

АНАЛИЗ РАЗВЁРТЫВАНИЯ ОКОЛОЛУННОЙ ТРОСОВОЙ СИСТЕМЫ, СОСТОЯЩЕЙ ИЗ СТАНЦИИ И ДВУХ МАЛЫХ СПУТНИКОВ

Введение

Перспективность тросовых технологий в космосе заключается в возможности создания протяжённых систем космических аппаратов, совершающих согласованный полёт и обладающих лёгкостью и большим разнообразием конфигураций. Поэтому изучение динамики и разработка методов управления движением таких систем являются актуальными задачами. Обзор применения космических тросовых систем приведён в работах [1, 2]. Использование окололунной космической станции является частью многих проектов освоения Луны и Марса [3].

В работе рассматривается развёртывание радиальной космической тросовой системы, состоящей из космической станции и двух малых КА, на окололунной круговой орбите. Развёртывание производится по достаточно простому закону, в котором выпуск троса осуществляется пропорционально его скорости, причём механизм выпуска троса работает только на торможение. Производится сравнение процесса развёртывания системы на окололунной и околоземной орбитах.

Математическая модель

На рис. 1 представлена рассматриваемая в работе механическая система, состоящая из космической станции D и двух спутников A и B , прикрепленных к станции невесомыми нерастяжимыми тросами, длина которых l_a и l_b , соответственно. φ_a, φ_b – углы отклонения от местной вертикали троса, соединяющего станцию и соответствующий спутник. Станция движется по круговой окололунной невозмущённой орбите радиуса r . Станцию и спутники будем рассматривать как материальные точки, массы которых m_d, m_a и m_b соответственно.

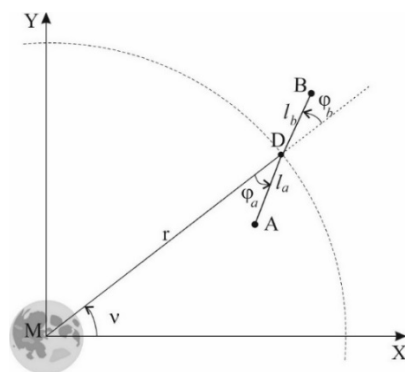


Рис. 1. Механическая система

Запишем координаты точек:

$$\begin{aligned}x_a &= r \cos v - l_a \cos(v + \varphi_a), y_a = r \sin v - l_a \sin(v + \varphi_a), \\x_b &= r \cos v + l_b \cos(v + \varphi_b), y_b = r \sin v + l_b \sin(v + \varphi_b), \\x_d &= r \cos v, y_d = r \sin v.\end{aligned}\quad (1)$$

Запишем выражения для кинетической и потенциальной энергии системы:

$$\begin{aligned}T &= \sum \frac{m_j v_j^2}{2} = \\&= \frac{m_a}{2} (-2l_a r \Omega (\Omega + \dot{\varphi}_a) \cos \varphi_a - 2\Omega \dot{l}_a r \sin \varphi_a + (l_a^2 + r^2) \Omega^2 + 2\Omega \dot{\varphi}_a l_a^2 + \dot{\varphi}_a^2 l_a^2 + \dot{l}_a^2) + \\&+ \frac{m_b}{2} (2l_b r \Omega (\Omega + \dot{\varphi}_b) \cos \varphi_b + 2\Omega \dot{l}_b r \sin \varphi_b + (l_b^2 + r^2) \Omega^2 + 2\Omega \dot{\varphi}_b l_b^2 + \dot{\varphi}_b^2 l_b^2 + \dot{l}_b^2) + \\&+ \frac{m_d}{2} \Omega^2 r^2,\end{aligned}\quad (2)$$

$$P = -\mu_M \left(\frac{m_d}{r} + \frac{m_a}{\sqrt{l_a^2 - 2l_a r \cos \varphi_a + r^2}} + \frac{m_b}{\sqrt{l_b^2 - 2l_b r \cos \varphi_b + r^2}} \right).$$

Составим уравнения движения с помощью уравнений Лагранжа второго рода

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial T}{\partial \dot{q}} - \frac{\partial T}{\partial q} = -\frac{\partial P}{\partial q} + \mathbf{Q}.\quad (3)$$

В уравнениях (3) $q = (\varphi_a, \varphi_b, l_a, l_b)$ – обобщённые координаты, $\dot{q} = (\dot{\varphi}_a, \dot{\varphi}_b, \dot{l}_a, \dot{l}_b)$ – обобщённые скорости, \mathbf{Q} – вектор обобщённых непотенциальных сил

$$\mathbf{Q} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ Q_a \\ Q_b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -k_v v_a \dot{l}_a \\ -k_v v_b \dot{l}_b \end{pmatrix},\quad (4)$$

функции v_a, v_b описывают закон управления выпуском тросов и задаются кусочно

$$v_j = \begin{cases} v_{max} & l_j < l_{j1}, \\ \bar{v}(l_j) & \text{if } l_{j1} \leq l_j \leq l_{j2}, \\ v_{min} & l_j > l_{j2}. \end{cases}$$

Функция $\bar{v}(l_j)$ ($j = a, b$) обеспечивает гладкое соединение участка с максимальным и минимальным значением функции $v(l_j)$.

Коэффициент k_v приближённо выбирается из условия допустимой нагрузки на трос с учётом неравенства [4]

$$\sigma = \frac{|Q_j|}{s} = \frac{k_v v_j \dot{l}_j}{s} < \sigma_{max},$$

где σ – нормальное напряжение троса, σ_{max} – допустимое напряжение при растяжении, s – площадь поперечного сечения троса.

Подставим выражения (2), (4) в уравнения (3), получим уравнения движения механической системы:

$$m_a l_a (r \Omega^2 \sin \varphi_a - 2 \Omega \dot{l}_a - 2 \dot{\varphi}_a \dot{l}_a - \ddot{\varphi}_a l_a) = \frac{\mu_M m_a l_a r \sin \varphi_a}{(l_a^2 - 2 l_a r \cos \varphi_a + r^2)^{3/2}},$$

$$m_b l_b (r \Omega^2 \sin \varphi_b + 2 \Omega \dot{l}_b + 2 \dot{\varphi}_b \dot{l}_b + \ddot{\varphi}_b l_b) = \frac{\mu_M m_b l_b r \sin \varphi_b}{(l_b^2 + 2 l_b r \cos \varphi_b + r^2)^{3/2}},$$

$$m_a (r \Omega^2 \cos \varphi_a - l_a \Omega^2 - 2 \Omega \dot{\varphi}_a l_a - \dot{\varphi}_a^2 l_a + \ddot{l}_a) = - \frac{\mu_M m_a (l_a - r \cos \varphi_a)}{(l_a^2 - 2 l_a r \cos \varphi_a + r^2)^{3/2}} - k_v v_a \dot{l}_a,$$

$$-m_b (r \Omega^2 \cos \varphi_b + l_b \Omega^2 + 2 \Omega \dot{\varphi}_b l_b + \dot{\varphi}_b^2 l_b - \ddot{l}_b) = - \frac{2 \mu_M m_b (l_b + r \cos \varphi_b)}{(l_b^2 + 2 l_b r \cos \varphi_b + r^2)^{3/2}} - k_v v_b \dot{l}_b.$$

Численные результаты

При численном интегрировании использовались следующие массово-геометрические параметры механической системы: масса станции $m_d = 2000$ кг, массы спутников $m_a = m_b = 20$ кг, конечные значения длин тросов $l_a = l_b = 500$ м, начальные условия $\varphi_{a0} = \varphi_{b0} = 0.8465$ рад, $l_{a0} = l_{b0} = 0.01$ м, $\dot{\varphi}_{a0} = \dot{\varphi}_{b0} = 0.05$ рад/с, $\dot{l}_{a0} = \dot{l}_{b0} = 0.25$ м/с, высота орбиты $r = 500$ км, гравитационный параметр Земли $\mu_E = 3.986 \cdot 10^5$ км³/с², гравитационный параметр Луны $\mu_L = 4.903 \cdot 10^3$ км³/с². Расчётное значение $k_v = 5$ Па · м · с.

На рис. 2,3 показаны графики изменения параметров системы при её движении по околоземной и окологлуной орбитах.

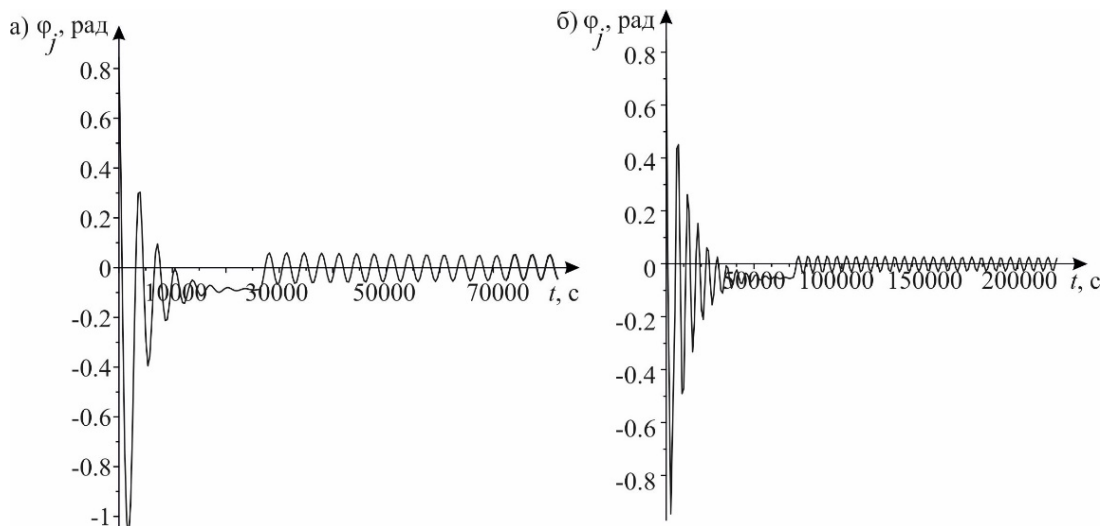


Рис. 2. Изменение углов $\varphi_a(t)$, $\varphi_b(t)$ при движении КТС

а) по околоземной и б) по окологлуной орбите

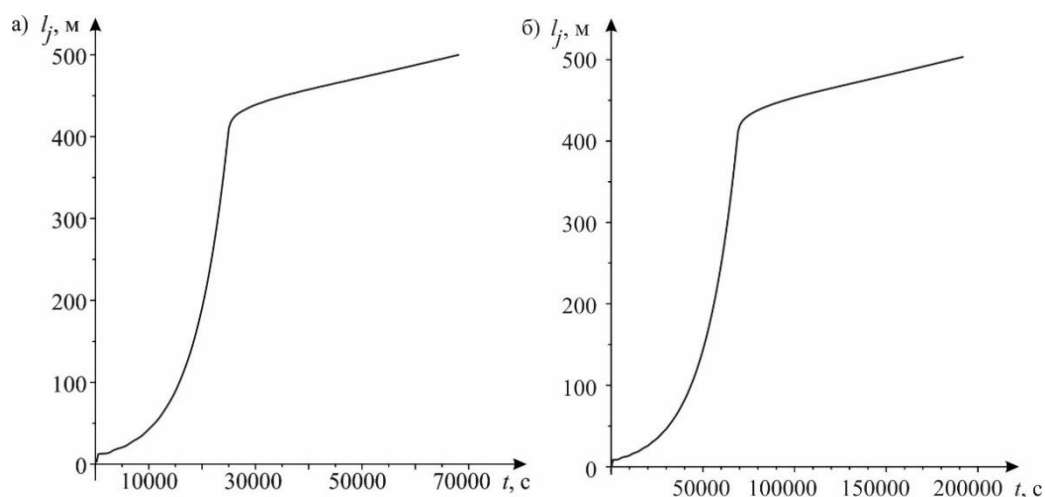


Рис. 3. Изменение длин тросов $l_a(t), l_b(t)$ при движении КТС

а) по околоземной и б) по окололунной орбите

Выводы

Анализируя процесс развёртывания КТС, можно сделать следующие выводы.

1. При одних и тех же исходных данных на окололунной орбите развёртывание происходит медленнее, чем на околоземной, примерно в 2,9 раза.
2. Предлагаемая программа развёртывания КТС обеспечивает развёртывание системы в положение близком к местной вертикали.
3. Амплитуда колебаний системы относительно вертикали в конечном её состоянии определяется в основном значением параметра k_v , при увеличении которого амплитуда колебаний уменьшается. Однако при этом увеличивается время развёртывания системы.

Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ и Государственного фонда естественных наук Китая в рамках научного проекта № 21-51-53001

Библиографический список

1. Белецкий, В.В. Динамика космических тросовых систем [Текст] / В.В. Белецкий, Е.М. Левин. – М.: Наука, 1990. – 329 с.
2. Cartmell, M.P. A review of space tether research [Text]/ M.P. Cartmell, D.J. McKenzie //Progress in Aerospace Sciences. – 2008. – Т. 44. – №. 1. – С. 1-21.
3. Levack, D. J. Mars NTP Architecture Elements Using the Lunar Orbital Platform-Gateway [Text]/ D. J. Levack, J.F. Horton, C.R. Joyner, T.S. Kokan, F. Widman, B.J. Guzek //2018 AIAA SPACE and Astronautics Forum and Exposition. – 2018. – С. 5105.
4. Феодосьев, В. И. Сопротивление материалов [Текст]/В.И. Феодосьев. – М: Наука, 1974. – 560 с.3