



В.А. Печенин, М.А. Болотов, Н.В. Рузанов

ИССЛЕДОВАНИЕ ПОГРЕШНОСТЕЙ МАТЕМАТИЧЕСКОГО БАЗИРОВАНИЯ ПРИ ВЫПОЛНЕНИИ КООРДИНАТНЫХ ИЗМЕРЕНИЙ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ЗУБЧАТЫХ КОЛЕС

(Самарский национальный исследовательский университет
имени академика С.П. Королёва)

Высокоточные измерения геометрии деталей и сборочных единиц составляют значимую часть технологии производства деталей и изделий машиностроения. К операциям измерений предъявляются требования высокой гибкости, производительности и необходимой точности. Широко известно использование на предприятиях аэрокосмического профиля трёх осевых координатно-измерительных машин (КИМ), реализующих координатный метод измерений и имеющих компьютерную поддержку.

Одними из наиболее сложных и ответственных деталей машиностроения, а также авиационных двигателей, с точки зрения изготовления являются зубчатые колеса. Разработка и выполнение операций изготовления и измерения зубчатых колёс сопряжено с рядом проблем. Они вызваны наличием сложнопрофильных поверхностей [1], заданных специфическими параметрами, нормирующими их точность и высоких требований к допустимым погрешностям измерений.

Выполнение измерений зубчатых колес на КИМ производится в следующей последовательности: предварительное (стартовое) базирование, чистовое базирование, измерение профиля (поверхности) зубьев, расчёт измеряемых геометрических параметров. Каждый из этапов последовательности характеризуется своими проблемами. Этап чистового базирования, в ходе которого определяется пространственное расположение измеряемого зубчатого колеса относительно осей координатно-измерительной машины, является особо ответственным.

Аналитический обзор работ, посвящённых моделированию процесса координатных измерений и оценке погрешностей измерений геометрических параметров, показывает широкое использование исследователями подхода «Виртуальная координатно-измерительная машина» [2]. Целью данной работы является разработка математической модели для исследования погрешностей базирования цилиндрических зубчатых колёс на координатно-измерительных машинах.

Математическое базирование - процедура, заключающаяся в расчете расположения системы координат детали (СКД) по предварительно измеренным в системе координат машины (СКМ) точкам базовых элементов детали к последующей трансформации координат точек других элементов детали из СКМ в СКД.



При определении системы координат детали необходимо определить положение главной оси, направление второй оси и центр системы координат. Для зубчатых колес направление оси вращения задается по центральному посадочному отверстию. Затем производится измерение торцевой плоскости. На пересечении торцевой плоскости и цилиндрической поверхности посадочного отверстия задается точка начала координат.

Направление второй оси СКД можно определить с помощью использования операции наилучшего совмещения измеренных боковых эвольвентных поверхностей зубьев с соответствующими их номинальными поверхностями. Для его реализации производится измерение массива точек эвольвентных поверхностей зубьев и их совмещение с соответствующими точками на САД-модели зубчатого колеса. На рисунке 1 представлена схемы математического базирования углового положения зубчатого колеса, используемые в данном исследовании.

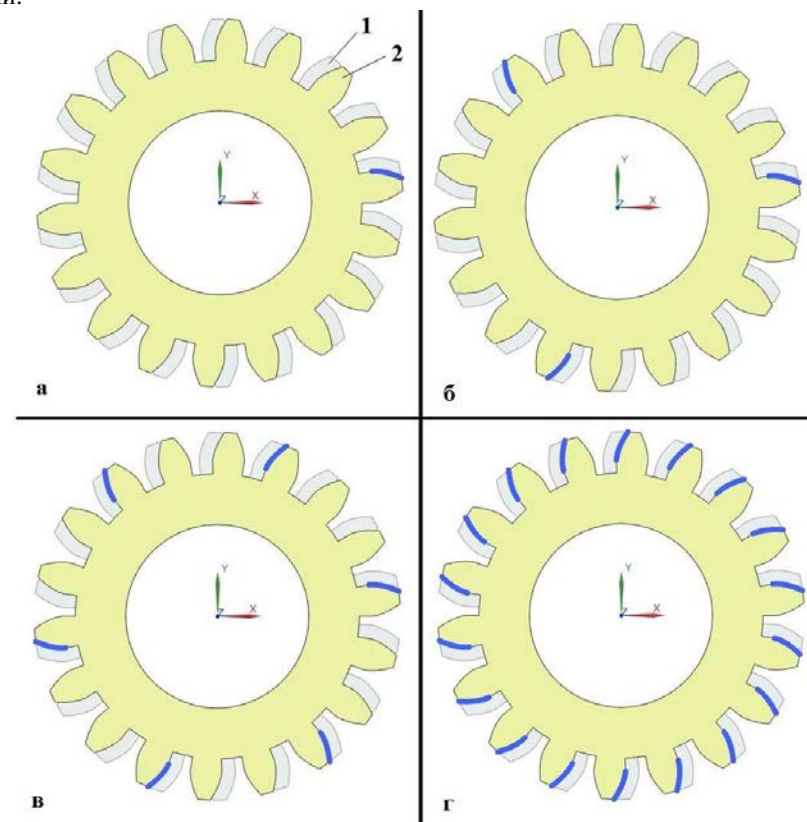


Рисунок 1 – Схемы углового расположения на зубчатого колеса с помощью алгоритма наилучшего совмещения: 1 - САД-модель; 2- измеряемое колесо



В работе использовалось совмещение по одной стороне одного зуба (рис.1, а); по одноименным сторонам трех зубьев (рис.1, б), шести зубьев (рис.1, в) и всех зубьев (рис.1, г).

Стандартным алгоритмом, решающим проблему наилучшего совмещения, является итеративный алгоритм ближайших точек (ICP) [3]. Это итерационный алгоритм, у которого на каждой итерации методами нелинейного оптимизационного поиска рассчитываются углы вращения ($\Delta\Phi$, $\Delta\Theta$ и $\Delta\Psi$) и величины перемещения (ΔX , ΔY и ΔZ) вдоль координатных осей. В общем виде целевая функция алгоритма совмещения выглядит следующим образом:

$$f(\Delta X, \Delta Y, \Delta Z, \Delta\Phi, \Delta\Theta, \Delta\Psi) = 1/N \sum_1^N d_i^2 \rightarrow \min, \quad (1)$$

где d_i - расстояние между i -й точкой на поверхности измеряемой детали и соответствующей ей номинальной точкой на эталонной САД-модели;

N - количество пар точек совмещения.

В случае совмещения углового расположения матрица M содержит лишь угол $\Delta\Psi$ вращения вокруг оси z . Для поиска параметров функции (1) применяются методы нелинейной оптимизации. В разработанной модели применялся метод последовательного квадратичного программирования [4].

Погрешность базирования зубчатого колеса в угловом направлении может быть выражена соответственно разницей между действительным углом и рассчитанным при базировании, выраженной в длине дуги начальной окружности зубчатого колеса:

$$\delta_\Psi = (\Psi_{рас.} - \Psi_{действ.}) \cdot d_w / 2, \quad (2)$$

где $\Psi_{рас.}$ - $\Psi_{действ.}$ - соответственно рассчитанный и действительный углы второй оси системы координат зубчатого колеса;

d_w - диаметр начальной окружности зубчатого колеса.

Для проведения исследований точности измерений была разработана модель действительной геометрии зубчатого колеса, позволяющая воспроизводить отклонения геометрии, возникающие при их изготовлении.

Моделирование измерений выполнялось на зубчатом колесе с параметрами, заданными в таблице 1. Так же в таблице 1 приведены основные геометрические размеры и допуски рассматриваемого зубчатого колеса со степенью точности 6-5-5 по ГОСТ 1643-81 и ОСТ 1.41671-77. Было осуществлено моделирование 50 зубчатых колес, имеющих отклонения геометрических параметров от эталона в пределах допусков, определяемых заданной точностью и основными геометрическими параметрами.



Таблица 1 - Геометрические параметры и допуски зубчатого колеса

Параметр	Обозначение	Величина допуска
Число зубьев	z	18
Модуль, мм	m	2
Угол зацепления, °	α	25
Диаметр делительной окружности, мм	d	36
Допуск на радиальное биение зубчатого венца, мкм	F_r	36
Предельные отклонения шага зацепления, мкм	$\pm f_{pb}$	± 6
Допуск на погрешность профиля зуба, мкм	f_f	6
Наименьшее отклонение толщины зуба, мкм	E_{cs}	90
Допуск на толщину зуба, мкм	T_c	85

В таблице 2 приведены математические ожидания μ и среднеквадратические отклонения (СКО) погрешностей базирования в угловом направлении δ_Ψ для рассматриваемой выборки зубчатых колес с уровнем доверительной вероятности 99.73%. Так же рассчитаны коэффициенты корреляции r между моментными характеристиками погрешностей и геометрическими отклонениями колес.

Таблица 2 - Статистические характеристики погрешностей δ_Ψ зубчатого колеса

Схема базирования (рисунок 1)	Погрешность базирования с использованием алгоритма наилучшего совмещения ICP							
	$\mu, \text{ мкм}$	$r \text{ с } f_{pb}$	$r \text{ с } T_c$	$r \text{ с } F_r$	СКО, мкм	$r \text{ с } f_{pb}$	$r \text{ с } T_c$	$r \text{ с } F_r$
а)	5,66	-0,4073	-0,9541	-0,0063	7,14	0,2943	0,6397	0,6413
б)	6,43	-0,4076	-0,9539	-0,0058	4,55	-0,0494	0,9242	0,0379
в)	6,06	-0,4077	-0,9538	-0,0065	4,13	-0,0318	0,8406	0,0106
г)	6,58	-0,4070	-0,9541	-0,0061	4,60	-	-	-

Размах погрешности δ_Ψ довольно значителен во всех рассматриваемых примерах, соизмерим с допуском на радиальное биение и в разы меньше допуска на толщину зуба. Наиболее ожидаемая величина погрешности имеет смещение от 0 на величину, примерно соответствующую допуску на отклонение шага зубьев и слабо изменяется в зависимости от количества используемых при совмещении зубьев. СКО снижается с увеличением числа зубьев. При вычислении коэффициентов корреляции выяснилось, что наибольшее влияние на величину погрешности и размах отклонения оказывает погрешность толщины зубьев. Так же можно отметить, что погрешность шага между зубьями оказывает слабое влияние на характер смещения центра крупирования. На СКО погрешности δ_Ψ при базировании по одному зубу (рисунок 1, а) также зависит от величины радиального биения.

Работа выполнена при финансовой поддержке Министерства образования и науки Российской Федерации в рамках реализации федеральной целевой программы «Исследования и разработки по приоритетным направлениям развития научно-технологического комплекса России на 2014 – 2020 годы» с использованием оборудования ЦКП САМ-технологий. Уникальный идентификатор ПНИЭР RFMEFI57815X0131.



Литература

1. Степаненко И.С. Исследование процесса заполнения пресс-формы при инъекционном литье лопаток из композиционных материалов / И.С. Степаненко, И.Н. Хаймович // *Фундаментальные исследования*. - 2015. - № 7-2. - С. 293-297.
2. Trapet E. The virtual CMM concept / E. Trapet, F. Waldele // *World scientific publ. comp.* - 1996. - P. 238-247.
3. Besl P.J. A method for registration of 3-D shapes / P.J. Besl, N.D. McKay // *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*. 1992. - Vol. 14, № 2. - P. 239-256.
4. Powell, M.J.D. A fast algorithm for nonlinearly constrained optimization calculations, numerical analysis / M.J.D. Powell // *Numerical Analysis*. - 1978. - Vol. 630. - P. 144-157.

С.А. Прохоров, А.А. Столбова, Д.С. Бочаров

РАЗРАБОТКА МОБИЛЬНОГО ПРИЛОЖЕНИЯ ДЛЯ ВЕЙВЛЕТ-АНАЛИЗА СИГНАЛОВ

(Самарский национальный исследовательский университет
имени академика С.П. Королёва)

Введение

В настоящее время практически не встречается такой области науки или производства, перед которой не стояла бы задача анализа каких-либо сигналов. Существует ряд методов, позволяющих решать данную задачу, наиболее популярными из которых являются преобразование Фурье, оконное преобразование Фурье и вейвлет-преобразование, являющееся наиболее перспективным в настоящее время.

Вейвлет-анализ широко применяется в задачах [1]:

- распознавания образов;
- обработки и синтеза различных сигналов, например, речевых;
- анализа изображений самой различной природы, например, рентгенограмм или спутниковых изображений;
- свертки больших объемов информации и во многих других случаях.

Цель работы заключается в создании мобильного приложения, осуществляющего непрерывный вейвлет-анализ сигналов.

Теоретическая часть

Для определенности под словом «сигнал» в дальнейшем будет понимать одномерный сигнал, являющийся функцией времени, а под словосочетанием «вейвлет-преобразование» – непрерывное вейвлет-преобразование.

Вейвлет-преобразование сигнала состоит в его разложении по базису, полученному из обладающей определенными свойствами функции (вейвлета) по-



средством переносов и масштабных изменений. Каждая из функций этого базиса характеризует как пространственную частоту, так и ее локализацию во времени [1]. Функция, служащая прототипом для образования базиса, которую также называют материнским (или базисным) вейвлетом, должна удовлетворять условиям ограниченности и нулевого среднего [2]:

$$\begin{cases} \int_{-\infty}^{\infty} \psi(t) dt = 0; \\ \int_{-\infty}^{\infty} |\psi(t)|^2 dt < \infty. \end{cases}$$

Непрерывное вейвлет-преобразование определяется следующей формулой:

$$W(\tau, s) = \frac{1}{\sqrt{|s|}} \int_{-\infty}^{\infty} f(t) \psi^* \left(\frac{t - \tau}{s} \right) dt,$$

где s – параметр масштаба;

$f(t)$ – исходный сигнал;

ψ^* – комплексно сопряженная к материнскому вейвлету функция преобразования;

τ – параметр сдвига.

Масштабный коэффициент $1/\sqrt{|s|}$ вводится для того, чтобы интеграл от квадрата любого вейвлета этого семейства не отличался от такого интеграла для материнского вейвлета.

Вейвлет-анализ основан на выявлении корреляции между анализируемым сигналом и семейством базисных функций, полученных из материнского вейвлета. Процесс анализа сигнала с помощью вейвлет-преобразования может быть описан следующим алгоритмом:

1. Помещение вейвлета в начальный временной интервал анализируемого сигнала;
2. Вычисление коэффициента корреляции между вейвлетом и анализируемым сигналом на данном временном отрезке при заданном масштабе;
3. Сдвиг вейвлета вдоль временной оси на некоторый малый промежуток времени;
4. Повтор пунктов 2 и 3 до тех пор, пока сигнал не будет проанализирован на всей временной области его существования;
5. Изменение масштаба анализирующей функции (материнского вейвлета);
6. Повтор пунктов 1-5 до тех пор, пока сигнал не будет проанализирован на всех требуемых масштабах.