

УДК 517.91

РАЗРАБОТКА И ИССЛЕДОВАНИЕ КОМБИНИРОВАННОГО ЧИСЛЕННОГО МЕТОДА РЕШЕНИЯ ОБЫКНОВЕННЫХ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ

© Дёмина А.Ю., Борминский А.В., Шулепов А.И., Степанцов И.С.

e-mail: aldem16298@gmail.com

Самарский национальный исследовательский университет имени академика
С.П. Королёва, г. Самара, Российская Федерация

Предлагается быстродействующий комбинированный метод численного решения ОДУ относительно метода РК-4 на базе метода СКЗ [1] и метода Адамса [2–4]. В соответствии с [1] на интегральной сетке вводится понятие «Расчётный шаг» $H = 2h$, где h – заданный шаг интегрирования, Текущий расчётный шаг начинается в конце прошедшего расчётного шага (рис.3). Решение на текущем расчётном шаге формируется с учётом информации прошедшего и текущего расчётных шагов. На первом расчётном шаге подготовку исходных данных для первого расчётного шага предлагается выполнять методом РК-4.

Иллюстрация производных (K_i) на расчётном шаге и шаге РК-4 приведена на рис. 1 и 2. Интегральная сетка с расчётным и заданными шагами приведена на рис. 3.

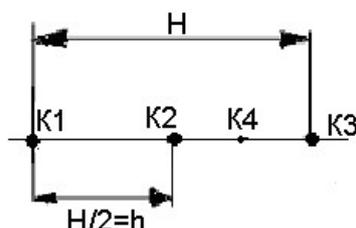


Рис. 1. Иллюстрация положения производных на расчётном шаге

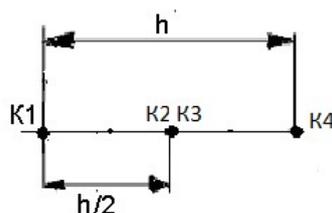


Рис. 2. Иллюстрация положения производных на шаге РК-4

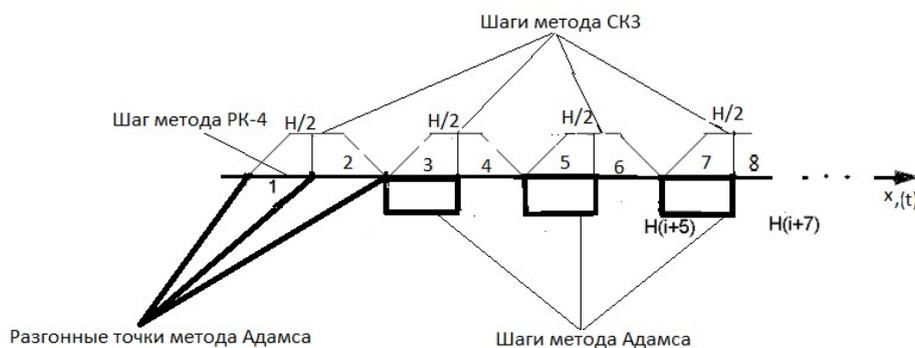


Рис. 3. Иллюстрация интегральной сетки и шагов численных методов: Адамса, СКЗ, РК-4 на первом и текущем расчётных шагах.

Расчётные формулы решения ОДУ методом РК-4 [2,3,4,5] приведены ниже и имеют вид

$$Y = \frac{h}{6}(K_1 + 2K_2 + 2K_3 + K_4). \quad (1)$$

Здесь производные K_i (i изменяется от 1 до 4) определяются в виде:

$$\begin{aligned} K_1 &= f(x, y), \\ K_2 &= f\left(x + \frac{H}{2}, y_0 + h \frac{K_1}{2}\right), \\ K_3 &= f\left(x + \frac{H}{2}, y_0 + h \frac{K_2}{2}\right), \\ K_4 &= f\left(x + H, y_0 + hK_3\right). \end{aligned} \quad (2)$$

Расчётные формулы решения ОДУ методом СК3 [1] приведены ниже и имеют вид:

$$Y = \frac{H}{6}(K_1 + 2K_2 + K_3 + 2K_4). \quad (3)$$

$Y_{пред.}$ определяется при K_2 и K_3 без уточнения.

Здесь K_i определяются в виде:

K_1 – заимствуется из метода Адамса.

$$\begin{aligned} K_2 &= f\left(x_0 + \frac{H}{2}, Y \text{ в точке } \frac{H}{2}\right); \\ K_3^* &= f\left(x_0 + H; Y_{предварительное}\right); \\ K_4^* &= f\left(x_0 + \frac{3}{4}H; \frac{K_2 + K_3^*}{2}\right). \end{aligned}$$

Решение ОДУ в точках $\frac{H}{2}$ выполняет метод Адамса. K_3, K_4 уточняются методом «Предикат – корректор» и поэтому имеют вид $K_3^*, K_4^*[1]$. Метод СК-5 (комбинированный метод) на расчётном шаге имеет пять обращений к правым частям ОДУ. Метод РК-4 на расчётном шаге имеет восемь обращений к правым частям ОДУ. Комбинированному методу численного решения ОДУ присвоен индекс СК-5.

Оценка метода СК-5 по точности проводилась на отрезке 0-1. и на интервале одного витка при моделировании параметров движения центра масс космического аппарата (КА).

На отрезке 0-1 метод СК-5 совпадает как с методом РК-4, так и с аналитическим решением.

Оценка по быстродействию проводилась на интервале одного витка на средней круговой орбите околоземного космоса по числу обращений к правым частям при формировании решения ОДУ с постоянным заданным шагом интегрирования 15 секунд. Метод СК-5 на 13% быстрее относительно РК-4

По результатам проведённых расчётов можно сделать следующий вывод.

1. Максимальное методическое отклонение метода СКМ5 на интервале одного витка относительно РК4 с заданным шагом 15 сек. не более 11,0 метров.

2. Малая методическая ошибка обусловлена (очевидно) методикой программирования, округлением весовых коэффициентов и машинным округлением арифметических операций.

3. Рекомендуются также использовать метод СК-5 для моделирования движения малых космических аппаратов на интервале не менее одного витка и с помощью навигационной системы «ГЛОНАСС» и наземного комплекса управления проводить

замену вектора положения и скорости. Дискретность замены параметров движения КА должна определяться требованиями по точности.

4. При моделировании движения КА методом СК-5 рекомендуется принимать заданный шаг интегрирования от 14 до 16 секунд [5].

Навигационное обеспечение бортового комплекса управления КА может проводиться на средствах наземного комплекса управления и навигационной системы «Глонасс».

Библиографический список

1. Международная молодёжная научная конференция «XIVКоролёвские чтения», посвящённая 110-летию со дня рождения академика С.П.КОРОЛЁВА, 75-летию КуАИ-СГАУ-СамГУ-Самарского университета и 60-летию со дня запуска первого искусственного спутника Земли: сборник трудов 3-5октября 2017года. – Самара: Издательство Самарского университета, В 2 т. – Т.1- 573с.

2. ХайрерЭрнст. Решение обыкновенных дифференциальных уравнений.Нежесткие задачи. / Э. Хайрер, С.П. Нёрсетт, Г. Ваннер – М: Мир, 1990. - 512с.

3. Демидович, Борис Павлович. Численные методы анализа: Приближение функций, дифференциальные и интегральные уравнения: Учеб. пособие для вузов/ Б.П. Демидович, И.А.Марон, Э.З.Шувалова - М.: Физматгиз, 1963. -400с.

4. Березин И.С. Методы вычислений: учеб. пособие для вузов / И.С. Березин, Н.П. Жидков. – 2-е изд., перераб. – М.: Физматгиз, Т2. – 1962. - 639с.

5. Основы теории полёта космических аппаратов / В.С.Авдуевский,Б.М.Антонов, Н.А.Анфимов и др.: под ред. Г.С. Нариманова, М.К.Тихонравова. М.: Машиностроение, 1972. - 607с.