

## Библиографический список

1. Кочуров, В.А. Примеры расчета характеристик надежности авиационной техники [Текст]: Метод. указания/В.А. Кочуров, Г.А. Новиков. – Самара, СГАУ, 2002. – 48с.
2. Коптев, А.Н. Техническая эксплуатация авиационных электросистем и пилотажно-навигационных комплексов [Текст]: Метод. указания – Самара, СГАУ, 1998. – 71с.
3. Техническое описание и ремонт авиационной техники [Текст]: Метод. указания по курсовому проектированию / Сост. И.М. Макаровский. – Самара: Издательство СГАУ, 2004. – 60 с.
4. Руководство по технической эксплуатации ИКВСП-140-01 [Текст].
5. СТО СГАУ 02068410-004-2007 Общие требования к учебным текстовым документам [Текст]. – Самара: Издательство СГАУ, 2007. – 32с.

## НЕЛИНЕЙНЫЕ МОДЕЛИ ДЛЯ ИССЛЕДОВАНИЯ ПРОЦЕССОВ ОБСЛУЖИВАНИЯ ЛИФТОВОГО ХОЗЯЙСТВА ГОРОДА

**В.П. Чернышов**

При построении модели любого объекта главным условием её пригодности является адекватность моделируемому объекту, и поскольку многообразие процессов функционирования системнеограниченно, то их модели, естественно, не могут быть исчерпаны классом линейных моделей. Поэтому необходимы модели, отличные от линейных, но также пригодные для описания широкого класса реальных процессов функционирования систем. Для демонстрации общности предлагаемой здесь методики представляется целесообразным рассмотреть класс существенно нелинейных и к тому же дискретно-непрерывных моделей, так называемых циклических процессов, реализуемых многими сложными техническими системами (СТС) самого различного назначения, в частности, системами централизованного контроля за состоянием процессов обслуживания.

В [1, 2] были рассмотрены два класса комплексных моделей процессов функционирования систем непрерывного и циклического типа. Как отмечалось, комплексность рассмотренных моделей обес-

печивалась учётом всех компонент показателя  $Y_{(\Delta)}$  качества виртуальных результатов операции. Хотя для наглядности была реализована его симплексная каноническая форма, тем не менее, рассмотренные методики применимы и в более общем случае. Как было показано в [2], модель позволяет проводить исследования с различной степенью детализации и наглядности, т.е. в развёрнутой и свёрнутой (методом ведущих компонент) формах. При этом ведущая компонента показателя  $Y_{(\Delta)}$  выделялась уже после построения его вероятностной модели. Понятно, что в качестве такой компоненты мог быть выбран любой аспект, т.е. любое операционное свойство процесса функционирования системы. Если в соответствии со специализацией и спецификой процесса функционирования комплекса ведущая компонента показателя  $Y_{(\Delta)}$  виртуального качества результатов операции определена заранее, то процедура построения модели операционной системы (ОС) и операционного комплекса (ОК) в ряде случаев может быть упрощена.

В данной статье рассматривается класс специализированных моделей, так называемых циклических оперативных процессов функционирования системы, т.е. циклических процессов, ведущей компонентой показателя качества результатов которых является операционное время. Выделение таких моделей в самостоятельный класс обусловлено методическими особенностями как процедур их построения, так и их вероятностной интерпретации.

Одной из наиболее широких и весьма содержательных является интерпретация циклического процесса функционирования системы, как процесса массового обслуживания (ПМО). Класс таких процессов весьма широк, и поэтому их модели носят достаточно универсальный характер.

Заметим, что в соответствии с назначением процесса функционирования - ПМО в рамках его моделей используется специфическая терминология (получившая широкое распространение в литературе). Так, операционный комплекс (ОК) называется комплексом массового обслуживания (КМО), сложная техническая система (СТС), проводящая операцию, - системой массового обслуживания

(СМО), процесс функционирования СТС (ПФС) - процессом массового обслуживания. Поскольку эти модели подробно освещены в монографиях [129], [130], то здесь рассматриваются лишь их основные свойства и методики их построения.

Для формальной постановки задачи исследования эффективности операционных процессов, введем ряд понятий и определений и классификацию процессов.

Пусть операция - это процесс функционирования некоторой СТС, результат которого оценивается по времени, расходуемому системой на полное выполнение задачи (с гарантированным качеством).

Определение 1. Процесс, ведущей компонентой показателя качества результатов которого является длительность периода полного выполнения задачи СТС (операционное время), называется  $\bar{A}$ -процессом.

В общем случае длительность периода выполнения задачи СТС (операционное время) зависит от целого ряда факторов, основными из которых являются:

- трудоёмкость задачи;
- производительность системы;
- эксплуатационно-техническая надёжность системы;
- организация процесса функционирования системы;
- условия функционирования системы и т.д.

Большинство (а в ряде случаев все) из перечисленных факторов содержат элемент неопределённости, т.е. являются случайными. Следовательно, длительность  $\bar{\tau}$  периода выполнения задачи есть величина случайная, непосредственно для оценивания качества и эффективности процесса использована быть не может, для этих целей должны применяться её вероятностные характеристики (закон распределения, числовые характеристики и т.п.).

Наиболее полной характеристикой степени приспособленности  $B$  процесса к выполнению поставленной перед системой задачи (к достижению цели операции) по "критерию пригодности", являющейся показателем его пригодности, может служить вероятность

$$P_B = P(\tau_H < \bar{\tau} < \tau_d) = F_{\bar{\tau}}(\tau_d) - F_{\bar{\tau}}(\tau_H) \quad (1)$$

где  $\tau_H$  - нижняя граница периода выполнения задачи, называемая нормативным операционным временем;

$\tau_\delta$  - верхняя граница периода выполнения задачи, называемая директивным операционным временем;

$\bar{\tau}$  - время безотказного функционирования СТС.

В общем случае как минимально допустимое - нормативное операционное время  $\tau_H$ , так и максимально допустимое - директивное операционное время  $\tau_\delta$  являются случайными, поскольку обуславливающие их факторы - состояние системы, внешние условия (обстановка), ресурс времени на операцию и т.п. - всегда содержат элемент неопределенности. В связи с этим вероятности  $P$  для индексных и обобщенных супериндикаторов [3] имеют соответственно следующий смысл:

$$P_B = \overline{\omega_1''} - \overline{\omega_1^i} = \overline{\omega_1^0} \quad (2)$$

$$P_B = \overline{\omega_2''} - \overline{\omega_2^i} = \overline{\omega_2^0},$$

где  $\overline{\omega_1^i}$ ,  $\overline{\omega_1''}$ ,  $\overline{\omega_2^i}$ ,  $\overline{\omega_2''}$  - индексные супериндикаторы [128] первого ранга первого порядка:

$$\overline{\omega_1^i} = F_{\bar{\tau}}^d(\bar{\tau}), \quad \overline{\omega_1''} = F_{\bar{\tau}}^d(\bar{\tau}) \quad (3)$$

$$\overline{\omega_2^i} = F_{\bar{\tau}}^d(\bar{\tau}), \quad \overline{\omega_2''} = F_{\bar{\tau}}^d(\bar{\tau})$$

где  $\overline{\omega_1^0}$ ,  $\overline{\omega_2^0}$  - обобщенные супериндикаторы (гипериндикаторы [128]):

$$\overline{\omega_1^0} = F_{\tau_i}^d(\tau_\delta) - F_{\tau_d}^d(\tau_H); \quad (4)$$

$$\overline{\omega_2^0} = F_{\tau_i}^d(\tau_\delta) - F_{\tau_d}^d(\tau_H). \quad (5)$$

Соотношения (4) и (5) исследуются методами теории стохастической индикации [3].

Выше был рассмотрен самый общий случай, когда операционное время,  $\bar{\tau}$  ограничено как снизу, так и сверху. Однако на прак-

ткие чаще встречаются процессы, качество (пригодность) которых определяется лишь одним из неравенств:  $\bar{\tau} > \bar{\tau}_н$  или  $\bar{\tau} \leq \bar{\tau}_д$ .

**Определение 2.**  $\bar{B}$ -процесс, пригодность которого равносильна выполнению условия

$$\bar{\tau} > \bar{\tau}_н \quad (6)$$

называется нормативным.

Если, например, для выполнения задачи системы достаточно лишь её безотказности в течение нормативного времени  $\bar{\tau}_н$ , то процесс её функционирования – нормативный процесс.

**Определение 3.**  $\bar{B}$ -процесс, пригодность которого равносильна выполнению условия

$$\bar{\tau} \leq \bar{\tau}_д \quad (7)$$

называется директивным или оперативным.

Так, если на выполнение задачи системе отводится директивное время  $\bar{\tau}_д$ , то процесс её функционирования - директивный  $\bar{B}$ -процесс.

Как уже отмечалось, в зависимости от задач исследования для описания реальных процессов могут использоваться различные математические модели и методы. Применительно к процессам массового обслуживания наиболее распространёнными являются дифференциальный и интегральный методы, основанные на составлении и последующем решении соответственно дифференциальных или интегральных уравнений для вероятностей состояний СМО, описывающих процесс её функционирования [4]. Соответствующие этим методам модели ПМО не эквивалентны и отвечают наличным степеням детализации процесса, диктуемой совокупностью определяемых показателей его качества. В задачи данной главы не входит сравнительный анализ указанных методов, поэтому здесь лишь отметим, что её целям в большей степени отвечает интегральный метод. Для его реализации был разработан метод, основанный на бинарной модели ПМО и дающий решение задачи минуя этапы составления и решения интегральных уравнений [4].

В состав операционных систем, проводящих сложные (большие) операции часто входят несколько СТС суперсистемы, собственные цели которых могут не совпадать. Необходимость учёта этого обстоятельства делает задачу формирования цели операции в значительной степени неопределённой и поэтому весьма сложной. Успех её решения в значительной мере зависит от компетентности и опыта управляющего органа ОС (суперсистемы).

Универсальных формальных методов решения таких задач не существует. Однако представляется полезным обсудить основные принципы, лежащие в основе процесса формирования показателя качества результатов операции и формулирования её цели.

Из вышесказанного следует, что операционные комплексы различаются как по структуре операционных систем, так и по форме и степени участия их элементов в проведении операций процессов функционирования систем. В связи с этим следует различать сплочённые и разобщённые операционные комплексы (СОК и РОК).

Что касается разобщённых ОК, то их исследование существенно зависит от причин разобщения "интересов" их элементов. Такими причинами могут быть либо антагонизм, либо индифферентность.

В первом случае состав показателей существенных результатов (ПСР) операции зависит от состава элементов ОК, сплочённых в суперсистеме.

Во втором случае, если индифферентность интересов элементов ОК полная, то состав ПСР зависит лишь от постановки задачи исследования. При частичной индифферентности состав ПСР должен назначаться с учётом элементов ОК, интересы которых наиболее чувствительны к решению задачи. Поясним сказанное на ряде примеров из теории (точнее, из практики) массового обслуживания.

В нашей СТС – суперсистема «Самаралифт», рассматриваемая как система массового обслуживания, «клиентами» которой являются «лифты» городских домов, также образующие СТС (самостоятельную). Понятно, что соответствующий такому случаю ОК будет разобщённым по интерфейсам СТС – «Самаралифт» и СТС – лифты, образующие поток заявок (требований) на обслуживание и ремонт в СМО – «Самаралифт». Понятно также, что причиной разобщения яв-

ляется антагонизм СМО и её «клиента». В рассматриваемом примере состав показателя существенных результатов, очевидно, зависит от того, что рассматривается.

В первом случае процесса функционирования системы – обслуживание лифтов (ремонт, восстановление). Поэтому в качестве целевых эффектов операций фигурирует число, вышедших из строя лифтов, либо предотвращенный ущерб за счет своевременно выполненных замен неисправных деталей. Как правило, оба показателя являются для ЗАО «Самаралифт» некоторой функцией от них. В качестве целевого эффекта будет рассматриваться число исправных лифтов в СТС, соотношенный с потерями от их ремонта, как некоторая функция от этих показателей.

СМО «Самаралифт» как ОК состоит из отдельных СМО (СТС1) и вспомогательного производства деталей и узлов для ремонта лифтов (СТС2), т.е. разобщенных в малом, которые являются сплоченными в большом (на уровне ЗАО «Самаралифт», в которых недостаточный учет интересов «клиентов» в одних СМО (СТС1) компенсируется соответствующим их учетом в других СМО (СТС2).

Так, например, попытка ликвидировать "очереди" перед СМО определённого типа путём улучшения её технического оснащения или увеличения "обслуживающего персонала" могла бы привести к увеличению "очереди" перед СМО других типов, что, в свою очередь, могло бы отрицательно сказаться как на "качестве массового обслуживания" "клиентов", так и на "экономической эффективности" процесса функционирования всей сети массового обслуживания в целом.

Для учёта указанных факторов должны использоваться векторные показатели  $Y_{(n)}$  и  $Y_{(n)}^{\partial}$  качества результатов операции и требований к ним, отдельные компоненты которых и призваны описывать количественно не только целевые (функциональные), но и наиболее существенные побочные эффекты, также характеризующие приспособленность процессов функционирования системы к достижению цели операции. Так, в примере «целевой эффект» - качество функ-

ционального обслуживания («выполнение заказа»), а один из важнейших побочных эффектов - длительность обслуживания. При этом доминирующими являются интересы (цели) суперсистемы, организующей операцию, которые включают в себя и которым должны быть подчинены интересы (подцели) всех сплочённых с ней элементов ОК. Однако следует помнить, что принципы комплексного исследования эффективности операций требуют включения в состав векторов  $Y_{(n)}$  и  $Y_{(n)}^{\partial}$  компонент трёх групп, характеризующих наряду с целевыми (и на равных с ними правах) и побочные эффекты операции - расходы ресурсов и времени. Отмеченные обстоятельства должны учитываться также при определении остальных элементов критерия  $G_{IP}$ , оценивания качества результатов операции и приспособленности процессов функционирования системы к её достижению.

Таким образом, формулирование цели операции – это один из важнейших и ответственных этапов исследования эффективности процессов функционирования системы, в значительной степени предопределяющий правильность окончательных выводов.

Пусть КМО – сплоченный. Тогда результат операции будет отражаться на всех элементах комплекса и для оценивания эффективности ПМО целесообразно выбрать (определить) индивидуальный показатель, поскольку он в полной мере учитывает «интересы» как «СМО», так и «клиентуры», что абсолютно необходимо в случаях, когда источники требований входят в суперсистему в качестве её составных элементов.

В зависимости от назначения СТС существенной может оказаться та или иная характеристика результата (тот или иной аспект) процесса её функционирования. Поэтому на первый взгляд СТС различного назначения по эффективности процессов их функционирования несравнимы, хотя представляется очевидным, что такое сравнение может оказаться весьма полезным, поскольку позволяет получить абсолютную оценку качества организации процесса функционирования системы.



В работе [4] отмечалось, что понятию эффективности процесса функционирования систем даются различные определения, однако везде существенной деталью (аспектом) является время результативного функционирования СТС, т.е. операционное время. В связи с этим время  $\bar{\tau}$ , потребное для выполнения стоящей перед СТС задачи, т.е. минимально возможное (виртуальное) время, расходуемое на достижение требуемых значений  $\bar{Z}_{(n)}^{(1)}$  характеристик качества целевого эффекта операции, может служить «идеальной» ведущей компонентой показателя  $\bar{Y}_{(n)}$  качества её результатов. Напомним, что при реализации метода ведущей компоненты все варианты (реализации) процесса функционирования систем результаты которых не удовлетворяют условию или  $\bar{Y}_{(n)} < \bar{Z}_{(n)}^{(1)}$ , хотя бы по одной компоненте, считаются неконкурентоспособными, т.е. имеющими нулевую эффективность, и из рассмотрения исключаются. При таком подходе все операции, ведущей компонентой показателя результатов которых является операционное время  $\tau$  (т.е. все оперативные процессы), становятся сравнимыми по эффективности.

Удобной аналитической математической моделью такого ПМО является индикатор процесса обслуживания произвольного требования, определяемый соотношением

$$\bar{\Pi}(t) = \sum_{i=1}^d \Pi(t; \bar{t}_i, \bar{t}'_i) = \sum_{i=1}^{\infty} \Pi(t; \bar{t}_i, \bar{t}'_i + \bar{\tau}_i) \left[ t_0 = 0 \right], \quad (8)$$

где  $\bar{t}_i$  - момент начала i-го цикла обслуживания;

$\bar{t}'_i$  - момент окончания i-го цикла обслуживания;

$\bar{\tau}_i$  - длительность i-го цикла обслуживания.

На рисунке 31 изображена временная диаграмма возможной реализации циклического процесса  $\bar{\Pi}(t)$  где  $t_0 = 0$  - момент поступления требования в СМО; операционное время; остальные обозначения те же, что и в выражении (8).

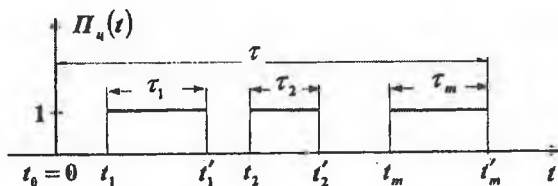


Рис. 1. Временная диаграмма возможной реализации циклического процесса

В идеальном случае, когда обслуживание требования начинается в момент его поступления в СМО и не прерывается до полного завершения, выражение (8) принимает вид

$$\overline{I_{uo}}(t) \stackrel{d}{=} I(t; \bar{t}_i, \bar{t}'_i) = I(t; \bar{t}_0, \bar{t}'_i) = I(t; 0, \bar{\tau}), \quad (9)$$

иллюстрацией к которому может служить рисунок 32, где  $\tau_{\text{обс}}$  - время обслуживания требования.

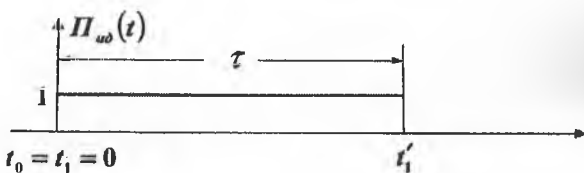


Рис. 2. Время обслуживания

Легко заметить, что

$$\int_0^{\infty} \overline{I_{uo}}(t) dt = \bar{\tau}_p, \quad (10)$$

где  $\bar{\tau}_p$  - время работы СМО по обслуживанию требования («наработка» СМО на одно произвольное требование). Как будет показано, в общем случае  $\bar{\tau}_p \neq \bar{\tau}_{\text{обс}}$ .

В «идеальном» случае из формулы (10) следует, что

$$\int_0^{\infty} \overline{I_{uo}}(t) dt = \bar{\tau}_p = \int_0^{\infty} I(t; 0; \bar{\tau}) dt = \int_0^{\bar{\tau}} dt = \bar{\tau} \quad (11)$$

Из выражений (8), (9) и рисунках 1, 2 видно, что математической моделью ПМО является оперативный  $B$ -процесс. В дальнейшем он будет кратко обозначаться ОПМО.

Оценивание качества результатов ОПМО будем проводить по "критерию пригодности". Это значит, что ОПМО считается качественным (успешно завершённым), если длительность  $\bar{\tau}$  периода  $[0, \bar{\tau}]$  полного обслуживания требования, поступившего в СМО (операционное время  $\bar{\tau}$ ), не превзойдёт максимально допустимое (директивное) время  $\bar{\tau}_d$ , т.е. если выполняется условие (7). При этом предполагается, что по ряду ведомых компонент вектора - показателя  $\bar{Y}_{(n)}$ , качества результатов ОПМО задача выполняется «автоматически», т.е. обслуживание заявок («клиентов») отвечает предъявленным требованиям (по качеству) и расходы на «качественное» обслуживание и организацию ОПМО не превосходят предельно допустимых.

В сформулированных условиях показатель эффективности оперативного процесса массового обслуживания - вероятность выполнения задачи СМО равна вероятности полного обслуживания требования, которая при принятом критерии оценивания его качества будет определяться одним из следующих выражений:

$$P_{вз} = P(\bar{\tau} \leq \bar{\tau}_d) = \int_{+\infty}^{\infty} F_{\bar{\tau}}(\tau) dF_{\bar{\tau}}(\tau) = \bar{\omega}_1 \quad (12)$$

или

$$P_{вз} = P(\bar{\tau}_d \leq \bar{\tau}) = \int_{+\infty}^{\infty} R_{\bar{\tau}}(\tau) dF_{\bar{\tau}}(\tau) = \bar{\omega}_2 \quad (13)$$

Здесь  $\bar{\omega}_1$ , и  $\bar{\omega}_2$  - супериндикаторы первого класса  $\langle \bar{\omega}_1, \bar{\omega}_2 \rangle$  [128],

$$\begin{aligned} \bar{\omega}_1 &= F_{\bar{\tau}}(\bar{\tau}_d); & \bar{\omega}_2 &= R_{\bar{\tau}}(\bar{\tau}); \\ F_{\bar{\tau}}(\tau) &= F_{\bar{\tau}/n}(\tau); & R_{\bar{\tau}}(\tau) &= R_{\bar{\tau}/n}(\tau). \end{aligned}$$

Формулы (12) и (13) определяют среднее значение (математическое ожидание) вероятности выполнения задачи СТС, хорошо оценивающее эффективность массовой (многократно повторяющейся) операции.

Если же требуется оценить эффективность уникальной (одиночной) операции, то более надёжными её характеристиками являются гарантируемые вероятности

$$\omega_{B3}^{\Gamma} = \omega_1^{\Gamma}(\gamma) = F_{\omega_1}^{-1}(1 - \gamma); \quad (14)$$

$$\omega_{B3}^{\Gamma} = \omega_2^{\Gamma}(\gamma) = F_{\omega_2}^{-1}(1 - \gamma) \quad (15)$$

позволяющие учитывать неопределенности как возможностей СМО, так и предъявляемых к ним требований.

Для получения ответов на подобные вопросы необходимо знать закон распределения  $F_{\bar{\tau}}(\tau)$  виртуальной длительности  $\bar{\tau}$  периода полного обслуживания произвольного поступившего в СМО требования (виртуального операционного времени  $\bar{\tau}$ ), называемый "законом обслуживания", и закон распределения предельно допустимой длительности периода обслуживания этого требования (директивного операционного времени), называемый «законом обслуженности». Методики их определения будут рассмотрены ниже. Здесь же предположим, что эти законы уже известны.

В общем случае каждое из распределений  $F_{\bar{\tau}}(\tau)$  и  $F_{\bar{\tau}_*}(\tau)$  будет характеризоваться соответственно совокупностью параметров  $\Pi_{\bar{\tau}} = \Pi_{\langle r \rangle}^{(1)}$  и  $\Pi_{\bar{\tau}} = \Pi_{\langle r \rangle}^{(2)}$  которые, в свою очередь, являются функциями параметров  $A_{\langle k \rangle}^*$ ,  $A_{\langle k \rangle}''$  КМО, а также характеристик  $B_{\langle l \rangle}$  и  $B_{\langle l \rangle}^*$  условий его функционирования и применения, т.е.

$$F_{\bar{\tau}}(\tau) = F_{\bar{\tau}}(\tau; \Pi_{\bar{\tau}}) = F_{\bar{\tau}}[\tau; \Pi_{\langle r \rangle}^{(1)}(A^*, A'', B^*)]. \quad (16)$$

$$F_{\bar{\tau}}(\tau) = F_{\bar{\tau}}(\tau; \Pi_{\bar{\tau}}) = F_{\bar{\tau}}[\tau; \Pi_{\langle r \rangle}^{(2)}(B'')]. \quad (17)$$

Поэтому показатели  $P_B$ ,  $\omega_B^{\Gamma}$  эффективности ОПМО будут также зависеть от этих параметров:

$$P_B = P_B(A_{\langle k \rangle}, B_{\langle l \rangle}) \quad (18)$$

Эффективным средством исследования влияния характеристик КМО и условий его функционирования и применения на эффективность ПМО является аппарат теории чувствительности [6], на базе которого определяются характеристики влияния, являющиеся в ру-

ках исследователя мощным орудием анализа ОПМО и его оптимального синтеза.

Задачи оптимального синтеза требуют разработки методов их решения, которым предшествуют исследованиям, связанных с методами определения законов обслуживания и обслуженности.

#### Библиографический список

1. Статистические методы в прикладной кибернетике [Текст]/ Под ред. Р.М. Юсупова. – МО СССР, 1980. – 377с.
2. Статистические модели и многокритериальные задачи принятия решений [Текст] / Под ред. И.Ф. Шахнова. – М.: Статистика 1979. – 184с.
3. Розенвассер, Е.Н. Чувствительность систем управление [Текст]. – М. Наука, 1981. – 464с.
4. Петухов, Г.Б. Основы и методы исследования эффективности оперативных целенаправленных процессов [Текст]. – МО СССР, 1979. – 176с.