

**ОБЕСПЕЧЕНИЕ ЖИВУЧЕСТИ СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ  
ОРИЕНТАЦИЕЙ КОСМИЧЕСКОГО АППАРАТА ПРИ ОТКАЗАХ  
РЕАКТИВНЫХ МАХОВИКОВ**

**Введение**

Двигатели-маховики и силовые гироскопы применяются для управления ориентацией любых космических аппаратов (КА) – спутников [1], космических роботов [2] и др. Двигатели-маховики (ДМ) традиционно используются в системах управления ориентацией (СУО) малых спутников, когда разгрузка кластера ДМ от накопленного кинетического момента (КМ) осуществляется магнитным приводом (МП).

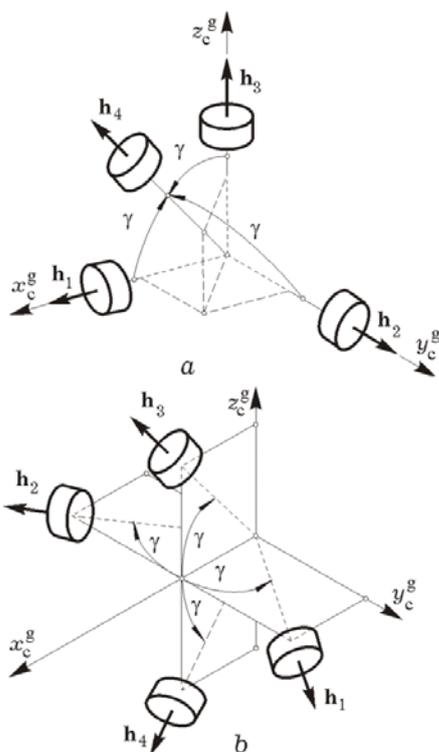


Рис. 1. Схемы кластеров NASA (a) и GE (b)

Здесь наиболее популярны минимально избыточные схемы на основе четырех ДМ: схема NASA, рис. 1a, где оси трех ДМ направлены вдоль осей канонической системы координат  $O_c^g x_c^g y_c^g z_c^g$ , фиксированной в связанной с корпусом КА системе координат (ССК), а четвертый ДМ – вдоль пространственной биссектрисы между этими осями, и схема General Electric (GE), где оси четырех ДМ расположены симметрично вдоль образующих линий кругового конуса, рис.1b.

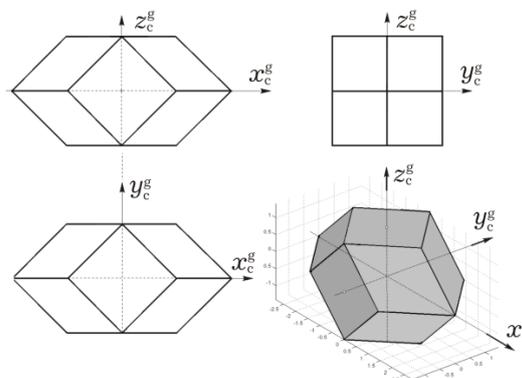


Рис. 2. Область вариации КМ при четырёх ДМ

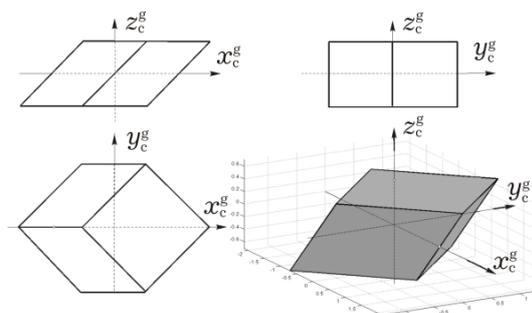


Рис. 3. Область вариации КМ без ДМ #4

Применение кластера ДМ по схеме *NASA* реализуется следующим образом: в начале миссии КА работают три ДМ и только при выходе из строя любого такого ДМ активируется четвертый резервный ДМ. Кластер ДМ по схеме *GE* используется по-другому: в начале миссии КА работают все четыре ДМ, и если какой-либо ДМ, например ДМ #4, выходит из строя, кластер продолжает успешно работать, но с уменьшенной областью вариации вектора его КМ, см. рис. 2 и 3 с областями вариации КМ в случаях четырех и трех работоспособных ДМ. Форма области вариации вектора управляющего момента кластера аналогична форме области вариации вектора его КМ, и сингулярное состояние возникает только когда вектор его КМ достигает границы этой области. Схема *GE* широко используется в информационных спутниках (связи, геодезии, навигации, дистанционного зондирования Земли), верхних ступенях ракет-носителей и космических роботах. СУО использует измерения ориентации и вектора угловой скорости КА, вектора индукции магнитного поля Земли, а также угловых скоростей ДМ.



Рис. 4. Маршруты съемки на карте

На рисунке 4 представлены маршруты на карте, когда спутник землеобзора в течение 185 с выполняет задачу сканирующей съемки Беневенто, Рима, Флоренции, Падуи и Мюнхена с длительностью каждого маршрута 10 с [3] с помощью кластера ДМ по схеме *GE*, обеспечивающего угловое движение КА с максимальными значениями модулей векторов угловой скорости  $\omega^m = 1.2$  град/с и ускорения  $\varepsilon^m = 0.1$  град/с<sup>2</sup>. Здесь принципиальной проблемой является распределение векторов КМ и управляющего момента между избыточным числом ДМ в кластере.

При использовании схемы *GE* возникает очень важная проблема, когда любые два ДМ выходят из строя, в этом случае существует шесть возможных вариантов из оставшихся работоспособных ДМ. Эта проблема изучается уже более 30 лет, здесь область изменения вектора КМ кластера ДМ представляет собой ромб в соответствующей плоскости канонической системы координат, поэтому динамика пространственного движения КА не является полностью управляемой. Авторы работ [4] – [9] исследовали эту проблему при отсутствии каких-либо дополнительных внешних управляющих моментов, когда

суммарный КМ космического аппарата является постоянным вектором, в частности равным нулю. Это дополнительное требование соответствует отсутствию внешних возмущающих моментов, что неприемлемо для решения практических задач управления в космической технике. Здесь более целесообразно управлять ориентацией КА с помощью двух ДМ и МП с тремя электромагнитами [10,11]. Отметим, что управление тандемом этих приводов является непростой задачей [12], так как вектор геомагнитной индукции в ССК изменяется из-за движения КА и вращения Земли.

В развитие наших предыдущих результатов [13] в данной статье исследуются задачи цифрового управления ориентацией КА с помощью ДМ и МП, а также представлены созданные алгоритмы управления и результаты имитации движения спутника наблюдения Земли с обеспечением живучести СУО при отказе любых двух ДМ.

### 1. Модели и постановка задачи

Применяются стандартные системы координат – инерциальная система координат

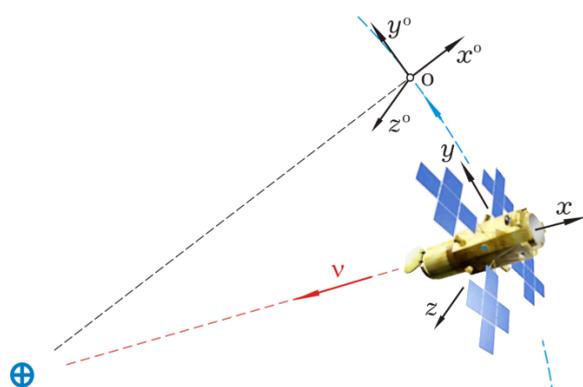


Рис. 5. ССК и ОСК спутника землеобзора

(ИСК); Гринвичская система координат (ГСК); орбитальная система координат (ОСК)  $Ox^o y^o z^o$  и ССК  $Oxyz$  (рис. 5) с началом в центре масс КА  $O$ . Ось  $Oz^o$  ортогональна плоскости орбиты, орт  $\mathbf{v}$  линии визирования телескопа направлен противоположно оси  $Ox$  и при совпадении ССК с ОСК орт  $\mathbf{v}$  направлен в Надир. Используются обозначения  $\{\cdot\} = \text{col}(\cdot)$ ,  $[\cdot] = \text{line}(\cdot)$ ,

$\langle \cdot, \cdot \rangle$ ,  $(\cdot \times \cdot)$ ,  $(\cdot)^t$ ,  $[\cdot \times]$ ,  $[\cdot] = \text{diag}\{\cdot\}$  и  $\circ$ ,  $\sim$  для векторов, матриц и кватернионов, матрицы  $[\alpha]_i$  поворота на угол  $\alpha$  вокруг  $i$ -ой оси,  $i = x, y, z \equiv 1, 2, 3 \equiv 1 \div 3$ . Вводятся углы рыскания  $\phi_1$ , крена  $\phi_2$  и тангажа  $\phi_3$  в последовательности 132 поворотов ССК относительно осей ОСК. В ИСК кватернион ориентации КА  $\Lambda = \Lambda_o \circ \Lambda^o$ , где кватернион  $\Lambda_o$  определяет ориентацию ОСК в ИСК, а кватернион  $\Lambda^o$  представляет ориентация ССК в ОСК. Если кватернион  $\Lambda^p(t)$  и векторы  $\omega^p(t)$ ,  $\varepsilon^p(t) = \dot{\omega}^p(t)$  представляют закон наведения, то кватернион  $\mathbf{E} \equiv (e_0, \mathbf{e}) = \tilde{\Lambda}^p(t) \circ \Lambda$ , матрица  $\mathbf{C}^c = \mathbf{I}_3 - 2[\mathbf{e} \times] \mathbf{Q}_c^t$  с матрицей  $\mathbf{Q}_c \equiv \mathbf{I}_3 \mathbf{e}_0 + [\mathbf{e} \times]$  и

столбец  $\delta\Phi = \{\delta\phi_i\} = 2e_0\mathbf{e}$  представляют ошибки ориентации КА, а вектор  $\delta\omega(t) \equiv \{\delta\omega_i\} = \omega(t) - C^c \omega^p(t)$  – ошибки по угловой скорости. В канонической системе координат  $O_c^g x_c^g y_c^g z_c^g$  матрица  $\mathbf{A}_4^c = [\mathbf{a}_p^c]$  формируется из ортов  $\mathbf{a}_p^c$ ,  $p = 1 \div 4$ , направленных вдоль осей вращений ДМ, именно

$\mathbf{a}_1^c = \{C_\gamma, S_\gamma, 0\}$ ;  $\mathbf{a}_2^c = \{C_\gamma, -S_\gamma, 0\}$ ;  $\mathbf{a}_3^c = \{C_\gamma, 0, S_\gamma\}$ ;  $\mathbf{a}_4^c = \{C_\gamma, 0, -S_\gamma\}$ , где  $C_\gamma = \cos \gamma$  и  $S_\gamma = \sin \gamma$ .

Матрица  $\mathbf{A}_4$  расположения ДМ в ССК принимается в виде

$$\mathbf{A}_4 = [\mathbf{a}_p] = [\pi/2]_2 [\pi/4]_1 \mathbf{A}_4^c \quad (1)$$

и при векторе модифицированных параметров Родрига  $\sigma = \text{etg}(\Phi/4)$  модель пространственного углового движения КА представляется как

$$\dot{\Lambda} = \Lambda \circ \omega / 2; \quad \dot{\sigma} = \frac{1}{4}(1 - \sigma^2)\omega + \frac{1}{2}\sigma \times \omega + \frac{1}{2}\sigma \langle \sigma, \omega \rangle; \quad (2)$$

$$\begin{bmatrix} \mathbf{J} & \mathbf{D}_q & \mathbf{D}_r \\ \mathbf{D}_q^t & \mathbf{A}^q & \mathbf{0} \\ \mathbf{D}_r^t & \mathbf{0} & \mathbf{A}^r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\omega} \\ \ddot{\mathbf{q}} \\ \dot{\Omega} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -[\omega \times] \mathbf{G} + \mathbf{M}^m + \mathbf{M}^d \\ -\mathbf{A}^q (\mathbf{V}_q \dot{\mathbf{q}} + \mathbf{W}_q \mathbf{q}) \\ \mathbf{m} - \mathbf{m}^f \end{bmatrix}, \quad (3)$$

где  $\mathbf{A}^r = J_r \mathbf{I}_4$ ;  $\mathbf{D}_r = J_r \mathbf{A}_4$ ;  $\mathbf{H} = \{\mathbf{H}_i\}$ ;  $\Omega = \{\Omega_p\}$ ;  $\mathbf{h} = \{\mathbf{h}_p\}$ ;  $\mathbf{h}_p = J_r \Omega_p$ ; вектор КМ СУО  $\mathbf{G} = \mathbf{J}\omega + \mathbf{H} + \mathbf{D}_q \dot{\mathbf{q}}$ , столбцы  $\mathbf{H} = \{\mathbf{H}_i\}$  и  $\mathbf{h}$  представляют КМ кластера и отдельных ДМ,  $\mathbf{H} = \mathbf{A}_4 \mathbf{h}$ ;  $\mathbf{m} = \{m_p\}$ ,  $\mathbf{m}^f = \{m_p^f\}$ ,  $p = 1 \div 4$ ;  $\mathbf{A}^q = [\mu_j]$ ,  $\mathbf{V}_q = [\frac{\delta}{\pi} \omega_j^q]$ ,  $\mathbf{W}_q = [(\omega_j^q)^2]$ ,  $j = 1 \div n^q$ ;  $\mu_j$  и  $\omega_j^q$  являются обобщенными массами и парциальными частотами колебаний панелей солнечных батарей (ПСБ) по  $j$ -му тону с декрементом  $\delta$ ; вектор момента МП  $\mathbf{M}^m = \{m_i^m\} = -\mathbf{L} \times \mathbf{V}$ , где вектор  $\mathbf{L} = \{l_i\}$  электромагнитного момента (ЭММ) магнитного привода имеет ограниченные компоненты  $|l_i| \leq l^m$ , и вектор  $\mathbf{V} = V\mathbf{b}$  магнитной индукции Земли с ортом  $\mathbf{b}$  определяются в ССК; столбцы  $\mathbf{m}$  и  $\mathbf{m}^f$  представляют управляющие моменты и моменты сухого трения, а вектор  $\mathbf{M}^d$  – возмущающие моменты. Каждый ДМ имеет ограниченные по модулю ресурсы по крутящим моментам и кинетическим моментам:  $|m_p(t)| \leq m^m$ ,  $|m_p^f(t)| \leq m^{mf}$ ,  $|h_p(t)| \leq h^m$ . Применяется система определения углового положения (СОУП) КА с инерциальным измерительным модулем (ИИМ), корректируемым кластером звездных датчиков (ЗД).

Задачи обработки сигналов СОУП связаны с интегрированием кинематических уравнений при использовании информации только о векторе приращения квази-координат ИИМ при наличии помех, калибровкой и юстировкой – идентификацией и компенсацией

погрешностей взаимного углового положения систем координат ИИМ и кластера ЗД. Измерения  $\Lambda_l = \Lambda(t_l)$ ,  $\omega_l$  выполняются СОУП с периодом  $T_p$ ,  $l \in N_0 \equiv [0, 1, 2, \dots]$ , скорости ДМ  $\Omega_{ps}$ ,  $s \in N_0$  измеряются с периодом  $T_q$ , цифровое управление ДМ формируется с периодом  $T_u \gg T_q$ , а период цифрового управления МП  $T_u^m \geq T_u$ .

Задача состоит в синтезе цифровых алгоритмов управления четырьмя, любыми тремя, а также любыми двумя работоспособными ДМ с применением МП.

## 2. Управление номинальным кластером ДМ

Для кластера на основе четырех ДМ основная проблема заключается в распределении векторов кинетического и управляющего момента между избыточными числом ДМ. При матрице (1) задача состоит в одновременном решении уравнений [13]

$$\begin{aligned} \mathbf{A}_4 \mathbf{h} &= \mathbf{H} \quad \forall \mathbf{H} \in \mathbf{R}^3, \mathbf{h} \in \mathbf{R}^4; \\ \mathbf{A}_4 \mathbf{m} &= -\mathbf{M}^r = \dot{\mathbf{H}} \quad \forall \mathbf{M}^r \in \mathbf{R}^3, \mathbf{m} \in \mathbf{R}^4. \end{aligned} \quad (4)$$

Использование псевдо-обратной матрицы  $\mathbf{A}_4^\#$  не обеспечивает единственности решения векторных уравнений (4). Для устранения этого коварного эффекта были предложены различные подходы, например, представленные в патентах США [14, 15]. Здесь мы применяем скалярную функцию настройки кластера для

однозначного распределения векторов  $\mathbf{H}$  и  $\mathbf{M}^r$  между четырьмя ДМ по явным соотношениям [16]. Вводится вектор  $\mathbf{h} \equiv \{x, y, z\} = \mathbf{H}/h^m = \mathbf{A}_4 \mathbf{h}$  нормированного КМ кластера МД с компонентами  $x = x_1 + x_2$ , где  $x_1 = C_\gamma(h_1 + h_2)$ ,  $x_2 = C_\gamma(h_3 + h_4)$ ;  $y = S_\gamma(h_1 - h_2)$ ;  $z = S_\gamma(h_3 - h_4)$ , а также вектор КМ двигателей-маховиков  $\mathbf{h} = \{h_p\}$ ,  $h_p = h_p / h^m$  с  $|h_p| \leq 1$ . Распределение векторов  $\mathbf{h}$  и  $\mathbf{M}^r$  осуществляется по закону настройки

$$f_\rho(\mathbf{h}) = \tilde{x}_1 - \tilde{x}_2 + \rho(\tilde{x}_1 \tilde{x}_2 - 1) = 0, \quad (5)$$

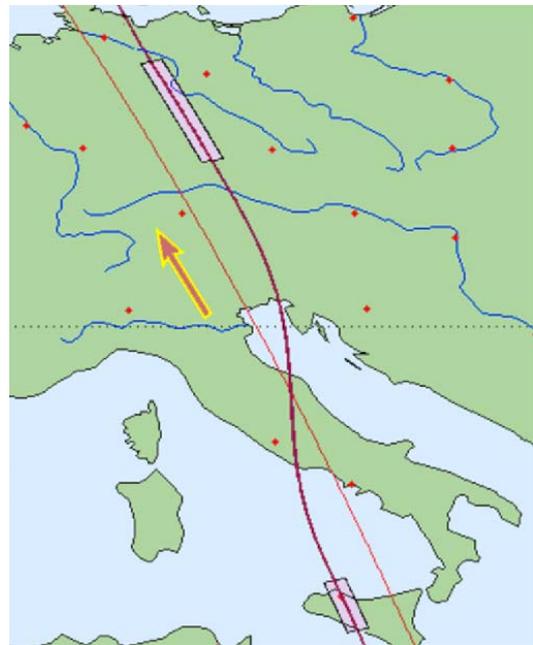


Рис. 6. Два маршрута съемки Земли на карте

где  $0 < \rho < 1$ ,  $\rho = \text{const}$ ;  $\tilde{x}_1 = x_1/q_y$ ;  $\tilde{x}_2 = x_2/q_z$ ,  $q_s = (4C_\gamma^2 - s^2)^{1/2}$ ,  $s = y, z$ , а также, при обозначениях  $a \equiv x/2$ ,  $b \equiv q_y q_z - a^2$ , соотношениями [16,17]:

(i):  $q \equiv q_y + q_z$ ;

$$\Delta \equiv (q/\rho)(1 - (1 - 4\rho[(q_y - q_z)a + \rho b]/q^2)^{1/2});$$

$$x_1 = (x + \Delta)/2, \quad x_2 = (x - \Delta)/2;$$

(ii) распределение КМ между ДМ в парах по очевидным соотношениям;

(iii) распределение вектора  $\mathbf{M}^r$  по явной формуле

$$\tilde{\mathbf{m}} = \{\tilde{m}_p\} = (\{\mathbf{A}_4, \mathbf{a}^f\})^{-1} \{-\mathbf{M}^r, \Phi_\rho(\mathbf{h})\}, \quad (6)$$

где функция  $\Phi_\rho(\mathbf{h}) \equiv -h^m \text{sat}(\phi_\rho, \mu_\rho, f_\rho(\mathbf{h}))$  с

положительными параметрами  $\phi_\rho, \mu_\rho$  и строка  $\mathbf{a}^f = [a_p^f]$  имеет компоненты

$$\begin{aligned} a_{1,2}^f &= \frac{2C_\gamma}{q_y^3} [2C_\gamma^2 \pm S_\gamma^2 h_2 (h_1 - h_2)] [1 + \rho \frac{C_\gamma (h_3 + h_4)}{q_z}]; \\ a_{3,4}^f &= \frac{2C_\gamma}{q_z^3} [2C_\gamma^2 \mp S_\gamma^2 h_4 (h_3 - h_4)] [1 + \rho \frac{C_\gamma (h_1 + h_2)}{q_y}]. \end{aligned} \quad (7)$$

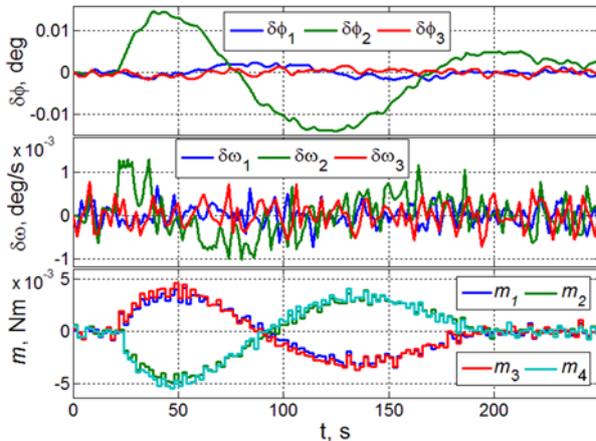


Рис. 8. Погрешности ориентации и управляющие моменты номинального кластера ДМ

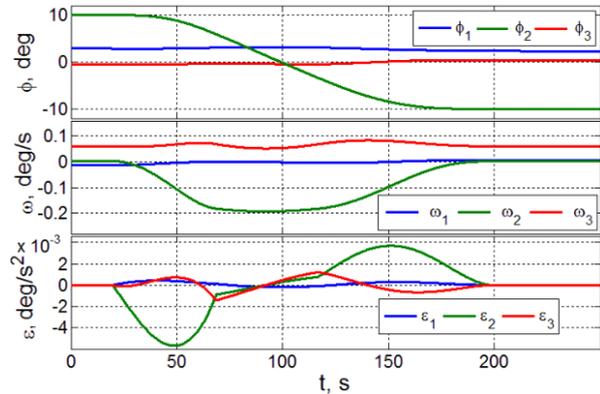


Рис. 7. Закон углового наведения при двух маршрутах сканирующей съемки

Компенсационная схема разгрузки кластера ДМ основана на следующих положениях. Вычисляется модуль  $I^m$  и орт  $\mathbf{e}^m$  импульса требуемого вектора момента МП для формирования его вариации  $\Delta I^m$  на периоде  $T_u^m$  цифрового управления и вычисления командного вектора  $\mathbf{M}_k^c = \{m_{ik}^c\} = \Delta I^m \mathbf{e}^m / T_u^m$  для импульса компенсации вектора МП. Эта команда направляется на кластер ДМ только в том

случае, если МП включатся. В момент времени  $t_r$  определяется взаимная ориентация ортов  $\mathbf{b}_r$  и  $\mathbf{e}_r^m$ ; если значение  $\kappa \equiv |\langle \mathbf{b}_r, \mathbf{e}_r^m \rangle| > \cos(\pi/3)$ , то МП не включается, иначе вычисляется вектор  $\mathbf{L}_r = \{l_{ir}\} = \Delta I^m (\mathbf{b}_r \times \mathbf{e}_r^m) / B_r$ , если  $q_i \equiv \max\{|l_i|\} > l^m$ , то потребный

электромагнитный момент МП  $l_i = (l_i / q_i) l^m$ . В этом случае формируется предварительный вектор  $\hat{\mathbf{m}}_k$  моментов цифрового управления ДМ по соотношению

$$\hat{\mathbf{m}}_k = \{\hat{m}_{pk}\} = (\{\mathbf{A}_4, \mathbf{a}_k^f\})^{-1} \{-(\mathbf{M}_k^r + \mathbf{M}_k^c), \Phi_\rho(\mathbf{h}_k)\}. \quad (8)$$

Что касается задачи идентификации момента сухого трения на оси вращения ДМ, то рассмотрим только один ДМ без индекса  $p$  [16]. При известном моменте инерции ДМ  $J_r$  модель его вращения представляется в виде  $\dot{\Omega} = a(t) - a^f$ ,  $a = m / J_r$ ,  $a^f(t) = a_o^f \text{sign}(\Omega(t))$ , где  $a^f(t) \in [-a_o^f, a_o^f]$  описывает момент сухого трения и параметр  $a_o^f = m_o^f / J_r = \text{const}$ . Предполагая, что  $a^f(t) = \text{const} \quad \forall t \in [t_s, t_s + T_q)$ , применяется дискретный наблюдатель Луенбергера с периодом  $T_q \ll T_u$  в виде

$$\delta\Omega_s = \Omega_s - \hat{\Omega}_s; \hat{a}_{s+1}^f = \hat{a}_s^f + g_2^f \delta\Omega_s; \quad \hat{\Omega}_{s+1} = \hat{\Omega}_s + (a_s - \hat{a}_s^f) T_q + g_1^f \delta\Omega_s \quad (9)$$

для получения оценки  $\hat{a}_s^f$  значения  $a_s^f$ , где параметры  $g_1^f$  и  $g_2^f$  определяются явными аналитическими соотношениями. Дискретная оценка момента сухого трения ДМ формируется как  $\hat{m}^f(t_s) = \hat{m}_s^f = J_r \hat{a}_s^f$ . В результате мы получаем оценки  $\hat{m}_k^f(t) \quad \forall t \in [t_k, t_{k+1})$ , учитывающие кратность периодов  $T_u$  и  $T_q$ .

Приближенная компенсация моментов сухого трения ДМ реализуется с помощью векторов  $\hat{\mathbf{m}} = \{\hat{m}_{pk}\}$  (8) и  $\hat{\mathbf{m}}_k^f = \{\hat{m}_{pk}^f\}$ . Окончательный вектор цифрового управления кластером ДМ формируется в виде  $\mathbf{m}_k =: \hat{\mathbf{m}}_k + \hat{\mathbf{m}}_k^f$ .

### 3. Управление кластером с отказавшими ДМ

Если в рассматриваемом кластере ДМ происходит отказ какого-либо одного ДМ, то имеется четыре варианта, в каждом из которых матрица  $\mathbf{A}_4$  становится квадратной неособой матрицей  $\mathbf{A}_3$ , но область вариации вектора КМ кластера существенно уменьшается, см. рис. 3. В этом случае функция распределения (5) не используется, соотношение (6) имеет простейший вид  $\tilde{\mathbf{m}} = \{\tilde{m}_p\} = -\mathbf{A}_3^{-1} \mathbf{M}^r$  и окончательный вектор  $\mathbf{m}_k$  цифрового управления кластером ДМ формируется указанным выше образом.

Введем индексы  $p, q \in \{1, 2, 3, 4\}$ ,  $p \neq q$ , соответствующие двум работоспособным ДМ, когда произошел отказ любых двух ДМ. В этом случае существует шесть вариантов для оставшихся работоспособных ДМ с индексами  $p, q \in (1, 2; 1, 3; 1, 4; 2, 3; 2, 4; 3, 4)$ . Для

расчета одновременного цифрового управления двумя ДМ и магнитным приводом используется матрица

$$\mathbf{A}_{pq}^m = [\mathbf{a}_p, \mathbf{a}_q, \mathbf{a}_{pq}^a], \quad \mathbf{a}_{pq}^a \equiv \mathbf{a}_p \times \mathbf{a}_q / |\mathbf{a}_p \times \mathbf{a}_q|, \quad (10)$$

где дополнительный орт  $\mathbf{a}_{pq}^a$  ортогонален плоскости, содержащей орты действующих реактивных маховиков. Далее вычисляются требуемые моменты  $(m_p, m_q)$  по осям работоспособных ДМ и момент  $m^m$ , создаваемый МП вдоль дополнительного орта  $\mathbf{a}_{pq}^a$  в соответствии с основным соотношением  $\{m_p, m_q, m^m\} = (\mathbf{A}_{pq}^m)^{-1} (-\mathbf{M}^r + \mathbf{M}^m)$ .

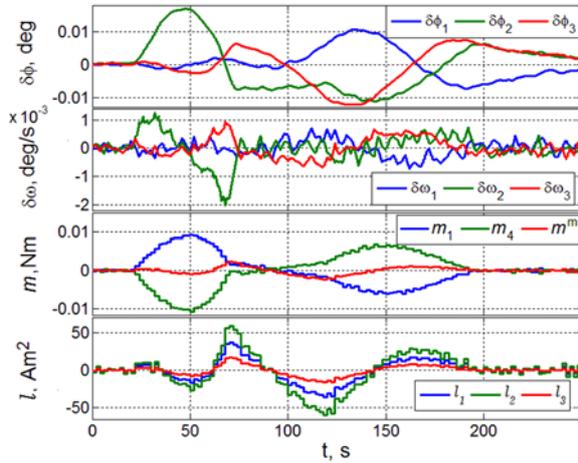


Рис. 9. Погрешности, управляющие моменты ДМ #1, ДМ #4, МП и компоненты вектора ЭММ

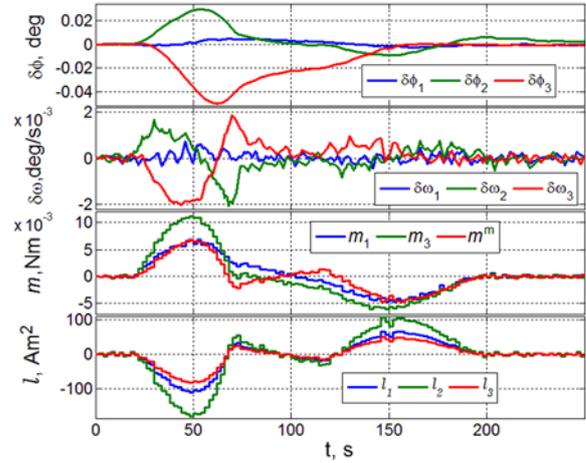


Рис. 10. Ошибки, управляющие моменты ДМ #1, ДМ #3, МП и компоненты вектора ЭММ

На первом этапе потребный вектор электромагнитного момента МП вычисляется как  $\mathbf{L} = \hat{m}^m (\mathbf{b} \times \mathbf{a}_{pq}^a) / B$ , когда  $\{m_p, m_q, \hat{m}^m\} = -(\mathbf{A}_{pq}^m)^{-1} \mathbf{M}^r$ , а искомый вектор  $\mathbf{M}^m$  момента МП формируется по соотношению  $\mathbf{M}^m = -\mathbf{L} \times \mathbf{B}$ . Вектор  $\mathbf{M}^m$  в общем случае не направлен вдоль дополнительного орта  $\mathbf{a}_{pq}^a$  в (10), поэтому необходимо компенсировать влияние "паразитных" моментов МП с помощью дополнительного управления двумя работоспособными ДМ. В результате получаются окончательные соотношения

$$\mathbf{Q}^{pq} \equiv -\mathbf{M}^r + \mathbf{M}^m - \langle \mathbf{M}^m, \mathbf{a}_{pq}^a \rangle \mathbf{a}_{pq}^a; \quad \{m_p, m_q, m^m\} = (\mathbf{A}_{pq}^m)^{-1} \mathbf{Q}^{pq}; \quad \mathbf{L} = (m^m / B) (\mathbf{b} \times \mathbf{a}_{pq}^a), \quad (11)$$

которые используются для одновременного цифрового управления любыми двумя маховиками и МП. Отметим, что векторы  $\mathbf{M}^m$  и  $\mathbf{L}$  изменяются при движении КА из-за существенного изменения вектора  $\mathbf{B}$  магнитной индукции Земли в ССК.

#### 4. Цифровое управление ориентацией КА

Значения вектора углового рассогласования  $\boldsymbol{\varepsilon}_l = -2\mathbf{e}_{0l}\mathbf{e}_l = -\delta\boldsymbol{\phi}_l$  и измеряемого вектора  $\boldsymbol{\omega}_l$  фильтруются с периодом  $T_q$ , а затем формируются значения векторов  $\boldsymbol{\varepsilon}_k^f \equiv \boldsymbol{\varepsilon}^f(t_k)$ ,  $\boldsymbol{\omega}_k^f$   $k \in N_0$  для их применения в цифровом законе управления кластере ДМ

$$\mathbf{g}_{k+1} = \mathbf{B}\mathbf{g}_k + \mathbf{C}\boldsymbol{\varepsilon}_k^f; \quad \tilde{\mathbf{m}}_k = \mathbf{K}(\mathbf{g}_k + \mathbf{P}\boldsymbol{\varepsilon}_k^f); \quad \mathbf{M}_k^r = \boldsymbol{\omega}_k^f \times \mathbf{G}_k^o + \mathbf{J}(\mathbf{C}_k^e \boldsymbol{\varepsilon}_k^p + [\mathbf{C}_k^e \boldsymbol{\omega}_k^p \times] \boldsymbol{\omega}_k^f + \tilde{\mathbf{m}}_k), \quad (12)$$

где  $\mathbf{G}_k^o = \mathbf{J}\boldsymbol{\omega}_k^f + \mathbf{H}_k$ , а  $\mathbf{B}$ ,  $\mathbf{P}$ ,  $\mathbf{C}$  и  $\mathbf{K}$  являются диагональными матрицами. Затем командный вектор  $\mathbf{M}_k^r$  управляющего момента кластера распределяется между ДМ, а также магнитным приводом, если это необходимо.

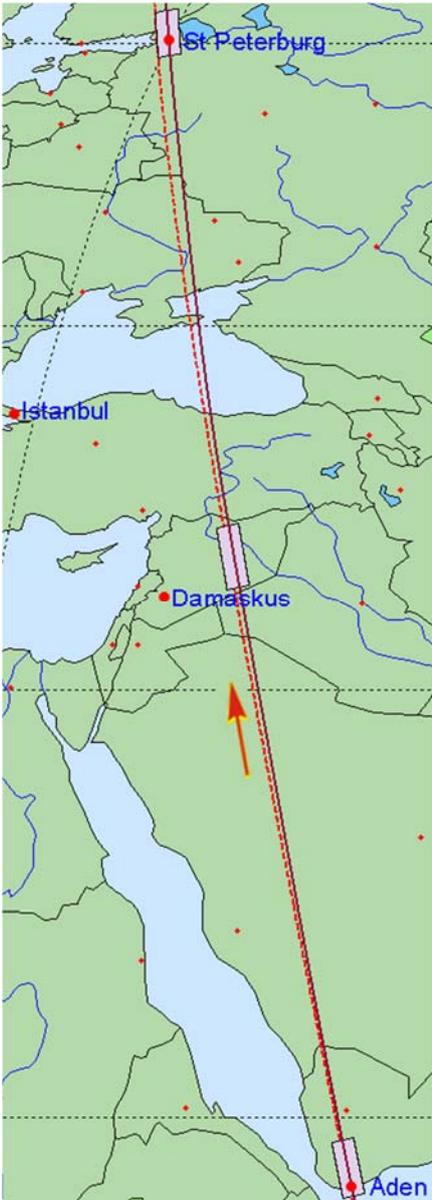


Рис. 11. Три маршрута съемки Земли на карте

Для полностью работоспособного кластера ДМ такое распределение реализуется по соотношению (5) с учетом цифрового командного вектора  $\mathbf{M}_k^c$  компенсации момента МП при разгрузке кластера ДМ, а также компенсации моментов сухого трения ДМ. Такая же технология используется, когда выходит из строя только один маховик, но здесь обращение матрицы  $\mathbf{A}_3$  реализуется без настройки кластера.

При отказе любых двух ДМ период цифрового управления МП становится равным периоду цифрового управления кластером ДМ. В этом случае с учетом (11) получаются явные дискретные соотношения

$$\mathbf{Q}_k^{pq} \equiv -\mathbf{M}_k^r + \mathbf{M}_k^r - \langle \mathbf{M}_k^r, \mathbf{a}_{pq}^a \rangle \mathbf{a}_{pq}^a; \quad \{m_{pk}, m_{qk}, m_k^m\} = (\mathbf{A}_{pq}^m)^{-1} \mathbf{Q}_k^{pq}; \quad (13)$$

$$\mathbf{L}_k = \{l_{ik}\} = (m_k^m / \mathbf{B}_k)(\mathbf{b}_k \times \mathbf{a}_{pq}^a) \quad (14)$$

для одновременного цифрового управления кластером ДМ и магнитным приводом. Учет цифрового командного вектора  $\mathbf{M}_k^c$  для компенсации момента МП при разгрузке кластера ДМ, а также компенсация моментов сухого трения, выполняются очевидным образом.

## 5. Результаты компьютерной верификации

При модели СУО (2), (3) разработанные дискретные алгоритмы (5) – (9), (12) – (14) для управления кластером ДМ и МП были проверены с учетом всех шести возможных вариантов отказа любых двух ДМ. Рассмотрен мини-спутник землеобзора массой 250 кг на солнечно-синхронной орбите высотой 600 км, оснащенный телескопом с апертурой 0.4 м и фокусным расстоянием 4 м. При заданной высоте орбиты и поле зрения телескопа 4.58 град ширина захвата составляет 48 км. Назначены такие граничные параметры ДМ и МП:  $m^m = 0.2$  Нм;  $m^{fm} = 2 \cdot 10^{-4}$  Нм;  $h^m = 10$  Нмс;  $l^m = 200$  Ам<sup>2</sup>.

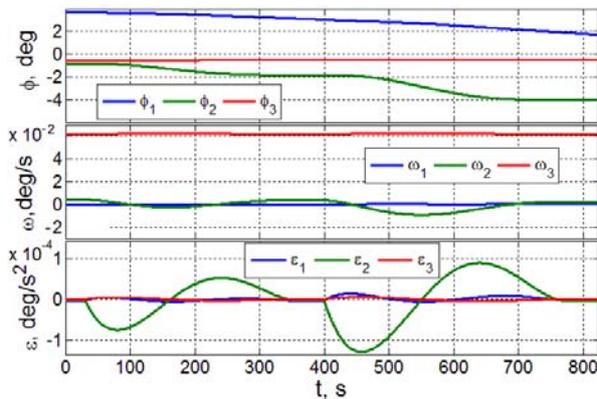


Рис. 12. Закон углового наведения КА при трех маршрутах съёмки

На рис. 1 *b* угол  $\gamma = 72$  град, назначенные периоды управления ДМ и МП таковы:  $T_u = T_u^c = 2$  с. На рис. 6 представлена карта с двумя маршрутами сканирующей трассовой съёмке с поворотным маневром между ними по крену на угол 20 град. Закон углового наведения КА в ОСК приведён на рис. 7 для углов  $\phi_i(t) = \phi_i^p$ , угловых скоростей  $\omega_i = \omega_i^p$  и ускорений  $\varepsilon_i = \varepsilon_i^p$ . На рис. 8 представлены погрешности стабилизации КА по углам  $\delta\phi_i$  и скоростям  $\delta\omega_i$ , а также управляющим моментам  $m_p$ , при всех четырех работоспособных ДМ при реализации этого закона наведения.

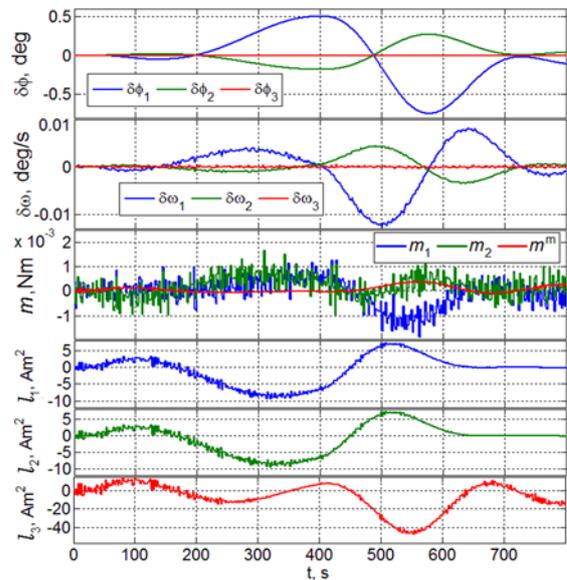


Рис. 13. Ошибки, управляющие моменты ДМ #1, ДМ #2, МП и компоненты вектора ЭММ

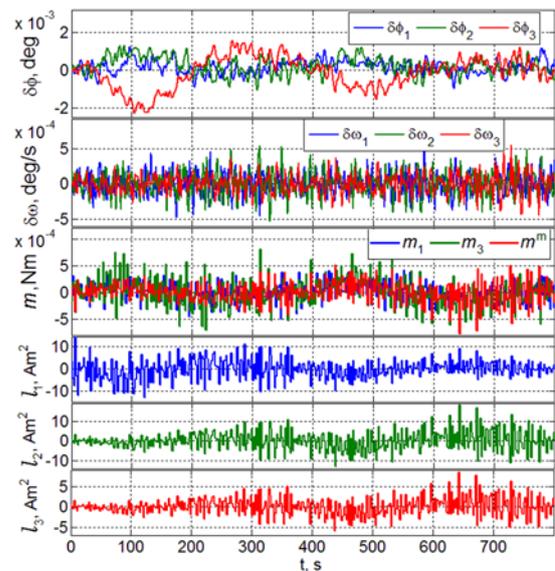


Рис. 14. Ошибки, управляющие моменты ДМ #1, ДМ #3, МП и компоненты вектора ЭММ

Аналогичные характеристики по ошибкам, управляющим моментам, а также компонентам вектора ЭММ при реализации этого же закона наведения КА представлены на рис. 9 при использовании ДМ #1, ДМ #4 и МП, а также на рис. 10, когда применяются ДМ #1, ДМ #3 и МП.

В таблице 1 представлена точность СУО при двух маршрутах съёмки на рис. 6, а именно среднее значение  $m_x$  и среднеквадратическое отклонение  $\sigma_x$  погрешностей угла ( $x = \delta\phi$ ) и скорости ( $x = \delta\omega$ ) при выполнении маршрутов сканирующей съёмки.

Таблица 1. Точность при двух маршрутах съёмки

Работающие ДМ, # $p, q$	$m_{\delta\phi}$ , град $\times 10^{-4}$	$\sigma_{\delta\phi}$ , град $\times 10^{-4}$	$m_{\delta\omega}$ , град /с $\times 10^{-5}$	$\sigma_{\delta\omega}$ , град /с $\times 10^{-4}$
Маршрут наблюдения # 1, $t \in [0,20]$ с				
1,3	3.28	3.28	1.77	1.63
1,4	4.14	5.23	1.43	2.60
2,3	2.56	2.97	1.57	2.15
2,4	1.40	3.15	3.21	2.12
Маршрут наблюдения # 2, $t \in [200,250]$ с				
1,3	130.0	13.0	8.71	3.35
1,4	20.0	16.0	13.91	2.26
2,3	30.0	13.0	7.83	2.69
2,4	67.0	22.0	1.57	2.18

Таблица 2. Точность при трёх маршрутах съёмки

Работающие ДМ, # $p, q$	$m_{\delta\phi}$ , град $\times 10^{-4}$	$\sigma_{\delta\phi}$ , град $\times 10^{-4}$	$m_{\delta\omega}$ , град /с $\times 10^{-5}$	$\sigma_{\delta\omega}$ , град /с $\times 10^{-4}$
Маршрут наблюдения # 1, $t \in [0,30]$ с				
1,2	2.00	2.91	2.09	1.84
1,3	1.32	3.92	1.57	2.05
1,4	2.02	3.90	0.858	1.72
2,3	2.69	3.90	4.84	2.28
2,4	2.44	4.98	1.33	2.36
3,4	2.26	4.27	14.50	2.29
Маршрут наблюдения # 2, $t \in [360,400]$ с				
1,2	520.0	100.0	100.0	5.57
1,3	3.95	5.44	2.54	2.52
1,4	5.45	4.22	2.13	2.38
2,3	5.24	4.22	2.05	2.44
2,4	3.25	5.48	1.03	2.84
3,4	6.00	5.08	1.92	2.38
Маршрут наблюдения #3, $t \in [965,1015]$ с				
1,2	110.0	160.0	100.0	4.30
1,3	5.79	5.31	1.37	2.47
1,4	6.23	4.60	1.01	2.20
2,3	4.34	4.62	2.59	2.11
2,4	5.95	5.04	2.20	2.11
3,4	6.14	5.62	2.16	2.35

Мы получили близкие характеристики при использовании ДМ #2, ДМ #3 с МП и ДМ #2, ДМ #4 с МП. Особенностью этих четырёх вариантов ДМ с индексами  $p, q \in (1,3; 1,4; 2,3; 2,4)$  является то, что эти ДМ принадлежат различным парам. Нетрудно видеть близость точностных характеристик СУО в сравниваемых вариантах всех четырех действующих ДМ (рис. 8) и двух работоспособных ДМ в разных парах вместе с МП (рис. 9 и 10). Заметим, что в этих вариантах все компоненты вектора  $\mathbf{L}$  ЭММ не превышают по модулю значения  $l^m = 200 \text{ Ам}^2$ , см. рис. 10.

В двух оставшихся вариантах ДМ с индексами  $p, q \in (1,2; 3,4)$  эти работоспособные ДМ входят в исходные пары. Здесь невозможно точно реализовать указанный закон наведения при заданном ограничении на компоненты вектора ЭММ из-за большого требуемого вектора углового ускорения, модуль которого ограничен значением  $0.0056 \text{ град/с}^2$ .

Для доказательства эффективности предложенного способа управления ориентацией спутника землеобзора в случае отказа любых двух ДМ рассмотрен вариант трех маршрутов трассовой съёмки с малыми требуемыми угловыми ускорениями. На рисунке 11 представлены три маршрута съёмки указанных районов в Йемене, Сирии и России, для которых требуется вектор углового ускорения, ограниченный по модулю значением  $0.00012 \text{ град/с}^2$ . Для варианта трассовой съёмки закон наведения КА в ОСК показан на рис. 12, характеристики по ошибкам СУО, управляющим моментам и компонентам вектора ЭММ при реализации этого закона наведения представлены на рис. 13 при использовании ДМ #1, ДМ #2 и МП, на рис. 14, когда применялись ДМ #1, ДМ #3 и МП, а также в табл. 2. Полученные результаты свидетельствуют, что эффективность работы любых двух ДМ вместе с МП при управлении ориентацией КА существенно зависит от расположения вектора индукции геомагнитного поля в ССК спутника, здесь можно сравнить результаты на рис. 13, 14, а также в табл. 2.

### **Заключение**

Кратко представлен новый подход к обеспечению живучести цифровой системы управления ориентацией мини-спутника наблюдения Земли при всех возможных отказах двух реактивных маховиков в кластере по схеме *General Electric*, а также алгоритмы нелинейного цифрового управления и результаты, полученные при их компьютерной верификации. Установлено, что при отказах двух любых реактивных маховиков разработанные цифровые законы управления кластером реактивных маховиков и магнитным приводом обеспечивают выполнение трассовой сканирующей съёмки земной поверхности, но не на любом участке орбиты спутника и при снижении доступных ускорений его поворотных маневров в случае некоторых вариантов отказов маховиков.

Работа выполнена при поддержке РФФИ, проект № 20-08-00779.

### **Библиографический список**

1. Testoyedov N., Rayevsky V., Somov Ye., Titov G., Yakimov Ye. Attitude and orbit control systems of Russian communication, navigation and geodesic satellites: History, present and future, IFAC PapersOnLine, vol. 50, no. 1, pp. 6422-6427, 2017.
2. Somov Ye., Butyrin S., Somov S., Somova T. Control of robot-manipulator during its preparation and capture of a passive satellite, Mathematics in Engineering, Science and Aerospace, vol. 10, no. 3, pp. 421-432, 2019.
3. Somov Ye., Butyrin S., Somova T., Somov S. In-flight verification of attitude control

system for a land-survey satellite at a final of its manufacturing, IFAC PapersOnLine, vol. 51, no. 30, pp. 66-71, 2018.

4. Krishnan H., McClamroch N., Reyhanoglu M. Attitude stabilization of a rigid spacecraft using two momentum wheel actuators, Journal of Guidance, Control, and Dynamics, vol.18, no. 2, pp. 256-263, 1995.

5. Boyer F., Alamir M. Further results on the controllability of a two-wheeled satellite, Journal of Guidance, Control, and Dynamics, vol. 30, no. 2, pp. 611-619, 2007.

6. Lam Q., Anderson B., Xin M. Preserving spacecraft attitude control accuracy using  $\theta$ -D controller subject to reaction wheel failures”, AIAA Paper, no. 2010-3522, 2010, pp. 1-19.

7. Horri N., Palmer P. Practical implementation of attitude-control algorithms for an underactuated satellite, Journal of Guidance Control, and Dynamics, vol. 35, no. 1, pp. 40-45, 2012.

8. Gui H., Jin L., Xu S. Attitude maneuver control of a two-wheeled spacecraft with bounded wheel speeds, Acta Astronautica, vol. 88, no. 4, pp. 98-107, 2013.

9. Kim S., Kim Y. Spin-axis stabilization of a rigid spacecraft using two reaction wheels, Journal of Guidance, Control, and Dynamics, vol. 24, no. 5, pp. 1046-1049, 2001.

10. Lam Q., Sanneman P., Stamatakos N., Vogt B., Kim J. A mixed-mode attitude control system strategy for actuator failure accommodation, AIAA Paper, no. 2001-4156, pp. 1-11, 2001.

11. Roberts B., Kruk J., Ake T., Englar T., Class B., Rovner D. Three-axis attitude control with two reaction wheels and magnetic torquer bars, AIAA Paper, no. 2004-5245, pp. 1-8, 2004.

12. Forbes J., Damaren C. Geometric approach to spacecraft attitude control using magnetic and mechanical actuation, Journal of Guidance, Control, and Dynamics, vol. 33, no. 2, pp. 590-595, 2010.

13. Сомов, С.Е Обеспечение живучести системы управления ориентацией спутника землеобзора при отказах роторных приводов [Текст] / С.Е. Сомов, Т.Е. Сомова // Известия Самарского научного центра РАН. 2018. Том 20, № 6, С. 190-195.

14. Reckdahl K.J. Wheel speed control system for spacecraft with rejection of null space wheel momentum, USA Patent no. 6141606, 2000.

15. Ratan S., Li X. Optimal speed management for reaction wheel control system and method, USA Patent no. 7198232, 2007.

16. Somova T. Attitude guidance and control, simulation and animation of a land-survey mini-satellite motion, Journal of Aeronautics and Space Technologies, vol. 9, no. 2, pp. 35-45, 2016.

17. Somova T. Satellite attitude guidance and economical digital control during initial modes, Mathematics in Engineering, Science and Aerospace, vol. 9, no. 3, pp. 365-372, 2018.