

УПРАВЛЕНИЕ ОТНОСИТЕЛЬНЫМ ДВИЖЕНИЕМ НАНОСПУТНИКОВ В ГРУППОВОМ ПОЛЕТЕ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ АБЛЯЦИОННОГО ИМПУЛЬСНОГО ПЛАЗМЕННОГО ДВИГАТЕЛЯ В УСЛОВИЯХ НЕОПРЕДЕ- ЛЕННОСТЕЙ ОРБИТАЛЬНОГО ДВИЖЕНИЯ

Н.А. Ладонкин¹, Д.С. Иванов¹, Ю.С. Королева², И.Д. Егоров²

¹Институт прикладной математики им. М.В. Келдыша РАН

²НИЯУ МИФИ

danilivanovs@gmail.com

В настоящей работе предложен алгоритм управления относительным движением наноспутников с использованием плазменных двигателей на абляционном принципе. Рассматривается кластерный запуск двух ЗУ кубсатов на низкие околоземные орбиты. Предложенный алгоритм управления на основе прямого метода Ляпунова обеспечивает устранение относительного дрейфа и позволяет достичь заданного относительного расстояния между двумя аппаратами. В работе проведено исследование управляемого относительного движения с учетом ограничений плазменного двигателя и с учетом ошибок редко обновляемых данных об орбитальном движении, получаемых на основе двустрочных орбитальных элементов. Получены оценки параметров траектории относительного движения в зависимости от параметров системы, которые позволяют получить представление о достижимых характеристиках такой миссии группового полета.

В настоящей работе используются уравнения Хилла-Клохесси-Уилтшира, которые описывают относительное движение двух спутников, летящих по близким околокруговым орбитам в центральном поле тяготения Земли [1,2]. Рассматривается опорная орбитальная система координат, начало которой находится в точке O , которая движется по круговой орбите с радиусом r_0 и угловой скоростью $\omega = \sqrt{\frac{\mu}{r_0^3}}$, μ – гравитационный параметр Земли. Оси координат изображены на рисунке 1: ось Oz направлена из центра Земли, ось Oy сонаправлена с вектором кинетического орбитального момента и направлена по нормали к плоскости орбиты, а Ox дополняет тройку до правой. Для координат вектора относительного положения спутников $\mathbf{r} = \mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1 = (x, y, z)$ можно записать следующую систему уравнений Хилла-Клохесси-Уилтшира:

$$\begin{cases} \ddot{x} = -2\dot{z}\omega, \\ \ddot{y} = -y\omega^2, \\ \ddot{z} = 2\dot{x}\omega + 3z\omega^2. \end{cases} \quad (1)$$

Система (1) имеет следующее решение:

$$\begin{cases} x(t) = -3c_1\omega t + 2c_2\cos\omega t - 2c_3\sin\omega t + c_4, \\ y(t) = c_5\sin\omega t + c_6\cos\omega t, \\ z(t) = 2c_1 + c_2\sin\omega t + c_3\cos\omega t. \end{cases} \quad (2)$$

Здесь $c_1 - c_6$ – константы интегрирования, которые можно получить с помощью начальных условий. В общем случае, траектория относительного движения (2) представляет собой эллиптическую спираль. Из выражений (2) видно, что $-3c_1\omega t$ – слагаемое, отвечающее за относительный дрейф спутников, величина c_1 определяет скорость относительного дрейфа, то есть относительная траектория двух спутников будет замкнута только при $c_1 = 0$. Относительный

дрейф приводит к изменению положения центра мгновенного эллипса, по которому движется один аппарат относительно другого. За мгновенный эллипс принимается траектория, которая получается из (2) с учетом нулевого относительного дрейфа $c_1 = 0$. Параметр траектории c_4 для удобства можно назвать относительным сдвигом траектории, которая при пересчете с текущими начальными условиями определяет положение центра эллипса. Пример траекторий с ненулевым относительным дрейфом и ненулевым относительным сдвигом для замкнутой траектории показан на рисунке 1.

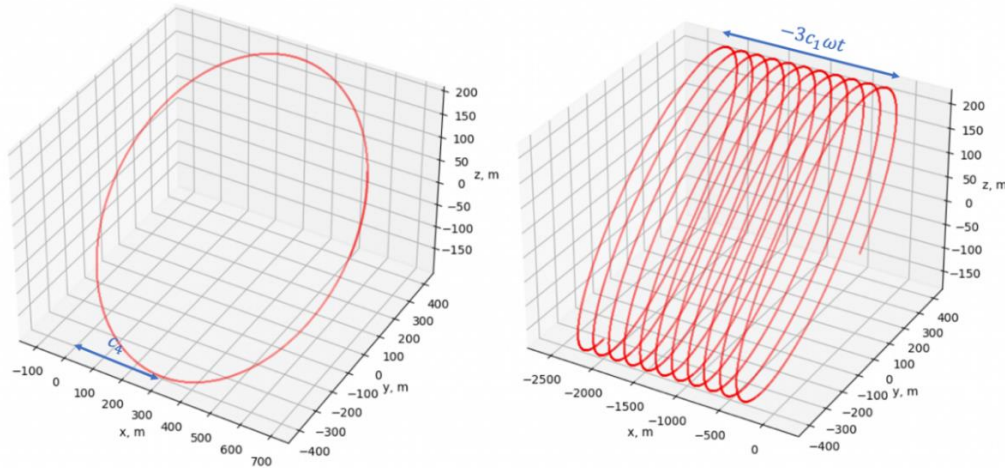


Рисунок 1 – Примеры относительных траекторий для демонстрации параметров относительного сдвига c_4 и относительного дрейфа $-3c_1\omega t$

В настоящей работе предполагается, что вектор тяги двигательной установки всегда ориентирован с помощью системы ориентации спутника вдоль трансверсали к траектории или в противоположном направлении, то есть вектор ускорения имеет ненулевую составляющую только по оси Ox , а две остальные равны нулю $u_y = u_z = 0$. С использованием прямого метода Ляпунова [3] в работе предложено такое управление относительным движением, которое обеспечит устранение дрейфа и достижение параметра относительного сдвига c_4 требуемого значения \tilde{c}_4 :

$$u_x = -kc_1 - 3\omega^2\Delta c_4, \quad (3)$$

где $k > 0$, $\Delta c_4 = \tilde{c}_4 - c_4$.

В работе предполагается, что с помощью двустрочных элементов орбиты можно вычислить радиус-вектор \mathbf{R}_0 и скорость аппаратов \mathbf{V}_0 в инерциальной системе координат в некоторый момент времени обновления элементов орбиты t_0 , а ошибки определения распределены согласно нормальному закону с нулевым математическим ожиданием и заданной ковариационной матрицей.

Для управления движением рассматривается применение плазменного двигателя на абляционном принципе VERA, созданного для кубсатов в МИФИ [4]. Плазменный двигатель, установленный на наноспутнике Святобор-1 формата 3U кубсат, изображен на рисунке 2. В состав двигателя входит конденсаторная батарея малого размера, полый пластиковый цилиндр из полиформальдегида, имеющий канал вдоль продольной оси, вокруг которого намотан соленоид. В результате разряда по поверхности канала внутри цилиндра происходит абляция пластика и преобразование его в плазму, которая нагревается протекающим током и с высокой скоростью истекает из открытого торца канала, ионизированная часть плазмы после этого дополнительно

ускоряется в магнитном сопле, сформированном соленоидом. Таким образом, космический аппарат получает импульс, который используется для управления движением.

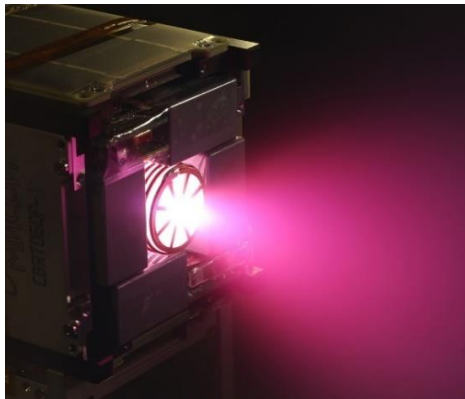


Рисунок 2 – Испытания плазменной двигательной установки наноспутника Святобор-1

Предложена следующая модель управляющего ускорения, которая учитывает особенности работы двигателя VERA. Для зарядки конденсаторов требуется время, поэтому двигатель способен выдавать импульсы с заданной периодичностью ΔT , при этом управляющее ускорение за время разряда Δt фиксировано $U_{\text{двиг}}$. Согласно алгоритму управления (3) рассчитывается требуемое управляющее ускорение $u_x^{\text{треб}}$, а реализованное управление имеет следующий вид:

$$u_x = \begin{cases} U_{\text{двиг}} \cdot \text{sign}(u_x^{\text{треб}}), & |u_x^{\text{треб}}| \geq U_{\text{двиг}}, \\ 0, & |u_x^{\text{треб}}| < U_{\text{двиг}}. \end{cases} \quad (4)$$

Приведем пример результатов моделирования управляемого движения двух спутников на высоте 400 км, с учетом ограничений, которые соответствуют параметрам двигателя VERA. Реальный двигатель имеет длительность разряда менее 0.1 мс и во время него создает тягу порядка 10 Н, генерируя за один разряд импульс 0.87 мНс. В рамках математического моделирования предполагалось, что двигатель работает непрерывно на протяжении всего шага интегрирования, равного 1 с, развивая тягу в 0.87 мН. Таким образом, согласно математической модели тяга за один разряд создает тот же импульс, что и реальный двигатель. Период между последовательными импульсами двигателя составляет минимум 40 с. Среднеквадратические ошибки измерения параметров орбитального движения взяты за 250 м по положению и 0.01 м/с по скорости. При моделировании управляемого относительного движения учитывались данные об орбитальном движении согласно расчетам по двухстрочным элементам орбиты, обновляемым раз в 12 часов, а также учитывались ограничения двигателя, описанные моделью (4).

На рисунке 3 сверху справа и слева изображены значения параметров c_1 и c_4 от времени, которые моделируются согласно расчетам бортового компьютера согласно ошибкам определения орбитального движения. На рисунке 3 снизу представлена зависимость реальных переменных c_1 и c_4 от времени, которые получаются в результате моделирования фактического относительного управляемого движения наноспутников. Исходя из результатов моделирования можно сказать, что фактические c_1 и c_4 находятся в пределах для относительного дрейфа примерно 2000-3000 м, а для сдвига центра относительного эллипса 100 км.

В результате численного исследования с помощью метода Монте-Карло (рис. 4) было получено, что для отклонений параметра относительного сдвига траектории c_4 для этих же ошибок измерений медиана максимальных значений составляет 65 км, а медиана средних значений 11

км. Следует заметить, что при заданных параметрах системы алгоритм управления не приводит значения c_1 и c_4 к заданным околонулевым значениям, однако относительное движение становится ограниченным, что необходимо для миссий группового полета.

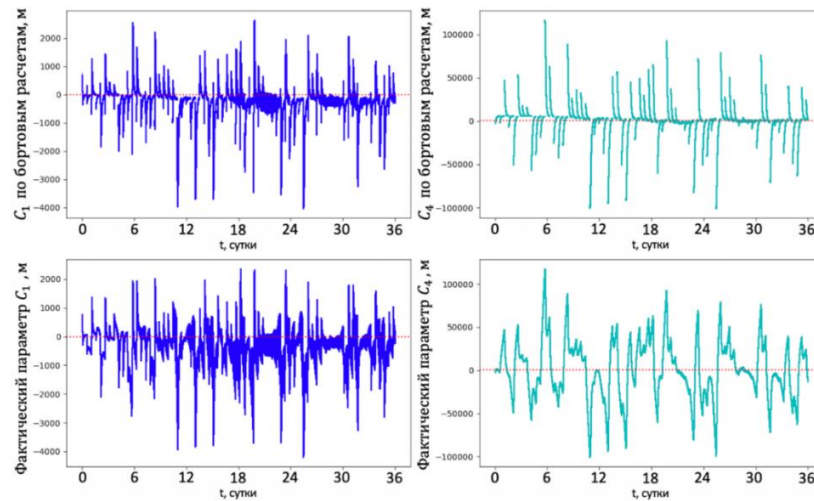


Рисунок 3 – Графики зависимости параметров c_1 и c_4 моделируемых и реальных от времени при времени между импульсами в 40 секунд

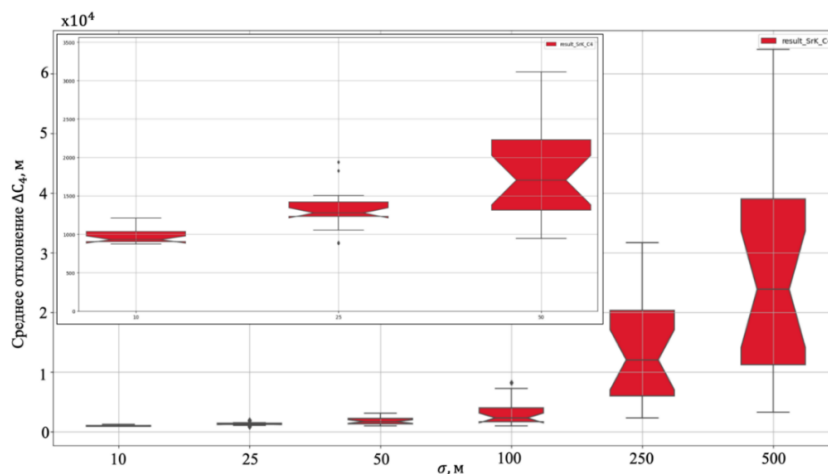


Рисунок 4 – Диаграмма размаха значений средневквдратичных отклонений c_4 от величины ошибки измерений орбитального положения σ

Работа выполнена при поддержке гранта РФФ № 22-21-00845.

Список литературы:

1. Clohessy W.H., Wiltshire R.S. Terminal Guidance System for Satellite Rendezvous // Journal of the Astronautical Sciences. 1960. Vol. 27, № 9. P. 653–678.
2. Hill G.W. Researches in Lunar Theory // American Journal of Mathematics. 1878. Vol. 1. P. 5–26.
3. Барбашин Е.А. Введение в теорию устойчивости. М.: Наука, 1967. 350 р.
4. Егоров И.Д., Королева Ю.С., Абдрахманов Д.Ф. Коаксиальный абляционный импульсный плазменный двигатель с внешней магнитной системой для малых космических аппаратов // Сборник научных трудов VIII международной конференции «Лазерные, плазменные исследования и технологии. Москва, 2022. С. 142.