МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО
ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ
«САМАРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ АЭРОКОСМИЧЕСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ АКАДЕМИКА С.П. КОРОЛЕВА
(НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»
(СГАУ)

Теория вероятностей и математическая статистика

Электронные тесты для промежуточного и
итогового контроля знаний

САМАРА
2011

УДК 517.2 (075)
ББК 22.171
Т 338

Составитель: **Коломиец Эдуард Иванович**

Теория вероятностей и математическая статистика [Электронный ресурс]: электрон. тесты для промежут. и итог. контроля знаний / М-во образования и науки РФ, Самар. гос. аэрокосм. ун-т им. С. П. Королева (нац. исслед. ун-т); сост. Э. И. Коломиец. - Электрон. текстовые и граф. дан. (0,81 Мбайт). - Самара, 2011. - 1 эл. опт. диск (CD-ROM).

В состав электронных тестов входят: вопросы и примеры заданий для коллоквиумов по разделам курса «Элементарная теория вероятностей», «Случайные величины», «Случайные векторы»; варианты четырех контрольных работ; вопросы к зачету и примеры практических заданий; вопросы к экзамену и примеры практических заданий; варианты тестов для проверки остаточных знаний по курсу.

Электронные тесты предназначены для промежуточного и итогового контроля знаний бакалавров, обучающихся на факультете информатики по направлению подготовки 010400.62 «Прикладная математика и информатика», при изучении дисциплины «Теория вероятностей и математическая статистика» в 3 и 4 семестрах.

Разработаны на кафедре технической кибернетики.

СОДЕРЖАНИЕ

1 КОЛЛОКВИУМЫ

1.1 Коллоквиум № 1 «Элементарная теория вероятностей»

1.1.1 Теоретические вопросы

1. Случайный эксперимент. Пространство элементарных событий. Случайные события и операции над ними.
2. Классическое определение вероятности. Урновая схема. Пример.
3. Геометрическое определение вероятности. Пример.
4. Аксиоматическое определение вероятности. Вероятностное пространство. Свойства вероятности. Теорема сложения вероятностей.
5. Условная вероятность и ее свойства. Правило и теорема умножения вероятностей.
6. Независимость событий. Свойства независимых событий. Независимость в совокупности.
7. Формулы полной вероятности и Байеса. Пример.
8. Схема независимых испытаний Бернулли. Формула Бернулли. Наивероятнейшее число успехов.

1.1.2 Пример практического задания

<u>Задача 1.</u> Числа 1, 2, …, 9 записываются в случайном порядке. Найти вероятность того, что: а) числа будут записаны в порядке убывания (возрастания); б) числа 1, 2 и 3 будут стоять рядом (в порядке убывания, в порядке возрастания).
<u>Задача 2.</u> Два теплохода должны подойти к одному и тому же причалу. Время их прихода равновозможно в течение суток. Какова вероятность того, что одному из теплоходов придется ожидать освобождения причала, если время стоянки одного теплохода – 2 часа, а второго – 3 часа?
<u>Задача 3.</u> Прибор состоит из двух последовательно включенных узлов. Надежность (вероятность безотказной работы в течение времени T) первого узла равна 0,9, второго – 0,8. За время испытания прибора в течение времени T зарегистрирован отказ прибора. Найти вероятности событий $A_1 = \{$отказал только первый узел$\}$ и $A_{12} = \{$отказали оба узла$\}$ (повторить все задачи на схемы).
<u>Задача 4.</u> Из трех пистолетов выбирается наудачу один и производится выстрел. Вероятности попадания в цель из пистолетов соответственно равны: 0,9; 0,8; 0,7. Известно, что произошел промах. Из какого пистолета вероятнее всего был произведен выстрел?
<u>Задача 5.</u> Событие В наступает в том случае, если событие А появится не менее 3 раз. Определить вероятность появления события В, если вероятность появления события А при одном опыте равна 0,3 и произведено 5 независимых опытов.

1.2 Коллоквиум № 2 «Случайные величины»

1.2.1 Теоретические вопросы

1. Понятие случайной величины (СВ). Функция распределения СВ и ее свойства.
2. Дискретные СВ. Закон распределения (ЗР) дискретной СВ.
3. Непрерывные СВ. Плотность вероятностей и ее свойства.
4. Математическое ожидание дискретных и непрерывных СВ.
5. Моменты, дисперсия и среднеквадратическое отклонение СВ. Свойства дисперсии.
6. Биномиальный ЗР. Числовые характеристики (ЧХ) биномиальной СВ.
7. Геометрический ЗР. ЧХ геометрической СВ.
8. Пуассоновский ЗР. ЧХ пуассоновской СВ.
9. Равномерный ЗР. ЧХ равномерно распределенной СВ.
10. Показательный ЗР. ЧХ показательно распределенной СВ.
11. Нормальный (гауссовский) ЗР, смысл его параметров.
12. Функция Лапласа и ее свойства. Вероятность попадания гауссовской СВ в заданный интервал. Правило трех сигма.

1.2.2 Пример практического задания

<u>Задача 1.</u> Вероятность вынуть бракованную деталь из большой партии равна 0,1. Вынимаются 3 детали. Найти закон распределения и функцию распределения случайной величины X - числа появившихся при этом бракованных деталей. Найти математической ожидание и дисперсию случайной величины X.

<u>Задача 2.</u> Баскетболист бросает мяч в корзину до первого попадания, но не более трех раз. Вероятность попадания в корзину при каждом бросании равна 0,75. Найти: а) закон распределения случайной величины X - числа произведенных бросков; б) функцию распределения случайной величины X; в) математическое ожидание $\mathrm{M}X$ и дисперсию $\mathrm{D}X$.

<u>Задача 3.</u> Функция распределения непрерывной случайной величины X имеет вид:

$$F(x)=\begin{cases}0, \ x\le 0;\\ ax^3, \ 0<x\le 2;\\ 1, \ \ x>2.\end{cases}$$

Найти: а) коэффициент a; б) плотность вероятностей $f(x)$, изобразить $f(x)$ и $F(x)$ графически; в) математическое ожидание $\mathrm{M}X$ и дисперсию $\mathrm{D}X$; г) вероятность $\mathrm{P}(|X|<1)$.

<u>Задача 4.</u> Плотность вероятностей случайной величины X имеет вид:

$$f(x)=\begin{cases}ax, \ 0\le x<1;\\ 2-x, \ 1\le x\le 2;\\ 0, \ \ x<0, \ x>2.\end{cases}$$

Найти: а) коэффициент a; б) функцию распределения $F(x)$, изобразить $f(x)$ и $F(x)$ графически; в) математическое ожидание $\mathrm{M}X$ и дисперсию $\mathrm{D}X$; г) вероятность $\mathrm{P}(|X|<1)$.

1.3 Коллоквиум № 3 «Случайные векторы»

1.3.1 Теоретические вопросы

1. Определение случайного вектора. Свойства двумерной функции распределения.
2. Функция распределения многомерного случайного вектора и ее свойства.
3. Дискретные случайные векторы. Закон распределения дискретного случайного вектора.
4. Функция распределения двумерного дискретного случайного вектора. Нахождение одномерных законов распределения координат случайного вектора по двумерному закону распределения.
5. Определение непрерывного двумерного случайного вектора и следствия из него.
6. Вероятностный смысл двумерной плотности вероятностей.
7. Свойства двумерной плотности вероятностей.
8. Равномерное распределение в области $D \subset \mathrm{R}^2$, равномерное распределение в прямоугольнике.
9. Равномерное распределение в круге.
10. Многомерные непрерывные случайные векторы. Свойства многомерной плотности вероятностей.
11. Независимость случайных величин. Условие независимости дискретных случайных величин.
12. Независимость случайных величин. Условие независимости непрерывных случайных величин.
13. Исследование на независимость случайных величин, имеющих равномерное распределение в прямоугольнике и в круге. Независимость в совокупности.
14. Условная функция распределения. Условные законы распределения дискретных случайных величин.
15. Условная функция распределения. Условные законы распределения непрерывных случайных величин.
16. Правило умножения и формула Байеса для плотностей вероятностей. Условные числовые характеристики.
17. Обобщение основной теоремы о математическом ожидании на двумерный и многомерный случаи.
18. Основные числовые характеристики двумерного случайного вектора и формулы для их вычисления.
19. Теоремы сложения и умножения математических ожиданий.
20. Некоррелированность случайных величин и ее связь с независимостью. Пример.
21. Теорема сложения дисперсий.
22. Коэффициент корреляции, его вероятностный смысл и свойства.
23. Числовые характеристики многомерных случайных векторов. Свойства корреляционной матрицы. Понятие о моментах.
24. Многомерное нормальное (гауссовское) распределение. Эквивалентность понятий независимости и некоррелированности для гауссовских случайных величин.
25. Двумерное нормальное распределение.
26. Одномерные плотности вероятностей двумерного нормального случайного вектора.
27. Условные плотности вероятностей и условные числовые характеристики двумерного нормального случайного вектора.
28. Функции случайных аргументов. Закон распределения функций от дискретных случайных величин.
29. Закон распределения функций от непрерывных случайных величин.

30. Преобразование плотности вероятностей при линейном преобразовании равномерных и нормальных случайных величин.
31. Моделирование случайных величин, имеющих однозначную функцию, обратную к функции распределения.
32. Закон распределения суммы случайных величин.
33. Композиция дискретных законов распределения.
34. Композиция непрерывных законов распределения.
35. Композиция дискретного и непрерывного законов распределения.
36. Устойчивость нормального закона распределения.

1.3.2 Пример практического задания

Задача 1. Задан закон распределения дискретного случайного вектора (X,Y):

X \ Y	-1	0	1
0	0,2	0,1	0,2
1	0,2	0	0,3

Найти: а) одномерные законы распределения координат X и Y; являются ли случайные величины X и Y независимыми? б) коэффициент корреляции r_{XY}; являются ли случайные величины X и Y некоррелированными? в) условный закон распределения случайной величины X при условии, что случайная величина Y приняла значение равное 0; вычислить условное математическое ожидание $\mathrm{M}(X\mid Y=0)$ и условную дисперсию $\mathrm{D}(X\mid Y=0)$.

Задача 2. Плотность вероятностей случайного вектора (X,Y) имеет вид:

$$f_{XY}(x,y)=\begin{cases} c(x+y),\ 0\le x\le 2,\ 0\le y\le 2; \\ 0, \quad x<0,\ x>2,\ y<0,\ y>2. \end{cases}$$

Найти: а) коэффициент c; б) одномерные (маргинальные) плотности вероятностей координат $f_X(x)$ и $f_Y(y)$; в) условные плотности вероятностей $f_X(x\mid y)$ и $f_Y(y\mid x)$; г) математическое ожидание и корреляционную матрицу случайного вектора (X,Y); д) являются ли случайные величины X и Y независимыми?; являются ли они некоррелированными?; е) вероятность $\mathrm{P}(X+Y<2)$.

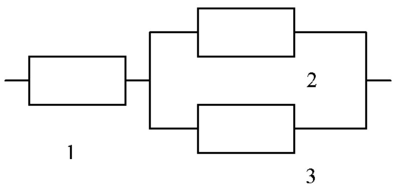
Задача 3. Пусть X и Y независимые случайные величины, равномерно распределенные на отрезках [-1,0] и [0,1] соответственно. Найти плотность вероятностей случайной величины $Z=X+Y$.

2 КОНТРОЛЬНЫЕ РАБОТЫ

2.1 Варианты контрольной работы № 1 «Элементарная теория вероятностей»

Вариант 1

1. На шахматную доску произвольным образом поставили две ладьи. Какова вероятность того, что ладьи находятся под ударом друг друга?
2. Товарный и пассажирский поезда должны пройти через стрелку с 11 часов до 11 часов 30 минут. Время прихода каждого поезда независимо и равновозможно. Товарный поезд проходит стрелку за 10 минут, а пассажирский - за 5 минут. Светофор переключается с красного на зеленый свет через 2 минуты после прохода поезда. Найти вероятность того, что один из поездов подъедет к стрелке на красный свет.
3. Доля годных (не бракованных) изделий в продукции первого завода составляет 85%, в продукции второго завода – 90%, в продукции третьего – 95%. Берут 2000 изделий первого завода, 1000 изделий второго, 3000 изделий третьего и смешивают вместе. Какова вероятность того, что выбранное наугад изделие окажется бракованным?
4. Вероятность наступления события в одном испытании по схеме Бернулли p = 0,4; число испытаний n = 1000; $\mathrm{P}(m_1 \le m \le m_2) = 0{,}99$. Найти m_1 и m_2.
5. На схеме вероятности безотказной работы элементов соответственно равны $p_1 = 0{,}8$; $p_2 = 0{,}9$; $p_3 = 0{,}7$. Элементы работают независимо друг от друга. Схема не работает. Найти вероятность того, что отказал 2-й элемент.

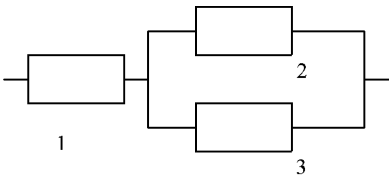


Вариант 2

1. Из последовательности чисел 1,2,…, n наугад выбирают два числа. Какова вероятность того, что одно из них меньше k, а другое больше k, где $1 < k < n$ - целое число?
2. Два теплохода должны подойти к одному причалу. Время прихода каждого из них равновозможно в течение суток и не зависит от времени прихода другого. Определить вероятность того, что одному из теплоходов придется ожидать освобождения причала, если время стоянки первого теплохода 1 час, а второго – 2 часа.
3. Доля брака для первого станка составляет 5%, для второго – 10%. Берут 400 деталей, изготовленных на первом станке, 600 деталей, изготовленных на втором, и смешивают вместе. Взятая наугад деталь оказалась годной (не бракованной). На каком станке вероятнее всего она изготовлена?
4. Вероятность наступления события в одном испытании по схеме Бернулли $p = 0,6$. Вероятность того, что относительная частота наступления события $\frac{m}{n}$ отклонится от p в ту или другую сторону не больше, чем на $\delta p = 0,02$ равна: $\mathrm{P}\left(\left|p - \frac{m}{n}\right| \le \delta p\right) = 0,95$. Сколько испытаний n необходимо для этого провести?
5. Вероятность рождения мальчика равна 0,515. На семейном совете постановили, что дети в семье будут рождаться до появления второго мальчика. Найти вероятность того, что в семье будет четверо детей.

Вариант 3

1. Восемь команд спортсменов разбиваются случайным образом на две группы по четыре команды в каждой группе. Найти вероятность того, что две наиболее сильные команды окажутся в одной группе.
2. Девушка и юноша договорились встретиться у кинотеатра с 17 часов до 17 часов 30 минут. Если девушка придет раньше юноши, она будет ждать не более 10 минут, а юноша обязательно дождется девушки. Какова вероятность их встречи?
3. Доля брака для первого станка составляет 15%, для второго – 10%, для третьего – 5%. Берут 500 деталей, изготовленных на первом станке, 300 деталей, изготовленных на втором, 200 деталей, изготовленных на третьем, и смешивают вместе. Какова вероятность того, что взятая наугад деталь окажется годной (не бракованной)?
4. Известно, что 30% призывников носят обувь 42 размера. Сколько пар обуви указанного размера необходимо иметь на складе воинской части, чтобы с вероятностью 0,9 обеспечить всех таких призывников, если планируется прибытие 200 новобранцев?
5. На схеме вероятности безотказной работы элементов соответственно равны $p_1 = 0{,}7$; $p_2 = 0{,}6$; $p_3 = 0{,}5$. Элементы работают независимо друг от друга. Схема не работает. Найти вероятность того, что отказал 1-й элемент.



Вариант 4

1. Десять книг на одной полке расставляются наудачу. Определить вероятность того, что при этом три определенные книги окажутся поставленными рядом.
2. Два студента условились встретиться в определенном месте между 12 и 13 часами дня. Пришедший первым ждет другого в течение 15 минут, после чего уходит. Найти вероятность того, что встреча состоится, если каждый студент наудачу выбирает момент своего прихода в оговоренный промежуток времени.
3. Доля годных (не бракованных) изделий в продукции первого завода составляет 90%, в продукции второго завода – 95%. Берут 4000 изделий первого завода, 1000 изделий второго и смешивают вместе. Взятое наугад изделие оказалось бракованным. На каком заводе вероятнее всего оно изготовлено?
4. Число испытаний в схеме Бернулли $n = 10$, вероятность успеха в одном испытании $p = 0{,}7$. Найти вероятность того, что число успехов будет не менее 9. Сравнить с оценкой вероятности, полученной с использованием локальной предельной теоремы Муавра-Лапласа.
5. Дуэль снайперов. Сначала стреляет 1-й снайпер и с вероятностью p_1 убивает 2-го. В случае промаха 1-го стреляет 2-й снайпер и с вероятностью p_2 убивает 1-го. В случае промаха 2-го стреляет опять 1-й снайпер и убивает 2-го с вероятностью p_3 . Найти вероятности следующих исходов дуэли: A = {убит 1-й}, B = {убит 2-й}, C = {убит хотя бы один из снайперов}, D = {убит ровно один снайпер}, E = {оба остались живы}.

2.2 Варианты контрольной работы № 2 «Случайные величины»

Вариант 1

1. Эксперимент заключается в бросании трех монет до первого выпадения хотя бы одного герба. Найти функцию распределения $F(x)$ (построить ее график) и математическое ожидание случайной величины X – числа произведенных бросаний.
2. Плотность вероятностей непрерывной случайной величины X имеет вид $f(x) = a\sin x$ в интервале $(0, \pi)$ и равна нулю вне этого интервала. Найти a, $F(x)$, $\mathrm{M}X$ и $\mathrm{P}(-\pi/2 \le x \le \pi/4)$. Построить графики $f(x)$ и $F(x)$.
3. Функция распределения непрерывной случайной величины X имеет вид:

   $$F(x) = \begin{cases} 0, & x < 0, \\ x^2/16, & 0 \le x \le 4, \\ 1, & x > 4. \end{cases}$$

   Найти $f(x)$, $\mathrm{M}X$, $\mathrm{D}X$.
4. Масса коробок с шоколадом, которые упаковываются автоматически, может считаться случайной величиной, имеющей нормальное распределение. Средняя масса коробки равна 6 кг. Известно, что 5 % коробок имеют массу меньшую 5,9 кг. Найти процент коробок, масса которых превышает 5,8 кг.
5. Случайная величина X имеет биномиальное распределение с параметрами $n = 4,\ p = 0{,}8$. Найти $\mathrm{M}X$, $\mathrm{D}X$ и $\mathrm{P}(-1 \le X \le 3)$.

Вариант 2

1. В мешке находятся 8 карточек, на которых написаны числа от 1 до 8. Карточки извлекаются наугад с возвращением до тех пор, пока не попадется либо нечетное число, либо число, большее 5. Найти функцию распределения $F(x)$ (и построить ее график) и математическое ожидание случайной величины X – числа извлеченных карточек.
2. Плотность вероятностей непрерывной случайной величины X имеет вид $f(x)=a(x+1)^2$ в интервале (-1, 1) и равна нулю вне этого интервала. Найти a, $F(x)$, и $\mathrm{P}(-2\le x\le 0)$. Построить графики $f(x)$ и $F(x)$.
3. Функция распределения непрерывной случайной величины X имеет вид:

$$F(x)=\begin{cases} 0\ , & x<0, \\ a\sin x, & 0\le x\le \dfrac{\pi}{2}, \\ 1\ , & x>\dfrac{\pi}{2}. \end{cases}$$

   Найти a, $f(x)$, $\mathrm{M}X$, $\mathrm{D}X$.
4. Случайная величина X распределена по нормальному закону $N(2,\sigma^2)$. Известно, что $\mathrm{P}(X>1)=0,98$. Вычислить $\mathrm{M}X^2$ и $\mathrm{P}(X>3)$.
5. Случайная величина X имеет равномерное распределение с параметрами $a=1,\ b=5$. Найти $\mathrm{M}X$, $\mathrm{D}X$ и $\mathrm{P}(2\le x\le 6)$.

Вариант 3

1. Эксперимент заключается в бросании двух игральных костей до первого выпадения двух шестерок. Найти функцию распределения $F(x)$ (построить ее график) и математическое ожидание случайной величины X – числа произведенных бросаний.

2. Плотность вероятностей непрерывной случайной величины X имеет вид: $f(x) = a(\cos x + 1)$ в интервале (-π, π) и равна нулю вне этого интервала. Найти a, $F(x)$, MX и P($-\frac{\pi}{2} \le x \le \frac{3\pi}{2}$).. Построить графики $f(x)$ и $F(x)$.

3. Функция распределения непрерывной случайной величины X имеет вид:

$$F(x) = \begin{cases} 0\ , & x < 0\,, \\ x^2/36, & 0 \le x \le 6\,, \\ 1\ , & x > 6\,. \end{cases}$$

   Найти $f(x)$, MX, DX.

4. Случайная величина X имеет нормальное распределение, причем $\mathrm{P}(X < 4) = 0{,}25$ и $\mathrm{P}(X > 5) = 0{,}55$. Найти $a = \mathrm{M}X$ и $\sigma^2 = \mathrm{D}X$.

5. Случайная величина X имеет показательное распределение с параметром $\lambda = 0{,}5$. Найти MX, DX и $\mathrm{P}(-1 \le X \le 2)$.

Вариант 4

1. Из урны, содержащей 3 белых и 2 черных шара, извлекают наудачу по два шара одновременно. Шары возвращают в урну, и опыт повторяют до первого появления двух белых шаров. Найти функцию распределения $F(x)$ (построить ее график) и математическое ожидание случайной величины X – числа произведенных опытов.

2. Плотность вероятностей непрерывной случайной величины X имеет вид: $f(x)=\frac{3}{2}x^2, |x|\le h$ и равна нулю вне указанного интервала. Найти h, $F(x)$ и $\mathrm{P}(-\frac{3}{2}h\le x\le\frac{h}{2})$. Построить графики $f(x)$ и $F(x)$.

3. Функция распределения непрерывной случайной величины X имеет вид:

$$F(x)=\begin{cases}0\,, & x<0\,,\\ a(1-\cos x), & 0\le x\le\pi\,,\\ 1\,, & x>\pi\,.\end{cases}$$

   Найти a, $f(x)$, $\mathrm{M}X$, $\mathrm{D}X$.

4. Случайная величина X распределена по нормальному закону $N(a,\sigma^2)$, причем $\sigma^2=2$. Известно, что $\mathrm{P}(X>-1)=0{,}9$. Найти a и $\mathrm{P}(X>2)$.

5. Случайная величина X имеет распределение Пуассона с параметром $a=0{,}5$. Найти $\mathrm{M}X$, $\mathrm{D}X$ и $\mathrm{P}(-1\le X\le 2)$.

2.3 Варианты контрольной работы № 3 «Случайные векторы. Функции случайных аргументов»

Вариант 1

1. Задан закон распределения вероятностей случайного вектора (X,Y):

$X \backslash Y$	-2	0	2
-1	0,01	0,05	0,09
0	0,05	0,1	0,15
1	0,09	0,15	0,31

Найти совместную функцию распределения $F(x,y)$. Найти условный закон распределения величины Y, при условии, что случайная величина X примет значение равное 0. Вычислить $\mathrm{M}(Y/X=0)$, $\mathrm{D}(Y/X=0)$.

2. Дана плотность вероятностей двумерного нормального случайного вектора (X,Y):

$$f_{XY}(x,y) = K \cdot \exp\{-[(x-1)^2 + 2(x-1)(y+2) + 4(y+2)^2]\}.$$

Найти K, математическое ожидание $\mathrm{M}(X,Y)$, корреляционную матрицу $\mathbf{R}$.

3. Радиус шара R – случайная величина, которая равномерно распределена на отрезке $[a,b]$. Найти функцию распределения площади поверхности шара ($S = 4\pi R^2$).

4. Пусть X и Y независимые случайные величины, равномерно распределенные на отрезках $[-a,a]$ и $[0,a]$ соответственно. Найти плотность вероятностей случайной величины $Z = X - Y$.

5. Найти математическое ожидание и дисперсию случайной величины $Y = -\ln(1-X)$, если случайная величина X равномерно распределена на отрезке $[0,1]$.

Вариант 2

1. Совместная плотность вероятностей случайных величин X и Y имеет вид:

$$f_{XY}(x,y)=\begin{cases} c(x+y), & 0\le x\le 6,\ 0\le y\le 6; \\ 0, & x<0,\ x>6,\ y<0,\ y>6. \end{cases}$$

Найти c, $f_X(x)$, $\mathrm{P}(X>2)$.

2. Написать уравнение эллипса рассеяния, в который случайный вектор (X,Y), распределенный по нормальному закону с параметрами $\mathrm{M}(X,Y)=(-2;1)$, $\mathbf{R}=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 3\end{pmatrix}$, попадает с вероятностью 0,99.

3. Случайная величина X имеет показательное распределение $f(x)=\begin{cases}\lambda e^{-\lambda x}, x\ge 0,\\ 0, \quad x<0\end{cases}$ с параметром $\lambda=\dfrac{1}{2}$. Найти плотность вероятностей случайной величины $Y=1-e^{-X/2}$.

4. Случайные величины X и Y являются независимыми, при этом случайная величина X распределена равномерно на отрезке $[0,a]$, а случайная величина Y имеет показательный закон распределения с параметром λ. Найти плотность вероятностей случайной величины $Z=X-Y$.

5. Найти математическое ожидание $\mathrm{M}(U,V)$ и корреляционную матрицу $\mathbf{R}$ случайного вектора $(U,V)=(3X+2Y-2,-2X+3Y+1)$, если случайный вектор (X,Y) имеет математическое ожидание $\mathrm{M}(X,Y)=(3,1)$ и корреляционную матрицу $\mathbf{R}=\begin{pmatrix}4 & 1\\ 1 & 1\end{pmatrix}$.

Вариант 3

1. Задан закон распределения вероятностей случайного вектора (X,Y):

$X \backslash Y$	1	2
-2	0,25	0,1
0	0,15	0,15
2	0,1	0,25

Найти одномерные законы распределения вероятностей случайных величин *X* и *Y*, их математические ожидания M*X* и M*Y*, дисперсии D*X* и D*Y* и коэффициент корреляции *r*. Записать корреляционную матрицу $\mathbf{R}$.

2. Дана плотность вероятностей двумерного нормального случайного вектора (X,Y):

$$f_{XY}(x,y) = K \cdot \exp\{-[2(x-3)^2 + 6(x-3)(y-4) + 8(y-4)^2]\}.$$

Найти K, математическое ожидание $\mathrm{M}(X,Y)$, корреляционную матрицу $\mathbf{R}$.

3. Диаметр шара D – случайная величина, равномерно распределенная на отрезке [1, 2]. Найти функцию распределения объема шара ($V = \frac{1}{6}\pi D^3$).

4. Случайные величины X и Y являются независимыми и распределенными равномерно на отрезках $[-a,a]$ и $[0,a]$ соответственно. Найти плотность вероятностей случайной величины $Z = X + Y$.

5. Найти математическое ожидание и дисперсию случайной величины $Y = \dfrac{1}{X}$, если случайная величина *X* имеет плотность вероятностей $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{2}x^{-3/2}, & x \ge 1, \\ 0, & x < 1. \end{cases}$

Вариант 4

1. Совместная плотность вероятностей случайных величин X и Y имеет вид:

$$f_{XY}(x,y)=\begin{cases}3(x+y)/8, & 0\le x+y\le 2,\ x\ge 0,\ y\ge 0;\\ 0\ , & 2<x+y<0,\ x<0,\ y<0.\end{cases}$$

Найти $f_X(x)$, $\mathrm{P}(1/2\le X<1, Y<1)$.

2. Найти вероятность того, что гауссовский случайный вектор (X,Y) с параметрами $\mathrm{M}(X,Y)=(2;-1)$ и $\mathbf{R}=\begin{pmatrix}2 & 0\\ 0 & 4\end{pmatrix}$ попадет внутрь области D, ограниченной эллипсом рассеяния $(x-\mathrm{M}X)^2/\sigma_X^2+(y-\mathrm{M}Y)^2/\sigma_Y^2=4$.

3. Плотность вероятностей случайной величины X задана формулой $f(x)=\begin{cases}\beta x^{-3/2}, & x\ge 1,\\ 0, & x<1.\end{cases}$

Найти β и плотность вероятностей случайной величины $Y=\dfrac{1}{X}$.

4. Случайные величины X и Y являются независимыми, при этом случайная величина X равномерно распределена на отрезке $[-a,a]$, а случайная величина Y имеет показательный закон распределения с параметром λ. Найти плотность вероятностей случайной величины $Z=X+Y$.

5. Найти математическое ожидание $\mathrm{M}(U,V)$ и корреляционную матрицу $\mathbf{R}$ случайного вектора $(U,V)=(X-2Y-1,-2X+2Y+1)$, если случайный вектор (X,Y) имеет математическое ожидание $\mathrm{M}(X,Y)=(1,2)$ и корреляционную матрицу $\mathbf{R}=\begin{pmatrix}2 & -2\\ -2 & 1\end{pmatrix}$.

2.4 Варианты контрольной работы № 4 «Характеристические функции. Предельные теоремы»

Вариант 1

1. Случайная величина X имеет нормальное распределение $N(a,\sigma^2)$. Оценить с помощью неравенства Чебышева вероятность $\mathrm{P}\{|X-a|>3\sigma\}$. Сравнить с точным значением этой вероятности.
2. Пусть $X_1, X_2, \ldots, X_n$ - независимые случайные величины, каждая из которых принимает значения 1 и –1 с вероятностями 0,5. Найти характеристическую функцию случайной величины $S_n = X_1 + X_2 + \ldots + X_n$. Найти $\mathrm{M}S_n$ и $\mathrm{D}S_n$ двумя способами: обычным и с помощью характеристических функций.
3. Стрелок при выстреле по мишени попадает в десятку с вероятностью 0,4; в девятку – 0,3; в восьмерку – 0,15; в семерку – 0,1; в шестерку – 0,05. Стрелок сделал N выстрелов. С вероятностью γ сумма набранных очков находится в пределах: $1725 < S_N < 1835$. Используя центральную предельную теорему, определить N и γ.
4. Величины X_1 и X_2 независимы и имеют нормальные распределения $N(0,2)$ $N(1;0,5)$ соответственно. Используя характеристические функции, найти $\mathrm{P}(|-X_1 + 2X_2|<4)$.
5. По выборке $x_1, x_2, \ldots, x_n$ объема n найти методом максимального правдоподобия оценку параметра p геометрического распределения:

$$\mathrm{P}(X = x_i) = p \cdot (1-p)^{x_i - 1}, \ \ x_i = 1, 2, 3, \ldots$$

Вариант 2

1. Проводится 100 измерений $\{X_i\}, i=\overline{1,100}$ неизвестной величины a. Считая $\{X_i\}, i=\overline{1,100}$ независимыми, нормальными случайными величинами с $\mathrm{M}X_i = a$, $\mathrm{D}X_i = 0{,}05$, $i=\overline{1,100}$, найти наименьшее Δ такое, чтобы выполнялось неравенство $\mathrm{P}\left\{\left|\left(\frac{1}{100}\sum_{i=1}^{100} X_i\right) - a\right| < \Delta\right\} \geq 0{,}95$. Найти точное значение Δ и сравнить с оценкой, полученной с помощью неравенства Чебышева.
2. Найти закон распределения, соответствующий характеристической функции $\varphi(t) = \cos^2 2t$. Найти $\mathrm{M}X$ и $\mathrm{D}X$ двумя способами: обычным и с помощью характеристической функции.
3. Игральную кость бросают N раз и подсчитывают сумму выпавших очков S_N. Оказалось, что $6873 < S_N < 7127$ с надежностью γ. Найти N и γ, используя центральную предельную теорему.
4. Величины X_1 и X_2 независимы и имеют нормальные распределения $N(1,1)$ и $N(0,2)$ соответственно. Используя характеристические функции, найти $\mathrm{P}(|2X_1 - X_2| < 3)$.
5. По выборке $x_1, x_2, \ldots, x_n$ объема n найти методом моментов оценки параметров a и b равномерного распределения на отрезке $[a,b]$.

Вариант 3

1. Вероятность появления события A в одном испытании равна 0,5. Используя неравенство Чебышева проверить, можно ли с вероятностью, большей 0,97, утверждать, что число появлений события A в 1000 независимых испытаниях будет в пределах от 400 до 600?
2. Найти закон распределения, соответствующий характеристической функции $\varphi(t) = \cos^3 3t$. Найти $\mathrm{M}X$ и $\mathrm{D}X$ двумя способами: обычным и с помощью характеристической функции.
3. Стрелок при выстреле по мишени попадает в десятку с вероятностью 0,3; в девятку – 0,25; в восьмерку – 0,2; в семерку – 0,15; в шестерку – 0,1. Стрелок сделал 500 выстрелов. Используя центральную предельную теорему, определить в каких пределах будет находиться сумма набранных очков с вероятностью 0,999.
4. Величины X_1 и X_2 независимы и имеют нормальные распределения $N(2,1)$ и $N(1,3)$ соответственно. Используя характеристические функции, найти $\mathrm{P}(|-X_1 + X_2| < 2)$.
5. По выборке $x_1, x_2, \ldots, x_n$ объема n найти методом максимального правдоподобия оценку параметра λ показательного распределения:

$$f(x) = \begin{cases} \lambda e^{-\lambda x}, x \geq 0, \\ 0, \quad\quad x < 0. \end{cases}$$

Вариант 4

1. Используя неравенство Чебышева, определить число испытаний n, которое необходимо провести в схеме Бернулли, чтобы вероятность выполнения неравенства $\left|\frac{m_A}{n} - p\right| < 0{,}03$ превысила 0,9. Считать вероятность появления события A в каждом испытании $p = 0{,}6$; m_A - число появления события A в n испытаниях.

2. Найти закон распределения, соответствующий характеристической функции $\varphi(t) = \cos^4 4t$. Найти $\mathrm{M}X$ и $\mathrm{D}X$ двумя способами: обычным и с помощью характеристической функции.

3. Игральную кость бросают 500 раз и подсчитывают сумму выпавших очков S_N. Оказалось, что $1674 < S_N < 1826$ с надежностью γ. Найти γ, используя центральную предельную теорему.

4. Случайные величины X_1 и X_2 независимы и имеют нормальные распределения $N(1,1)$ и $N(0;0,5)$ соответственно. Используя характеристические функции, найти $\mathrm{P}(|X_1 - 2X_2| < 2)$.

5. По выборке $x_1, x_2, \ldots, x_n$ объема n найти методом максимального правдоподобия оценку параметра a распределения Пуассона:

$$\mathrm{P}(X = x_i) = \frac{a^{x_i} \cdot e^{-a}}{x_i!}, \quad x_i = 0,1,2,\ldots$$

3 ЗАЧЕТ

3.1 Теоретические вопросы

1. Случайный эксперимент. Пространство элементарных событий. Случайные события и операции над ними.
2. Классическое определение вероятности. Урновая схема. Пример.
3. Геометрическое определение вероятности. Пример.
4. Аксиоматическое определение вероятности. Вероятностное пространство. Свойства вероятности.
5. Условная вероятность и ее свойства. Правило и теорема умножения вероятностей.
6. Независимость событий. Свойства независимых событий. Независимость в совокупности.
7. Формулы полной вероятности и Байеса. Пример.
8. Схема независимых испытаний Бернулли. Формула Бернулли. Наивероятнейшее число успехов.
9. Понятие случайной величины (СВ). Функция распределения СВ и ее свойства.
10. Дискретные СВ. Закон распределения (ЗР) дискретной СВ.
11. Непрерывные СВ. Плотность вероятностей и ее свойства.
12. Математическое ожидание (МО) дискретных и непрерывных СВ, его простейшие свойства. Основная теорема о МО.
13. Моменты, дисперсия и среднеквадратическое отклонение СВ. Свойства дисперсии.
14. Биномиальный ЗР. Числовые характеристики (ЧХ) биномиальной СВ.
15. Геометрический ЗР. ЧХ геометрической СВ.
16. Пуассоновский ЗР. ЧХ пуассоновской СВ.
17. Равномерный ЗР. ЧХ равномерно распределенной СВ.
18. Показательный ЗР. ЧХ показательно распределенной СВ.
19. Нормальный (гауссовский) ЗР, смысл его параметров.
20. Функция Лапласа и ее свойства. Вероятность попадания гауссовской СВ в заданный интервал. Правило трех сигма.

3.2 Примеры практических заданий

Элементарная теория вероятностей

Задача 1. Числа 1, 2, …, 9 записываются в случайном порядке. Найти вероятность того, что: а) числа будут записаны в порядке убывания (возрастания); б) числа 1, 2 и 3 будут стоять рядом (в порядке убывания, в порядке возрастания).

Задача 2. Два теплохода должны подойти к одному и тому же причалу. Время их прихода равновозможно в течение суток. Какова вероятность того, что одному из теплоходов придется ожидать освобождения причала, если время стоянки одного теплохода – 2 часа, а второго – 3 часа?

Задача 3. Прибор состоит из двух последовательно включенных узлов. Надежность (вероятность безотказной работы в течение времени T) первого узла равна 0,9, второго – 0,8. За время испытания прибора в течение времени T зарегистрирован отказ прибора. Найти вероятности событий $A_1 = \{$отказал только первый узел$\}$ и $A_{12} = \{$отказали оба узла$\}$ (повторить все задачи на схемы).

Задача 4. Из трех пистолетов выбирается наудачу один и производится выстрел. Вероятности попадания в цель из пистолетов соответственно равны: 0,9; 0,8; 0,7. Известно, что произошел промах. Из какого пистолета вероятнее всего был произведен выстрел?

Задача 5. Событие B наступает в том случае, если событие A появится не менее 3 раз. Определить вероятность появления события B, если вероятность появления события A при одном опыте равна 0,3 и произведено 5 независимых опытов.

Случайные величины

Задача 1. Вероятность вынуть бракованную деталь из большой партии равна 0,1. Вынимаются 3 детали. Найти закон распределения и функцию распределения случайной величины X - числа появившихся при этом бракованных деталей. Найти математической ожидание и дисперсию случайной величины X.

Задача 2. Баскетболист бросает мяч в корзину до первого попадания, но не более трех раз. Вероятность попадания в корзину при каждом бросании равна 0,75. Найти: а) закон распределения случайной величины X - числа произведенных бросков; б) функцию распределения случайной величины X; в) математическое ожидание $\mathrm{M}X$ и дисперсию $\mathrm{D}X$.

Задача 3. Функция распределения непрерывной случайной величины X имеет вид:

$$F(x)=\begin{cases}0, \ x\le 0;\\ ax^3, \ 0<x\le 2;\\ 1, \ \ x>2.\end{cases}$$

Найти: а) коэффициент a; б) плотность вероятностей $f(x)$, изобразить $f(x)$ и $F(x)$ графически; в) математическое ожидание $\mathrm{M}X$ и дисперсию $\mathrm{D}X$; г) вероятность $\mathrm{P}(|X|<1)$.

Задача 4. Плотность вероятностей случайной величины X имеет вид:

$$f(x)=\begin{cases}ax, \ 0\le x<1;\\ 2-x, \ 1\le x\le 2;\\ 0, \ \ x<0, \ x>2.\end{cases}$$

Найти: а) коэффициент a; б) функцию распределения $F(x)$, изобразить $f(x)$ и $F(x)$ графически; в) математическое ожидание $\mathrm{M}X$ и дисперсию $\mathrm{D}X$; г) вероятность $\mathrm{P}(|X|<1)$.

4 ЭКЗАМЕН

4.1 Теоретические вопросы

1. Случайный эксперимент. Пространство элементарных событий. Случайные события и операции над ними.
2. Классическое определение вероятности. Урновая схема. Пример.
3. Геометрическое определение вероятности. Пример.
4. Аксиоматическое определение вероятности. Вероятностное пространство. Свойства вероятности.
5. Условная вероятность и ее свойства. Правило и теорема умножения вероятностей.
6. Независимость событий. Свойства независимых событий. Независимость в совокупности.
7. Формулы полной вероятности и Байеса. Пример.
8. Схема независимых испытаний Бернулли. Наивероятнейшее число успехов.
9. Понятие случайной величины (СВ). Функция распределения СВ и ее свойства.
10. Дискретные СВ. Закон распределения дискретной СВ.
11. Важнейшие дискретные СВ.
12. Непрерывные СВ. Плотность вероятностей и ее свойства.
13. Важнейшие непрерывные СВ.
14. Математическое ожидание (МО) дискретных и непрерывных СВ.
15. Основная теорема о МО. Свойства МО.
16. Моменты высших порядков. Дисперсия и среднеквадратическое отклонение. Свойства дисперсии.
17. Числовые характеристики важнейших СВ.
18. Случайные векторы. Функция распределения случайного вектора и ее свойства.
19. Дискретные случайные векторы. Закон распределения дискретного случайного вектора.
20. Непрерывные случайные векторы. Плотность вероятностей случайного вектора и ее свойства.
21. Равномерное распределение в области на плоскости. Равномерные распределения в прямоугольнике и в круге.
22. Независимость случайных величин. Условия независимости. Независимость в совокупности.
23. Условные законы распределения. Условная плотность вероятностей и ее свойства. Условные числовые характеристики.
24. Числовые характеристики случайных векторов. Корреляционная матрица и ее свойства. Понятие о моментах случайных векторов.
25. Теоремы о числовых характеристиках.
26. Некоррелированные СВ. Связь между некоррелированностью и независимостью. Пример.
27. Коэффициент корреляции, его свойства и вероятностный смысл.
28. Многомерное нормальное распределение и его свойства.
29. Функции от СВ и их законы распределения.
30. Закон распределения суммы СВ. Композиция (свертка) законов распределения. Пример.
31. Неравенство Чебышева. Виды сходимости последовательностей СВ и связь между ними.
32. Закон больших чисел (ЗБЧ) для последовательностей СВ. Теоремы Маркова и Чебышева.
33. ЗБЧ для последовательностей независимых одинаково распределенных СВ. Задача об измерениях. Теорема Бернулли и ее применение.
34. Характеристическая функция СВ и ее свойства.
35. Характеристические функции важнейших СВ. Устойчивость нормального закона распределения.

36. Сходимость распределений (слабая сходимость) и ее связь со сходимостью по вероятности. Теорема непрерывности.
37. Центральная предельная теорема (ЦПТ) для независимых одинаково распределенных СВ. Интегральная теорема Муавра-Лапласа.
38. ЦПТ для независимых разнораспределенных СВ: теоремы Линдеберга и Ляпунова. Смысл условия Линдеберга. Асимптотическая нормальность.
39. Теорема Хинчина. Понятие об усиленном ЗБЧ.
40. Статистическая модель. Генеральная совокупность (ГС), выборка, объем выборки. Простейшие способы представления статистических данных.
41. Эмпирическая функция распределения и ее свойства.
42. Гистограмма и полигон частот.
43. Выборочные (эмпирические) числовые характеристики. Выборочное среднее и выборочная дисперсия.
44. Точечные оценки неизвестных параметров распределений. Требования, предъявляемые к точечным оценкам.
45. Свойства выборочного среднего и выборочной дисперсии как точечных оценок МО и дисперсии соответственно.
46. Метод моментов получения точечных оценок. Свойства оценок, найденных по методу моментов. Пример.
47. Метод максимального правдоподобия. Свойства оценок максимального правдоподобия. Пример.
48. Интервальные оценки неизвестных параметров распределений. Доверительные интервалы (ДИ) для МО нормально распределенной ГС (при известной и неизвестной дисперсии).
49. ДИ для дисперсии нормально распределенной ГС (при известном и неизвестном МО).
50. Асимптотические ДИ для МО и дисперсии произвольно распределенной ГС.
51. Критерий хи-квадрат Пирсона для проверки простой гипотезы о виде распределения.
52. Критерий хи-квадрат Пирсона для проверки сложной гипотезы о виде распределения.
53. Критерий хи-квадрат Пирсона для проверки гипотезы независимости.

4.2 Примеры практических заданий

Задача 1. Два теплохода должны подойти к одному и тому же причалу. Время их прихода равновозможно в течение суток. Какова вероятность того, что одному из теплоходов придется ожидать освобождения причала, если время стоянки одного теплохода – 2 часа, а второго – 3 часа?

Задача 2. Прибор состоит из двух последовательно включенных узлов. Надежность (вероятность безотказной работы в течение времени T) первого узла равна 0,9, второго – 0,8. За время испытания прибора в течение времени T зарегистрирован отказ прибора. Найти вероятности событий $A_1 = \{$отказал только первый узел$\}$ и $A_{12} = \{$отказали оба узла$\}$ (повторить повторить все задачи на схемы).

Задача 3. Из трех пистолетов выбирается наудачу один и производится выстрел. Вероятности попадания в цель из пистолетов соответственно равны: 0,9; 0,8; 0,7. Известно, что произошел промах. Из какого пистолета вероятнее всего был произведен выстрел?

Задача 4. Событие В наступает в том случае, если событие А появится не менее 3 раз. Определить вероятность появления события В, если вероятность появления события А при одном опыте равна 0,3 и произведено 5 независимых опытов.

Задача 5. Вероятность вынуть бракованную деталь из большой партии равна 0,1. Вынимаются 3 детали. Найти закон распределения и функцию распределения случайной величины X - числа появившихся при этом бракованных деталей. Найти математической ожидание и дисперсию случайной величины X.

Задача 6. Баскетболист бросает мяч в корзину до первого попадания, но не более трех раз. Вероятность попадания в корзину при каждом бросании равна 0,75. Найти: а) закон распределения случайной величины X - числа произведенных бросков; б) функцию распределения случайной величины X; в) математическое ожидание $\mathrm{M}X$ и дисперсию $\mathrm{D}X$.

Задача 7. Функция распределения непрерывной случайной величины X имеет вид:

$$F(x)=\begin{cases}0,\ x\le 0;\\ ax^3,\ 0<x\le 2;\\ 1,\ \ x>2.\end{cases}$$

Найти: а) коэффициент a; б) плотность вероятностей $f(x)$, изобразить $f(x)$ и $F(x)$ графически; в) математическое ожидание $\mathrm{M}X$ и дисперсию $\mathrm{D}X$; г) вероятность $\mathrm{P}(|X|<1)$.

Задача 8. Плотность вероятностей случайной величины X имеет вид:

$$f(x)=\begin{cases}ax,\ 0\le x<1;\\ 2-x,\ 1\le x\le 2;\\ 0,\ \ x<0,\ x>2.\end{cases}$$

Найти: а) коэффициент a; б) функцию распределения $F(x)$, изобразить $f(x)$ и $F(x)$ графически; в) математическое ожидание $\mathrm{M}X$ и дисперсию $\mathrm{D}X$; г) вероятность $\mathrm{P}(|X|<1)$.

Задача 9. Задан закон распределения дискретного случайного вектора (X,Y):

X \ Y	-1	0	1
0	0,2	0,1	0,2
1	0,2	0	0,3

Найти: а) одномерные законы распределения координат X и Y; являются ли случайные величины X и Y независимыми? б) коэффициент корреляции r_{XY}; являются ли случайные величины X и Y некоррелированными? в) условный закон распределения случайной величины X при условии, что случайная величина Y приняла значение равное 0; вычислить условное математическое ожидание $\mathrm{M}(X\,|\,Y=0)$ и условную дисперсию $\mathrm{D}(X\,|\,Y=0)$.

Задача 10. Плотность вероятностей случайного вектора (X,Y) имеет вид:

$$f_{XY}(x,y)=\begin{cases}c(x+y),\ 0\le x\le 2,\ 0\le y\le 2;\\ 0,\quad x<0,\ x>2,\ y<0,\ y>2.\end{cases}$$

Найти: а) коэффициент c; б) одномерные (маргинальные) плотности вероятностей координат $f_X(x)$ и $f_Y(y)$; в) условные плотности вероятностей $f_X(x\,|\,y)$ и $f_Y(y\,|\,x)$; г) математическое ожидание и корреляционную матрицу случайного вектора (X,Y); д) являются ли случайные величины X и Y независимыми?; являются ли они некоррелированными?; е) вероятность $\mathrm{P}(X+Y<2)$.

Задача 11. Пусть X и Y независимые случайные величины, равномерно распределенные на отрезках $[-1,0]$ и $[0,1]$ соответственно. Найти плотность вероятностей случайной величины $Z=X+Y$.

5 ТЕСТЫ ДЛЯ ПРОВЕРКИ ОСТАТОЧНЫХ ЗНАНИЙ

5.1 Список тем теста

Тема	Время решения	Уровень сложности	Количество баллов
1. Классическое определение вероятности	2	1	2
2. Вероятности случайных событий (теоремы сложения и умножения вероятностей)	4	2	4
3. Формула Бернулли	4	2	4
4. Функция распределения случайных величин и ее свойства	3	1	3
5. Дискретные случайные величины и их числовые характеристики	4	1	4
6. Плотность вероятности случайных величин и ее свойства (равномерный и нормальный законы распределения)	3	1	2
7. Непрерывные случайные величины и их числовые характеристики	6	2	4
8. Дискретные случайные векторы и их числовые характеристики (теорема сложения дисперсий)	6	2	6
9. Непрерывные случайные векторы и их числовые характеристики	4	1	2
10. Независимость и некоррелированность случайных величин, связь между ними	5	2	5
11. Точечные оценки неизвестных параметров распределений (выборочные среднее и дисперсия)	2	1	2
12. Интервальные оценки неизвестных параметров распределений (математического ожидания и дисперсии нормальнораспределенной генеральной совокупности)	2	1	2

Время выполнения теста – 45 мин.
Сумма баллов – 40.
Критерий оценивания:

25 – 30 - удовл.
31 – 35 – хор.
36 – 40 – отл.

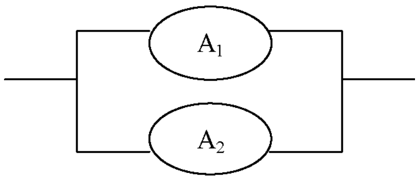
5.2 Варианты тестов

Вариант 1-11

1. На полке лежат 5 маркированных и 5 немаркированных конверта. Наудачу берут 2 конверта. Вероятность того, что оба конверта <u>маркированные</u>, равна:

   1) 2/9   2) 1/36   3) 5/18   4) 5/9

2. Элементы электрической цепи работают независимо друг от друга.



   Вероятности безотказной работы элементов за время T: $P(A_1)=0.6$; $P(A_2)=0.8$.
   Тогда вероятность безотказной работы <u>всей цепи</u> за время T равна:

   1) 0.48   2) 0.84   3) 0.92   4) 0.96

3. Стрелок производит 4 независимых выстрела по мишени. Вероятность попадания в мишень при каждом выстреле равна 0,8. Тогда вероятность того, что мишень будет поражена не менее 2 раз, равна:

   1) 0,2627   2) 0,2048   3) 0,7373   4) 0,9728

4. Дан закон распределения дискретной случайной величины **X**:

X	**-2**	**0**	**1**
P	0.2	0.3	0.5

   Дисперсия **D(X)** равна:

   1) 1,05   2) 1,29   3) 1,3   4) 0,31

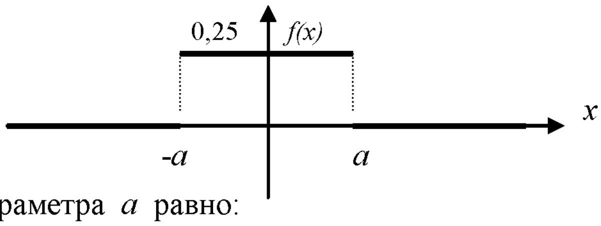
5. Функция распределения непрерывной случайной величины **X** имеет вид:

$$F(x)=\begin{cases} 0, & x<0 \\ x^2/4, & 0\le x\le 2 \\ 1, & x>2 \end{cases}.$$

   Тогда вероятность **P(1<X<3)** равна:

   1) 0,75   2) 0,25   3) 0,2   4) 0,5

6. График плотности вероятностей случайной величины **X** имеет вид:



Тогда значение параметра a равно:

1) 4 2) 2 3) 1 4) 0,5

7. Плотность вероятностей случайной величины X имеет вид: $f(x)=\begin{cases}\frac{2}{9}x & , x\in(0;3)\\ 0 & , x\notin(0;3)\end{cases}$.

Тогда математическое ожидание М**(2X+1)**равно:

1) 6.2 2) 2.8 3) 5 4) 5.4

8. Дан закон распределения дискретного случайного вектора (X,Y):

Y / X	-1	0	1
1	0,2	0,1	0,1
2	0,1	0	0,5

Тогда математическое ожидание **M(X-2Y)** равно:

1) –1,7 2) 1,0 3) –0,4 4) 0,4

9. Случайный вектор (X,У) имеет равномерное распределение в прямоугольнике с вершинами в точках A(0,0); B(2,0); C(0,1); D(2,1). Тогда значение двумерной плотности вероятностей $f(x,y)$ внутри этого прямоугольника равно:

1) 0,5 2) 0,25 3) 2 4) 4

10. В условиях задачи 9 случайные величины X и У являются:

1) зависимыми и коррелироваными 2) зависимыми, но некоррелироваными
3) независимыми, но коррелированными 4) независимыми и некоррелироваными

11. Дана выборка значений случайной величины X: { -2, 0, 1, 2, 4 }. Несмещенная оценка математического ожидания по данной выборке равна:

1) 1 2) 5 3) 1,25 4) 4

12. Если <u>объем выборки</u> увеличивается в 100 раз, то <u>длина</u> доверительного интервала для математического ожидания нормально распределенной случайной величины…

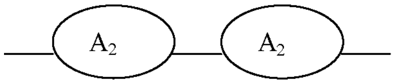
1) увеличивается в 10 раз 2) уменьшается в 10 раз
3) увеличивается в 100 раз 4) уменьшается в 100 раз

Вариант 2-11

1. В урне лежат 5 черных и 5 белых шаров. Наудачу из урны вынимают 2 шара. Вероятность того, что оба шара черные, равна:

   1) 4/9 2) 2/9 3) 5/18 4) 1/5

2. Элементы электрической цепи работают независимо друг от друга.



   Вероятности отказов элементов за время Т: $P(A_1)=0.3$; $P(A_2)=0,2$.
   Тогда вероятность отказа всей цепи за время Т равна:

   1) 0.94 2) 0.86 3) 0.5 4) 0.44

3. Орудие производит 4 независимых выстрела по цели. Вероятность попадания в цель при каждом выстреле равна 0,7. Тогда вероятность того, что мишень будет поражена не менее 2 раз, равна:

   1) 0,3998 2) 0,4718 3) 0,6913 4) 0,7163

4. Дан закон распределения дискретной случайной величины **X**:

X	**-1**	**0**	**3**
P	0.2	0.3	0.5

   Тогда дисперсия **D(X)** равна:

   1) 4,7 2) 1,3 3) 3,01 4) 6,0

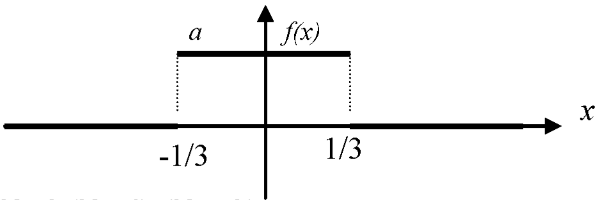
5. Функция распределения непрерывной случайной величины **X** имеет вид:

$$F(x)=\begin{cases} 0, & x<0 \\ x^2/2, & 0\le x\le\sqrt{2} \\ 1, & x>\sqrt{2} \end{cases}.$$

   Тогда вероятность **P(2>X>1)** равна:

   1) 0,5 2) 0,75 3) 0,25 4) $1/\sqrt{2}$

6. График плотности вероятностей случайной величины **X** имеет вид:



Тогда значение параметра a равно:

1) 3/2 2) 3 3) 1/3 4) 2/3

7. Плотность вероятностей случайной величины X имеет вид: $f(x)=\begin{cases} 8x & , x \in (0;0{,}5) \\ 0 & , x \notin (0,0{,}5) \end{cases}$.

Тогда математическое ожидание М**(2X+1)** равно:

1) 11/8 2) 5/3 3) 25/24 4) 20/17

8. Дан закон распределения дискретного случайного вектора (X,Y):

X \ Y	-1	0	1
1	0,1	0,3	0
2	0,2	0,3	0,1

Тогда математическое ожидание **M(X-2Y)** равно:

1) 0,4 2) 0,3 3) 2,0 4) 0,7

9. Случайный вектор (X,У) имеет равномерное распределение в прямоугольнике с вершинами в точках A(1,1); B(5,1); C(1,2); D(5,2). Тогда значение двумерной плотности вероятностей $f(x,y)$ внутри этого прямоугольника равно:…

1) 0,5 2) 0,25 3) 0,4 4) 4,0

10. В условиях задачи 9 случайные величины X и У являются:

1) зависимыми и коррелированными; 2) зависимыми, но некоррелированными;
3) независимыми, но коррелированными; 4) независимыми и некоррелированными.

11. Дана выборка значений случайной величины X: { -2, 0, 4, 6, 8 }. Несмещенная оценка математического ожидания по данной выборке равна:

1) 3,2 2) 1,6 3) 0 4) 4,0

12. Если среднеквадратическое отклонение увеличивается в 25 раз, то <u>длина</u> доверительного интервала для математического ожидания нормально распределенной случайной величины…

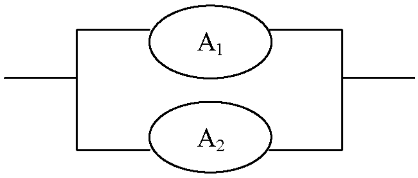
1) увеличивается в 5 раз 2) уменьшается в 5 раз
3) увеличивается в 25 раз 4) уменьшается в 25 раз

Вариант 3-11

1. На полке лежат 6 маркированных и 3 немаркированных конверта. Наудачу берут 2 конверта. Вероятность того, что оба конверта <u>немаркированные</u>, равна:

   1) 1/12 2) 1/9 3) 2/9 4) 5/12

2. Элементы электрической цепи работают независимо друг от друга



   Вероятности безотказной работы элементов за время T: $P(A_1)=0.8$; $P(A_2)=0.7$. Тогда вероятность безотказной работы <u>всей цепи</u> за время T равна:

   1) 0.56 2) 0.94 3) 0.38 4) 0.5

3. Стрелок производит 4 независимых выстрела по мишени. Вероятность попадания в мишень при каждом выстреле равна 0,9. Тогда вероятность того, что мишень будет поражена хотя бы 1 раз, равна:

   1) 0,0729 2) 0,9999 3) 0,4095 4) 0,0081

4. Дан ряд распределения дискретной случайной величины **X**:

X	**-3**	**0**	**2**
P	0.2	0.3	0.5

   Дисперсия **D(X)** равна:

   1) 3,8 2) 0,4 3) 3,94 4) 3,64

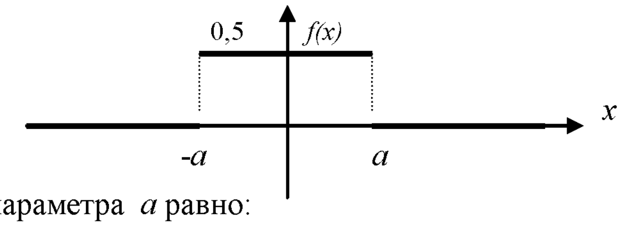
5. Функция распределения непрерывной случайной величины **X** имеет вид:

$$F(x)=\begin{cases} 0, & x<0 \\ 4x^2, & 0\le x\le 0{,}5 \\ 1, & x>0{,}5 \end{cases}.$$

   Тогда вероятность **P(1>X>0,25)** равна…

   1) 0,25 2) 0,5 3) 0,75 4) 0,85

6. График плотности вероятностей случайной величины **X** имеет вид:



Тогда значение параметра a равно:

1) 4 2) 2 3) 1 4) 0,5

7. Плотность вероятностей случайной величины X имеет вид: $f(x) = \begin{cases} 2x & , x \in (0;1) \\ 0 & , x \notin (0,1) \end{cases}$.

Тогда математическое ожидание М**(2X-1)** равно:

1) 1/2 2) 2/3 3) 1 4) 1/3

8. Дан закон распределения дискретного случайного вектора (X,Y):

X \ **Y**	**1**	**2**	**3**
-1	0,2	0,1	0,1
1	0,1	0	0,5

Тогда математическое ожидание **M(X-2Y)** равно:

1) -2,2 2) 4,7 3) –4,4 4) 2,4

9. Случайный вектор (X;У) имеет равномерное распределение в прямоугольнике с вершинами в точках A(0,0), B(4,0), C(0,1), D(4,1). Тогда значение двумерной плотности распределения $f(x,y)$ внутри этого прямоугольника равно:

1) 0,5 2) 0,25 3) 0,4 4) 4,0

10. В условиях задачи 9 случайные величины X и У являются:

1) зависимыми и коррелироваными
2) зависимыми , но некоррелироваными
3) независимыми, но коррелироваными
4) независимыми и некоррелироваными

11. Дана выборка значений случайной величины X: { -1, 0, 2, 3, 4 }. Несмещенная оценка математического ожидания по данной выборке равна:

1) 0 2) 2 3) 1,6 4) 4

12. Если объем выборки уменьшается в 100 раз, то длина доверительного интервала для математического ожидания нормально распределенной случайной величины…

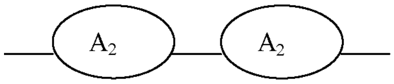
1) увеличивается в 10 раз
2) уменьшается в 10 раз
3) увеличивается в 100 раз
4) уменьшается в 100 раз

Вариант 4-11

1. В урне лежат 7 черных и 3 белых шара. Наудачу из урны вынимают 2 шара. Вероятность того, что оба шара белые, равна:

1) 1/5 2) 2/15 3) 7/15 4) 1/15

2. Различные элементы электрической цепи работают независимо друг от друга.



Вероятности отказов элементов за время T: $P(A_1)=0,4$; $P(A_2)=0,2$.
Тогда вероятность безотказной работы всей цепи за время T равна...

1) 0.92 2) 0.48 3) 0.08 4) 0.6

3. Орудие производит 4 независимых выстрела по цели. Вероятность попадания в цель при каждом выстреле равна 0,6. Тогда вероятность того, что мишень будет поражена более 2 раз, равна:

1) 0,3174 2) 0,6544 3) 0,3456 4) 0,4752

4. Дан ряд распределения дискретной случайной величины **X**:

X	**-1**	**1**	**3**
P	0.3	0.6	0.1

Дисперсия **D(X)** равна:

1) 1,44 2) 2,16 3) 1,8 4) 0,6

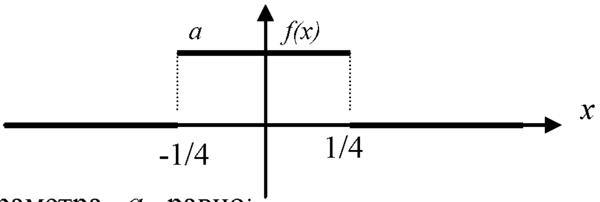
5. Функция распределения непрерывной случайной величины **X** имеет вид:

$$F(x)=\begin{cases} 0, & x<0 \\ x^3/27, & 0\le x\le 3 \\ 1, & x>3 \end{cases}$$

Тогда вероятность **P(3,5>X>1,5)** равна:

1) 7/8 2) 8/9 3) 7/8 4) 7/27

6. График плотности вероятностей случайной величины **X** имеет вид:



Тогда значение параметра a равно:

1) 4 2) 3 3) 2 4) 1

7. Плотность вероятностей случайной величины X имеет вид: $f(x) = \begin{cases} x/2 & , x \in (0;2) \\ 0 & , x \notin (0,2) \end{cases}$.

Тогда математическое ожидание М**(3Х-1)** равно:

1) 3 2) 1 3) 1/3 4) -1/3

8. Дан закон распределения дискретного случайного вектора (X,Y):

X \ **Y**	**-1**	**0**	**1**
1	0,4	0,1	0,1
2	0	0,2	0,2

Тогда математическое ожидание **M(X-2Y)** равно:

1) 1,2 2) 1,6 3) 0,8 4) 1,8

9. Случайный вектор (X;У) имеет равномерное распределение в прямоугольнике с вершинами в точках A(2,2), B(6,2), C(2,3), D(6,3). Тогда значение двумерной плотности распределения $f(x,y)$ внутри этого прямоугольника равно:

1) 0,5 2) 0,25 3) 0,4 4) 4,0

10. В условиях задачи 9 случайные величины X и У являются:

1) зависимыми и коррелироваными 2) зависимыми, но некоррелироваными
3) независимыми, но коррелироваными 4) независимыми и некоррелироваными

11. Дана выборка значений случайной величины X: { -2, 1, 3, 5, 8 }. Несмещенная оценка математического ожидания по данной выборке равна …

1) 1 2) 3 3) 3,5 4) 5

12. Если среднеквадратическое отклонение уменьшается в 25 раз, то <u>длина</u> доверительного интервала для математического ожидания нормально распределенной случайной величины…

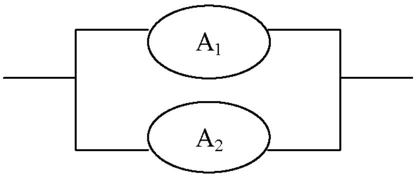
1) увеличивается в 5 раз 2) уменьшается в 5 раз
3) увеличивается в 25 раз 4) уменьшается в 25 раз

Вариант 5-11

1. На полке лежат 5 маркированных и 5 немаркированных конверта. Наудачу берут 2 конверта. Вероятность того, что оба конверта маркированные, равна:

1) 2/9 2) 1/36 3) 5/18 4) 5/9

2. Элементы электрической цепи работают независимо друг от друга.



Вероятности безотказной работы элементов за время Т: $P(A_1)=0.6$; $P(A_2)=0.8$.
Тогда вероятность безотказной работы всей цепи за время Т равна:

1) 0.48 2) 0.84 3) 0.92 4) 0.96

3. Стрелок производит 4 независимых выстрела по мишени. Вероятность попадания в мишень при каждом выстреле равна 0,8. Тогда вероятность того, что мишень будет поражена не менее 2 раз, равна:

1) 0,2627 2) 0,2048 3) 0,7373 4) 0,9728

4. Дан закон распределения дискретной случайной величины **X**:

X	**-2**	**0**	**1**
P	0.2	0.3	0.5

Дисперсия **D(X)** равна:

1) 1,05 2) 1,29 3) 1,3 4) 0,31

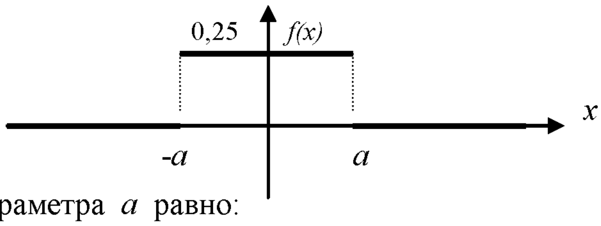
5. Функция распределения непрерывной случайной величины **X** имеет вид:

$$F(x)=\begin{cases} 0, & x<0 \\ x^2/4, & 0\le x\le 2 \\ 1, & x>2 \end{cases}.$$

Тогда вероятность **P(1<X<3)** равна:

1) 0,75 2) 0,25 3) 0,2 4) 0,5

6. График плотности вероятностей случайной величины **X** имеет вид:



Тогда значение параметра a равно:

1) 4 2) 2 3) 1 4) 0,5

7. Плотность вероятностей случайной величины X имеет вид: $f(x)=\begin{cases}\frac{2}{9}x & , x\in(0;3)\\ 0 & , x\notin(0;3)\end{cases}$.

Тогда математическое ожидание M**(2X+1)**равно:

1) 6.2 2) 2.8 3) 5 4) 5.4

8. Дан закон распределения дискретного случайного вектора (X,Y):

Y / X	-1	0	1
1	0,2	0,1	0,1
2	0,1	0	0,5

Тогда математическое ожидание **M(X-2Y)** равно:

1) –1,7 2) 1,0 3) –0,4 4) 0,4

9. Случайный вектор (X,У) имеет равномерное распределение в прямоугольнике с вершинами в точках A(0,0); B(2,0); C(0,1); D(2,1). Тогда значение двумерной плотности вероятностей $f(x,y)$ внутри этого прямоугольника равно:

1) 0,5 2) 0,25 3) 2 4) 4

10. В условиях задачи 9 случайные величины X и У являются:

1) зависимыми и коррелированными 2) зависимыми, но некоррелированными
3) независимыми, но коррелированными 4) независимыми и некоррелированными

11. Дана выборка значений случайной величины X: $\{$ -2, 0, 1, 2, 4 $\}$. Несмещенная оценка математического ожидания по данной выборке равна:

1) 1 2) 5 3) 1,25 4) 4

12. Если объем выборки увеличивается в 100 раз, то длина доверительного интервала для математического ожидания нормально распределенной случайной величины…

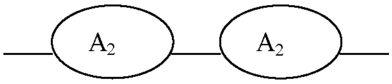
1) увеличивается в 10 раз 2) уменьшается в 10 раз
3) увеличивается в 100 раз 4) уменьшается в 100 раз

Вариант 6-11

1. В урне лежат 5 черных и 5 белых шаров. Наудачу из урны вынимают 2 шара. Вероятность того, что оба шара черные, равна:

   1) 4/9 2) 2/9 3) 5/18 4) 1/5

2. Элементы электрической цепи работают независимо друг от друга.



   Вероятности отказов элементов за время T: $P(A_1)=0.3$; $P(A_2)=0{,}2$.
   Тогда вероятность отказа всей цепи за время T равна:

   1) 0.94 2) 0.86 3) 0.5 4) 0.44

3. Орудие производит 4 независимых выстрела по цели. Вероятность попадания в цель при каждом выстреле равна 0,7. Тогда вероятность того, что мишень будет поражена не менее 2 раз, равна:

   1) 0,3998 2) 0,4718 3) 0,6913 4) 0,7163

4. Дан закон распределения дискретной случайной величины **X**:

X	**-1**	**0**	**3**
P	0.2	0.3	0.5

   Тогда дисперсия **D(X)** равна:

   1) 4,7 2) 1,3 3) 3,01 4) 6,0

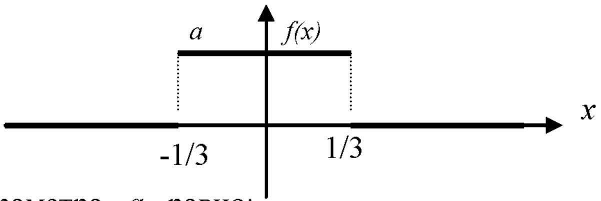
5. Функция распределения непрерывной случайной величины **X** имеет вид:

$$F(x)=\begin{cases} 0, & x<0 \\ x^2/2, & 0\le x\le\sqrt{2} \\ 1, & x>\sqrt{2} \end{cases}.$$

   Тогда вероятность **P(2>X>1)** равна:

   1) 0,5 2) 0,75 3) 0,25 4) $1/\sqrt{2}$

6. График плотности вероятностей случайной величины **X** имеет вид:



Тогда значение параметра a равно:

1) 3/2 2) 3 3) 1/3 4) 2/3

7. Плотность вероятностей случайной величины X имеет вид: $f(x)=\begin{cases} 8x & , x\in(0;0{,}5) \\ 0 & , x\notin(0,0{,}5) \end{cases}$.

Тогда математическое ожидание M**(2X+1)** равно:

1) 11/8 2) 5/3 3) 25/24 4) 20/17

8. Дан закон распределения дискретного случайного вектора (X,Y):

X \ Y	**-1**	**0**	**1**
1	0,1	0,3	0
2	0,2	0,3	0,1

Тогда математическое ожидание **M(X-2Y)** равно:

1) 0,4 2) 0,3 3) 2,0 4) 0,7

9. Случайный вектор (X,У) имеет равномерное распределение в прямоугольнике с вершинами в точках A(1,1); B(5,1); C(1,2); D(5,2). Тогда значение двумерной плотности вероятностей $f(x,y)$ внутри этого прямоугольника равно:…

1) 0,5 2) 0,25 3) 0,4 4) 4,0

10. В условиях задачи 9 случайные величины X и У являются:

1) зависимыми и коррелированными; 2) зависимыми, но некоррелированными;
3) независимыми, но коррелированными; 4) независимыми и некоррелированными.

11. Дана выборка значений случайной величины X: { -2, 0, 4, 6, 8 }. Несмещенная оценка математического ожидания по данной выборке равна:

1) 3,2 2) 1,6 3) 0 4) 4,0

12. Если среднеквадратическое отклонение увеличивается в 25 раз, то <u>длина</u> доверительного интервала для математического ожидания нормально распределенной случайной величины…

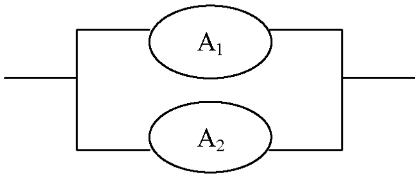
1) увеличивается в 5 раз 2) уменьшается в 5 раз
3) увеличивается в 25 раз 4) уменьшается в 25 раз

Вариант 7-11

1. На полке лежат 6 маркированных и 3 немаркированных конверта. Наудачу берут 2 конверта. Вероятность того, что оба конверта немаркированные, равна:

1) 1/12 2) 1/9 3) 2/9 4) 5/12

2. Элементы электрической цепи работают независимо друг от друга



Вероятности безотказной работы элементов за время T: $P(A_1)=0.8$; $P(A_2)=0.7$.
Тогда вероятность безотказной работы всей цепи за время T равна:

1) 0.56 2) 0.94 3) 0.38 4) 0.5

3. Стрелок производит 4 независимых выстрела по мишени. Вероятность попадания в мишень при каждом выстреле равна 0,9. Тогда вероятность того, что мишень будет поражена хотя бы 1 раз, равна:

1) 0,0729 2) 0,9999 3) 0,4095 4) 0,0081

4. Дан ряд распределения дискретной случайной величины **X**:

X	**-3**	**0**	**2**
P	0.2	0.3	0.5

Дисперсия **D(X)** равна:

1) 3,8 2) 0,4 3) 3,94 4) 3,64

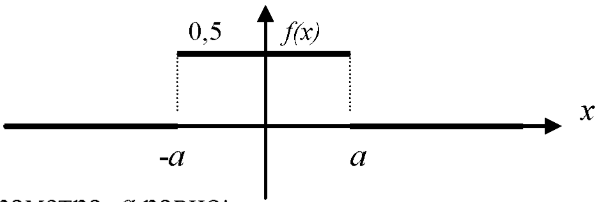
5. Функция распределения непрерывной случайной величины **X** имеет вид:

$$F(x)=\begin{cases} 0, & x<0 \\ 4x^2, & 0\le x\le 0,5 \\ 1, & x>0,5 \end{cases}.$$

Тогда вероятность **P(1>X>0,25)** равна…

1) 0,25 2) 0,5 3) 0,75 4) 0,85

6. График плотности вероятностей случайной величины **X** имеет вид:



Тогда значение параметра a равно:

1) 4 2) 2 3) 1 4) 0,5

7. Плотность вероятностей случайной величины X имеет вид: $f(x) = \begin{cases} 2x & , x \in (0;1) \\ 0 & , x \notin (0{,}1) \end{cases}$.

Тогда математическое ожидание М**(2X-1)** равно:

1) 1/2 2) 2/3 3) 1 4) 1/3

8. Дан закон распределения дискретного случайного вектора (X,Y):

X \ **Y**	**1**	**2**	**3**
-1	0,2	0,1	0,1
1	0,1	0	0,5

Тогда математическое ожидание **M(X-2Y)** равно:

1) -2,2 2) 4,7 3) –4,4 4) 2,4

9. Случайный вектор (X;У) имеет равномерное распределение в прямоугольнике с вершинами в точках A(0,0), B(4,0), C(0,1), D(4,1). Тогда значение двумерной плотности распределения $f(x,y)$ внутри этого прямоугольника равно:

1) 0,5 2) 0,25 3) 0,4 4) 4,0

10. В условиях задачи 9 случайные величины X и У являются:

1) зависимыми и некоррелированны
2) зависимыми , но некоррелированными
3) независимыми, но некоррелированны
4) независимыми и некоррелированными

11. Дана выборка значений случайной величины X: { -1, 0, 2, 3, 4 }. Несмещенная оценка математического ожидания по данной выборке равна:

1) 0 2) 2 3) 1,6 4) 4

12. Если <u>объем выборки</u> уменьшается в 100 раз, то <u>длина</u> доверительного интервала для математического ожидания нормально распределенной случайной величины…

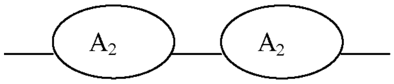
1) увеличивается в 10 раз
2) уменьшается в 10 раз
3) увеличивается в 100 раз
4) уменьшается в 100 раз

Вариант 8-11

1. В урне лежат 7 черных и 3 белых шара. Наудачу из урны вынимают 2 шара. Вероятность того, что оба шара <u>белые</u>, равна:

1) 1/5 2) 2/15 3) 7/15 4) 1/15

2. Различные элементы электрической цепи работают независимо друг от друга.



Вероятности отказов элементов за время Т: $P(A_1)=0{,}4$; $P(A_2)=0{,}2$.
Тогда вероятность <u>безотказной</u> работы <u>всей цепи</u> за время Т равна…

1) 0.92 2) 0.48 3) 0.08 4) 0.6

3. Орудие производит 4 независимых выстрела по цели. Вероятность попадания в цель при каждом выстреле равна 0,6. Тогда вероятность того, что мишень будет поражена более 2 раз, равна:

1) 0,3174 2) 0,6544 3) 0,3456 4) 0,4752

4. Дан ряд распределения дискретной случайной величины **X**:

X	**-1**	**1**	**3**
P	0.3	0.6	0.1

Дисперсия **D(X)** равна:

1) 1,44 2) 2,16 3) 1,8 4) 0,6

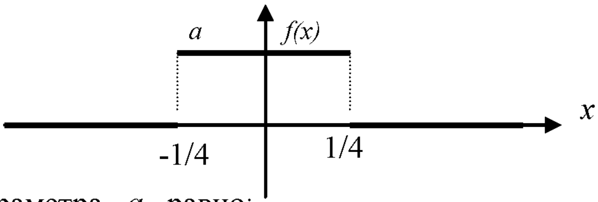
5. Функция распределения непрерывной случайной величины **X** имеет вид:

$$F(x)=\begin{cases} 0, & x<0 \\ x^3/27, & 0\le x\le 3 \\ 1, & x>3 \end{cases}$$

Тогда вероятность **P(3,5>X>1,5)** равна:

1) 7/8 2) 8/9 3) 7/8 4) 7/27

6. График плотности вероятностей случайной величины **X** имеет вид:



Тогда значение параметра a равно:

1) 4 2) 3 3) 2 4) 1

7. Плотность вероятностей случайной величины X имеет вид: $f(x) = \begin{cases} x/2 & , x \in (0;2) \\ 0 & , x \notin (0,2) \end{cases}$.

Тогда математическое ожидание М**(3X-1)** равно:

1) 3 2) 1 3) 1/3 4) -1/3

8. Дан закон распределения дискретного случайного вектора (X,Y):

Y / X	-1	0	1
1	0,4	0,1	0,1
2	0	0,2	0,2

Тогда математическое ожидание **M(X-2Y)** равно:

1) 1,2 2) 1,6 3) 0,8 4) 1,8

9. Случайный вектор (X;У) имеет равномерное распределение в прямоугольнике с вершинами в точках A(2,2), B(6,2), C(2,3), D(6,3). Тогда значение двумерной плотности распределения $f(x,y)$ внутри этого прямоугольника равно:

1) 0,5 2) 0,25 3) 0,4 4) 4,0

10. В условиях задачи 9 случайные величины X и У являются:

1) зависимыми и некоррелированны
2) зависимыми, но некоррелированными
3) независимыми, но некоррелированны
4) независимыми и некоррелированными

11. Дана выборка значений случайной величины X: { -2, 1, 3, 5, 8 }. Несмещенная оценка математического ожидания по данной выборке равна …

1) 1 2) 3 3) 3,5 4) 5

12. Если среднеквадратическое отклонение уменьшается в 25 раз, то длина доверительного интервала для математического ожидания нормально распределенной случайной величины…

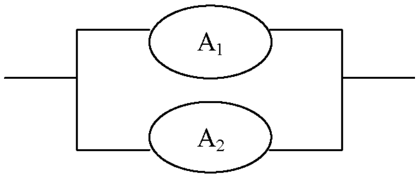
1) увеличивается в 5 раз
2) уменьшается в 5 раз
3) увеличивается в 25 раз
4) уменьшается в 25 раз

Вариант 9-11

1. На полке лежат 5 маркированных и 5 немаркированных конверта. Наудачу берут 2 конверта. Вероятность того, что оба конверта маркированные, равна:

1) 2/9 2) 1/36 3) 5/18 4) 5/9

2. Элементы электрической цепи работают независимо друг от друга.



Вероятности безотказной работы элементов за время Т: $P(A_1)=0.6$; $P(A_2)=0.8$.
Тогда вероятность безотказной работы всей цепи за время Т равна:

1) 0.48 2) 0.84 3) 0.92 4) 0.96

3. Стрелок производит 4 независимых выстрела по мишени. Вероятность попадания в мишень при каждом выстреле равна 0,8. Тогда вероятность того, что мишень будет поражена не менее 2 раз, равна:

1) 0,2627 2) 0,2048 3) 0,7373 4) 0,9728

4. Дан закон распределения дискретной случайной величины **X**:

X	**-2**	**0**	**1**
P	0.2	0.3	0.5

Дисперсия **D(X)** равна:

1) 1,05 2) 1,29 3) 1,3 4) 0,31

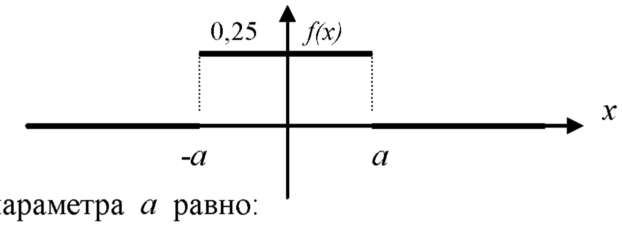
5. Функция распределения непрерывной случайной величины **X** имеет вид:

$$F(x)=\begin{cases} 0, & x<0 \\ x^2/4, & 0\le x\le 2 \\ 1, & x>2 \end{cases}.$$

Тогда вероятность **P(1<X<3)** равна:

1) 0,75 2) 0,25 3) 0,2 4) 0,5

6. График плотности вероятностей случайной величины **X** имеет вид:



Тогда значение параметра a равно:

1) 4 2) 2 3) 1 4) 0,5

7. Плотность вероятностей случайной величины X имеет вид: $f(x)=\begin{cases} \frac{2}{9}x & , x\in(0;3) \\ 0 & , x\notin(0;3) \end{cases}$.

Тогда математическое ожидание М**(2X+1)**равно:

1) 6.2 2) 2.8 3) 5 4) 5.4

8. Дан закон распределения дискретного случайного вектора (X,Y):

X \ **Y**	**-1**	**0**	**1**
1	0,2	0,1	0,1
2	0,1	0	0,5

Тогда математическое ожидание **M(X-2Y)** равно:

1) –1,7 2) 1,0 3) –0,4 4) 0,4

9. Случайный вектор (X,У) имеет равномерное распределение в прямоугольнике с вершинами в точках A(0,0); B(2,0); C(0,1); D(2,1). Тогда значение двумерной плотности вероятностей $f(x,y)$ внутри этого прямоугольника равно:

1) 0,5 2) 0,25 3) 2 4) 4

10. В условиях задачи 9 случайные величины X и У являются:

1) зависимыми и коррелироваными 2) зависимыми, но некоррелироваными
3) независимыми, но коррелированными 4) независимыми и некоррелироваными

11. Дана выборка значений случайной величины X: { -2, 0, 1, 2, 4 }. Несмещенная оценка математического ожидания по данной выборке равна:

1) 1 2) 5 3) 1,25 4) 4

12. Если объем выборки увеличивается в 100 раз, то длина доверительного интервала для математического ожидания нормально распределенной случайной величины…

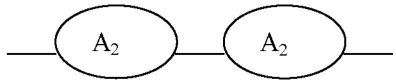
1) увеличивается в 10 раз 2) уменьшается в 10 раз
3) увеличивается в 100 раз 4) уменьшается в 100 раз

Вариант 10-11

1. В урне лежат 5 черных и 5 белых шаров. Наудачу из урны вынимают 2 шара. Вероятность того, что оба шара черные, равна:

1) 4/9 2) 2/9 3) 5/18 4) 1/5

2. Элементы электрической цепи работают независимо друг от друга.



Вероятности отказов элементов за время T: $P(A_1)=0.3$; $P(A_2)=0,2$.
Тогда вероятность отказа всей цепи за время T равна:

1) 0.94 2) 0.86 3) 0.5 4) 0.44

3. Орудие производит 4 независимых выстрела по цели. Вероятность попадания в цель при каждом выстреле равна 0,7. Тогда вероятность того, что мишень будет поражена не менее 2 раз, равна:

1) 0,3998 2) 0,4718 3) 0,6913 4) 0,7163

4. Дан закон распределения дискретной случайной величины **X**:

X	**-1**	**0**	**3**
P	0.2	0.3	0.5

Тогда дисперсия **D(X)** равна:

1) 4,7 2) 1,3 3) 3,01 4) 6,0

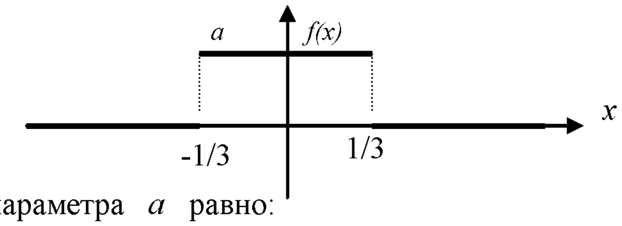
5. Функция распределения непрерывной случайной величины **X** имеет вид:

$$F(x)=\begin{cases} 0, & x<0 \\ x^2/2, & 0\le x\le\sqrt{2} \\ 1, & x>\sqrt{2} \end{cases}.$$

Тогда вероятность **P(2>X>1)** равна:

1) 0,5 2) 0,75 3) 0,25 4) $1/\sqrt{2}$

6. График плотности вероятностей случайной величины **X** имеет вид:



Тогда значение параметра a равно:

1) 3/2 2) 3 3) 1/3 4) 2/3

7. Плотность вероятностей случайной величины X имеет вид: $f(x)=\begin{cases}8x & , x\in(0;0{,}5) \\ 0 & , x\notin(0,0{,}5)\end{cases}$.

Тогда математическое ожидание M**(2X+1)** равно:

1) 11/8 2) 5/3 3) 25/24 4) 20/17

8. Дан закон распределения дискретного случайного вектора (X,Y):

Y / X	**-1**	**0**	**1**
1	0,1	0,3	0
2	0,2	0,3	0,1

Тогда математическое ожидание **M(X-2Y)** равно:

1) 0,4 2) 0,3 3) 2,0 4) 0,7

9. Случайный вектор (X,У) имеет равномерное распределение в прямоугольнике с вершинами в точках A(1,1); B(5,1); C(1,2); D(5,2). Тогда значение двумерной плотности вероятностей $f(x,y)$ внутри этого прямоугольника равно:…

1) 0,5 2) 0,25 3) 0,4 4) 4,0

10. В условиях задачи 9 случайные величины X и У являются:

1) зависимыми и коррелированными; 2) зависимыми, но некоррелированными;
3) независимыми, но коррелированными; 4) независимыми и некоррелированными.

11. Дана выборка значений случайной величины X: { -2, 0, 4, 6, 8 }. Несмещенная оценка математического ожидания по данной выборке равна:

1) 3,2 2) 1,6 3) 0 4) 4,0

12. Если среднеквадратическое отклонение увеличивается в 25 раз, то <u>длина</u> доверительного интервала для математического ожидания нормально распределенной случайной величины…

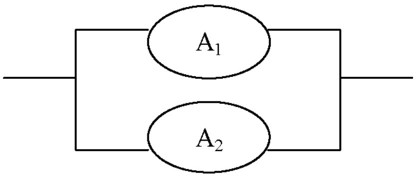
1) увеличивается в 5 раз 2) уменьшается в 5 раз
3) увеличивается в 25 раз 4) уменьшается в 25 раз

Вариант 11-11

1. На полке лежат 6 маркированных и 3 немаркированных конверта. Наудачу берут 2 конверта. Вероятность того, что оба конверта немаркированные, равна:

1) 1/12 2) 1/9 3) 2/9 4) 5/12

2. Элементы электрической цепи работают независимо друг от друга



Вероятности безотказной работы элементов за время Т: $P(A_1)=0.8$; $P(A_2)=0.7$.
Тогда вероятность безотказной работы всей цепи за время Т равна:

1) 0.56 2) 0.94 3) 0.38 4) 0.5

3. Стрелок производит 4 независимых выстрела по мишени. Вероятность попадания в мишень при каждом выстреле равна 0,9. Тогда вероятность того, что мишень будет поражена хотя бы 1 раз, равна:

1) 0,0729 2) 0,9999 3) 0,4095 4) 0,0081

4. Дан ряд распределения дискретной случайной величины **X**:

X	**-3**	**0**	**2**
P	0.2	0.3	0.5

Дисперсия **D(X)** равна:

1) 3,8 2) 0,4 3) 3,94 4) 3,64

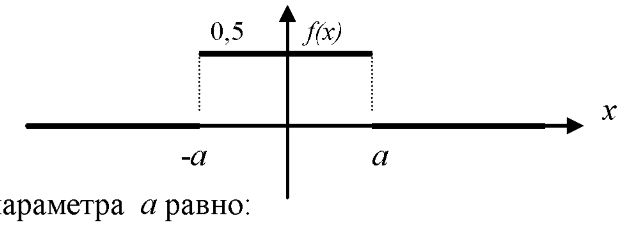
5. Функция распределения непрерывной случайной величины **X** имеет вид:

$$F(x)=\begin{cases} 0, & x<0 \\ 4x^2, & 0\le x\le 0{,}5 \\ 1, & x>0{,}5 \end{cases}.$$

Тогда вероятность **P(1>X>0,25)** равна…

1) 0,25 2) 0,5 3) 0,75 4) 0,85

6. График плотности вероятностей случайной величины **X** имеет вид:



Тогда значение параметра a равно:

1) 4   2) 2   3) 1   4) 0,5

7. Плотность вероятностей случайной величины X имеет вид: $f(x)=\begin{cases}2x & , x\in(0;1)\\ 0 & , x\notin(0,1)\end{cases}$.

Тогда математическое ожидание М**(2X-1)** равно:

1) 1/2   2) 2/3   3) 1   4) 1/3

8. Дан закон распределения дискретного случайного вектора (X,Y):

Y / X	1	2	3
-1	0,2	0,1	0,1
1	0,1	0	0,5

Тогда математическое ожидание **M(X-2Y)** равно:

1) -2,2   2) 4,7   3) –4,4   4) 2,4

9. Случайный вектор (X;У) имеет равномерное распределение в прямоугольнике с вершинами в точках A(0,0), B(4,0), C(0,1), D(4,1). Тогда значение двумерной плотности распределения $f(x,y)$ внутри этого прямоугольника равно:

1) 0,5   2) 0,25   3) 0,4   4) 4,0

10. В условиях задачи 9 случайные величины X и У являются:

1) зависимыми и некоррелированны
2) зависимыми , но некоррелированными
3) независимыми, но некоррелированны
4) независимыми и некоррелированными

11. Дана выборка значений случайной величины X: { -1, 0, 2, 3, 4 }. Несмещенная оценка математического ожидания по данной выборке равна:

1) 0   2) 2   3) 1,6   4) 4

12. Если <u>объем выборки</u> уменьшается в 100 раз, то <u>длина</u> доверительного интервала для математического ожидания нормально распределенной случайной величины…

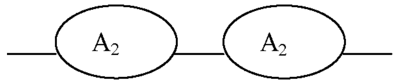
1) увеличивается в 10 раз
2) уменьшается в 10 раз
3) увеличивается в 100 раз
4) уменьшается в 100 раз

Вариант 12-11

1. В урне лежат 7 черных и 3 белых шара. Наудачу из урны вынимают 2 шара.
Вероятность того, что оба шара белые, равна:

1) 1/5 2) 2/15 3) 7/15 4) 1/15

2. Различные элементы электрической цепи работают независимо друг от друга.



Вероятности отказов элементов за время T: $P(A_1)=0{,}4$; $P(A_2)=0{,}2$.
Тогда вероятность безотказной работы всей цепи за время T равна…

1) 0.92 2) 0.48 3) 0.08 4) 0.6

3. Орудие производит 4 независимых выстрела по цели. Вероятность попадания в цель при каждом выстреле равна 0,6. Тогда вероятность того, что мишень будет поражена более 2 раз, равна:

1) 0,3174 2) 0,6544 3) 0,3456 4) 0,4752

4. Дан ряд распределения дискретной случайной величины **X**:

X	**-1**	**1**	**3**
P	0.3	0.6	0.1

Дисперсия **D(X)** равна:

1) 1,44 2) 2,16 3) 1,8 4) 0,6

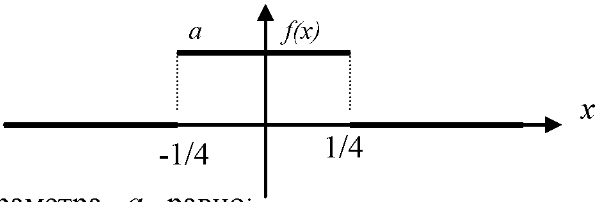
5. Функция распределения непрерывной случайной величины **X** имеет вид:

$$F(x)=\begin{cases} 0, & x<0 \\ x^3/27, & 0\le x\le 3 \\ 1, & x>3 \end{cases}$$

Тогда вероятность **P(3,5>X>1,5)** равна:

1) 7/8 2) 8/9 3) 7/8 4) 7/27

6. График плотности вероятностей случайной величины **X** имеет вид:



Тогда значение параметра a равно:

1) 4 2) 3 3) 2 4) 1

7. Плотность вероятностей случайной величины X имеет вид: $f(x)=\begin{cases} x/2 & , x\in(0;2) \\ 0 & , x\notin(0,2) \end{cases}$.

Тогда математическое ожидание M**(3X-1)** равно:

1) 3 2) 1 3) 1/3 4) -1/3

8. Дан закон распределения дискретного случайного вектора (X,Y):

X \ Y	-1	0	1
1	0,4	0,1	0,1
2	0	0,2	0,2

Тогда математическое ожидание **M(X-2Y)** равно:

1) 1,2 2) 1,6 3) 0,8 4) 1,8

9. Случайный вектор (X;У) имеет равномерное распределение в прямоугольнике с вершинами в точках A(2,2), B(6,2), C(2,3), D(6,3). Тогда значение двумерной плотности распределения $f(x,y)$ внутри этого прямоугольника равно:

1) 0,5 2) 0,25 3) 0,4 4) 4,0

10. В условиях задачи 9 случайные величины X и У являются:

1) зависимыми и некоррелированны
2) зависимыми, но некоррелированными
3) независимыми, но некоррелированны
4) независимыми и некоррелированными

11. Дана выборка значений случайной величины X: { -2, 1, 3, 5, 8 }. Несмещенная оценка математического ожидания по данной выборке равна …

1) 1 2) 3 3) 3,5 4) 5

12. Если среднеквадратическое отклонение уменьшается в 25 раз, то длина доверительного интервала для математического ожидания нормально распределенной случайной величины…

1) увеличивается в 5 раз
2) уменьшается в 5 раз
3) увеличивается в 25 раз
4) уменьшается в 25 раз