

# МОДЕЛЬ ОПТИМИЗАЦИИ ВЗАИМОДЕЙСТВИЙ ТОРГОВЫХ И ПРОИЗВОДСТВЕННЫХ КОМПАНИЙ

Просвиркин Н. Ю.

На рынке для торговой компании существует несколько возможных поставщиков, которые могут поставить продукцию нескольких ассортиментных товарных групп  $A = \{1, \dots, a, \dots, m\}$ , где  $a$  – порядковый номер продукции товарной группы.  $N = \{1, \dots, i, j, \dots, n\}$  – количество элементов (цеха, производства, агенты, склады и др.), которые могут участвовать во взаимодействии. Каждая производственная компания  $i \in N$  может производить товар в объеме  $0 \leq w_i \leq W_i$ . Кроме того, любая компания  $i \in N$  может продавать товар торговой сети, либо другой компании  $j \in N, j \neq i$  в объеме  $0 \leq v_{ij} \leq V_{ij}$ .

Торговая сеть располагает ретроспективной информацией о значениях спроса на рынке за предыдущие периоды  $v_i$ . На основе информации об объеме рынка, торговая сеть определяет необходимый объем поставок  $v_s$ , который в дальнейшем подлежит реализации. Введем следующие обозначения:

$v_i$  – объем реализации продукции за соответствующий период (строится на основе ретроспективной информации о продажах), шт.;

$v_i^p$  – прогнозный объем спроса, шт.;

$v_s$  – требуемый объем поставок, шт.

Требуемый объем поставок определяется на основе прогнозных значений спроса:

$$v_s = f(v_i, v_i^p).$$

Продукция от производителя поставляется несколькими партиями через определенные периоды. Заказ на доставку очередной партии товара

подается при минимальном остатке запаса у торговой компании. Введем следующие обозначения:

$Q_a$  – количество единиц товара ассортиментной группы  $a$ , которые заказывает торговая структура для одной поставки (размер партии заказа), шт.;

$P_{ai}$  – цена приобретения одной единицы продукции у  $i$ -ого производителя, руб.;

Функция спроса имеет следующий вид :

$$v_i^{pr} = f(P_{ai}, b_0, b),$$

где:

$b_0$  – товарооборот в начальном периоде ( $b = 0$ ), шт.;

$b$  – ежегодный прирост, шт.

Торговые и производственные компании работают  $T'$  дней в году.

$T'$  – количество рабочих дней в году, дн.;

При перемещении товаров возникают издержки:

$c^d_{i,j}$  – затраты на доставку одной партии продукции от  $i$ -го элемента к  $j$ -му, руб.;

$c^h_{i,j}$  – издержки хранения одной партии продукции, руб.;

$C_{ос}$  – общие затраты на управление запасами, руб.

Функция объема поставок имеет следующий вид:

$$Q_a = f(c^d_{i,j}, c^h_{i,j}, v_s).$$

Требуется построить схему взаимодействия  $X$  производственных и торговых структур для оптимального перемещения товаров от производителей к потребителю, если известен согласованный объем поставок  $v_s$ , цена приобретения одной единицы продукции у производителя  $P_{ai}$ , количество единиц товара, которые заказывает торговая структура для одной поставки  $Q_a$ , количество рабочих дней в году  $T'$ .

Взаимодействие элементов представляется в виде ориентированного графа, состоящего из  $N$  элементов. К элементам системы относятся

производители (заводы, цеха), потребители (агенты, дилеры, дистрибьюторы, торговые сети и т.п.), а также места хранения продукции - склады. Ребра графа представляют собой взаимодействия между элементами, то есть движение материального потока, а вершинами графа являются непосредственно хозяйствующие субъекты (см. рис.1).

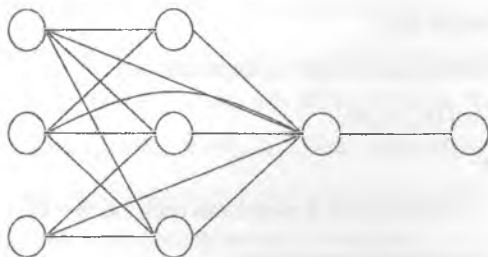


Рисунок 1. Формальная схема возможных взаимодействий

Постоянные модели представлены в виде матриц затрат:

$$C = \{c_{i,j}, i = \overline{1, N}; j = \overline{1, N}\},$$

нормативов времени доставки продукции от производителей к потребителю из расчета на одну партию продукции:

$$T = \{t_{i,j}, i = \overline{1, N}; j = \overline{1, N}\},$$

и коэффициентов загрузки:

$$K = \{k_{i,j}, i = \overline{1, N}; j = \overline{1, N}\}.$$

Заграты включают в себя транспортно – заготовительные издержки:

$$C = \{c_{i,j}, i = \overline{1, N}; j = \overline{1, N}; i \neq j\},$$

а также издержки по хранению:

$$C = \{c_{i,j}, i = \overline{1, N}; j = \overline{1, N}; i = j\},$$

В качестве критериев оптимизации принимаются три параметра:

Критерий оптимизации издержек:

$$F_1(X) = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N c_{i,j} \cdot x_{i,j} \longrightarrow \min$$

Критерий оптимизации времени поставки:

$$F_2(X) = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N t_{i,j} \cdot x_{i,j} \longrightarrow \min$$

Критерий оптимизации коэффициентов загрузки:

$$F_3(X) = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N k_{i,j} \cdot x_{i,j} \longrightarrow \max$$

При функционировании организационно-экономической системы возникает ряд ограничений. Введем следующую систему ограничений.

$$\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N c_{i,j} \cdot x_{i,j} < v_a \cdot P_a$$

Экономическая интерпретация ограничения состоит в том, что элементы системы начинают взаимодействовать между собой только тогда, когда в результате такого взаимодействия возникает экономическая выгода для производителя, то есть его затраты не превышают выручку.

$$\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N x_{i,j} > \frac{v_z}{Q_a}$$

Второе ограничение представляет собой минимально необходимое количество связей между элементами системы по перемещению товаров, которое не может быть меньше количества поставок за весь период.

$$\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N t_{i,j} \cdot x_{i,j} < \frac{Q_a \cdot T^r}{v_a}$$

Третье неравенство накладывает на производителя обязательства по соблюдению сроков поставки продукции, которые задает потребитель в условиях превышения предложения над спросом.

Ограничение по коэффициентам загрузки определяется следующим образом:

$$\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N k_{i,j} \cdot x_{i,j} < \frac{2v_a}{Q_a} + 1$$

Каждый элемент системы стремится приблизить  $k_{i,j}$  к единице (загрузить на 100% свои мощности), причем  $k_{i,j} \in [0;1]$ .

Пятое ограничение показывает, что объемы поставок должны совпадать с суммарным объемом спроса. Длительность отрезка времени между

поставками совпадает с суммарной длительностью ряда идущих последовательно периодов, а объем поставки должен совпадать с совокупным объемом спроса за этот отрезок.

$$\sum_{s=1}^m Q_s \leq \sum_{i=1}^n \frac{b_i}{p_i} \cdot P_i'$$

Матрица переменных модели представляет собой матрицу инцидентий. Матрицей инцидентий графа называется квадратная  $|N| \times |N|$  матрица, элемент  $x_{ij}$  которой равен единице в том случае, если в графе  $X$  имеется дуга  $ij$ , и нулю в противном случае. Матрица инцидентий определяет структуру взаимодействия элементов системы при перемещении одной партии продукции:

$$X = \|x_{ij}, i=1, \bar{N}, j=1, \bar{N}\|.$$

Матрица инцидентий является отображением графа схем поставок, состоящего из множества вершин  $X = \{X_i\}$ . Индексы матрицы схем поставок  $N$  представляет собой количество хозяйствующих субъектов в организационно-экономической системе. Матрица переменных модели (матрица инцидентий) принадлежит пространству  $N$ -мерных векторов  $X \in R^N$  (пространству переменных модели).

Формулировка критериев эффективности и системы ограничений для оптимального взаимодействия позволяет подойти к постановке проблемы формирования схемы поставок, которая состоит в следующем: требуется построить матрицу ориентированного графа  $X$ , представляющего структуру поставок продукции, содержащую в своем составе  $n$ -вершин и связанных между собой так, чтобы выбранные критерии эффективности достигли оптимальных значений с учетом ограничений.