ГОСУДАРСТВЕННОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ
«САМАРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ АЭРОКОСМИЧЕСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ имени академика С.П. КОРОЛЕВА
(НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

МЕТОДЫ РАСЧЕТА СЛОЖНЫХ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЕЙ

С А М А Р А 2011

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ГОСУДАРСТВЕННОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ
«САМАРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ АЭРОКОСМИЧЕСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ АКАДЕМИКА С. П. КОРОЛЕВА»
(НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

МЕТОДЫ РАСЧЕТА
СЛОЖНЫХ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЕЙ

Утверждено Редакционно-издательским советом университета
в качестве методических указаний

С А М А Р А
Издательство СГАУ
2011

УДК СГАУ 621.3011.7 (075)
ББК 31.211

Составители: В. И. К а т о л и к о в, А. В. П о л у л е х

Рецензент канд. техн. наук, доц. Ю. С. Д м и т р и е в

Методы расчета сложных электрических цепей: метод. указания / сост. ***В.И Католиков, А.В. Полулех.*** – Самара: Изд-во Самар. гос. аэрокосм. ун-та, 2011. – 24 с.

Посвящено методам расчета сложных электрических цепей: методу контурных токов и методу узловых потенциалов. Изложена суть каждого из этих методов, приведены примеры расчета, предложены задачи для самостоятельного решения.

Предназначено для студентов электротехнических и радиотехнических специальностей, изучающих дисциплины «Теоретические основы электротехники» и «Основы теории цепей».

СОДЕРЖАНИЕ

ПРЕДИСЛОВИЕ ....

1. МЕТОД КОНТУРНЫХ ТОКОВ.. 6

1.1. Краткие теоретические сведения 6

1.2. Пример расчета 10

1.3. Задачи для самостоятельного решения 13

2. МЕТОД УЗЛОВЫХ ПОТЕНЦИАЛОВ 15

2.1. Краткие теоретические сведения 15

2.2. Пример расчета 18

2.3. Задачи для самостоятельного решения 23

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ 25

* * *

Метод контурных токов и метод узловых потенциалов – одни из основных методов расчета сложных линейных электрических цепей постоянного и переменного синусоидального тока. Применение их позволяет сократить число уравнений в системе по сравнению с методом уравнений Кирхгофа.

1. МЕТОД КОНТУРНЫХ ТОКОВ

1.1. Краткие теоретические сведения

Согласно методу контурных токов предполагается, что в каждом из независимых контуров цепи протекает свой контурный ток. При этом число неизвестных токов уменьшается до числа независимых контуров.

Докажем допустимость такого чисто формального предположения.

Необходимым и достаточным условием возможности введения в расчеты контурных токов вместо реальных токов в ветвях является соответствие этих токов уравнениям Кирхгофа, составленным для этой же цепи. Покажем, что контурные токи удовлетворяют уравнениям Кирхгофа для любого контура линейной цепи.

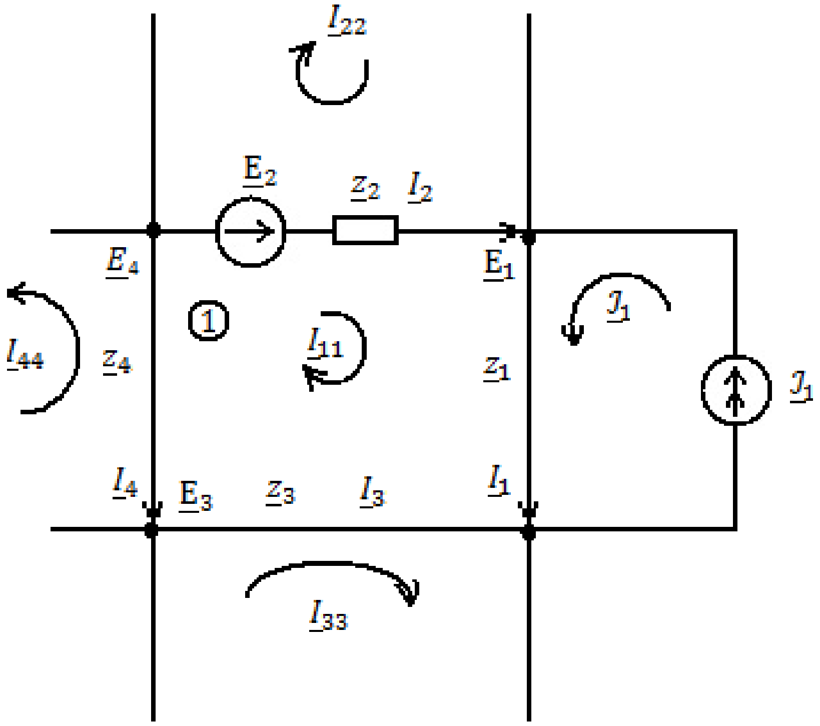

Рис. 1.1

На рис. 1.1 показан произвольно выбранный контур 1 сложной электрической цепи. Каждая прямая, соединяющая два узла, изображает ветвь, в общем случае содержащую источники ЭДС $\underline{E}_k$ и комплексные сопротивления $\underline{z}_k$, параллельно первой ветви подключен источник тока $\underline{\mathcal{J}}_1$.

Выбирая произвольно положительные направления токов в ветвях (реальным токам в ветвях будем присваивать индекс, соответствующий номеру ветви, например, в k-й ветви ток $\underline{I}_k$, в m-й – $\underline{I}_m$ и т.д.), составим для контура 1 уравнение по второму закону Кирхгофа, обходя этот контур в направлении движения часовой стрелки:

$$\underline{I}_1\underline{z}_1-\underline{I}_3\underline{z}_3-\underline{I}_4\underline{z}_4-\underline{I}_2\underline{z}_2=\underline{E}_1-\underline{E}_3-\underline{E}_4+\underline{E}_2=\underline{E}_{11}, \qquad (1)$$

где $\underline{E}_{11}' = \sum_{k=1}^{4}\underline{E}_k$ – алгебраическая сумма ЭДС в первом контуре. Алгебраическая – то есть с учетом знака. Это означает, что ЭДС, положительные направления которых совпадают с направлением обхода, записываются со знаком «+», а ЭДС, положительные направления которых не совпадают с направлением обхода контура, записываются со знаком «–».

Предположим теперь, что в каждом контуре протекает свой контурный ток $\underline{I}_{kk}$. Эти токи (в отличие от токов ветвей) будем обозначать двойными индексами и произвольно выбранные положительные направления их указывать дуговыми стрелками. Из теории известно, что число независимых контуров равно

$$n = N_в-N_у+1-N_Т,$$

где $N_в$ – число ветвей (включая ветви с источниками токов);

$N_у$ – число узлов;

$N_Т$ – число источников тока.

Таким образом, контуры, которые содержат ветви с источниками тока, не являются независимыми. Рекомендуется выбрать $N_Т$ контурных токов так, чтобы каждый из них проходил через один источник тока и совпадал с положительным направлением этого источника.

Любой из токов в ветвях цепи можно выразить через контурные токи. Для схемы на рис. 1, с учетом положительных направлений контурных токов и токов в ветвях, имеем:

$$\underline{I}_1 = \underline{I}_{11} + \underline{\mathcal{J}}_1;$$
$$\underline{I}_2 = \underline{I}_{11} - \underline{I}_{22};$$
$$\underline{I}_3 = \underline{I}_{33} - \underline{I}_{11};$$
$$\underline{I}_4 = -\underline{I}_{44} - \underline{I}_{11}.$$

Подставим эти выражения токов в уравнение, составленное по второму закону Кирхгофа [I]:

$$(\underline{I}_{11} + \underline{\mathcal{J}}_1)\underline{z}_1 - (\underline{I}_{33} - \underline{I}_{11})\underline{z}_3 - (-\underline{I}_{44} - \underline{I}_{11})\underline{z}_4 + (\underline{I}_{11} - \underline{I}_{22})\underline{z}_2 = \underline{E}_{11}'. \qquad (1)$$

После приведения подобных членов:

$$\underline{I}_{11}(\underline{z}_1 + \underline{z}_2 + \underline{z}_3 + \underline{z}_4) - \underline{I}_{22}\underline{z}_1 - \underline{I}_{33}\underline{z}_3 + \underline{I}_{44}\underline{z}_4 + \underline{\mathcal{J}}_1\underline{z}_1 = \underline{E}_{11}'. \qquad (2)$$

Последнее слагаемое левой части уравнения (2) можно рассматривать как источник ЭДС, эквивалентный источнику тока $\underline{\mathcal{J}}_1$, действующий в контуре 1 и направленный встречно контурному току $\underline{I}_{11}$.

Обозначив:

$\underline{z}_{11} = \underline{z}_1 + \underline{z}_2 + \underline{z}_3 + \underline{z}_4$;

$\underline{z}_{12} = -\underline{z}_1$;

$\underline{z}_{13} = -\underline{z}_3$;

$\underline{z}_{14} = \underline{z}_4$;

$\underline{z}_{|\mathcal{J}|} = \underline{z}_1$;

$\underline{E}_{11} = \underline{E}_{11}^{'} - \underline{\mathcal{J}}_1 \underline{z}_{|\mathcal{J}|}$, получим для 1 контура:

$$\underline{I}_{11}\underline{z}_{11} + \underline{I}_{22}\underline{z}_{12} + \underline{I}_{33}\underline{z}_{13} + \underline{I}_{44}\underline{z}_{14} + \underline{\mathcal{J}}_1\underline{z}_{|\mathcal{J}|} = \underline{E}_{11}^{'},$$

или

$$\underline{I}_{11}\underline{z}_{11} + \underline{I}_{22}\underline{z}_{12} + \underline{I}_{33}\underline{z}_{13} + \underline{I}_{44}\underline{z}_{14} = \underline{E}_{11}.$$

Для цепи, содержащей n независимых контуров и N_{T} источников тока, получаем *n* независимых контурных уравнений вида:

$$\left.\begin{array}{l}
\underline{I}_{11}\underline{z}_{11} + \underline{I}_{22}\underline{z}_{12} + \dots + \underline{I}_{nn}\underline{z}_{1n} + \underline{\mathcal{J}}_1\underline{z}_{1\mathcal{J}1} + \underline{\mathcal{J}}_1\underline{z}_{1\mathcal{J}2} + \dots + \underline{\mathcal{J}}_{\text{NT}}\underline{z}_{1\mathcal{J}\text{NT}} = \underline{E}_{11}^{'};\\
\underline{I}_{11}\underline{z}_{21} + \underline{I}_{22}\underline{z}_{22} + \dots + \underline{I}_{nn}\underline{z}_{2n} + \underline{\mathcal{J}}_1\underline{z}_{2\mathcal{J}1} + \underline{\mathcal{J}}_1\underline{z}_{2\mathcal{J}2} + \dots + \underline{\mathcal{J}}_{\text{NT}}\underline{z}_{2\mathcal{J}\text{NT}} = \underline{E}_{22}^{'};\\
\cdot\ \cdot\\
\underline{I}_{11}\underline{z}_{n1} + \underline{I}_{22}\underline{z}_{n2} + \dots + \underline{I}_{nn}\underline{z}_{nn} + \underline{\mathcal{J}}_1\underline{z}_{n\mathcal{J}1} + \underline{\mathcal{J}}_1\underline{z}_{n\mathcal{J}2} + \dots + \underline{\mathcal{J}}_{\text{NT}}\underline{z}_{n\mathcal{J}\text{NT}} = \underline{E}_{nn}^{'},
\end{array}\right\} \qquad (3)$$

где $\underline{I}_{kk}$ – контурный ток *k*-го контура;

$\underline{E}_{kk}^{'}$ – контурная ЭДС *k*-го контура, равная алгебраической сумме действующих в контуре ЭДС. Со знаком «плюс» берутся ЭДС, совпадающие с положительным направлением контурного тока $\underline{I}_{kk}$, со знаком «минус» – направленные встречно;

$\underline{z}_{kk}$ – собственное сопротивление *k*-го контура, равное сумме комплексных сопротивлений всех ветвей, входящих в этот контур; $\underline{z}_{kk}$ в систему уравнений (3) всегда входит со знаком «плюс», так как обход контура принимаем совпадающим с положительным направлением контурного тока;

$\underline{z}_{km}$ – общее сопротивление контуров «*k*» и «*m*», равное сопротивлению ветви, общей для этих контуров; $\underline{z}_{km}$ входит в уравнения (3) со знаком «плюс», если направления контурных токов $\underline{I}_{kk}$ и $\underline{I}_{mm}$ в общей ветви совпадают, и со знаком «минус», если контурные токи $\underline{I}_{kk}$ и $\underline{I}_{mm}$ направлены встречно;

$\underline{z}_{k\mathcal{J}m}$ – общее сопротивление контура k с контуром, содержащим источник тока $\mathcal{J}_m$. В уравнения (3) $\underline{z}_{k\mathcal{J}m}$ входит со знаком «плюс», если направления контурного тока $\underline{I}_{ka}$ и тока $\mathcal{J}_m$ на общей ветви совпадают. В противном случае $\underline{z}_{k\mathcal{J}m}$ берется со знаком «минус».

После переноса в правую часть уравнений (3) известных слагаемых $\underline{\mathcal{J}}_m\underline{z}_{k\mathcal{J}m}$ получим

$$\left.\begin{aligned} \underline{I}_{11}\underline{z}_{11} + \underline{I}_{22}\underline{z}_{12} + \cdots + \underline{I}_{nn}\underline{z}_{1n} &= \underline{E}'_{11};\\ \underline{I}_{11}\underline{z}_{21} + \underline{I}_{22}\underline{z}_{22} + \cdots + \underline{I}_{nn}\underline{z}_{2n} &= \underline{E}'_{22};\\ \underline{I}_{11}\underline{z}_{n1} + \underline{I}_{22}\underline{z}_{n2} + \cdots + \underline{I}_{nn}\underline{z}_{nn} &= \underline{E}'_{nn}. \end{aligned}\right\} \quad (4)$$

В системе уравнений (4) $\underline{E}_{kk} = \underline{E}'_{kk} - \sum_{\mathrm{k}=1}^{N_{\mathrm{T}}} \mathcal{J}_k \underline{z}_{k\mathcal{J}m}$ представляет собой контурную ЭДС k-го контура с учетом источников тока, преобразованных в эквивалентные источники ЭДС, входящие в этот контур.

Таким образом, контурные токи удовлетворяют уравнениям, составленным для любого из контуров по второму закону Кирхгофа. Они также удовлетворяют уравнениям, составленным для любого узла согласно первому закону Кирхгофа, так как для каждого из узлов цепи протекающий через него контурный ток является одновременно и приходящим и вытекающим из этого узла током.

Решение системы уравнений (4) может быть найдено с помощью определителей

$$\underline{I}_{11} = \frac{1}{\Delta_z}\begin{vmatrix} \underline{E}_{11}\underline{z}_{12} & \cdots & \underline{z}_{1n}\\ \underline{E}_{22}\underline{z}_{22} & \cdots & \underline{z}_{2n}\\ \cdots & \cdots & \cdots\\ \underline{E}_{nn}\underline{z}_{n2} & \cdots & \underline{z}_{nn} \end{vmatrix};$$

$$\underline{I}_{22} = \frac{1}{\Delta_z}\begin{vmatrix} \underline{z}_{11}\underline{E}_{11} & \cdots & \underline{z}_{1n}\\ \underline{z}_{21}\underline{E}_{22} & \cdots & \underline{z}_{2n}\\ \cdots & \cdots & \cdots\\ \underline{z}_{n1}\underline{E}_{nn} & \cdots & \underline{z}_{nn} \end{vmatrix};$$

и т.д.,

где Δ_z −главный определитель системы, равный

$$\Delta_z = \begin{vmatrix} \underline{z}_{11} & \underline{z}_{12} & \cdots & \underline{z}_{1n}\\ \underline{z}_{21} & \underline{z}_{22} & \cdots & \underline{z}_{2n}\\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots\\ \underline{z}_{n1} & \underline{z}_{n2} & \cdots & \underline{z}_{nn} \end{vmatrix}.$$

Согласно правилу разложения определителя по элементам столбца, определитель равен сумме произведений элементов столбца на их алгебраические дополнения.

Поэтому

$$\underline{I}_{kk} = \frac{\Delta_{k1}}{\Delta_z}\underline{E}_{11} + \frac{\Delta_{k2}}{\Delta_z}\underline{E}_{22} + \cdots + \frac{\Delta_{kk}}{\Delta_z}\underline{E}_{kk} + \cdots + \frac{\Delta_{km}}{\Delta_z}\underline{E}_{mm} + \cdots + \frac{\Delta_{kn}}{\Delta_z}\underline{E}_{nn},$$

или

$$\underline{I}_{kn} = \frac{1}{\Delta_z}\sum_{\mathrm{m}=1}^{\mathrm{n}} \Delta_{\mathrm{km}}\underline{E}_{mm},$$

где Δ_{km} −алгебраическое дополнение, полученное из Δ_z путем вычеркивания k-го столбца и m-й строки и умножения вновь полученного определителя на $(-I)^{k+m}$.

Так как $\underline{z}_{km} = \underline{z}_{mk}$, то главный определитель системы Δ_z симметричен относительно главной диагонали. Поэтому $\Delta_{km} = \Delta_{mk}$. Отношение $\frac{\Delta_{kk}}{\Delta_z} = \frac{\underline{I}_{kk}}{\underline{E}_{kk}}$ представляет собой отношение контурного тока k-го контура $\underline{I}_{kk}$, вызванного только контурной ЭДС $\underline{E}_{kk}$ этого контура при отсутствии в схеме других контурных ЭДС и называется входной проводимостью контура. Отношение $\frac{\Delta_{km}}{\Delta_z} = \frac{\underline{I}_{kk}}{\underline{E}_{mm}}$ – взаимная (передаточная) проводимость контуров k и m. Она определяет ток в k-м контуре только от действия ЭДС $\underline{E}_{mm}$ в контуре m.

1.2. Пример расчета

Для схемы, изображенной на рис. 1.2 заданы значения всех сопротивлений, ЭДС и источника тока: $z_1=z_2=z_3=z_5=z_6=1$ Ом, $E_1 = E_2 = E_3 = 1$ В, $\underline{J}_2 = 1$ А. Определить токи в ветвях $\underline{I}_1, \underline{I}_2, \underline{I}_3, \underline{I}_4, \underline{I}_5, \underline{I}_6$. Схема имеет 7 ветвей (включая ветвь с источника тока) и 4 узла. Следовательно, число независимых контуров будет $n = N_в – N_у + 1 – N_т = 7-4+1-1=3$. Произвольно выбираем направления контурных токов $\underline{I}_{11}, \underline{I}_{22}, \underline{I}_{33}$ в независимых контурах, например, по направлению вращения часовой стрелки. Контур с контурным током (зависимый контур) выберем как показано на рис. 1.2. Возможны и другие варианты выбора этого контура, например $\mathcal{J}_2 - z_4 - z_5 - \mathcal{J}_2$ или $\mathcal{J}_2 - z_6 - z_1 - \mathcal{J}_2$ и т.п.

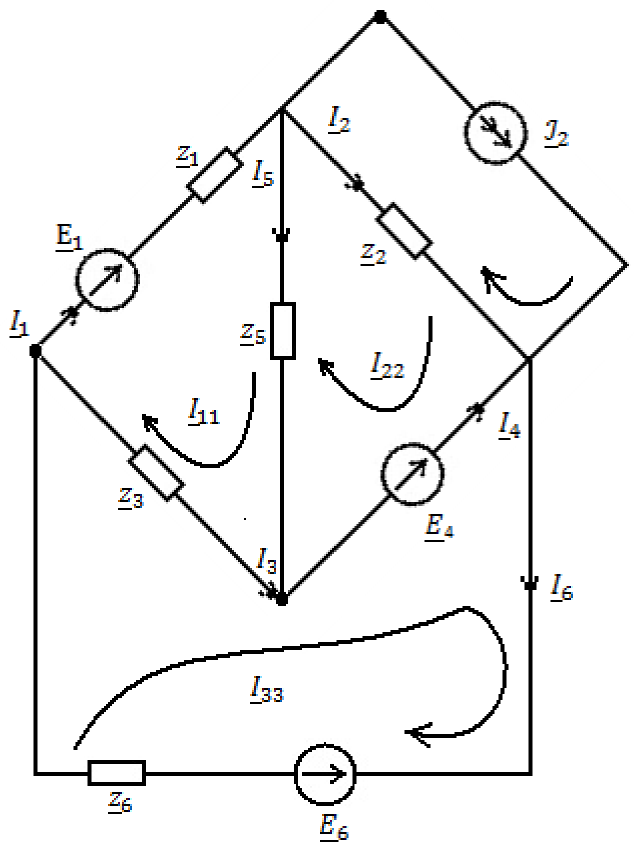

Рис. 1.2

В соответствии с уравнением (3) система контурных уравнений относительно неизвестных контурных токов $\underline{I}_{11}$, $\underline{I}_{22}$, $\underline{I}_{33}$ запишется в виде

$$\left.\begin{aligned} \underline{I}_{11}\underline{z}_{11} + \underline{I}_{22}\underline{z}_{12} + \underline{I}_{33}\underline{z}_{13} &= \underline{E}'_{11}; \\ \underline{I}_{11}\underline{z}_{21} + \underline{I}_{22}\underline{z}_{22} + \underline{I}_{33}\underline{z}_{23} &= \underline{E}'_{22}; \\ \underline{I}_{11}\underline{z}_{31} + \underline{I}_{22}\underline{z}_{32} + \underline{I}_{33}\underline{z}_{33} &= \underline{E}'_{33}\ , \end{aligned}\right\},$$

где

$$\underline{z}_{11} = \underline{z}_1 + \underline{z}_5 + \underline{z}_3 = 3\ ;$$
$$\underline{z}_{22} = \underline{z}_2 + \underline{z}_5;$$
$$\underline{z}_{33} = \underline{z}_3 + \underline{z}_6 = 2;$$
$$\underline{z}_{12} = \underline{z}_{21} = -\underline{z}_5 = -1;$$
$$\underline{z}_{13} = \underline{z}_{31} = -\underline{z}_3 = -1;$$
$$\underline{z}_{23} = 0;$$
$$\underline{E}'_{11} = \underline{E}_1 = \underline{E}_{11} = 1\text{В};$$
$$\underline{E}'_{22} = -\underline{E}_4 = -1\text{В};$$
$$\underline{E}'_{33} = \underline{E}_4 - \underline{E}_6 = \underline{E}_{33} = 1 - 1 = 0.$$

Перенеся в правую часть известное слагаемое $-\underline{\mathcal{J}}_2 z_2$ и обозначив

$\underline{E}_{22} = \underline{E}'_{22} + \underline{\mathcal{J}}_2\underline{z}_2 = -1 + 1 = 0$, окончательно имеем:

$$\underline{I}_{11}\underline{z}_{11} + \underline{I}_{22}\underline{z}_{12} + \underline{I}_{33}\underline{z}_{13} = \underline{E}_{11};$$
$$\underline{I}_{11}\underline{z}_{21} + \underline{I}_{22}\underline{z}_{22} + \underline{I}_{33}\underline{z}_{23} = \underline{E}_{22};$$
$$\underline{I}_{11}\underline{z}_{31} + \underline{I}_{22}\underline{z}_{32} + \underline{I}_{33}\underline{z}_{33} = \underline{E}_{33}\ .$$

Главный определитель системы

$$\Delta_z = \begin{vmatrix} \underline{z}_{11} & \underline{z}_{12} & \underline{z}_{13} \\ \underline{z}_{21} & \underline{z}_{22} & \underline{z}_{23} \\ \underline{z}_{31} & \underline{z}_{32} & \underline{z}_{33} \end{vmatrix} = \underline{z}_{11}\underline{z}_{22}\underline{z}_{33} + \underline{z}_{12}\underline{z}_{23}\underline{z}_{31} + \underline{z}_{21}\underline{z}_{32}\underline{z}_{13} - \underline{z}_{13}\underline{z}_{22}\underline{z}_{31} -$$
$$-\underline{z}_{23}\underline{z}_{32}\underline{z}_{11} - \underline{z}_{12}\underline{z}_{21}\underline{z}_{33} = 3\cdot 2\cdot 2 + 0 + 0 - \big(-1\cdot 2\cdot(-1)\big) - 0 - \big(-1\cdot(-1)\cdot 2\big) = 8.$$

Алгебраические дополнения

$$\Delta_{11} = \begin{vmatrix} \underline{z}_{22} & \underline{z}_{23} \\ \underline{z}_{32} & \underline{z}_{33} \end{vmatrix} = \underline{z}_{22}\underline{z}_{33} - \underline{z}_{23}^2 = 2\cdot 2 - 0 = 4;$$

$$\Delta_{12} = \Delta_{21} = \begin{vmatrix} \underline{z}_{12} & \underline{z}_{13} \\ \underline{z}_{32} & \underline{z}_{33} \end{vmatrix} = -(\underline{z}_{12}\underline{z}_{33} - \underline{z}_{13}\underline{z}_{32} = -(-1\cdot 2 - 0) = 2;$$

$$\Delta_{13} = \Delta_{31} = \begin{vmatrix} \underline{z}_{12} & \underline{z}_{13} \\ \underline{z}_{22} & \underline{z}_{23} \end{vmatrix} = \underline{z}_{12}\underline{z}_{23} - \underline{z}_{13}\underline{z}_{22} = 0 - (-1\cdot 2) = 2;$$

$$\Delta_{22} = \begin{vmatrix} \underline{z}_{11} & \underline{z}_{13} \\ \underline{z}_{31} & \underline{z}_{33} \end{vmatrix} = \underline{z}_{11}\underline{z}_{33} - \underline{z}_{13}^2 = 3\cdot 2 - (-1)^2 = 5;$$

$$\Delta_{33} = \begin{vmatrix} \underline{z}_{11} & \underline{z}_{12} \\ \underline{z}_{21} & \underline{z}_{22} \end{vmatrix} = \underline{z}_{11}\underline{z}_{22} - \underline{z}_{12}^2 = 3\cdot 2 - 1 = 5;$$

$$\Delta_{23} = \Delta_{32} = -\begin{vmatrix} \underline{z}_{11} & \underline{z}_{13} \\ \underline{z}_{21} & \underline{z}_{23} \end{vmatrix} = -(\underline{z}_{11}\underline{z}_{23} - \underline{z}_{13}\underline{z}_{21}) = -[0 — 1\cdot(-1)] = 1.$$

Определяем контурные токи:

$$\underline{I}_{11} = \frac{\Delta_{11}}{\Delta_z}\underline{E}_{11} + \frac{\Delta_{12}}{\Delta_z}\underline{E}_{22} + \frac{\Delta_{13}}{\Delta_z}\underline{E}_{33} = \frac{4}{8}\cdot 1 + 0 + 0 = \frac{4}{8} = 0.5\ \text{А};$$

$$\underline{I}_{22} = \frac{\Delta_{21}}{\Delta_z}\underline{E}_{11} + \frac{\Delta_{22}}{\Delta_z}\underline{E}_{22} + \frac{\Delta_{23}}{\Delta_z}\underline{E}_{33} = \frac{2}{8}\cdot 1 = 0.25\ \text{А};$$

$$\underline{I}_{33} = \frac{\Delta_{31}}{\Delta_z}\underline{E}_{11} + \frac{\Delta_{32}}{\Delta_z}\underline{E}_{22} + \frac{\Delta_{33}}{\Delta_z}\underline{E}_{33} = \frac{2}{8}\cdot 1 = 0.25\ \text{А}.$$

Токи в ветвях в соответствии с выбранными, как показано на рис. 1.2, положительными их направлениями определяется через контурные токи

$$\underline{I}_1 = \underline{I}_{11} = 0.5\text{А};$$

$$\underline{I}_2 = \underline{I}_{22} - \underline{\mathcal{J}}_2 = 0.25 - 1 = -0.75\text{А};$$

$$\underline{I}_3 = \underline{I}_{33} - \underline{I}_{11} = 0.25 - 0.5 = -0.25\text{А};$$

$$\underline{I}_4 = \underline{I}_{33} - \underline{I}_{22} = 0.25 - 0.25 = 0;$$

$$\underline{I}_5 = \underline{I}_{11} - \underline{I}_{22} = 0.5 - 0.25 = 0.25\text{А};$$

$$\underline{I}_6 = -\underline{I}_{33} = -0.25\text{А}.$$

Проверка правильности расчета производится по второму закону Кирхгофа для контуров.

Например, для контура 1:

$$\underline{I}_1\underline{z}_1 + \underline{I}_5\underline{z}_5 - \underline{I}_3\underline{z}_3 = \underline{E}_1 = 1;$$

$$0.5\cdot 1 + 0.25\cdot 1 - (-0.25\cdot 1) = 1.$$

Для внешнего контура, образованного ветвями с сопротивлениями z_1 , z_2 и z_6:

$$\underline{I}_1\underline{z}_1 + \underline{I}_2\underline{z}_2 - \underline{I}_6\underline{z}_6 = \underline{E}_1 - \underline{E}_6 = 0;$$
$$0.5\cdot 1 - 0.75\cdot 1 - (-0.25\cdot 1) = 0.$$

Проверка правильности решения по первому закону Кирхгофа проведена быть не может, так как в любом случае (в том числе и при неверном решении) алгебраическая сумма токов ветвей в узле будет равна нулю. Справедливость этого утверждения очевидна, так как для каждого из узлов протекающий через него контурный ток одновременно является и приходящим и вытекающим.

1.3. Задачи для самостоятельного решения

Задача 1.
В цепи на рис. 1.3
$\underline{E}_1 = \underline{E}_2 = \underline{E}_3 = \underline{E}_4 = 1$ В; $\underline{J}_5 = \underline{J}_6 = 1$ А; $\underline{z}_1 = \underline{z}_2 = \underline{z}_5 = \underline{z}_6 = 1$ Ом.

Необходимо:
1) составить для данной цепи возможные контурные уравнения (2-4 варианта);
2) для двух вариантов уравнений найти главный определитель Δ_z;
3) рассчитать токи во всех ветвях;
4) провести проверку правильности расчета.

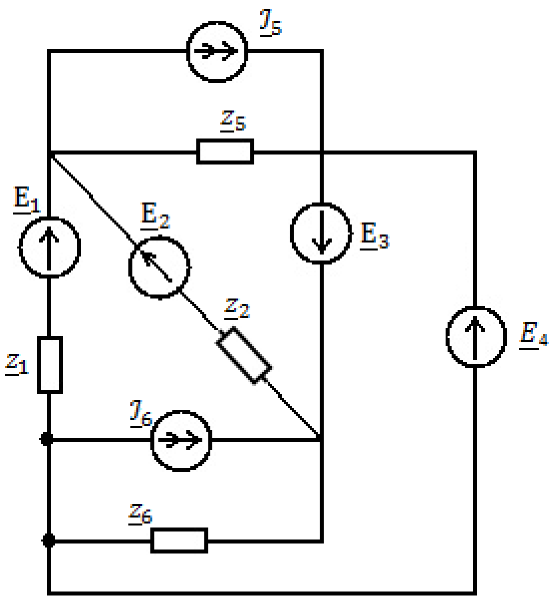

Рис.1. 3

Методические указания к решению.

Выбрав положительные направления токов во всех ветвях, следует определить число независимых контуров, выбрать положительные направления контурных токов для нескольких возможных вариантов контуров и составить для них уравнения по методу контурных токов. Показать, что главный определитель системы Δ_z не зависит от порядка выбора контуров. После расчета токов сделать проверку по второму закону Кирхгофа, обратив внимание на невозможность такой проверки по первому закону Кирхгофа.

Задача 2.

Найти токи во всех ветвях цепи, изображенной на рис. 1.4, если $\underline{E}_1 = 1$ В; $\underline{E}_2 = j$ В; $\underline{J} = 1$ А; $\underline{z}_2 = 1$; $\underline{z}_3 = -j$; $\underline{z}_4 = j$; $\underline{z}_5 = j$.

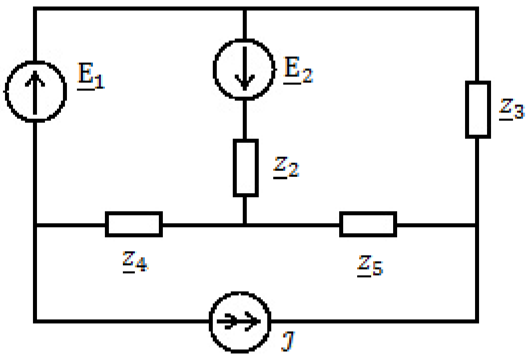

Рис. 1.4

Методические указания к решению.

Решить задачу методом контурных токов:

1) не изменяя исходной схемы цепи;

2) с изменением исходной схемы на эквивалентную путем замены источника тока эквивалентными источниками ЭДС $\underline{E}_4$ и $\underline{E}_5$. Обратить внимание на эквивалентность контурных уравнений в обоих случаях. Показать, что для нахождения действительных токов в ветвях 4 и 5 требуется обратный переход к исходной схеме цепи.

2. МЕТОД УЗЛОВЫХ ПОТЕНЦИАЛОВ

2.1. Краткие теоретические сведения

Метод узловых напряжений заключается в том, что на основании первого закона Кирхгофа определяются напряжения узлов электрической цепи относительно некоторого базисного (или опорного) узла. Эти искомые напряжения называются узловыми напряжениями. Выберем их положительные направления от рассматриваемого узла к базисному. Если принять потенциал базисного узла равным нулю, то напряжения между остальными узлами и базисным будут равны также потенциалам этих узлов. Поэтому данный метод называется также методом узловых потенциалов.

Если цепь имеет n+1 узлов, то определив n искомых узловых напряжений (потенциалов), нетрудно найти напряжения между любыми парами узлов и токи в ветвях цепи.

Для вывода системы уравнений рассмотрим часть сложной цепи, изображенной на схеме рис. 2.1. Произвольно пронумеровав узлы и приняв один из них, обозначенный индексом 0, за базисный, составим уравнение по первому закону Кирхгофа для узла 1:

$$-\underline{J}_{10} + \underline{I}_{10}' + \underline{I}_{10}'' - \underline{I}_{13}' + \underline{I}_{13}'' - \underline{I}_{12}'' - \underline{I}_{12}' + \underline{J}_{12} + \cdots + \underline{I}_{1n} = 0. \qquad (1)$$

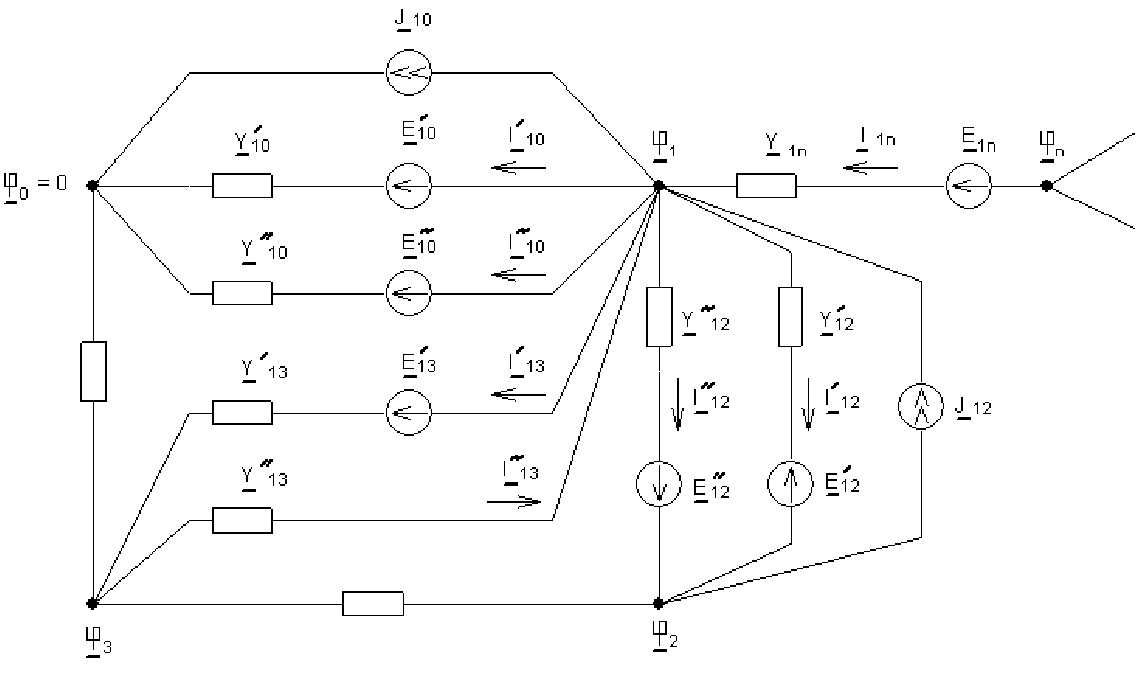

Рис. 2.1

На основании обобщенного выражения закона Ома для тока в ветви имеем:

$$-\underline{\mathcal{J}}_{10}+\left[\left(\underline{\varphi}_1-\underline{\varphi}_0\right)+\underline{E}'_{10}\right]\underline{Y}'_{10}+\left[\left(\underline{\varphi}_1-\underline{\varphi}_0\right)+\underline{E}''_{10}\right]\underline{Y}''_{10}+\left(\underline{\varphi}_3-\underline{\varphi}_1\right)\underline{Y}''_{13}+$$
$$+\left[\left(\underline{\varphi}_1-\underline{\varphi}_3\right)+\underline{E}'_{13}\right]\underline{Y}'_{13}-\left[\left(\underline{\varphi}_1-\underline{\varphi}_2\right)+\underline{E}''_{12}\right]\underline{Y}''_{12}- \qquad (2)$$
$$-\left[\left(\underline{\varphi}_1-\underline{\varphi}_2\right)-\underline{E}'_{12}\right]\underline{Y}'_{12}+\underline{\mathcal{J}}_{12}+\cdots+\left[\left(\underline{\varphi}_n-\underline{\varphi}_1\right)+\underline{E}_{1n}\right]\underline{Y}_{1n}=0.$$

Приняв потенциал базисного узла $\underline{\varphi}_0=0$, получим:

$$\underline{\varphi}_1(Y'_{10}+Y''_{10}+Y'_{13}+Y''_{13}+Y'_{12}+Y''_{12}+\cdots+Y_{1n})-\underline{\varphi}_2(Y'_{12}+Y''_{12})-$$
$$-\underline{\varphi}_3(Y'_{13}+Y''_{13})-\cdots-\underline{\varphi}_n Y_{1n}=\underline{\mathcal{J}}_{01}-\underline{\mathcal{J}}_{12}-\underline{E}'_{12}Y'_{12}- \qquad (3)$$
$$-\underline{E}'_{13}Y'_{13}+\underline{E}''_{12}Y''_{12}-\underline{E}'_{10}Y'_{10}+\underline{E}''_{10}Y''_{10}+\cdots+E_{1n}Y_{1n}$$

Таким образом, система уравнений для узловых потенциалов цепи, имеющей (n+1) узлов, будет иметь вид:

$$\begin{aligned}
&\underline{\varphi}_1\underline{Y}_{11}+\underline{\varphi}_2\underline{Y}_{12}+\cdots+\underline{\varphi}_n\underline{Y}_{1n}=\underline{I}_{11};\\
&\underline{\varphi}_1\underline{Y}_{21}+\underline{\varphi}_2\underline{Y}_{22}+\cdots+\underline{\varphi}_n\underline{Y}_{2n}=\underline{I}_{22};\\
&\ldots\ldots\quad\ldots\quad\ldots\quad\ldots\quad\ldots\quad\ldots\quad\ldots\quad\ldots\quad\ldots\quad\ldots\\
&\underline{\varphi}_1\underline{Y}_{n1}+\underline{\varphi}_2\underline{Y}_{n2}+\cdots+\underline{\varphi}_n\underline{Y}_{nn}=\underline{I}_{nn}.
\end{aligned} \qquad (4)$$

В этих уравнениях:

$\underline{\varphi}_k$ – неизвестный потенциал k-го узла;

$\underline{Y}_{kk}$ –собственная проводимость k-го узла, равная алгебраической сумме комплексных проводимостей ветвей, подсоединенных к узлу k; при выбранных положительных направлениях напряжений от узла k к базисному (0) Y_{kk} входит в систему уравнений (4) со знаком «плюс»;

$\underline{Y}_{km}$ – проводимость между узлами k и m, равная алгебраической сумме комплексных проводимостей ветвей, соединяющих узлы k и m; при выбранном положительном направлении напряжения от узлов k и m и базисному (0) $\underline{Y}_{km}$ входит в уравнение (4) со знаком «минус»;

$\underline{I}_{kk}$ – узловой (задающий) ток k-го узла, равный алгебраической сумме токов источников тока, присоединенных к узлу k, плюс алгебраическая сумма произведений ЭДС ветвей, примыкающих к узлу k, на их проводимости:

$$\underline{I}_{kk}=\sum_k \underline{\mathcal{J}}_k+\sum_k \underline{E}_k Y_k. \qquad (5)$$

В выражении (5) со знаком «плюс» берутся те $\underline{\mathcal{J}}_k$, которые направлены к узлу k, со знаком «минус» – направленные от узла.

Со знаком «плюс» берутся в выражении (5) те из произведений $\underline{E}_k Y_k$, в ветвях которых ЭДС действует в направлении узла k, и со знаком «минус» – в направлении от узла k.

Решив систему (4) при помощи определителей, получим выражение для потенциала k-го узла:

$$\underline{\varphi}_k = \frac{\Delta_{k1}}{\Delta_y}\underline{I}_{11} + \frac{\Delta_{k2}}{\Delta_y}\underline{I}_{22} + \cdots + \frac{\Delta_{kk}}{\Delta_y}\underline{I}_{kk} + \cdots + \frac{\Delta_{km}}{\Delta_y}\underline{I}_{mm} + \cdots + \frac{\Delta_{k1}}{\Delta_y}\underline{I}_{mm} + \cdots \frac{\Delta_{kn}}{\Delta_y}\underline{I}_{nn},$$

или

$$\underline{\varphi}_k = \frac{1}{\Delta_y}\sum_{m=1}^{n}\Delta_{km}\,\underline{I}_{mm}, \tag{6}$$

где Δ_y − главный определитель системы

$$\Delta_y = \begin{vmatrix} \underline{Y}_{11} & \underline{Y}_{12} & \cdots & \underline{Y}_{1n} \\ \underline{Y}_{21} & \underline{Y}_{22} & \cdots & \underline{Y}_{2n} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ \underline{Y}_{n1} & \underline{Y}_{n2} & \cdots & \underline{Y}_{nn} \end{vmatrix};$$

Δ_{km} − алгебраические дополнения, получаемые из Δ_y путем вычеркивания k-го столбца и m-й строки и умножения вновь полученного определителя на $(-1)^{k+m}$.

Так как $Y_{km} = Y_{mk}$, определитель Δ_y симметричен относительно главной диагонали, поэтому $\Delta_{km} = \Delta_{mk}$.

Отношение $\frac{\Delta_{kk}}{\Delta_y} = \frac{\underline{U}_k}{\underline{I}_{kk}}$ представляет собой входное сопротивление цепи, равное отношению напряжения в узле k к току в этом же узле при отсутствии в схеме других источников.

Отношение $\frac{\Delta_{km}}{\Delta_y} = \frac{\underline{U}_k}{\underline{I}_{mm}}$ определяет взаимное (передаточное) сопротивление узлов k и m, равное отношению напряжения в узле k к току в узле m при отсутствии в схеме других источников.

После нахождения неизвестных потенциалов, определяются токи в ветвях:

$$\underline{I}_{km} = \left(\underline{\varphi}_k - \underline{\varphi}_m\right)\underline{Y}_{km} = \frac{\underline{\varphi}_k - \underline{\varphi}_m}{\underline{z}_{km}};$$

$$\underline{I}_{km} = \frac{\underline{\varphi}_k - \underline{\varphi}_m + \underline{E}_{km}}{\underline{z}_{km}};$$

$$\underline{I}_{km} = \frac{\underline{\varphi}_k - \underline{\varphi}_m - \underline{E}_{km}}{\underline{z}_{km}}.$$

Если в схеме имеются ветви, содержащие только ЭДС $\underline{E}_{ql}$ $\left(Y_{ql} = \infty\right)$, то эти ветви следует рассматривать как источники неизвестных токов, которые затем исключаются при сложении соответствующих уравнений. В этом случае дополнительными связями между неизвестными узловыми напряжениями (потенциалами) будут являться известные напряжения между узлами q и l, равные заданным ЭДС $\underline{E}_{ql}$ (см. пример 3).

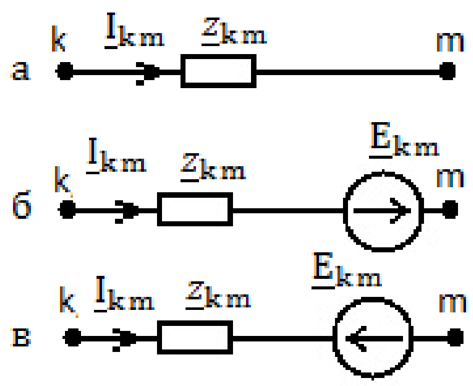

Рис. 2.2.

При наличии только ветви с ЭДС и бесконечной проводимостью целесообразно принять за базисный узел один из узлов, к которым примыкает данная ветвь, тогда напряжение другого узла становится известным и число неизвестных сокращается на единицу (см. типовой пример 2). При этом токи в ветвях с бесконечной проводимостью определяются по первому закону Кирхгофа, примененному к узлам, и которым подсоединены эти ветви.

Метод узловых потенциалов имеет преимущество по сравнению с методом контурных токов, когда в схеме $N_y - 1 \leq N_k$ (N_y – число узлов, N_k – число независимых контуров).

2.2. Примеры расчета

Пример 1. Все ветви имеют конечную проводимость.

В цепи (рис. 2.3) заданы значения $\underline{E}_1, \underline{E}_2, \underline{J}_1, \underline{z}_1 \div \underline{z}_5$.

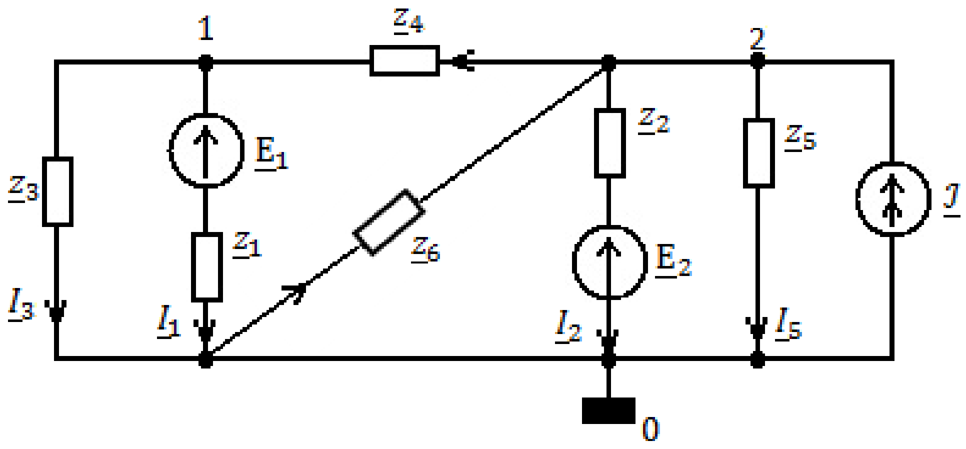

Рис. 2.3

Определить токи во всех ветвях. Схема содержит три узла. Произвольно пронумеровав узлы (0, 1, 2), примем один из них (0) за базисный ($\underline{\varphi}_0 = 0$).

Система уравнений, составленная по методу узловых потенциалов, для данной схемы будет иметь вид

$$\left.\begin{aligned} \underline{\varphi}_1\underline{Y}_{11} + \underline{\varphi}_2\underline{Y}_{12} = \underline{\mathrm{I}}_{11}; \\ \underline{\varphi}_1\underline{Y}_{21} + \underline{\varphi}_2\underline{Y}_{22} = \mathrm{I}_{22}, \end{aligned}\right\} \tag{7}$$

где $\underline{Y}_{11} = \underline{Y}_1 + \underline{Y}_3 + \underline{Y}_4 = \frac{1}{\underline{z}_1} + \frac{1}{\underline{z}_3} + \frac{1}{\underline{z}_4}$;

$$\underline{Y}_{12} = \underline{Y}_{21} = -\underline{Y}_4 = -\frac{1}{\underline{z}_4};$$

$$\underline{Y}_{22} = \underline{Y}_4 + \underline{Y}_6 + \underline{Y}_2 + \underline{Y}_5 = \frac{1}{\underline{z}_4} + \frac{1}{\underline{z}_6} + \frac{1}{\underline{z}_2} + \frac{1}{\underline{z}_5};$$

$$\underline{\mathrm{I}}_{11} = -\underline{\mathrm{E}}_1\underline{Y}_1; \qquad \underline{\mathrm{I}}_{22} = \underline{\mathcal{J}} + \underline{\mathrm{E}}_2\underline{Y}_2.$$

Главный определитель системы (7)

$$\Delta y = \begin{vmatrix} \underline{Y}_{11} & \underline{Y}_{12} \\ \underline{Y}_{21} & \underline{Y}_{22} \end{vmatrix} = \underline{Y}_{11}\underline{Y}_{22} - \underline{\mathrm{Y}}_{12}^2.$$

Алгебраические дополнения

$$\Delta_{12} = \Delta_{21} = -\left|\underline{Y}_{12}\right| = -\underline{Y}_{12} = -\underline{Y}_{21}.$$

Отсюда находим неизвестные потенциалы $\underline{\varphi}_1$ и $\underline{\varphi}_2$:

$$\underline{\varphi}_1 = \frac{\Delta_{11}}{\Delta_y}\underline{\mathrm{I}}_{11} + \frac{\Delta_{12}}{\Delta_y}\underline{\mathrm{I}}_{22}; \;\; \underline{\varphi}_2 = \frac{\Delta_{21}}{\Delta_y}\underline{\mathrm{I}}_{11} + \frac{\Delta_{22}}{\Delta_y}\underline{\mathrm{I}}_{22}.$$

Приняв положительные направления токов в ветвях, как показано на рис. 2.3, находим:

$$\underline{I}_1 = \frac{\underline{\varphi}_1 + \underline{\mathrm{E}}_1}{\underline{\mathrm{z}}_1}; \;\; \underline{I}_2 = \frac{\underline{\varphi}_2 - \underline{\mathrm{E}}_2}{\underline{\mathrm{z}}_2}; \;\; \underline{I}_3 = \frac{\underline{\varphi}_1}{\underline{\mathrm{z}}_3}; \;\; \underline{I}_4 = \frac{\underline{\varphi}_2 - \underline{\varphi}_1}{\underline{\mathrm{z}}_4}; \;\; \underline{I}_5 = \frac{\underline{\varphi}_2}{\underline{\mathrm{z}}_5}; \;\; \underline{I}_6 = \frac{-\underline{\varphi}_2}{\underline{\mathrm{z}}_6}.$$

Проверку правильности решения по методу узловых напряжений необходимо производить по первому закону Кирхгофа:

$$\underline{I}_3 + \underline{I}_1 - \underline{I}_4 = 0; \; \underline{I}_4 - \underline{I}_6 + \underline{I}_2 + \underline{I}_5 - \underline{\mathcal{J}} = 0.$$

Очевидно, что проверка по второму закону Кирхгофа даст всегда положительный результат, даже при неверно найденных узловых потенциалах.

Пример 2. Одна из ветвей имеет бесконечную проводимость.
В цепи (рис.2.4) заданы параметры источников и сопротивлений.

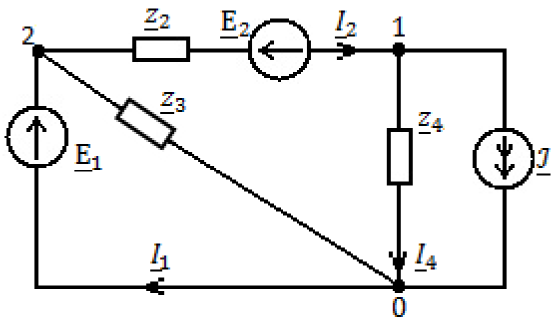

Рис. 2.4.

Требуется определить токи в ветвях. Особенностью данной схемы является наличие ветви, содержащей только источник ЭДС E_1 , т.е. $\underline{z}_1 = 0, \underline{Y}_1 = \infty$.

В этом случае целесообразно принять равным нулю потенциал одного из узлов, к которому примыкает эта ветвь ($\underline{\varphi}_0 = 0$). Тогда потенциал другого узла становится известным ($\underline{\varphi}_2 = \underline{E}_1$) и количество уравнений сокращается на одно.

В данном случае получим всего одно уравнение для узла I:

$$\underline{\varphi}_1\left(\frac{1}{\underline{z}_2}+\frac{1}{\underline{z}_4}\right)-\underline{\varphi}_2\frac{1}{\underline{z}_2}=-\underline{J}-\underline{E}_2\frac{1}{\underline{z}_2},$$

или

$$\underline{\varphi}_1\left(\frac{1}{\underline{z}_2}+\frac{1}{\underline{z}_4}\right)=-\underline{J}-\underline{E}_2\frac{1}{\underline{z}_2}+\underline{\varphi}_2\frac{1}{\underline{z}_2}=-\underline{J}-\underline{E}_2\frac{1}{\underline{z}_2}+\underline{E}_1\frac{1}{\underline{z}_2}=\underline{I}_{11}.$$

Отсюда $\underline{\varphi}_1 = \dfrac{\underline{I}_{11}}{\underline{Y}_{11}}$.

Искомые токи:

$$\underline{I}_2=\frac{\underline{E}_1-\underline{\varphi}_1-\underline{E}_2}{\underline{z}_2};\quad \underline{I}_3=\frac{\underline{E}_1}{\underline{z}_3};\quad \underline{I}_4=\frac{\underline{\varphi}_1}{\underline{z}_4}\ .$$

Ток $\underline{I}_1$ определяется по первому закону Кирхгофа для узла I: $\underline{I}_1 = \underline{I}_2 + \underline{I}_3$.

Пример 3. Несколько ветвей имеют бесконечные проводимости.
В цепи, изображенной на рис. 2.5, заданы параметры ЭДС и сопротивлений.

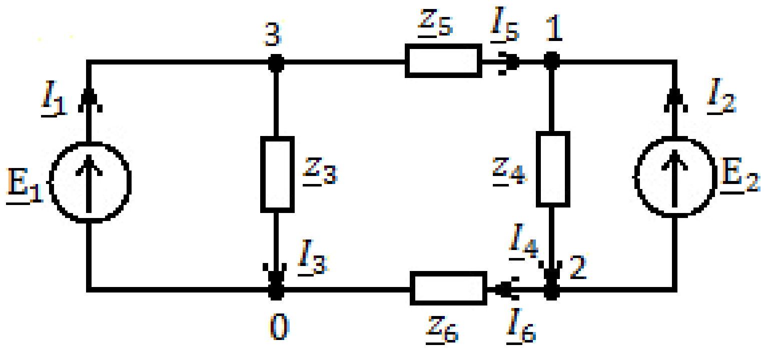

Рис. 2.5

Пример 4. Определить токи во всех ветвях.

Особенностью данной схемы (рис 2.6) цепи является наличие двух ветвей, содержащих только ЭДС, т.е. $Y_1 = \infty, \mathrm{Y}_2 = \infty$.

Примем за базисный узел с потенциалом $\varphi_0 = 0$ один из узлов, к которому примыкает ветвь с источником ЭДС $\underline{\mathrm{E}}_1$(узел 0). Тогда потенциал узла 3 становится известным: $\underline{\varphi}_3 = \underline{\mathrm{E}}_1$. Ветвь с источником ЭДС $\underline{\mathrm{E}}_2$ заменим ветвью с источником неизвестного тока $\underline{\mathcal{J}}_2$ (рис. 2.6) и составим для этой схемы уравнения по методу узловых потенциалов:

$$\left.\begin{aligned} &\underline{\varphi}_1(\underline{Y}_5 + \underline{Y}_4) - \underline{\varphi}_2\underline{Y}_4 - \underline{\varphi}_3\underline{Y}_5 = \underline{\mathcal{J}}_2 \\ &-\underline{\varphi}_1\underline{Y}_4 + \underline{\varphi}_2(\underline{Y}_4 + \underline{Y}_6) = -\underline{\mathcal{J}}_2 \end{aligned}\right\}$$

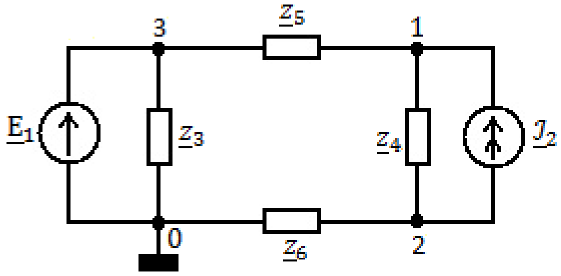

Рис. 2.6

Исключив из этой системы неизвестный ток $\underline{\mathcal{J}}_2$ будем иметь:

$$\underline{\varphi}_1(\underline{Y}_5 + \underline{Y}_4) - \underline{\varphi}_2\underline{Y}_4 - -\underline{\varphi}_1\underline{Y}_4 + \underline{\varphi}_2(\underline{Y}_4 + \underline{Y}_6) = \underline{\mathrm{E}}_1\underline{Y}_5\ ,$$

или, после раскрытия скобок и приведения подобных членов, $\underline{\varphi}_1\underline{Y}_5 + \underline{\varphi}_2\underline{Y}_6 = \underline{\mathrm{E}}_1\underline{Y}_5$.

Дополнительной связью к полученному уравнению является известная разность потенциалов узлов 1 и 2 $\underline{\varphi}_1 - \underline{\varphi}_2 = \underline{E}_2$.

Таким образом, для определения $\underline{\varphi}_1$ и $\underline{\varphi}_2$ имеем систему уравнений

$$\left.\begin{aligned} &\underline{\varphi}_1 + \underline{\varphi}_2 \tfrac{\underline{Y}_6}{\underline{Y}_5} = \underline{E}_1 \\ &\underline{\varphi}_1 - \underline{\varphi}_2 = \underline{E}_2 \,. \end{aligned}\right\}$$

Отсюда

$$\left.\begin{aligned} &\underline{\varphi}_2 = \frac{\underline{E}_1 - \underline{E}_2}{1 + \frac{\underline{Y}_6}{\underline{Y}_5}} = \frac{\underline{E}_1 - \underline{E}_2}{1 + \frac{\underline{Z}_5}{\underline{Z}_6}} \;; \\ &\underline{\varphi}_1 = \underline{\varphi}_2 + \underline{E}_2 \;. \end{aligned}\right\}$$

Токи в ветвях:

$$\underline{I}_3 = \frac{\underline{\varphi}_3}{\underline{Z}_3} = \frac{\underline{E}_1}{\underline{Z}_3} \;; \quad \underline{I}_4 = \frac{\underline{\varphi}_1 - \underline{\varphi}_2}{\underline{Z}_4} = \frac{\underline{E}_2}{\underline{Z}_4} \;; \;\; \underline{I}_5 = \frac{\underline{\varphi}_3 - \underline{\varphi}_1}{\underline{Z}_5} \;;$$

$$\underline{I}_6 = \frac{\underline{\varphi}_2}{\underline{Z}_6} \;; \; \underline{I}_1 = \underline{I}_3 + \underline{I}_5 \;; \; \underline{I}_2 = \underline{I}_4 - \underline{I}_5 \;.$$

2.3. Задачи для самостоятельного решения

Задача 1. Определить токи во всех ветвях цепи, изображенной на рис. 2.7, если $\underline{E}_1 = \underline{E}_2 = 1\text{В}$; $\underline{J} = 1\text{А}$, $\underline{Z}_1 = \underline{Z}_2 = \underline{Z}_3 = \underline{Z}_4 = \underline{Z}_5 = 1$ Ом.

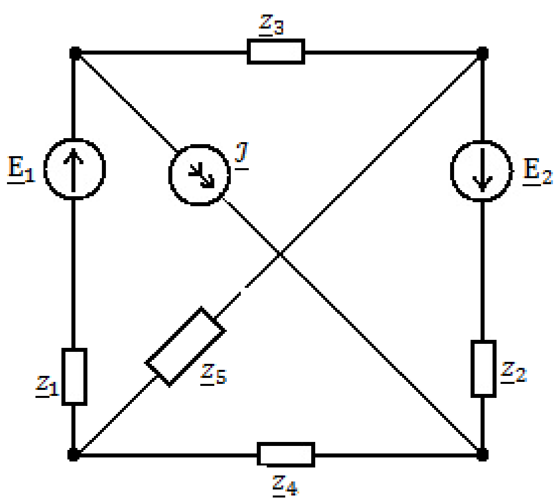

Рис. 2.7

Методические указания к решению.

Составить уравнения по методу узловых потенциалов; выбрав потенциал одного из узлов равным нулю. Найти токи в ветвях, произвольно выбрав их положительные направления. Обратить внимание на определение токов в ветвях с источниками ЭДС. Проверить правильность решения по первому закону Кирхгофа, подчеркнуть невозможность проведения такой проверки по второму закону.

На решение задачи отводится 20 мин.

Задача 2. Определить токи во всех ветвях цепи, изображенной на рис. 2.8, если $\underline{E}_1 = \underline{E}_3 = 1$В; $\underline{E}_2 = j$ В; $\underline{J} = 1$А;

$$\underline{z}_1^{'} = 1 + j \text{ Ом}; \underline{z}_1^{''} = -j \text{ Ом}; \ \underline{z}_2 = j \text{ Ом}.$$

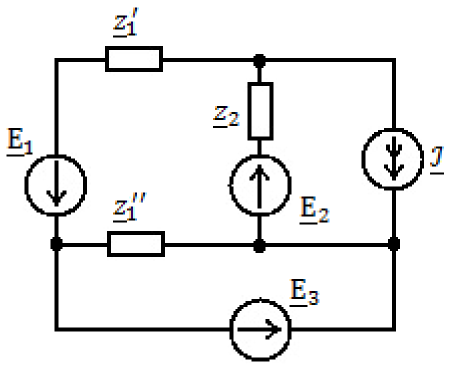

Рис. 2.8

Методические указания к решению.

Данная цепь содержит 3 узла и ветвь с источником $\underline{E}_3$, проводимость которой равна бесконечности. Поэтому целесообразно выбрать потенциал одного из узлов, к которым примыкает эта ветвь, равным нулю. Тогда потенциал другого узла окажется известным и равным $\pm\underline{E}_3$. Следовательно, потенциал только одного узла будет являться неизвестным. При расчете токов обратить внимание на определение тока I_3 в ветви с бесконечной проводимостью.

На решение задачи отводится 15 мин.

Задача 3. Определить токи во всех ветвях цепи (рис.2.9), если

$\underline{E}_1 = 1$В ; $\underline{E}_2 = j$; $\underline{J} = 1$А; $\underline{z}_1 = j$ Ом; $\underline{z}_2 = 1$ Ом; $\underline{z}_3 = -j$ Ом; $\underline{z}_4 = 1$ Ом.

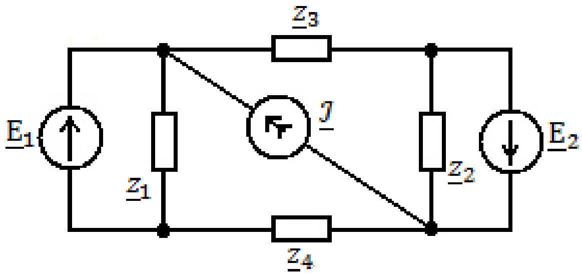

Рис. 2.9

Методические указания к решению

Цепь содержит 4 узла и две ветви, содержащие только источники ЭДС. Для составления уравнений узловых потенциалов следует одну из указанных ветвей с бесконечной проводимостью заменить источником неизвестного тока. Дополнительной связью в уравнениях будет являться известная разность потенциалов между узлами ветви с неизвестным источником тока (см. пример 3).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1.Бессонов, Л.А. Теоретические основы электротехники. Электрические цепи: учебник/Л.А.Бессонов – 10-е изд. – М.: Гардарики, 2000. – 638 с.

Учебное издание

МЕТОДЫ РАСЧЕТА
СЛОЖНЫХ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЕЙ

Методические указания

Составители: ***Владимир Иванович Католиков,***
Александр Владимирович Полулех

Редактор И.И. Спиридонова
Доверстка И.И. Спиридонова

Подписано в печать 20.06.2011 г. Формат 60×84 1/16.
Бумага офсетная. Печать офсетная. Печ.л. 1,5.
Тираж 100 экз. Заказ ____ . Арт. С-М6/2011.

Самарский государственный аэрокосмический университет.
443086, Самара, Московское шоссе, 34.

Изд-во Самарского государственного аэрокосмического университета.
443086, Самара, Московское шоссе, 34.