МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РФ

ГОСУДАРСТВЕННОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ
“САМАРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ АЭРОКОСМИЧЕСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ АКАДЕМИКА С.П. КОРОЛЕВА
(НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ)“

В. С. Асланов, А. С. Ледков

Экзаменационные тесты

к модулю “Нелинейная динамика“ магистерской программы
“Математическое и компьютерное моделирование механики
космических систем“

Самара 2010

УДК 531
Асланов В. С.
Экзаменационные тесты к модулю "Нелинейная динамика" / *Асланов В. С.*, *Ледков А. С.* Самар. гос. аэрокосм. ун-т. Самара, 2010. - 11 с.

Тесты предназначены для студентов, обучающихся в магистратуре по направлению 010800–«Механика и математическое моделирование».

Определения

Неподвижная точка $\bar{x}$ определяется как
■ нули векторного поля $f(x) : f(\bar{x}) = 0$;
□ точка к которой стремятся все фазовые траектории из ее ε окрестности
□ точка для которой определитель матрицы $\frac{\partial f_i}{\partial x_j}$ равен нулю (f_i, x_j-компоненты вектор функции f и вектора x);
□ точка для которой все собственные значения матрицы $\frac{\partial f_i}{\partial x_j}$ равны нулю f_i, x_j-компоненты вектор функции f и вектора x).

Предельные множества, для которых существует T, $0 < T < \infty$, такое, что $x(T) = x(t+T)$ для всех t называются
■ периодическими орбитами;
□ устойчивыми многообразиями;
□ неустойчивыми многообразиями;
□ периодически вырожденными множествами.

Если для любой окрестности V точки $\bar{x}$ из U существует окрестность $V_1 \subset V$ такая, что любое решение $x(x_0, t)$ с $x_0 \in V$ определено и лежит в V при всех $t > 0$, то такая точка называется
■ устойчивой
□ неустойчивой
□ асимптотически устойчивой
□ нейтрально устойчивой

Точка называется **гиперболической**, если
■ $Df(\bar{x})$ не имеет собственных значений с нулевой вещественной частью
□ $Df(\bar{x})$ не имеет мнимых собственных значений
□ $Df(\bar{x})$ не имеет собственных значений с вещественными частями разных знаков
□ $Df(\bar{x})$ не имеет собственных значений с вещественными частями одного знака знаков

Пусть ϕ - поток в $\mathbb{R}^n$, порождаемый нелинейным векторным полем $f(x)$. Гиперповерхность $\Sigma \subset \mathbb{R}^n$ размерности $n-1$ выбрана так, чтобы поток в каждой точке ей трансверсален. Тогда **первый возврат**, или **отображение Пуанкаре** $P : U \to \Sigma$ определяется для некоторой точки $q \in U$ как
■ $P(q) = \phi_\tau(q)$, где $\tau = \tau(q)$ — время, требующееся для того, чтобы орбита $\phi_\tau(q)$ с базой в точке q впервые вернулась на Σ;
□ $P(q) = D\phi_t(q)q$, где $D\phi_t$ - матрица Якоби для вектор-функции потока phi_t, вычисленная в точке q;
□ $P(q) = \phi_\tau(q)$, где $\tau = T(p)$ — период периодической орбиты;
□ $P(q) = D\phi_t(p)q$, где $D\phi_t$ - матрица Якоби для вектор-функции потока ϕ_t, вычисленная в гиперболической неподвижной точке p.

Характеристическими мультипликаторами называются
■ собственные значения постоянной матрицы e^{TR}, Получаемой из матрицы фундаментальных решений $X(t) = Z(t)e^{tR}$ линеаризованной системы, где $Z(t) = Z(t+T)$, T - период замкнутой орбиты.
□ собственные значения постоянной матрицы R, Получаемой из матрицы фундаментальных решений $X(t) = Z(t)e^{tR}$ линеаризованной системы, где $Z(t) = Z(t+T)$, T - период замкнутой орбиты.
□ собственные вектора постоянной матрицы e^{TR}, Получаемой из матрицы фундаментальных решений $X(t) = Z(t)e^{tR}$ линеаризованной системы, где $Z(t) = Z(t+T)$, T - период замкнутой орбиты;
□ собственные значения матрицы e^{tR}, Получаемой из матрицы фундаментальных решений $X(t) = Z(t)e^{tR}$ линеаризованной системы.

Характеристическими показателями называются
■ собственные значения постоянной матрицы R, Получаемой из матрицы фундаментальных решений $X(t) = Z(t)e^{tR}$ линеаризованной системы, где $Z(t) = Z(t+T)$, T - период замкнутой орбиты.
□ собственные значения постоянной матрицы e^{TR}, Получаемой из матрицы фундаментальных решений $X(t) = Z(t)e^{tR}$ линеаризованной системы, где $Z(t) = Z(t+T)$, T - период замкнутой орбиты.
□ собственные вектора постоянной матрицы R, Получаемой из матрицы фундаментальных решений $X(t) = Z(t)e^{tR}$ линеаризованной системы, где $Z(t) = Z(t+T)$, T - период замкнутой орбиты;
□ собственные значения матрицы e^{tR}, Получаемой из матрицы фундаментальных решений $X(t) = Z(t)e^{tR}$ линеаризованной системы.

Точка p называется **неблуждающей для потока** ϕ_t, если
■ для любой окрестности U точки p найдется сколь угодно большое число t такое, что $\phi_t(U) \cap U \neq \emptyset$;
□ для любой окрестности U точки p найдется сколь угодно малое число t такое, что $\phi_t(U) \cap U \neq \emptyset$;
□ для любой окрестности U точки p найдется сколь угодно малое число t такое, что $\phi_t(U) \cup U = \emptyset$;
□ для любой окрестности U точки p найдется сколь угодно малое число t такое, что $\phi_t(U) \cup U \neq \emptyset$.

Точка p называется **неблуждающей для отображения** G, если
■ для любой окрестности U точки p найдется сколь угодно большое число $n > 0$ такое, что $G^n(U) \cap U \neq \emptyset$;
□ для любой окрестности U точки p найдется сколь угодно большое число $n > 0$ такое, что $G^n(U) \cap U = \emptyset$;
□ для любой окрестности U точки p найдется сколь угодно большое число $n > 0$ такое, что $G^n(U) \cup U = \emptyset$;
□ для любой окрестности U точки p найдется сколь угодно большое число $n > 0$ такое, что $G^n(U) \cup U \neq \emptyset$.

Точка р называется $\omega-$**предельной точкой** для x, если
■ существуют такие точки $\phi_{t_1}(x), \phi_{t_2}(x), ...$ на орбите с базой в x, что $\phi_{t_i}(x) \to p$ и $t \to \infty$.
□ существует такая последовательность, для которой $\phi_{t_i}(x) \to p$ и $t \to -\infty$
□ существуют такие точки $\phi_{t_1}(x), \phi_{t_2}(x), ...$ на орбите с базой в x, что $\phi_{t_i}(x) \to 0$ и $t \to -\infty$.

☐ существуют такие точки $\phi_{t_1}(x), \phi_{t_2}(x), ...$ на орбите с базой в x, что $\phi_{t_i}(x) \to 0$ и $i \to \infty$.

Точка р называется α–**предельной точкой** для x, если

■ существуют такие точки $\phi_{t_1}(x), \phi_{t_2}(x), ...$ на орбите с базой в x, что $\phi_{t_i}(x) \to p$ и $t \to -\infty$.
☐ существует такая последовательность, для которой $\phi_{t_i}(x) \to p$ и $t \to \infty$
☐ существуют такие точки $\phi_{t_1}(x), \phi_{t_2}(x), ...$ на орбите с базой в x, что $\phi_{t_i}(x) \to 0$ и $t \to -\infty$.
☐ существуют такие точки $\phi_{t_1}(x), \phi_{t_2}(x), ...$ на орбите с базой в x, что $\phi_{t_i}(x) \to 0$ и $i \to \infty$.

Замкнутое инвариантное множество $A \in \mathbb{R}^n$ называется **притягивающим множеством**, если существует некоторая окрестность U этого множества такая, что

■ $\phi_t(x) \in U$ для $t \geq 0$ и $\phi_t(x) \to A$ при $t \to \infty$ для всех $x \in U$
☐ $\phi_t(x) \in U$ для $t \geq 0$ и $\phi_t(x) \to A$ при $t \to -\infty$ для всех $x \in U$.
☐ $\phi_t(x) \in U$ для $t \leq 0$ и $\phi_t(x) \to A$ при $t \to -\infty$ для всех $x \in U$;
☐ $\phi_t(x) \to p$ для $t \geq 0$ и $\phi_t(x) \to A$ при $t \to \infty$ для всех $x \in U$

Областью притяжения множества A называется

■ множество $\bigcup_{t\leq 0} \phi_t(U)$, где $\phi_t(x) \in U$ для $t \geq 0$ и $\phi_t(x) \to A$ при $t \to \infty$ для всех $x \in U$;
☐ множество $\bigcup_{t\geq 0} \phi_t(U)$, где $\phi_t(x) \in U$ для $t \geq 0$ и $\phi_t(x) \to A$ при $t \to \infty$ для всех $x \in U$;
☐ множество U, такое что $\phi_t(x) \in U$ для $t \leq 0$ и $\phi_t(x) \to A$ при $t \to -\infty$ для всех $x \in U$;
☐ множество U, такое что $\phi_t(x) \to p$ для $t \geq 0$ и $\phi_t(x) \to A$ при $t \to \infty$ для всех $x \in U$.

Замкнутое инвариантное множество $A \in \mathbb{R}^n$ называется **Отталкивающим множеством**, если существует некоторая окрестность U этого множества такая, что

■ $\phi_t(x) \in U$ для $t \leq 0$ и $\phi_t(x) \to A$ при $t \to -\infty$ для всех $x \in U$;
☐ $\phi_t(x) \in U$ для $t \geq 0$ и $\phi_t(x) \to A$ при $t \to -\infty$ для всех $x \in U$;
☐ $\phi_t(x) \in U$ для $t \geq 0$ и $\phi_t(x) \to A$ при $t \to \infty$ для всех $x \in U$;
☐ $\phi_t(x) \to p$ для $t \geq 0$ и $\phi_t(x) \to A$ при $t \to \infty$ для всех $x \in U$.

Областью захвата называется

■ замкнутое связное множество $D \subset \mathbb{R}^n$ такое, что $\phi_t(D) \subset D$ для всех $t > 0$;
☐ замкнутое связное множество $D \subset \mathbb{R}^n$ такое, что $\phi_t(D) \subset D$ для всех $t < 0$;
☐ замкнутое связное множество $D \subset \mathbb{R}^n$ такое, что $\phi_t(D) \cap D = \oslash$ для всех $t > 0$;
☐ замкнутое связное множество $D \subset \mathbb{R}^n$ такое, что $\phi_t(D) \cup D = \oslash$ для всех $t > 0$.

Аттрактором назвается

■ притягивающее множество, содержащее плотную орбиту;
☐ отталкивающее множество, содержащее плотную орбиту;
☐ множество U, точки которого попадают в притягивающее множество;
☐ множество U, точки которого попадают в отталкивающее множество;

Репеллером назвается

■ отталкивающее множество, содержащее плотную орбиту;
☐ притягивающее множество, содержащее плотную орбиту;
☐ множество U, точки которого попадают в притягивающее множество;
☐ множество U, точки которого попадают в отталкивающее множество;

Пусть $F \in C^r(\mathbb{R}^n)$, $r, k \in \mathbb{Z}^+$, $k \leq r$ и $\varepsilon > 0$. G называется **возмущением класса C^k и величины** $\varepsilon > 0$, если существует такое компактное множество $K \subset \mathbb{R}^n$, что $F = G$ на множестве $\mathbb{R}^n - K$ и для всех таких $(i_1, ..., i_n)$, для которых $i_1 + ... + i_n = i \leq k$ выполнено

■ $\left|\dfrac{\partial^i (F-G)}{\partial x_1^{i_1} ... \partial x_n^{i_n}}\right| < \varepsilon$;
☐ $\left|\dfrac{\partial^i (F-G)}{\partial x_1^{i_1} ... \partial x_n^{i_n}}\right| \geq \varepsilon$;
☐ $\left|\dfrac{\partial^i (F-G)}{\partial x_1^{i_1} ... \partial x_n^{i_n}}\right| \to 0$ при $0 < \varepsilon \ll 1$;
☐ $\left|\dfrac{\partial^i (F-G)}{\partial x_1^{i_1} ... \partial x_n^{i_n}}\right| \to \infty$ при $0 < \varepsilon \ll 1$.

Два отображения F, G класса C^r называются **C^k - эквивалентными** или **C^k - сопряженными** $(k \leq r)$, если

■ существует такой C^k - диффеоморфизм h, что $h \circ F = G \circ h$;
☐ они являются топологически эквивалентными;
☐ существует такой C^k–диффеоморфизм h, что $h \circ F \subset G \circ h$;
☐ существует такой C^k–диффеоморфизм h, что $h \circ F \neq G \circ h$;

Два векторных поля f, g класса C^r называются C^k - **эквивалентными** $(k \leq r)$, если существует C^k–диффеоморфизм h,

■ переводящий орбиты $\phi_r^f(x)$ поля f в орбиты $\phi_r^g(x)$ поля g и сохраняющий их ориентации, но не обязательно сохраняющий параметризацию по времени;
☐ переводящий орбиты $\phi_r^f(x)$ поля f в орбиты $\phi_r^g(x)$ поля g и сохраняющий их ориентации и параметризацию по времени;
☐ переводящий орбиты $\phi_r^f(x)$ поля f и орбиты $\phi_r^g(x)$ поля g в некоторое ограниченное множество;
☐ переводящий орбиты $\phi_r^f(x)$ поля f в орбиты $\phi_r^g(x)$ поля g.

Отображение $F \in C^r(\mathbb{R}^n)$ называется **структурно**

устойчивым, если
■ существует такое $\varepsilon > 0$, что любое возмущение F класса C^1 и величины ε топологически эквивалентно F;
□ существует такое $\varepsilon > 0$, что любое возмущение F класса C^k и величины ε топологически эквивалентно F;
□ не существует такого $\varepsilon > 0$, что любое возмущение F класса C^k и величины ε топологически эквивалентно F;
□ существует такое $\varepsilon \ll 1$, что любое возмущение F класса C^1 и величины ε топологически эквивалентно F;

Траектории, соединяющие различные неподвижные точки называются
■ гетероклинными орбитами;
□ гомоклинными орбитами;
□ репеллерами;
□ аттракторами.

Траектории, соединяющие неподвижную точку саму с собой называются
■ гомоклинными орбитами;
□ гетероклинными орбитами;
□ репеллерами;
□ аттракторами.

Гомоклинными циклами называются
■ замкнутые пути, образованные гетероклинными орбитами;
□ замкнутые пути, образованные гомоклинными орбитами;
□ совокупность гомоклинных орбит;
□ замкнутые траектории.

Индексом замкнутой кривой C, не содержащей положений равновесия, называется целое число k такое, что при обходе точки $p = (x, y) \in C$ кривой C против часовой стрелки вектор $(f(x, y), g(x, y))$ поворачивается на угол
■ $2\pi k$;
□ k;
□ πk;
□ $\pi k/2$.

Система Морса-Смейла определяется следующими свойствами
■ число неподвижных точек и периодических орбит конечно и все они гиперболичны; все устойчивые и неустойчивые многообразия пересекаются трансверсально;неблуждающее множество состоит только из неподвижных точек и периодических орбит;
□ число неподвижных точек и периодических орбит бесконечно и все они гиперболичны; все устойчивые и неустойчивые многообразия пересекаются трансверсально;неблуждающее множество состоит только из неподвижных точек и периодических орбит;
□ число неподвижных точек и периодических орбит конечно и все они гиперболичны; устойчивые и неустойчивые многообразия не пересекаются;неблуждающее множество состоит только из неподвижных точек и периодических орбит;
□ число неподвижных точек и периодических орбит четно и все они гиперболичны; все устойчивые и неустойчивые многообразия пересекаются трансверсально;неблуждающее множество состоит только из неподвижных точек и периодических орбит.

Качественные изменения в структуре решений, вызванные изменениями коэффициентов, входящих в уравнение системы, называются
■ бифуркациями;
□ топологической неустойчивостью;
□ аттракторами;
□ скачками.

Коразмерностью бифуркации является
■ наименьшая размерность пространства параметров, которое содержит данную бифуркацию в устойчивой форме;
□ некоторое семейство, содержащее данную бифуркацию в устойчивой форме;
□ множество бифуркационных параметров системы;
□ число неподвижных точек системы.

Деформацией называется
■ некоторое семейство, содержащее данную бифуркацию в устойчивой форме;
□ наименьшая размерность пространства параметров, которое содержит данную бифуркацию в устойчивой форме;
□ множество бифуркационных параметров системы;
□ число неподвижных точек системы.

Уравнение Дуффинга имеет вид
■ $\ddot{x} + \delta\dot{x} - x + x^3 = \gamma p(t)$;
□ $\ddot{x} + \delta\dot{x} - x + x^2 = \gamma p(t)$;
□ $\ddot{x} + \alpha\phi(x)\dot{x} + x = \beta p(t)$;
□ $\ddot{x} + \alpha\dot{x}^2 + x = \beta p(t)$

Уравнение Ван дер Поля имеет вид
■ $\ddot{x} + \alpha\phi(x)\dot{x} + x = \beta p(t)$;
□ $\ddot{x} + \delta\dot{x} - x + x^2 = \gamma p(t)$;
□ $\ddot{x} + \delta\dot{x} - x + x^3 = \gamma p(t)$;
□ $\ddot{x} + \alpha\dot{x}^2 + x = \beta p(t)$

Уравнение Лоренца имеет вид
■ $\begin{cases} \dot{x} = \sigma(y - x), \\ \dot{y} = \rho x - y - xz, \qquad \sigma, \rho, \beta > 0; \\ \dot{z} = -\beta z + xy; \end{cases}$
□ $\ddot{x} + \delta\dot{x} - x + x^2 = \gamma p(t)$;
□ $\ddot{x} + \delta\dot{x} - x + x^3 = \gamma p(t)$;
□ $\ddot{x} + \alpha\dot{x}^2 + x = \beta p(t)$

Теоремы

Теорема о локальном существовании и единственности решений утверждает, что для некоторого открытого подмножествоа евклидова пространства

$U \subset \mathbb{R}^n$, непрерывно дифференцируемого отображения $f: M \to TM$ и $x_0 \in U$.
■ существуют некоторая константа $c > 0$ и единственное решение $\phi(x_0, \cdot) : (-c, c) \to U$, удовлетворяющее дифференциальному уравнению $\dot{x} = f(x)$ с начальным условием $x(0) = x_0$.
□ существуют $\varepsilon > 0$ и единственное решение $\phi(x_0, \cdot) \in U$, такое что $\dot{x} = f(x)$ для всех $|x - x_0| < \varepsilon$.
□ существуют $\varepsilon > 0$ и единственное решение $\phi(x_0, \cdot) : U \to \mathbb{R}^n$, такое что $\dot{x} = f(x)$ для всех $|x - x_0| < \varepsilon$.
□ всегда найдется $\phi(x_0, \cdot) : U \to \mathbb{R}^n$, такое что $\dot{x} = f(x)$ для $x(0) = x_0$.

Теорема. Пусть $\bar{x}$ – неподвижная точка уравнения $\dot{x} = f(x)$, $V : W \to \mathbb{R}^n$ – дифференцируемая функция, определенная в некоторой окрестности $W \subseteq U$ точки $\bar{x}$. Неподвижная точка **устойчива**, если:
■ (i) $V(\bar{x}) = 0$ и $V(x) > 0$ для $x \neq \bar{x}$; (ii) $\dot{V}(x) \leq 0$ в проколотой окрестности $W - \{\bar{x}\}$
□ (i) $V(\bar{x}) = x_0$ и $V(x) > 0$ для $x \neq \bar{x}$; (ii) $\dot{V}(x) \leq \dot{V}(x_0)$ в проколотой окрестности $W - \{\bar{x}\}$
□ (i) $V(\bar{x}) = 0$ и $V(x) > 0$ для $x \neq \bar{x}$; (ii) $\dot{V}(x) \geq 0$
□ (i) $V(\bar{x}) = 0$ и $V(x) > 0$ для $x \neq \bar{x}$; (ii) $\dot{V}(x) \geq 0$ в проколотой окрестности $W - \{\bar{x}\}$

Теорема. Пусть $\bar{x}$ – неподвижная точка уравнения $\dot{x} = f(x)$, $V : W \to \mathbb{R}^n$ – дифференцируемая функция, определенная в некоторой окрестности $W \subseteq U$ точки $\bar{x}$. Неподвижная точка **асимптотически устойчива**, если:
■ (i) $V(\bar{x}) = 0$ и $V(x) > 0$ для $x \neq \bar{x}$; (ii) $\dot{V}(x) \leq 0$ в $W - \{\bar{x}\}$
□ (i) $V(\bar{x}) = x_0$ и $V(x) > 0$ для $x \neq \bar{x}$; (ii) $\dot{V}(x) \leq \dot{V}(x_0)$ в проколотой окрестности $W - \{\bar{x}\}$
□ (i) $V(\bar{x}) = 0$ и $V(x) > 0$ для $x \neq \bar{x}$; (ii) $\dot{V}(x) \geq 0$
□ (i) $V(\bar{x}) = 0$ и $V(x) > 0$ для $x \neq \bar{x}$; (ii) $\dot{V}(x) \leq 0$ в проколотой окрестности $W - \{\bar{x}\}$

Теорема Хартман-Гробмана. Существует гомеоморфизм h, определенный в некоторой окрестности U точки $\bar{x}$ в $\mathbb{R}^n$, локально переводящий орбиты нелинейного потока ϕ_t уравнения

$$\dot{x} = f(x), x \in \mathbb{R}^n, x(0) = x_0$$

в орбиты линейного потока $e^{tDf(\bar{x})}$ уравнения

$$\dot{\xi} = Df(\bar{x})\xi, \xi \in \mathbb{R}^n,$$

где $Df = [\partial f_i / \partial x_j]$ – матрица Якоби, если
■ $Df(\bar{x})$ не имеет нулевых или чисто мнимых собственных значений;
□ вещественные части собственных значений $Df(\bar{x})$ отрицательны;
□ вещественные части собственных значений $Df(\bar{x})$ положительны;
□ собственные значения $Df(\bar{x})$ являются вещественными числами.

Теорема об устойчивом многообразии для неподвижной точки. Допустим, что уравнение $\dot{x} = f(x)$ имеет гиперболическую неподвижную точку $\bar{x}$. Тогда существуют локальные устойчивое и неустойчивое многообразия W^s_{loc}, W^u_{loc}, имеющие те же размерности n_s, n_u, что и собственные пространства E^s, E^u линеаризованной системы $\dot{\xi} = Df(\bar{x})\xi$, и
■ касающиеся E^s, E^u в точке $\bar{x}$.
□ ортагональные E^s, E^u в точке $\bar{x}$.
□ касающиеся E^s, E^u во всех их точках.
□ пересекающих E^s, E^u по линии, проходящей через точку $\bar{x}$.

Теорема Хармана-Гробмана. Пусть $G : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^n$ - C^{-1}-диффеоморфизм с гиперболической неподвижной точкой $\bar{x}$.
■ Тогда существует геоморфизм h, определенный в некоторой окрестности U точки $\bar{x}$, такой что $h(G(\xi)) = DG(\bar{x})h(\xi)$ для всех $\xi \in U$;
□ Тогда существует геоморфизм h, определенный на всей U, такой что $h(G(\xi)) = DG(\bar{x})h(\xi)$ для всех $\xi \in U$;
□ Тогда существует геоморфизм h, определенный в некоторой проколотой окрестности U точки $\bar{x}$, такой что $h(G(\xi)) = DG(\bar{x})h(\xi)$ для всех $\xi \in U$;
□ Тогда существует геоморфизм h, определенный в некоторой окрестности U точки $\bar{x}$, такой что $h(G(\xi)) = G(h(\xi))$ для всех $\xi \in U$.

Теорема об устойчивом многообразии для неподвижной точки. Пусть $G : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^n$ - C^{-1}-диффеоморфизм с гиперболической неподвижной точкой $\bar{x}$.
■ Тогда существуют локальные устойчивое и неустойчивое многообразия $W^s_{loc}(\bar{x})$, $W^u_{loc}(\bar{x})$, касающиеся в точке $\bar{x}$ собственных пространств E^s, E^u отображения $DG(\bar{x})$ и имеющие соответствующие размерности.
□ Тогда существуют локальные устойчивое и неустойчивое многообразия $W^s_{loc}(\bar{x})$, $W^u_{loc}(\bar{x})$, ортогональные в точке $\bar{x}$ собственных пространств E^s, E^u отображения $DG(\bar{x})$ и имеющие соответствующие размерности.
□ Тогда существуют глобальные устойчивое и неустойчивое многообразия $W^s(\bar{x})$, $W^u(\bar{x})$, касающиеся в точке $\bar{x}$ собственных пространств E^s, E^u отображения $DG(\bar{x})$ и имеющие соответствующие размерности.
□ Тогда не существует локальных устойчивых и неустойчивых многообразий, касающихся в точке $\bar{x}$ собственных пространств E^s, E^u отображения $DG(\bar{x})$.

Теорема Пуанкаре-Бендиксона. Всякое непустое компактное ω- или α-предельное множество плоского потока, не содержащее неподвижных точек, является
■ замкнутой орбитой;
□ аттрактором;
□ репеллером;
□ областью притяжения.

Критерий Бендиксона. Если в некоторой односвязной области $D \subset \mathbb{R}^2$ выражение $\dfrac{\partial f}{\partial x} + \dfrac{\partial g}{\partial y}$ не равно нулю тождественно и не изменяет знака, то уравнение

$$\dot{x} = f(x, y),$$
$$\dot{y} = g(x, y),$$

■ не имеет замкнутых орбит, целиком лежащих в D;
□ имеет замкнутые орбиты, целиком лежащих в D;
□ не имеет неподвижных точек в D;
□ имеет неподвижные точки в D.

Теорема. Градиентные векторные поля являются структурно устойчивыми, если
■ все их неподвижные точки гиперболичны и все пересечения устойчивых и неустойчивых многообразий трансверсальны;
□ все их неподвижные точки гиперболичны;
□ все пересечения устойчивых и неустойчивых многообразий трансверсальны;
□ все их неподвижные точки гиперболичны, а устойчивые и неустойчивые многообразия совпадают.

Теорема. Внутри любой замкнутой орбиты γ содержится хотя бы одна неподвижная точка. Если все такие точки гиперболичны, то
■ число их необходимо нечетно $(2n+1)$, включая n седел и $n+1$ источников и стоков;
□ число их необходимо четно $(2n)$, включая n седел и n источников и стоков;
□ число их необходимо нечетно $(2n+1)$, включая $n+1$ седел и n источников и стоков;
□ число их необходимо нечетно $(4n+1)$, включая $2n+1$ седел и n источников и n стоков.

Теорема Пейусото. Векторное поле класса C^r на компактном двумерном многообразии M^2 структурно устойчиво тогда и только тогда, когда
■ (1) число неподвижных точек и замкнутых орбит конечно и все они гиперболичны; (2) не существует орбит, соединяющих седловые точки; (3) неблуждающее множество состоит лишь из неподвижных точек и периодических орбит.
□ (1) число неподвижных точек и замкнутых орбит конечно; (2) в системе присутствуют гетероклинные орбиты; (3) неблуждающее множество состоит лишь из неподвижных точек и периодических орбит.
□ (1) число неподвижных точек четно; (2) в системе присутствуют гетероклинные орбиты; (3) неблуждающее множество состоит лишь из неподвижных точек и периодических орбит.
□ (1) число неподвижных точек и замкнутых орбит конечно и все они гиперболичны; (2) не существует орбит, соединяющих седловые точки

Теорема о центральном многообразии для потоков. Пусть f — векторное поле в $\mathbb{R}^n$ класса C^r, исчезающее в начале координат $(f(0)=0)$, положим $A = D_x f_\mu(0)$. Разобьем спектр A на три части: σ_s, σ_c, σ_u, где

$$\mathrm{Re}\lambda \begin{cases} <0, & \text{если } \lambda\in\sigma_s, \\ =0, & \text{если } \lambda\in\sigma_c, \\ >0, & \text{если } \lambda\in\sigma_u. \end{cases}$$

Обозначим (обобщенные) собственные пространства для σ_s, σ_c, σ_u как E^s, E^c, E^u соответственно. Тогда
■ существуют устойчивое и неустойчивое многообразия W^u и W^s класса C^r, касающиеся E^u и E^s в начале координат, а также центральное многообразие W^c класса C^{r-1}, касающееся E^c в начале координат. Многообразия W^u, W^s и W^c инвариантны относительно потока f. Устойчивое и неустойчивое многообразия единственны, а центральное многообразие может быть неединственным.
□ существуют устойчивое и неустойчивое многообразия W^u и W^s класса C^0, касающиеся E^u и E^s в начале координат, а также центральное многообразие W^c класса C^{r-1}, касающееся E^c в начале координат. Многообразия W^u, W^s и W^c инвариантны относительно потока f. Устойчивое, неустойчивое и центральное многообразия единственны.
□ существуют устойчивое и неустойчивое и центральное многообразия W^u, W^s, W^cкласса C^r, касающиеся E^u, E^s и E^c в начале координат. Многообразия W^u, W^s и W^c инвариантны относительно потока f. Устойчивое, неустойчивое и центральное многообразия не единственны.
□ существуют устойчивое и неустойчивое многообразия W^u и W^s класса C^r, касающиеся E^u и E^s в начале координат, а также центральное многообразие W^c класса C^0, касающееся E^c в начале координат.

Теорема. Если точка $x=0$ в системе $\dot{x} = Bx + f(x, h(x))$ локально асимптотически устойчива, то и начало координат в системе

$$\begin{aligned} \dot{x} &= Bx + f(x,y) \\ \dot{y} &= Cy + g(x,y) \end{aligned} \qquad (x,y)\in R^n\times\ R^m,$$

■ также локально асимптотически устойчива;
□ локально устойчива;
□ глобально устойчива;
□ неустойчива.

Теорема. Если можно найти такую функцию $\psi(x)$, для которой $\phi(0) = D\phi(0) = 0$ и $N(\phi(x)) = O(|x|^p)$ при $|x|\to 0$ для некоторого $p>1$, то
■ $h(x) = \phi(x) + O(|x|^p) \quad$ при $|x|\to 0$;
□ $h(x) = \phi(p) + O(|x|^p) \quad$ при $|x|\to 0$;
□ $h(x) = N(\phi(x)) + O(|x|^p) \quad$ при $|x|\to 0$;
□ $h(x) = D\phi(x) + O(|x|^p) \quad$ при $|x|\to\infty$.

Теорема о нормальной форме. Пусть $\dot{x} = f(x)$ - система дифференциальных уравнений класса C^r, $f(0) = 0$, $Df(0) = L$. Возьмем дополнение G_k к $adL(H_k)$ в H_k так, что $H_k = adL(H_k) + G_k$. Тогда существует аналитическая замена координат в окрестности начала, преобразующая данную систему к виду
■ $\dot{y} = g(y) = g^{(1)}(y) + g^{(2)}(y) + ... + g^{(r)}(y) + R_r$, где $L = g^{(1)}(y)$ и $g^{(k)}\in G^k$ для $2\le k\le r$, а $R_r = o(|y|^r)$.
□ $\dot{y} = g(y) = f^{(1)}(y) + f^{(2)}(y) + ... + f^{(r)}(y)$, где $f^{(k)}\in G^k$ для $2\le k\le r$.
□ $\dot{y} = g(y) = g^{(1)}(y) + g^{(2)}(y) + ... + g^{(r)}(y) + R_r$, где $L = g^{(1)}(y)$ и $g^{(k)}\in G^k$ для $2\le k\le r$
□ $\dot{y} = g(y) = g^{(2)}(y) + g^{(3)}(y) + ... + g^{(2r)}(y) + R_{2r+1}$, где $L = g^{(1)}(y)$ и $g^{(k)}\in G^k$ для $2\le k\le r$, а $R_i = o(|y|^i)$

Теорема. Пусть $\dot{x} = f_\mu(x)$ — система дифференциальных уравнений в $\mathbb{R}^n$, зависящая от единственного параметра μ. При $\mu=\mu_0$ существует положение равновесия p, для которого удовлетворяются гипотезы (**SN1**)-(**SN3**). Тогда существует гладкая кривая равновесий в $\mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^n$, проходящая через точку (p, μ_0), касающаяся гиперплоскости $\mathbb{R}^n \times \{\mu_0\}$. В зависимости от знаков выражений (SN2) и (SN3) вблизи этой точки не существует положений равновесия, если $\mu < \mu_0 (\mu > \mu_0)$ и два положения равновесия для каждого из значений $\mu > \mu_0 (\mu < \mu_0)$. Эти два положения равновесия системы $\dot{x} = f_\mu(x)$ вблизи точки (p, μ_0) имеют гиперболический тип и имеют устойчивые многообразия размерностей k и $k+1$ соответственно. Множество уравнений $\dot{x} = f_\mu(x)$, удовлетворяющих условиям (SN1)-(SN3), открыто и плотно в пространстве однопараметрических семейств векторных полей класса C^∞, имеющих в (p, μ_0) положение равновесия с нулевым собственным значением. **Выберите верный набор гипотез**:

■ (**SN1**) $D_x f_{\mu 0}(p_0)$ имеет простое нулевое собственное значение с правым собственным вектором v и левым собственным вектором w, а также k собственных значений с отрицательными вещественными частями и $(n-k-1)$ собственное значение с положительными вещественными частями (с учетом кратности). (**SN2**) $w\left(\frac{\partial f_\mu}{\partial \mu}(p, \mu_0)\right) \neq 0$. (**SN3**) $w\left(D_2^x f_{\mu 0}(p)(v, v)\right) \neq 0$.

□ (**SN1**) $D_x f_{\mu 0}(p_0)$ имеет пару простых чисто мнимых собственных значений и не имеет других собственных значений с нулевой вещественной частью. (**SN2**) $w\left(\frac{\partial f_\mu}{\partial \mu}(p, \mu_0)\right) \neq 0$. (**SN3**) $w\left(D_2^x f_{\mu 0}(p)(v, v)\right) \neq 0$.

□ (**SN1**) $D_x f_{\mu 0}(p_0)$ имеет пару простых чисто мнимых собственных значений и не имеет других собственных значений с нулевой вещественной частью. (**SN2**) $\dfrac{d}{d\mu}\left(\mathrm{Re}\lambda(\mu)\right)\big|_{\mu=\mu_0} = d \neq 0$. (**SN3**) $w\left(D_2^x f_{\mu 0}(p)(v, v)\right) \neq 0$.

□ (**SN1**) $D_x f_{\mu 0}(p_0)$ имеет простое нулевое собственное значение с правым собственным вектором v и левым собственным вектором w, а также k собственных значений с отрицательными вещественными частями и $(n-k-1)$ собственное значение с положительными вещественными частями (с учетом кратности). (**SN2**) $w\left(\frac{\partial f_\mu}{\partial \mu}(p, \mu_0)\right) \neq 0$. (**SN3**) $\dfrac{d}{d\mu}\left(\mathrm{Re}\lambda(\mu)\right)\big|_{\mu=\mu_0} = d \neq 0$,.

Теорема. Допустим, что система $\dot{x} = f_\mu(x)$, $x \in \mathbb{R}^n$, $\mu \in \mathbb{R}$ имеет положение равновесия (x_0, μ_0) со свойством (**H1**), тогда существует гладкая кривая равновесий $(x(\mu), \mu)$, где $x(\mu_0) = x_0$. Собственные значения $\lambda(\mu)$, $\bar{\lambda}(\mu)$ матрицы $D_x f_{\mu 0}(x(\mu))$ являющиеся мнимыми при $\mu = \mu_0$, зависят от μ гладким образом. Если, кроме того, выполняется (**H2**) то существует единственное трехмерное центральное многообразие, проходящее через точку $(x_0, \mu_0) \in \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}$, а гладкая система переменных (сохраняющая плоскости $\mu = const$), в которой разложение Тейлора до третьей степени на центральном многообразии дается формулой

$$\dot{x} = (d\mu + a(x^2+y^2))x - (\omega + c\mu + b(x^2+y^2))y,$$
$$\dot{y} = (\omega + c\mu + b(x^2+y^2))x + (d\mu + a(x^2+y^2))y,$$

Если $a \neq 0$, то существует поверхность периодических решений на центральном многообразии, имеющая квадратичное касание с собственным пространством для значений $\lambda(\mu_0)$, $\bar{\lambda}(\mu_0)$ и совпадающая во втором порядке с параболоидом $\mu = -(a/d)(x^2+y^2)$. В случае $a < 0$ эти периодические решения являются устойчивыми предельными циклами, а в случае $a > 0$ периодические решения являются репеллерами. **Выберите верный набор гипотез**

■ (**H1**) $D_x f_{\mu 0}(x_0)$ имеет пару простых чисто мнимых собственных значений и не имеет других собственных значений с нулевой вещественной частью. (**H2**) $\frac{d}{d\mu}\left(\mathrm{Re}\lambda(\mu)\right)\big|_{\mu=\mu_0} = d \neq 0$.

□ (**H1**) $D_x f_{\mu 0}(x_0)$ имеет пару простых чисто мнимых собственных значений и не имеет других собственных значений с нулевой вещественной частью. (**H2**) $w\left(D_2^x f_{\mu 0}(x)(v, v)\right) \neq 0$.

□ (**H1**) $D_x f_{\mu 0}(x_0)$ иимеет простое нулевое собственное значение с правым собственным вектором v и левым собственным вектором w, а также k собственных значений с отрицательными вещественными частями и $(n-k-1)$ собственное значение с положительными вещественными частями (с учетом кратности). (**H2**) $\frac{d}{d\mu}\left(\mathrm{Re}\lambda(\mu)\right)\big|_{\mu=\mu_0} = d = 0$.

□ (**H1**) $D_x f_{\mu 0}(x_0)$ иимеет простое нулевое собственное значение с правым собственным вектором v и левым собственным вектором w, а также k собственных значений с отрицательными вещественными частями и $(n-k-1)$ собственное значение с положительными вещественными частями (с учетом кратности). (**H2**) $\frac{d}{d\mu}\left(\mathrm{Re}\lambda(\mu)\right)\big|_{\mu=\mu_0} = d \neq 0$.

Теорема. Пусть $f\mu : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ — однопараметрическое семейство отображений, причем $f_{\mu 0}$ имеет неподвижную точку x_0 с собственным значением $^-1$. Допустим, что в точке (x_0, μ_0) выполнены условия (**F1**), (**F2**), тогда через точку (x_0, μ_0) проходит гладкая кривая, состоящая из неподвижных точек отображения f_μ, устойчивость которых меняется в этой точке. Кроме того, существует гладкая кривая γ, проходящая через (x_0, μ_0), такая, что $\gamma - \{(x_0, \mu_0)\}$ представляет собой объединение гиперболических орбит периода 2. Кривая γ имеет квадратичное касание с прямой $\mathbb{R} \times \{\mu_0\}$ в точке (x_0, μ_0). **Выберите верный набор гипотез**

■ (**F1**) $\left(\frac{\partial f}{\partial \mu}\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + 2\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial \mu}\right) = \frac{\partial f}{\partial \mu}\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} - \left(\frac{\partial f}{\partial x} - 1\right)\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial \mu} \neq 0$;
(**F2**) $a = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}\right)^2 + \frac{1}{3}\left(\frac{\partial^3 f}{\partial x^3}\right) \neq 0$.

□ (**F1**) $\left(\frac{\partial f}{\partial \mu}\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial x \partial \mu}\right) = \frac{\partial f}{\partial \mu}\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} - \left(\frac{\partial f}{\partial x} - 1\right)\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial \mu} \neq 0$;
(**F2**) $a = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}\right)^2 + \frac{1}{3}\left(\frac{\partial^3 f}{\partial x^3}\right) \neq 0$.

□ (**F1**) $\left(\frac{\partial f}{\partial \mu}\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + 2\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial \mu}\right) = \frac{\partial f}{\partial \mu}\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} - \left(\frac{\partial f}{\partial x} - 1\right)\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial \mu} \neq 0$;
(**F2**) $a = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)^3 + \frac{1}{3}\left(\frac{\partial^3 f}{\partial x^3}\right) \neq 0$.

□ (**F1**) $\left(\frac{\partial f}{\partial \mu}\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial x \partial \mu}\right) = \frac{\partial f}{\partial \mu}\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} - \left(\frac{\partial f}{\partial x} - 1\right)\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial \mu} \neq 0$;
(**F2**) $a = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)^3 + \frac{1}{3}\left(\frac{\partial^3 f}{\partial x^3}\right) \neq 0$.

Теорема. Пусть $f_m u : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ — некоторое однопараметрическое семейство отображений, имеющее гладкое семейство неподвижных точек $x(\mu)$, в которых собственные значения $\lambda(\mu)$, $\bar{\lambda}(\mu)$ комплексно сопряжены. Предположим, что выполняются (**SH1**),(**SH2**), Тогда существует такая гладкая замена координат h, что выражение для $hf_\mu h^{-1}$ в полярных координатах имеет вид
$hf_\mu h^{-1}(r, \theta) = (r(1 + d(\mu - \mu_0) + ar^2), \theta + c + br^2) +$
$+$члены высших порядков.

Пусть, кроме того, выполняется (**SH3**), тогда существует двумерная поверхность Σ (не обязательно бесконечно дифференцируемая) в $\mathbb{R}^2 \times \mathbb{R}$, имеющая квадратичное касание с плоскостью $\mathbb{R}^2 \times \{\mu_0\}$ и инвариантная относительно f. Если $\Sigma \cap (\mathbb{R}^2 \times \{\mu\})$ состоит более чем из одной точки, то это множество является простой замкнутой кривой. **Выберите верный набор гипотез**

■ $(\mathbf{SH1})|\lambda(\mu_0)| = 1, \quad$ но $\lambda^j(\mu_0) \neq 1 \quad$ для $j = 1,2,3,4;$
$(\mathbf{SH2})\frac{d}{d\mu}(|\lambda(\mu_0)|) = d \neq 0;$
$(\mathbf{SH3})a \neq 0.$

☐ $(\mathbf{SH1})|\lambda(\mu_0)| = 0, \quad$ но $\lambda^j(\mu_0) \neq 1 \quad$ для $j = 1,2,3,4;$
$(\mathbf{SH2})\frac{d}{d\mu}(|\lambda(\mu_0)|) = d \neq 0;$
$(\mathbf{SH3})a \neq 0.$

☐ $(\mathbf{SH1})|\lambda(\mu_0)| = 1, \quad$ но $\lambda^j(\mu_0) \neq 1 \quad$ для $j = 1,2,3,4;$
$(\mathbf{SH2})\frac{d}{d\mu}(|\lambda(\mu_0)|) = d = 0;$
$(\mathbf{SH3})a \neq 0.$

☐ $(\mathbf{SH1})|\lambda(\mu_0)| = 1, \quad$ но $\lambda^j(\mu_0) \neq 1 \quad$ для $j = 1,2,3,4;$
$(\mathbf{SH2})\frac{d}{d\mu}(|\lambda(\mu_0)|) = d \neq 0;$
$(\mathbf{SH3})a = 0.$

Определить тип неподвижной точки нелинейной системы $\dot{x} = f(x)$, если для собственных чисел матрицы Якоби выполняются условия $\lambda_1 < 0, \lambda_2 < 0, Im(\lambda_i) = 0$

■ устойчивый узел;
☐ неустойчивый узел;
☐ седло;
☐ устойчивый фокус.

Определить тип неподвижной точки нелинейной системы $\dot{x} = f(x)$, если для собственных чисел матрицы Якоби выполняются условия $\lambda_1 > 0, \lambda_2 > 0, Im(\lambda_i) = 0$

■ неустойчивый узел;
☐ устойчивый узел;
☐ седло;
☐ устойчивый фокус.

Определить тип неподвижной точки нелинейной системы $\dot{x} = f(x)$, если для собственных чисел матрицы Якоби выполняются условия $\lambda_1 > 0, \lambda_2 < 0, Im(\lambda_i) = 0$

■ седло;
☐ устойчивый узел;
☐ центр;
☐ устойчивый фокус.

Определить тип неподвижной точки нелинейной системы $\dot{x} = f(x)$, если для собственных чисел матрицы Якоби выполняются условия $Re(\lambda_i) < 0, Im(\lambda_i) \neq 0$
■ устойчивый фокус;
☐ устойчивый узел;
☐ центр;
☐ седло.

Определить тип неподвижной точки нелинейной системы $\dot{x} = f(x)$, если для собственных чисел матрицы Якоби выполняются условия $Re(\lambda_i) > 0, Im(\lambda_i) \neq 0$
■ неустойчивый фокус;
☐ устойчивый узел;
☐ центр;
☐ седло.

Определить тип неподвижной точки нелинейной системы $\dot{x} = f(x)$, если для собственных чисел матрицы Якоби выполняются условия $Re(\lambda_i) = 0, Im(\lambda_i) \neq 0$
■ центр;
☐ устойчивый узел;
☐ фокус;
☐ седло.

Утверждения

Индекс источника, стока или центра простых состояний равновесия равен
■ 1;
☐ -1;
☐ 0;
☐ 2.

Индекс гиперболической седловой точки равен
■ -1;
☐ 1;
☐ 0;
☐ 2.

Индекс замкнутой орбиты равен
■ 1;
☐ -1;
☐ 0;
☐ сумме индексов неподвижных точек,лежащих внутри нее.

Индекс замкнутой кривой, внутри которой нет особых точек, равен
■ 0;
☐ -1;
☐ 1;
☐ 2.

Индекс замкнутой кривой равен
■ сумме индексов неподвижных точек,лежащих внутри нее;
☐ -1;
☐ 1;
☐ 0.

Уравнение $\dot{x} = \mu - x^2$ описывает бифуркацию типа
■ бифуркацию типа седло-узел;
☐ транскритическую бифуркацию;
☐ бифуркацию типа вилка;
☐ бифуркацию Хопфа.

Уравнение $\dot{x} = \mu x - x^2$ описывает бифуркацию типа

■ транскритическую бифуркацию;
☐ бифуркацию типа седло-узел;
☐ бифуркацию типа вилка;
☐ бифуркацию Хопфа.

Уравнение $\dot{x} = \mu x - x^3$ описывает бифуркацию типа

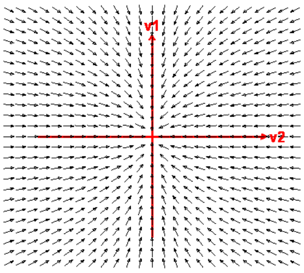
■ бифуркацию типа вилка;
□ бифуркацию типа седло-узел;
□ транскритическую бифуркацию;
□ бифуркацию Хопфа.

Уравнение

$$\dot{x} = -y + x(\mu - (x^2 + y^2))$$
$$\dot{x} = x + y(\mu - (x^2 + y^2))$$

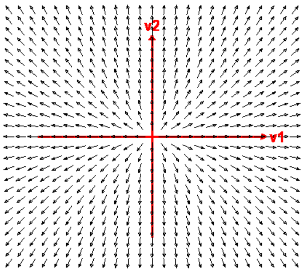
описывает бифуркацию типа
■ бифуркацию Хопфа;
□ бифуркацию типа седло-узел;
□ транскритическую бифуркацию;
□ бифуркацию типа вилка.

Определите тип неподвижной точки, показанной на рисунке



■ устойчивый узел,
□ седло,
□ устойчивый фокус,
□ центр.

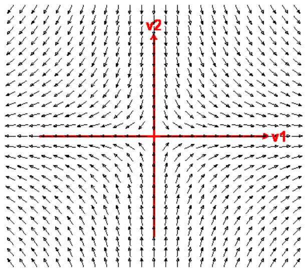
Определите тип неподвижной точки, показанной на рисунке

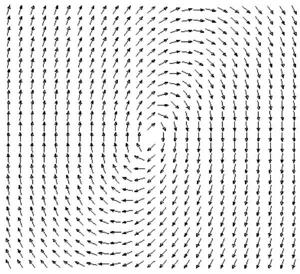


■ неустойчивый узел,
□ седло,
□ неустойчивый фокус,
□ центр.

Определите тип неподвижной точки, показанной на рисунке
■ седло,
□ узел,
□ фокус,
□ центр.

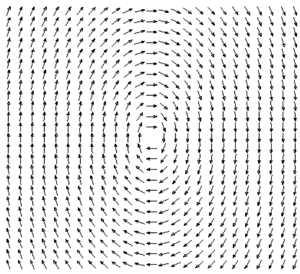
Определите тип неподвижной точки, показанной на рисунке





■ неустойчивый фокус,
□ седло,
□ устойчивый фокус,
□ неустойчивый центр.

Определите тип неподвижной точки, показанной на рисунке



■ центр,
□ седло,
□ узел,
□ фокус.

Задачи

Для уравнения $\ddot{x} + \varepsilon\dot{x} - x + x^3 = 0$ определите матрицу линеаризованной системы

■ $Df = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 - 3x^2 & -\varepsilon \end{bmatrix}$

□ $Df = \begin{bmatrix} 0 & 1 - 3x^2 \\ 1 & -\varepsilon \end{bmatrix}$

□ $Df = \begin{bmatrix} x - x^3 & 0 \\ 0 & -\varepsilon \end{bmatrix}$

□ $Df = \begin{bmatrix} 1 & -\varepsilon \\ x - x^3 & 1 \end{bmatrix}$

Для уравнения $\ddot{x}+\sin x=0$ определите матрицу линеаризованной системы

- ■ $Df=\begin{bmatrix}0 & 1\\ -\cos x & 0\end{bmatrix}$
- □ $Df=\begin{bmatrix}0 & -\cos x\\ 1 & 0\end{bmatrix}$
- □ $Df=\begin{bmatrix}\sin x & 0\\ 0 & 1\end{bmatrix}$
- □ $Df=\begin{bmatrix}\sin x & 0\\ 0 & 0\end{bmatrix}$

Для уравнения $\ddot{x}+\varepsilon\dot{x}^2+\sin x=0$ определите матрицу линеаризованной системы

- ■ $Df=\begin{bmatrix}0 & 1\\ -\cos x & -2\varepsilon\dot{x}\end{bmatrix}$
- □ $Df=\begin{bmatrix}0 & -\cos x\\ 1 & -2\varepsilon\dot{x}\end{bmatrix}$
- □ $Df=\begin{bmatrix}-\sin x & 0\\ 0 & -\varepsilon\dot{x}^2\end{bmatrix}$
- □ $Df=\begin{bmatrix}\sin x & 0\\ 0 & \varepsilon\dot{x}^2\end{bmatrix}$

Для уравнения $\ddot{x}+\varepsilon(x^2-1)\dot{x}+x=0$ определите матрицу линеаризованной системы

- ■ $Df=\begin{bmatrix}0 & 1\\ -2\varepsilon x\dot{x}-1 & -\varepsilon(x^2-1)\end{bmatrix}$
- □ $Df=\begin{bmatrix}0 & -2\varepsilon x\dot{x}-1\\ 1 & -\varepsilon(x^2-1)\end{bmatrix}$
- □ $Df=\begin{bmatrix}1 & 0\\ -2\varepsilon x\dot{x}-1 & -\varepsilon(x^2-1)\end{bmatrix}$
- □ $Df=\begin{bmatrix}-1 & 0\\ 0 & -\varepsilon(x^2-1)\end{bmatrix}$

Для уравнения $\ddot{x}+x^2-1=0$ определите матрицу линеаризованной системы

- ■ $Df=\begin{bmatrix}0 & 1\\ -2x & 0\end{bmatrix}$
- □ $Df=\begin{bmatrix}0 & -2x\\ 1 & 0\end{bmatrix}$
- □ $Df=\begin{bmatrix}1 & 0\\ 0 & -2x\end{bmatrix}$
- □ $Df=\begin{bmatrix}0 & 0\\ 0 & x^2-1\end{bmatrix}$

Для уравнения $\ddot{x}+x^2-1=0$ определите координаты неподвижных точек $(\bar{x},\bar{y}), y=\dot{x}$

- ■ $(\pm1,0)$
- □ $(0,\pm1)$
- □ $(0,0)$
- □ $(\pm1,0),(0,0)$

Для уравнения $\ddot{x}+\dot{x}^2-x=0$ определите координаты неподвижных точек $(\bar{x},\bar{y}), y=\dot{x}$

- ■ $(0,0)$
- □ $(0,\pm1)$
- □ $(1,0)$
- □ $(\pm1,0)$

Для уравнения $\ddot{x}+x^2-4=0$ определите координаты неподвижных точек $(\bar{x},\bar{y}), y=\dot{x}$

- ■ $(\pm2,0)$
- □ $(0,\pm2)$
- □ $(2,0)$
- □ $(0,0)$

Для уравнения $\ddot{x}+x^2-\dot{x}=0$ определите координаты неподвижных точек $(\bar{x},\bar{y}), y=\dot{x}$

- ■ $(0,0)$
- □ $(1,0)$
- □ $(\pm1,0)$
- □ $(0,\pm1)$

Для уравнения $\ddot{x}-(\dot{x}-1)x^2+1=0$ определите координаты неподвижных точек $(\bar{x},\bar{y}), y=\dot{x}$

- ■ $(\pm1,0)$
- □ $(1,0),(0,1)$
- □ $(\pm1,1)$
- □ $(0,\pm1)$

Дана нелинейная сстема $\dot{x}=f(x,t)$, где f периодична по времени с периодом Т. Известно решение системы с базой в точке x_0: $\phi_t(x_0,t_0)=((\frac{1}{x_0}-t)^{-1},t+t_0)$. Найти вызажение, задающее отображение Пуанкаре

- ■ $P(x_0)=(\frac{1}{x_0}-T)^{-1}$
- □ $P(x_0,t_0)=((\frac{1}{x_0}-T)^{-1},T)$,
- □ $P(x_0,t)=((\frac{1}{x_0}-t)^{-1}$
- □ $P(x_0)=(\frac{1}{x_0}-T)^{-2}$

Дана нелинейная сстема $\dot{x}=f(x,t)$, где f периодична по времени с периодом Т. Известно решение системы с базой в точке x_0: $\phi_t(x_0,t_0)=(x_0\sin(\omega t),t+t_0)$. Найти вызажение, задающее отображение Пуанкаре

- ■ $P(x_0)=x_0\sin(\omega T)$
- □ $P(x_0,t_0)=x_0\sin(\omega t_0)$,
- □ $P(x_0)=x_0\omega\cos(\omega T)$
- □ $P(x_0)=-\frac{x_0}{\omega}\cos(\omega T)$

Дана нелинейная сстема $\dot{x}=f(x,t)$, где f периодична по времени с периодом Т. Известно решение системы с базой в точке x_0: $\phi_t(x_0,t_0)=(x_0e^{\omega t},t+t_0)$. Найти вызажение, задающее отображение Пуанкаре

- ■ $P(x_0)=x_0e^{\omega T}$
- □ $P(x_0,t_0)=x_0e^{\omega t_0}$,
- □ $P(x_0)=x_0\omega Te^{\omega T}$
- □ $P(x_0)=x_0\omega e^{\omega T}$

Дана нелинейная сстема $\dot{x}=f(x,t)$, где f периодична по времени с периодом Т. Известно решение системы с базой в точке x_0: $\phi_t(x_0,t_0)=(x_0\cos\omega t+x_0\omega\sin\omega t,t+t_0)$. Найти вызажение, задающее отображение Пуанкаре

- ■ $P(x_0)=x_0\cos\omega T+x_0\omega\sin\omega T$
- □ $P(x_0,t_0)=x_0\cos\omega t_0+x_0\omega\sin\omega t_0$,
- □ $P(x_0)=-x_0\omega\sin\omega T+x_0\omega^2\cos\omega T$
- □ $P(x_0)=x_0+x_0\omega^2T$

Дана нелинейная сстема $\dot{x} = f(x,t)$, где f периодична по времени с периодом Т. Известно решение системы с базой в точке x_0: $\phi_t(x_0,t_0) = (x_0 t^2, t + t_0)$. Найти выражение, задающее отображение Пуанкаре

■ $P(x_0) = x_0 T^2$
□ $P(x_0, t_0) = x_0 t_0^2$,
□ $P(x_0) = 2x_0 T$
□ $P(x_0) = x_0 \dfrac{T^3}{3}$