

## АППРОКСИМАЦИЯ ТАБЛИЧНО ЗАДАНЫХ ФУНКЦИЙ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ НЕЙРОСЕТЕВЫХ МОДЕЛЕЙ

Лёзина И.В.

Научный руководитель – д.т.н., профессор Прохоров С.А.

Самарский государственный аэрокосмический университет имени академика С.П. Королева

Проблема аппроксимации функций, заданных в табличном виде, то есть задача нахождения непрерывного аналитического выражения для данных функций, широко встречается в прикладных математических и технических задачах. При этом существует множество ортогональных базисов и методов нахождения неизвестных коэффициентов модели  $\beta_i$ , позволяющих с определенной погрешностью представить исходную функцию  $f(x)$  в виде:

$$\hat{f}(x) = \sum_{i=0}^N \beta_i \cdot f_i(x), \quad (1)$$

где  $f_i(x)$  – семейство ортогональных функций.

Но классические численные методы взятия интегралов для определения коэффициентов  $\beta_i$  не всегда дают хороший результат в тех случаях, когда сведения об аппроксимируемой функции ограничены. Нейросетевой подход позволяет разрешить подобную ситуацию.

За основу нейросетевой модели берется однослойный персептрон, число входов  $K$  которого равняется числу известных точек, через которые проходит аппроксимируемая функция. Число выходов зависит от величины показателя  $N$  в формуле (1) и определяется количеством членов ряда разложения. Количество нейронов скрытого слоя  $L$  определяется произвольно в зависимости от условий задачи. Формула нахождения коэффициентов  $\beta_i$  с помощью обученной сети выглядит следующим образом:

$$\beta_i = \sum_{l=0}^L w_{2,l,i} \cdot f_i \left( \sum_{k=0}^K w_{1,k,l} \cdot x_k \right), \quad (2)$$

где  $f_i(x)$  – пороговые функции в нейронах скрытого слоя.

Обучение сети заключается в нахождении неизвестных значений коэффициентов сети  $w_{1,k,l}$  и  $w_{2,l,i}$ . Для обучения необходим предварительный набор обучающих выборок  $\{x_1, \dots, x_K; d_0, \dots, d_N\}$ , где  $x_j$  – значения аппроксимируемой функции в узловых точках, а  $d_j = \beta_j$ . Эти выборки можно легко получить обратным способом: по сгенерированным рядам (1) находятся значения функции в узловых точках. Обучение заключается в циклическом предъявлении на вход сети значений функций  $x_i$ , сравнении полученных на выходе результатов с требуемыми и корректировке коэффициентов сети.

Обучать такую сеть можно для аппроксимации функций произвольного вида с использованием в качестве основы любого ортогонального базиса, а также неортогонального (например, семейство степенных функций  $x^n$ ). Скорость обучения сети и качество аппроксимации во многом зависит от вида функций  $f_i(x)$ .

Исследования показали, что неплохих результатов, не уступающих классическим методам, в аппроксимации функций данным способом можно достичь уже при использовании линейной пороговой функции  $f_i(x) = x$ . При меньшем количестве времени, которое требуется для нахождения коэффициентов  $\beta_i$ , обеспечивается меньшее значение величины погрешности аппроксимации. Единственным ограничением данного метода является необходимость предварительного обучения нейронной сети.