УДК 519.246.8

СТРУКТУРА ЛОКАЛЬНЫХ ТРЕНДОВ В АНАЛИЗЕ ЭКОНОМИЧЕСКИХ И ДРУГИХ ВРЕМЕННЫХ РЯДОВ

© Лаптев С.Г., Плотников А.Н.

e-mail: serg.1012@mail.ru

Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П. Королёва, г. Самара, российская Федерация

Задачей статистического анализа временных рядов является распознавание трендов и прогнозирование. Возможность прогнозирования определяется наличием и характером закономерности в изменчивости временного ряда – связи между индивидуальными значениями. При полном отсутствии закономерности ряд представляет собой случайную последовательность. В связи с этим возникает проблема случайности – установление критериев нарушения случайности, т.е. наличия закономерности при отсутствии явных, видимых невооружённым глазом трендов.

По литературным источникам известно более 20 критериев случайности [2], в том числе построенных на статистике локальных трендов. Знаки последовательных разностей временного ряда образуют симметричную двоичную последовательность ($- \sim \mathbf{0}, + \sim \mathbf{1}$). При этом серия $\mathbf{0}$ или $\mathbf{1}$ эквивалентна локальному нисходящему или восходящему тренду во временном ряду. Восходящему тренду длиной l будет соответствовать отрезок вида $\mathbf{0}\underbrace{\mathbf{1 \ldots 1}}_{l-1}\mathbf{0}$.

При выводе закона формирования трендов используем тот факт, что соотношение порядка между членами временного ряда непрерывной величины инвариантно к закону ее распределения. Поэтому, не ограничивая общность результатов и выводов, достаточно рассмотреть закономерность «трендовых» серий в случайной выборке из совокупности $R(0,1)$. Таким образом, вероятность любого отрезка последовательности теперь однозначно определится в виде:

$$P\underbrace{\{001\ldots01\}}_{n-1} = \int_0^1 dx_n \int_0^{x_n} dx_{n-1} \int_{x_{n-1}}^1 dx_{n-2} \ldots \int_0^{x_4} dx_3 \int_{x_3}^1 dx_2 \int_{x_2}^1 dx_1 . \qquad (1)$$

Вероятность любой перестановки $n-1$ кодированных последовательных разностей составит:

$$P_n = \int_0^1 \varphi_n(x)dx \ , \qquad (2)$$

где $\varphi_n(x)$ многочлен порядка $n-1$, а его коэффициенты имеют вид правильных дробей с факториальными знаменателями [1].

Дальнейшие исследования дают основание сформулировать спектральный критерий случайности временного ряда, поскольку локальные тренды строго стационарного временного ряда образуют отчетливую спектральную структуру. Спектральные полосы представляют собой функции Гаусса, задающие положение и интервал возможных значений для числа трендов фиксированной длины каждого типа и знака. Количество и контрастность спектральных полос возрастают по мере увеличения длины последовательности.

Одним из непосредственных и актуальных приложений полученных результатов является тестирование алгоритмических генераторов псевдослучайных чисел. На рисунке представлены результаты статистического моделирования. Гистограммы числа серий фиксированной длины построены по $r = 2000$ реализациям нормальной выборки объема $n = 10000$. Сглаживающие кривые представляют собой функции Гаусса с числовыми характеристиками представлены в таблице.

Таблица 1. Средние и дисперсии числа восходящих локальных трендов фиксированной длины

l	2	3	4	5	≥ 6
$\frac{\mu}{n}$	0.208	0.092	0.026	0.006	$\frac{l^2+l-1}{(l+2)!}$
$\frac{\sigma^2}{n}$	0.141	0.060	0.022	0.006	$\frac{l^2+l-1}{(l+2)!}$

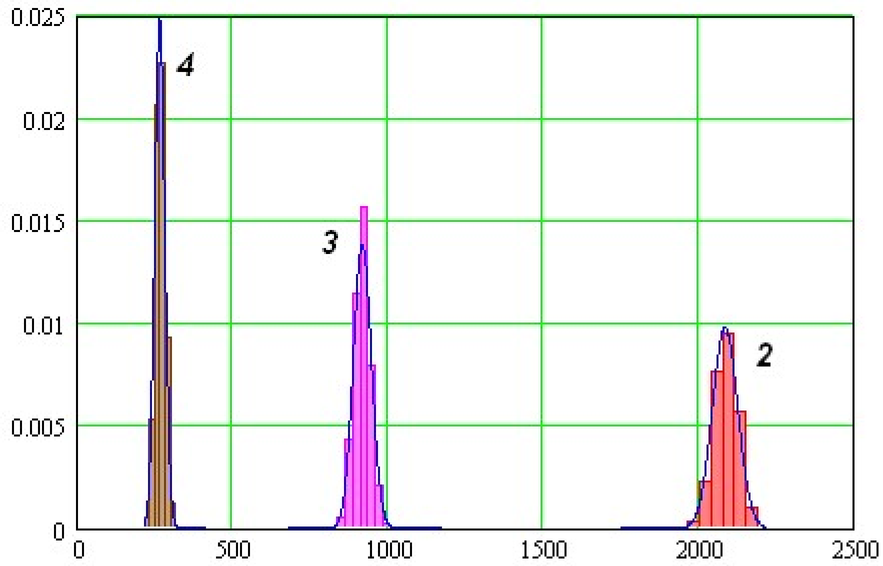

Рис. Теоретическое и экспериментальное распределение числа восходящих локальных трендов длины $l = 2 \div 4$

Библиографический список

1. Плотников А.Н. Элементарная теория анализа и статистическое моделирование временных рядов [Текст]: учеб. пособие для вузов/ Плотников А.Н. – СПб.; М.: Лань, 2017, 220 с.

2. Лемешко Б.Ю. Критерии случайности и отсутствия тренда[Текст]: учеб. пособие для вузов/ Лемешко Б.Ю. – М.: Новосибирский технический университет, 2015, 121 с.