УДК 519. 21

АНАЛИЗ ВЛИЯНИЯ ОШИБКИ ОТСЧЕТА НА ТОЧНОСТЬ ТЕХНИЧЕСКИХ ИЗМЕРЕНИЙ

© Коротина А.А., Плотников А.Н.

Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П. Королева, г. Самара, Российская Федерация

e-mail: nastya300898@yandex.ru; mailto:nastya300898@yandex.ru

При считывании показаний с измерительного устройства, имеющего градуированную шкалу, результат измерения всегда представляет собой целое число, кратное цене деления шкалы. Это происходит вследствие того, что фактические показания округляются до ближайшего деления шкалы. При этом, если показания индикатора различаются на величину, меньшую половины минимального деления шкалы, то они становятся неразличимы [1–3]. Если истинные значения объектов, поступающих на вход измерительной системы, варьируются по всей шкале (по ее значительной части), то величину погрешности округления естественно принять равномерно распределенной на интервале $[-\frac{h}{2};\frac{h}{2}]$, где h – цена деления шкалы $[1 \div 3]$. Таким образом, априорное условное распределения имеет вид:

$$f_{X|Y}(x,k) = P\{Y = kh \mid X = x\} = \begin{cases} 1, (k-\frac{1}{2})h \le x < (k+\frac{1}{2})h \\ 0, else \end{cases}, \tag{1}$$

где X – истинное значение, Y – результат измерения. Проделав аналогичную [3] цепочку вычислений, получим (X,Y) – совместное и Y–безусловное распределение в виде:

$$f_{XY}(x,k) = P\{X = x, Y = kh\} = \begin{cases} f_X(x), (k-\frac{1}{2})h \le x \le (k+\frac{1}{2})h \\ 0, else \end{cases}, \tag{2}$$

$$f_Y(k) = P\{Y = kh\} = F_X((k+\frac{1}{2})h) - F_X((k-\frac{1}{2})h), \tag{3}$$

где, $f_X(x)$ и $F_X(x)$ – входная плотность и функция распределения соответственно.

Поделив (2) на (3) , получим условное апостериорное распределение:

$$f_{X|Y}(x,k) = P\{X = x \mid Y = kx\} = \frac{f_X(x)}{F_X((k+\frac{1}{2})h) - F_X((k-\frac{1}{2})h)} \begin{cases} 1, (k-\frac{1}{2})h \le x \le (k+\frac{1}{2})h \\ 0, else \end{cases}, \tag{4}$$

Полагая входное распределение нормальным ($X\sim N(0, \sigma)$) и подставляя в (4) соответственно плотность и функцию нормального распределения, апостериорную регрессию и дисперсию после нормирования на σ получаем в виде:

$$\tilde{\mu}_{\tilde{X}|\tilde{Y}}(k) = \frac{\varphi_0((k-\frac{1}{2})z) - \varphi_0((k+\frac{1}{2})z}{\Phi_0((k+\frac{1}{2})z) - \Phi_0((k-\frac{1}{2})z)}, \tag{5}$$

$$\tilde{\sigma}^2_{\tilde{X}|\tilde{Y}}(k) = 1 + \frac{(k-\frac{1}{2})z\varphi_0((k-\frac{1}{2})z) - (k+\frac{1}{2})z\varphi_0((k+\frac{1}{2})z)}{\Phi_0((k+\frac{1}{2})z) - \Phi_0((k-\frac{1}{2})z)} - \tilde{\mu}^2_{\tilde{X}|\tilde{Y}}(k), \quad (6)$$

где обозначено $z = \frac{h}{\sigma}$. Вид зависимостей (5) и (6) показан на рисунке.

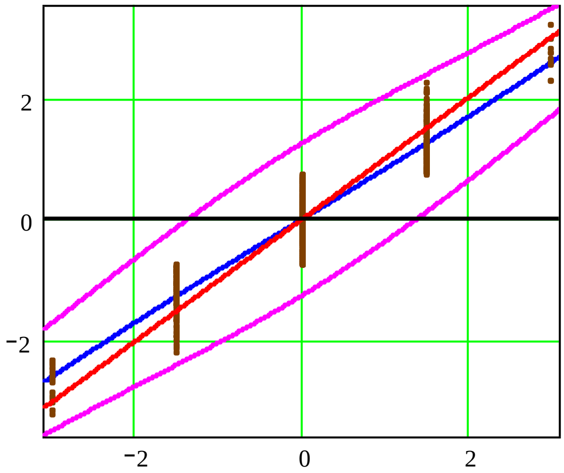

Рис. Сглаженная регрессия-1), 6–сигмовая полоса-2) и результаты статистического моделирования-3) в сравнении с идеальной характеристикой $x = y$ *- 4) при* $h = 2\sigma$

Как видно на рисунке, с увеличением цены деления регрессия истинного значения поворачивается по часовой стрелке, увеличивая при этом свою кривизну и ширину полосы рассеяния.

В производственных условиях ошибка отсчета часто является значимой и даже доминантной. Однако принятый протокол MSA отслеживает только нормальную случайную погрешность. Последняя при наличии значимой ошибки отсчета может вовсе не проявиться. Выходом в такой ситуации являются оценка дисперсии «сходимости-воспроизводимости» величиной $\sigma^2_\varepsilon = \frac{h^2}{12}$ и заключение на этом основании о пригодности измерительного процесса.

Библиографический список

1. Крамер Г. Математические методы статистики. М.: Мир, 1974.

2. Смирнов Н.В., Дунин-Барковский И.В. Курс теории вероятностей и математической статистики для технических приложений. М.: Наука, 1969.

3. Плотников А.Н. Элементарная теория анализа и статистическое моделирование временных рядов. СПб.: Лань, 2016.