

Учебное издание

**ОПРЕДЕЛЕНИЕ МОМЕНТОВ ИНЕРЦИИ ТЕЛ МЕТОДОМ  
КРУТИЛЬНЫХ КОЛЕБАНИЙ**

*Методические указания*

Составитель: Т.В.Кривко

Самарский государственный аэрокосмический университет имени академика  
С.П.Королева.

443086 Самара, Московское шоссе, 34.

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
САМАРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ АЭРОКОСМИЧЕСКИЙ  
УНИВЕРСИТЕТ имени академика С. П. КОРОЛЕВА

**ОПРЕДЕЛЕНИЕ МОМЕНТОВ ИНЕРЦИИ ТЕЛ МЕТОДОМ  
КРУТИЛЬНЫХ КОЛЕБАНИЙ**

*Методические указания  
к лабораторной работе №1-5 (2 вариант)*

Самара 2005

Составитель: *Т.В.Кривко*

УДК 535 (075)

**Определение моментов инерции тел методом крутильных колебаний:** Метод. указания к лаб. раб. №1-5 (2 вариант)/Самар. гос. аэрокосм.ун-т. Сост. *Т.В.Кривко. Самара, 2005. 15с.*

Методические указания к лабораторной работе содержат краткие сведения о законах динамики вращательного движения абсолютно твердого тела, описание методов определения коэффициента возвращающего момента проволоки и моментов инерции симметричных тел с помощью крутильных колебаний.

Приводятся описание экспериментальной установки; порядок выполнения лабораторной работы; методика обработки полученных результатов; перечень контрольных вопросов, необходимых для самостоятельной подготовки студентов; список рекомендуемой литературы.

Методические указания рекомендованы студентам всех факультетов, а также могут быть использованы в аэрокосмическом лицее.

Печатаются по решению редакционно-издательского совета Самарского государственного аэрокосмического университета имени академика С.П.Королева.

Рецензент: д.ф.-м.н., профессор *В.В.Котляр*

## ОПРЕДЕЛЕНИЕ МОМЕНТОВ ИНЕРЦИИ ТЕЛ МЕТОДОМ КРУТИЛЬНЫХ КОЛЕБАНИЙ

### 1. ВВОДНАЯ ЧАСТЬ

Настоящие методические указания (МУ) устанавливают методику выполнения измерений с помощью крутильного маятника FPM-05:

1. момента инерции пустой рамки с относительной погрешностью не более 1%;
2. коэффициента возвращающего момента с относительной погрешностью не более 1%;
3. моментов инерции параллелепипеда с относительной погрешностью не более 3%.

В процессе изучения МУ и выполнения измерений должны быть решены следующие задачи:

1. изучены основные закономерности динамики вращательного движения; определение моментов инерции твердых тел; применение этих закономерностей для получения формул измерений;
2. определен момент инерции пустой рамки крутильного маятника;
3. определен коэффициент возвращающего момента проволоки крутильного маятника;
4. определены моменты инерции параллелепипеда относительно главных осей и диагональной оси;
5. определены погрешности результатов измерений;
6. составлен письменный отчет, включающий в себя название работы; фамилию и номер группы исполнителя; наименование средств измерений; систематизированные по измерительным задачам результаты экспериментов: сводные таблицы и графики; оценку погрешностей результатов измерений; окончательные результаты с учетом погрешности и общие выводы по работе.

## 2. СРЕДСТВА ИЗМЕРЕНИЙ

Общий вид лабораторной установки FPM-05 представлен на рис. 1

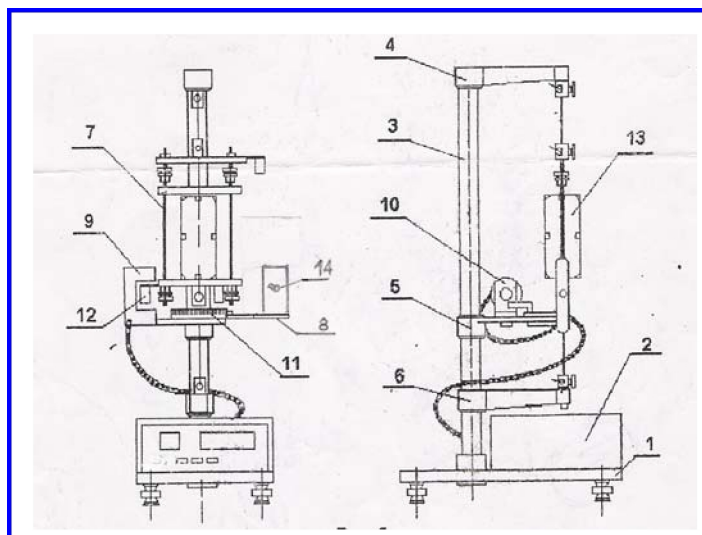


Рис. 1. Общий вид лабораторной установки FPM-05

На основании 1 с четырьмя ножками регулировки высоты прикреплен миллисекундомер 2. В основании 1 закреплена колонка 3 с кронштейнами 4-6. Кронштейны 4 и 6 имеют зажимы для закрепления стальной проволоки, на которой подвешена рамка 7. На кронштейне 5 закреплена стальная пластина 8, служащая основанием фотоэлектрическому датчику 9, электромагниту 10 и шкале 11. С правой стороны кронштейна расположен тумблер 14 "Магнит" для включения и выключения электромагнита 10. Электромагнит можно перемещать вдоль пластины. Его положение относительно датчика 9 определяется по шкале 11.

В начальный момент времени рамка 7 фиксируется электромагнитом при помощи флажка 12 после включения тумблера "Магнит". При выключении тумблера "Магнит" рамка начинает совершать колебания в горизонтальной плоскости.

На лицевой панели миллисекундомера расположены кнопки управления:

1. «Сеть» - включение и выключение сетевого напряжения.
2. «Сброс» - обнуление показаний миллисекундомера.
3. «Стоп» - остановка отсчета времени и количества периодов.

## 3. ОПИСАНИЕ ИЗМЕРЯЕМЫХ ВЕЛИЧИН

В механике моментом инерции тела относительно данной оси называется физическая величина  $J$  равная сумме произведений элементарных масс на квадраты их расстояний до рассматриваемой оси

$$J = \sum_{i=1}^n m_i \cdot r_i^2 . \quad (1)$$

Суммирование производится по всем элементарным массам  $m_i$ , на которые можно разбить тело.

В случае непрерывного распределения масс эта сумма сводится к интегралу

$$J = \int_V r^2 dm , \quad (2)$$

где интегрирование производится по всему объему тела  $V$ . Величина  $r$  в этом случае есть функция положения точки с координатами  $x, y, z$ .

Из определения (1) видно, что момент инерции есть величина *аддитивная*. Это означает, что момент инерции тела равен сумме моментов инерции его частей. Кроме того, очевидно, что величина момента инерции тела зависит от положения оси вращения в пространстве.

Поскольку ось вращения тела можно выбрать произвольно, то в общем случае существует сколь угодно большое число моментов инерции данного тела относительно этих осей.

Опыт показывает, что если тело привести во вращение вокруг произвольно выбранной оси, а затем предоставить его самому себе, то положение оси вращения в пространстве в общем случае изменится. Однако, существуют такие оси вращения тела, которые не изменяют своей ориентации в пространстве и после того, как будет устранено действие на тело внешних сил. Такие оси называются *свободными осями*.

Для тела любой формы с произвольным распределением массы существует три взаимно перпендикулярные, проходящие через центр масс тела свободные оси, которые называются *главными осями инерции* тела.

Моменты инерции относительно главных осей инерции называются *главными моментами инерции* тела. При отсутствии внешних воздействий устойчивым оказывается только вращение вокруг главных осей, соответствующих максимальному и минимальному значениям инерции.

В общем случае эти моменты различны

$$J_1 \neq J_2 \neq J_3 \quad (3)$$

Для однородного параллелепипеда главными осями инерции являются оси, проходящие через центры противоположных граней и центр масс (рис. 1).

Обозначим главные моменты инерции параллелепипеда относительно осей  $x, y, z$ , соответственно  $J_1, J_2, J_3$ .

Можно показать, что

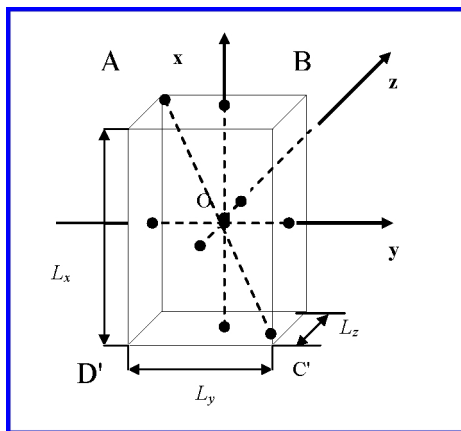


Рис.2 Главные оси инерции однородного параллелепипеда

$$\begin{aligned} J_x &= \frac{1}{12} m(L_y^2 + L_z^2) \\ J_y &= \frac{1}{12} m(L_x^2 + L_z^2) \\ J_z &= \frac{1}{12} m(L_x^2 + L_y^2), \end{aligned} \quad (4)$$

где  $m$  – масса параллелепипеда;

$L_x, L_y, L_z$  – его размеры по осям  $x, y, z$ , соответственно.

Момент инерции тела относительно произвольно ориентированной в пространстве оси, проходящей через центр масс  $O$ , можно выразить через главные моменты инерции

$$J_{AC'} = J_x \cos^2 \varphi_1 + J_y \cos^2 \varphi_2 + J_z \cos^2 \varphi_3, \quad (5)$$

где  $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3$  – углы, которые составляет ось  $AC'$  с главными осями инерции  $x, y, z$ .

Для оси  $AC'$  косинусы углов  $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3$  определяются по формулам:

$$\cos \varphi_1 = \frac{L_x}{L}, \quad \cos \varphi_2 = \frac{L_y}{L}, \quad \cos \varphi_3 = \frac{L_z}{L},$$

где  $L = \sqrt{L_x^2 + L_y^2 + L_z^2}$

Совокупность всех возможных моментов инерции данного тела составляет поверхность вращения, которая называется эллипсоидом инерции. Его полуоси совпадают с главными осями инерции тела. Таким образом, эллипсоид инерции полностью определяется значениями главных моментов инерции однородного параллелепипеда.

Отметим, что для однородного куба

$$J_x = J_y = J_z = J \quad \text{и} \quad J_{AC'} = J(\cos^2 \varphi_1 + \cos^2 \varphi_2 + \cos^2 \varphi_3) = J,$$

так как для прямой произвольного в пространстве направления сумма квадратов косинусов направляющих углов, отсчитанных относительно осей координат, тождественно равна единице.

#### 4. МЕТОДЫ ИЗМЕРЕНИЙ

*Крутильный маятник* представляет собой массивное тело, подвешенное на тонкой упругой струне. При повороте маятника из положения равновесия на некоторый угол  $\varphi$  на него со стороны нити действует "упругий момент"

$$M_{упр} = -D\varphi, \quad (6)$$

пропорциональный углу поворота  $\varphi$ ,  $D$  – постоянная, характеризующая момент упругих сил (аналогична жесткости  $k$  пружины).

Затухание маятника определяется моментом сил трения, пропорциональным угловой скорости  $\dot{\varphi}$ :

$$M_{тр} = -b\dot{\varphi} = -b\frac{\partial\varphi}{\partial t}. \quad (7)$$

Движение маятника описывается уравнением моментов

$$J_m \ddot{\varphi} = J_m \frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2} = M_{тр} + M_{упр}, \quad (8)$$

которое с учетом (1) и (2) легко привести к уравнению осциллятора с вязким трением:

$$\ddot{\varphi} + 2\beta\dot{\varphi} + \omega_0^2\varphi = 0, \quad (9)$$

где  $J_m$  – момент инерции маятника относительно оси вращения,

$\beta = \frac{b}{2J}$  – коэффициент затухания,

$\omega_0 = \sqrt{\frac{D}{J_m}}$  – собственная частота колебаний (циклическая частота свободных незатухающих колебаний того же крутильного маятника, т.е. при  $\beta=0$ ).

Решением уравнения (4) является функция

$$\varphi(t) = A_0 e^{-\beta t} \cos(\omega t + \varphi_0), \quad (10)$$

где  $A_0$  и  $\varphi_0$  – начальные амплитуда и фаза колебаний,

$A = A_0 e^{-\beta t}$  – амплитуда затухающих колебаний,

$$\omega^2 = (\omega_0^2 - \beta^2).$$

Характер движения маятника, т.е. вид функции  $\varphi(t)$ , сильно зависит от соотношения между коэффициентом затухания  $\beta$  и собственной частотой  $\omega_0$ . Если  $\beta \ll \omega_0$  (трение мало), то  $\varphi(t)$  представляет собой медленно затухающую синусоиду: маятник совершает почти гармонические колебания, амплитуда которых слабо изменяется за один период колебаний (рис.2):

$$T = \frac{2\pi}{\omega} \approx \frac{2\pi}{\omega_0} = 2\pi\sqrt{\frac{J_m}{D}} \quad (11)$$

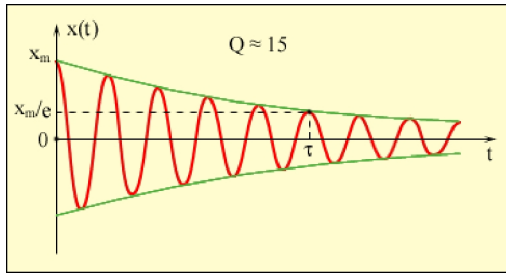


Рис.3 График функции  $x(t) = x_m e^{-\beta t} \cos(\omega t)$

Строго говоря, затухающие колебания не являются периодическими, т.е. с течением времени их амплитуда убывает (рис.3). Промежуток времени  $\tau = 1/\beta$ , в течении которого амплитуда затухающих колебаний уменьшается в  $e$  раз, называется *временем релаксации*. Уменьшение амплитуды затухающих колебаний за

один период  $T$  характеризуется *логарифмическим декрементом затухания*  $q$ :

$$q = \ln \frac{A(t)}{A(t+T)} = \beta T = \frac{T}{\tau} = \frac{1}{N_e} \quad (12)$$

$N_e$  – число колебаний, совершаемых за время уменьшения амплитуды в  $e$  раз. Логарифмический декремент затухания – постоянная для данной колебательной системы величина.

Для характеристики колебательной системы пользуются понятием *добротности*  $Q$ , которая при малых значениях логарифмического декремента равна

$$Q = \frac{\pi}{q} = \pi N_e \quad (13)$$

Таким образом, добротность  $Q$  пропорциональна числу колебаний  $N_e$ , совершаемых системой за время релаксации.

#### 4.1. Определение добротности колебательных систем

Методика определения добротности колебаний заключается в определении приближенного числа колебаний  $N_e$ , за которое их амплитуда уменьшается в  $\approx 3$  раза. Если  $N \geq 10$ , то затухание маятника мало и можно пользоваться для определения момента инерции формулой (11).

Оценка  $Q$  выполняется по формуле (13).

#### 4.2. Методика определения коэффициента возвращающего момента проволоки и момента инерции пустой рамки

Исследуемое тело жестко закрепляется в рамке крутильного маятника,

поэтому момент инерции маятника  $J_m$  равен сумме момента инерции пустой рамки  $J_0$  и момента инерции исследуемого тела  $J$ :

$$J_m = J_0 + J \quad (14)$$

Поэтому период колебаний маятника определяется выражением:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{(J_0 + J)}{D}} \quad (15)$$

Из уравнения (15) следует, что момент инерции исследуемого тела равен:

$$J = \frac{D}{4\pi^2} T^2 - J_0 \quad (16)$$

Уравнение (17) является уравнением прямой

$$y = Ax + B \quad (17)$$

в обозначениях

$$x = T^2 \quad (18)$$

$$y = J \quad (19)$$

с коэффициентом наклона  $A = \frac{D}{4\pi^2}$  (20)

и пересечением оси ординат в точке  $y_0 = B = -J_0$ . (21)

#### 4.2.1. Методика определения коэффициента возвращающего момента проволоки и момента инерции пустой рамки с помощью графика

Уравнение (16) можно использовать как основу методики определения возвращающего момента проволоки и момента инерции пустой рамки. Если построить график функции (17) и по этому графику найти коэффициент наклона  $A$  (тангенс угла наклона прямой  $J = f(T^2)$  к оси абсцисс), то искомый возвращающий момент проволоки будет определяться формулой:

$$D = 4\pi^2 A \quad (22)$$

Данная линейная зависимость может быть построена по экспериментальным точкам  $x = T^2$ . Для этого нужно измерить периоды колебаний  $T$  для рамки с исследуемым образцом при различной ориентации тела по отношению к оси маятника. Соответствующие значения моментов инерции  $y = J$  находятся по формулам (4) и (5).

Момент инерции пустой рамки равен координате пересечения прямой  $J = f(T^2)$  с осью ординат в соответствии с (21).

#### 4.2.2. Методика определения коэффициента возвращающего момента проволоки и момента инерции пустой рамки с помощью графика по методу наименьших квадратов

Коэффициент наклона  $A$  прямой, которую необходимо построить по

экспериментальным точкам  $(x_i, y_i)$ , может быть найден по методу наименьших квадратов как:

$$A = \frac{n \sum_{i=1}^n x_i y_i - \sum_{i=1}^n x_i \sum_{i=1}^n y_i}{n \sum_{i=1}^n x_i^2 - \left( \sum_{i=1}^n x_i \right)^2}. \quad (23)$$

Далее по формуле (22) находится экспериментальное значение коэффициента возвращающего момента  $D$ .

Момент инерции пустой рамки находится как:

$$B = \frac{\sum_{i=1}^n x_i \sum_{i=1}^n x_i y_i - \sum_{i=1}^n x_i^2 \sum_{i=1}^n y_i}{n \sum_{i=1}^n x_i^2 - \left( \sum_{i=1}^n x_i \right)^2}. \quad (24)$$

#### 4.2.3. Методика определения коэффициента возвращающего момента проволоки и момента инерции пустой рамки с помощью MS Excel

Методика определения возвращающего момента проволоки и момента инерции пустой рамки с помощью электронных таблиц на ПК изложена в Приложении 1 к данным методическим указаниям.

#### 4.3. Методика определения экспериментальных значений моментов инерции параллелепипеда

Формулу измерений для определения момента инерции исследуемого образца можно найти, исключив  $D$  из (15) и аналогичной формулы для определения периода колебаний пустой рамки

$$T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{J_0}{D}} \quad (25)$$

в виде:

$$J = J_0 \left( \frac{T^2}{T_0^2} - 1 \right) \quad (26)$$

Погрешность результата измерения определяется как отклонение найденного экспериментально значения момента инерции по прямым измерениям периодов колебаний пустой рамки и рамки с образцом из (26) от его теоретического (опорного) значения, найденного по геометрическим размерам образца и его массы из (4) и (5):

$$\Delta J = |J_T - J_0|, \quad \delta = \frac{\Delta J}{J_T} 100\% \quad (27)$$

## 5. ПОДГОТОВКА ПРИБОРА К ИЗМЕРЕНИЯМ

1. Ознакомьтесь с внешним видом прибора. С помощью регулируемых ножек основания прибора установите ось вращения вертикально.
2. Включите сетевой шнур установки в сеть питания. Нажмите кнопку "Сеть".
3. Включите тумблер "Магнит".
4. Вращая рукой рамку 7, притяните флажок 12 к электромагниту так, чтобы тот зафиксировал рамку.
5. Нажмите клавишу "Сброс" для обнуления показаний миллисекундомера.
6. Выключите тумблер "Магнит". Электромагнит при этом выключается и рамка начинает совершать колебания. В процессе колебаний на индикаторе "Период" высвечивается число полных, т.е. уже совершенных колебаний.
7. После нажатия на клавишу "Стоп" на правом индикаторе прибора будет зафиксировано время  $t$ , за которое рамка совершит  $N$  полных колебательных циклов. Рамка совершает затухающие колебания. Поэтому число регистрируемых колебаний  $N$  должно выбираться таким, чтобы амплитуда колебаний флажка 12 не была меньше ширины фотоэлектрического датчика 9.
8. Для того, чтобы правильно установить образец 13 в рамку, нужно:
  - отвинтить гайки зажимов подвижной балке рамки;
  - поднять балку, придерживая другой рукой нижнюю неподвижную сторону рамки;
  - осторожно установить образец так, чтобы острие нижнего центровочного винта рамки входило в углубление на образце по какой-либо из главных осей;
  - придерживая рукой нижнюю сторону рамки и не допуская нагрузки на верхнюю часть проволоки, опустить подвижную балку так, чтобы конец центровочного винта вошел в нужное углубление на образце;
  - затянуть гайки зажимов на подвижной балке;
  - затянуть центровочный винт подвижной рамки, тем самым окончательно закрепляя образец в рамке;
  - чтобы вынуть образец из рамки, следует выполнить описанные выше пункты в обратной последовательности.

При установке образца и его последующем снятии из рамки следует выполнять предыдущие пункты так, чтобы не нагружать проволоки при перемещениях подвижной балки.

**6. ВЫПОЛНЕНИЕ ИЗМЕРЕНИЙ И ОБРАБОТКА РЕЗУЛЬТАТОВ ИЗМЕРЕНИЙ**

**6.1. Определение добротности колебательных систем**

1. Определите приближенно число колебаний  $N$ , за которое их амплитуда уменьшается в  $\approx 3$  раза. Измерения  $N$  проведите для свободной рамки и для рамки с закрепленным в ней образцом.
2. Оцените добротности колебательных систем по формуле (13).

**6.2 Определение теоретических значений моментов инерции параллелепипеда**

1. Запишите в таблицу 1 массу и линейные размеры образца.
2. Вычислите по формулам (4) и (5) теоретические значения моментов инерции и занесите результаты в таблицу 1.

Таблица 1

**Теоретические значения моментов инерции параллелепипеда – главных и относительно диагональной оси**

Масса параллелепипеда $m$ , кг	Длины сторон образца				Моменты инерции параллелепипеда			
	$L_x$ , м	$L_y$ , м	$L_z$ , м	$L_{AC}$ , м	$J_x$ , кг·м <sup>2</sup>	$J_y$ , кг·м <sup>2</sup>	$J_z$ , кг·м <sup>2</sup>	$J_{AC}$ , кг·м <sup>2</sup>

**6.3 Экспериментальное определение периодов колебаний**

1. Определите период колебаний  $T_0 = t/N$  пустой рамки. Для этого выполните пункты 3 - 7 раздела 5. Измерения времени повторите еще два раза. Результаты занесите в таблицу 2.
2. Установите образец 13 в рамку в соответствии с пунктом 8 раздела 5 и так, чтобы его ось  $OX$  совпала с осью вращения рамки. Определите период колебаний  $T_x$  рамки с параллелепипедом для трех измерений времени и числа колебаний (см. п.1 раздела 6).
3. Выполните измерения времени и числа колебаний для остальных главных осей ( $OY$  и  $OZ$ ), а также одной из диагональных осей (например,  $AC$ ), в соответствии с пунктом 2 раздела 6. Результаты занесите в таблицу 2.
4. Выньте образец из рамки и выключите питание установки.

**Экспериментальное определение периодов колебаний**

Наименование колебательной системы	№ опыта	Число колебаний $N$	Время колебаний $t$ , с	Период колебаний $T$ , с	Средний период колебаний $\bar{T}$ , с
Пустая рамка	1				
	2				
	3				
Рамка с параллелепипедом ось $OX$	4				
	5				
	6				
Рамка с параллелепипедом ось $OY$	7				
	8				
	9				
Рамка с параллелепипедом ось $OZ$	10				
	11				
	12				
Рамка с параллелепипедом ось диагональ	13				
	14				
	15				

**6.4 Определение коэффициента возвращающего момента проволоки и момента инерции пустой рамки**

В работе предлагается 4 способа обработки экспериментальных данных для нахождения возвращающего момента проволоки и момента инерции пустой рамки. Способ определяет преподаватель.

**6.4.1. Определение коэффициента возвращающего момента проволоки и момента инерции пустой рамки с помощью графика**

1. Постройте график зависимости (17) по данным таблиц 1 и 2. Для этого в осях координат (18) и (19) нанесите экспериментальные точки. Проведите прямую, наиболее близко лежащую к экспериментальным точкам, т.е. выполните линейное выравнивание "на глаз".
2. Выберите на графике произвольно две точки, найдите их координаты  $(x_1, y_1)$  и  $(x_2, y_2)$  и определите коэффициент углового наклона, как  $A = (y_2 - y_1) / (x_2 - x_1)$ .
3. Найдите коэффициент возвращающего момента по формуле (22).
4. Найдите координату пересечения графика зависимости (17) с осью ординат и определите момент инерции пустой рамки в соответствии с (21).

**6.4.2. Определение коэффициента возвращающего момента проволоки и момента инерции пустой рамки с помощью построения графика по методу наименьших квадратов**

1. Вычислите коэффициент линейной зависимости  $A$  по формуле (23).
2. Определите коэффициент  $B$ , который является значением момента инерции пустой рамки, по формуле (24).
3. Постройте график зависимости (17) и нанесите там же экспериментальные точки, т.е. постройте диаграмму разброса.
4. Найдите коэффициент возвращающего момента по формуле (22).

**6.4.3. Определение коэффициента возвращающего момента проволоки и момента инерции пустой рамки на ПК с помощью MS Excel**

Методика изложена в Приложении 1.

**6.4.3. Определение коэффициента возвращающего момента проволоки и момента инерции пустой рамки на ПК с помощью программы**

1. Получить разрешение преподавателя или дежурного инженера лаборатории на включение компьютера и принтера. Узнать имя файла программы. Открыть файл. Программа выполнена в MS Excel и представляет собой готовые таблицы для автоматической обработки экспериментальных результатов.
2. Внести экспериментальные данные в соответствующие столбцы электронной таблицы, при этом произойдет автоматическое обновление графика и обработка данных.
3. Вывести страницу на печать. Для этого выбрать в меню *Файл – Печать – ОК*. Закрыть окно MS Excel с сохранением или без сохранения файла.

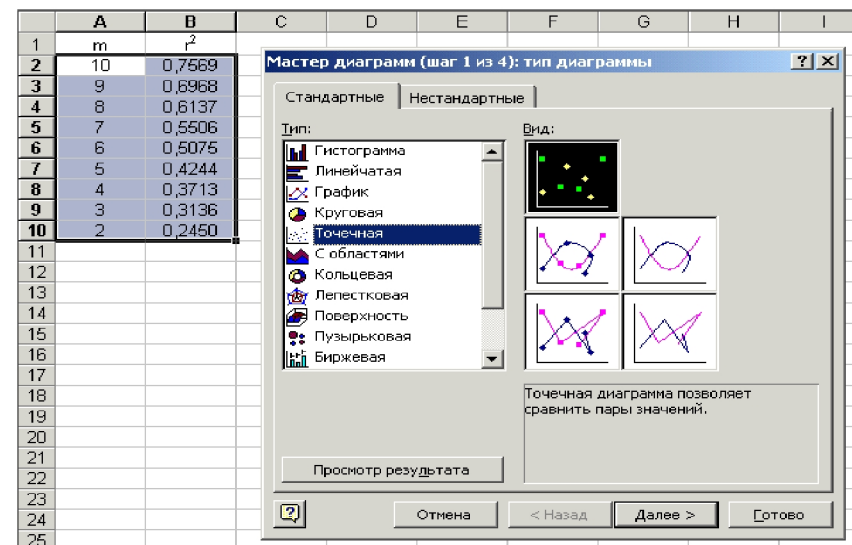
**6.5 Определение экспериментальных значений моментов инерции параллелепипеда**

1. Вычислите экспериментальные значения моментов инерции по формуле (26).
2. Оцените погрешность измерения моментов инерции по формулам (27).
3. Запишите окончательные результаты измерений в виде:

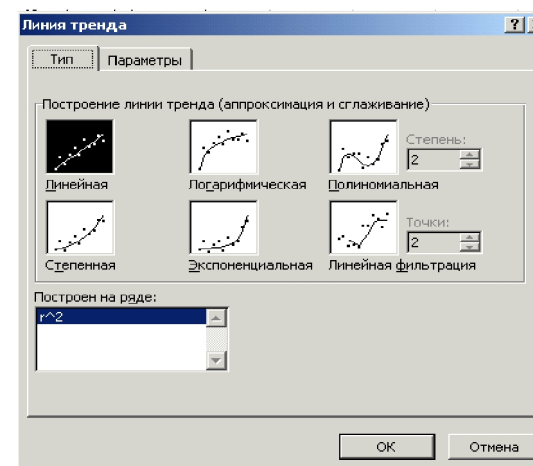
$$J = J_0 \pm \Delta J$$

1. Постройте график зависимости (16) с помощью MS Excel. Для этого выполните следующие действия:

- Получите разрешение преподавателя или дежурного инженера лабор-



ратории на включение компьютера и принтера.



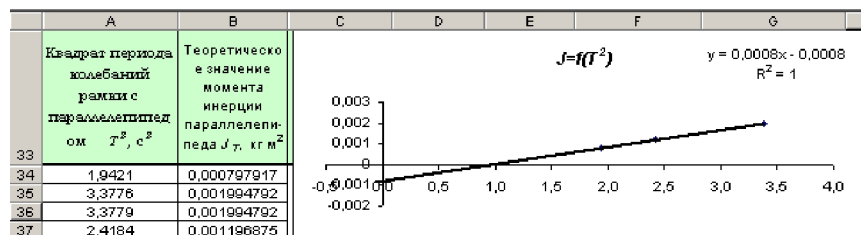
- Откройте электронные таблицы с помощью команды *Пуск – Программы – Microsoft Excel*.
- Введите в столбцы A2:A5 и B2:B5 экспериментальные данные для  $x = T^2$  и  $y = J$ . Выделите диапазон ячеек, содержащих данные, с помощью левой кнопки мыши.



Запустите *Мастер диаграмм* с помощью команды *Вставка – Диаграмма*. В списке *Тип* выберите пункт *Точечная*, в окне *Вид* - первую диаграмму. Нажмите кнопку *Готово*.

- Добавьте линию линейного тренда, которая является в данном случае графиком искомой прямой, выравнивающей набор экспериментальных данных по методу наименьших квадратов, с помощью команды *Диаграмма – Добавить линию тренда*. В открывшемся окне на закладке *Тип* выберите "линейный тренд". Перейдите к закладке *Параметры* и установите галочки на флажках "показывать уравнения на диаграмме" и "поместить на диаграмму величину достоверности аппроксимации R<sup>2</sup>", щелкнуть по кнопке ОК.

Пример окончательного вида диаграммы:



Уравнение на диаграмме называется уравнением регрессии. Линия тренда является графиком уравнения регрессии.

- Рассчитайте коэффициент возвращающего момента  $\bar{D}$  по формуле (24) как  $\bar{D} = 4\pi^2 A$ . Для этого введите в ячейку A7 текст "D, Н·м" (здесь и далее кавычки не набирать). В ячейке C7 проведите вычисления введением " $=4*\text{ПИ}()^2*\text{НАКЛОН}(B2:B5;A2:A5)$ ", где **ПИ()** и **НАКЛОН(изв\_знач\_y;изв\_знач\_x)** – функции MS Excel.

- Вычислите среднюю квадратическую погрешность  $S_D$  результата измерений  $\bar{D}$ , исходя из правил оценки точности косвенных измерений. Введите в ячейку A8 текст "S<sub>D</sub>, Н·м". Далее в ячейке C8 проведите вычисления по формуле:

$$S_D = \bar{D} \sqrt{\frac{1}{(n-2)} \left( \frac{1}{R^2} - 1 \right)},$$

т.е. введите выражение:

"=C7\*КОРЕНЬ((1/КВПИРСОН(B2:B5;A2:A5)^2-1)/(n-2))" с подстановкой числового значения для количества опытов  $n$ .

- Вычислите доверительный интервал для  $\bar{D}$ . Для этого введите в ячейку A9 текст "ΔD, Н·м". Далее в ячейке C9 проведите вычисления по формуле:

$$\Delta D = t_{\alpha,n} S_D,$$

т.е. введите выражение: " $=t*C8$ " с подстановкой числового значения для  $t_{P,n}$  ( $t_{P,n}$  – коэффициент Стьюдента при  $P=0,95$ ).

- Определите момент инерции пустой рамки  $J_0$ , используя функцию **ОТРЕЗОК(изв\_знач\_y;изв\_знач\_x)**. Для этого введите в ячейку A10 текст " $J_0, кг \cdot м^2$ ". В ячейке C10 проведите вычисления введением " $=\text{ABS}(\text{ОТРЕЗОК}(B2:B5;A2:A5))$ ".

- Вычислите доверительный интервал для  $J_0$ . Введите в ячейку A11 текст " $\Delta J_0, кг \cdot м^2$ ". Далее в ячейке C11 проведите вычисления по формуле:

$$\Delta J_0 = t_{\alpha,n} S_D \sqrt{(\bar{x})^2 + \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2},$$

т.е. введите выражение:

"=t\*C8\*КОРЕНЬ(СРЗНАЧ(A2:A5)^2+КВАДРОТК(A2:A5)/n)" с подстановкой числового значения для  $t_{P,n}$  ( $t_{P,n}$  – коэффициент Стьюдента при  $P=0,95$ ).

- Вывести страницу на печать. Для этого выбрать в меню *Файл – Печать* - ОК. Закрыть окно MS Excel без сохранения файла.

## 7. КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

- В чем состоит метод крутильных колебаний?
- Что такое момент инерции? Каков его физический смысл?
- Что такое свободные оси, главные моменты инерции?
- Получите выражение для момента инерции параллелепипеда вокруг одной из главных осей.

## 8. СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- Савельев И.В. Курс общей физики. - М.: Астрель, 2003. Т.1.
- Каленков С.Г., Соломахо Г.И. Практикум по физике. М.: Высшая школа. 1990.
- Определение моментов инерции тел методом крутильных колебаний: Метод. указания к лаб. раб. №1-5м/ Самар. гос. аэрокосм. ун-т. Сост. Д.Ф.Китаев, Е.А.Китаева. Самара, 1988.