

$$\arg \frac{p_6}{p_{II}} = \varphi_4 + \operatorname{arctg} \left(\frac{\operatorname{Im} Z_6}{\operatorname{Re} Z_6} - \frac{S_{III}}{\rho c_{III}} \frac{\operatorname{Re}^2 Z_6 + I^2 m Z_6}{\operatorname{Re} Z_6} \operatorname{tg} \frac{\omega l_{III}}{c_{III}} \right).$$

На основе выведенных соотношений была рассчитана амплитудно-частотная характеристика магистрали, схема которой представлена на рис. 3. Сосредоточенными сопротивлениями являлись острокрылые симметричные и несимметричные диафрагмы, приведенный объем концевой полости $V = 0,398 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3$, рабочая среда — масло АМГ-10 ($\rho = 0,839 \cdot 10^3 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$, $c = 1260 \frac{\text{м}}{\text{сек}}$).

Вариантные расчеты амплитудно-частотных характеристик безрасходной магистрали, содержащей два сосредоточенных сопротивления, показывают, что модуль частотной характеристики зависит от амплитуды входного воздействия (B); так, на одних и тех же ω с возрастанием B модуль уменьшается и наоборот. Расчетные зависимости хорошо согласуются с результатами эксперимента.

ЛИТЕРАТУРА

1. Гимадиев А. Г., Шорин В. П. О расчете частотных характеристик безрасходных магистралей, содержащих сосредоточенное сопротивление. М., «Машиноведение», № 6, 1972.
2. Попов Е. П., Пальтов И. П. Приближенные методы исследования нелинейных автоматических систем. М., «Физматгиз», 1960.
3. Попов Д. Н. О влиянии нестационарности профиля местных скоростей на динамические характеристики длинного трубопровода. Изв. вузов. М., «Машиностроение», № 1, 1968.

А. И. Белоусов, В. П. Ржевский, Ю. А. Равикович

РАСЧЕТ ДРОССЕЛИРУЮЩИХ ЭЛЕМЕНТОВ ГИДРОСТАТИЧЕСКИХ УСТРОЙСТВ

Основным направлением в развитии теории гидростатических опор является изучение течений смазывающей жидкости и их взаимосвязей на отдельных элементах подшипника.

Дросселирующие элементы на входе в несущие камеры гидростатической опоры необходимы для создания регулируемого перепада давления между распределительным каналом и камерами, что обеспечивает их независимую работу.

Гидродинамика круглых, кольцевых, прямоугольных и треугольных каналов бесконечной длины разработана достаточно полно. Однако использование полученных формул для расчета дросселирующих элементов, имеющих небольшие отношения длин к гидравлическим диаметрам, вносит существенные погрешности в определение характеристик как дросселя, так и опоры в целом.

При ламинарном режиме течения несжимаемой жидкости в канале постоянного сечения уравнение движения для составляющей скорости по оси x канала имеет вид

$$\frac{\partial v_x}{\partial t} + v_x \frac{\partial v_x}{\partial x} + v_y \frac{\partial v_x}{\partial y} + v_z \frac{\partial v_x}{\partial z} = F_x - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \nu \left(\frac{\partial^2 v_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v_x}{\partial z^2} \right) \quad (1)$$

Во всех исследованиях течений в начальном участке принимаются допущения, которые состоят в том, что давление в каждом сечении однородно, а первое слагаемое в круглых скобках намного меньше остальных. Массовые силы не учитываем. Тогда для установившегося движения уравнение (1) принимает вид

$$v_x \frac{\partial v_x}{\partial x} + v_y \frac{\partial v_x}{\partial y} + v_z \frac{\partial v_x}{\partial z} = - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \nu \left(\frac{\partial^2 v_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v_x}{\partial z^2} \right). \quad (2)$$

Полученное уравнение интегрируем по площади поперечного сечения F дросселя. Принимая скорость потока в сечении $x = 0$ постоянной и равной v , а также, обозначая полностью развитый профиль скорости через v_∞ , после преобразований получим

$$\frac{p_0 - p_x}{0,5\rho v^2} = \frac{2\nu}{Fv} \int_S \frac{\partial \left(\frac{v_x}{v} \right)}{\partial n} \cdot dS + 2 \left[\frac{1}{F} \int_F \left(\frac{v_x}{v} \right)^2 dF - 1 \right] + \frac{2\nu}{Fv} \int_0^x dx \int_S \frac{\partial}{\partial n} \left(\frac{v_x - v_\infty}{v} \right) dS \quad (3)$$

Из полученного уравнения видно, что падение давления по длине дросселирующего канала вызывается затратой энергии на трение между жидкостью и стенками канала при полностью развитом профиле скоростей (первое слагаемое в правой части), на переформирование профиля скоростей (второе слагаемое) и на дополнительные потери на трение, обусловленные формированием профиля в начальном гидродинамическом участке. Пренебрежение двумя последними слагаемыми приводит к известным формулам трубной гидравлики, справедливым для бесконечно длинных трубопроводов.

Для определения дополнительных потерь, вызванных начальным гидродинамическим участком, необходимо знать распределение скоростей как по сечению дросселирующего канала, так и по его длине. Для круглых каналов с помощью представлений о пограничном слое оно было найдено Л. Шиллером, а затем Н. Шаширо, Кампбеллом и др. Эту же задачу путем непосредственного интегрирования уравнений движения решали Буссинеск, Аткинсон, С. Гольдштейн, С. М. Тарг, Х. Л. Лангхар и др. Теоретическое исследование течения в начальном участке плоского канала было проведено Л. С. Лейбензоном, Г. Шлихтингом и др., канала прямоугольной формы — Ф. И. Франклем, Т. Баклановым. Для кольцевых каналов распределение скоростей найдено Е. М. Сперроу и С. Лином.

Лундгрэн, Сперроу и Стар [1] разработали общий аналитический метод определения падения давления с учетом начального участка для каналов произвольного поперечного сечения, причем при расчете необходимо знать профиль скорости только в полностью развитом сечении. Ими предложено определять потери давления с учетом начального участка по зависимости

$$\frac{p_0 - p_x}{0,5\rho v^2} = \lambda \cdot \frac{x}{d_r} + K_x, \quad (4)$$

где K_x — функция, учитывающая дополнительные потери давления в начальном гидродинамическом участке и представляющая собой сумму двух последних слагаемых уравнения (3);

$d_r = \frac{4F}{\Pi}$ — гидравлический диаметр канала.

При $x=0$ $K_x=0$, а при $x \rightarrow \infty$ (практически при $x > l_{н.г}$) K_x стремится к постоянному значению K_∞ , зависящему только от формы канала.

В [1] получено, что

$$K_\infty = \frac{2}{F} \int_F \left[\left(\frac{v_\infty}{v} \right)^3 - \left(\frac{v_\infty}{v} \right)^2 \right] dF,$$

а также вычислены значения K_∞ для каналов с различной формой поперечных сечений: круглого — $K_\infty = 1,333$, кольцевого с $\frac{r_1}{r_2} \approx 1$ или плоского — $0,6857$, квадратного — $1,5515$, треугольного (в сечении равносторонний треугольник) — $1,818$.

Используя результаты этой работы, Маккомас предложил метод определения длины начального гидродинамического участка $l_{н.г}$ для каналов произвольного поперечного сечения по известному профилю скоростей полностью развитого течения v_∞ и значению K_∞ .

Для рассчитываемого канала [2]

$$\frac{l_{н.г}}{d_r \cdot \text{Re}} = \frac{1}{A} \left[\left(\frac{v_\infty}{v} \right)^2 - 1 - K_\infty \right],$$

где A определяется из выражения $\lambda = \frac{A}{\text{Re}}$.

Таким образом, если геометрическая длина дросселя l больше $l_{н.г}$, то падение давления по длине может быть вычислено из уравнения

$$\frac{p_0 - p_l}{0,5\rho v^2} = \lambda \cdot \frac{l}{d_r} + K_\infty.$$

Если же длина $l < l_{н.г}$, то падение давления необходимо определять из уравнения (4), а значения K_x вычислять. Эта задача усложняется тем, что не для любого профиля каналов известно распределение скоростей по длине и поперечному сечению в начальном гидродинамическом участке. Однако анализ перечис-

ленных работ показывает, что после начального участка поток приходит к такому состоянию, выражающемуся в распределении скоростей по его поперечному сечению, при котором потери энергии в нем становятся минимальными и которое однозначно определяет поведение его от $x=0$ до $x=l_{н.г.}$

Следовательно, зная какую-то величину, характеризующую установившийся поток и являющуюся функцией от распределения скоростей по сечению потока, можно сделать заключение о переходном процессе на участке $0 \leq x \leq l_{н.г.}$ Такой величиной является функция K_x .

Поведение функции K_x в зависимости от параметра $X = \frac{X}{Re d_r}$ для каналов с известным распределением скоростей на начальном участке показывает, что до $X=0,003$ K_x практически не зависит от формы канала и определяется значением K_∞ .

Подбор эмпирических формул, выражающих зависимость $K_x = f[X, K_\infty]$ и $\frac{l_{н.г.}}{Re d_r} = f(K_\infty)$, методом выравнивания с последующим определением параметров по методу средних приводит к следующим зависимостям:

$$\text{при } X \leq 0,003 \quad K_x = \frac{X}{0,0015 + 1,4X},$$

$$\text{при } X \geq 0,003 \quad K_x = \frac{X K_\infty}{0,0057 K_\infty - 0,003 + X},$$

K_∞ берется для соответствующего канала.

Полученные зависимости позволяют определить падение давления по длине дросселирующего элемента, а также длину начального участка

$$\frac{l_{н.г.}}{Re d_r} = \frac{K_\infty - 0,5}{30}$$

канала с любым поперечным сечением.

При входе жидкости в дросселирующий элемент часть энергии теряется не внезапное сужение. Исследования А. Д. Альтшуля, В. Н. Карева, Н. З. Френкеля и других авторов показали, что коэффициент местного сопротивления $\xi_{вх}$ зависит от отношения площадей подводящего канала и дросселя, геометрического оформления входа в дроссель и от режима течения смазки [3].

Геометрическая длина дросселирующего элемента l может быть меньше $l_{н.г.}$, поэтому для определения выходных потерь необходимо знать распределение скоростей по длине начального участка.

Из [2] имеем

$$\frac{p_0 - p_x}{0,5 \rho v_2} = \left(\frac{v_x}{v} \right)^2 - 1. \quad (5)$$

Приравняв (5) и (4), найдем, что

$$\frac{v_x}{v} = \sqrt{1 + AX + K_x}. \quad (6)$$

Будем считать, что распределение скорости v_y в пограничном слое толщиной δ_x связано с распределением скорости v_x в ядре канала по закону параболы

$$v_y = v_x \left[2 \frac{y}{\delta_x} - \frac{y^2}{\delta_x^2} \right],$$

здесь y — внутренняя нормаль к поперечному сечению канала. Если теперь найти связь между v_x и δ_x , то станет известным распределение скоростей по всему сечению канала на любом расстоянии от входа. Зависимость между v_x и δ_x можно установить из условия постоянства расхода

$$v_x(F - F_{п.с}) + \int_{F_{п.с}} V_y dF = v \cdot F,$$

где F и $F_{п.с}$ — соответственно площадь дросселя и пограничного слоя.

Решив это уравнение для дросселирующих элементов с различными поперечными сечениями, получим:

для каналов с поперечным сечением в виде круга, квадрата и равностороннего треугольника

$$v_x = \frac{3vd_r^2}{3d_r^2 - 4d_r \delta_x + 2\delta_x^2}, \quad (7)$$

$$\bar{\delta} = \frac{\delta_x}{d_r} = 1 - \sqrt{\frac{3}{2} \frac{v}{v_x} - \frac{1}{2}}. \quad (8)$$

для каналов прямоугольных с $\frac{h}{b} \ll 1$ и кольцевых с $\frac{r_1}{r_2} \approx 1$

$$V_x = \frac{3vd_r}{3d_r - 4\delta_x}, \quad (9)$$

$$\bar{\delta} = \frac{\delta_x}{d_r} = \frac{3}{4} \left(1 - \frac{v}{v_x} \right). \quad (10)$$

Потери на выходе дросселирующего элемента определяются как потери на внезапное расширение потока. Зависимость для определения потерь может быть выведена с некоторыми допущениями теоретически и имеет следующий вид [4]:

$$\begin{aligned} h_{в.р} &= \left(\frac{\beta_3 v_3^2 - \beta_4 v_2 v_3}{g} + \frac{\alpha_2 v_2^2}{2g} - \frac{\alpha_3 v_3^2}{2g} \right) + \frac{p_1 - p_1'}{\gamma} \left(1 - \frac{\omega_2}{\omega_3} \right) = \\ &= \left(2\beta_3 \frac{\omega_2^2}{\omega_3^2} - \alpha_3 \frac{\omega_2^2}{\omega_3^2} + \alpha_2 \right) \frac{v_2^2}{2g} + \frac{p_1 - p_1'}{\gamma} \left(1 - \frac{\omega_2}{\omega_3} \right) = \end{aligned}$$

$$= \xi_{в.р.1} \frac{v_2^2}{2g} + \xi_{в.р.2} \frac{v_3^2}{2g} = \xi_{в.р} \frac{v^2}{2g}. \quad (11)$$

Так как в общем случае $p_1 \neq p'_1$, то $\xi_{в.р.}$ оказывается зависимым не только от геометрических соотношений дросселя и дополнительного канала, распределения скоростей на выходе из дросселя и в дополнительном канале, но и от числа Рейнольдса.

В работе [4] приведена зависимость $\xi_{в.р.}$ от Re и отношения площадей дросселя ω_2 и дополнительного канала ω_3 , полученная В. Н. Каревым для канала с $l > l_{н.г.}$.

Ламинарный режим течения за дросселем нарушается тем быстрее, чем меньше отношение $\frac{\omega_2}{\omega_3}$. Площадь дополнительного канала обычно гораздо больше площади дросселирующего элемента, а технологические погрешности в выполнении выходной кромки дросселирующего элемента нарушают слоистое течение жидкости. Следовательно, можно ожидать, что в этом случае за дросселирующим элементом почти всегда будет наблюдаться турбулизация потока.

Тогда $p_1 \approx p'_1$, α_3 и β_2 близки к единице, а формула (11) примет следующий вид:

$$h_{в.р} = \xi_{в.р} \frac{v^2}{2g},$$

где

$$\xi_{в.р} = \frac{\omega_2^2}{\omega_3^2} - 2\beta_2 \frac{\omega_2}{\omega_3} + \alpha_2, \\ \alpha_2 = \frac{\int_{\omega_2} v_y^3 d\omega_2}{v^3 \omega_2}, \quad \beta_2 = \frac{\int_{\omega_2} v_y^2 d\omega_2}{v^2 \omega_2}. \quad (12)$$

Если $\frac{\omega_2}{\omega_3} = 0$, то $\xi_{в.р} = \alpha_2$.

Используя зависимости для распределения скоростей в начальном гидродинамическом участке в каналах с произвольным поперечным сечением, полученные ранее, можно вычислить значения α_2 и β_2 по формулам (12).

Эти значения будут следующими:

для каналов с сечениями в виде круга и квадрата

$$\alpha_2 = \left(\frac{v_x}{v}\right)^3 \left(1 - \frac{76}{35} \bar{\delta} + \frac{47}{35} \bar{\delta}^2\right), \\ \beta_2 = \left(\frac{v_x}{v}\right)^2 \left(1 - \frac{28}{15} \bar{\delta} + \frac{16}{15} \bar{\delta}^2\right); \quad (13)$$

для каналов прямоугольных с $\frac{h}{b} \ll 1$ и кольцевых с $\frac{r_1}{r_2} \approx 1$

$$\alpha_2 = \left(\frac{v_x}{v}\right)^3 \left(1 - \frac{76}{35} \bar{\delta}\right), \quad \beta_2 = \left(\frac{v_x}{v}\right)^2 \left(1 - \frac{28}{15} \bar{\delta}\right); \quad (14)$$

для каналов с сечением в виде равностороннего треугольника

$$\alpha_2 = \left(\frac{v_x}{v}\right)^3 \left[1 - \frac{76}{36} \bar{\delta} + \left(\frac{36}{35 \sqrt{3}} + 1\right) \bar{\delta}^2 \right],$$

$$\beta_2 = \left(\frac{v_x}{v}\right)^2 \left(1 - \frac{27}{15} \bar{\delta} + \frac{16}{15} \bar{\delta}^2 \right). \quad (15)$$

Значения $\bar{\delta}$ здесь вычисляются по формулам (8), (10), а $\frac{V_x}{V}$ по (6).

Так как $\frac{v}{v_x}$ является функцией от параметра X , то, следовательно, и выходные потери давления для каналов с произвольным поперечным сечением оказываются функцией параметра X .

Анализ результатов работ [1, 2], а также значений α_∞ и β_∞ , вычисленных по выражениям (13)—(15), показывает, что с погрешностью не более $2 \div 7\%$ для любых каналов

$$\alpha_\infty = \sqrt{1 + AX + K_\infty}, \quad \beta_\infty = \alpha_\infty - \frac{K_\infty}{2}.$$

Итак, перепад давления, срабатываемый на дросселе с каналом произвольного поперечного сечения с учетом дополнительных потерь в начальном гидродинамическом участке и местных (потери на входе и выходе) будет определяться следующим уравнением:

$$\Delta p = \left[\xi_{\text{вх}} + \lambda \frac{l}{d_r} + K_x + \xi_{\text{в.р}} \right] \frac{\rho v^3}{2}.$$

Для определения зависимостей, необходимых для расчета дросселирующих элементов, воспользуемся методом эквивалентных длин, как это было сделано в работах [5—7]. Сущность этого метода заключается в том, что фактическую длину канала l в формулах для расчета увеличивают на длину $l_{\text{экр}}$, эквивалентную по своему сопротивлению дополнительным потерям. Тогда эффективная длина дросселирующего элемента

$$l_{\text{э}} = l + l_{\text{экр}} = \left[\xi_{\text{вх}} + \lambda \frac{l}{d_r} + K_x + \xi_{\text{в.р}} \right] \frac{d_r}{\lambda} = l + [K_x + \xi_{\text{м}}] d_r \frac{\text{Re}}{A}. \quad (16)$$

Зависимости $\frac{l}{l_{\text{э}}}$ от параметра X представлены на рис. 1. Ясно, что при небольших X $\frac{l}{l_{\text{э}}}$ существенно меньше 1, что и приводит к погрешностям в определении характеристик дросселирующих элементов небольшой длины.

Результаты проведенных экспериментальных исследований нанесены на рис. 1, а, б. Они подтверждают полученные зависимости.

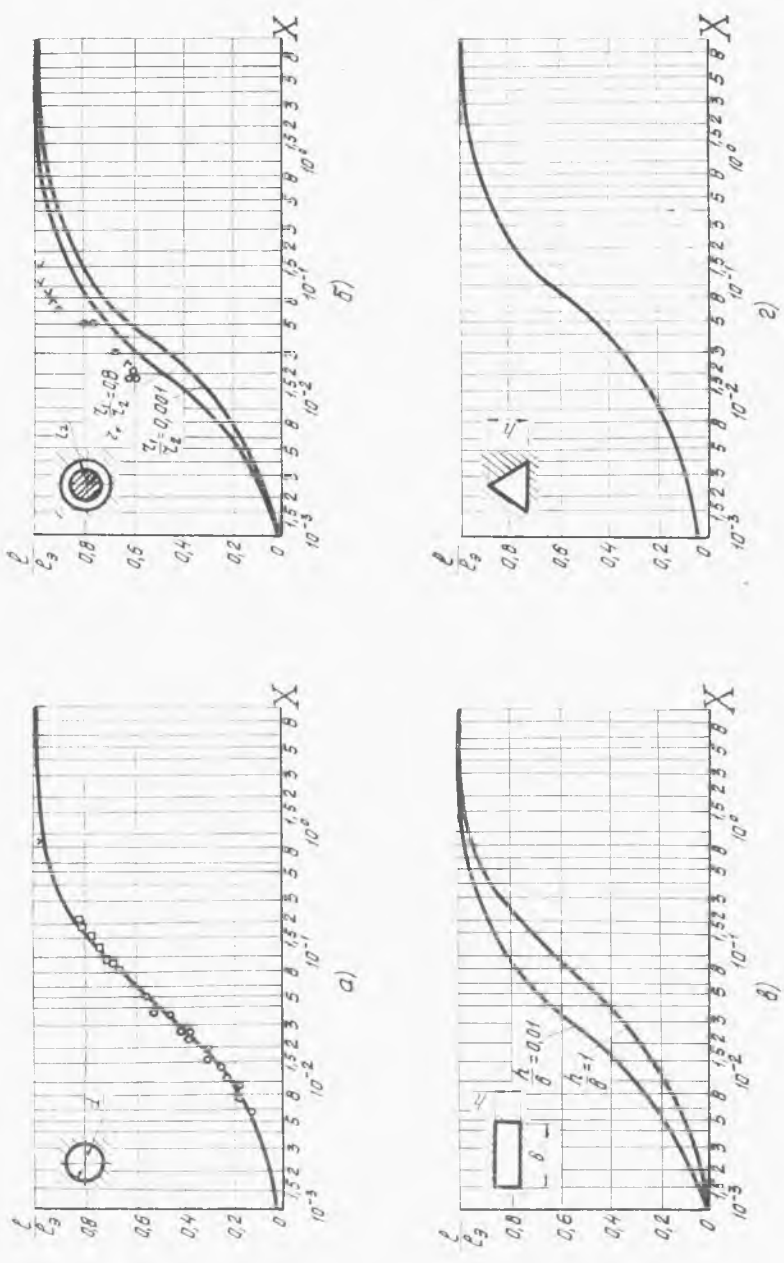


Рис. 1. Зависимость отношения геометрической и эффективной длин каналов от параметра X . Каналы: а — цилиндрический; б — кольцевой; в — прямоугольный; г — трапециевидный ($2x = 60^\circ$)

При ламинарном режиме течения расход через дросселирующий элемент с каналом произвольного поперечного сечения определяется по формуле [8]

$$Q = v \cdot F = \frac{k_c \Delta p}{\mu l_0}, \quad (17)$$

где k_c — геометрическая характеристика канала дросселя,

Δp — перепад давления на нем,

μ — динамический коэффициент вязкости рабочей жидкости.

Эффективную длину дросселирующего элемента l_0 можно определить только методом последовательных приближений. В качестве первого приближения среднерасходная скорость v определяется из уравнения (17), где вместо l_0 стоит геометрическая длина дросселя l , по ней ищется число Re и параметр $X = \frac{1}{Re} \frac{1}{d_r}$, по найденным Re и X определяется $\xi_{вх}$ и $\xi_{вр}$. Далее по формуле (16) или по рис. 1 находим l_0 , по нему снова Re и X и т. д. до достижения необходимой точности.

Предложенная методика позволяет рассчитывать дросселирующие элементы ограниченной длины с различным поперечным сечением канала с учетом дополнительных потерь на входе, выходе и в начальном гидродинамическом участке.

ЛИТЕРАТУРА

1. Лундгрен, Сперроу, Стар. Падение давления, обусловленное влиянием начального участка в каналах произвольного поперечного сечения. Тр. ASME, сер. Д, № 3, 1964.
2. Маккомас. Длина начального участка для каналов произвольного поперечного сечения. Тр. ASME, сер. Д, № 4, 1967.
3. Карев В. Н. Потери напора при внезапном сужении трубопровода. «Нефтяное хозяйство», № 8, 1953.
4. Карев В. Н. Потери напора при внезапном расширении трубопровода. «Нефтяное хозяйство», № 11, 12, 1952.
5. Белоусов А. И. Течение вязкой несжимаемой жидкости в коротких подшипниковых щелях. Сб. «Исследование вибраций, прочности и конструкции деталей авиадвигателей». М., «Машиностроение», 1968.
6. Белоусов А. И. Расчет дросселирующих элементов. Тезисы докладов межотраслевого совещания 1969 г. «Вопросы применения гидравлических приводов в машинах». Киев, 1971.
7. Ржевский В. П., Белоусов А. И. Исследование дросселирующих элементов гидростатических устройств. «Гидропривод в авиационных конструкциях». (Тезисы докладов). Киев, 1972.
8. Лойцянский Л. Г. Механика жидкости и газа. М., «Наука», 1973.

А. И. Белоусов, Ю. А. Равикович, В. П. Ржевский, А. Б. Макушин

ВРЕМЯ СРАБАТЫВАНИЯ ДРОССЕЛИРУЮЩИХ ЭЛЕМЕНТОВ ГИДРОСТАТИЧЕСКИХ УСТРОЙСТВ

Одной из важнейших характеристик дросселирующего элемента является время инерционного запаздывания (время сраба-