



В.Б. Сахибазарова, О.Н. Наумов

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ДВИЖЕНИЯ  
КОСМИЧЕСКОЙ ТРОСОВОЙ СИСТЕМЫ В НЕЦЕНТРАЛЬНОМ  
ГРАВИТАЦИОННОМ ПОЛЕ ЗЕМЛИ

(Самарский национальный исследовательский университет  
имени академика С.П. Королёва)

В настоящее время одной из активно развиваемых и востребованных областей деятельности человека является космическая отрасль. Изучение состояния Земли, посредством съемок с орбиты, мониторинг верхних слоев атмосферы, обеспечение спутниковой связи и телевидения – все это осуществимо благодаря космическим летательным аппаратам, вращающимся вокруг Земли. А математическое моделирование – удобнейший инструмент, позволяющий без значительных затрат средств и времени предсказать поведение летательного аппарата, и продемонстрировать его реакцию на изменение исходных условий движения.

В данной работе происходит моделирование движения космической тросовой системы (КТС) — комплекса искусственных космических объектов (спутников, кораблей, грузов), соединенных длинными тонкими гибкими элементами (тросами, кабелями, шлангами), совершающий орбитальный полет. В наиболее простом виде КТС — это связка двух космических аппаратов (в данной работе – космический аппарат (КА) и спускаемая капсула (СК)), соединенных тросом длиной в десятки или даже сотни километров [1].

Уравнения движения КТС представляют собой совокупность уравнений движения центров масс КА и СК, движения относительно центра масс, а также уравнения, описывающие работу механизма управления развёртыванием троса.

Для вывода уравнений движения требуется определить возмущающие силы. При движении космической тросовой системы в гравитационном поле Земли возмущающими силами являются: аэродинамические силы, действующие как на трос, так и на концевые тела, а также силы связанные с нецентральностью гравитационного поля Земли.

Уравнения вращательного движения описываются динамическими и кинематическими уравнениями Эйлера [2]:

$$\begin{aligned} I_X \cdot \frac{d\omega_X}{dt} + \omega_Y \cdot \omega_Z \cdot (I_Z - I_Y) &= \sum M_X, \\ I_Y \cdot \frac{d\omega_Y}{dt} + \omega_X \cdot \omega_Z \cdot (I_X - I_Z) &= \sum M_Y, \end{aligned} \quad (1)$$



$$\begin{aligned} I_Z \cdot \frac{d\omega_Z}{dt} + \omega_X \cdot \omega_Y \cdot (I_Y - I_X) &= \sum M_Z, \\ \frac{d\psi}{dt} &= \frac{\omega_X \cdot \sin \varphi + \omega_Y \cdot \cos \varphi}{\sin \theta}, \\ \frac{d\varphi}{dt} &= \omega_Z - \frac{(\omega_X \cdot \sin \varphi + \omega_Y \cdot \cos \varphi) \cdot \cos \theta}{\sin \theta}, \quad (2) \\ \frac{d\theta}{dt} &= \omega_X \cdot \cos \varphi - \omega_Y \cdot \sin \varphi, \end{aligned}$$

где  $I_X, I_Y, I_Z$  – моменты инерции груза в главных связанных осях;  $\omega_i$  и  $\sum M_i$  ( $i = x, y, z$ ) – проекции угловых скоростей вращения груза и действующих на него моментов на оси главной связанной системы координат;  $\psi, \varphi, \theta$  – углы Эйлера, определенные относительно связанной системы координат;  $M_i = M$ ,

где  $\bar{M}$  – момент от силы упругости троса.

Момент от силы упругости троса ( $\bar{M}$ ) определяется из выражения

$$\bar{M}_{elast_i} = \Delta \bar{R}_s \times \bar{F} \quad (5),$$

где  $\Delta \bar{R}_s$  – радиус-вектор точки крепления троса

относительно центра масс концевой тела;  $\bar{F}$  – сила упругости.

Для определения модуля силы упругости применяется односторонний закон Гука

$$F_{elast} = \begin{cases} \frac{c \cdot (L_{AB} - L)}{L}, & \text{при } L_{AB} - L > 0 \\ 0, & \text{при } L_{AB} - L \leq 0 \end{cases} \quad (6)$$

где  $L_{AB}$  – расстояние между точками крепления троса на КА и на грузе,  $L$  – длина выпущенного из механизма троса,  $c$  – жесткость троса,  $\sigma$  – модуль Юнга и площадь поперечного сечения троса.

Уравнения, описывающие работу механизма управления, записываются в виде

$$m_{in} \cdot \frac{dV_T}{dt} = F_{elast} - F_c \quad (8)$$

$$\frac{dL}{dt}$$



где  $F_c = K_L \cdot (L - L_{\text{прогр}}) + K_V \cdot (V_T - V_p)$  - управляющая сила в механизме развёртывания,  $K_L$  - коэффициент, характеризующий инерционность механизма;  $K_V$  и  $K_P$  - коэффициенты обратной связи системы управления;  $V_T$  - скорость троса.

В работе рассматривается нецентральное гравитационное поле, гравитационный потенциал которого, определяется следующим образом:

$$U = U_0 + U_1 + U_2 + \dots \quad (9)$$

Для практических исследований гравитационный потенциал Земли, часто записывают с учётом только трёх составляющих гравитационного потенциала (9), в следующей форме [3]:

$$U = \frac{\mu}{r} + \frac{\varepsilon}{r^3} \left( \frac{1}{2} - \sin^2 \varphi \right) + \frac{\chi}{r^5} \left( \sin^4 \varphi - \frac{6}{7} \sin^2 \varphi + \frac{3}{35} \right), \quad (10)$$

где  $\varepsilon = 2.634 \cdot 10^5 \text{ км}^5 \cdot \text{с}^{-2}$ ,  $\chi = 6.773 \cdot 10^5 \text{ км}^5 \cdot \text{с}^{-2}$

Для анализа уравнений движения центров масс концевых тел используется второй Закон Ньютона, где в правой части уравнений добавляются слагаемые связанные с действием силы упругости троса и гравитационной силой.

В ортогональной геоцентрической системе координат, гравитационные силы имеют вид:

$$\begin{aligned} G_x &= m \frac{\partial U}{\partial x}, \\ G_y &= m \frac{\partial U}{\partial y}, \\ G_z &= m \frac{\partial U}{\partial z}. \end{aligned} \quad (11)$$

Здесь  $m$  - масса тела, движение которого исследуется.

Полученная математическая модель движения космической тросовой системы в нецентральном поле Земли, может быть использована для расчёта траектории развёртывания КТС, и определения начальных условий дальнейшего спуска СК в плотных слоях атмосферы.

### Литература

- Осипов В.Г., Шошунов Н.Л. Космические тросовые системы: история и перспективы // Земля и Вселенная – 1998. - №4. – С. 19-29.
- Заболотнов Ю.М., Наумов О.Н. Анализ пространственного вращательного движения концевой тела при развёртывании орбитальной тросовой системы [Текст]/Ю.М. Заболотнов, О.Н. Наумов // Управление и навигация летательных аппаратов. – Самара. СГАУ, 2012 г. – С. 104-107
- Анучин О. Н., Комарова И. Э., Порфирьев Л. Ф. Бортовые системы навигации и ориентации искусственных спутников Земли. – СПб.: ГНЦ РФ ЦНИИ “Электроприбор”, 2004. – 326 с.



М.С. Светлов, А.А. Львов, П.В. Мартынов, М.К. Светлова

## ПОВЫШЕНИЕ ПОМЕХОУСТОЙЧИВОСТИ ИНФОРМАЦИОННЫХ КАНАЛОВ В УСЛОВИЯХ ДЕЙСТВИЯ ПОМЕХ БОЛЬШОЙ ИНТЕНСИВНОСТИ

(Саратовский государственный технический университет имени Гагарина Ю.А., Институт проблем точной механики и управления РАН)

Одна из наиболее актуальных задач синтеза современных цифровых информационных каналов (ИК) как совокупности каналов связи (КС) и устройств кодирования (КУ) и декодирования (ДКУ), работающих в условиях действия случайных импульсных помех большой интенсивности, – обеспечение требуемого уровня достоверности приема переданной по КС информации, определяемой помехоустойчивостью ИК. Количественно помехоустойчивость и достоверность принято оценивать значениями вероятностей исходов приема (правильный и ложный приемы, защитный отказ) при известной статистике канала. При этом основная задача повышения помехоустойчивости ИК в целом состоит в максимально возможном снижении значений вероятностей ложного приема и защитного отказа, что традиционно обеспечивается использованием корректирующих кодов при каскадном кодировании, но эффективно лишь при малых и средних значениях интенсивности случайных импульсных помех  $i_{с.п.} = f_{с.п.} / f_{к} < 3$  ( $f_{с.п.}$ ,  $f_{к}$  – частоты случайной импульсной помехи и кода, соответственно). При случайных импульсных помехах большой интенсивности ( $i_{с.п.} \geq 3$ ), кроме корректирующих кодов, как правило, используются различные способы дублирования передачи, обратные каналы, параллельные сигнальные признаки, что не только усложняет алгоритмы работы КУ и ДКУ, но и существенно снижает быстродействие и экономическую эффективность ИК [1].

В ходе проведенных исследований для повышения помехоустойчивости ИК предложены алгоритмы вторичного (защитного) кодирования и декодирования на базе кодового сигнального признака (КСП), подробно представленные в [2-3].

Особенностью кодирования с КСП является представление каждого разрядного символа используемого в общем случае  $K$ -ичного алфавита первичного канального кода (ПКК) в виде кодовых последовательностей разрядов вторичного канального кода (ВКК) существенно малой длительности  $\tau$ , жестко связанных между собой фиксированными интервалами времени. При этом КУ ВКК формирует  $K$  различных рабочих двоичных  $n$ -разрядных кодовых слов, первый единичный разряд которых формируется с фиксированной начальной задержкой  $\Delta t_0$  по отношению к переднему фронту каждого кодируемого КСП разрядного символа ПКК, а последующие единичные разряды формируются через интервалы времени, кратные некоторому значению времени задержки  $\Delta t$ .