

УДК 517.928

ИССЛЕДОВАНИЕ ДИНАМИКИ ПОПУЛЯЦИЙ С УЧЕТОМ ПЕРЕМЕННОЙ ПРОПУСКНОЙ СПОСОБНОСТИ СРЕДЫ

© Сергиенко О.С., Щепаккина Е.А.

*Самарский национальный исследовательский университет
имени академика С.П. Королева, г. Самара, Российская Федерация*

e-mail: sergienkoolga.ss@gmail.com

Целью данной работы является анализ двух математических моделей с переменной пропускной способностью и с функциональным откликом Холлинга I типа [1]:

$$\begin{cases} \frac{dN(t)}{dt} = rN(t)\left(1 - \frac{N(t)}{k(t)}\right) - aN(t)P(t), \\ \frac{dk(t)}{dt} = \alpha(k(t) - k_1)\left(1 - \frac{k(t) - k_1}{k_2}\right), \\ \frac{dP(t)}{dt} = bN(t)P(t) - cP(t), \end{cases} \quad (1)$$

и с функциональным откликом Холлинга II типа:

$$\begin{cases} \frac{dN(t)}{dt} = rN(t)\left(1 - \frac{N(t)}{K(t)}\right) - \frac{aN(t)P(t)}{1 + \gamma N(t)}, \\ \frac{dK(t)}{dt} = \alpha(K(t) - k_1)\left(1 - \frac{K(t) - k_1}{k_2}\right), \\ \frac{dP(t)}{dt} = \frac{bN(t)P(t)}{1 + \gamma N(t)} - cP(t). \end{cases} \quad (2)$$

Здесь N – плотность популяций хищника; P – плотность популяции жертвы; r – скорость роста добычи; c – смертность хищника; b – прирост хищника; a – убывание жертвы; k – пропускная способность, которая увеличивается сигмоидально между начальным значением $k_0 > k_1$ и конечным значением $k_1 + k_2$ с темпом роста α , γ – эффект насыщения хищника [2, 3].

Динамические модели были исследованы методами качественной теории дифференциальных уравнений. Для каждой модели были выявлены возможные бифуркации, проведены численные эксперименты и сопоставлены его результаты с полученными результатами качественного исследования. Полученные результаты были интерпретированы с точки зрения реального процесса.

Для модели (1) были найдены условия бифуркации положений равновесий, изучено влияние параметров на динамику решений системы. В результате аналогичного исследования модели (2) было установлено наличие бифуркации Андронова – Хопфа при изменении бифуркационного параметра c . Рожденный в результате этой бифуркации цикл означает сосуществование добычи и хищника с максимальной пропускной способностью при определенной величине смертности c .

Главным итогом данной работы является исследование влияния различных параметров на динамику решений систем (1) и (2). Особое внимание уделено изучению влияния показателя смертности хищника на динамику популяций добычи и хищника. Найдены условия в виде соотношений между значениями параметров моделей, при которых динамические системы приходят к биологическому равновесию или же наступает полное вымирание одной из популяций.

Библиографический список

1. Al-Moqbali M.K.A., Al-Salti N.S., Imojtaba I.M. Prey–predator models with variable carrying capacity // MDPI: Mathematics. 2018. Vol. 6. DOI: 10.3390/math6060102.
2. Базыкин А.Д. Нелинейная динамика взаимодействующих популяций. М.: Ижевск: Институт компьютерных исследований, 2003. 368 с.
3. Green J.L. [et al.]. Complexity in ecology and conservation: mathematical, statistical, and computational challenges // BioScience. 2005. Vol. 55. P. 501–510.