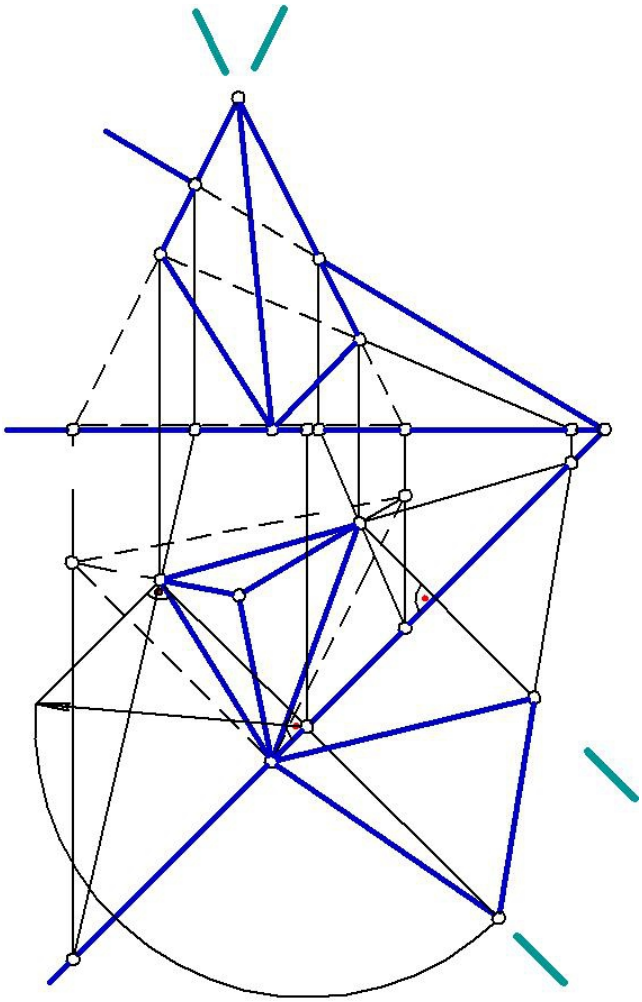
ГОСУДАРСТВЕННОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ
«САМАРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ АЭРОКОСМИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ имени академика С.П. КОРОЛЕВА»

НАЧЕРТАТЕЛЬНАЯ ГЕОМЕТРИЯ

Примеры решения графических работ



Самара 2007

ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО ПО ОБРАЗОВАНИЮ

ГОСУДАРСТВЕННОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ
«САМАРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ АЭРОКОСМИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ имени академика С.П. КОРОЛЕВА»

НАЧЕРТАТЕЛЬНАЯ ГЕОМЕТРИЯ
Примеры решения графических работ

Утверждено Редакционно-издательским советом университета в качестве методических указаний

Самара
Издательство СГАУ
2007

УДК 515.629.7(075)

Составитель Н.В. Савченко

Рецензент канд. техн. наук, доцент Л.А. Чемпинский

Начертательная геометрия. Примеры решения графических работ: метод. указания для студентов-вечерников / Самар. гос. аэрокосм. ун-т; сост. Н.В. Савченко. - Самара, 2007. – 40 с.: ил.

Настоящие методические указания содержат рекомендации к решению типовых задач по курсу «Начертательная геометрия», входящих в состав домашних заданий, примеры их оформления и список литературы, которые помогут студентам в выполнении графических работ по установленной программе.

Указания предназначены для студентов очно-заочной формы обучения.

© Самарский государственный
аэрокосмический университет, 2007

* * *

По учебному плану курс начертательной геометрии изучается студентами очно-заочной формы обучения путем прослушивания лекций, решения типовых геометрических задач на практических занятиях и самостоятельного выполнения ряда графических работ. Для проверки усвоения курса проводится экзамен.

В течение семестра каждый студент должен выполнить две графические работы (четыре задания) в соответствии с назначенным номером варианта (см. табл. № 1). Номер варианта заданий соответствует двум последним цифрам студенческого билета. Например:

номер студенческого билета	*№ XXXX**01***
номер варианта	*№ **0**1*

Если номер студенческого билета заканчивается на число больше 50, то номер варианта считается следующим образом: две последние цифры номера студенческого билета минус 50. Например:

номер студенческого билета	*№ XXXX**51***
номер варианта	*№ **0**1*

В настоящем пособии приводится рабочая программа курса, излагается содержание графических работ и даются указания к их выполнению. Условия задач, входящих в состав графических работ, приведены в методических указаниях «Задания для графических работ по начертательной геометрии». Кроме того, условия задач и числовые данные для их решения вынесены на стенды кафедры «Инженерной графики».

Программа курса начертательной геометрии

Тема 1. Методы проецирования.

1. Центральное и параллельное проецирование.
2. Основные свойства параллельного проецирования.

Тема 2. Точка, прямая, плоскость.

1. Пространственная модель координатных плоскостей проекций. Комплексный чертеж Монжа. Проецирование точки на две и три плоскости.
2. Прямая, ее положение относительно плоскостей проекций.
3. Плоскость, способы ее задания. Классификация плоскостей.

Тема 3. Позиционные и метрические задачи.

1. Взаимное положение прямых.
2. Принадлежность прямой и точки плоскости.*
3. Пересечение прямой с плоскостью.
4. Пересечение плоскостей.
5. Натуральная длина отрезка прямой, углы наклона его к плоскостям проекций. Метод прямоугольного треугольника.
6. Проецирование прямого угла. Перпендикулярность прямых и плоскостей.

Тема 4. Способы преобразования комплексного чертежа.

1. Четыре основные задачи на примере метода замены плоскостей проекций.
2. Вращение вокруг линии уровня.*

Тема 5. Поверхности.

1. Пересечение прямой с поверхностью.
2. Пересечение плоскости с поверхностью.
3. Построение развертки.
4. Пересечение поверхностей.**

Тема 6. Аксонометрическое проецирование.**

Примечание:

* В зависимости от количества часов, отведенных на лекции на разных факультетах и специальностях, тема может рассматриваться только на практических занятиях.

** В зависимости от количества часов, отведенных на лекции и практические занятия на разных факультетах и специальностях, тема может не рассматриваться в данном курсе.

Таблица 1

Перечень графических работ

№ темы	Содержание работы	Формат листа	Кол-во листов
	1 курс, 1 семестр **Графическая работа №1** **«Метрические и позиционные задачи»**		2
1, 2, 3	Задание № 1	А3	1
4	Задание № 2	А3	1
	Графическая работа №2 **«Поверхности»**		2
5	Задание № 3	А3	1
	Задание № 4	А3	1

ОБЩИЕ МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

Методика решения задач

Задачи, входящие в состав домашних графических работ, являются комплексными, т.е. состоят из ряда элементарных позиционных и метрических задач. Решение их можно разбить на следующие этапы:

1. Проработка соответствующих разделов курса по лекциям и учебнику. (Список рекомендуемой литературы приведен в конце настоящего пособия.)
2. Анализ задачи.
3. Составление плана решения.
4. Выполнение решения на комплексном чертеже.
5. Проверка полученных результатов.

Ниже приводятся указания к решению задач, подобных задачам домашних заданий.

Требования к оформлению графических работ

1. Задания, входящие в состав графических работ, выполняются на отдельных листах чертежной бумаги (ватман) формата А3 ($297\,мм \times 420\,мм$). На проверку сдаются полностью скомплектованные и оформленные графические работы.
2. Задания вычерчиваются по размерам (в *мм*), указанным в вариантах в масштабе 1:1. При необходимости разрешается часть задач решать в другом масштабе с обязательным указанием применяемого масштаба.
3. Каждая задача решается отдельно на свободном поле формата с указанием номера и условия задачи. Вычерчиваются только элементы, необходимые для решения поставленной задачи.
4. Все построения на чертеже выполняются карандашом с применением чертежных инструментов. Линии построений должны быть сохранены. Окончательное решение допускается обвести цветным карандашом.
5. Необходимо следовать государственным стандартам на линии и шрифты (ГОСТ 2.303-68 и ГОСТ 2.304-81 ЕСКД). При этом проекции заданных и найденных фигур вычерчиваются сплошными основными линиями (толщина 0,8 – 1,0 *мм*); невидимые линии – штриховые (толщина 0,3 – 0,5 мм); оси проекций, линии связи, линии вспомогательных построений – сплошные тонкие (толщина 0,3 – 0,5 *мм*), осевые и центровые ли-

нии – штрих-пунктирные (толщина 0,3 – 0,5 мм). Условия задач и все надписи выполняются стандартным шрифтом размера 3,5 *мм*.

6. В правом нижнем углу формата чертится основная надпись принятого на кафедре образца.
7. При выполнении данных графических работ следует использовать обозначения, приведенные в Приложении 1. Образцы оформления графических работ приведены в Приложении 2.

Порядок приема графических работ

Каждая графическая работа строго в установленные сроки передается на проверку преподавателю, ведущему практические занятия. Преподаватель за хорошо или удовлетворительно выполненную работу ставит отметку о зачете графической работы либо делает замечания, которые должны быть устранены.

На проверку принимаются только полностью оформленные работы.

При отсутствии зачтенных графических работ студент до экзамена не допускается!

ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ТИПОВЫХ ЗАДАЧ

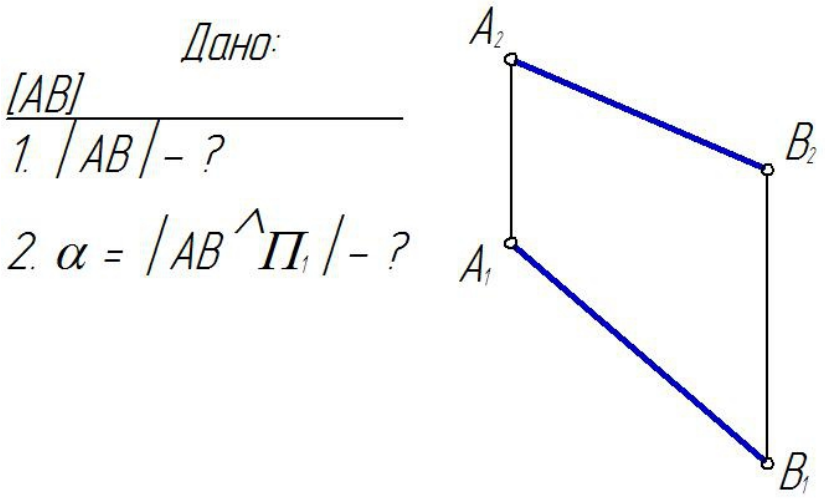
Тема: Натуральная величина отрезка. Метод прямоугольного треугольника

Если отрезок принадлежит прямой общего положения или профильной прямой, его длина может быть определена методом прямоугольного треугольника.

На одной из плоскостей проекций строится прямоугольный треугольник, одним из катетов которого выбирают проекцию самого отрезка на одной из плоскостей проекций, а другой является разностью расстояний от концов отрезка до этой плоскости проекций. Гипотенуза полученного прямоугольного треугольника равна натуральной величине отрезка прямой.

Угол наклона отрезка к плоскости проекций равен углу между катетом-проекцией и гипотенузой - натуральной величиной.

<u>Пример</u>: Определить длину отрезка AB и угол наклона его к плоскости проекций $П_1$.



<u>Решение:</u>

1. Построение проекций отрезка.

Тонкими линиями чертятся оси проекций и по заданным координатам строятся проекции отрезка *AB*.

2. Определение натуральной величины отрезка.

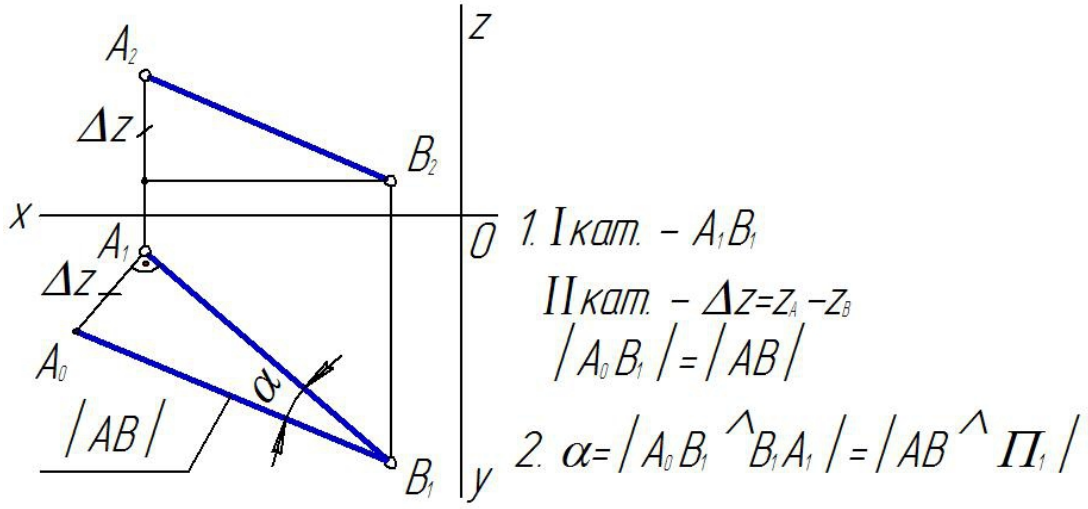
1) Выбирается в качестве I катета горизонтальная проекция отрезка A_1B_1.

2) Задается направление II катета (перпендикулярно проекции A_1B_1), на котором откладывается разность расстояний от концов отрезка до горизонтальной плоскости проекций $П_1$.

$$\Delta z = z_A - z_B = A_1A_0$$

3) Гипотенуза полученного треугольника является натуральной величиной отрезка *AB*.

$$\left|A_0B_1\right| = |AB|$$



3. Определение угла наклона отрезка *AB* к горизонтальной плоскости проекций $П_1$:

Угол между горизонтальной проекцией отрезка и его натуральной величиной является углом наклона отрезка *AB* к плоскости $П_1$.

$$\alpha = \left| AB \wedge \Pi_1 \right| = \left| A_1 B_1 \wedge B_1 A_0 \right|$$

<u>*Примечание:*</u> Угол наклона отрезка *AB* к фронтальной плоскости проекций $П_2$ определяется аналогично. Построения следует вести на фронтальной плоскости проекций.

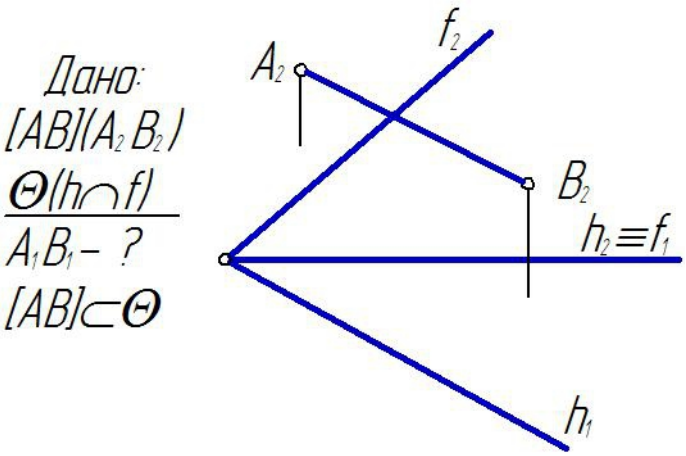
Тема: Принадлежность прямой и точки плоскости

<u>Положение 1.</u> Прямая лежит в плоскости, если она проходит через две точки, принадлежащие этой плоскости.

<u>Положение 2.</u> Прямая лежит в плоскости, если она имеет с ней одну общую точку и параллельна другой прямой, находящейся в этой плоскости.

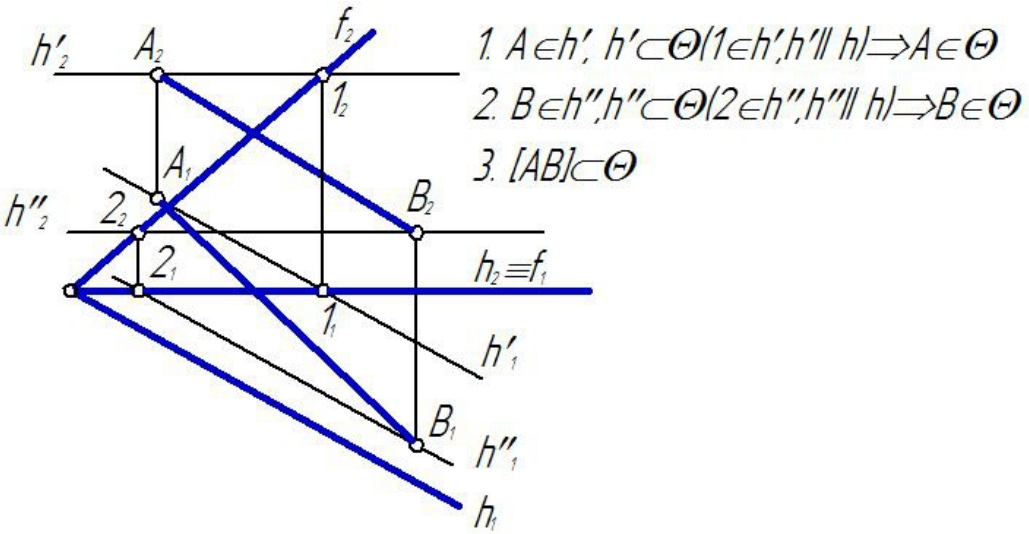
<u>Положение 3.</u> Точка принадлежит плоскости, если она принадлежит прямой, лежащей в этой плоскости.

<u>*Пример:*</u> *В плоскости Θ(h∩f) построить недостающую проекцию отрезка AB.*

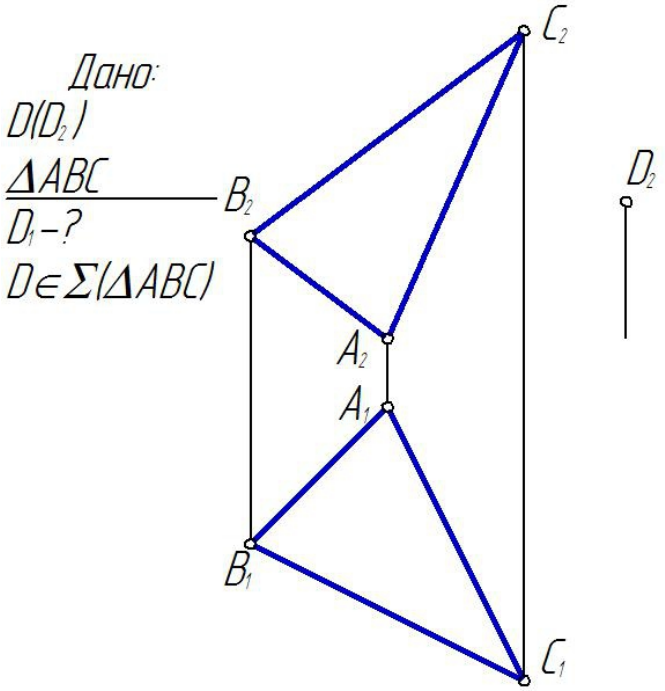


Решение:

1. Построение заданных проекции плоскости Θ и отрезка AB.
2. Построение недостающей проекции точки A.
   1) Через заданную фронтальную проекцию точки A_2 проводится фронтальная проекция прямой, принадлежащей плоскости Θ (допустим, горизонталь h').
   2) Строится горизонтальная проекция горизонтали h'_1 (используется Положение 2).
   3) С помощью линии связи на h'_1 строится проекция A_1 (Положение 3).
3. Построение недостающей проекции точки B ведется аналогично.
4. Полученные проекции точек соединяются между собой.

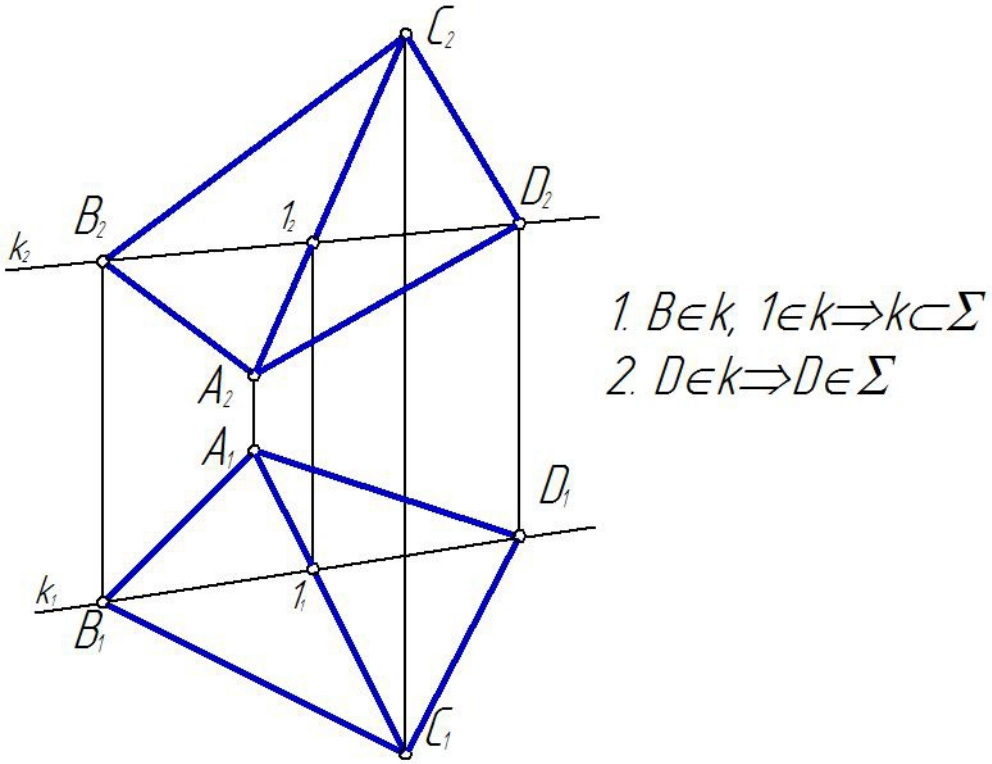


Пример: *Построить недостающую проекцию четырехугольника ABCD.*



Решение:

1. В плоскости Σ проводится прямая k (Положение 1), фронтальная проекция которой проходит через заданную проекцию точки D.
2. Строится горизонтальная проекция точки D_1 (Положение 3).
3. Строится недостающая проекция четырехугольника $ABCD$.



Тема: Параллельность прямой и плоскости, параллельность плоскостей

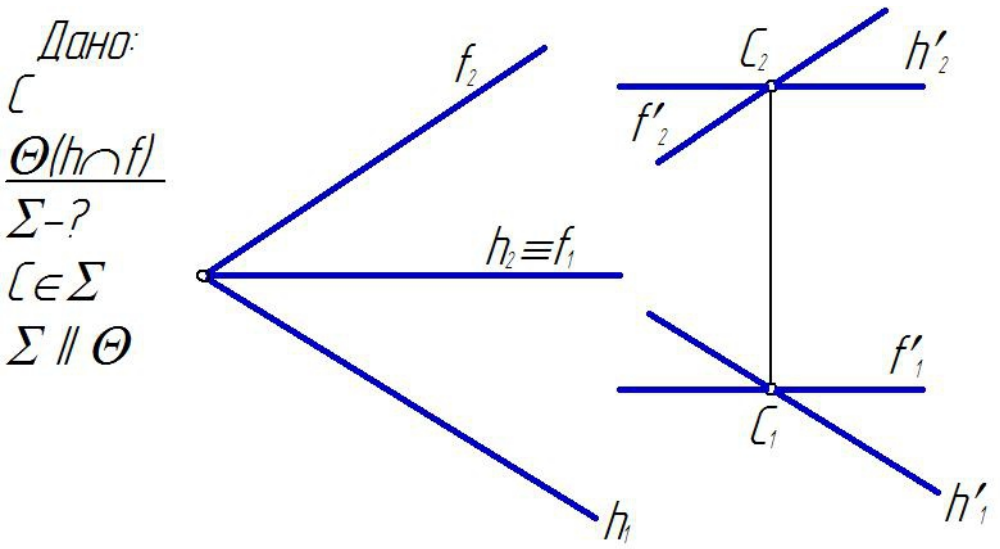
<u>Положение 1.</u> Прямая параллельна плоскости, если она параллельна любой прямой, лежащей в этой плоскости.

<u>Положение 2.</u> Плоскости взаимно параллельны, если две пересекающиеся прямые одной плоскости параллельны двум пересекающимся прямым второй плоскости.

<u>Пример:</u> Через точку C провести плоскость, параллельную плоскости $\Theta(h \cap f)$.

<u>Решение:</u>

Через точку C необходимо провести две прямые – горизонталь h' и фронталь f'. На комплексном чертеже их проекции должны быть параллельны одноименным проекциям горизонтали и фронтали, лежащим в заданной плоскости Θ (см. «Основные свойства параллельного проецирования»). Таким образом плоскость $\Sigma(h' \cap f')$ будет построена параллельно заданной плоскости $\Theta(h \cap f)$.



$(C \in h',\ h' \parallel h,\ C \in f',\ f' \parallel f) \Rightarrow C \in \Sigma(h' \cap f') \parallel \Theta$

Тема: Пересечение прямой с плоскостью

Точка пересечения прямой линии с плоскостью в общем случае определяется в три этапа:

1. Прямая заключается в плоскость-посредник частного положения, заданную следом.
2. Строится линия пересечения заданной плоскости с плоскостью-посредником.
3. Находится точка пересечения заданной прямой с линией пересечения плоскостей, являющаяся искомой.

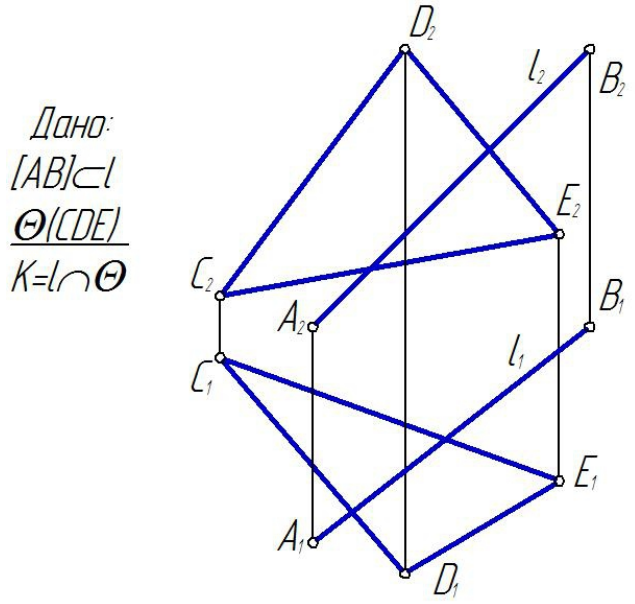
Для улучшения наглядности изображения, методом конкурирующих точек определяется видимость прямой относительно плоскости.

Конкурирующими точками называются точки, лежащие на одном проецирующем луче, но принадлежащие разным геометрическим объектам.

Видна та точка, которая расположена дальше от плоскости проекций, относительно которой определяется видимость. Соответственно, виден тот геометрический объект, которому эта точка принадлежит.

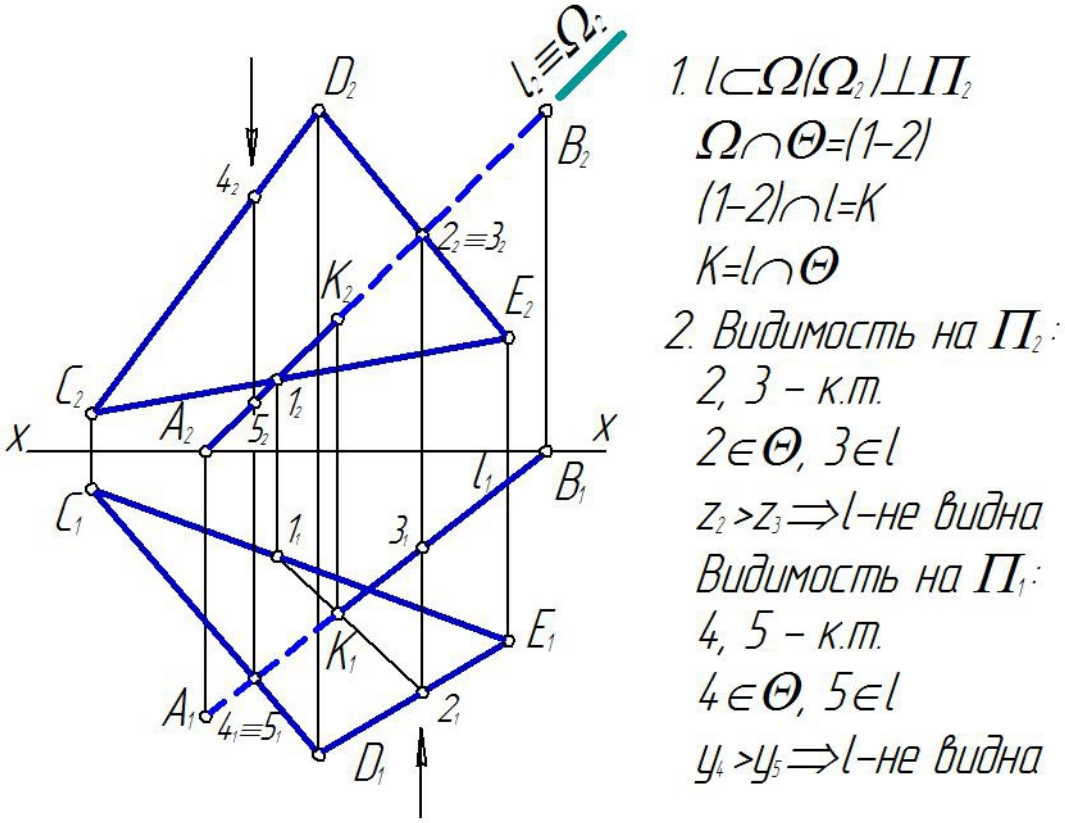
Примечание: Невидимые участки прямой следует чертить штриховой линией.

<u>Пример:</u> Построить точку пересечения прямой l, заданной отрезком AB, с плоскостью $\Theta(CDE)$.



<u>Решение:</u>

1. Определение точки пересечения прямой l с плоскостью $\Theta(CDE)$.
   1) Через прямую l проводится дополнительная фронтально-проецирующая плоскость $\Omega(\Omega_2)$.



   2) Находится линия пересечения вспомогательной плоскости Ω с заданной плоскостью Θ - прямая, проходящая через точки *1* и *2*.
   3) На пересечении линии (*1-2*) с заданной прямой l находится искомая

точка пересечения этой прямой с плоскостью Θ.

2. Определение видимости прямой l относительно плоскости Θ.

1) Видимость на Π_2:

Рассматривается пара конкурирующих точек *2* и *3*. Точка *2* принадлежит плоскости Θ, точка *3* – прямой l. Точка *2* находится ближе к наблюдателю, т.к. ее проекция 2_1 отстоит дальше от оси $0x$, чем проекция 3_1. Следовательно, в этой части плоскость Θ закрывает прямую l (часть проекции прямой $(B_2K_2]$ будет невидима, а часть $[K_2A_2)$ – видима).

2) Видимость на Π_1:

Рассматривается пара конкурирующих точек *4* и *5*. Точка *4* принадлежит плоскости Θ, точка *5* – прямой l. Точка *4* находится выше, т.к. ее проекция 4_2 отстоит дальше от оси $0x$, чем проекция 5_2. Следовательно, в этой части плоскость Θ закрывает прямую l (часть проекции прямой $(A_1K_1]$ будет невидима, а часть $[K_1B_1)$ – видима).

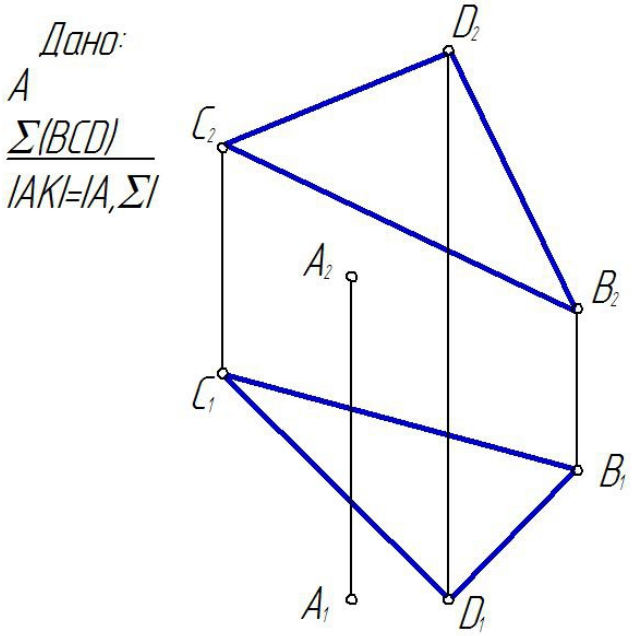
Тема: Перпендикулярность прямой и плоскости

<u>Признак перпендикулярности:</u> Прямая перпендикулярна плоскости, если она перпендикулярна двум пересекающимся прямым, лежащим в этой плоскости, в качестве которых при решении задач начертательной геометрии выбирают линии уровня плоскости (горизонталь и фронталь).

При выполнении построений на комплексном чертеже следует иметь в виду, что фронтальная проекция перпендикуляра перпендикулярна фронтальной проекции фронтали, а его горизонтальная проекция – горизонтальной проекции горизонтали.

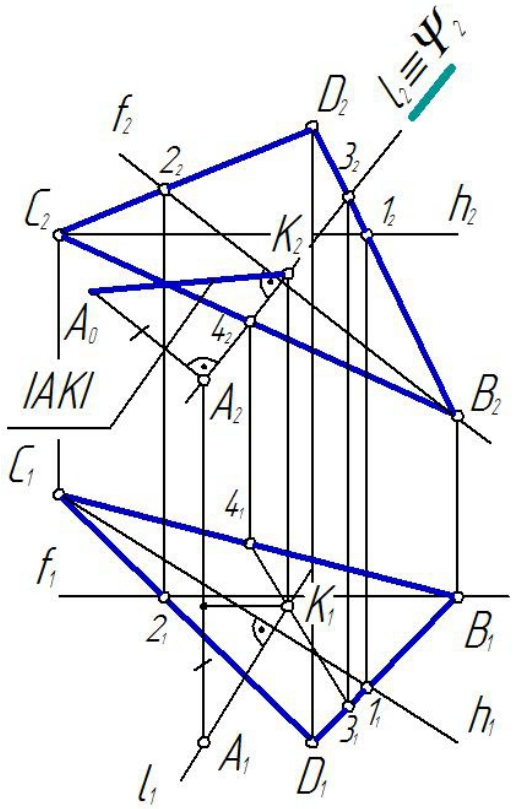
Точка пересечения перпендикуляра с плоскостью определяется так же, как точка пересечения любой другой прямой с плоскостью.

<u>Пример:</u> Определить расстояние от точки A до плоскости Σ (ΔBCD).



Решение:

1. В плоскости Σ строятся горизонталь h и фронталь f.
2. Через точку A проводится прямая l, перпендикулярная плоскости Σ.
3. Определяется точка пересечения перпендикуляра l с плоскостью Σ. Для этого прямая l заключается в дополнительную фронтально-проецирующую плоскость Ψ.

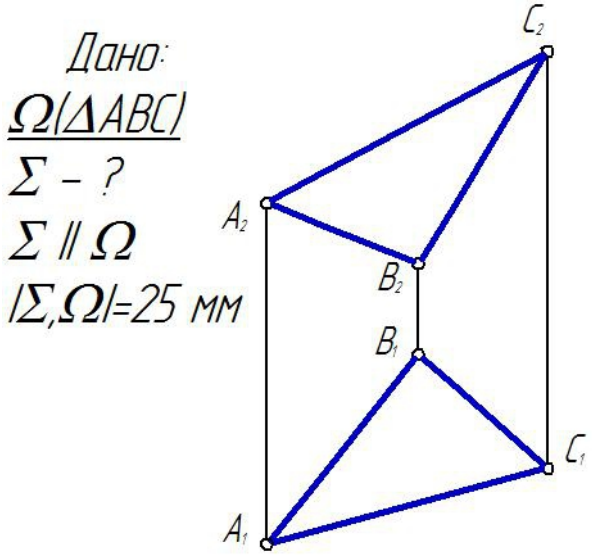


1. $h \subset \Sigma,\ f \subset \Sigma$
2. $A \in l,\ l \perp h,\ l \perp f\ (l_1 \perp h_1,\ l_2 \perp f_2) \Rightarrow l \perp \Sigma$
3. $l \subset \Psi(\Psi_2) \perp \Pi_2$

   $\Psi \cap \Sigma = (3\text{–}4)$

   $K = (3\text{–}4) \cap l = l \cap \Sigma$
4. $|A_0 K_2| = |AK| = |A, \Sigma|$

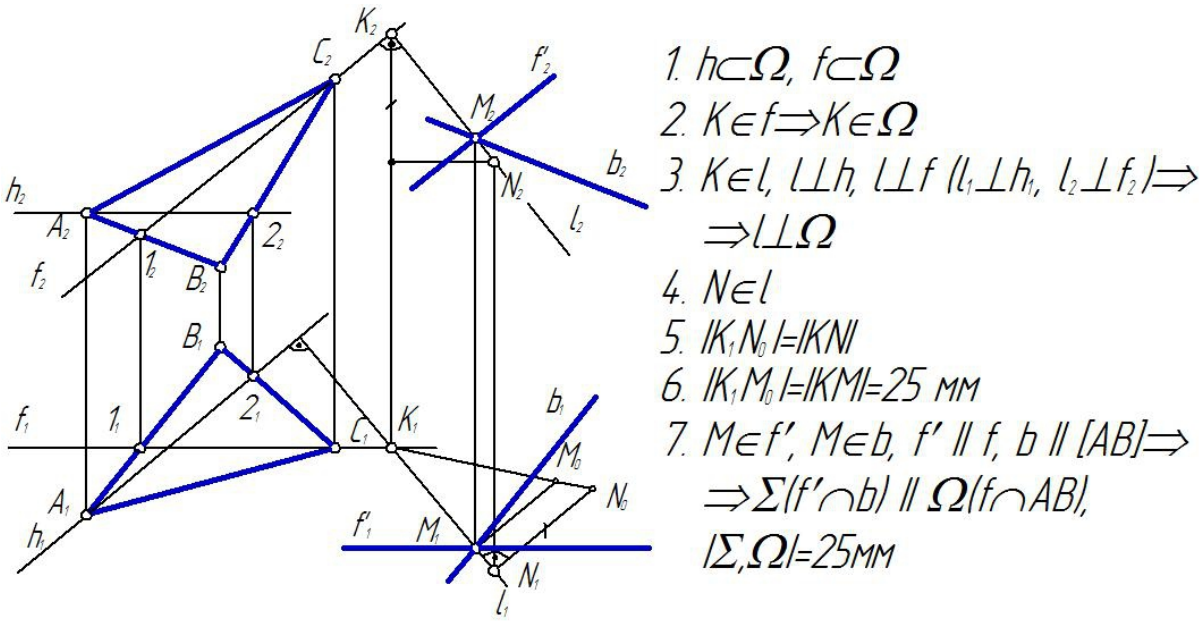
Пример: Провести плоскость Σ, параллельную плоскости Ω (ΔABC) и удаленную от нее на расстояние 25 мм.



Для того чтобы построить плоскость на определенном расстоянии от заданной плоскости, необходимо найти точку, отстоящую от нее на

этом расстоянии. Следовательно, в укрупненном виде ход решения задачи будет выглядеть следующим образом:

1. Из любой точки, принадлежащей пл. Ω (ABC), необходимо восстановить перпендикуляр.
2. Найти на перпендикуляре точку, отстоящую от плоскости Ω (ABC) на расстоянии 25 мм.
3. Провести через полученную точку плоскость Σ, параллельную плоскости Ω (ABC).



<u>*Решение:*</u>

1. Построение перпендикуляра к плоскости Ω.

1) В плоскости Ω проводятся линии уровня – горизонталь h и фронталь f.

2) Выбирается точка K, принадлежащая плоскости Ω.

3) Через точку K проводится перпендикуляр l к плоскости Ω. Фронтальная проекция перпендикуляра должна быть перпендикулярна фронтальной проекции фронтали, а горизонтальная проекция – перпендикулярна горизонтальной проекции горизонтали ($l_2 \perp f_2; l_1 \perp h_1$).

2. Нахождение точки, отстоящей от плоскости на расстоянии 25 мм:

1) На перпендикуляре выбирается произвольная точка M и методом прямоугольного треугольника находится натуральная длина отрезка MK.
2) На гипотенузе прямоугольного треугольника (натуральную величину отрезка MK) откладывается заданное расстояние 25 мм, измеряемое отрезком K_1N_0, и, используя свойство параллельных проекций (отношение отрезков прямых линий равно отношению их проекций) строятся проекции точки N.

3. Через точку N проводится плоскость Σ, параллельная заданной плоскости. Эта плоскость задается двумя пересекающимися прямыми, параллельными любым прямым, лежащим в плоскости Ω. В данном случае выбраны прямая f и отрезок AB.

Тема: Пересечение плоскостей. Перпендикулярность плоскостей

Две плоскости пересекаются по прямой линии. Чтобы построить эту прямую на комплексном чертеже, необходимо найти две точки, принадлежащие обеим плоскостям или одну точку, если известно направление линии пересечения.

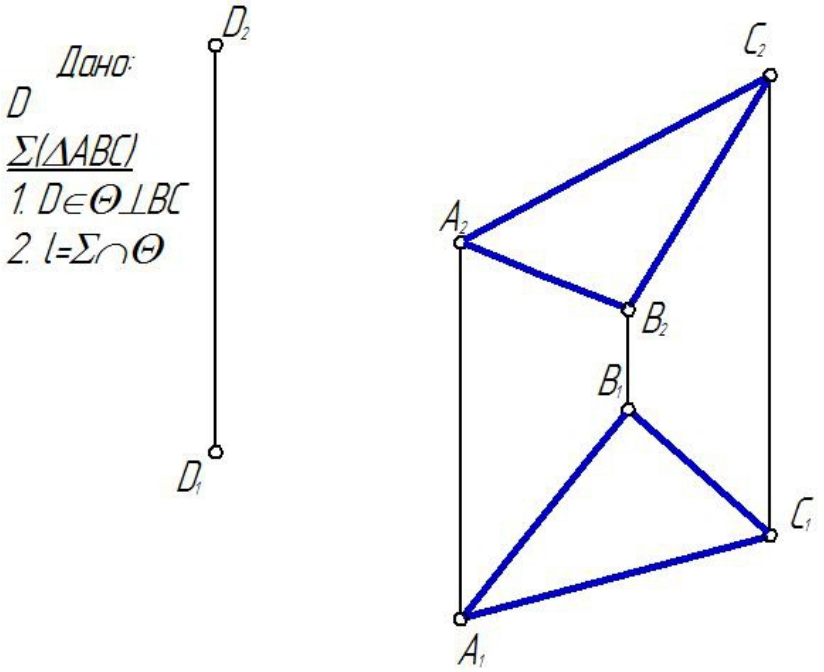
В общем случае линия пересечения определяется при помощи вспомогательных плоскостей:

1. Вводится дополнительная вспомогательная плоскость, пересекающая каждую заданную плоскость по прямой.
2. Определяется точка пересечения этих прямых.
3. Аналогично находится вторая общая точка для двух заданных плоскостей.
4. Через полученные точки проводится прямая линия, являющаяся искомой.

В отличие от плоскостей, результатом пересечения плоских фигур является не прямая линия, а отрезок. Его можно построить, определяя точки пересечения сторон одной фигуры с плоскостью другой (см. тему «Пересечение прямой и плоскости»).

<u>Признак перпендикулярности плоскостей:</u> Две плоскости перпендикулярны между собой, если одна из них содержит перпендикуляр ко второй плоскости.

<u>Пример:</u> Через точку D провести плоскость Θ, перпендикулярную отрезку BC, и построить линию ее пересечения с плоскостью Σ (ΔABC).



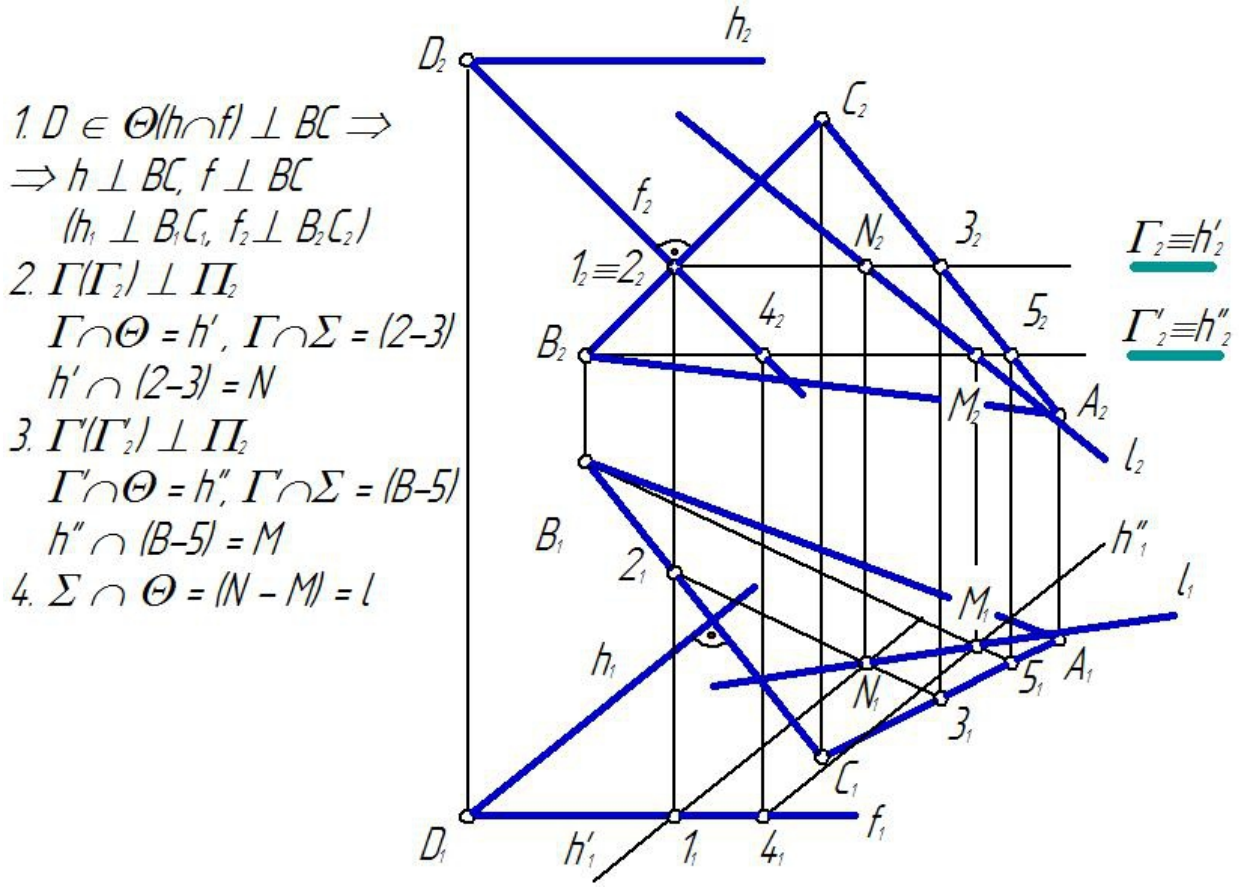
Решение:

1. Построение плоскости *Θ*, перпендикулярной отрезку *BC*.

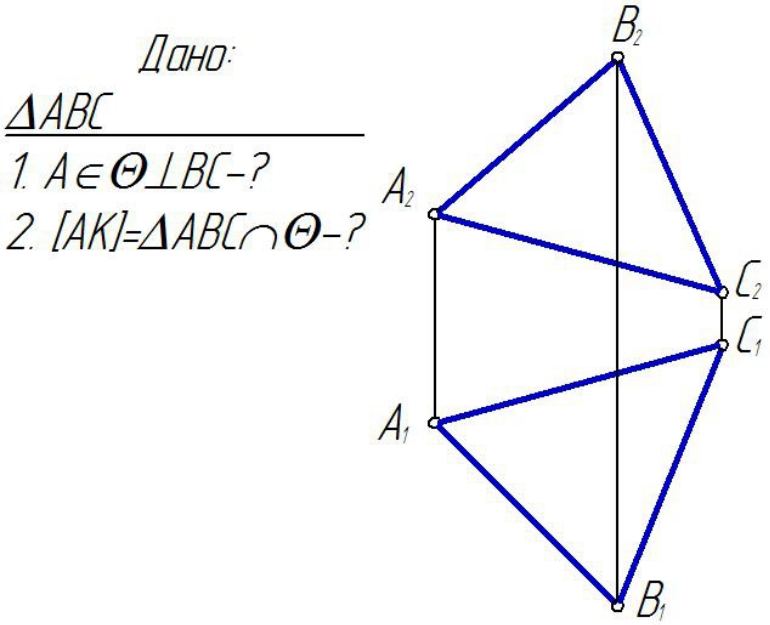
Через точку *D*, не лежащую в плоскости *Θ*, перпендикулярно заданному отрезку проводятся горизонталь *h* и фронталь *f*. Горизонтальная проекция горизонтали должна проходить перпендикулярно горизонтальной проекции отрезка *BC*, а фронтальная проекция фронтали перпендикулярно его фронтальной проекции (см. «Признак перпендикулярности», «Теорему проецирования прямого угла»).

2. Построение линии пересечения двух плоскостей.

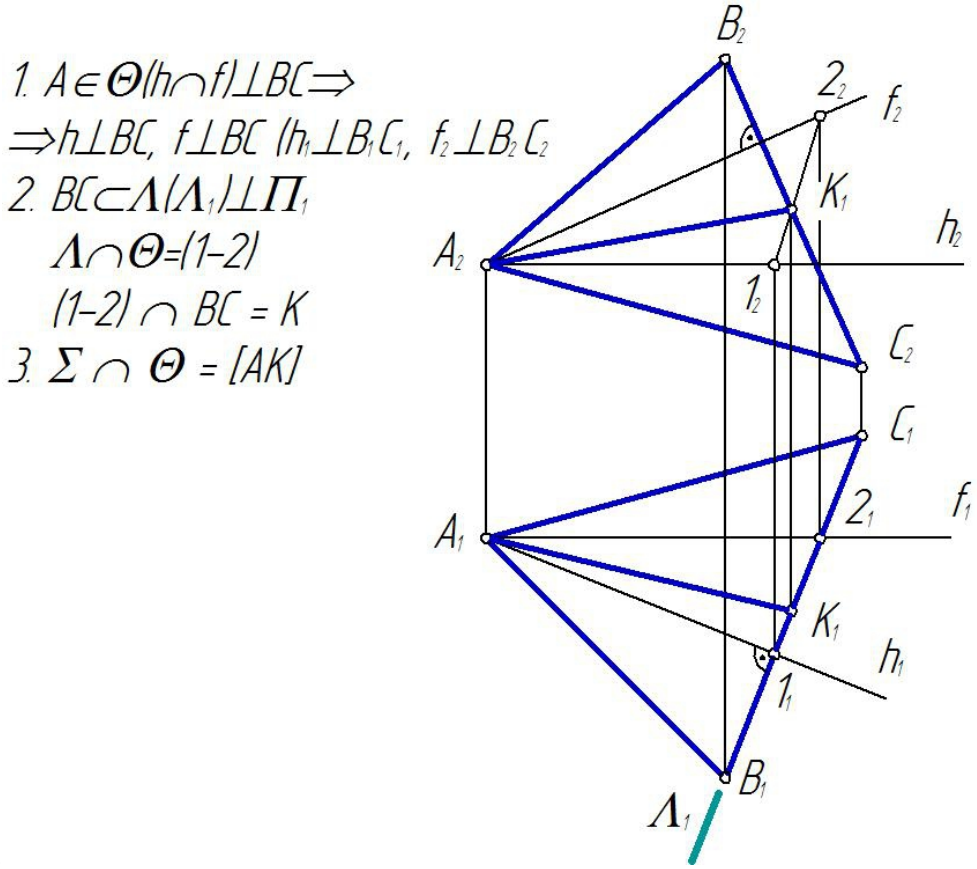
1) Проводится дополнительная горизонтальная плоскость уровня *Г*, которая пересекает плоскость *Θ* по горизонтали *h′*, а плоскость *Σ* по прямой (*2-3*).
2) Находится точка *N*, лежащая на пересечении линий пересечений плоскостей.
3) Аналогично, с помощью плоскости *Г′* определяется вторая точка линии пересечения – точка *M*.
4) Прямая *l*, проходящая через точки *N* и *M* , является искомой прямой.



<u>Пример</u>: Дан треугольник ABC. Через его вершину A необходимо провести плоскость общего положения Θ ($h \cap f$), проходящую перпендикулярно стороне BC и построить линию пересечения двух плоскостей.



Так как в данной задаче искомая плоскость пересекается с плоской фигурой, результатом пересечения будет отрезок. Один из концов этого отрезка известен – точка *A*. Она принадлежит как треугольнику, так и плоскости Θ по условию. Следовательно, для нахождения линии пересечения необходимо ввести только одну дополнительную плоскость



.

Решение:

1. Построение плоскости Θ, перпендикулярной отрезку BC (см. предыдущий пример).
2. Определение линии пересечения ΔABC с плоскостью Θ ($h \cap f$).

1) Сторона треугольника BC заключается в дополнительную горизонтально-проецирующую плоскость $\Lambda(\Lambda_1)$.

2) Дополнительная плоскость пересекается с плоскостью Θ ($h \cap f$) по прямой (*1-2*).

3) На пересечении линии (*1-2*) с отрезком BC находится точка K.

4) Отрезок AK является искомым.

Тема: Метод замены плоскостей проекций

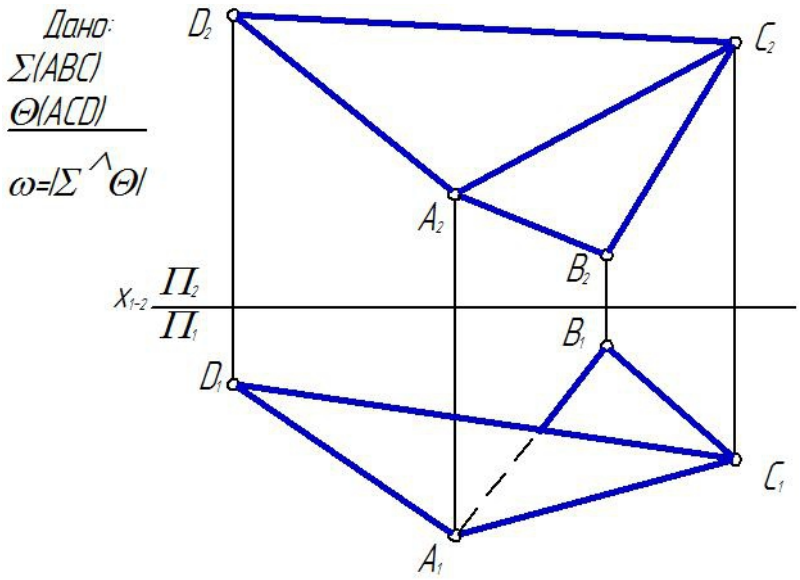
Сущность метода заключается в том, что положение рассматриваемых геометрических объектов в пространстве остается неизменным, а система плоскостей $\frac{\Pi_2}{\Pi_1}$ дополняется новыми плоскостями, образующими со старыми или между собой систему двух взаимно перпендикулярных плоскостей. Новая плоскость проекций выбирается таким образом, чтобы на нее геометрические объекты проецировались в удобное для решения задачи положение. При этом расстояние от новой проекции точки, принадлежащей геометрическому объекту, до новой оси должно быть равно расстоянию от старой, заменяемой проекции точки до старой оси проекций.

Все задачи, решаемые с помощью замены плоскостей проекций, можно сгруппировать в **четыре основные задачи**:

1. Преобразование прямой общего положения в прямую уровня (нахождение натуральной величины отрезка, принадлежащего прямой общего положения, определения угла наклона прямой к одной из плоскостей проекций).
2. Преобразование прямой уровня в проецирующую прямую (определение расстояния между точкой и прямой, между параллельными или скрещивающимися прямыми).
3. Преобразование плоскости общего положения в проецирующую (нахождение угла наклона плоскости к одной из плоскостей проекций, определение расстояния между точкой и плоскостью или между двумя параллельными плоскостями).
4. Преобразование проецирующей плоскости в плоскость уровня (опре-

деление угла между пересекающимися прямыми или натуральной величины плоской фигуры, лежащей в плоскости).

<u>Пример:</u> *Определить величину двухгранного угла при ребре АС.*

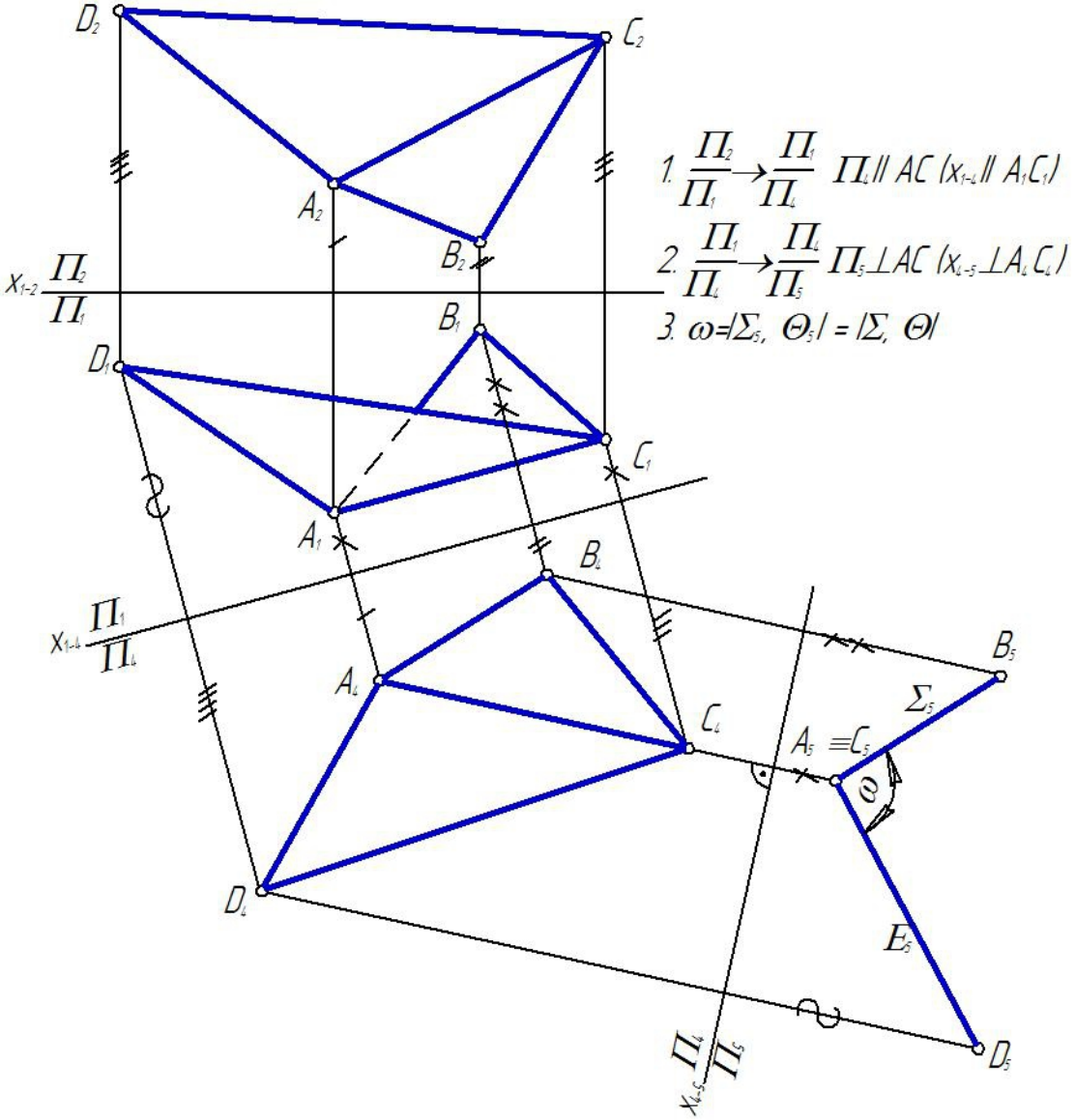


Натуральную величину двухгранного угла можно найти, если обе плоскости Σ (ABC) и Θ (ABD) будут перпендикулярны какой-либо плоскости проекций. Заданные плоскости являются плоскостями общего положения. Для того чтобы они стали проецирующими, необходимо сделать проецирующей по отношению к какой-либо плоскости проекций линию их пересечения. Т.к. Прямая AB - прямая общего положения, то необходимо выполнить две последовательные замены плоскостей проекций: с помощью первого преобразования сделать прямую AB линией уровня («Первая основная задача»), с помощью второго – преобразовать ее в проецирующую прямую («Вторая основная задача»).

<u>Решение:</u>

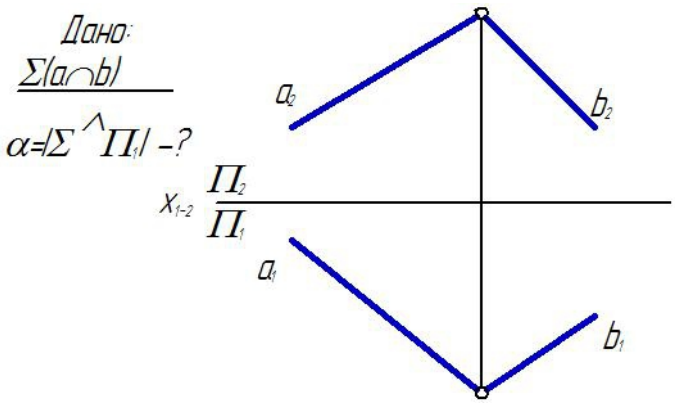
1. Проводятся оси проекций.
2. Заменяется система плоскостей $\frac{\Pi_2}{\Pi_1} \to \frac{\Pi_1}{\Pi_4}$. Новая плоскость Π_4 выбирается параллельно отрезку AB. Для этого новую ось проекций строят параллельно горизонтальной проекции этого отрезка $x_{1\text{-}4} \parallel A_1 B_1$.
3. Для построения новых проекций точек необходимо провести линии связи перпендикулярно оси $x_{1\text{-}4}$ и отложить на них расстояния равные расстоянию от точек до горизонтальной плоскости проекций $|A_2 x_{1\text{-}2}| = |A_4 x_{1\text{-}4}|$.
4. Заменяется система плоскостей $\frac{\Pi_1}{\Pi_4} \to \frac{\Pi_4}{\Pi_5}$. Новая плоскость Π_5 выбирается перпендикулярно отрезку AB. Для этого новую ось проекций строят перпендикулярно проекции этого отрезка $x_{4\text{-}5} \perp A_4 B_5$. Проводятся ли-

нии связи, на которых откладываются расстояния, измеренные от горизонтальных проекций точек до оси $x_{4\text{-}5}$ ($|A_1\, x_{1\text{-}4}| = |A_5\, x_{4\text{-}5}|$).



5. Угол ω - угол между следами плоскостей Σ_5 и Θ_5 является искомым.

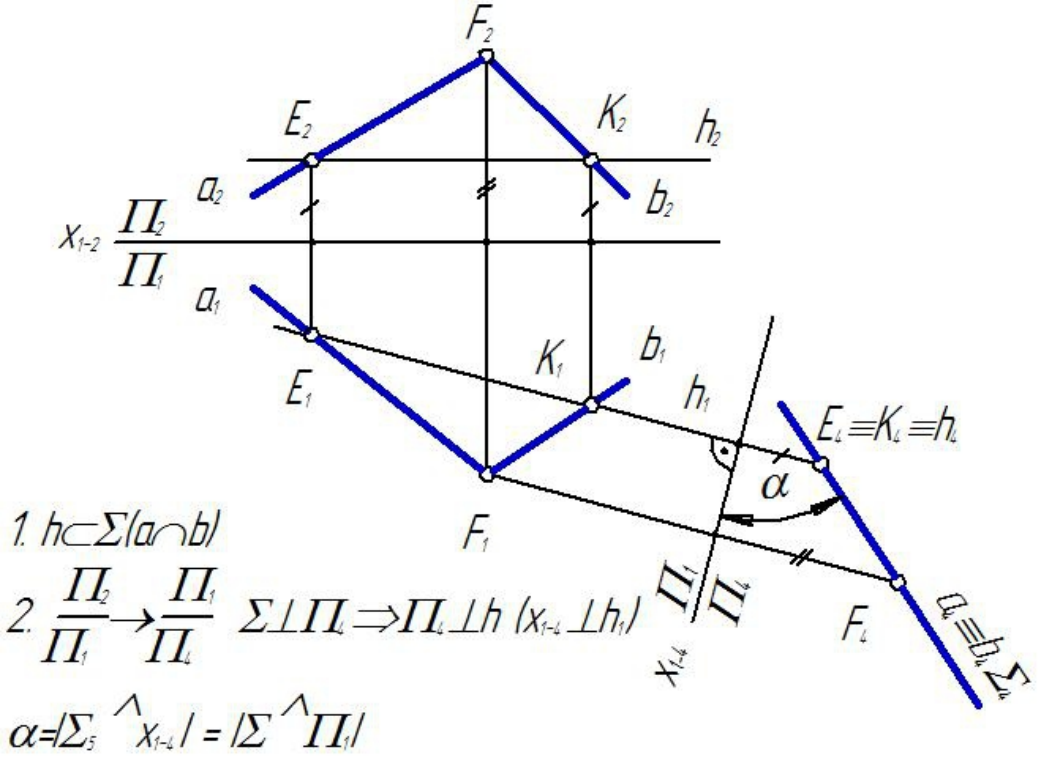
<u>Пример:</u> *Определить угол наклона плоскости Σ ($a \cap b$) к горизонтальной плоскости проекций.*



Угол наклона плоскости к горизонтальной плоскости проекций можно определить, если ввести дополнительную плоскость проекций, перпендикулярную заданной плоскости. Тогда угол между следом этой плоскости и осью проекций будет искомым.

Решение:

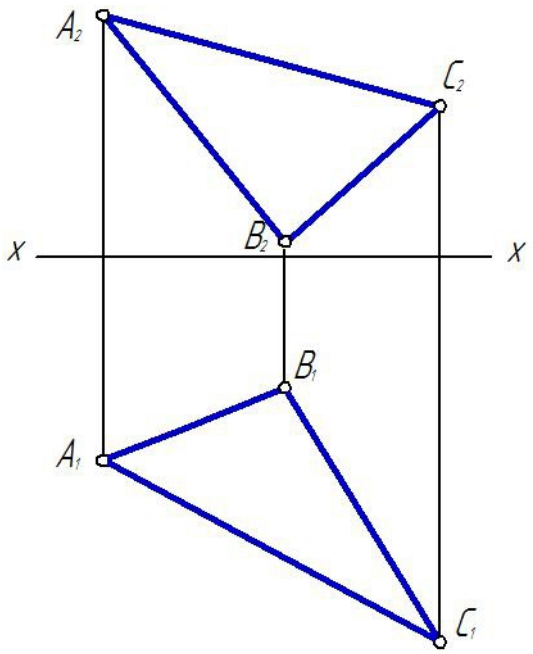
1. В плоскости Σ проводится горизонталь h.
2. Вводится дополнительная плоскость $\Pi_4 \perp \Sigma$. Так как одна плоскость перпендикулярна другой, если она перпендикулярна прямой лежащей в этой плоскости, новая плоскость проекций должна быть перпендикулярна горизонтали заданной плоскости h.
3. Строится след плоскости Σ (Σ_4). Для этого через проекции точек E_1, F_1, K_1 проводятся линии связи, перпендикулярно новой оси $x_{1\text{-}4}$. На них откладываются расстояния, измеренные от фронтальных проекций точек до оси $x_{1\text{-}2}$. Например, $/1_2, x_{1\text{-}2}/ = /1_4, x_{1\text{-}4}/$.
4. Угол между следом плоскости Σ_4 и осью $x_{1\text{-}4}$ будет являться углом наклона заданной плоскости Σ к горизонтальной плоскости проекций.
5. Для нахождения угла наклона плоскости к фронтальной плоскости проекций в заданной плоскости необходимо провести фронталь f. Далее построения ведутся аналогично.



Тема: Вращение вокруг линии уровня

Найти натуральную величину треугольника, построить центр вписанной или описанной вокруг него окружности, определить натуральную величину угла между пересекающимися прямыми или построить биссектрису этого угла можно лишь в том случае, если все эти элементы будут параллельны одной из плоскостей проекций и проецироваться на нее без искажения. Поэтому в первую очередь, необходимо с помощью вращения вокруг линии уровня преобразовать КЧ так, чтобы заданная плоскость общего положения стала плоскостью уровня. Для этого достаточно найти новое положение лишь одной точки, принадлежащей плоскости. Новое положение плоскости будет задано новым положением этой точки и осью вращения, лежащей в этой плоскости.

<u>Пример:</u> Расположить плоскость Σ (ΔABC) на расстоянии 20 мм от горизонтальной плоскости проекций $П_1$ и построить центр описанной окружности.



<u>Решение</u>:

1. В плоскости Σ (ΔABC) необходимо провести горизонталь h. Так как после преобразований плоскость должна располагаться на расстоянии 20 мм от горизонтальной плоскости проекций, горизонталь h должна располагаться от $П_1$ на этом же расстоянии.
2. ΔABC поворачивается вокруг оси h до совмещения с горизонтальной плоскостью $Г$ ($Г_2$). Точки C и 1 остаются неподвижными. Вокруг горизонтали вращается точка B:

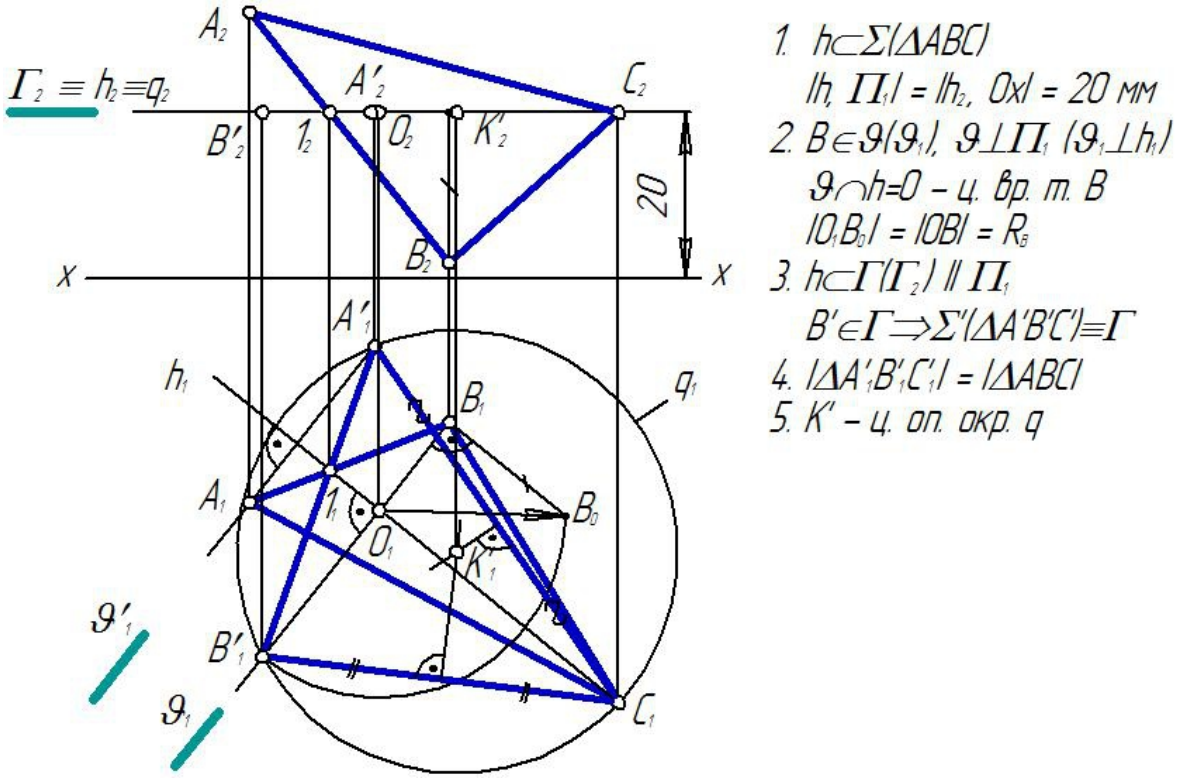
   1) Через точку B проводится горизонтально-проецирующая плоскость

ϑ (ϑ_1) , перпендикулярная оси вращения ($\vartheta_1 \perp h_1$).

2) На пересечении плоскости ϑ (ϑ_1) с горизонталью h находится центр вращения – точка O.
3) Методом прямоугольного треугольника определяется натуральная величина радиуса вращения

$$R_B = |OB| = |O_1 B_O|$$

4) Точка B поворачивается в плоскость Γ (Γ_2) и занимает положение B'.
5) Положение проекции точки A'_1 определяется как точка пересечения следа плоскости ϑ (ϑ'_1) с горизонтальной проекцией линии (B'-1).



3. Плоскость $\Delta A'B'C$ параллельна горизонтальной плоскости проекций. Следовательно проекция $A'_1B'_1C_1$ является натуральной величиной ΔABC.
4. Для того чтобы построить центр описанной вокруг $\Delta A'B'C$ окружности через середины сторон этого треугольника провести перпендикуляры. На пересечении срединных перпендикуляров находится точка K', являющаяся центром описанной окружности q.

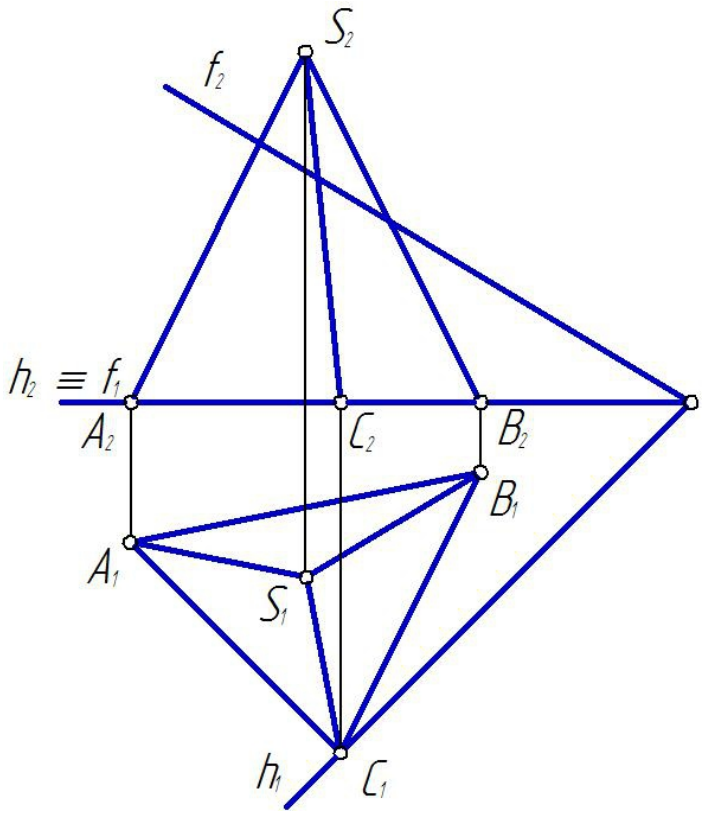
<u>*Примечание:*</u> Если в задаче необходимо построить плоскость, параллельную фронтальной плоскости проекций, вращение необходимо вести вокруг фронтали.

Тема: Пересечение многогранника плоскостью. Построение развертки

Построение линии пересечения поверхности с плоскостью начинают с нахождения особых (опорных) точек. Для многогранника это точки пересечения ребер и сторон его основания с заданной плоскостью (если построение ведется «способом ребер») или линии пересечения граней и основания многогранника с плоскостью (если построение ведется «способом граней»).

Натуральную величину сечения следует определять вращением вокруг линии уровня, другие необходимые для построения развертки натуральные величины – методом замены плоскостей проекций или методом прямоугольного треугольника.

*<u>Пример</u>**:** Построить линию пересечения трехгранной пирамиды SABC плоскостью общего положения $\Sigma\,(h \cap f)$. Построить развертку нижней отсеченной части пирамиды.*



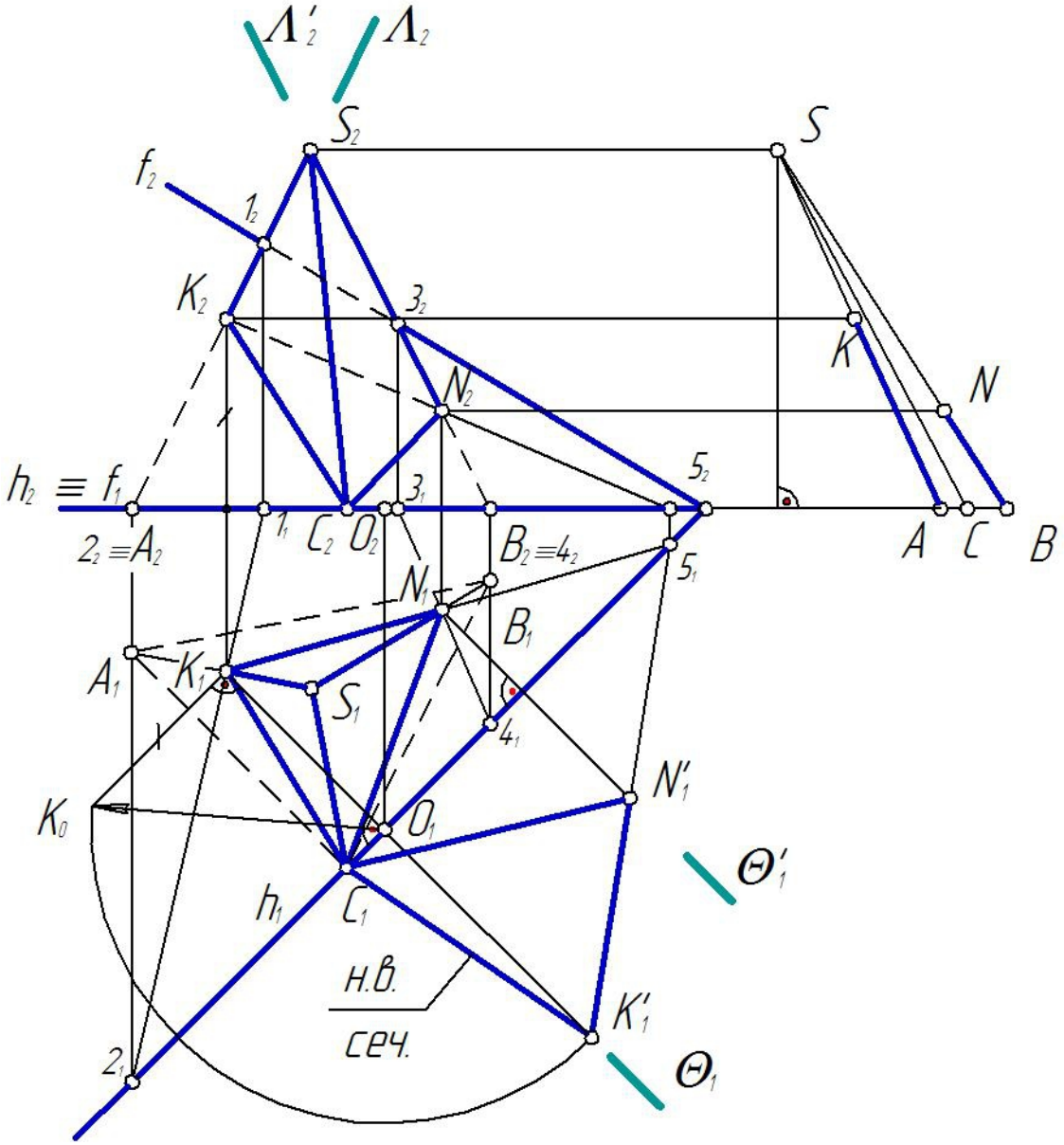
Основание пирамиды принадлежит горизонтальной плоскости проекций, его горизонтальная проекция является натуральной величиной.

Плоскость задана таким образом, что пересекает только боковую поверхность пирамиды. Следовательно, сечение будет иметь треугольную

форму. Так как горизонталь плоскости *h* проходит через одну из вершин основания, то одна из точек сечения известна – точка *C*. Остальные точки сечения можно найти с помощью дополнительных секущих плоскостей.

<u>*Решение:*</u>

1. Построение линии сечения:
   1) Через ребро *SA* проводится вспомогательная плоскость Λ (Λ_2).
   2) Плоскость Λ (Λ_2) пересекается с плоскостью Σ $(h \cap f)$ по прямой *(1-2)*.
   3) Прямая (*1-2*) пересекается с ребром *SA* в точке *K*.
   4) Третья точка сечения (точка *N*) находится с помощью плоскости Λ' (Λ'_2), проходящей через ребро *SB*.



2. Для улучшения наглядности изображения, с помощью метода конкурирующих точек или простых логических размышлений, необходимо показать видимость:

1) сечения относительно поверхности пирамиды и выделить его цветным карандашом;
2) поверхности относительно заданной плоскости;
3) геометрических элементов, которыми задана плоскость (прямых *h* и *f*) относительно поверхности призмы.

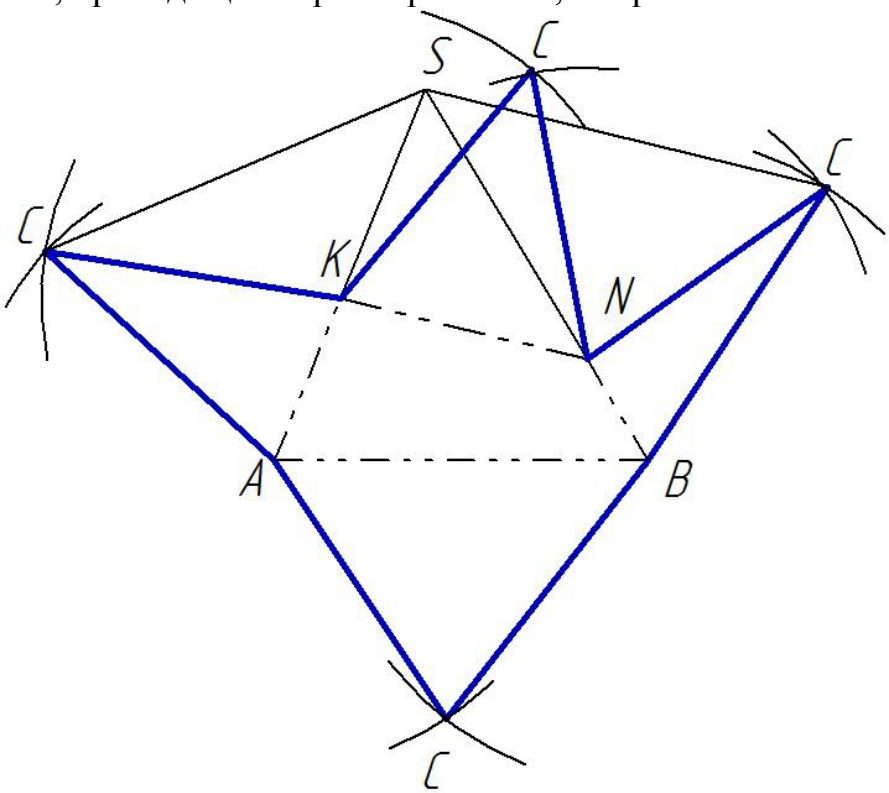
Видимые линии показывают сплошными толстыми линиями, невидимые – пунктиром.

3. Нахождение натуральной величины сечения:

1) В качестве оси вращения выбирается горизонталь плоскости *h*.
2) Точки вершин сечения *K* и *N* вращаются в горизонтально-проецирующих плоскостях Θ (Θ_1) и Θ' (Θ'_1), перпендикулярных оси вращения.
3) Точка *O* (O_1; O_2) – центр радиуса вращения точки *K*. Методом прямоугольного треугольника находят радиус вращения этой точки.

$$R_K = /KO/ = /K_O O_1/$$

4) При построении натуральной величины сечения *CKN* использована горизонтальная проекция точки *5*, являющейся точкой пересечения прямой, проходящей через отрезок *KN*, с горизонталью *h*.



4. Построение развертки:

1) Методом прямоугольного треугольника находятся длины ребер пирамиды. Так как разность высот от концов отрезка до горизонтальной плоскости проекций Π_1 у всех трех ребер одна и равна высоте пирамиды, катет прямоугольного треугольника, равный этой величине, целесообраз-

ней начертить в стороне от изображения, правее фронтальной проекции пирамиды. Второй катет равен горизонтальным проекциям ребер. Для определения натуральной величины отрезков *AK* и *BN* необходимо провести горизонтальные вспомогательные линии до пересечения с гипотенузами прямоугольных треугольников.

2) Развертка строится способом треугольников с использованием приема засечек.

Тема: Пересечение поверхности вращения плоскостью. Построение развертки

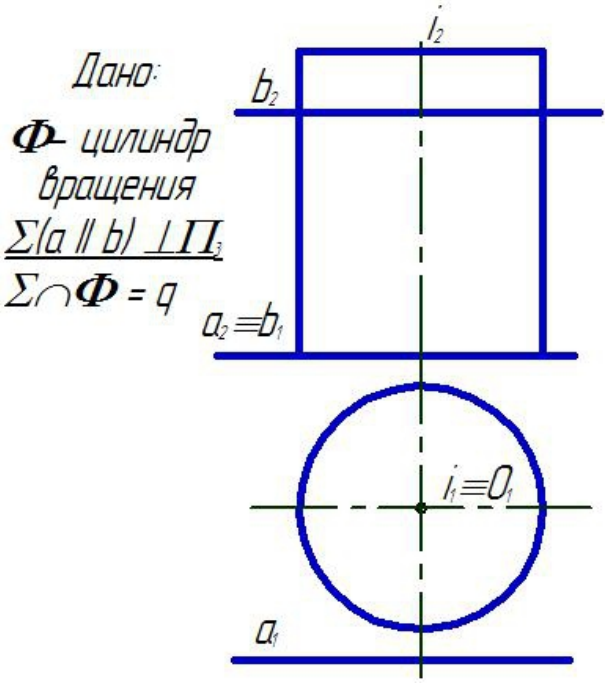
Для поверхности вращения характерными точками сечения являются следующие пары точек:

- высшая и низшая точки сечения;
- ближайшая и наиболее удаленная точки;
- точки границы видимости.

Точки, принадлежащие сечению, в общем случае находят с помощью дополнительных секущих плоскостей:

1. Выбирается плоскость частного положения, пересекающая поверхность по простым линиям (окружностям или прямым).
2. Находятся линии пересечения дополнительной плоскости с поверхностью и заданной плоскостью.
3. Определяются точки пересечения линий пересечения, являющиеся искомыми точками.

<u>Пример:</u> *Построить линию пересечения цилиндра плоскость общего положения* $\Sigma(h \cap f)$.



Заданная плоскость пересекает только боковую поверхность цилиндра, следовательно, сечение будет иметь форму эллипса. Так как заданная плоскость - профильно-проецирующая, построение линии сечения следует начинать с построения профильной проекции сечения, которое будет проецироваться на $П_3$ в виде отрезка. Горизонтальная проекция сечения совпадает с горизонтальным очерком поверхности, т.к. цилиндр проецирующий на $П_1$. Фронтальная проекция сечения строится, исходя из принадлежности точек сечения заданной плоскости.

Решение:

1. Построение точек большой оси эллипса *AB*:

Высшая и низшая точки сечения лежат на ближней и наиболее удаленной образующих цилиндра и находятся с помощью профильной проекции сечения.

1) С помощью линий связи строится профильная проекция цилиндра и заданной плоскости, которая проецируется на $П_3$ в след $Σ_3$..
2) На пересечении следа плоскости $Σ_3$ с профильным очерком цилиндра находятся проекции точек большой оси эллипса.

2. Построение точек малой оси эллипса *CD*:

   Точки малой оси эллипса лежат на крайних правой и левой образующих цилиндра и, в данной задаче, являются точками границы видимости печения на фронтальной плоскости проекций.

3. Полученные фронтальные проекции точек соединяются между собой с учетом видимости.
4. Определяется видимость цилиндра относительно плоскости и видимость плоскости относительно поверхности цилиндра.

5. Нахождение натуральной величины сечения:

   1) В качестве оси вращения выбирается профильно-проецирующая прямая *a,* в данном случае выполняющая роль горизонтали плоскости.
   3) Точка O' $(O'_1; O'_2)$ – центр радиуса вращения точки *A*. Методом прямоугольного треугольника находят радиус вращения этой точки.

$$R_A = |AO'| = |A_O O'_1|$$

6. Построение развертки ведется способом малых хорд:

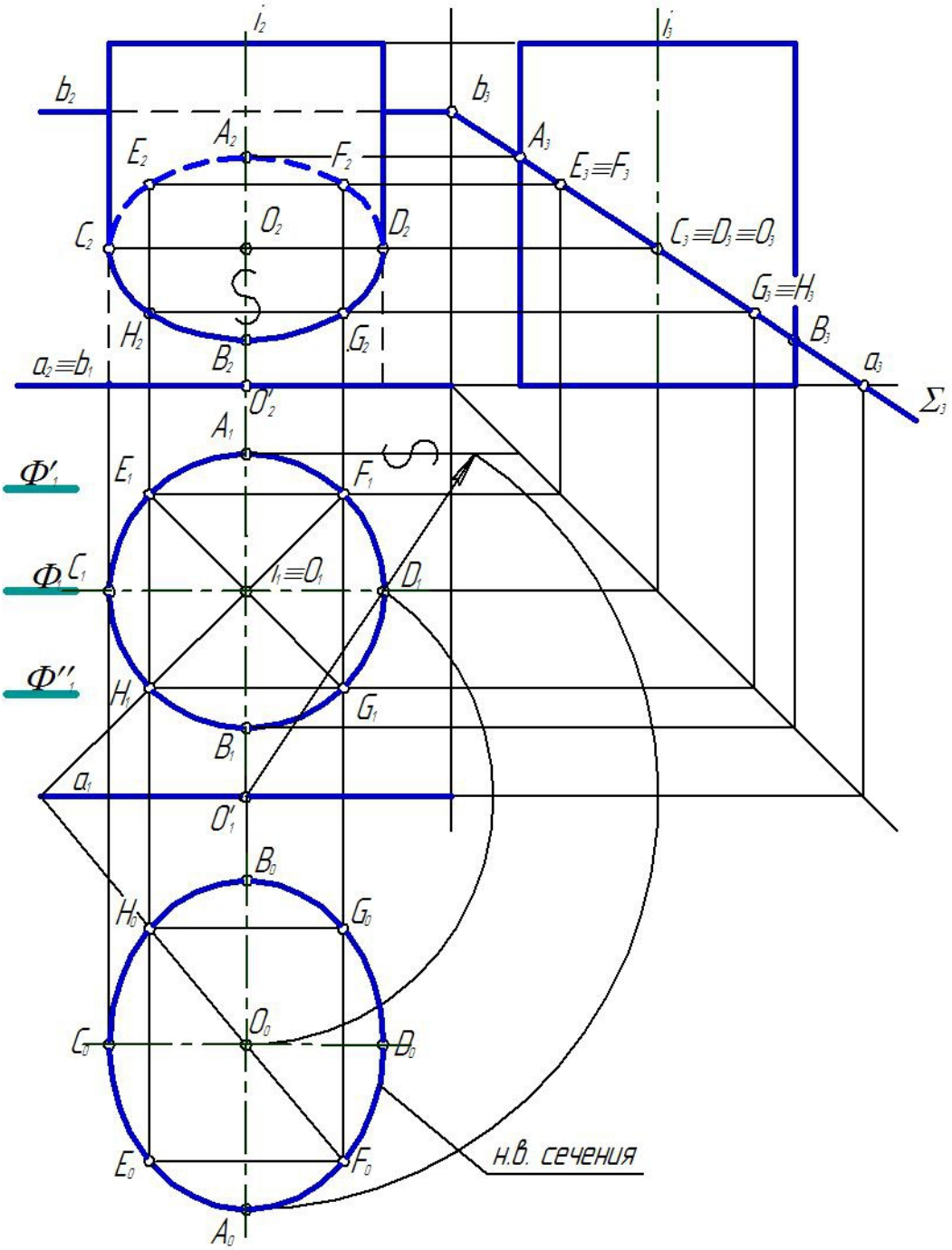
   1) Строится развертка боковой поверхности цилиндра. Она представляет собой прямоугольник высотой, равной высоте цилиндра, и длиной $2\pi R$, где R – радиус основания цилиндра. Для построения ве-

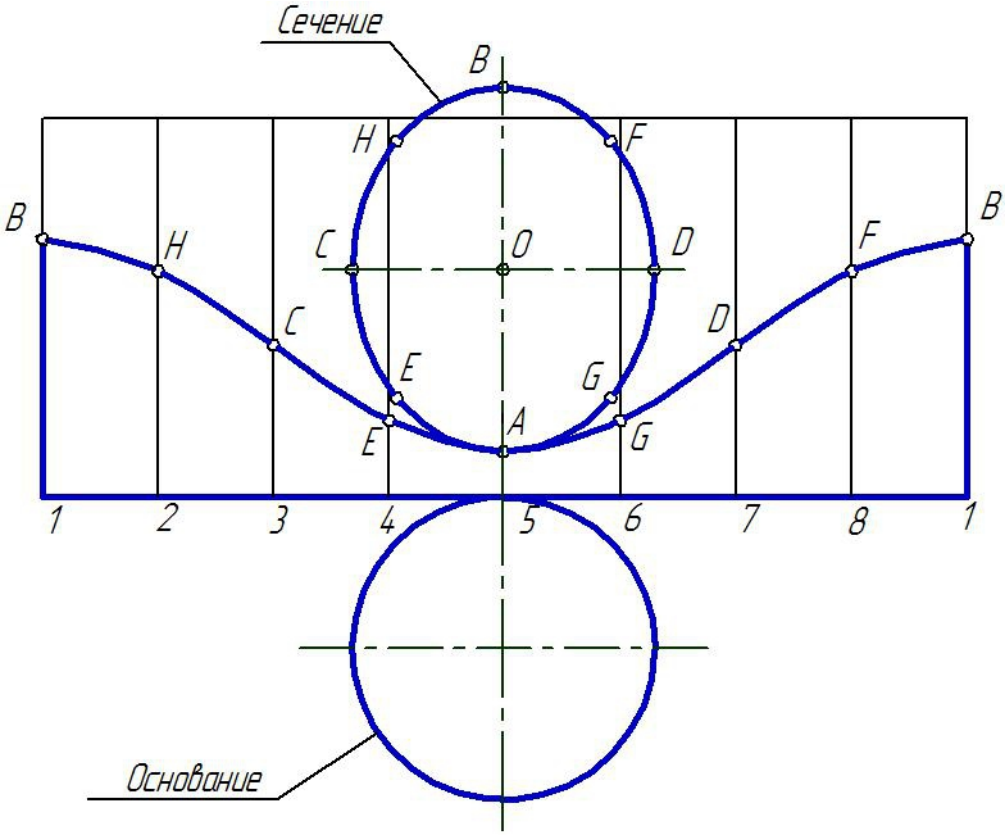
личины $2\pi R$ окружность основания делится на 8 и полученная длина дуги приравнивается хорде.

2) На соответствующих образующих находятся точки линии пересечения.

3) К полученной боковой поверхности пристраивается сечение и основание.

<u>*Примечание:*</u> Разрывать отсеченную боковую поверхность цилиндра необходимо по наиболее короткой или длинной образующей так, чтобы развертка представляла собой симметричную фигуру с единым полем.




Сечение
B
H
F
B
H
C
O
D
F
B
C
D
E
G
A
E
G
1
2
3
4
5
6
7
8
1
Основание

Список рекомендуемой литературы

Основная литература

1. Гордон, В.О. Курс начертательной геометрии / В.О. Гордон, М.А. Семенцов-Огиевский. - М.: Высшая школа, 2001.
2. Королев, Ю.И. Начертательная геометрия / Ю.И. Королев. - СПб.: Питер, 2006.
3. Лагерь, А.И., Основы начертательной геометрии / А.И. Лагерь, А.Н.Мота К.С., Рушелюк. - М.: Высшая школа, 2005.
4. Локтев, О.В. Краткий курс начертательной геометрии / О.В. Локтев. - М.: Высшая школа, 1999.
5. Нартова, Л.Г. Начертательная геометрия / Л.Г. Нартова, В.И. Якунин. - М.: Дрофа, 2003.
6. Фролов, С.А. Начертательная геометрия / С.А. Фролов. - М.: Высшая школа, 2006.

Дополнительная литература

7. Панин, В.И. Геометрическое проектирование деталей самолета и двигателя в задачах по начертательной геометрии / В.И. Панин [и др.]. - Куйбышев: КуАИ, 1977.
8. Панин, В.И. Проецирование элементов авиационных двигателей в задачах по начертательной геометрии / В.И. Панин [и др.]. - Куйбышев: КуАИ, 1978.
9. Савченко, Н.В. Методика преподавания начертательной геометрии с использованием профессиональных графических редакторов / Н.В. Савченко, Г.И. Панкова, В.В. Платонова.- Самара: СГАУ, 2006.
10. Савченко, Н.В. Начертательная геометрия. Практические занятия / Н.В. Савченко, Г.И. Панкова, В.В. Платонова. - Самара: СГАУ, 2007.

Приложение 1

Условные обозначения

1. Плоскости проекций:

$П_1$ - горизонтальная плоскость проекций;

$П_2$ - фронтальная плоскость проекций;

$П_3$ – профильная плоскость проекций.

2. Точки – прописные буквы латинского алфавита или арабские цифры (промежуточные точки): *A, B, C*… или *1, 2, 3*…

3. Проекции точек:

$A_1, B_1, C_1 \ldots 1_1, 2_1, 3_1 \ldots$ - горизонтальные проекции точек;

$A_2, B_2, C_2 \ldots 1_2, 2_2, 3_2 \ldots$ - фронтальные проекции точек;

$A_3, B_3, C_3 \ldots 1_3, 2_3, 3_3 \ldots$ - профильные проекции точек.

4. Прямые – строчные буквы латинского алфавита: *a, b, c*…

5. Проекции прямых:

$a_1, b_1, c_1 \ldots$- горизонтальные проекции прямых;

$a_2, b_2, c_2 \ldots$- фронтальные проекции прямых;

$a_3, b_3, c_3 \ldots$- профильные проекции прямых.

6. Отрезки прямых: *AB, CD* ...

7. Линии уровня:

h – горизонтальная прямая;

f - фронтальная прямая;

p - профильная прямая.

8. Плоскости – прописные буквы греческого алфавита: Θ, Σ, Ψ...

9. Следы плоскостей:

$\Theta_1, \Sigma_1, \Psi_1 \ldots$- горизонтальный;

$\Theta_2, \Sigma_2, \Psi_2 \ldots$- фронтальный;

$\Theta_3, \Sigma_3, \Psi_{3\ldots}$ - профильный.

10. Расстояния:

$/AB/$ - между точками *A* и *B*;

$/A\Psi/$ - между точкой *A* и плоскостью Ψ.

11. Углы – строчные буквы греческого алфавита: α, β, γ...

Символы

$\equiv$ - совпадение;

II - параллельность;

$\perp$ - перпендикулярность;

$\underline{\bullet}$ - скрещивающиеся прямые;

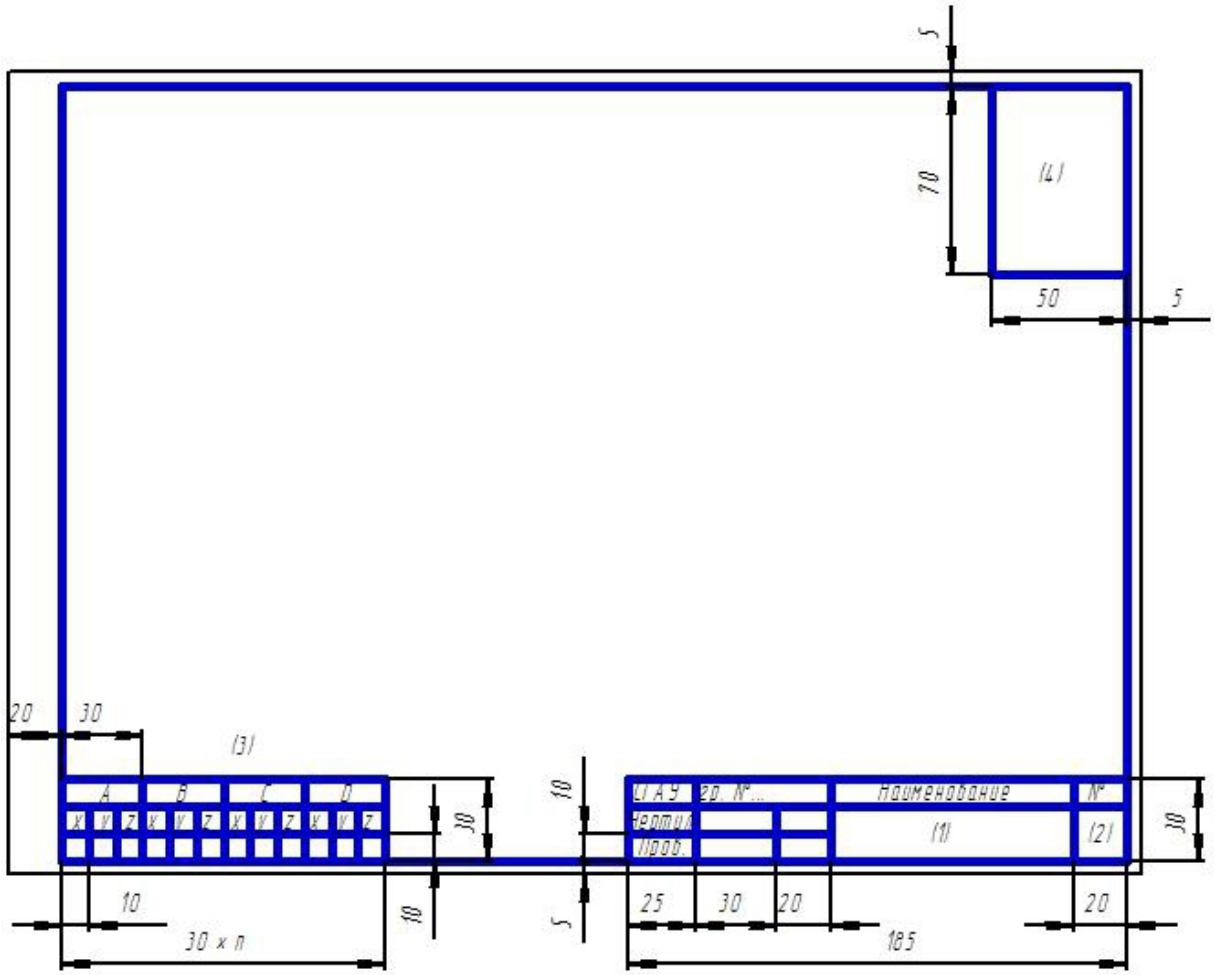
$\cap$ - пересекающиеся прямые;

$\in$ - принадлежность точки;

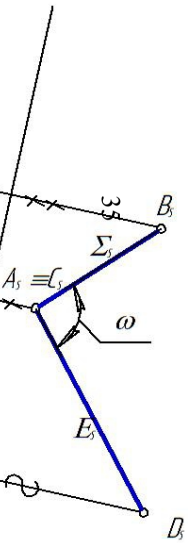
$\subset$ - принадлежность прямой;

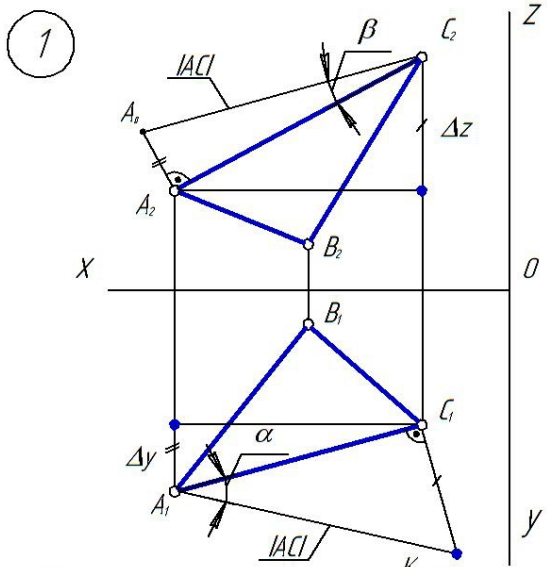
$\notin, \not\subset$ - отрицание принадлежности.

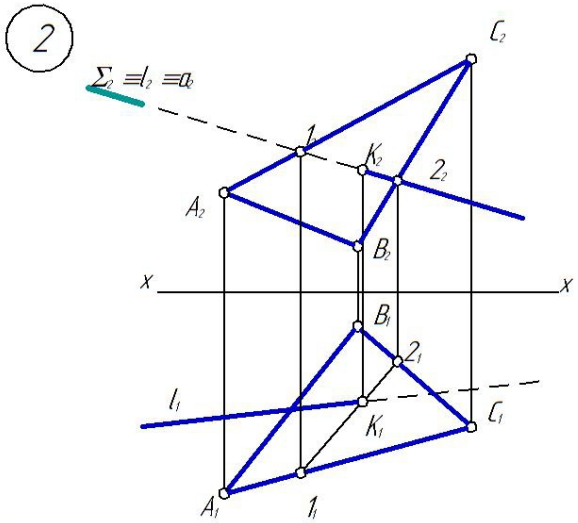
Приложение 2

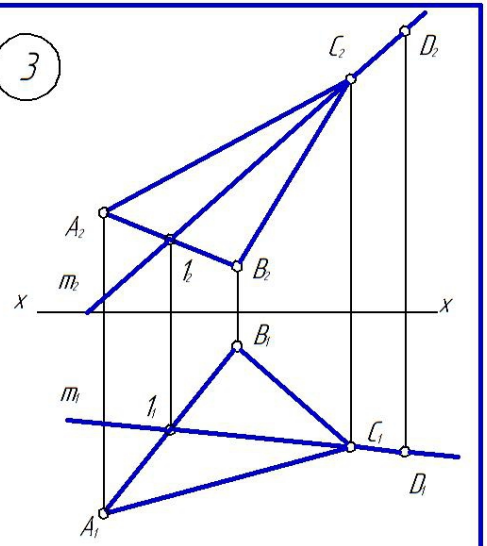


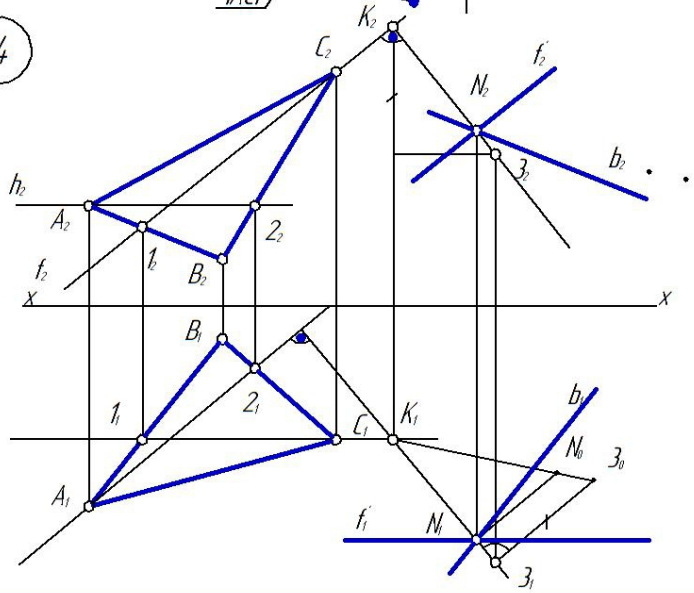
1 – Наименование задания работы
Например: «Пересечение многогранника плоскостью»
2 - № контрольной работы / № варианта
3 – Координаты точек, *n* – число точек (только для графической работы №1, лист № 1)
4 – Графическое условие (только для графической работы № 2)







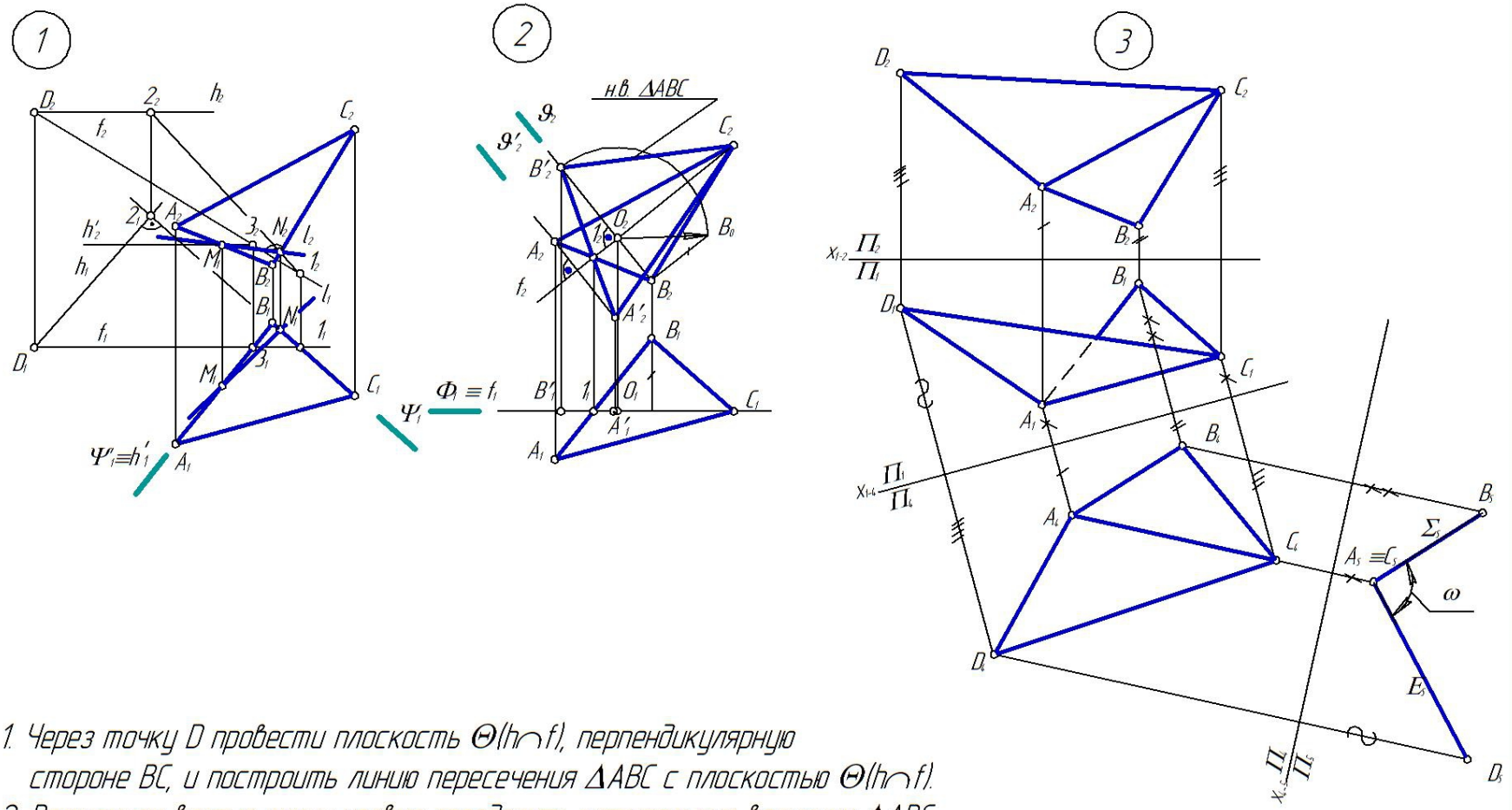




1. Построить проекции ΔABC. Определить длину однойиз его сторон и углы наклона ее к плоскостям проекций Π_1 и Π_2
2. Найти точку K пересечения прямой l с плоскостью ΔABC. Показать видимость.
3. Построить недостающую проекцию точки D, принадлежащей плоскости ΔABC.
4. Провести плоскость Θ, параллельную плоскости ΔABC и удаленную от нее на 50 мм.

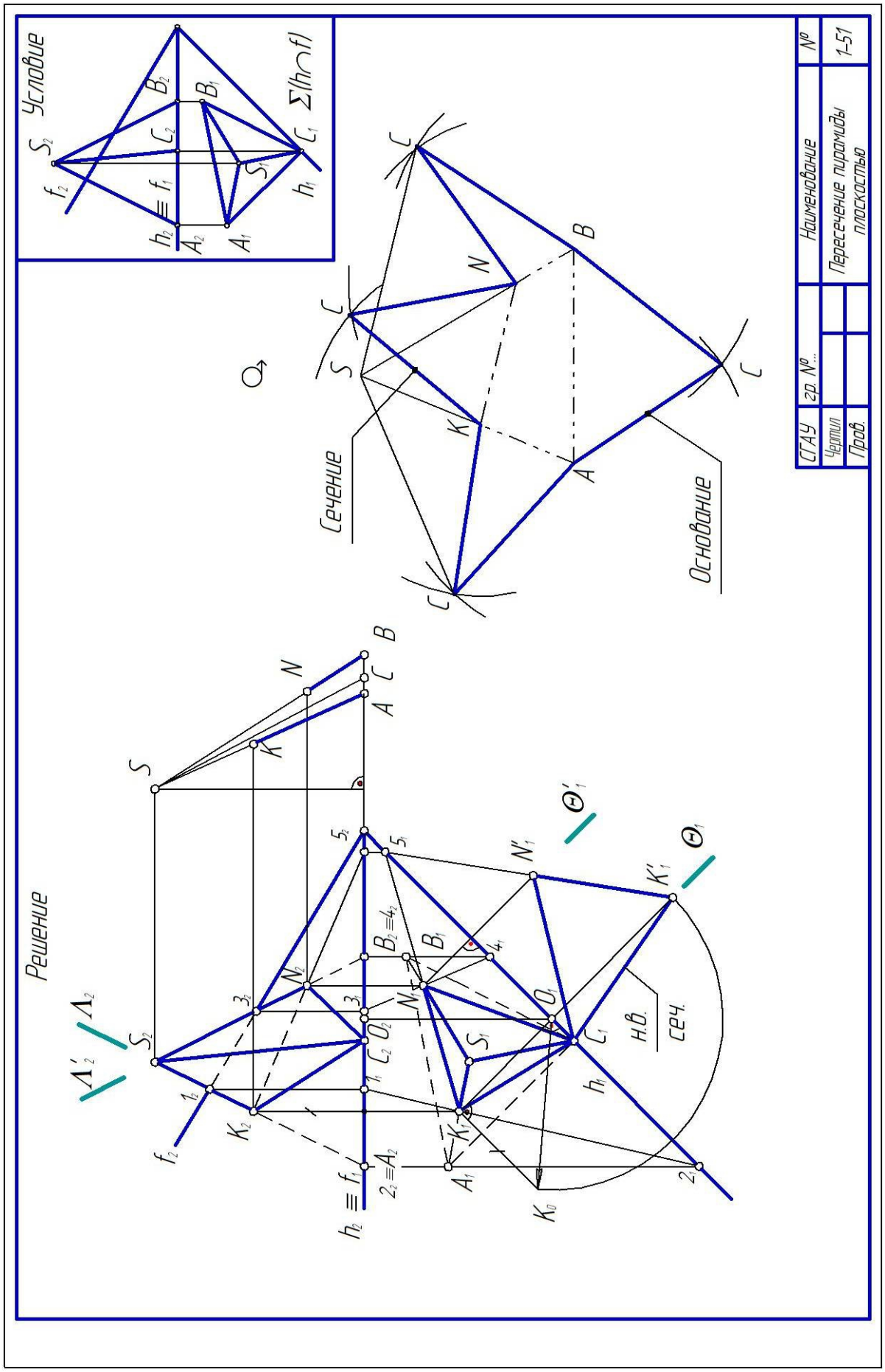
СГАУ	гр. №...		Наименование	№
Чертил			Задание №1	1-51
Пров.				

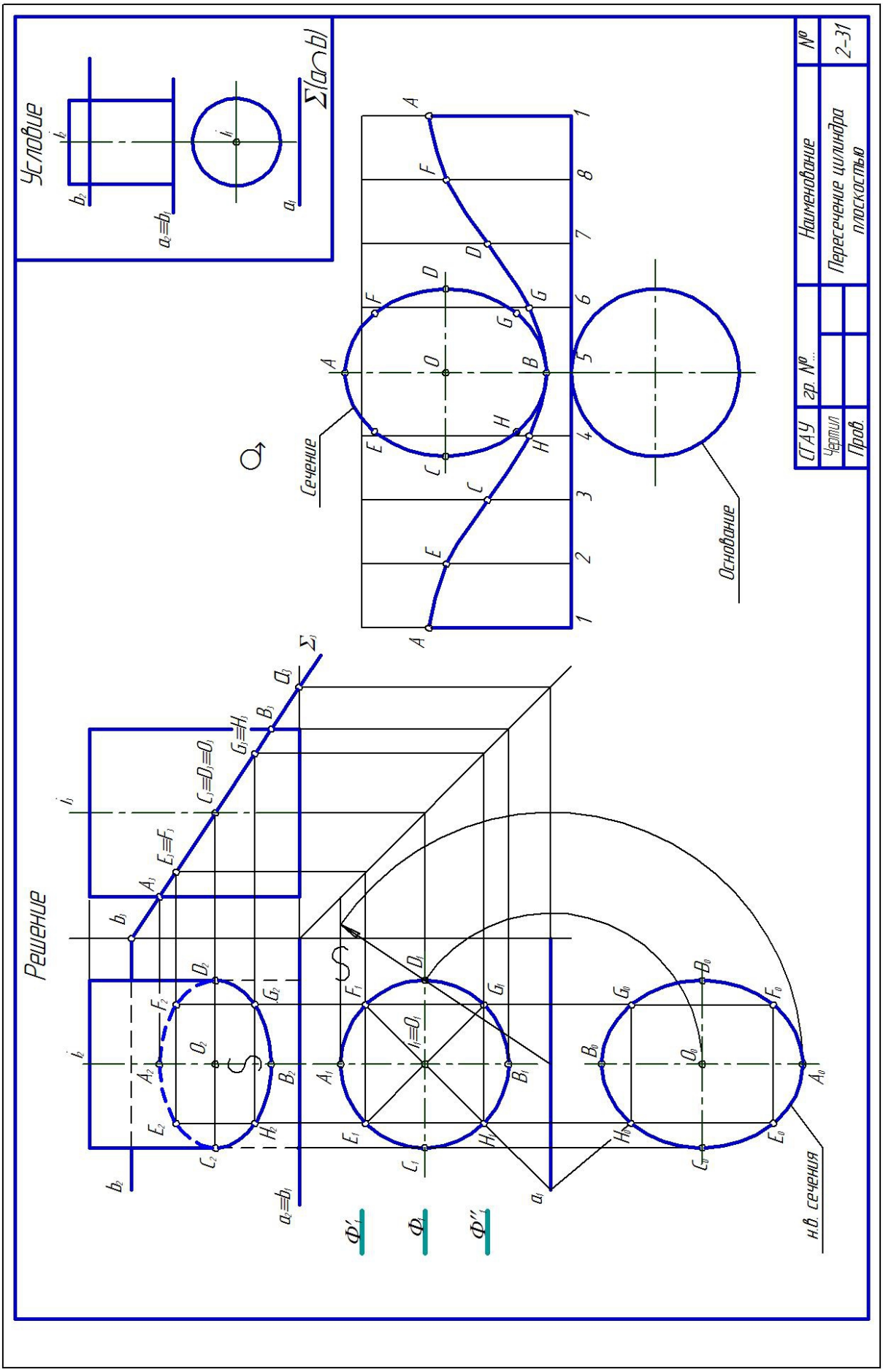
ние	№
№ 2	1-51



1. Через точку D провести плоскость Θ(h∩f), перпендикулярную стороне BC, и построить линию пересечения ΔABC с плоскостью Θ(h∩f).
2. Вращением вокруг линии уровня определить натуральную величину ΔABC.
3. Методом замены плоскостей проекций определить величину угла между плоскостью Σ(A,B,C) и Θ(A,C,D)

СГАУ	гр. №...	Наименование	№
Чертил		Задание №2	1-51
Пров.			


Условие
Σ(h∩f)
Решение
Сечение
Основание
н.в.
сеч.
СГАУ
гр. №...
Чертил
Пров.
Наименование
Пересечение пирамиды плоскостью
№
1-51


Условие
Решение
Сечение
Основание
н.в. сечения
Наименование
Пересечение цилиндра плоскостью
СГАУ
№
2-31

Содержание

Программа курса начертательной геометрии 3

ОБЩИЕ МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ 5

Методика решения задач 5

Требования к оформлению графических работ 5

Порядок приема графических работ 6

ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ТИПОВЫХ ЗАДАЧ 7

Тема: Натуральная величина отрезка. Метод прямоугольного треугольника 7

Тема: Принадлежность прямой и точки плоскости 8

Тема: Параллельность прямой и плоскости, параллельность плоскостей 10

Тема: Пересечение прямой с плоскостью 11

Тема: Перпендикулярность прямой и плоскости 13

Тема: Пересечение плоскостей. Перпендикулярность плоскостей 16

Тема: Метод замены плоскостей проекций 19

Тема: Вращение вокруг линии уровня 23

Тема: Пересечение многогранника плоскостью.Построение развертки 25

Тема: Пересечение поверхности вращения плоскостью.Построение развертки 28

СПИСОК РЕКОМЕНДУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ 32

Приложение 1 32

Приложение 2 32

Учебное издание

НАЧЕРТАТЕЛЬНАЯ ГЕОМЕТРИЯ
Примеры решения графических работ

Методические указания

Составитель **Савченко Нелли Вячеславовна**

Редактор Н.С. Куприянова

Подписано в печать 24.10.07 Формат 60x84 $^{1}/_{16}$.
Бумага офсетная. Печать офсетная
Усл. печ. л. 2,5
Тираж 50 экз. Заказ 197 Арт. С-30/2007

Самарский государственный аэрокосмический университет
443086, Самара, Московское шоссе, 34

Издательство Самарского государственного аэрокосмического университета
443086, Самара, Московское шоссе, 34