

УДК 517.928

ПОНИЖЕНИЕ РАЗМЕРНОСТИ МОДЕЛИ МАНИПУЛЯТОРА С УПРУГИМИ СОЧЛЕНЕНИЯМИ

© Симдянов А.А., Воропаева Н.В.

e-mail: simdyanov.aleksey@yandex.ru

*Самарский национальный исследовательский университет
имени академика С.П. Королёва, г. Самара, Российская Федерация*

Исследуется математическая модель n -звенного робота-манипулятора с гибкими сочленениями, которые моделируются пружинами кручения. Динамика манипулятора описывается системой дифференциальных уравнений порядка $4n$ [1]

$$\begin{aligned} D(q_1)\dot{q}_1 + c(q_1, \dot{q}_1)K(q_1 - q_2) + B(\dot{q}_1 - \dot{q}_2) &= 0, \\ J\dot{q}_2 - K(q_1 - q_2) - B(\dot{q}_1 - \dot{q}_2) &= u, \end{aligned} \quad (1)$$

где $q_1 \in R^n$ и $q_2 \in R^n$ – углы поворота звеньев манипулятора и роторов приводов, соответственно; $D(q_1)$ – матрица инерции звеньев; J – диагональная матрица инерции роторов; вектор $c(q_1, \dot{q}_1)$ определяется кориолисовой, центробежной и гравитационной составляющими; $K = k \cdot \text{diag}(k_1, \dots, k_n)$ – диагональная матрица жесткости связей; B – диагональная матрица демпфирования. В качестве управляющих воздействий выступают крутящие моменты. Предполагается, что коэффициенты жесткости пружин являются достаточно большими, а коэффициенты вязкого трения – малыми. Учитывая это, можно ввести малый параметр $\mu = 1/k$ и новые переменные $q = q_1$, $z = k(q_1 - q_2)$ и переписать систему (1) в виде

$$\begin{aligned} \dot{q} &= a_1(q, \dot{q}) + A_1(q)z + \mu A_3(q)\dot{z}, \\ \mu \dot{z} &= a_2(q, \dot{q}) + A_2(q)z + \mu A_4(q)\dot{z} + M_2 u. \end{aligned} \quad (2)$$

Система (2) является квазиосциллирующей сингулярно возмущенной системой дифференциальных уравнений. Особенностью рассматриваемого класса систем является то, что для них не выполняются условия классической теоремы А.Н. Тихонова, что делает невозможным применение традиционных асимптотических методов анализа. В связи с этим актуальной становится задача разделения быстрых и медленных движений в рассматриваемой системе.

Для решения данной задачи предлагается использовать метод интегральных многообразий [2]. Для системы (2) установлено существование интегрального многообразия медленных движений. Интегральное многообразие может быть построено с любой степенью точности в виде асимптотического разложения по степеням малого параметра. Медленная подсистема, описывающая движение на интегральном многообразии имеет размерность вдвое меньше чем исходная, не содержит малого параметра при производных и с достаточно достоверно описывает поведение исходной системы. Этот факт позволяет рассматривать медленную подсистему в качестве упрощенной модели исходной системы. В качестве примера рассмотрена задача управления однозвенным манипулятором с целью отслеживания звеном манипулятора заданной траектории.

Библиографический список

1. Spong, M.W. Modeling and control of elastic joint robots [Text] / M.W. Spong. Journal of Dynamic Systems, Measurement and Control. – 1987. – No. 109. – P. 310-319.
2. Воропаева, Н.В. Геометрическая декомпозиция сингулярно возмущенных систем [Текст] / Н.В. Воропаева, В.А. Соболев. – М.: Физматлит, 2009. – 256 с.