delta Q_c = 0.$$

Принимая для всех отклонений расходов одно базовое значение  $(Q_{ж17})_0$ , можно преобразовать последнее равенство к следующей безразмерной форме:

$$\delta Q_{ж17} + \delta Q_n - \delta Q_c = 0, \quad (3.11)$$

где

$$\delta Q_{ж17} = \frac{\Delta Q_{ж17}}{(Q_{ж17})_0}; \quad \delta Q_{п} = \frac{\Delta Q_{п}}{(Q_{ж17})_0}; \quad \delta Q_c = \frac{\Delta Q_c}{(Q_{ж17})_0}.$$

Для связи приращений расходов с приращениями давления в надпоршневой полости и приращением перемещения заслонки проводится линеаризация расходных характеристик для  $Q_{ж17}$  и  $Q_c$ . Для этого вначале логарифмируется выражение для  $Q_{ж17}$

$$\ln Q_{ж17} = \ln \mu_{ж17} S_{ж17} + \frac{1}{2} \left[ \ln \frac{2}{\rho} + \ln (p_{кпд} - p_n) \right].$$

С учетом того, что  $\mu_{ж17} S_{ж17} = \text{const}$ ;  $\rho = \text{const}$ ;  $p_{кпд} = \text{const}$ , проводится дифференцирование последнего выражения:

$$\frac{d Q_{ж17}}{Q_{ж17}} = - \frac{1}{2} \frac{d p_n}{p_{кпд} - p_n}.$$

Переходя от производных к малым приращениям  $\Delta = d$ , можно получить

$$\frac{\Delta Q_{ж17}}{(Q_{ж17})_0} = - \frac{1}{2} \frac{\Delta p_n}{p_{кпд} - (p_n)_0}$$

или в безразмерных параметрах

$$\delta Q_{ж17} = - \frac{1}{2} \frac{(p_n)_0}{p_{кпд} - (p_n)_0} \delta p_n, \quad (3.12)$$

где

$$\delta p_n = \frac{\Delta p_n}{(p_n)_0}.$$

Проводя такие же преобразования для  $Q_c$  с учетом того, что  $\rho_c d_c = \text{const}$ ,  $p_{сл} = \text{const}$ ,  $(Q_{ж17})_0 = (Q_c)_0$ , можно получить

$$\delta Q_c = \delta z_1 + \frac{1}{2} \frac{(p_n)_0}{(p_n)_0 - p_{сл}} \delta p_n, \quad (3.13)$$

где

$$\delta z_1 = \frac{\Delta z_1}{(z_1)_0}.$$

Имея в виду, что  $\Delta Q_{п} = S_{п} \frac{d \Delta z_2}{dt}$ , можно выразить приращение расхода, обусловленного движением поршня, в безразмерных параметрах:

$$\delta Q_{п} = \frac{S_{п} (z_2)_0}{(Q_{ж17})_0} \frac{d \delta z_2}{dt}, \quad (3.14)$$

где

$$\delta z_2 = \frac{\Delta z_2}{(z_2)_0}.$$

Выражения (3.12), (3.13), (3.14) для приращений  $\delta Q_{ж17}$ ,  $\delta Q_c$  и  $\delta Q_n$  подставляются в равенство (3.11), которое затем преобразовывается к виду

$$\frac{S_n(z_2)_0}{(Q_{ж17})_0} \frac{d\delta z_2}{dt} - \frac{1}{2} \left[ \frac{(\rho_n)_0}{\rho_{КПД} - (\rho_n)_0} + \frac{(\rho_n)_0}{(\rho_n)_0 - \rho_{сж}} \right] \delta p_n = \delta z_1. \quad (3.15)$$

Уравнение баланса сил (3.10) записывается в отклонениях параметров

$$-\gamma_{пр9} \Delta z_2 - S_n \Delta p_n = 0$$

или в безразмерной формуле

$$\delta p_n = - \frac{\gamma_{пр9} (z_2)_0}{S_n (\rho_n)_0} \delta z_2. \quad (3.16)$$

Из совместного решения уравнений (3.15) и (3.16) можно получить уравнение первого каскада гидроусилителя:

$$T_2 \frac{d\delta z_2}{dt} + \delta z_2 = k_7 \delta z_1, \quad (3.17)$$

где  $T_2 = \frac{2 S_n [\rho_{КПД} - (\rho_n)_0] [(\rho_n)_0 - \rho_{сж}]}{(Q_{ж17})_0 (\rho_{КПД} - \rho_{сж}) \gamma_{пр9}}$  — постоянная времени;

$$k_7 = \frac{2 S_n [\rho_{КПД} - (\rho_n)_0] [(\rho_n)_0 - \rho_{сж}]}{\gamma_{пр9} (z_2)_0 (\rho_{КПД} - \rho_{сж})} -$$

— коэффициент усиления первого каскада гидроусилителя.

### Уравнение золотникового распределителя // второго каскада гидроусилителя

При выводе уравнения предполагается: инерционные силы, силы трения и гидродинамические силы, действующие на кромки золотника, пренебрежимо малы по сравнению с силами давления пружины; движение жидкости через жиклер 13 — ламинарное. С учетом принятых допущений уравнение баланса сил, действующих на золотник имеет вид [10]

$$F_3 - F_{пр10} = 0, \quad (3.18)$$

где  $F_3 = S_3 (p_3 - p_{сж})$  — сила, обусловленная разностью давлений по торцам золотника;  $F_{пр10} = (F_{пр10})_0 + \gamma_{пр10} (\Delta z_3 - \Delta z_2)$  — сила противодействия пружины 10;  $S_3$  — площадь торца золотника;  $\gamma_{пр10}$  — жесткость пружины 10;  $p_3$  — давление в полости 12. Подставляя выражения для сил  $F_3$  и  $F_{пр10}$  в равенство (3.18) и выделяя составляющие по отклонениям, можно получить

$$S_3 \Delta p_3 - \gamma_{пр10} \Delta z_3 + \gamma_{пр10} \Delta z_2 = 0$$

или в безразмерных параметрах

$$\delta z_3 = \frac{z_{20}}{z_{30}} \delta z_2 + \frac{S_3 (p_\Phi)_0}{\gamma_{\text{нр } 10} (z_3)_0} \delta p_\Phi, \quad (3.19)$$

где

$$\delta z_3 = \frac{\Delta z_3}{(z_3)_0}; \quad \delta p_\Phi = \frac{\Delta p_\Phi}{(p_\Phi)_0}.$$

Уравнение баланса расхода жидкости в полости 12, связанной с нижним торцом золотника 11, записывается так:

$$Q_{\text{ж } 13} - Q_3 = 0, \quad (3.20)$$

где  $Q_{\text{ж } 13} = \frac{1}{R_{\text{ж } 13}} (p_\Phi - p_3)$  — расход жидкости через жиклер 13;

$Q_3 = S_3 \frac{dz_3}{dt}$  — расход жидкости, обусловленный движением золотника;  $R_{\text{ж } 13}$  — гидравлическое сопротивление жиклера 13;  $p_\Phi$  — давление на входе в форсунки (на выходе из дроссельной иглы). Подставляя выражения для  $Q_{\text{ж } 13}$ ,  $Q_3$  в уравнение (3.20) и переходя к малым приращениям, можно определить

$$\frac{1}{R_{\text{ж } 13}} \Delta p_\Phi - \frac{1}{R_{\text{ж } 13}} \Delta p_3 - S_3 \frac{d \Delta z_3}{dt} = 0$$

или в безразмерных параметрах

$$\delta p_3 = \delta p_\Phi - \frac{S_3 (z_3)_0 R_{\text{ж } 13}}{(p_\Phi)_0} \frac{d \delta z_3}{dt}, \quad (3.21)$$

где  $\delta p_\Phi = \frac{\Delta p_\Phi}{(p_\Phi)_0}$ .

Из совместного решения уравнений (3.19) и (3.21) определяется уравнение золотникового распределителя:

$$T_3 \frac{d \delta z_3}{dt} + \delta z_3 = K_8 \delta z_2 + K_9 \delta p_\Phi, \quad (3.22)$$

где  $T_3 = \frac{S_3^2 R_{\text{ж } 13}}{\gamma_{\text{нр } 10}}$  — постоянная времени;

$K_8 = \frac{(z_2)_0}{(z_3)_0}$ ,  $K_9 = \frac{S_3 (p_\Phi)_0}{\gamma_{\text{нр } 10} (z_3)_0}$  — коэффициенты усиления.

### Уравнение сервопоршня 16 второго каскада гидроусилителя

При выводе уравнения предполагается, что инерционные силы, силы трения и гидродинамические силы на дроссельной игле малы по сравнению с силами давления. При принятых допущениях для описания динамики сервопоршня достаточно использовать уравнение баланса расхода жидкости [10, 11]

$$Q_1 - Q_2 = 0, \quad (3.23)$$

$$\text{где } Q_1 = \mu_3 \pi d_3 \Delta z_3 \sqrt{\frac{2}{\rho} (p_{\text{кпл}} - p'_n)}$$

— расход жидкости через окно золотника в правую поршневую полость;

$Q_2 = \mu_3 \pi d_3 \Delta z_3 \sqrt{\frac{2}{\rho} (p''_n - p_{\text{сл}})}$  — расход жидкости из левой поршневой полости на слив;  $\mu_3$  — коэффициент расхода;  $d_3$  — диаметр золотника;  $p'_n$ ,  $p''_n$  — давления в правой и левой полостях.

Так как на поршень, кроме сил давления, не действуют другие силы, то справедливо равенство

$$p''_n = \frac{S'_n}{S''_n} p'_n, \quad (3.24)$$

где  $S'_n$ ,  $S''_n$  — площади торцев поршня с правой и левой сторон. Тогда из совместного решения уравнений (3.23) и (3.24) с учетом выражений для  $Q_1$  и  $Q_2$  можно получить

$$p'_n = \frac{S''_n}{S'_n + S''_n} (p_{\text{кпл}} + p_{\text{сл}}).$$

После подстановки полученного выражения для  $p'_n$  в формулу для  $Q_1$  с учетом того, что  $Q_1 = S'_n \frac{dm}{dt}$ , можно определить

$$S'_n \frac{dm}{dt} = \mu_3 \pi d_3 \Delta z_3 \sqrt{\frac{2 S''_n}{\rho (S'_n + S''_n)} \left( p_{\text{кпл}} - \frac{S''_n}{S'_n} p_{\text{сл}} \right)}.$$

Переходя в последнем выражении к малым приращениям параметров, определяют уравнение сервопоршня 16:

$$\frac{S'_n}{\mu_3 \pi d_3 \sqrt{\frac{2 S''_n}{\rho (S'_n + S''_n)} \left( p_{\text{кпл}} - \frac{S''_n}{S'_n} p_{\text{сл}} \right)}} \frac{d \Delta m}{dt} = \Delta z_3$$

или в безразмерных параметрах

$$T_4 \frac{d \delta m}{dt} = \delta z_3, \quad (3.25)$$

где

$$\delta m = \frac{\Delta m}{m_0}; \quad T_4 = \frac{m_0 S'_n}{(z_3)_0 \mu_3 \pi d_3 \sqrt{\frac{2 S''_n}{\rho (S'_n + S''_n)} \left( p_{\text{кпл}} - \frac{S''_n}{S'_n} p_{\text{сл}} \right)}}$$

— постоянная времени сервопоршня.

## Уравнение дроссельной иглы

Уравнение дроссельной иглы, связывающее массовый расход топлива с перемещением дроссельной иглы, определяется зависимостью

$$G_{\tau} = \mu_d S_d \sqrt{2 \rho (p_{\tau} - p_{\phi})},$$

где  $\mu_d$  — коэффициент расхода;  $S_d = S_d(m)$  — площадь проходного сечения;  $p_{\tau}$  — давление на входе в дроссельную иглу. Нелинейная расходная характеристика дроссельной иглы линеаризуется разложением в ряд Тейлора:

$$\delta G_{\tau} = \delta S_d - \frac{1}{2} \frac{(p_{\phi})_0}{[p_{\tau} - (p_{\phi})_0]} \delta p_{\phi}, \quad (3.26)$$

$$\text{где } \delta S_d = \frac{\Delta S_d}{(S_d)_0}.$$

Относительное приращение площади проходного сечения дроссельной иглы  $\delta S_d$  связано с относительным его перемещением зависимостью

$$\delta S_d = \left( \frac{d S_d}{d m} \right)_0 \frac{m}{(S_d)_0} \delta m. \quad (3.27)$$

Из совместного решения уравнений (3.26) и (3.27) можно определить линеаризованное уравнение дроссельной иглы:

$$\delta G_{\tau} - k_{10} \delta m - k_{11} \delta p_{\phi}, \quad (3.28)$$

$$\text{где } k_{10} = \left( \frac{d S_{\tau}}{d m} \right)_0 \frac{m_0}{(S_d)_0}; \quad k_{11} = \frac{(p_{\phi})_0}{2 [p_{\tau} - (p_{\phi})_0]}$$

коэффициенты передачи дроссельной иглы.

## Уравнение топливных форсунок

При выводе уравнения принимается допущение о том, что давление в камере сгорания постоянно. Расход топлива через форсунки определяется выражением

$$\delta G_{\tau} = \mu_{\phi} S_{\phi} \sqrt{2 \rho (p_{\phi} - p_{\kappa})},$$

где  $\mu_{\phi}$  — коэффициент расхода;  $S_{\phi}$  — суммарная площадь проходного сечения форсунок;  $p_{\kappa}$  — давление в камере сгорания. С учетом того, что  $p_{\kappa} = \text{const}$ ,  $S_{\phi} = \text{const}$  и  $\mu_{\phi} = \text{const}$ , проводится линеаризация расходной характеристики форсунок:

$$\delta G_{\tau} = k_{12} \delta p_{\phi}, \quad (3.29)$$

$$\text{где } k_{12} = \frac{(p_{\phi})_0}{2[(p_{\phi})_0 - p_{\kappa}]} \text{ — коэффициент передачи форсунок.}$$

Уравнения звеньев САР (3.4, (3.6), (3.8), (3.17), (3.22), (3.25), (3.28) и (3.29) сводятся в систему уравнений:

$$\begin{aligned}
 T_1 \frac{e^{\delta} \delta n}{dt} + \delta n &= \kappa_1 \delta G_T - \kappa_2 \delta M_n; \\
 \delta z &= \kappa_3 \delta n - \kappa_4 \delta \alpha_{\text{РУД}}; \\
 \delta z_1 &= \kappa_5 \delta z - \kappa_6 \delta z_2; \\
 T_2 \frac{d \delta z_2}{dt} + \delta z_2 &= \kappa_7 \delta z_1; \\
 T_3 \frac{d \delta z_3}{dt} + \delta z_3 &= \kappa_8 \delta z_2 + \kappa_9 \delta p_{\phi}; \\
 T_4 \frac{d \delta m}{dt} &= \delta z_3; \\
 \delta G_T - \kappa_{10} \delta m - \kappa_{11} \delta p_{\phi}; \\
 \delta G_T &= \kappa_{12} \delta p_{\phi}.
 \end{aligned} \tag{3.30}$$

Система уравнений (3.30) содержит 10 переменных ( $\delta n, \delta G_T, \delta m, \delta M_n, \delta z, \delta \alpha_{\text{РУД}}, \delta z_1, \delta z_2, \delta z_3, \delta p_{\phi}$ ), т. е. за исключением управляющего  $\delta \alpha_{\text{РУД}}$  и возмущающего  $\delta M_n$  воздействием число переменных равно числу уравнений. Система дифференциальных уравнений записывается в операторной форме:

$$\begin{aligned}
 (T_1 s + 1) \delta \tilde{n} &= \kappa_1 \delta G_T - \kappa_2 \delta \tilde{M}_n; \\
 \delta \tilde{z} &= \kappa_3 \delta \tilde{n} - \kappa_4 \delta \tilde{\alpha}_{\text{РУД}}; \\
 \delta z_1 &= \kappa_5 \delta \tilde{z} - \kappa_6 \delta \tilde{z}_2; \\
 (T_2 s + 1) \delta \tilde{z}_2 &= \kappa_7 \delta \tilde{z}_1; \\
 (T_3 s + 1) \delta \tilde{z}_3 &= \kappa_8 \delta \tilde{z}_2 + \kappa_9 \delta \tilde{p}_{\phi}; \\
 T_4 s \delta \tilde{m} &= \delta \tilde{z}_3; \\
 \delta \tilde{G}_T &= -\kappa_{10} \delta \tilde{m} - \kappa_{11} \delta \tilde{p}_{\phi}; \\
 \delta \tilde{G}_T &= \kappa_{12} \delta \tilde{p}_{\phi}.
 \end{aligned} \tag{3.31}$$

Для упрощения построения структурной схемы и определения передаточных функций САР из системы операторных уравнений (3.31) исключается параметр  $\delta \tilde{p}_{\phi}$  как входящий в протекание зависимости. С учетом этого система уравнений (3.31) приводится к форме, удобной для построения структурной схемы САР:

$$\begin{aligned}
 \delta \tilde{n} &= \frac{\kappa_1}{T_1 s + 1} \left( \delta G_T - \frac{\kappa_2}{\kappa_1} \delta M_n \right); \\
 \delta z &= \kappa_3 \delta \tilde{n} - \kappa_4 \delta \tilde{\alpha}_{\text{РУД}}; \\
 \delta \tilde{z}_1 &= \kappa_5 \delta \tilde{z} - \kappa_6 \delta \tilde{z}_2;
 \end{aligned} \tag{3.32}$$

$$\begin{aligned} \delta \tilde{z}_2 &= \frac{K_7}{T_2 s + 1} \delta \tilde{z}_1; \\ \delta \tilde{z}_3 &= \frac{K_8}{T_3 s + 1} \left( \delta z_2 + \frac{K_9}{K_8 K_{12}} \delta G_T \right); \\ \delta \tilde{m} &= \frac{1}{T_4 s} \delta \tilde{z}_3; \\ \delta G_T &= - \frac{K_{10}}{1 + \frac{K_{11}}{K_{12}}} \delta \tilde{m}. \end{aligned}$$

### 3.3. ПОСТРОЕНИЕ СТРУКТУРНОЙ СХЕМЫ И ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПЕРЕДАТОЧНЫХ ФУНКЦИЙ САР

Структурная схема САР (рис. 3.2), соответствующая системе преобразованных операторных уравнений (3.32), включает два контура с местной обратной связью (I и II) и контур с основной обратной связью по частоте вращения  $\delta \tilde{n}$ . По структурной схеме легко прослеживается взаимодействие звеньев в системе регулирования двигателя.

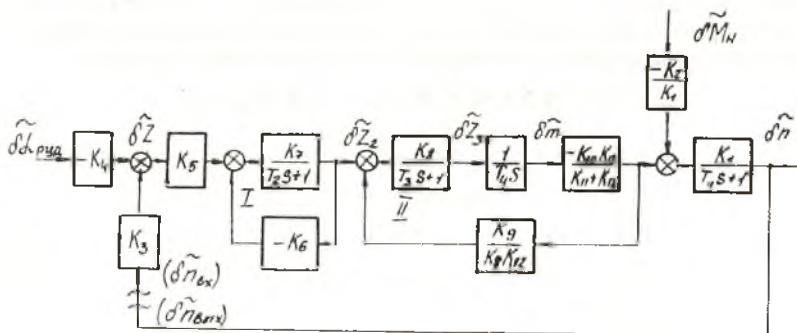


Рис. 3.2. Структурная схема САР частоты вращения ГТД

Для определения передаточной функции САР в разомкнутом состоянии в структурной схеме условно размыкается основная обратная связь и вводится входной  $\delta \tilde{n}_{\text{вх}}$  и выходной  $\delta \tilde{n}_{\text{вых}}$  параметры разомкнутой системы. Тогда передаточная функция разомкнутой САР определяется как отношение

$$W_{\text{раз}}(s) = - \frac{\delta \tilde{n}_{\text{вых}}}{\delta \tilde{n}_{\text{вх}}}.$$

При этом предполагается:  $\delta \alpha_{\text{руд}} = 0$ ,  $\delta \tilde{M}_{\text{н}} = 0$ .

Выражение для  $W_{\text{раз}}(s)$  определяется как произведение

$$W_{\text{раз}}(s) = - \frac{K_1 K_3 K_5}{T_1 s + 1} W_1(s) W_2(s), \quad (3.33)$$



где

$$W_1(s) = \frac{K_7}{T_2 s + 1 + K_6 K_7};$$

$$W_2(s) = \frac{K_8 K_{10} K_{12}}{(K_{11} + K_{12}) \left[ (T_3 s + 1) T_4 s + \frac{K_9 K_{10}}{T_{11} + K_{12}} \right]}$$

— передаточные функции I и II контуров САР с местными обратными связями (см. рис. 3.2).

В результате подстановки формул для  $W_1(s)$ ,  $W_2(s)$  в выражение (3.33) и преобразования можно получить

$$W_{\text{раз}}(s) = \frac{d_0}{c_0 s^4 + c_1 s^3 + c_2 s^2 + c_3 s + c_4}, \quad (3.34)$$

где

$$d_0 = \frac{K_1 K_3 K_5 K_7 K_8 K_{10} K_{12}}{K_{11} + K_{12}};$$

$$c_0 = T_1 T_2 T_3 T_4;$$

$$c_1 = T_1 T_2 T_4 + [T_2 + T_1 (1 + K_6 K_7)] T_3 T_4;$$

$$c_2 = \frac{K_9 K_{10}}{K_{11} + K_{12}} T_1 T_2 + (1 + K_6 K_7) T_3 T_4 + [T_2 + T_1 (1 + K_6 K_7)] T_4;$$

$$c_3 = \frac{K_9 K_{10}}{K_{11} + K_{12}} [T_2 + T_1 (1 + K_6 K_7)] + (1 + K_6 K_7) T_4;$$

$$c_4 = \frac{K_9 K_{10} (1 + K_6 K_7)}{K_{11} + K_{12}}.$$

Передаточная функция замкнутой САР по управляющему воздействию  $\delta \tilde{\alpha}_{\text{РУД}}$  (при  $\delta \tilde{M}_n = 0$ ) определяется по формуле

$$W_{\text{зам}}(s) = \frac{\delta \tilde{n}}{\delta \tilde{\alpha}_{\text{РУД}}} = \frac{K_1 K_4 K_5 W_1(s) W_2(s)}{(T_1 s + 1) \left[ 1 + \frac{K_1 K_3 K_5 W_1(s) W_2(s)}{T_1 s + 1} \right]}.$$

После подстановки выражений для  $W_1(s)$ ,  $W_2(s)$  и преобразований можно определить:

$$W_{\text{зам}}(s) = \frac{b_0}{a_0 s^4 + a_1 s^3 + a_2 s^2 + a_3 s + a_4}, \quad (3.35)$$

где

$$b_0 = \frac{K_1 K_4 K_5 K_7 K_8 K_{10} K_{12}}{K_{11} + K_{12}};$$

$$a_0 = c_0; \quad a_1 = c_1; \quad a_2 = c_2; \quad a_3 = c_3;$$

$$a_4 = \frac{1}{T_{11} + K_{12}} [K_1 K_3 K_5 K_7 K_8 K_{10} K_{12} K_9 K_{10} (1 + K_6 K_7)].$$

Передаточная функция замкнутой САР по возмущающему воздействию  $\delta \tilde{M}_n$  (при  $\delta \tilde{\alpha}_{\text{РУД}} = 0$ ) определяется по формуле

$$F(s) = \frac{\delta \tilde{n}}{\delta \tilde{M}_n} = \frac{-K_2}{(T_1 s + 1) \left[ 1 + \frac{K_1 K_3 K_5 W_1(s) W_2(s)}{T_1 s + 1} \right]}.$$

В результате подстановки выражений для  $W_1(s)$ ,  $W_2(s)$  и преобразований можно получить

$$F(s) = \frac{f_0 s^3 + f_1 s^2 + f_2 s + f_3}{a_0 s^4 + a_1 s^3 + a_2 s^2 + a_3 s + a_4}, \quad (3.36)$$

где

$$f_0 = \kappa_2 T_2 T_3 T_4;$$

$$f_1 = \kappa_2 [(1 + \kappa_6 \kappa_7) T_3 T_4 + T_2 T_4];$$

$$f_2 = \kappa_2 [(1 + \kappa_6 \kappa_7) T_4 + \frac{\kappa_9 \kappa_{10}}{\kappa_{11} + \kappa_{12}} T_2];$$

$$f_3 = \frac{\kappa_2 \kappa_9 \kappa_{10} (1 + \kappa_6 \kappa_7)}{\kappa_{11} + \kappa_{12}};$$

$a_0$ ;  $a_1$ ;  $a_2$ ;  $a_3$ ;  $a_4$  — совпадают с соответствующими значениями коэффициентов знаменателя передаточной функции  $W_{зам}(s)$ .

Собственные операторы разомкнутой и замкнутой САР имеют вид:

$$D_{раз}(s) = c_0 s^4 + c_1 s^3 + c_2 s^2 + c_3 s + c_4; \quad (3.37)$$

$$D_{зам}(s) = a_0 s^4 + a_1 s^3 + a_2 s^2 + a_3 s + a_4. \quad (3.38)$$

#### 3.4. АНАЛИЗ УСТОЙЧИВОСТИ САР

Вначале строится  $D$ -разбиение в плоскости заданного параметра [2, 3, 4). Пусть таким параметром является коэффициент усиления  $\kappa_8$ , который входит в выражение для  $a_4$  собственного оператора (3.38). Величины остальных коэффициентов считаются заданными. Решается уравнение  $D_{зам}(s) = 0$  или

$$a_0 s^4 + a_1 s^3 + a_2 s^2 + a_3 s + \frac{1}{\kappa_{11} + \kappa_{12}} [\kappa_1 \kappa_3 \kappa_5 \kappa_7 \kappa_8 \kappa_{10} \kappa_{12} + \kappa_9 \kappa_{10} (1 + \kappa_6 \kappa_7)] = 0$$

относительно коэффициента  $\kappa_8$ :

$$\kappa_8 = - \frac{\kappa_{11} + \kappa_{12}}{\kappa_1 \kappa_3 \kappa_5 \kappa_7 \kappa_{10} \kappa_{12}} \left[ a_0 s^4 + a_1 s^3 + a_2 s^2 + a_3 s + \frac{\kappa_9 \kappa_{10} (1 + \kappa_6 \kappa_7)}{\kappa_{11} + \kappa_{12}} \right].$$

Выражение для  $\kappa_8$  приводится к стандартной (для введения в микроЭВМ) форме:

$$\kappa_8 = \frac{\beta_0 s^4 + \beta_1 s^3 + \beta_2 s^2 + \beta_3 s + \beta_4}{\alpha_0}, \quad (3.39)$$

где  $\beta_0 = a_0$ ;  $\beta_1 = a_1$ ;  $\beta_2 = a_2$ ;  $\beta_3 = a_3$ ;

$$\beta_4 = \frac{\kappa_9 \kappa_{10} (1 + \kappa_6 \kappa_7)}{\kappa_{11} + \kappa_{12}}; \quad \alpha_0 = \frac{\kappa_1 \kappa_3 \kappa_5 \kappa_7 \kappa_{10} \kappa_{12}}{\kappa_{11} + \kappa_{12}}.$$

В выражение для коэффициентов уравнения (3.39) подставляются численные значения параметров САР:  $\kappa_1 = 1$ ;  $\kappa_2 = i$ ;

$k_3 = 2$ ;  $k_4 = 1$ ;  $k_5 = 0,5$ ;  $k_6 = 0,7$ ;  $k_7 = 1$ ;  $k_9 = 0,6$ ;  $k_{10} = 1$ ;  $k_{11} = 1$ ;  $k_{12} = 1$ ;  $T_1 = 1$  с;  $T_2 = 0,1$  с;  $T_3 = 0,2$  с;  $T_4 = 0,1$  с (исходные данные: см. табл. приложения 2, группа 2, вариант 3). После подстановки численных значений получают:  $\beta_0 = 0,002$ ;  $\beta_1 = 0,046$ ;  $\beta_2 = 0,244$ ;  $\beta_3 = 0,71$ ;  $\beta_4 = 0,48$ ;  $\alpha_0 = -0,5$ .

Воспользовавшись программой RADIS (см. разд. 2), определяют действительную и мнимую составляющие частотной функции  $k_8$  для ряда значений частот. Наибольшую частоту колебаний принимают  $\omega_{\text{нб}} \approx \frac{10}{T_{\text{max}}} \approx 10 \text{ с}^{-1}$ . Шаг по частоте принимают равным  $0,5 \text{ с}^{-1}$ . В результате расчета и построения получают кривую  $D$ -разбиения для положительных значений частот

(рис. 3.3). Зеркальным отображением кривой относительно действительной оси дополняют кривую  $D$ -разбиения для отрицательных частот колебаний. Кривая  $D$ -разбиения заштриховывается с левой стороны по мере возрастания частоты колебаний  $\omega$ . Воспользовавшись правилом подсчета корней характеристического уравнения для каждой из выделенных областей  $D$ -разбиения определяют область  $I$ , соответствующую наибольшему числу корней с отрицательной вещественной частью, т. е. более вероятную область устойчивости САР.

Для проверки устойчивости САР в области  $I$  задаются величиной  $\text{Re } k_8$ , взятой из этой области, например  $\text{Re } k_8 = 1$ , и записывают характеристический полином или собственный оператор замкнутой САР в форме (3.38) с числовыми значениями коэффициентов:

$$D_{\text{зам}}(s) = 0,002 s^4 + 0,046 s^3 + 0,244 s^2 + 0,71 s + 1,01.$$

Для проверки устойчивости САР по критерию Рауса—Гурвица составляется квадратная матрица Гурвица из коэффициентов  $a_0 \dots a_n$ :

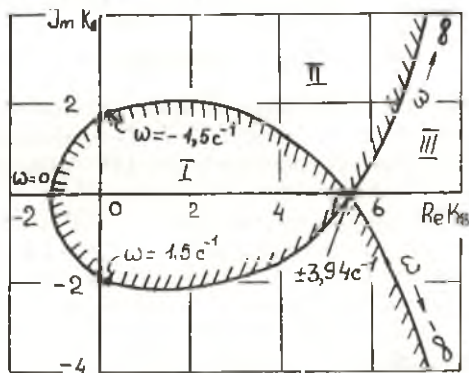


Рис. 3.3.  $D$  — разбиение в плоскости коэффициента усиления  $k_8$ :  $I$  — область устойчивой работы;  $II, III$  — области неустойчивой работы САР

$$\Delta = \begin{vmatrix} 0,046 & 0,71 & 0 & 0 \\ 0,002 & 0,244 & 1,01 & 0 \\ 0 & 0,046 & 0,71 & 0 \\ 0 & 0,002 & 2,244 & 1,01 \end{vmatrix}$$

При  $a_0 = 0,002 > 0$  анализируются знаки диагональных миноров:

$$\Delta_1 = 0,046 > 0;$$

$$\Delta_2 = 0,046 \cdot 0,244 - 0,002 \cdot 0,71 = 0,11 > 0;$$

$$\Delta_3 = 0,046 (0,244 \cdot 0,71 - 0,046 \cdot 1,01) - 0,002 (0,71 \cdot 0,71 - 0 \cdot 0,046) = 0,0048 > 0;$$

$$\Delta_4 = \Delta_3 \cdot 1,01 = 0,004848 > 0.$$

Все диагональные миноры положительны, следовательно САР устойчива и область  $D$ -разбегания (см. рис. 3.3) является областью устойчивости САР. Максимальное допустимое значение коэффициента  $k_8$  равно 5,58.

Проверка устойчивости САР по одному из критериев является достаточной, однако для овладения навыками оценки устойчивости САР по другим критериям анализируется устойчивость системы по частотным критериям Михайлова и Найквиста.

Оценка устойчивости замкнутой САР по критерию Михайлова производится построением годографа Михайлова по собственному оператору САР (3.38) с соответствующими числовыми значениями коэффициентов  $a_0 \dots a_4$ . Наибольшую частоту  $\omega_{нб}$  и шаг по частоте  $\Delta \omega$  выбирают равными  $\omega_{нб}$  и  $\Delta \omega$ , принятым при построении  $D$ -разбегания. В результате расчета и построения на комплексной плоскости получают годограф Михайлова (рис. 3.4), который охватывает в положительном направлении четыре квадранта, следовательно, замкнутая САР с характеристическим полиномом четвертого порядка устойчива.

Для проверки устойчивости по критерию Найквиста анализируется АФЧХ разомкнутой системы. Передаточная функция разомкнутой САР (3.34) при принятых значениях коэффициентов имеет вид

$$W_{раз}(s) = \frac{0,5}{0,002 s^4 + 0,046 s^3 + 0,244 s^2 + 0,71 s + 0,51}. \quad (3.40)$$

Вначале определяется устойчивость разомкнутой системы. Для этого используется собственный оператор (3.37) разомкнутой САР с числовыми значениями коэффициентов:

$$D_{раз}(s) = 0,002 s^4 + 0,046 s^3 + 0,244 s^2 + 0,71 s + 0,51.$$

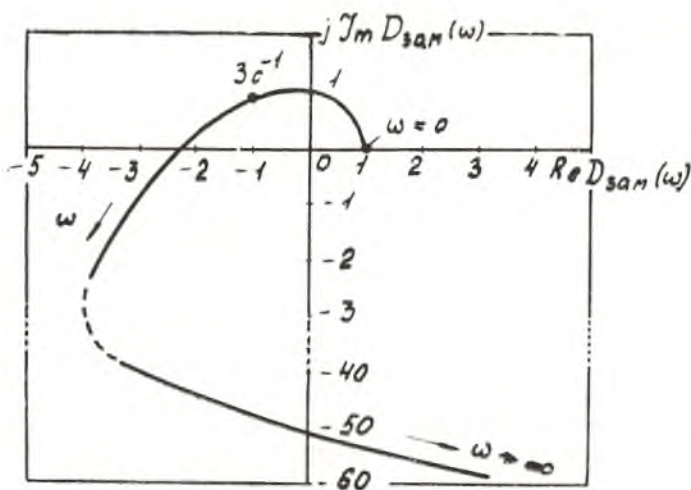


Рис. 3.4. Годограф Михайлова замкнутой САР частоты вращения ГТД с характеристическим уравнением четвертого порядка

Используя критерий Рауса—Гурвица, можно показать, что разомкнутая система устойчива. Затем, воспользовавшись программой RADIS, рассчитывается по выражению (3.40) и строится АФЧХ разомкнутой САР. Из представленного на рис. 3.5 графика следует, что АФЧХ разомкнутой САР не охватывает точку с координатой  $(-1; j0)$ . следовательно, замкнутая САР будет устойчива.

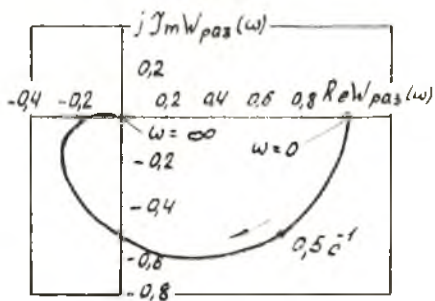


Рис. 3.5. Амплитудно-фазочастотная характеристика разомкнутой САР частоты вращения ГТД

### 3.5. ОЦЕНКА КАЧЕСТВА РЕГУЛИРОВАНИЯ САР

Качество регулирования САР определяется по показателям качества переходного процесса при ступенчатом управляющем и возмущающем воздействиях. Переходные характеристики рассчитываются по алгоритму и программе RADIS (см. разд. 2).

При заданных исходных данных передаточные функции замкнутой САР при управляющем и возмущающем воздействиях соответственно имеют вид:

$$W_{\text{зам}}(s) = \frac{0,195 k_8}{(0,002 s^4 + 0,046 s^3 + 0,244 s^2 + 0,71 s + 0,51 + 0,5 k_8)};$$

$$F(s) = \frac{-0,002 s^3 - 0,042 s^2 - 0,19 s - 0,51}{0,002 s^4 + 0,046 s^3 + 0,244 s^2 + 0,71 s + 0,51 + 0,5 k_8}. \quad (3.41)$$

Задаваясь тремя значениями коэффициента  $k_8$  из области устойчивости  $D$ -разбиения (см. рис. 3.3), например,  $k_8 = 0,5$ ; 1; 2, определяют переходные характеристики при ступенчатом управляющем  $\delta \alpha_{\text{руд}} = 1(t)$  и ступенчатом возмущающем  $\delta M_{\text{ш}} = 1(t)$  воздействиях. Переходные характеристики рассчитываются по выражениям (3.41) с использованием программы RADIS (рис. 3.6, 3.7). Шаг интегрирования принимают равным  $\Delta \tau = 0,5 \cdot T_{\text{мин}} = 0,05$  с, время интегрирования  $\tau_{\text{инт}} = 5 T_{\text{мах}} = 5$  с, а шаг выдачи результатов на печать —  $\Delta \tau_{\text{печ}} = 0,25$  с.

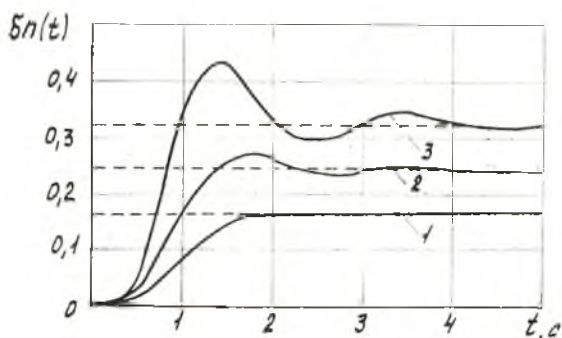


Рис. 3.6. Переходные характеристики САР частоты вращения ГТД при ступенчатом управляющем воздействии  $\delta \alpha_{\text{руд}} = 1(t)$  и различных значениях коэффициента  $k_8$ : 1 —  $k_8 = 0,5$ ; 2 —  $k_8 = 1,0$ ; 3 —  $k_8 = 2$

Из анализа графических зависимостей (см. рис. 3.6, 3.7) следует, что увеличение коэффициента усиления звена в прямой цепи регулирования САР приводит к колебательному переходному процессу и в тоже время к снижению статической погрешности поддержания заданной частоты вращения. Изменяя коэффициент  $k_8$ , можно добиться приемлемых показателей качества регулирования. Для реальных САР частоты вращения ГТД коэффициент усиления  $k_8 = 0,5 \dots 1$ . Так, например, при  $k_8 = 1$  будут следующие показатели качества регулирования:

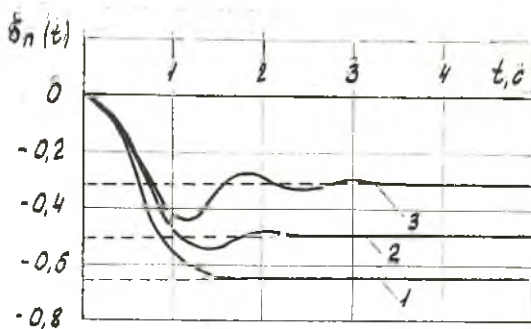


Рис. 3.7. Переходные характеристики САР частоты вращения ГТД при ступенчатом возмущающем воздействии  $\delta M_{II} = 1(t)$  и различных значениях коэффициента  $K_8$ : 1— $K_8=0,5$ ; 2— $K_8=1$ ; 3— $K_8=2$

При управляющем воздействии:

$\sigma_{\max}^{\text{упр}} = 7,5\%$  — максимальное перерегулирование;

$\tau_{\text{рег}} = 2,1 \text{ с}$  — время регулирования (при допуске  $\pm 5\%$  от  $\delta n_{\text{уст}}$ );

$N = 1$  — число колебаний за время переходного процесса;

$\omega_c \approx 2,1 \text{ с}^{-1}$  — угловая частота собственных колебаний;

При возмущающем воздействии:

$\delta n_{\max}^{\text{возм}} = 0,53$  — максимальное относительное отклонение частоты вращения ГТД при относительном возмущении  $\delta M_{II} = 1$ ;

$\delta n_{\text{ст}} = -0,505$  — статическая ошибка регулирования САР при  $\delta M_{II} = 1$ ;

$N = 1$  — число колебаний за время переходного процесса;

$\omega_c \approx 2,1 \text{ с}^{-1}$  — угловая частота собственных колебаний;

Указанные показатели качества регулирования получены в результате обработки табличных данных по переходным характеристикам САР.

## БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Системы автоматического регулирования энергетических установок: Методические указания к выполнению курсовой работы по теории автоматического регулирования / Под ред. В. П. Шорина. Куйбышев: КуАИ, 1986. — 44 с.

2. Бесекиерский В. А., Попов Е. П. Теория системы автоматического регулирования. — М.: Наука, 1975. — 768 с.

3. *Иващенко Н. Н.* Автоматическое регулирование. — М.: Машиностроение, 1978. — 736 с.
4. *Попов Е. П.* Теория линейных систем автоматического регулирования и управления. — М.: Наука, 1978. — 256 с.
5. *Пичугин Д. Ф.* Оформление студентами текстовых документов при выполнении самостоятельной работы / Под ред. *А. И. Белоусова*. — Куйбышев: КуАИ, 1985. — 24 с.
6. *Бахвалов Н. С.* Численные методы (анализ, алгебра, обыкновенные дифференциальные уравнения). — М.: Наука, 1975. — 632 с.
7. *Черкасов Б. А.* Автоматика и регулирование воздушно-реактивных двигателей. — М.: Машиностроение, 1974. — 376 с.
8. *Шевяков А. А.* Автоматика авиационных и ракетных силовых установок. — М.: Машиностроение, 1970. — 660 с.
9. *Добрынин А. Н.* Проектирование систем автоматического регулирования авиационных двигателей. — Куйбышев: КуАИ, 1974. — 129 с.
10. *Попов Д. Н.* Динамика и регулирование гидро- и пневмосистем. — М.: Машиностроение, 1977. — 424 с.
11. Автоматика двигателей летательных аппаратов: Учебное пособие / Под ред. *В. П. Шорина*. Куйбышев: КуАИ, 1978. — 68 с.



```

1. REM ПРОГРАММА RADIS
2. GOTO
3. N1 = N: IF N < M THEN N = M
4. DIM A(N+1), B(N+1): N = N+1: RETURN
5. COM X(N+1), X1(N+1), Y1(N+1), W(N+1), Z(N+1), R(7), A1(6)
6. RETURN
7. DIM Y(2*I+1)
8. RETURN
9. PRINT "ВВЕДИТЕ ПОРЯДОК ЗНАМЕНАТЕЛЯ"
10. INPUT " " N
11. INPUT "ВВЕДИТЕ ПОРЯДОК ЧИСЛИТЕЛЯ" M
12. GOSUB 3
13. PRINT "ВВОДИТЕ КОЭФФИЦИЕНТЫ ЗНАМЕНАТЕЛЯ,
    НАЧННАЯ СО СТАРШЕЙ СТЕПЕНИ ПОЛИНОМА"
14. FOR I=0 TO N
15. INPUT " " A(I)
16. NEXT I
17. PRINT "ВВОДИТЕ КОЭФФИЦИЕНТЫ ЧИСЛИТЕЛЯ,
    НАЧННАЯ СО СТАРШЕЙ СТЕПЕНИ ПОЛИНОМА"
18. FOR I=0 TO M
19. INPUT " " B(I)
20. NEXT I
21. GOSUB 5
22. X(0) = X1(0) - B(M)/A(N)
23. FOR K=1 TO N-M-1: X(K) = X1(K): NEXT K
24. L = 0
25. FOR K=N-M TO N-1
26. ON 100+L*2
27. L = L+1
28. R(L) = X(K) - X1(K)

```

```

29. NEXT K
30. GOTO 35
31. X(K) = X1(K) + B(0)/A(0) : GOTO 27
32. X(K) = X1(K) + (B(1) - A(1) * R(1))/A(0) : GOTO 27
33. X(K) = X1(K) + (B(2) - A(2) * R(1) - A(1) * R(2))/A(0) : GOTO 27
34. X(K) = X1(K) + (B(3) - A(3) * R(1) - A(2) * R(2) - A(1) * R(3))/A(0) : GOTO 27
35. X(K) = X1(K) + (B(4) - A(4) * R(1) - A(3) * R(2) - A(2) * R(3) - A(1) * R(4))/A(0) : GOTO 27
36. REM ИНТЕГРИРОВАНИЕ НА ОДНОМ ШАГЕ
37. I = 1
38. H = .1
39. INPUT "ЗАДАЙТЕ ВРЕМЯ ИНТЕГРИРОВАНИЯ" T2
40. A1(1) = H/2 : A1(2) = H/2 : A1(5) = H/2 : A1(3) = H : A1(4) = H
41. INPUT "ЗАДАЙТЕ ТРЕБУЕМОЕ КОЛИЧЕСТВО ТОЧЕК ГРАФИКА
    ИЛИ ТАБЛИЦЫ" I1
42. H2 = T2 / I1
43. J1 = 32
44. L1 = H2 / H
45. IF L1 - INT(L1) > .5 THEN L1 = INT(L1) + 1 : GOTO 47
46. L1 = INT(L1)
47. H2 = H * L1
48. I1 = T2 / H2 + 1
49. GOSUB 7
50. FOR K=0 TO N-1 : Y1(K) = X(K) : W(K) = X(K) : NEXT K
51. Y(0) = 0
52. T1 = 0
53. FOR T=0 TO T2 STEP H
54. FOR J=1 TO 4
55. GOSUB 137
56. FOR K=0 TO N-1
57. Y1(K) = Y1(K) + Z(K) * A1(J+1) / 3
58. W(K) = X(K) + Z(K) * A1(J)
59. NEXT K
60. NEXT J
61. T3 = T + H

```

```

95. PRINT "3-АНАЛИЗ УСТОЙЧИВОСТИ САР ПО КРИТЕРИЮ НАЙКВИСТА":
    "4-ПОСТРОЕНИЕ ПЕРЕХОДНОЙ ФУНКЦИИ"
96. PRINT: INPUT "ПРИГЛАШАЮ К РАБОТЕ!" U
97. ON 400+20*U
98. PRINT "ПОСТРОЕНИЕ D-РАЗБИЕНИЯ"
99. PRINT
100. PRINT "ИСХОДНЫЕ ДАННЫЕ ПРЕДСТАВЛЯЮТСЯ В ВИДЕ  $T = \frac{B(S)}{A(S)}$ "
101. PRINT
102. PRINT "ВВЕДИТЕ ПОРЯДОК ЧИСЛИТЕЛЯ": INPUT " M
103. INPUT "ВВЕДИТЕ ПОРЯДОК ЗНАМЕНАТЕЛЯ" N: GOSUB 3
104. PRINT "ВВОД КОЭФФИЦИЕНТОВ ЧИСЛИТЕЛЯ НАЧИНАЙТЕ
    СО СТАРШЕЙ СТЕПЕНИ ПОЛИНОМА"
105. FOR I=0 TO M
106. INPUT " " B(I)
107. NEXT I
108. PRINT "ВВОД КОЭФФИЦИЕНТОВ ЗНАМЕНАТЕЛЯ НАЧИНАЙТЕ
    СО СТАРШЕЙ СТЕПЕНИ ПОЛИНОМА"
109. FOR I=0 TO N
110. INPUT " " A(I)
111. NEXT I
112. GOTO 145
113. PRINT "ОЦЕНКА УСТОЙЧИВОСТИ САР ПО КРИТЕРИЮ
    МИХАЙЛОВА"
114. PRINT "ИСХОДНЫЕ ДАННЫЕ ПРЕДСТАВЛЯЮТСЯ
    ХАРАКТЕРИСТИЧЕСКИМ ПОЛИНОМОМ D(S)"
115. INPUT "ВВЕДИТЕ ПОРЯДОК ПОЛИНОМА" N: GOSUB 3
116. PRINT "ВВОДИТЕ КОЭФФИЦИЕНТЫ, НАЧИНАЯ СО СТАРШЕЙ
    СТЕПЕНИ ПОЛИНОМА"
117. FOR I=0 TO N
118. INPUT " " A(I)
119. NEXT I
120. GOTO 145
121. PRINT "ОЦЕНКА УСТОЙЧИВОСТИ САР ПО КРИТЕРИЮ
    НАЙКВИСТА"

```

Продолжение прил. 1.

```
122. PRINT
123. PRINT "ИСХОДНЫЕ ДАННЫЕ ПРЕДСТАВЛЯЮТСЯ В ВИДЕ  $W(S) = \frac{K(S)}{D(S)}$ "
124. PRINT
125. INPUT "ВВЕДИТЕ ПОРЯДОК ЧИСЛИТЕЛЯ" M
126. INPUT "ВВЕДИТЕ ПОРЯДОК ЗНАМЕНАТЕЛЯ" N: COSUB 3
127. PRINT "ВВОДИТЕ КОЭФФИЦИЕНТЫ ЧИСЛИТЕЛЯ, НАЧИНАЯ СО
    СТАРШЕЙ СТЕПЕНИ ПОЛИНОМА"
128. FOR I = 0 TO M
129. INPUT " " B(I)
130. NEXT I
131. PRINT "ВВЕДИТЕ КОЭФФИЦИЕНТЫ ЗНАМЕНАТЕЛЯ, НАЧИНАЯ СО
    СТАРШЕЙ СТЕПЕНИ ПОЛИНОМА"
132. FOR I = 0 TO N
133. INPUT " " A(I)
134. NEXT I
135. GOTO 145
136. GOTO 10
137. REM ЗАДАНИЕ
138. Z(N-1) = A(1) * W(N-1)
139. FOR J2 = 0 TO N-2
140. Z(J2) = W(J2+1)
141. Z(N-1) = Z(N-1) + A(N-J2) * W(J2)
142. NEXT J2
143. Z(N-1) = -Z(N-1) / A(0)
144. RETURN
145. REM ЧАСТОТНЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ
146. H1 = 32
147. PRINT "ЗАДАЙТЕ ГРАНИЧНОЕ ЗНАЧЕНИЕ ЧАСТОТЫ И ШАГ ПО
    ЧАСТОТЕ": INPUT W2, H1
148. J2 = 0
149. U = W2 / H1 + 1
150. E = 0
151. COM R1(U), R2(U), R3(U), I1(U), I2(U), I3(U), F2(U), F3(U),
    M2(U), M3(U), D(U).
```

Продолжение прил. I.

```
152. COM Q(U), S(U), C(10)
153. FOR W=H1 TO W2 STEP H1
154. L=N
155. FOR K=0 TO L: C(K)=A(K): NEXT K
156. GOSUB 189
157. R2(J2)=R: I2(J2)=I
158. M2(J2)=SQR(R^2+I^2): F2(J2)=ACS(R/M2(J2))
159. IF U=2 THEN 189
160. L=M
161. FOR K=0 TO L: C(K)=B(K): NEXT K
162. GOSUB 189
163. R1(J2)=R: I1(J2)=I
164. T=R2(J2)^2+I2(J2)^2
165. R3(J2)=(R2(J2)*R1(J2)+I2(J2)*I1(J2))/T
166. I3(J2)=(R2(J2)*I1(J2)-R1(J2)*I2(J2))/T
167. M3(J2)=SQR(R3(J2)^2+I3(J2)^2)
168. F3(J2)=ATN(I3(J2)/R3(J2))
169. J2=J2+1
170. NEXT W
171. U=0
172. FOR W=H1 TO W2 STEP H1
173. IF U=2 THEN 178
174. PRINT TAB(0); '2.2.'W; F1.4; TAB(10); R3(U); F1.4; TAB(25);
      I3(U); F1.4; TAB(40); M3(U); F1.4; TAB(60); F3(U)
175. U=U+1
176. NEXT W
177. PRINT *0: GOTO 180
178. PRINT TAB(0); '2.2.'W; F1.4; TAB(10); R2(U); F1.4; TAB(25); I2(U);
      F1.4; TAB(40); M2(U); F1.4; TAB(60); F2(U)
179. GOTO 175
180. IF E=1 THEN 186
181. INPUT "ПЕЧАТАТЬ ТАБЛИЦУ НА ПЛУ? ДА -1, НЕТ -0" E
182. IF E=0 THEN 185
183. PRINT *1: GOSUB 243
```

Продолжение прил. 1.

```
184. GOTO 114
185. INPUT 'ЗАКОНЧИМ РАБОТУ ПО ЭТОМУ ВАРИАНТУ? ДА-1, НЕТ-0' Y9
186. IF Y9=1 THEN RUN
187. CLEAR C: GOTO 147
188. RUN
189. REM КОМПЛЕКС
190. R=0: I=0
191. FOR K=0 TO L/2
192. IF INT(K/2) - K/2 = 0 THEN Q=1: GOTO 164
193. Q=-1
194. R=R+Q*C(L-2*K)*W^(2*K)
195. IF K<L/2 THEN I=I+Q*C(L-2*K-1)*W^(2*K+1)
196. NEXT K
197. RETURN
198. IF U < > 2 THEN 202
199. J1=32
200. FOR K=0 TO U: D(K)=R2(K): S(K)=I2(K): NEXT K
201. GOTO 203
202. FOR K=0 TO U: D(K)=R3(K): S(K)=I3(K): NEXT K
203. FOR K=0 TO U
204. IF ABS(S(K)*J1) > 40 THEN J1=J1/2: GOTO 203
205. NEXT K
206. N1=U-1
207. FOR K=0 TO N1
208. IF D(K) > D(K+1) THEN 212
209. NEXT K
210. N1=N1-1: IF N1 < 0 THEN 214
211. GOTO 207
212. Q=D(K): J=S(K): D(K)=D(K+1): S(K)=S(K+1)
213. D(K+1)=Q: S(K+1)=J: GOTO 203
214. H5=.5: H6=.1
215. P5=ABS(D(0)/H5): P6=P5-INT(P5): P5=INT(P5*H5/H6)
216. K=0: P6=0
217. FOR Y=D(0) TO D(U) STEP H6
```

```

218. IF ABS (Y-D(K)) < H6 THEN 229
219. PRINT "Y < D"
220. IF P6 = P5 THEN 226
221. PRINT "P6 > P5"
222. IF P6 = P5 THEN 227
223. PRINT "P6 > P5"
224. P6 = P6 + 1
225. PRINT TAB 40 "I"
226. GOTO 232
227. PRINT TAB 38 "2.2! Y"
228. P6 = 1: GOTO 233
229. PRINT TAB 38 "2.2! D(K) TAB (S(K)*J1+40) "z"
230. IF P6 = 5 THEN P6 = 1: GOTO 232
231. P6 = P6 + 1
232. K = K + 1
233. NEXT Y
234. INPUT "ВЫВОДИТЬ ГРАФИК НА ТПУ? ДА-1, НЕТ-0" O2
235. IF O2 = 0 THEN RUN
236. PRINT #1: GOTO 216
237. PRINT "ПОСТРОЕНИЕ ПЕРЕХОДНОЙ ФУНКЦИИ W(S)"
238. FOR I = 0 TO N: PRINT "A("1.0! I") = "F1.4! A(I), : NEXT I
239. PRINT
240. FOR I = 0 TO M: PRINT "B("1.0! I") = "F1.4! B(I), : NEXT I
241. PRINT
242. RETURN
243. ON 1100 + 20 * U
244. PRINT "ПОСТРОЕНИЕ D-РАЗВЕТВЕНИЯ"
245. GOSUB 238
246. PRINT TAB (2) "W"; TAB (10) "RE(D)"; TAB (25) "IM(D)";
    TAB 40 "IDI"; TAB 60 "ARG(D)"
247. RETURN
248. PRINT "ПОСТРОЕНИЕ ГОДОГРАФА МИХАЙЛОВА"
249. FOR J2 = 0 TO N: PRINT "A("1.0! J2") = "F1.4! A(J2), :
    NEXT J2

```

Продолжение прил. 1.

250. PRINT

251. GOSUB 246

252. RETURN

253. PRINT "ПОСТРОЕНИЕ ГОДОГРАФА НАЙКВИСТА"

254. GOSUB 245

255. RETURN



$$T_1 \frac{d\delta n}{dt} + \delta n = K_1 \delta G_T - K_2 \delta M_H - \text{объект регулирования};$$

$$\delta Z = K_3 \delta n - K_4 \delta \alpha_{pud} - \text{чувствительный элемент};$$

$$\delta Z_1 = K_5 \delta Z - K_6 \delta Z_2 - \text{горизонтальный рычаг};$$

$$T_2 \frac{d\delta Z_2}{dt} + \delta Z_2 = K_7 \delta Z_1 - \text{сервопоршень чувствительного элемента};$$

$$T_3 \frac{d\delta Z_3}{dt} + \delta Z_3 = K_8 \delta Z_2 + K_9 \delta P_{ф0} - \text{затяжка сервомотора};$$

$$T_4 \frac{d\delta m}{dt} = \delta Z_3 - \text{сервомотор};$$

$$\delta G_T = -K_{10} \delta m - K_{11} \delta P_{ф} - \text{дозирующая игла};$$

$$\delta G_T = K_{12} \delta P_{ф} - \text{топливные форсунки}.$$

Исходные данные для расчета

Коэффициенты по группам									
Номер группы	1	2	3	4	5				
$T_1, c$	1,0	1,0	2,0	1,5	2,5				
$K_1$	0,5	1,0	0,7	0,6	1,2				
Коэффициенты по вариантам									
Вариант	$K_5$	$K_6$	$K_7$	$K_8$	$T_2, c$	$T_4, c$	воздей- ствие	D-раз- бные	Критерии устойчивости
1	0,2	0,8	1,0	0,5	0,10	-	$\delta \alpha_{pud}$	$T_4, c$	P-Г; M
2	-	0,6	1,2	1,0	0,15	0,05	$\delta M_H$	$K_5$	P-Г; H
3	0,5	0,7	1,0	-	0,10	0,10	$\delta \alpha_{pud}$	$K_6$	P-Г; M
4	0,4	0,6	-	0,8	0,15	0,15	$\delta M_H$	$K_7$	P-Г; H
5	-	0,8	1,0	0,5	0,05	0,2	$\delta \alpha_{pud}$	$K_5$	P-Г; M
Постоянные коэффициенты: $K_2 = 1; K_3 = 2;$ $K_4 = 1; K_9 = 0,6; K_{10} = 1; K_{11} = 1; K_{12} = 1; T_3 = 0,2c.$									

Св. план, 1986, поз. 87

*Асгат Гатиятович Гиладисов*

ДИНАМИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ СИСТЕМ  
АВТОМАТИЧЕСКОГО РЕГУЛИРОВАНИЯ

Редактор Т. К. Крестниина  
Техн. редактор Н. М. Калешюк  
Корректор Т. И. Папкина

Сдано в набор 20.06.86 г. ЕО 00271.  
Подписано в печать 20.08.86 г.  
Бумага оберточная. Гарнитура литературная.  
Усл. п. л. 3,48. Уч.-изд. л. 3,5. Т. 600 экз.  
Заказ 692. Цена 10 к.

Куйбышевский ордена Трудового Красного Знамени  
авиационный институт имени академика С. П. Королёва,  
г. Куйбышев, ул. Молодогвардейская, 151.

---

Типография ЭОЗ КуАИ, г. Куйбышев, ул. Ульяновская, 18.