

УДК 517.928

О РАЗРЕШИМОСТИ НЕЛОКАЛЬНОЙ ЗАДАЧИ ДЛЯ ВЫРОЖДАЮЩЕГОСЯ ГИПЕРБОЛИЧЕСКОГО УРАВНЕНИЯ

© Ананко Д.С., Пулькина Л.С.

*Самарский национальный исследовательский университет
имени академика С.П. Королева, г. Самара, Российская Федерация*

e-mail: ananko.darya.ssau@gmail.com

В докладе рассматриваются нелокальная задача для вырождающегося гиперболического уравнения: найти в области $D = (0,1) \times (0,T)$ решение уравнения

$$u_{xx} - u_{yy} = f(x, y), \quad (1)$$

удовлетворяющее условиям:

$$u(x,0) = \varphi(x), u_y(x,0) = \psi(x), \quad (2)$$

$$u_x(0, y) = u_x(1, y), u(0, y) = 0. \quad (3)$$

Условие (3) является нелокальным. Хорошо известно, что методы исследования разрешимости классических краевых задач для вырождающихся уравнений с частными производными не могут быть применены без серьезных модификаций к исследованию разрешимости нелокальных задач. Однако для исследования поставленной задачи удалось применить идею, лежащую в основе спектрального метода, разработанного Е.И. Моисеевым [1] для решения задачи с нелокальным условием другого вида для вырождающегося эллиптического уравнения. Получены условия, при выполнении которых существует единственное решение поставленной задачи. Дополнительно установлена связь между нелокальным условием (3) и интегральным условием $\int_0^1 u(x, y) dx = 0$. С помощью метода, изложенного в [2], доказана эквивалентность этих нелокальных условий при выполнении условий согласования $\int_0^1 \varphi(x) dx = 0, \int_0^1 \psi(x) dx = 0$.

Для решения задачи сначала применяется метод разделения переменных, который приводит к задаче Штурма – Лиувилля, собственные функции которой неортогональны. Поэтому найдены присоединенные функции и построен биортогональный базис. Второе из полученных при разделении переменных уравнение оказалось уравнением Бесселя. Свойства функций Бесселя [3] позволили построить счетное множество частных решений задачи, удовлетворяющих условиям (3). Поиск решения задачи, удовлетворяющего начальным условиям, привел к рядам Фурье – Бесселя, свойства которых позволили найти решение поставленной задачи.

Единственность решения доказана методом энергетических оценок.

Библиографический список

1. Моисеев Е.И. О решении спектральным методом одной нелокальной краевой задачи // Дифференциальные уравнения. Т. 35, № 8. С. 1094–1100.
2. Пулькина Л.С. Задачи с неклассическими условиями для гиперболических уравнений. Самара: Самарский университет, 2012. 195 с.
3. Ватсон Г.Н. Теория бесселевых функций. Часть первая. М.: Изд-во иностранной литературы, 1949. 798 с.