

0-624

09P

МИНИСТЕРСТВО ВЫСШЕГО И СРЕДНЕГО СПЕЦИАЛЬНОГО  
ОБРАЗОВАНИЯ РСФСР

КУЙБЫШЕВСКИЙ ОРДЕНА ТРУДОВОГО КРАСНОГО ЗНАМЕНИ  
АВИАЦИОННЫЙ ИНСТИТУТ имени академика С. П. КОРОЛЕВА

**ОПРЕДЕЛЕНИЕ КОЭФФИЦИЕНТА ВЯЗКОСТИ  
И КОЭФФИЦИЕНТА  
ПОВЕРХНОСТНОГО НАТЯЖЕНИЯ ЖИДКОСТИ**

Л Р 1-29; 1-35

Утверждены редакционным  
советом института  
в качестве методических указаний  
к лабораторным работам 1-29 и 1-35



Величина сил вязкого трения определяется законом Ньютона:

$$\tau = \eta \frac{dv}{dr}, \quad (1)$$

где  $\tau$  — касательное напряжение сил вязкого трения (т. е.  $\tau$  — отношение силы вязкого трения к площади внешней боковой поверхности цилиндрического слоя);

$\frac{dv}{dr}$  — градиент скорости;

$\eta$  — коэффициент вязкости, имеющий физический смысл касательного напряжения сил вязкости, соответствующего единичному градиенту скорости.

Отметим, что вязкость зависит от сорта жидкости и ее температуры.

Коэффициент вязкости можно экспериментально определить по истечению жидкости из капилляра.

Рассмотрим жидкость, вытекающую из горизонтально расположенного капилляра длиной  $l$  и радиусом  $R$ . Жидкость вытекает под действием давления  $P$  в атмосферу с давлением  $P_0$ . Перепад давления на длине капилляра

$$\Delta p = p - p_0.$$

Для цилиндрического слоя жидкости, движущегося с постоянной скоростью, запишем II закон Ньютона:

$$\sum_i \vec{F}_i = 0. \quad (2)$$

Конкретизируем это условие равновесия для жидкого цилиндра длиной  $l$  и радиусом  $r$ . Поскольку основание этого цилиндра — круг площадью  $\pi r^2$  (рис. 1), то уравнение (2) принимает вид

$$-\pi r^2 \Delta p + 2\pi r l \tau = 0,$$

где  $\pi r^2 \Delta p$  — разность сил давления на входе и выходе из капилляра;

$2\pi r l \tau$  — сила вязкости, действующая на боковую поверхность цилиндра площадью  $2\pi r l$ .

Подставляя  $\tau$  из уравнения Ньютона (1), получаем

$$r \frac{\Delta p}{2l} = \eta \frac{dv}{dr}.$$

Интегрируя это соотношение методом разделения переменных, запишем выражение для скорости  $v$  движения слоев жидкости как

$$v = \frac{\Delta p}{4l\eta} r^2 + C.$$

Постоянную интегрирования  $C$  определяем, используя граничное условие прилипания:  $v(R) = 0$ . В этом случае

$$C = -\frac{\Delta p R^2}{4l\eta}.$$

Поэтому

$$v = -\frac{\Delta p}{4l\eta} (R^2 - r^2).$$

Из полученного выражения видно, что профиль скорости в капилляре параболический, причем скорость максимальна (по модулю) на оси капилляра при  $r = 0$ :

$$v_{\max} = \frac{\Delta p}{4l\eta} R^2.$$

Объемный расход жидкости  $Q$  в единицу времени может быть вычислен по формуле для объема параболоида вращения. Этот расход

$$Q = 1/2 \pi R^2 v_{\max} = \frac{\pi \Delta p R^4}{8l\eta}.$$

Тогда за время  $t$  через капилляр пройдет следующее количество жидкости:

$$\mu = Q \rho t = \frac{\pi \rho R^4 \Delta p t}{8l\eta}, \quad (3)$$

где  $\rho$  — плотность жидкости при данной температуре.

Из формулы (3) можно найти коэффициент вязкости жидкости:

$$\eta = \frac{\pi R^4 \rho \Delta p t}{8l\mu}. \quad (4)$$

Соотношение (4) называется формулой Пуазейля.

Схема экспериментальной установки показана на рис. 2. В закрытый стеклянный цилиндрический сосуд через трубку В с краном наливается исследуемая жидкость и кран этой трубки закрывается. Через кран К и капилляр СД длиной  $l$ , расположенный горизонтально, жидкость вытекает из сосуда. Постоянство  $\Delta p$  на длине капилляра обеспечивается тем, что через трубку А, частично погруженную в жидкость, в сосуд поступает воздух и на уровне  $a-a$  внутри жидкости автоматически поддерживается атмосферное давление до тех пор, пока верхний уровень  $b-b$  жидкости в сосуде не опустится до уровня  $a-a$ .

На входном сечении капилляра давление равно сумме атмосферного давления  $p_0$  и давления  $\rho gh$  столба жидкости высотой  $h$  (от оси капилляра до уровня  $a-a$ ); на входном сечении капилляра давление равно атмосферному давлению  $p_0$ . Таким образом, перепад давления

$$\Delta p = (p_0 + \rho gh) - p_0 = \rho gh,$$

и расчетная формула (4) принимает вид

$$\eta = \frac{\pi R^4 \rho^2 g h t}{8 l M} \quad (5)$$

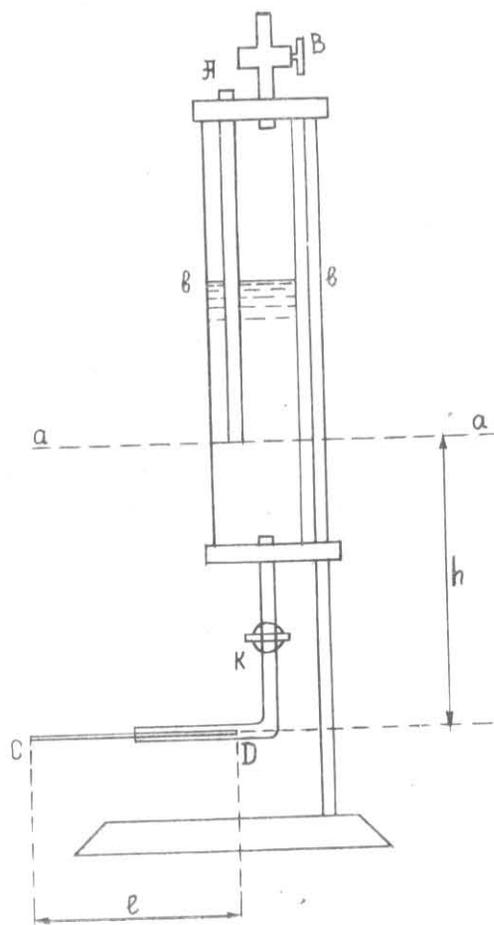


Рис. 2

#### ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ

1. На технических весах определить массу  $m$  химического стакана, имеющего метку.
2. Второй стакан подставить под выходное отверстие капилляра и открыть кран К.

3. После появления пузырьков воздуха в воде, выходящих из трубки А, быстро заменить второй стакан первым и одновременно включить секундомер.
4. Наполнить стакан жидкостью до уровня, отмеченного меткой, закрыть кран К и одновременно выключить секундомер.
5. На тех же весах найти массу  $M'$  химического стакана (с меткой), наполненного жидкостью.
6. Занести данные измерений в таблицу.
7. Жидкость вылить в вспомогательную колбу и тщательно протереть химический стакан фильтровальной бумагой.
8. Повторить измерения (П.2—7) еще 4 раза.

#### ОБРАБОТКА ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫХ ДАННЫХ

1. Вычислить для каждого этапа измерения массу жидкости  $M$ , вытекшей за  $t$  секунд, по формуле

$$M = M' - m.$$

2. Для каждой пары значений  $M$  и  $t$  по формуле (5) рассчитать коэффициент вязкости  $\eta$ .
3. Определить случайную погрешность измерений по схеме:

$$1) \bar{\eta} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \eta_i;$$

$$2) \Delta \eta_i = \bar{\eta} - \eta_i;$$

$$3) S_{\eta} = \sqrt{\frac{\sum_i (\Delta \eta_i)^2}{n(n-1)}};$$

$$\Delta \eta = S_{\eta} t_{\alpha, n};$$

$$5) e_{\eta} = \frac{\Delta \eta}{\bar{\eta}} \cdot 100\%,$$

где  $n$  — число измерений;

$t_{\alpha, n}$  — коэффициент Стьюдента для  $\alpha = 0,95$ .

4. Приборная погрешность эксперимента  $\varepsilon_{пр}$  приблизительно 4%, она одного порядка с вычисленной вами случайной погрешностью, поэтому необходимо рассчитать полную погрешность измерения по формуле

$$\varepsilon_{пол} = \sqrt{\varepsilon_{\eta}^2 + \left[ \frac{t_{\alpha}(\infty)}{3} \varepsilon_{пр} \right]^2},$$

где  $t_{\alpha}(\infty)$  — коэффициент Стьюдента при заданной доверительной вероятности  $\alpha$  для большого числа измерений ( $n \rightarrow \infty$ ).

Тогда

$$\Delta \eta_{\text{пол}} = \varepsilon_{\text{пол}} \eta.$$

5. Записать результат в виде

$$\eta = (\bar{\eta} \pm \Delta \eta_{\text{пол}})_{z=0,95} \text{ Па} \cdot \text{с}.$$

Таблица результатов измерений и вычисления погрешностей

Параметры установки	Результаты эксперимента				Результаты расчета			
	№	$m, \text{ г}$	$t, \text{ с}$	$M', \text{ г}$	$M, \text{ г}$	$\eta_i, \text{ Па} \cdot \text{с}$	$\Delta \eta_i$	$(\Delta \eta_i)^2$
$R =$								
$l =$	1							
$h =$	2							
$\rho_{\text{ж}} =$	3							
	4							
	5							

### Контрольные вопросы

1. Сформулируйте закон Ньютона для вязких сред, дайте понятие коэффициента вязкости жидкостей.
2. Получите формулу Пуазейля для случая истечения жидкости из капилляра.
3. Нарисуйте схему экспериментальной установки. Объясните ее работу.
4. Оцените приборную погрешность самостоятельно.

### Литература

1. Сивухин Д. В. Общий курс физики. — М.: Наука, 1979, т. 2. — 338 с.
2. Савельев И. В. Курс общей физики. — М.: Наука, 1977, т. 1. — 416 с.
3. Физический практикум/Под ред. В. И. Ивероной. — М.: Наука, 1967.

## ОПРЕДЕЛЕНИЕ КОЭФФИЦИЕНТА ПОВЕРХНОСТНОГО НАТЯЖЕНИЯ МЕТОДОМ ОТРЫВА КОЛЬЦА

Цель работы: изучение природы сил поверхностного натяжения, определение коэффициента поверхностного натяжения.

Принадлежности: штатив с подвешенным на спиральной пружинке кольцом, штангенциркуль, разновесы, испытываемая жидкость.

### ОПИСАНИЕ МЕТОДА ИЗМЕРЕНИЯ И УСТАНОВКИ

Каждая из внутренних молекул в жидкости окружена со всех сторон другими молекулами и испытывает одинаковое притяжение во всех направлениях (рис. 1).

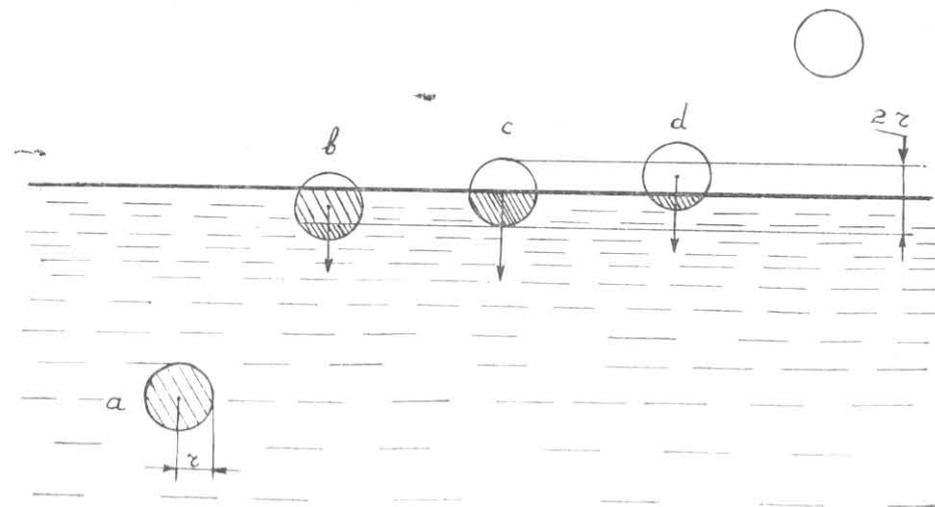


Рис. 1

Молекулы, расположенные вблизи поверхности, испытывают со стороны своих соседей притяжение, направленное внутрь и в стороны, но не испытывают уравновешивающего притяжения со стороны прилегающих слоев воздуха, содержащих значительно меньшее число молекул. В результате на поверхность молекулу действует сила, направленная внутрь жидкости, перпендикулярно ее поверхности. Пусть молекула выходит из толщ жидкости и попадает в область, близкую к ее поверхности. Вокруг рассматриваемой молекулы как центра опишем сферу радиуса  $r$ , равного радиусу молекулярного действия (наибольшее расстояние, на котором сказывается действие других молекул на молекулу в центре этой сферы). На молекулу действуют силы сцепления только со стороны молекул, находящихся в этой сфере.

Если расстояние  $z$  от молекулы до поверхности жидкости превосходит  $r$  (рис. 1,а), то сфера равномерно заполнена веществом и равнодействующая приложенных к ней сил сцепления, ввиду симметрии, равна нулю.

Когда  $z$  становится меньше  $r$  (рис. 1,в), действие молекул, заключенных в редко заштрихованной части сферы, из-за симметрии равно нулю. Нескомпенсированным остается действие молекул густо заштрихованной части сферы. Она дает равнодействующую, направленную внутрь жидкости. По мере уменьшения  $z$  эта равнодействующая возрастает и принимает максимальное значение тогда, когда молекула попадает на границу жидкости (рис. 1,с). После пересечения этой границы (рис. 1,д) на молекулу действует только заштрихованная часть сферы, что снова дает равнодействующую, направленную внутрь жидкости. Эта равнодействующая обращается в нуль, когда сфера целиком выходит из жидкости (рис. 1,е).

Отсюда ясно, что для перевода молекулы из толщ жидкости в ее пограничный слой, т. е. образования новой поверхности жидкости, требуется затрата работы на преодоление сил сцепления и, следовательно, такое перемещение молекул связано с увеличением энергии жидкости.

Величина, численно равная работе, которую надо совершить для увеличения поверхности жидкости на единицу площади, называется коэффициентом поверхностного натяжения:

$$[\sigma] = \frac{\text{Дж}}{\text{м}^2}.$$

Иначе коэффициент поверхностного натяжения жидкости можно назвать удельной (т. е. отнесенной к единице поверхности) поверхностной энергией. Существует еще силовое определение, согласно которому коэффициент поверхностного натяжения численно равен силе, действующей на единицу длины линии, ограничивающей поверхность жидкости в сторону уменьшения этой поверх-

ности. Эта сила лежит в плоскости, касательной к поверхности в данной точке, и направлена перпендикулярно к линии, ограничивающей поверхность.

Коэффициент поверхностного натяжения зависит от природы жидкости и от условий, в которых она находится, в частности, от температуры.

Выведем формулу для определения коэффициента поверхностного натяжения  $\sigma$ .

Для изотермического увеличения поверхности жидкости (температура постоянна) на величину  $ds$  необходимо затратить энергию

$$dE = \sigma ds = \sigma l dx.$$

Последнее соотношение поясняется рис. 2 ( $l$  — длина некоторой мысленной линии а—а на поверхности жидкости, увеличение поверхности происходит вследствие ее «растяжения» на величину

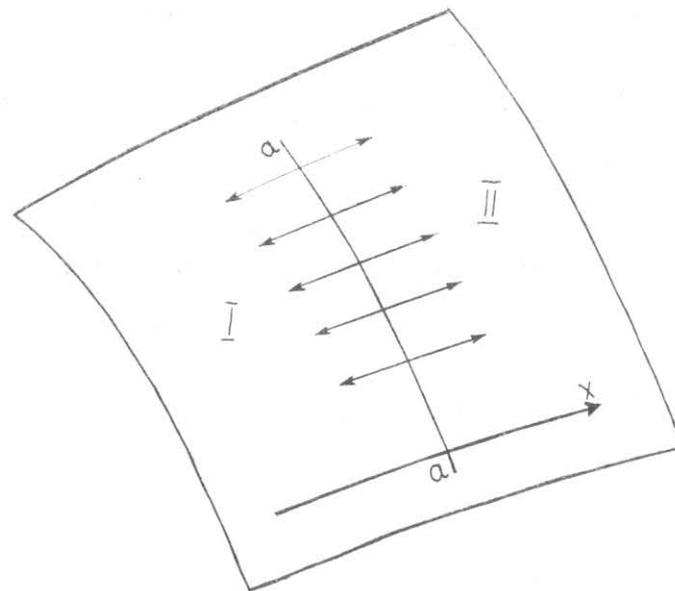


Рис. 2

$dx$  в направлении, перпендикулярном а—а). Тогда силу  $F$  поверхностного натяжения формально можно определить следующим образом:

$$F = - \frac{\partial E}{\partial x} = - \sigma \frac{\partial s}{\partial x} = - \sigma l,$$

где знак «минус» указывает на то, что сила направлена в сторону, противоположную смещению  $dx$ .

В настоящей работе коэффициент поверхностного натяжения определяется методом отрыва кольца.

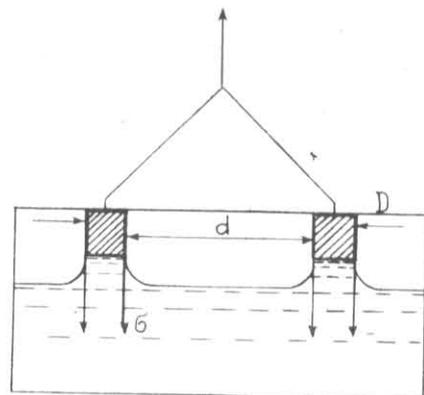


Рис. 3

Рассмотрим кольцо с наружным диаметром  $D$  и внутренним диаметром  $d$  (рис. 3). При поднятии кольца над поверхностью жидкости между этой поверхностью и кольцом образуется пленка. Силы поверхностного натяжения, действующие на поверхность пленки, удерживают кольцо. Чтобы освободить его, нужно произвести разрыв пленки по внешней и внутренней окружностям. Общая длина линии разрыва будет

$$l = \pi D + \pi d.$$

Сила, удерживающая кольцо,  $F = -\sigma l = \sigma l (D + d)$ . Тогда коэффициент поверхностного натяжения  $\sigma$  найдем по формуле

$$\sigma = \frac{F}{\pi (D + d)}.$$

Прибор для определения коэффициента поверхностного натяжения жидкости указанным способом состоит из стойки  $A$ , на которой закреплена вертикальная шкала с делениями (рис. 4). Перед шкалой параллельно ей на спиральной пружине подвешено кольцо  $K$ . Под ним установлен столик  $D$ , свободно перемещающийся по вертикали с помощью винта  $C$ . На столике помещается сосуд  $B$  с испытуемой жидкостью. Немного выше плоскости кольца к проволоке прикреплена небольшая чашечка для грузов и указатель, перемещающийся вдоль шкалы вместе с нижним кольцом пружины.

#### ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ

1. Сосуд наполнить дистиллированной водой.
2. Медленно опуская столик, зафиксировать в момент отрыва кольца от воды положение указателя  $N$ , связанного с пружиной.
3. Опустить столик с сосудом в крайнее нижнее положение и тщательно протереть кольцо фильтровальной бумагой.
4. Установить указатель в положение, отмеченное в момент отрыва кольца (п. 2), нагружая кольцо разновесами. Очевидно,

что вес  $P$  этих разновесов будет равен силе поверхностного натяжения  $F$ .

5. Повторить измерения 10—12 раз.

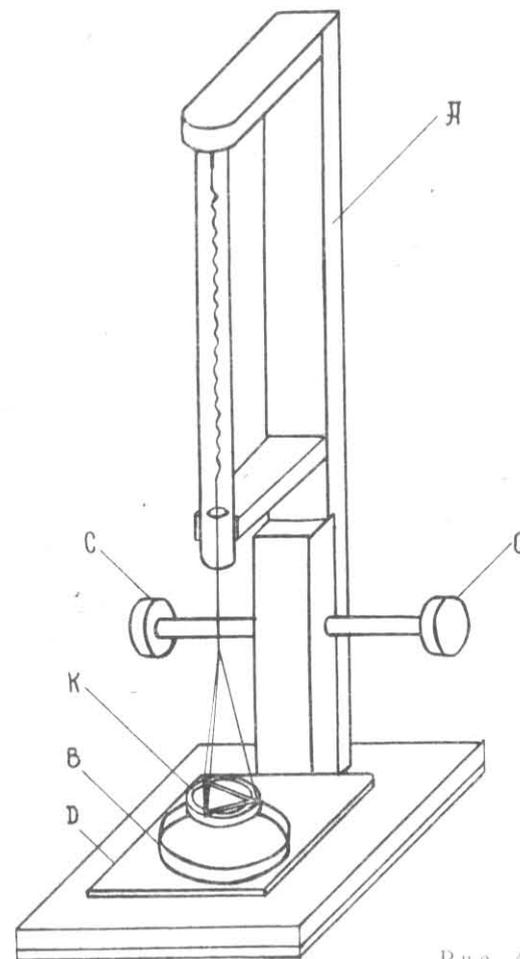


Рис. 4

#### РАСЧЕТ И ОБРАБОТКА ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫХ ДАННЫХ

1. Данные измерений занести в таблицу.
2. Коэффициент поверхностного натяжения рассчитать по формуле

$$\sigma = \frac{P}{\pi (D + d)},$$

где  $P = mg$  ( $m$  — масса разновесов).

3. Случайную погрешность измерения определить по следующей схеме:

$$1) \bar{\sigma} = 1/n \sum_i \sigma_i; \quad 2) \Delta\sigma_i = \bar{\sigma} - \sigma_i;$$

$$3) S_{\bar{\sigma}} = \sqrt{\frac{\sum_i (\Delta\sigma_i)^2}{n(n-1)}}; \quad 4) \Delta\sigma = S_{\bar{\sigma}} t_{\alpha, n} \text{ где } \alpha = 0,95;$$

$n$  — число измерений;

$$5) \varepsilon_{\bar{\sigma}} = \frac{\Delta\sigma}{\bar{\sigma}} \cdot 100\%.$$

4. Приборная погрешность измерения порядка 8%. Предлагается рассчитать полную погрешность по формуле

$$\varepsilon_{\bar{\sigma} \text{ пол}} = \sqrt{\varepsilon_{\bar{\sigma}}^2 + \left[ \frac{t_{\alpha}(\infty)}{3} \varepsilon_{\text{пр}} \right]^2}, \quad \sigma_{\text{пол}} = \varepsilon_{\bar{\sigma} \text{ пол}} \bar{\sigma}.$$

где  $t_{\alpha}(\infty)$  — коэффициент Стьюдента при заданной доверительной вероятности  $\alpha$  и при  $n \rightarrow \infty$ .

5. Записать результат в виде

$$\sigma = (\bar{\sigma} \pm \Delta\sigma_{\text{пол}})_{\alpha=0,95} \text{ Н/М.}$$

Таблица результатов измерений и вычисления погрешностей

№ п/п	Результаты измерений				Результаты расчета		
	$N$ , дел.	$m$ , г	$d$ , мм	$D$ , мм	$\sigma_i$ , н/м	$\Delta\sigma_i$	$(\Delta\sigma_i)^2$
1							
2							
3							
4							
5							
6							
7							
8							
9							
10							

## Контрольные вопросы

1. Объясните физический смысл коэффициента поверхностного натяжения.
2. Почему при отсутствии внешних сил капля жидкости принимает форму шара?
3. На что затрачивается работа при увеличении поверхности жидкости?
4. Почему работа по увеличению поверхности пропорциональна изменению поверхности?
5. Оцените приборную погрешность самостоятельно.

## Литература

1. Савельев И. В. Курс общей физики. — М.: Наука, 1977, т. 1. — 367 с.
2. Физический практикум/Под ред. В. И. Ивероновой. — М.: Наука, 1967.