

**ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ  
БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ  
ВЫСШЕГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«САМАРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ АЭРОКОСМИЧЕСКИЙ  
УНИВЕРСИТЕТ имени академика С.П. КОРОЛЁВА  
(НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»**

# **СЛОЖНЫЕ ДЕФОРМАЦИИ**

**САМАРА 2012**

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ  
БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ  
ВЫСШЕГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«САМАРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ АЭРОКОСМИЧЕСКИЙ  
УНИВЕРСИТЕТ имени академика С.П. КОРОЛЁВА  
(НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

# СЛОЖНЫЕ ДЕФОРМАЦИИ

*Утверждено Редакционно-издательским советом университета  
в качестве методических указаний к лабораторным работам*

САМАРА  
Издательство СГАУ  
2012

УДК СГАУ:5(075)

Составители: *С.И. Иванов, В.А. Кирпичёв, В.Ф. Павлов,  
А.П. Филатов, А.В. Чирков, В.К. Шадрин*

Рецензент            канд. техн. наук, доц. В. А. М е х е д а

**Сложные деформации:** метод. указания к лаб. работам /  
сост.: *С.И. Иванов, В.А. Кирпичёв, В.Ф. Павлов [и др.]*. – Самара:  
Изд-во Самар. гос. аэрокосм. ун-та, 2012. – 20 с.

Данные методические указания содержат необходимые для выполнения лабораторных работ по теме «Сложные деформации» теоретические обоснования и формулы. Изложены методика выполнения работ, основные требования к оформлению, приведены схемы установок и контрольные вопросы.

Предназначены для студентов всех специальностей очной, очно-заочной и заочной форм обучения, изучающих дисциплины «Сопротивление материалов», «Прикладная механика», «Механика материалов и конструкций», «Общая теория механики материалов и конструкций».

УДК СГАУ:5(075)

## Лабораторная работа 12

### ОПРЕДЕЛЕНИЕ ДЕФОРМАЦИЙ И НАПРЯЖЕНИЙ ПРИ ВНЕЦЕНТРОМ РАСТЯЖЕНИИ

Цель работы – опытное определение деформаций и напряжений в стержне при внецентренном растяжении и сопоставление опытных данных с расчётными значениями, найденными по формулам сопротивления материалов.

#### Объект исследования

Испытуемый стержень (рис. 12.1) представляет собой часть стрингера центроплана самолёта Ту-154. Материал стрингера – алюминиевый сплав Д16Т. Стержень нагружен силами  $F$ , приложенными в плоскости симметрии и проходящими через середину толщины стенки. Нагружение осуществляется на универсальной испытательной машине. Деформации и напряжения определяются в точках I, II и III (рис. 12.2).

#### Теоретическое решение

Нормальные напряжения в стержне при внецентренном растяжении определяют по формуле

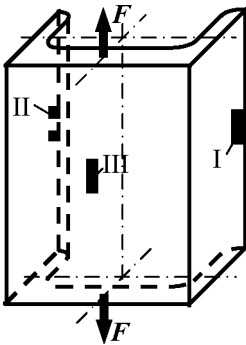


Рис. 12.1 Исследуемый стержень-стрингер. Схема нагружения и наклейки тензорезисторов

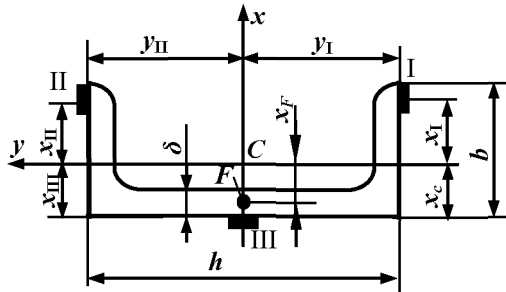


Рис. 12.2 Поперечное сечение стрингера

$$\sigma = F \cdot \left( \frac{1}{A} + \frac{x_F \cdot x}{J_y} + \frac{y_F \cdot y}{J_x} \right), \quad (12.1)$$

где  $F$  – растягивающая сила;

$A$  – площадь поперечного сечения стержня;

$J_x, J_y$  – главные центральные моменты инерции поперечного сечения стержня;

$x_F, y_F$  – координаты точки приложения силы  $F$  в главных центральных осях поперечного сечения;

$x, y$  – координаты точки поперечного сечения, в которой определяется напряжение.

### Опытное определение деформаций и напряжений

Опытные значения деформаций определяют с помощью тензорезисторов I, II и III, наклеенных на поверхность стержня в заданных точках (см. рис. 12.1, 12.2). Для пересчёта показаний измерительного прибора, подключённого к тензорезисторам, в деформации используют результаты тарировки (см. лаб. работу № 2) или паспортную цену деления прибора с соответствующей поправкой на фактическое значение коэффициента тензочувствительности тензорезистора.

Для определения напряжений по известным деформациям используется закон Гука. При внецентренном растяжении в любой точке стержня имеет место линейное напряжённое состояние. В этом случае закон Гука выражается зависимостью

$$\sigma = E \cdot \varepsilon, \quad (12.2)$$

где  $E$  – модуль продольной упругости материала стержня.

### Порядок проведения работы

1. Для заданной нагрузки  $F$  по формуле (12.1) вычислить расчётные значения напряжения  $\sigma_{рас}$  в исследуемых точках. Геометрические характеристики и координаты точек, входящие в формулу (12.1), следует взять из соответствующего стандарта на авиационный алюминиевый профиль.

2. Дать предварительную нагрузку на стержень и произвести отчёты по прибору, подключённому к тензорезисторам.

3. Увеличить нагрузку на заданную величину  $F$  и вновь произвести отчёты по прибору.

4. Подсчитать приращения показаний прибора  $\Delta A$  и по средним значениям из трёх опытов вычислить опытные значения деформаций  $\varepsilon_{оп}$  в исследуемых точках.

5. Вычислить опытные значения напряжений  $\sigma_{оп}$  по формуле (12.2).

6. Сопоставить расчётные и опытные значения напряжений путём вычисления расхождений по формуле

$$\frac{|\sigma_{\text{рас}} - \sigma_{\text{оп}}|}{|\sigma_{\text{рас}}|} \cdot 100 \% .$$

7. Опытные и расчётные величины занести в протоколы испытаний (табл. 12.1 и 12.2).

### Содержание отчёта

1. Расчётная схема стержня.
2. Поперечное сечение стержня с необходимыми размерами.
3. Расчёты, связанные с определением напряжений и деформаций.
4. Протоколы испытаний и результатов определения напряжений.
5. Общие выводы.

Таблица 12.1 Протокол испытаний

Номер опыта	F, кН	Показания прибора, дел			Приращение показания прибора, дел					
		A <sub>1</sub>	A <sub>2</sub>	A <sub>3</sub>	ΔA <sub>1</sub>	ΔA <sub>1ср</sub>	ΔA <sub>2</sub>	ΔA <sub>2ср</sub>	ΔA <sub>3</sub>	ΔA <sub>3ср</sub>
1										
2										
3										

Таблица 12.2 Напряжения, МПа

Точка I			Точка II			Точка III		
σ <sub>рас</sub>	σ <sub>оп</sub>	Расхождение, %	σ <sub>рас</sub>	σ <sub>оп</sub>	Расхождение, %	σ <sub>рас</sub>	σ <sub>оп</sub>	Расхождение, %

## Контрольные вопросы

1. В каком случае стержень испытывает внецентренное растяжение?
2. На какие простые деформации можно разложить внецентренное растяжение?
3. Какие напряжения возникают в поперечных сечениях стержня при внецентренном растяжении?
4. Как распределены напряжения в поперечном сечении стержня при внецентренном растяжении?
5. Как определить положение нейтральной оси поперечного сечения стержня при внецентренном растяжении?
6. Что называется ядром сечения и как его построить?
7. Можно ли применять формулу (12.1) для стержней любой длины при внецентренном сжатии?
8. Как определить напряжения в стержне опытным путём?

## Лабораторная работа 13

### ОПРЕДЕЛЕНИЕ ДЕФОРМАЦИЙ, НАПРЯЖЕНИЙ И ПЕРЕМЕЩЕНИЙ ПРИ КОСОМ ИЗГИБЕ

Цель работы – опытное определение деформаций, напряжений и перемещений балки при косом изгибе и сопоставление опытных данных с расчётными значениями, найденными по формулам сопротивления материалов.

#### Объект исследования

Испытуемая балка (рис. 13.1) представляет собой часть стрингера центроплана самолета Ту-154. Материал стрингера – алюминиевый сплав Д16Т, поперечное сечение – двутавр (рис. 13.2). Балка закреплена одним концом и нагружена на свободном конце силой  $F$ . Балка может поворачиваться относительно продольной оси. Величину угла  $\varphi$  между вертикалью и главной центральной осью  $y$  устанавливают по круговой шкале 1 (см. рис. 13.1).

Деформации и напряжения определяют в точках I, II, III, IV сечения, отстоящего на расстоянии  $z$  от свободного конца балки. Кроме того, определяют перемещения свободного конца балки.

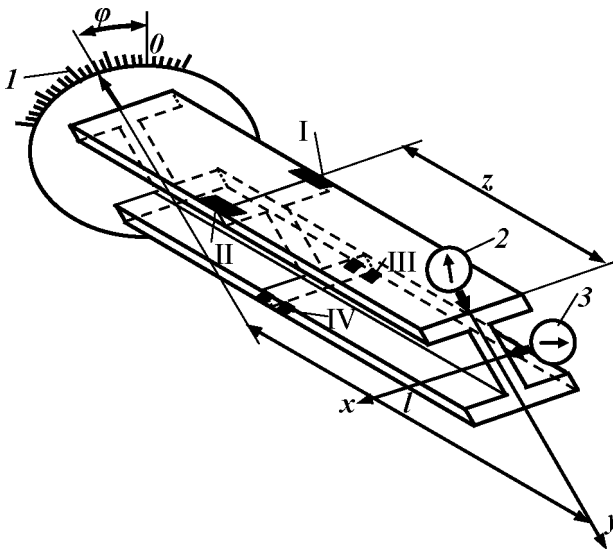


Рис. 13.1 Исследуемая балка-стрингер. Схема нагружения и наклейки тензорезисторов



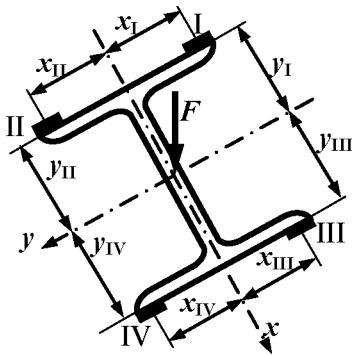


Рис. 13.2 Поперечное сечение стрингера

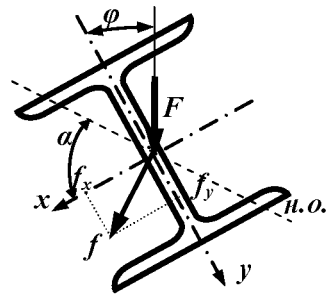


Рис. 13.3 Схема перемещений балки при косом изгибе

### Теоретическое решение

Нормальные напряжения балки при косом изгибе вычисляются по формуле

$$\sigma = \pm M \cdot \left( \frac{x \cdot \sin \varphi}{J_y} + \frac{y \cdot \cos \varphi}{J_x} \right), \quad (13.1)$$

где  $M$  – изгибающий момент в рассматриваемом сечении, взятый по абсолютной величине. Знак перед  $M$  должен совпадать со знаком напряжений в I-м квадранте сечения;

$x, y$  – координаты точки, в которой вычисляется напряжение. Направление осей следует выбрать таким, чтобы плоскость изгибающего момента проходила через первый квадрант;

$J_x, J_y$  – главные центральные моменты инерции поперечного сечения балки.

Составляющие полного перемещения свободного конца балки вдоль осей  $x, y$  определяются по формулам

$$f_x = \frac{F \cdot l^3 \cdot \sin \varphi}{3 E \cdot J_y}; \quad f_y = \frac{F \cdot l^3 \cdot \cos \varphi}{3 E \cdot J_x}. \quad (13.2)$$

Полное перемещение находится как геометрическая сумма составляющих:

$$f = \sqrt{f_x^2 + f_y^2}. \quad (13.3)$$

Направление полного перемещения перпендикулярно нейтральной оси сечения, положение которой определяется углом  $\alpha$  (рис. 13.3). Угол  $\alpha$  определяют по формуле

$$\alpha = \operatorname{arctg} \left( \frac{J_x}{J_y} \cdot \operatorname{tg} \varphi \right). \quad (13.4)$$

### Опытное определение деформаций, напряжений и перемещений

Опытные значения деформаций  $\varepsilon$  определяются с помощью тензорезисторов, наклеенных на поверхность балки в заданных точках (см. рис. 13.1, 13.2). Для пересчёта показаний измерительного прибора, подключённого к тензорезисторам, в деформации используются результаты тарировки (см. лаб. работу № 2) или паспортная цена деления прибора с соответствующей поправкой на фактическое значение коэффициента тензочувствительности тензорезистора.

Для определения напряжений по известным деформациям используется закон Гука. В исследуемых точках балки имеет место линейное напряжённое состояние. В этом случае закон Гука выражается зависимостью

$$\sigma = E \cdot \varepsilon, \quad (13.5)$$

где  $E$  – модуль продольной упругости материала балки.

Опытные значения составляющих полного прогиба на свободном конце балки определяются с помощью индикаторов часового типа 2, 3 (см. рис. 13.1). Опытное значение угла  $\alpha$  определяют по формуле

$$\alpha = \operatorname{arctg} \frac{f_x}{f_y}. \quad (13.6)$$

### Порядок проведения работы

1. Для заданных значений  $F$ ,  $z$  и  $\varphi$  по формуле (13.1) вычислить теоретические значения напряжений  $\sigma_{\text{рас}}$ . Характеристики и координаты точек, входящие в формулу (13.1), следует взять из соответствующего стандарта на авиационный алюминиевый профиль.

2. По формулам (13.2) определить теоретические значения составляющих полного прогиба  $f_{x \text{ рас}}$ ,  $f_{y \text{ рас}}$ . Затем по формуле (13.3) подсчитать полный прогиб  $f_{\text{рас}}$ .

3. Вычислить по формуле (13.4) теоретическое значение угла  $\varphi_{\text{рас}}$ , определяющего положение нейтральной оси сечения.

4. Используя шкалу 1 (см. рис. 13.1), повернуть балку на заданный угол  $\varphi$ . Дать предварительную нагрузку на балку и записать начальные показания индикаторов и прибора, подключённого к тензорезисторам.

5. Увеличить нагрузку на заданную величину  $F_{\text{рас}}$  и вновь записать показания прибора и индикаторов.

6. Вычислить приращения показаний прибора  $\Delta A$  и по средним значениям из трёх опытов вычислить опытные деформации  $\varepsilon_{\text{оп}}$  в исследуемых точках.

7. Вычислить опытные значения напряжений  $\sigma_{\text{оп}}$  по формуле (13.5).

8. Подсчитать опытные значения составляющих  $f_{x \text{ оп}}$ ,  $f_{y \text{ оп}}$  и полного прогиба как осреднённые значения приращений показаний  $\Delta B_x$  и  $\Delta B_y$  индикаторов. По формуле (13.3) вычислить полный прогиб  $f_{\text{оп}}$ .

9. Вычислить опытное значение угла  $\alpha_{\text{оп}}$  по формуле (13.6).

10. Сопоставить теоретические и опытные значения найденных величин путем вычисления расхождений по формулам

$$\left| \frac{\sigma_{\text{рас}} - \sigma_{\text{оп}}}{\sigma_{\text{рас}}} \right| \cdot 100 \% ; \quad \left| \frac{f_{\text{рас}} - f_{\text{оп}}}{f_{\text{рас}}} \right| \cdot 100 \% ; \quad \left| \frac{\alpha_{\text{рас}} - \alpha_{\text{оп}}}{\alpha_{\text{рас}}} \right| \cdot 100 \% .$$

11. Опытные и расчётные величины занести в протокол испытаний и таблицу результатов исследований.

Таблица 13.1 Протокол испытаний

Номер опыта	$F$ , кН	Показания прибора, дел				Приращения показаний прибора, дел						Показания индикаторов, мм		Приращение показаний индикаторов, мм			
		$A_1$	$A_2$	$A_3$	$A_4$	$\Delta A_1$	$\Delta A_1 \text{ ср}$	$\Delta A_2$	$\Delta A_2 \text{ ср}$	$\Delta A_3$	$\Delta A_3 \text{ ср}$	$\Delta A_4$	$\Delta A_4 \text{ ср}$	$B_x$	$B_y$	$\Delta B_x$	$f_{x \text{ оп}} = \Delta B_x \text{ ср}$
1																	
2																	
3																	

## Содержание отчёта

1. Схема балки.
2. Поперечное сечение с необходимыми размерами.
3. Схема перемещений концевого сечения балки.
4. Расчёты, связанные с определением деформаций, напряжений и перемещений.
5. Протоколы испытаний и результатов определения напряжений и перемещений.
6. Общие выводы.

Таблица 13.2 Результаты исследований

Напряжения, МПа												Перемещения, мм			Угол, рад		
Точка I			Точка II			Точка III			Точка IV								
$\sigma_{рас}$	$\sigma_{оп}$	расхожд., %	$\sigma_{рас}$	$\sigma_{оп}$	расхожд., %	$\sigma_{рас}$	$\sigma_{оп}$	расхожд., %	$\sigma_{рас}$	$\sigma_{оп}$	расхожд., %	$f_{рас}$	$f_{оп}$	расхожд., %	$\alpha_{рас}$	$\alpha_{оп}$	расхожд., %

## Контрольные вопросы

1. В каком случае балка испытывает прямой (плоский) изгиб?
2. В каком случае балка испытывает косой изгиб?
3. На какие простые деформации можно разложить косой изгиб?
4. Какие напряжения возникают в поперечных сечениях балки при косом изгибе?
5. Как распределены нормальные напряжения в поперечном сечении балки при косом изгибе?
6. Как определить положение нейтральной оси поперечного сечения балки при косом изгибе?
7. Как связаны между собой положения нейтральной оси поперечного сечения и вектора полного перемещения?
8. Какие балки испытывают прямой изгиб при нагружении в любой осевой плоскости?

## Лабораторная работа 14

### ОПРЕДЕЛЕНИЕ ДЕФОРМАЦИЙ И НАПРЯЖЕНИЙ ПРИ КРУЧЕНИИ С ИЗГИБОМ

Цель работы – опытное определение деформаций и напряжений в вале при кручении с изгибом с помощью розетки тензорезисторов и сопоставление опытных данных с расчётными значениями, найденными по формулам сопротивления материалов.

#### Объект исследования

Объект исследования представляет собой вал авиационного двигателя НК-4, испытывающий кручение с изгибом (рис. 14.1). Один конец вала 1 закреплён в основании 2, на другом конце установлен рычаг 3, через который осуществляется нагружение силой, направленной вертикально вверх. Сила создаётся с помощью винтовой пары 4 вращением штурвала 5. Величина силы определяется по деформации динамометра 6, регистрируемой индикаторами часового типа 7.

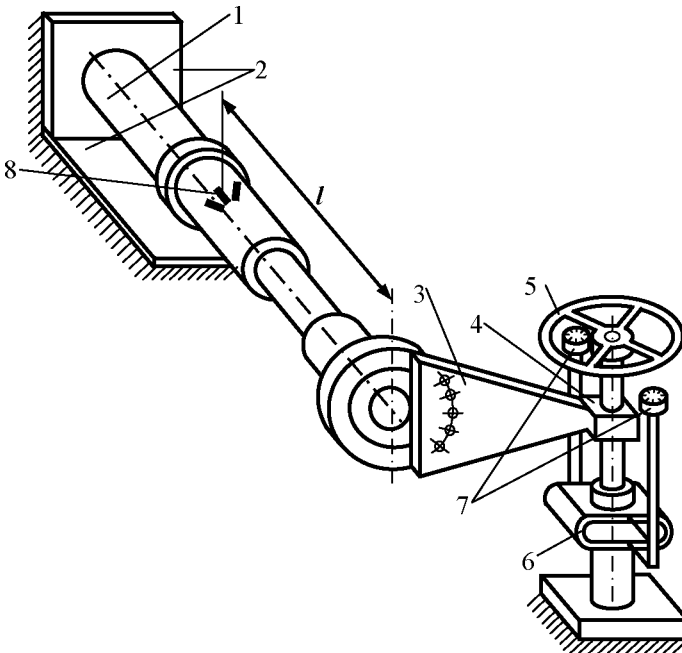


Рис. 14.1 Вал авиационного двигателя НК-4 с устройством для нагружения

Деформации и напряжения определяются в верхней точке 8 сечения, отстоящего от свободного конца вала на расстоянии  $l$ .

### Теоретическое решение

Расчётная схема вала и напряжённое состояние в исследуемой точке представлены на рис. 14.2.

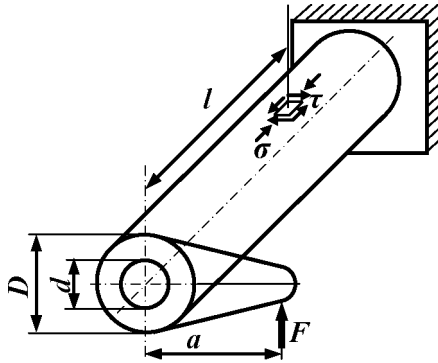


Рис. 14.2 Расчётная схема вала

Нормальное напряжение определяется по формуле

$$\sigma = -\frac{M_u}{W_u}, \quad (14.1)$$

касательное – по формуле

$$\tau = \frac{M_k}{W_p}, \quad (14.2)$$

где  $M_u = F \cdot l$  – изгибающий момент в сечении;

$$W_u = \frac{\pi \cdot D^3}{32} \cdot \left(1 - \frac{d^4}{D^4}\right) \quad \text{– момент сопротивления поперечного}$$

сечения вала при изгибе;

$D$  – наружный диаметр вала;

$d$  – внутренний диаметр вала;

$M_k = F \cdot a$  – крутящий момент в сечении;

$$W_p = \frac{\pi \cdot D^3}{16} \cdot \left(1 - \frac{d^4}{D^4}\right) \quad \text{– момент сопротивления поперечного}$$

сечения вала при кручении.

Главные напряжения и положение главных площадок определяются по формулам

$$\sigma_{I,II} = \frac{1}{2} \left[ \sigma_\alpha + \sigma_\beta \pm \sqrt{(\sigma_\alpha - \sigma_\beta)^2 + 4\tau_\alpha^2} \right],$$

$$\operatorname{tg} \alpha_0 = -\frac{\tau_\alpha}{\sigma_\alpha - \sigma_{II}}.$$
(14.3)

Приняв, что грань элемента  $\alpha$  совпадает с поперечным сечением и, следовательно,  $\sigma_\alpha = -\sigma$ ,  $\tau_\alpha = \tau$ ,  $\sigma_\beta = 0$ ,  $\tau_\beta = -\tau$ , получим

$$\operatorname{tg} \alpha_0 = \frac{\tau}{\frac{1}{2} \left( \sigma + \sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2} \right)}$$
(14.4)

Теоретические значения главных напряжений  $\sigma_I$ ,  $\sigma_{II}$  и угла  $\alpha_0$  между напряжениями  $\sigma_\alpha$  и  $\sigma_I$  можно получить также с помощью круга Мора (рис. 14.3).

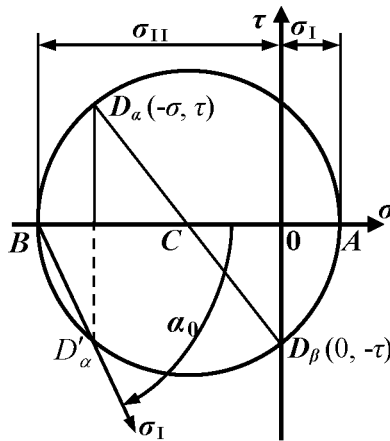


Рис. 14.3 Круг Мора

### Опытное определение деформаций и напряжений

Деформации измеряются проволочными или фольговыми тензорезисторами. Для вычисления деформаций по показаниям измерительного прибора, подключённого к тензорезисторам, используются результаты тарировки прибора с тензорезисторами (см. лаб. работу № 2) или паспортная цена деления прибора с соответствующей поправкой на фактический коэффициент тензочувствительности тензорезистора.

Напряжения определяются по найденным деформациям с помощью закона Гука. В исследуемой точке имеет место плоское напряжённое состояние. В этом случае закон Гука в главных осях выражается зависимостями

$$\varepsilon_I = \frac{1}{E}(\sigma_I - \mu \sigma_{II}), \quad \varepsilon_{II} = \frac{1}{E}(\sigma_{II} - \mu \sigma_I). \quad (14.5)$$

Откуда

$$\sigma_I = \frac{E}{1 - \mu^2}(\varepsilon_I + \mu \varepsilon_{II}), \quad \sigma_{II} = \frac{E}{1 - \mu^2}(\varepsilon_{II} + \mu \varepsilon_I). \quad (14.6)$$

К сожалению, непосредственное измерение  $\varepsilon_I$ ,  $\varepsilon_{II}$  невозможно, так как заранее неизвестно направление главных площадок напряжённого и деформированного состояний. Поэтому выразим главные деформации через деформации, замеренные в произвольных осях  $x$ ,  $y$ . Для этого воспользуемся формулами поворота от главных площадок.

$$\begin{aligned} \sigma_x &= \sigma_I \cdot \cos^2 \alpha + \sigma_{II} \cdot \sin^2 \alpha, \\ \sigma_y &= \sigma_{II} \cdot \cos^2 \alpha + \sigma_I \cdot \sin^2 \alpha, \end{aligned} \quad (14.7)$$

$$\tau_{xy} = \frac{\sigma_I - \sigma_{II}}{2} \sin 2\alpha.$$

Подставим выражения (14.6) в формулы (14.7):

$$\begin{aligned} \sigma_x &= \frac{E}{1 - \mu^2} \left[ \left( \varepsilon_I + \mu \varepsilon_{II} \right) \cos^2 \alpha + \left( \varepsilon_{II} + \mu \varepsilon_I \right) \sin^2 \alpha \right], \\ \sigma_y &= \frac{E}{1 - \mu^2} \left[ \left( \varepsilon_{II} + \mu \varepsilon_I \right) \cos^2 \alpha + \left( \varepsilon_I + \mu \varepsilon_{II} \right) \sin^2 \alpha \right], \end{aligned} \quad (14.8)$$

$$\tau_{xy} = \frac{E}{2(1 - \mu^2)} \left( \varepsilon_I + \mu \varepsilon_{II} - \varepsilon_{II} - \mu \varepsilon_I \right) \sin 2\alpha.$$

Левые части выражений (14.8) выразим с помощью закона Гука, записанного в произвольных осях:

$$\begin{aligned} \sigma_x &= \frac{E}{1 - \mu^2}(\varepsilon_x + \mu \varepsilon_y), \\ \sigma_y &= \frac{E}{1 - \mu^2}(\varepsilon_y + \mu \varepsilon_x), \end{aligned} \quad (14.9)$$

$$\tau_{xy} = G \gamma_{xy}.$$



Приравняем правые части выражений (14.8) и (14.9). После преобразований получим

$$\begin{aligned}\varepsilon_x &= \varepsilon_I \cdot \cos^2 \alpha + \varepsilon_{II} \cdot \sin^2 \alpha, \\ \varepsilon_y &= \varepsilon_{II} \cdot \cos^2 \alpha + \varepsilon_I \cdot \sin^2 \alpha, \\ \gamma_{xy} &= 2\varepsilon_I - 2\varepsilon_{II} \sin 2\alpha.\end{aligned}\tag{14.10}$$

Формулы (14.10) аналогичны формулам для напряжений на произвольных площадках (14.7). На этом основании по аналогии с формулами для главных напряжений

$$\begin{aligned}\sigma_{I,II} &= \frac{1}{2} \left[ (\sigma_x + \sigma_y) \pm \sqrt{(\sigma_x - \sigma_y)^2 + 4\tau_{xy}^2} \right], \\ \operatorname{tg} \alpha_0 &= -\frac{\tau_{xy}}{\sigma_x - \sigma_{II}}.\end{aligned}\tag{14.11}$$

Запишем формулы для главных деформаций:

$$\begin{aligned}\varepsilon_{I,II} &= \frac{1}{2} \left[ (\varepsilon_x + \varepsilon_y) \pm \sqrt{(\varepsilon_x - \varepsilon_y)^2 + \gamma_{xy}^2} \right], \\ \operatorname{tg} \alpha_0 &= -\frac{\gamma_{xy}}{\varepsilon_x - \varepsilon_{II}}.\end{aligned}\tag{14.12}$$

В формулы (14.12) входит деформация сдвига  $\gamma_{xy}$ , которую тензорезисторами непосредственно измерить нельзя. Её можно определить, если для измерения деформаций использовать розетку из трёх тензорезисторов. Направление тензорезисторов в розетке может быть любым, наиболее распространены розетки, у которых углы между тензорезисторами составляют  $45^\circ$ , так как подсчёт  $\gamma_{xy}$  и, следовательно,  $\varepsilon_I$ ,  $\varepsilon_{II}$ ,  $\alpha_0$  в этом случае упрощается. Схема установки розетки тензорезисторов в исследуемой точке вала приведена на рис. 14.4.

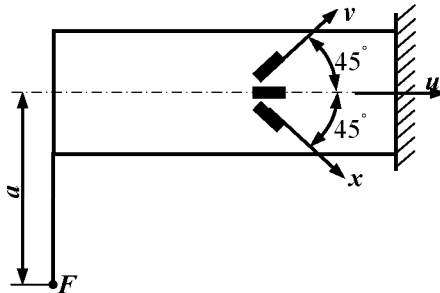


Рис. 14.4 Схема наклейки розетки тензорезисторов

Выразим  $\gamma_{xy}$  через деформации  $\varepsilon_x$ ,  $\varepsilon_y$ ,  $\varepsilon_u$ . С этой целью найдём  $\varepsilon_u$ , используя первую зависимость (14.10), заменив в соответствии с рис. 14.4 угол  $\alpha$  на  $\alpha + 45^\circ$ :

$$\varepsilon_u = \varepsilon_I \cdot \cos^2(\alpha + 45^\circ) + \varepsilon_{II} \cdot \sin^2(\alpha + 45^\circ).$$

После преобразований будем иметь

$$\varepsilon_u = \frac{\varepsilon_I + \varepsilon_{II}}{2} - \frac{\varepsilon_I - \varepsilon_{II}}{2} \sin 2\alpha. \quad (14.13)$$

В соответствии с формулой (14.12)

$$\varepsilon_I + \varepsilon_{II} = \varepsilon_x + \varepsilon_y. \quad (14.14)$$

Из третьей формулы (14.10)

$$\varepsilon_I - \varepsilon_{II} = \frac{\gamma_{xy}}{\sin 2\alpha}. \quad (14.15)$$

После подстановки выражений (14.14), (14.15) в формулу (14.13) и преобразований получим

$$\gamma_{xy} = \varepsilon_x + \varepsilon_y - 2\varepsilon_u. \quad (14.16)$$

С учётом выражения (14.16) формулы (14.12) приобретают следующий вид:

$$\varepsilon_{I,II} = \frac{1}{2} \left[ \varepsilon_x + \varepsilon_y \pm \sqrt{(\varepsilon_x - \varepsilon_y)^2 + (\varepsilon_x + \varepsilon_y - 2\varepsilon_u)^2} \right]; \quad (14.17)$$

$$\operatorname{tg} \alpha_0 = \frac{\varepsilon_x + \varepsilon_y - 2\varepsilon_u}{2(\varepsilon_x - \varepsilon_u)}.$$

### Порядок проведения работы

1. Для заданных  $F$  и  $l$  по формулам (14.3) подсчитать теоретические значения главных напряжений  $\sigma_{I \text{ рас}}$ ,  $\sigma_{II \text{ рас}}$  и угла  $\alpha_{0 \text{ рас}}$ , вычислив предварительно по формулам (14.1) и (14.2) нормальные и касательные напряжения в исследуемой точке вала.

2. Нагрузить вал предварительной силой и снять показания прибора, подключённого к розетке тензорезисторов.

3. Увеличить силу на заданную величину  $F$  и вновь снять показания прибора.

4. По средним из трёх опытов приращением показаний прибора, переведённых в величины деформаций, с помощью формул (14.17) вычислить опытные значения главных деформаций  $\varepsilon_{I \text{ оп}}$ ,  $\varepsilon_{II \text{ оп}}$  и угла  $\alpha_{0 \text{ оп}}$ .

5. Вычислить по формулам (14.6) опытные значения главных напряжений  $\sigma_{I\text{ оп}}$ ,  $\sigma_{II\text{ оп}}$ .

6. Сопоставить опытные и теоретические значения главных напряжений и угла  $\alpha_0$  путём вычисления расхождений по формулам

$$\frac{|\sigma_{I\text{ рас}} - \sigma_{I\text{ оп}}|}{|\sigma_{I\text{ рас}}|} \cdot 100\% ; \quad \frac{|\sigma_{II\text{ рас}} - \sigma_{II\text{ оп}}|}{|\sigma_{II\text{ рас}}|} \cdot 100\% ; \quad \frac{|\alpha_{0\text{ рас}} - (\alpha_{0\text{ оп}} + 45^\circ)|}{|\alpha_{0\text{ рас}}|} \cdot 100\% .$$

В последней формуле учтено, что  $\alpha_{0\text{ рас}}$  и  $\alpha_{0\text{ оп}}$  отсчитываются от разных осей, угол между которыми составляет  $45^\circ$ .

7. Опытные и теоретические значения искомых величин занести в протокол и таблицу результатов исследований.

### Содержание отчёта

1. Расчётная схема вала с необходимыми размерами.
2. Схема установки розетки тензорезисторов.
3. Расчёты, связанные с определением теоретических значений главных напряжений и угла  $\alpha_0$  аналитическим и графическим (круг Мора) методами.
4. Расчёты, связанные с определением опытных значений главных напряжений и угла  $\alpha_0$ .
5. Протоколы испытаний и результатов исследований.
6. Общие выводы.

Таблица 14.1 Протокол тензометрирования

Номер опыта	F, кН	Показания прибора, дел			Приращения показания прибора, дел					
		A <sub>1</sub>	A <sub>2</sub>	A <sub>3</sub>	ΔA <sub>1</sub>	ΔA <sub>1 ср</sub>	ΔA <sub>2</sub>	ΔA <sub>2 ср</sub>	ΔA <sub>3</sub>	ΔA <sub>3 ср</sub>

Таблица 14.2 Результаты исследований

Напряжения, МПа						Угол, радиан		
$\sigma_{I \text{ рас}}$	$\sigma_{I \text{ оп}}$	расхож- дение, %	$\sigma_{II \text{ рас}}$	$\sigma_{II \text{ оп}}$	расхож- дение, %	$\alpha_0 \text{ рас}$	$\alpha_0 \text{ оп}$	расхож- дение, %

### Контрольные вопросы

1. Какое напряжённое состояние возникает в материале вала, испытывающего кручение с изгибом?

2. Почему в формуле (14.1) применяется знак «минус», а в формуле (14.2) – знак «плюс»?

3. Каков порядок определения значений  $\sigma_I$ ,  $\sigma_{II}$  с помощью круга Мора?

4. Какими компонентами определяются деформированное и напряжённое состояния на поверхности детали?

5. Почему розетка содержит три тензорезистора?

6. Каков порядок определения напряжений в точке при помощи розетки тензорезисторов?

7. Почему при сравнении теоретического и опытного значений угла  $\alpha_0$  в формулу вводится угол  $45^\circ$ ?

Учебное издание

## **СЛОЖНЫЕ ДЕФОРМАЦИИ**

*Методические указания к лабораторным работам*

Составители: *Иванов Станислав Иванович,  
Кирничёв Виктор Алексеевич,  
Павлов Валентин Фёдорович,  
Филатов Анатолий Петрович,  
Чирков Алексей Викторович,  
Шадрин Валентин Карпович*

Редактор Т. С. Зинкина  
Довёрстка Т. С. Зинкина

Подписано в печать 27.08.2012. Формат 60×84 1/16.  
Бумага офсетная. Печать офсетная. Печ. л. 1,25.  
Тираж 100 экз. Заказ . Арт. С – М1/2012.

Самарский государственный  
аэрокосмический университет.  
443086 Самара, Московское шоссе, 34.

---

Изд-во Самарского государственного  
аэрокосмического университета.  
443086 Самара, Московское шоссе, 34.