

ВЫБОР ПРОЕКТНЫХ ПАРАМЕТРОВ АЭРОДИНАМИЧЕСКИ СТАБИЛИЗИРОВАННОГО НАНОСПУТНИКА КЛАССА CUBESAT

И.В. Белоконов, И.А. Тимбай

Самарский государственный аэрокосмический университет имени академика С. П. Королёва
(национальный исследовательский университет), Самара, Россия

ibelokonov@mail.ru , timbai@mail.ru

Для обеспечения требуемой ориентации малых спутников часто используются пассивные или комбинированные (пассивные в сочетании с активными) системы ориентации. Как известно, обеспечить расчётные условия движения таких неуправляемых спутников можно только на этапе проектирования путем выбора его проектно-баллистических параметров, а также заданием ограничений на величины угловых скоростей, порождаемых системой отделения.

В работе [1] рассматривается задача обеспечения аэродинамической стабилизации наноспутника класса CubeSat путём развёртывания солнечных панелей под определённым углом к его продольной оси после отделения от адаптера, при этом задача рассмотрена в детерминированной постановке.

В данной работе рассматривается задача выбора проектных параметров (запаса статической устойчивости, длины, продольного момента инерции) аэродинамически стабилизированного наноспутника класса CubeSat, обеспечивающих при движении на низких круговых орбитах отклонение продольной оси наноспутника от вектора скорости центра масс меньше допустимого с заданной вероятностью на заданной высоте при известных погрешностях угловой скорости от системы отделения. При выводе формул для выбора проектных параметров наноспутника использовались аналитические функции распределения максимального угла атаки наноспутника, полученные в работе [2].

Было принято, что обтекание наноспутника является свободномолекулярным и удар молекул газа абсолютно неупругий, равнодействующая аэродинамических сил приложена в геометрическом центре наноспутника. В этом случае, аэродинамическая сила сопротивления определяется площадью проекции наноспутника на плоскость, перпендикулярную вектору скорости набегающего потока [3], и коэффициент восстанавливающего аэродинамического момента наноспутника, вычисленный относительно центра масс, определяется по формуле:

$$m_{\alpha}(\alpha, \varphi) = -c_0 \bar{S}(\alpha, \varphi) \Delta \bar{x} \sin(\alpha),$$

где $c_0 = 2.2$ - коэффициент лобового сопротивления; $\Delta \bar{x} = \Delta x / l$ - относительный запас статической устойчивости, Δx - запас статической устойчивости (расстояние, отсчитываемое от центра масс до геометрического центра наноспутника), l - характерная длина наноспутника; $\bar{S}(\alpha, \varphi) = |\cos(\alpha)| + k |\sin(\alpha)| \cdot (|\sin(\varphi)| + |\cos(\varphi)|)$ - площадь проекции наноспутника, на плоскость перпендикулярную вектору скорости набегающего потока, отнесённая к характерной площади наноспутника, k - отношение площади одной из боковых поверхностей наноспутника к характерной площади, α - пространственный угол атаки (угол между продольной осью наноспутника и вектором скорости центра масс), φ - угол собственного вращения (угол между плоскостью угла атаки и поперечной осью, перпендикулярной боковой стороне).

Для проведения приближённого анализа углового движения наноспутника коэффициент восстанавливающего аэродинамического момента можно усреднить по углу собственного вращения и описать синусоидальной зависимостью:

$$m_{\alpha}(\alpha) \approx a_0 \sin(\alpha), \quad (1)$$

где $a_0 = m_\alpha (\alpha = \pi/2) = -c_0 \Delta \bar{x} \frac{4k}{\pi}$.

Тогда, изменение угла атаки динамически симметричного наноспутника под действием гравитационного момента и аэродинамического восстанавливающего момента при движении по круговой орбите описывается уравнением вида [3]:

$$\ddot{\alpha} - a(H) \sin \alpha - c(H) \sin 2\alpha = 0, \quad (2)$$

где $a(H) = a_0 S l q(H) / J_n$ - коэффициент, обусловленный аэродинамическим восстанавливающим моментом; J_n - поперечный момент инерции наноспутника; $q(H) = V^2 \rho(H) / 2$ - скоростной напор; V - скорость полёта; H - высота полёта, $\rho(H)$ - плотность атмосферы; $c(H) = 3(J_n - J_x)(\omega(H))^2 / (2J_n)$ - коэффициент, обусловленный действием гравитационного момента; J_x - продольный момент инерции наноспутника; $\omega(H) = \sqrt{\mu / (R_3 + H)^3}$ - угловая скорость движения центра масс наноспутника по орбите; R_3 - радиус Земли; μ - гравитационный параметр Земли.

При отделении наноспутника от адаптера реализация величины максимального угла атаки носит случайный характер. Максимальное значение угла атаки наноспутника, помимо величин аэродинамического и гравитационного моментов, определяется начальным значением угла атаки α_0 и начальным значением угловой скорости $\dot{\alpha}_0$. Полагая, что из указанных величин наибольший разброс значений имеет величина угловой скорости $\dot{\alpha}_0$, и пренебрегая разбросами других величин, для модели движения (2) в работе [2] получены функции распределения величины максимального угла атаки α_{\max} на момент отделения от адаптера. Если модуль величины $\dot{\alpha}_0$ распределен по Рэлеевскому закону, то функция распределения максимального угла атаки определяется по формуле:

$$F(\alpha_{\max}) = 1 - \exp\left(\frac{-a(\cos \alpha_{\max} - \cos \alpha_0) - c(\cos^2 \alpha_{\max} - \cos^2 \alpha_0)}{\sigma^2}\right), \quad (3)$$

где $\sigma > 0$ масштабный параметр распределения.

Если модуль величины $\dot{\alpha}_0$ распределен по равномерному закону в диапазоне $[0, \dot{\alpha}_{0\max}]$, то функция распределения максимального угла атаки определяется по формуле:

$$F(\alpha_{\max}) = \frac{\sqrt{2a(\cos \alpha_{\max} - \cos \alpha_0) + 2c(\cos^2 \alpha_{\max} - \cos^2 \alpha_0)}}{\dot{\alpha}_{0\max}}. \quad (4)$$

Задавая p^* - вероятность реализации допустимого значения максимального угла атаки α_{\max}^* , разрешая (3), (4) относительно проектных параметров, объединенных в конструктивный параметр, получим требование к его величине. Для того чтобы максимальный угол атаки был меньше допустимого значения с вероятностью не меньшей, чем p^* , необходимо выполнение следующего условия для конструктивного параметра наноспутника:

в случае распределения начальной угловой скорости по Рэлеевскому закону

$$d = \frac{\Delta x}{J_n} l b \geq d_r = \frac{\pi(\sigma^2 \ln(1 - p^*) + c(\cos^2 \alpha_{\max}^* - \cos^2 \alpha_0))}{4c_0(\cos \alpha_{\max}^* - \cos \alpha_0)q(H)}; \quad (5)$$

в случае распределения начальной угловой скорости по равномерному закону

$$d = \frac{\Delta x}{J_n} l b \geq d_r = \frac{\pi((\dot{\alpha}_{0\max} p^*)^2 - 2c(\cos^2 \alpha_{\max}^* - \cos^2 \alpha_0))}{8c_0(\cos \alpha_0 - \cos \alpha_{\max}^*)q(H)}, \quad (6)$$

где b сторона основания прямоугольного параллелепипеда.

В выражения (5), (6) входит коэффициент c , обусловленный действием гравитационного момента, который незначительно меняется от высоты по сравнению с коэффициентом a , обусловленным аэродинамическим моментом. Поэтому, вычисляя значение коэффи-

циента c на высоте $H=150$ км, учитывая также, что при условии $J_n > J_x$ отношение разности поперечного и продольного моментов инерции к поперечному не может превышать единицы, получим предельное значение коэффициента $c = 2.2 \cdot 10^{-6}$ рад/с². Данное значение коэффициента может быть использовано для верхней оценки требуемого значения конструктивного параметра.

Используя, полученные выражения (5)-(6), можно построить номограммы для оценки возможности обеспечения требуемого значения конструктивного параметра. Так, например, на рисунках 1, 2 справа приведены зависимости требуемого конструктивного параметра наноспутника от высоты орбиты H и от величины параметра σ (начальная поперечная угловая скорость распределена по Рэлеевскому закону) для значений максимально угла атаки $\alpha_{\max}^* = 20$ (рисунок 1), $\alpha_{\max}^* = 30$ град (рисунок 2), вероятности $p^* = 0.95$ и начального угла атаки $\alpha_0 = 0$, слева приведены значения конструктивного параметра наноспутника

CubeSat 3U ($0.1 \times 0.1 \times 0.3$ м³) с различными значениями поперечного момента инерции в зависимости от запаса статической устойчивости Δx и конструктивный параметр аэродинамически стабилизируемого наноспутника трансформируемой конструкции SamSat QB50, разрабатываемого в рамках международного проекта QB50 [5]. Расчёты проводились для стандартной плотности атмосферы в соответствии с ГОСТ 4401-81 [4]. Наноспутник трансформируемой конструкции SamSat QB50 - наноспутник массой 2 кг, имеющий исходную форму CubeSat 2U с размерами $0.1 \times 0.1 \times 0.2$ м³ и первоначальное расстояние между центром давления и центром масс $\Delta x = 0.02$ м. После отделения от адаптера наноспутник трансформируется в форму CubeSat 3U с размерами $0.1 \times 0.1 \times 0.3$ м³, за счет чего значительно увеличивается расстояние между центром давления и центром масс (до $\Delta x = 0.055$ м) [5].

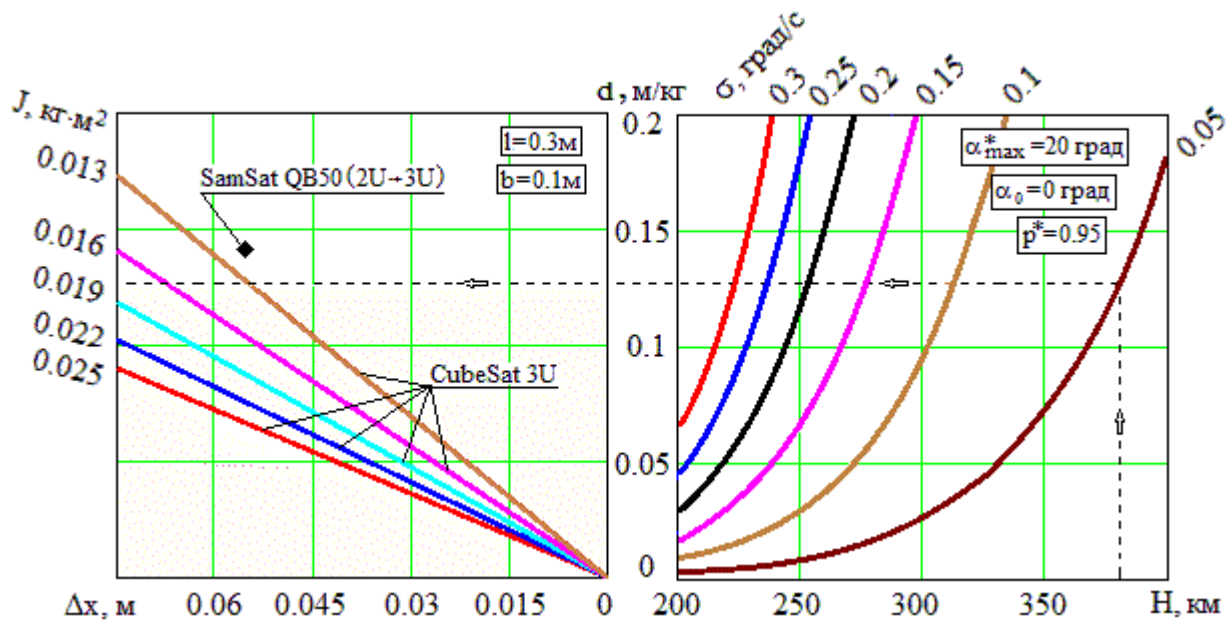


Рисунок 1 – Номограмма для выбора конструктивного параметра наноспутника в зависимости от высоты полёта H и значения параметра σ при $\alpha_{\max}^* = 20$ град, $p^* = 0.95$, $\alpha_0 = 0$

Номограммы можно использовать как для выбора проектных параметров параметра наноспутника, так и для задания требований к погрешностям системы отделения существующего наноспутника. Так, например, на рисунке 1 показан пример выбора конструктивного параметра наноспутника для высоты орбиты $H = 380$ км (планируемая высота полета группировки наноспутников в международном проекте QB50) при заданных величинах

$\alpha_{\max}^* = 20$ град, $p^* = 0.95$, $\alpha_0 = 0$, $\sigma = 0.05$ град/с. Как видно, значение конструктивного параметра наноспутника для обеспечения заданного движения должно быть $d \geq 0.13$ м/кг. На рисунке 2 показан пример задания требований к величинам начальной поперечной угловой

скорости для наноспутника SamSat QB50 при заданных величинах $H = 380$ км, $\alpha_{\max}^* = 30$ град, $p^* = 0.95$, $\alpha_0 = 0$. Как видно, для того чтобы наноспутник SamSat QB50 совершал заданное движение необходимо, чтобы выполнялось требование: $\sigma \leq 0.05$ град/с.

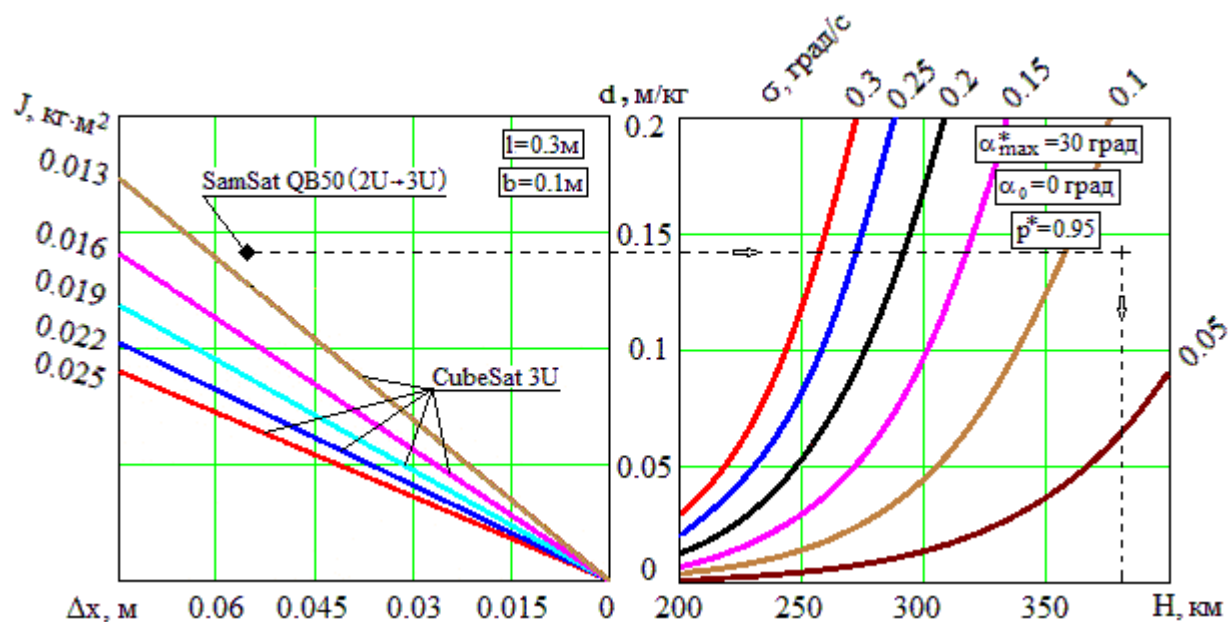


Рисунок 2 – Номограмма для выбора конструктивного параметра наноспутника в зависимости от высоты полёта H и значения параметра σ при $\alpha_{\max}^* = 30$ град, $p^* = 0.95$, $\alpha_0 = 0$

Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ в рамках научного проекта № 13-08-97015-р_поволжье_а.

Работа выполнена при финансовой поддержке Министерства образования и науки Российской Федерации, в рамках проектной части государственного задания в сфере научной деятельности (№ 9.1421.2014/К)

Список литературы

1. Samir A. Rawashdeh and James E. Lumpp, Jr., *Aerodynamic Stability for CubeSats at ISS Orbit* / Rawashdeh, S., et al. (2013): JoSS, Vol. 2, No. 1, pp. 85-104
2. I.V. Belokonov, A.V Kramlikh, I.A. Timbai, *Low-orbital transformable nanosatellite: re-research of the dynamics and possibilities of navigational and communication problems solving for passive aerodynamic stabilization*, *Proceedings of 2th IAA Conference on Dynamics and Control of Space System, Roma, Italy, 24-26 march 2014, IAA-AAS-DyCoSS2-14-04-10.*
3. Белецкий В.В. *Движение искусственного спутника относительно центра масс* [Текст] / В.В. Белецкий - М.: Наука, 1965.
4. ГОСТ 4401-81 *Атмосфера стандартная. Параметры.*
5. I. Belokonov, L. Gluhova, D. Ivanov, A. Kramlikh, M. Ovchinikov, I. Timbai and E. Ustugov, *Selection of Design Parameters of Aerodynamically Stabilized Nanosatellite for Thermosphere Research within the QB50 Project*, *5th European CubeSat Symposium, 3 – 5 June 2013, Ecole Royale Militaire, Brussels, Book of Abstracts, p. 50.*