

2. Семёнычев В.К., Семёнычев Е.В.  
Информационные системы в экономике. Эконометрическое  
моделирование инноваций./СГАУ; Самара, 2006.-240с.

УДК 336 (ББКУ.В6)

## МОДЕЛЬ ЛЕОНТЬЕВА

Куранова А. А.

Научный руководитель: д. т. н., профессор Горлач Б. А.  
Самарский государственный аэрокосмический университет  
им. акад. С.П. Королева

Известным учёным-экономистом В.В. Леонтьевым (1906-1999) создана балансовая модель необходимая для планирования производственной деятельности предприятия, дающая достаточную информацию для анализа межотраслевого баланса и продуктивности производства.

Рассмотрим эту модель. Предположим, что всё хозяйство анклава представлено совокупностью  $n$  отраслей. Тогда производство этих отраслей характеризуется следующими показателями. Всё производство  $X$ , состоящий из  $i$  элементов, каждый из которых характеризует производство  $i$ -й отрасли. Вектор  $Y$  - доля продукции, идущая на потребление в непроеизводственной сфере с каждой  $j$ -й отрасли. Продукция всех отраслей идущая на производство  $i$ -й отрасли выразится тогда вектором  $(a_{i1} x_1 \dots a_{in} x_n)$ . Коэффициенты  $a_{ij}$  характеризуют долю продукции  $j$ -й отрасли идущую на производство продукции  $i$ -й отрасли. Таким образом, мы можем составить матрицу описанных коэффициентов  $A = (a_{ij})$ . Тогда вектор затрат отраслей анклава на собственное производство определяется произведением матриц  $A$  и  $X$ .

Теперь можно составить балансовую модель Леонтьева, в которой общий объём продукции  $X$  складывается из продукции, идущей на производство  $AX$  и на потребление  $Y$ :

$$X = AX + Y \quad (1)$$

Так как  $X - IX$ , уравнение можно переписать в виде  $(I - A)X = Y$ .

Отсюда, в случае невырожденности матрицы  $I - A$ , получаем решение:

$$X = (I - A)^{-1} Y.$$

Если потребность непроеизводственной сферы определяется вектором  $Y$ , то встаёт вопрос о том, может ли

производство, описываемое вектором  $X$ , обеспечить эту потребность при сложившихся на предприятиях затратах, характеризующихся матрицей  $A$ ? Этот вопрос связан с анализом продуктивности модели Леонтьева.

Прежде чем ввести это понятие, приведём два определения.

Положительной матрицей  $A = (a_{ij})$  ( $A > 0$ ) (неотрицательной ( $A \geq 0$ )) называется матрица, все главные миноры которой положительны, где  $O$  – нулевая матрица.

Аналогично определяется положительный (неотрицательный) вектор.

Положительная матрица  $A$  в модели Леонтьева называется продуктивной, если для любого неотрицательного вектора  $Y$  существует решение уравнения (1), определяемое положительным вектором  $X$ .

Для продуктивной матрицы существенным является выполнение следующих свойств ((a) и (b)):

Коэффициенты  $a_{ij}$  (прямых материальных затрат) можно записать следующим образом:

$$a_{ij} = \frac{x_{ij}}{x_j}, \quad i, j = 1, 2, \dots, n$$

где  $x_{ij}$  есть часть продукции  $j$ -й отрасли, идущей на производство продукции  $i$ -й отрасли. Тогда

$$0 \leq a_{ij} < 1, \quad i, j = 1, 2, \dots, n \quad (a)$$

Также справедливо:

$$\sum_{i=1}^n a_{ij} < 1, \quad j = 1, 2, \dots, n \quad (b)$$

Отметим, что векторы  $X$  и  $Y$  в балансовой модели Леонтьева, описывающей реальные процессы в экономике, всегда неотрицательны.

В математической экономике используется критерий продуктивности, который утверждает: матрица  $A$  продуктивна тогда и только тогда, когда матрица  $(I-A)^{-1}$  существует и неотрицательна.

Можно показать, что модель Леонтьева продуктивна, если она позволяет произвести хотя бы один строго положительный вектор потребления.

Рассмотрим применение модели Леонтьева на следующем примере. Данные о работе двух фирм представлены в таблице.

Таблица 1

Фирма	Поставки		Объём конечного продукта
	1-й фирме	2-й фирме	

№	$a_{1j}$	$a_{2j}$	$Y_j$
1	0,5	0,4	63
2	0,7	0,3	28

С помощью данных мы можем составить матрицы  $A$  и  $Y$  и, подставляя эти значения в формулу для нахождения вектора  $X$ :  $X = (I - A)^{-1} Y$ , выясним количество продукции обеих фирм, необходимое для удовлетворения конечного спроса: для первой - 790, а для второй – 830.

Удобство рассматриваемой модели в том, что при неизменности коэффициентов  $a_{ij}$ , а значит при неизменности матрицы  $(I - A)^{-1}$ , вычислив её один раз, можно производить вычисления в одно действие, учитывая изменение спроса.

УДК 658(075.8)

## МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ВРАЖДЕБНЫХ ПОГЛОЩЕНИЙ.

Летков А.М.

Научный руководитель: профессор, д.т.н. Горлач Б. А.

Самарский государственный аэрокосмический университет

им. акад. С.П. Королева

Недружественное поглощение компании или актива – это установление над этой компанией или активом полного контроля как в юридическом, так и в физическом смысле вопреки воле менеджмента и /или собственника (собственников) этой компании или актива.

М.Г. Ионцев, “Корпоративные захваты: слияния, поглощения, гринмэйл”

Актуальность темы очевидна. Достаточно открыть свежий номер ведущих региональных аналитических еженедельников “Самарское