УДК 539.3

РЕШЕНИЕ ОБРАТНОЙ ЗАДАЧИ ПРОЧНОСТИ ДЛЯ КВАДРАТНОГО КЕССОНА

Валитова Н.Л.
Научный руководитель – профессор Костин В.А.
Казанский государственный технический университет им. А.Н. Туполева

Рассматривается симметричный квадратный кессон с приложенной нагрузкой на два противоположных ребра.

Требуется для кессона решить обратную задачу прочности, а именно: по заданной нагрузке P, заданным деформациям (f') и перемещениям ребер (f) кессона определить модули упругости материалов ребер (E) и обшивки (G).

В качестве мат. модели была принята модель тонкостенной конструкции Ю.Г. Одинокова, которая для кессона имеет вид:

$$\begin{cases} -\left(FE_1 \cdot \dfrac{df_1}{dz}\right)'_z + 2b \cdot f_1 - 2b \cdot f_2 = 0 \\ -\left(FE_2 \cdot \dfrac{df_2}{dz}\right)'_z - 2b \cdot f_1 + 2b \cdot f_2 = 0 \end{cases} \quad \forall z \in (0,l)$$

граничные условия:

$$a)\ при\ \ z = l: \begin{cases} FE_1 \cdot \dfrac{df_1}{dz} = P; \\ FE_2 \cdot \dfrac{df_2}{dz} = 0 \end{cases} \qquad б)\ при\ \ z = 0: \quad f_i = 0 \quad (i = 1,2)$$

Для ребер и обшивки принимается нелинейная зависимость между напряжениями и деформациями: $\sigma_i = E_i \cdot f_i', \quad E_i = K_i \cdot |f_i'|^{\alpha_i}$; $\tau_i = G_i \cdot \gamma_i, \quad G_i = \overline{K}_i \cdot |\gamma_i|^{\beta_i}$, где K_i , $\overline{K}_i$ – положительные постоянные, принимающие известные значения модулей упругости первого и второго рода.

Поставленную задачу лучше всего решать как задачу оптимального управления: найти управление (α, β), при котором функционал J достигает минимального значения: $J(\alpha,\beta) = \frac{1}{2}\sum_{k=1}^{n}\int_0^l \left(f_k' - \tilde{f}_k'\right)^2 dz + \frac{1}{2}\sum_{k=1}^{n} r_k \int_0^l q_k^2 dz$, Данный функционал обеспечивает не только минимум квадрата невязки осевых деформаций, но и привязку к каждому k-му ребру сдвигающих усилий от прилегающей обшивки. Поставленную задачу можно решить с помощью правила множителей Лагранжа с последующим применением необходимых условий стационарности. Таким образом, исходная задача условной минимизации сводится к безусловной, которую можно решить градиентным методом. Использование уравнений сопряженного состояния при этом позволяет упростить анализ функционала качества и сократить объем проводимых вычислений.

Вышеописанный подход был реализован в среде MathCad со следующими исходными данными: длина кессона l = 100 см, ширина s = 15 см, нагрузка P = 10000 кг, площадь поперечного сечения ребра F = 3 см^2, модуль упругости материала ребра E = 686500 кг/см^2, толщина обшивки δ = 0,1 см, материал обшивки с модулем сдвига G = 196100 кг/см^2. Перемещения и деформации были взяты из решения прямой задачи.