Тогда оптимальное управление X^* даёт формула $X^*=B^{-1}AY^*$, где Y^* – заданный (оптимальный) набор характеристик продукции.

Подстановка предельно допустимых стандартами значений вектора Y позволяет найти допустимые отклонения управляющих воздействий X. [2]

Литература

1. Котенко А.П., Букаренко М.Б. Геометрия систем линейных регрессионных уравнений / Известия СНЦ РАН, т.15, №6(3), Самара, – 2013. С. 820-823.

2. Котенко А.П., Кузнецова О.А. Применение методов многомерного регрессионного анализа для оптимизации производства битума стандартизованных характеристик / Современные информационные технологии и ИТ-образование. Сборник научных трудов 10-й Юбилейной международной научно-практической конф. – М.: МГУ, 2015. – С. 356-359.

А.П. Котенко[1,2], М.С. Щербаков[2]

СВЕДЕНИЕ ЗАДАЧИ О ЧИСЛЕ КЛАСТЕРОВ К ВЫЧИСЛЕНИЮ КРАТЧАЙШИХ РАССТОЯНИЙ НА ГРАФЕ

([1]Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П. Королёва, [2]Самарский государственный технический университет)

Ряд прикладных задач требует разбиения заданного множества объектов на подмножества (кластеры), объединяющие объекты по тому или иному признаку сходства. Например, к ним относятся задачи размещения минимального числа обслуживающих узлов в вершинах графа: градостроительное регулирование, распределённые системы массового обслуживания и др. Эффективность найденного решения в значительной степени определяется числом полученных кластеров.

В случае парного сравнения объектов можно представить их вершинами графа с рёбрами, помеченными мерой сходства-различия вершин.

При симметричности меры отношения парного сходства вершин получим неориентированный граф.

Рассмотрим задачу разбиения множества вершин $v_i \in V$, $i \in \overline{1,n}$, $n := |V| < \infty$, неориентированного графа $G(V,R)$ без петель с рёбрами $r_i \in R$, $i \in \overline{1,m}$, $m := |R| < \infty$, веса $|r_i| \geq 0$ на кластеры $U_i \subset V$, $i \in \overline{1,k}$, $k<\infty$, минимизирующие расстояния $\rho(v,u_i)$ до вершин графа G, размещённых в центрах кластеров u_i~U_i, $u_i \in V$. [1]

Пусть кластеры могут пересекаться, но не вложены друг в друга. Такой набор кластеров $\{U_i : i \in \overline{1,k}\}$ накрывает множество вершин V, не являясь его разбиением. Поэтому число кластеров k может оказаться как не меньше, так и не больше числа вершин n.

Метрику $\rho(v_i,v_j)$ между вершинами $v_i, v_j \in V$ (быть может, с потерей аксиомы отделимости) определим минимумом сумм весов рёбер пути, соединяющего вершины.

Отметим, что наличие аксиомы отделимости эквивалентно отсутствию рёбер нулевого веса.

Очевидно, вершина $u_i \in V$, определяющая центр u_i~U_i заданного кластера U_i, существует (возможно, не единственная) и принадлежит этому кластеру: $u_i \in U_i$.

Предложенный признак принадлежности кластерам на компонентах связности графа G будет согласован с заданной метрикой (ρ,V). Таким образом, выбор метрики на вершинах графа эквивалентен выбору той или иной кластеризации множества его вершин. Изменяя требования о наиболее эффективном числе кластеров, получаем набор ограничений на свойства согласованных метрик, определяющих числовые характеристики отношения сходства-различия вершин графа.

Это позволяет выявить ограничения на количественные описания качественных признаков объектов, соответствующих вершинам.

Сформулируем обратную задачу: присвоить рёбрам $r \in R$ неориентированного конечного графа $G(V,R)$ с заданным набором кластеров числовые неотрицательные веса $|r| \geq 0$, порождающие согласованную метрику (ρ,V). Её тривиальное решение: присвоить нулевые веса рёбрам $r := (v_i, v_j) \in R$, лежащим внутри одного кластера $v_i, v_j \in U_k$, и единичные веса – остальным рёбрам.

Тривиальное решение порождает метрику (ρ,V) без аксиомы отделимости (если хотя бы один кластер содержит более одной вершины), в которой исходные кластеры состоят из вершин, разделённых нулевыми расстояниями, а расстояние от каждой вершины до любой вершины чужого кластера больше нуля.

Возможно нетривиальное решение обратной задачи с согласованной метрикой (ρ,V), удовлетворяющей аксиоме отделимости: достаточно приписать рёбрам, лежащим внутри одного кластера, достаточно малые положительные, а остальным рёбрам – достаточно большие веса.

Точные границы, разделяющие веса этих двух типов, имеют конструктивное, хотя достаточно громоздкое описание.

Сделаем вывод: кластерное представление множества вершин конечного графа эквивалентно подбору неотрицательных весов рёбер, порождающих согласованную метрику (ρ,V). Построить согласованную метрику можно, к примеру, с помощью матричного алгоритма [2].

Предложенный алгоритм обобщается на случай несимметричной меры отношения сходства-различия объектов, расположенных в вершинах графа, переходом к орграфу с парами антиколлинеарных дуг, замещающих рёбра исходного графа. В таком случае, получаются не только различные кластеры, но и их число, если строить кластеры для расстояний, определённых по одной дуге антиколлинеарной пары.

Матричный алгоритм определения кратчайших расстояний на орграфе [2] работает и в этом случае.

Возможна также модификация алгоритма [1] для решения задачи кластеризации множества рёбер неориентированного графа (дуг орграфа), вершины которого взвешены числовой характеристикой того или иного признака.

Литература

1. Kotenko A., Bukarenko M. Labeled graphs' vertices and edges sets clustering / Groups and Graphs, Algorithms and Automata, 2015: Abstracts of the International Conference and PhD Summer School. – Yekaterinburg: UrFU Publishing house, 2015. – P. 41.

2. Котенко А.П. Матричный алгоритм Беллмана–Мура // Управление организационно-экономическими системами. Вып. 10. – Самара: Изд-во СГАУ, 2013. – С. 33-37.

Э.В. Куратник, Д.В. Иванов

ОЦЕНИВАНИЕ ПАРАМЕТРОВ ARX СИСТЕМ КЛАССА ВИНЕРА ПРИ НАЛИЧИИ ПОМЕХИ ВО ВХОДНОМ СИГНАЛЕ

(Самарский государственный университет путей сообщения)

При идентификации динамических систем наибольшее распространение получили линейные модели динамических. Линейные модели просты в описании и часто обеспечивают адекватную точность представления динамической системы. Однако существует огромное число систем, описываемых нелинейными уравнениями. В общем случае задача идентификации динамических систем не имеет решения и возможно говорить лишь об идентификации некоторых классов нелинейных систем таких как системы класса Гаммерштейна, Винера, Вольтерра, билинейные системы и т.д.

Идентификация даже отдельных классов нелинейных систем при наличии помех, по сравнению с линейными системами, является более сложной задачей.

Идентификации динамических систем класса Гаммерштейна посвящено большое количество статей, в том числе при наличии помех наблюдений в выходном сигнале [1,2], в [3] приведено обобщение на случай системы класса Гаммерштейна, описываемой уравнениями с разностями дробного порядка.

Идентификации билинейных динамических систем при наличии помех наблюдения посвящены работы [4-6]. В данной статье предложен критерий, позволяющий получать сильно состоятельные оценки параметров систем класса Винера при наличии помехи во входном сигнале.

Динамическая система описывается дискретными стохастическими уравнениями:

$$z_i = \sum_{m=1}^{r} b_0^{(m)} z_{i-m} + \sum_{m=0}^{r_1} a_0^{(m)} x_{i-m} + \zeta_i\,,\ y_i = f(z_i), \quad w_i = x_i + \xi_i\,, \qquad (1)$$

где $f(\bullet)$ - нелинейная обратимая беровская функция.

Пусть выполнены условия:

1. Динамическая система устойчивая. Истинные параметры системы принадлежат компактному множеству $\tilde{\mathrm{B}}$.

2. Случайные процессы $\{\xi_i\},\{\zeta_i\}$ удовлетворяют следующим условиям:

$$E\left(\xi_i / F_i^{(\xi)}\right) = 0, \quad E\left(\zeta_i / F_i^{(\zeta)}\right) = 0 \text{ п.н.};$$

$$E(\xi_i^2 / F_i^{(\xi)}) < \infty,\ E(\zeta_i^2 / F_i^{(\zeta)}) < \infty \quad \text{п.н.};$$

$$E(\xi_i^2) < \infty,\ E(\zeta_i^2) < \infty,\ E(\xi_i^4) < \infty,\ E(\zeta_i^4) < \infty \text{ п.н.};$$

где $F_i^{(\xi)}, F_i^{(\zeta)}$ – σ-алгебры, индуцированные семействами случайных величин $\{\xi_t, \zeta_t, t \in T_i\}, T_i = \{t; t \le i, t \in \mathrm{Z}_c$ - множество целых чисел$\}$, E - оператор математического ожидания.

3. $\{\xi_i\}$ статистически не зависит от $\{\zeta_i\}$.

4. $\{x_i\}$ статистически не зависит от $\{\xi_i\},\{\zeta_i\}$.

5. Априорно известно соотношение $\gamma = \sigma_\zeta^2 / \sigma_\xi^2$.

6. Входной сигнал $\{x_i\}$ является случайным и удовлетворяет условию

$$\lim_{N\to\infty} \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} \varphi_x^{(i)} \left(\varphi_x^{(i)}\right)^T = H_{xx} \text{ п.н.},$$

где $\varphi_x^{(i)} = \left(x_i, \ldots, x_{i-r_1}\right)^T$, причем H_{xx} существует, ограничена и положительно определена.

Необходимо оценить неизвестные коэффициенты динамической системы, описываемой уравнением (1) по наблюдениям y_i, w_i при известных порядках r, r_1.

Представим уравнение (1) в виде линейной регрессии

$$f^{-1}(y_i) = \varphi_i^T \theta_0 + \varepsilon_i\,, \qquad (2)$$

где $\varepsilon_i = \xi_i - a_0^T \varphi_\xi^{(i)}$, $\varphi_i = \left(f^{-1}(y_{i-1}) \ \ldots \ f^{-1}(y_{i-r}) \mid w_i \ \ldots \ w_{i-r_1}\right)^T$,

$\theta_0 = \left(b_0^{(1)} \ \ldots \ b_0^{(r)} \mid a_0^{(1)} \ \ldots \ a_0^{(r_1)}\right)^T$, $\varphi_\xi^{(i)} = \left(\xi_i, \ldots, \xi_{i-r_1}\right)^T$.

Из предположения 2 следует, что обобщенная ошибка $\varepsilon(b_0, i)$ имеет нулевое среднее значение, а из предположения 3 и леммы 1.1 [7] что её локальная дисперсия с вероятностью 1 будет равна:

$$\sigma_\varepsilon^2 = \lim_{N\to\infty} \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} \varepsilon^2(b_0, i) = \sigma_\zeta^2 + \sigma_\xi^2 a_0^T a = \sigma_\xi^2 \left(\gamma + a_0^T a\right) = \sigma_\xi^2 \omega(b_0)\,.$$