

**ГОСУДАРСТВЕННОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ  
ВЫСШЕГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«САМАРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ АЭРОКОСМИЧЕСКИЙ  
УНИВЕРСИТЕТ имени академика С.П. КОРОЛЕВА  
(НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»**

# **ИЗУЧЕНИЕ КОЛЕБАНИЙ ПЕЧАТНОЙ ПЛАТЫ**

**САМАРА 2011**

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ГОСУДАРСТВЕННОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО  
ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«САМАРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ АЭРОКОСМИЧЕСКИЙ  
УНИВЕРСИТЕТ имени академика С. П. КОРОЛЕВА»  
(НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

## ИЗУЧЕНИЕ КОЛЕБАНИЙ ПЕЧАТНОЙ ПЛАТЫ

*Утверждено Редакционно-издательским советом университета  
в качестве методических указаний к лабораторной работе*

САМАРА  
Издательство СГАУ  
2011

УДК СГАУ : 621.3(075)  
ББК 32.844.1

Составители: А.В. П и я к о в, И.В. П и я к о в

Рецензент Н.Д. С е м к и н

**Изучение колебаний печатной платы:** метод. указания к лаб. работе /  
сост.: **А.В. Пияков, И.В. Пияков** – Самара: Изд-во Самар. гос. аэрокосм. ун-та,  
2011. – 12 с.: ил.

Приведены краткие теоретические сведения по колебаниям прямоугольных пластин. Дан порядок расчёта собственных частот колебаний печатных плат РЭС.

Предназначены для студентов, обучающихся по специальности 210201 – Конструирование и технология радиоэлектронных средств и выполняющих лабораторные работы по дисциплине «Основы проектирования электронных средств».

Разработаны на кафедре конструирования и производства радиоэлектронных средств.

**Цель работы** – изучение колебаний пластины, расчет собственной частоты колебаний.

### **Порядок выполнения лабораторной работы**

1. Изучить расчетную модель пластины.
2. Изучить метод определения параметров колебаний пластин, параметры колебаний.
3. Освоить расчет собственной частоты колебаний пластины.
4. Освоить экспериментальный метод определения собственной частоты колебаний пластины.
5. Оценить погрешность расчетного метода определения собственной частоты колебаний пластины.

## **1. ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ**

В РЭС весьма широко представлены пластины, которые являются несущими элементами конструкции. К модели пластины приводятся такие элементы конструкций РЭС, как стенки кожухов приборов, панели шасси, стенки экранов, платы, печатные платы, подложки микросхем и т.д. Таким образом, пластиной является плоский элемент конструкции, два измерения которого во много раз больше третьего (толщины), а срединная поверхность представляет собой плоскость. Срединной поверхностью называют поверхность, равноотстоящую от внешних поверхностей двумерного тела.

Из всех возможных типов колебаний пластин наибольший практический интерес представляют изгибные колебания, т.е. колебания в направлении минимальной жесткости.

При проектировании РЭС возникает необходимость выполнения динамических расчетов для определения прочности и перемещений конструкций, приводимых к модели пластины, вычисления резонансных частот и нагрузок, возникающих в процессе эксплуатации РЭС. Для составления расчетных уравнений, определяющих движение пластины, необходимо, в первую очередь, выбрать ее динамическую модель, т.е. представить объект в виде некоторой совокупности инерционных, упругих и демпфирующих элементов, для которых, в частности, справедливы следующие допущения, называемые гипотезами Кирхгофа-Лява:

- прямолинейный элемент, нормальный к срединной поверхности по деформации, остается прямым и нормальным к срединной поверхности не меняя своей длины;
- деформации предполагаются малыми;
- в пластине образуется обобщенное плоское напряженное состояние;
- деформацию срединной поверхности при изгибе пластин не учитывают.

Если пластина отнесена к декартовой системе координат, то выражение для потенциальной энергии деформации имеет вид:

$$W = \frac{1}{2} \iint_S D \cdot \left[ \left( \frac{\partial^2 \omega}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \omega}{\partial y^2} \right)^2 - 2 \cdot (-\varepsilon) \cdot \left[ \frac{\partial^2 \omega}{\partial x^2} \cdot \frac{\partial^2 \omega}{\partial y^2} - \left( \frac{\partial^2 \omega}{\partial x \cdot \partial y} \right)^2 \right] \right] dS, \quad (1)$$

здесь  $D$  – цилиндрическая жесткость пластины.

$$D = \frac{E \cdot h^3}{12 \cdot (1 - \varepsilon^2)}, \quad (2)$$

где  $E$  – модуль упругости материала [Н/м<sup>2</sup>],

$h$  – толщина пластины [м],

$\varepsilon$  – коэффициент Пуассона (для стеклотекстолита  $\varepsilon = 0,3$ ).

Общее уравнение изгибных колебаний имеет следующий вид:

$$q(x, y, t) = \nabla(D\nabla\omega) - (1 - \varepsilon) \cdot \left[ \frac{\partial^2}{\partial x^2} \left( D \frac{\partial^2 \omega}{\partial y^2} \right) + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \left( D \frac{\partial^2 \omega}{\partial x^2} \right) - \right. \\ \left. - 2 \frac{\partial^2}{\partial x \cdot \partial y} \left( D \frac{\partial^2 \omega}{\partial x \cdot \partial y} \right) \right] + \rho \cdot h \cdot \frac{\partial^2 \omega}{\partial t^2}, \quad (3)$$

где  $\nabla = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}$  – оператор Лапласа,

$\rho$  – плотность материала пластины [кг/м<sup>3</sup>].

Если толщина пластины  $h$  постоянна, то цилиндрическая жесткость  $D = const$  и уравнение колебаний принимает вид:

$$q(x, y, t) = D\nabla\nabla\omega + \rho \cdot h \cdot \frac{\partial^2 \omega}{\partial t^2}. \quad (4)$$

Граничные условия (условия закрепления пластины по краям) произвольного вида значительно усложняют задачу определения собственной частоты колебаний пластины, поэтому она в таких случаях обычно решается приближенными методами (метод Рэлея, Ритца, Бубнова-Галеркина и др.). Граничные условия для пластины выбираются в зависимости от реального ее закрепления в РЭА. Существует три типа классических граничных условий:

- опертый край (обозначается на схеме пунктиром  $----$ );
- защемленный край (обозначается на схеме  $//////$ );
- свободный край (обозначается на схеме  $---$ ).

Практика показывает, что если край пластины задан с натягом, то такое закрепление считается защемленным. Кроме того, пластины могут быть закреплены в отдельных точках по периметру пластины, например в четырех угловых точках.

Пластина как система с распределенными параметрами, имеет бесконечное число резонансных частот. Наиболее опасен первый резонанс, так как он вызывает обычно максимальные перегрузки и амплитуды.

## 2. ОПРЕДЕЛЕНИЕ СОБСТВЕННОЙ ЧАСТОТЫ КОЛЕБАНИЙ ПЕЧАТНОЙ ПЛАТЫ

Исходными данными для расчета собственной частоты колебаний печатной платы являются:

- $a, b, h$  – геометрические размеры платы;  $a$  – большая сторона, м;
- $m_{\text{П}}$  – масса платы, кг;
- $m_{\text{Д}}$  – масса деталей, установленных на плате, кг;
- $E$  – модуль упругости материала платы, Н/м<sup>2</sup>;
- $\rho$  – плотность материала платы, кг/м<sup>3</sup>.

Для пластин с распределенной нагрузкой собственная частота колебаний вычисляется по формуле:

$$f_0 = \frac{K\alpha}{2 \cdot \pi \cdot a^2} \cdot \sqrt{\frac{D}{m^*}}, \quad (5)$$

где  $K\alpha$  – коэффициент, зависящий от способа крепления пластины (определяется из таблицы П2, см. приложения),

$m^*$  – приведенная масса печатной платы.

$$m^* = \frac{P}{a \cdot b \cdot g} = \frac{m_{\text{П}} + m_{\text{Д}}}{a \cdot b}, \quad (6)$$

где  $P$  – вес печатной платы [Н],

$g$  – ускорение свободного падения ( $g = 9,81 \text{ м/с}^2$ ).

Для пластин, закрепленных на втулках, с числом точек крепления  $n = 4 \div 6$ , собственная частота колебаний определяется по формуле:

$$f_0 = \left( A + \frac{1}{b^2} \right) \cdot \frac{1}{2 \cdot \pi} \cdot \sqrt{\frac{D}{m^*}}, \quad (7)$$

где  $A$  – коэффициент, зависящий от количества точек крепления печатной платы:

$$A = \begin{cases} \frac{1}{a^2}, & \text{äëü } n = 4, \\ \frac{4}{a^2 + b^2}, & \text{äëü } n = 5, \\ \frac{0,25}{a^2}, & \text{äëü } n = 6. \end{cases} \quad (8)$$

Для пластин, масса которых больше массы установленных на ней элементов, дополнительно определяют собственную частоту колебаний без учета электрорадиоэлементов. В данном случае, при определении приведенной массы печатной платы в формуле (6), учитывается только масса платы ( $m_3 = 0$ ).

### 3. ОПИСАНИЕ ЛАБОРАТОРНОЙ УСТАНОВКИ

Схема лабораторной установки приведена на рисунке 1, где I – генератор звуковой частоты (например ГЗ-118), амплитуду  $U_0$  и частоту  $f$ .

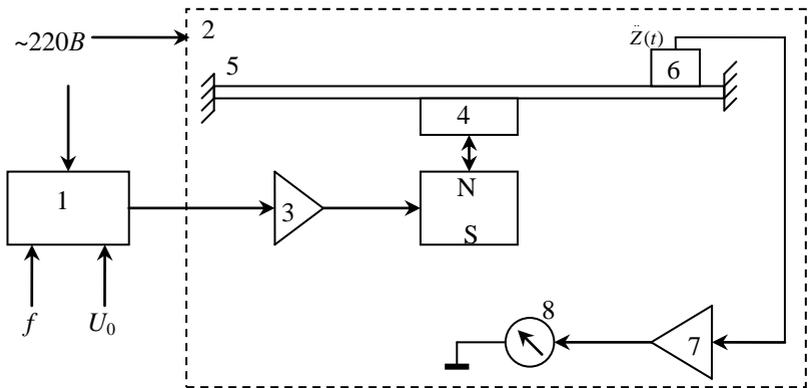


Рис. 1. Структурная схема лабораторной установки для исследования колебаний прямоугольных пластин

На рис. 1 приняты следующие обозначения: 1 – генератор, частоту и амплитуду колебаний которого можно задать; 2 – макет, питаемый от сети  $\sim 220$  В; 3 – усилитель мощности; 4 – катушка силового возбуждения пластины 5 (выполнена как печатная плата), 6 – преобразователь ускорения в электрический сигнал; 7 – измерительный усилитель; 8 – стрелочный измерительный прибор, показывавший виброускорение в относительных единицах.

### 4. ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ ЛАБОРАТОРНОЙ РАБОТЫ

1. Рассчитать собственную частоту колебаний печатной платы, установленной на макете, без учета электрорадиоэлементов ( $f_0^{AY}$ ) и с учетом их ( $f_0^Y$ ) (масса интегральной микросхемы, установленной на плате – 1 г, масса вибропреобразователя 10 г, масса катушки силового возбуждения, установленной на плате с нижней стороны – 9 г). Материал печатной платы – стеклотекстолит СФ 1-35 (толщина  $h = 1,5$  мм).

2. Снять зависимость  $\eta(f)$  при максимальном силовом возбуждении и ослаблении мощности внешнего воздействия на 10 дБ в диапазоне частот  $f \in [20; 1,5 \times f_0^3]$  (не менее 20 точек).

3. Рекомендуется уменьшать шаг по  $f$  в районе экстремума.

4. В одной системе координат построить зависимости  $\eta(f)$  для максимального возбуждения и при ослаблении мощности внешнего воздействия на 10 дБ.

5. Определить по построенным графикам собственную частоту колебаний печатной платы как среднее по данным двух графиков.

6. Найти погрешности расчетных способов определения собственной частоты колебаний печатной платы.

7. Провести анализ причин возникновения погрешностей вследствие идеализации условий закрепления, приближенности используемых формул, неточности определения геометрических и электрических параметров, физико-механических констант, материалов, конструкции радиоэлектронного узла на печатной плате.

## СОДЕРЖАНИЕ ОТЧЕТА

Отчет должен содержать необходимые разделы со следующими заголовками:

1. Цель работы.
2. Структурная схема лабораторной установки.
3. Расчет собственных частот колебаний печатной платы.
4. Экспериментально полученные данные.
5. Необходимые графические зависимости.
6. Расчет погрешностей определения собственных частот колебаний.
7. Выводы.

**Примечание.** Все разделы отчета должны быть увязаны по изложению, обозначениям, терминологии и т.п., содержать необходимые выкладки и пояснения.

## 5. КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ ДЛЯ ОТЧЕТА ПО РАБОТЕ

1. Нарисуйте схему лабораторной установка и объясните принцип ее работы.
2. Как можно возбудить пластину на собственной частоте колебаний?
3. Каков порядок выполнения работы?
4. Какие допущения использует расчетная модель?
5. Напишите уравнение колебаний пластины.
6. Каковы граничные условия при решении задачи колебаний пластины при ее свободном опирании по контуру?

## **6. КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ ДЛЯ ПРОВЕРКИ ПОДГОТОВЛЕННОСТИ К ВЫПОЛНЕНИЮ РАБОТЫ**

1. Дайте определение пластины.
2. Назовите элементы РЭС, приводимые к модели пластины.
3. Сформулируйте постановку задачи расчета параметров колебаний пластин.
4. Напишите дифференциальное уравнение колебаний пластины.
5. Какие виды закреплений краев пластины различают?
6. Как можно определить собственную частоту колебаний пластины в эксперименте?

## **7. СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ**

1. Вибрации в технике. Справочник в 6-и томах / под ред. В.Н. Челомея. – М.: Машиностроение, 1978.
2. Справочник конструктора РЭА: общие принципы конструирования / под ред. Р.Г. Варламова. – М.: Сов. радио., 1980. – 480 с.

## 8. ПРИЛОЖЕНИЯ

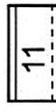
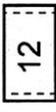
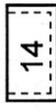
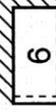
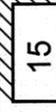
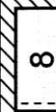
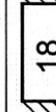
Таблица П1

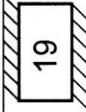
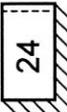
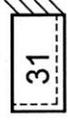
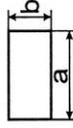
*Некоторые параметры фольгированного стеклотекстолита*

Материал	$h$ , мм	$E$ , кгс/см <sup>2</sup>	$\rho$ , г/см <sup>3</sup>
СФ-1-35	1,0	$9,7 \times 10^6$	2,0
	1,5	$9,7 \times 10^6$	2,0
	2,0	$9,7 \times 10^6$	1,8
	2,5	$9,7 \times 10^6$	1,8
СФ-2-35	1,0	$9,7 \times 10^6$	2,3
	1,5	$9,7 \times 10^6$	2,12
	2,0	$9,7 \times 10^6$	2,1
	2,5	$9,7 \times 10^6$	2,0

**Примечание.** 1 кгс = 9,81 Н

Виды крепления плитин

Эскиз	Кα	Эскиз	Кα
	$9,87 \cdot (1 + a^2 / b^2)$		$3,52 \cdot a / b$
	$9,87 \cdot \sqrt{1 + 2,33a^2 / b^2 + 2,44a^4 / b^4}$		$9,87 \cdot a^2 / b^2$
	$15,42 \cdot \sqrt{1 + 0,95a^2 / b^2 + 0,41a^4 / b^4}$		9,87
	$9,87 \cdot \sqrt{1 + 2,57a^2 / b^2 + 5,14a^4 / b^4}$		$9,87 \cdot \sqrt{0,43a^2 / b^2 + a^4 / b^4}$
	$22,37 \cdot \sqrt{1 + 0,48a^2 / b^2 + 0,19a^4 / b^4}$		$9,87 \cdot \sqrt{1 + 0,43a^2 / b^2}$
	$15,42 \cdot \sqrt{1 + 1,11a^2 / b^2 + 0,19a^4 / b^4}$		$3,52 \cdot \sqrt{1 + 5,97a^2 / b^2 + 40,5a^4 / b^4}$
	$15,42 \cdot \sqrt{1 + 0,57a^2 / b^2 + a^4 / b^4}$		$22,37 \cdot \sqrt{1 + 0,14a^2 / b^2 + 0,02a^4 / b^4}$
	$15,42 \cdot \sqrt{1 + 1,19a^2 / b^2 + 2,1a^4 / b^4}$		$3,52 \cdot \sqrt{1 + 2,48a^2 / b^2 + a^4 / b^4}$
	$9,87 \cdot \sqrt{1 + 0,61a^2 / b^2 + a^4 / b^4}$		22,37

Эскиз	Ка	Эскиз	Ка
	$22,37 \cdot a^2 / b^2$		$3,52 \cdot \sqrt{1 + 1,58a^2 / b^2}$
	3,52		$3,52 \cdot \sqrt{1,58a^2 / b^2 + a^4 / b^4}$
	$3,52 \cdot a^2 / b^2$		$22,37 \cdot \sqrt{0,1a^2 / b^2 + a^4 / b^4}$
	15,42		$22,37 \cdot \sqrt{1 + 0,1a^2 / b^2}$
	$15,42 \cdot a^2 / b^2$		$15,42 \cdot \sqrt{0,34a^2 / b^2 + a^4 / b^4}$
	$3,52 \cdot \sqrt{1 + 5,56a^2 / b^2 + 19,2a^4 / b^4}$		$15,42 \cdot \sqrt{1 + 0,34a^2 / b^2}$
	$15,42 \cdot \sqrt{1 + 0,29a^2 / b^2 + 0,05a^4 / b^4}$		а – длинная сторона b – короткая сторона

*Учебное издание*

**ИЗУЧЕНИЕ КОЛЕБАНИЙ  
ПЕЧАТНОЙ ПЛАТЫ**

*Методические указания к лабораторной работе*

Составители: ***Пияков Алексей Владимирович***  
***Пияков Игорь Владимирович***

Редактор И.И. Спиридонова  
Доверстка И.И. Спиридонова

Подписано в печать 20.04.2011 г. Формат 60×84 1/16.

Бумага офсетная. Печать офсетная. Печ. л. 0,75.

Тираж 150 экз. Заказ \_\_\_\_ .

Самарский государственный  
аэрокосмический университет.  
443086, Самара, Московское шоссе, 34.

---

Изд-во Самарского государственного аэрокосмического университета.  
443086, Самара, Московское шоссе, 34.