

**ГОСУДАРСТВЕННОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ
«САМАРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ АЭРОКОСМИЧЕСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ имени академика С.П. КОРОЛЕВА»**

ДИНАМИКА ПОЛЕТА ЛЕТАТЕЛЬНОГО АППАРАТА

САМАРА 2008

ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО ПО ОБРАЗОВАНИЮ
ГОСУДАРСТВЕННОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ
«САМАРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ АЭРОКОСМИЧЕСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ имени академика С.П. КОРОЛЕВА»

ДИНАМИКА ПОЛЕТА ЛЕТАТЕЛЬНОГО АППАРАТА

*Утверждено Редакционно-издательским советом университета
в качестве лабораторного практикума*

САМАРА
Издательство СГАУ
2008

УДК 629.7.015

Составители: ***В.М. Белоконов, И.Е. Давыдов, Б.А. Титов***

Рецензент канд., техн. наук, доц. **Е. И. Д а в ы д о в**

Динамика полета летательного аппарата: *лабораторный практикум* / сост.: *В.М. Белоконов, И.Е. Давыдов, Б.А. Титов.* – Самара: Изд-во Самар. гос. аэрокосм. ун-та, 2008. – 30 с.

Даны описания и порядок выполнения двух лабораторных работ. Первая работа посвящена анализу устойчивого движения летательного аппарата в плоскости крена и подбору параметров автомата стабилизации. Вторая работа посвящена исследованию областей устойчивости в плоскости тангажа (рыскания) методом D – разбиения.

Лабораторный практикум предназначен для студентов I факультета СГАУ. Выполнен на кафедре «Динамика полета и систем управления».

УДК 629.7.015

© Самарский государственный
аэрокосмический университет, 2008

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 1

ОБЕСПЕЧЕНИЕ УСТОЙЧИВОСТИ ЛЕТАТЕЛЬНОГО АППАРАТА ПО КРЕНУ В ПРОЦЕССЕ ПОЛЕТА

Цель работы: Исследование устойчивого движения летательного аппарата по крену и подбор параметров автомата стабилизации.

ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ

1. Ознакомление с физической постановкой задачи.
2. Выбор исходных данных согласно коду варианта задания. Выбор передаточных чисел автомата стабилизации летательного аппарата по крену (решение задачи на ПЭВМ).
3. Подготовка отчета по лабораторной работе на стандартном бланке.
4. Сдача зачета по лабораторной работе.

Продолжительность лабораторной работы составляет 2 часа: первый час отводится для выполнения пункта 1, второй час – на выполнение пунктов 2 – 4.

1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

При исследовании вопросов устойчивости и управляемости летательного аппарата применяется связанная система координат. Связанная система координат ориентирована относительно стартовой трема углами Эйлера: углом тангажа (θ), рыскания (ψ) и крена (γ).

Под движением крена летательного аппарата (ЛА) понимается его вращение относительно продольной оси Ox под действием возмущающих и управляющих моментов.

Летательный аппарат с плоской траекторией имеет нулевой программный угол крена, поэтому управляющий момент для них также равен нулю, а положение ЛА определяется невозмущенной связанной системой координат $Oxyz$.

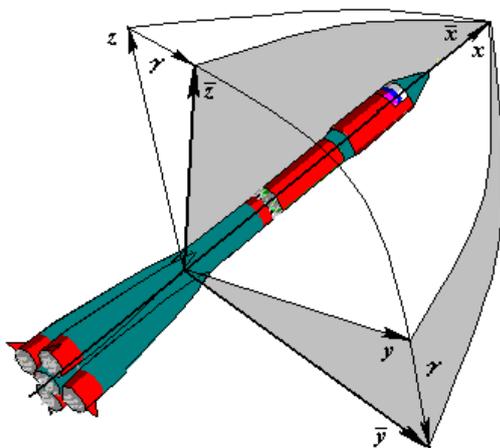


Рис.1. Возмущенная и невозмущенная связанные системы координат

Обозначения на рис. 1: $Oxyz$ – связанная невозмущенная система координат; $O\bar{x}\bar{y}\bar{z}$ – связанная возмущенная система координат; γ – вариация угла крена (в дальнейшем – угол крена).

Однако под действием различных возмущающих моментов (аэродинамических, от перекоса вектора тяги двигательной установки) происходит вращение ЛА относительно продольной оси Ox (рис. 1). То есть действие возмущающих моментов приводит к появлению дополнительного угла крена γ и угловой скорости ω (вариации относительно программных значений), а положение ЛА будет определяться связанной возмущенной системой координат $O\bar{x}\bar{y}\bar{z}$.

Ликвидировать вращение относительно продольной оси и поддерживать нулевой угол крена γ и нулевое значение угловой скорости ω – задача автомата стабилизации (АС).

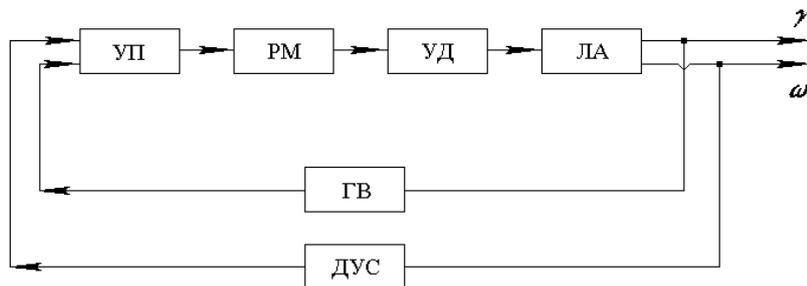


Рис. 2. Структурная схема системы

Рассмотрим структурную схему автомата стабилизации (рис. 2):

ЛА – летательный аппарат;

ГВ – гировертикант;

ДУС – датчик угловой скорости;

УП – усилитель-преобразователь;

РМ – рулевые машинки;

УД – управляющие двигатели.

Работа автомата стабилизации заключается в следующем. Пусть угол крена γ под действием возмущающего момента станет не равен нулю или угловая скорость ω отлична от нуля. Эти параметры будут

измерены соответственно гировертикантом и датчиком угловой скорости. Сигналы с них (отличные от нуля) поступят на усилитель - преобразователь (УП), который выдаст соответствующий сигнал на РМ. Рулевые машинки начнут поворачивать управляющие двигатели (УД), при этом возникает управляющий (стабилизирующий) момент, что приводит к ликвидации крена и гашению вращения ЛА относительно продольной оси Ox . Процесс будет продолжаться до тех пор, пока γ и ω не станут равными нулю.

Для того чтобы АС смог стабилизировать полет ЛА, система "ЛА - АС" должна быть устойчивой. Под устойчивостью движения ЛА по крену (устойчивость системы) понимается ее способность возвращаться на нулевой угол крена после прекращения действия возмущений.

Теоретическая задача обеспечения устойчивости решается на основе моделирования (в данной работе на ПЭВМ) уравнений возмущенного движения ЛА по крену и уравнений АС.

Уравнения движения ЛА:

$$\ddot{\gamma} + C_{\dot{\gamma}}\dot{\gamma} + C_{\gamma\delta}\delta_{\gamma} = M_{\gamma}; \quad (1)$$

$$\omega = \dot{\gamma}. \quad (2)$$

Уравнения АС:

а) статического АС:

$$\delta_{\gamma} = a_{\gamma}\gamma + a_{\omega}\omega; \quad (3)$$

б) астатического АС:

$$\delta_{\gamma} = b_s \int_0^t \gamma dt + b_{\gamma}\gamma + b_{\omega}\omega. \quad (4)$$

В уравнениях (1) - (4) введены следующие обозначения:

$C_{\gamma\dot{\gamma}}$ – коэффициент, характеризующий аэродинамическое демпфирование колебаний ЛА по крену;

$C_{\gamma\delta}$ – коэффициент, характеризующий эффективность управляющих двигателей;

M_γ – относительный (на единицу момента инерции ЛА относительно оси Ox) возмущающий момент;

δ_γ – угол поворота УД;

$\left. \begin{array}{l} a_\gamma \\ a_\omega \\ b_s \\ b_\gamma \\ b_\omega \end{array} \right\}$ – передаточные числа АС по соответствующим входным сигналам.

Таким образом, АС реагирует включением УД и соответственно созданием стабилизирующего момента на линейную комбинацию кинематических параметров γ и ω . Существуют два вида таких АС. Второй отличается от первого (наиболее распространенного на практике) наличием входного сигнала в виде интеграла от угла крена.

Различие двух видов АС принципиально лишь в случае постоянного возмущающего момента $M_\gamma = \text{const}$. При его случайных значениях (тем более знакопеременных) предпочтительнее статический АС из-за его более простой реализации и малой чувствительности к разбросу передаточных чисел в процессе реализации АС.

Рассмотрим поведение ЛА со статическим и астатическим АС при постоянном возмущающем моменте. В установившемся режиме движения, характеризующемся параметрами $\dot{\delta} = \dot{\gamma} = \ddot{\gamma} = 0$, в случае статического АС имеем:

$$\delta_{\gamma_{уст}} = \frac{M_{\gamma}}{C_{\gamma\delta}} = \text{const} \neq 0, \text{ из (1);} \quad (5)$$

$$\gamma_{уст} = \frac{\delta_{\gamma}}{a_{\gamma}} = \text{const} \neq 0, \text{ из (2).} \quad (6)$$

Таким образом, ЛА будет летать с постоянным углом крена (статическая ошибка) и повернутым УД (для компенсации возмущения). Это объясняется еще и тем, что УД отклоняются только при наличии угла крена (3).

При астатическом АС будет то же $\delta_{\gamma_{уст}}$ (при одинаковом возмущающем моменте). Однако $\gamma_{уст} = 0$ (статическая ошибка отсутствует), что следует из другой записи уравнения (4):

$$\dot{\delta}_{\gamma} = b_s \gamma + b_{\gamma} \dot{\gamma} + b_{\omega} \ddot{\gamma}. \quad (7)$$

Управляющие двигатели будут повернуты пропорционально интегралу от угла крена при стабилизации (переходном процессе):

$$\delta_{\gamma_{уст}} = b_s \int_0^t \gamma dt. \quad (8)$$

Как сказано выше, теоретическая задача обеспечения стабилизации заключается в подборе передаточных чисел АС, при котором обеспечивается устойчивость движения и приемлемое качество переходного процесса. Под переходным процессом, как известно, понимается реакция системы на постоянное входное воздействие.

Рассмотрим показатели качества переходного процесса, понимая под входным сигналом M_{γ} и выходным γ . Главными среди них являются:

T_n – длительность переходного процесса; $T_{ср}$ – время срабатывания; ν – относительный максимальный разброс (рис.3).

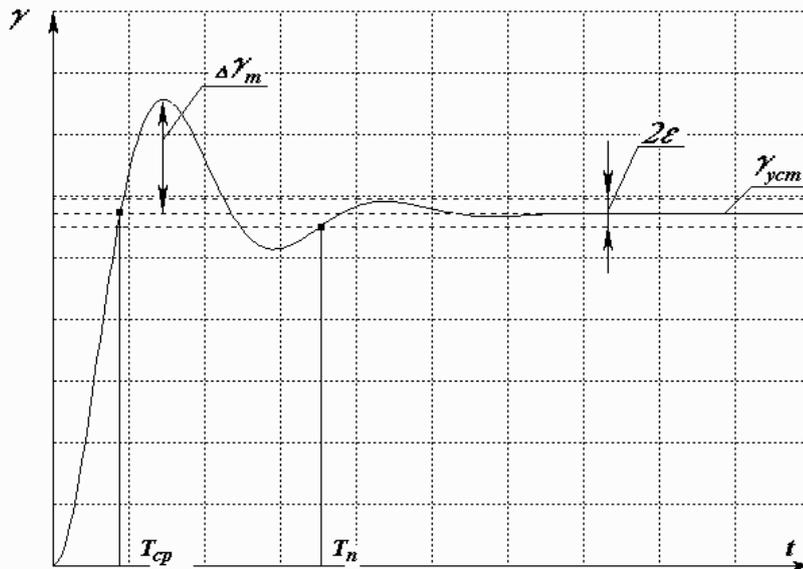


Рис.3. Переходный процесс по углу крена γ

На рис.3.:

$$\varepsilon = 0,05 \gamma_{уст}; \quad \Delta\gamma_m = \frac{\gamma_{\max} - \gamma_{уст}}{\gamma_{уст}}; \quad v = \frac{\Delta\gamma_m}{\gamma_{уст}} \cdot 100\%. \quad (9)$$

Переходный процесс считается закончившимся, когда выходной сигнал последний раз войдет в зону $(\gamma_{уст} \pm \varepsilon)$ и больше из нее не выйдет.

Время срабатывания – время первого достижения выходным сигналом установившегося значения. Заброс вычисляется по формуле (9) в процентах.

По нормам летной годности (НЛГ) на эти характеристики наложены ограничения:

$$T_n \leq 5..7 \text{ с}; \quad T_{сп} \leq 1..2 \text{ с}; \quad v \leq 40\%. \quad (10)$$

Передаточные числа АС подбираются так, чтобы обеспечить выполнение этих требований.

2. МОДЕЛИРОВАНИЕ ПЕРЕХОДНЫХ ПРОЦЕССОВ ЛА ПО КРЕНУ НА ПЭВМ

Моделирование задачи начинается с выбора численных значений исходных данных согласно коду варианта (табл. 1). Моделирование переходных процессов производится с помощью уравнений (1) - (4) для трех параметров возмущенного движения: γ , ω и δ_γ .

Исследование устойчивости ЛА по крену производится на ПЭВМ в программе StabKren.Com из среды DOS.

При запуске данной программы на экране монитора высвечивается диалоговая панель (рис. 4).

Лабораторная работа № 1 -
по курсу "Динамика полета"

Уравнение возмущенного движения РН по каналу крена:

$$\ddot{\gamma} + C_{\gamma\dot{\gamma}}\dot{\gamma} + C_{\gamma\delta}\delta_\gamma = M_\gamma$$

$$\omega = \dot{\gamma}$$

где: $C_{\gamma\dot{\gamma}}$ - коэф., характеризующий аэродинамическое демпфирование колебаний РН по крену, $C_{\gamma\delta}$ - коэф., характеризующий эффективность управляющих двигателей, M_γ - относительный возмущающий момент, δ_γ - угол поворота управляющих двигателей.

Уравнения АС:
- статический АС:
 $\delta_\gamma = a_\gamma \gamma + a_\omega \omega$
- астатический АС:
 $\delta_\gamma = b_s \int \gamma dt + b_\gamma \gamma + b_\omega \omega$

Введите исходные данные:

Ф.И.О. - -
№ группы - -

M_γ (с ⁻²) -	b_s (с ⁻¹) -
$C_{\gamma\dot{\gamma}}$ (с ⁻²) -	b_γ (а _γ) -
$C_{\gamma\delta}$ (с ⁻¹) -	b_ω (а _ω) (с) -

Обеспечение устойчивости летательного аппарата по крену в процессе полета

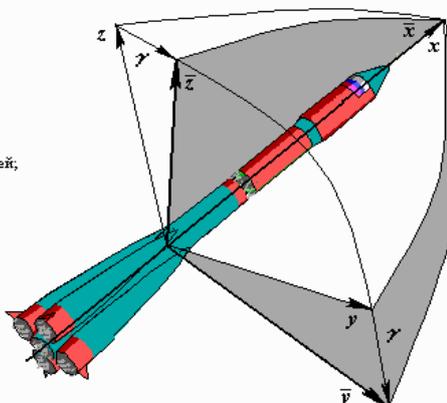


Рис. 4. Диалоговая панель программы StabKren.Com

Ввод исходных данных производится в окно "**Введите исходные данные**". После ввода каждого параметра – нажать клавишу <Enter>.

После того как будут введены все исходные данные, программа последовательно высветит на экран монитора переходные процессы по углу крена γ , угловой скорости ω , углу отклонения УД δ_γ и исходные данные (рис. 6, 8). Если данные переходного процесса не удовлетворяют наложенным на них требованиям (10), то производится перерасчет с измененными исходными данными.

3. ВАРИАНТЫ ЗАДАНИЙ

Как отмечено в НЛГ (10), на переходный процесс по углу крена γ наложены ограничения, общие для всех вариантов:

$$T_n \leq 5..7 \text{ с}; T_{cp} \leq 1..2 \text{ с}; v \leq 40 \%$$

Таблица 1

Варианты заданий

№ варианта	$C_{\gamma\gamma},$ с ⁻¹	$C_{\gamma\delta},$ с ⁻²	$b_s,$ с ⁻¹	$b_\gamma(a_\gamma)$	$b_\omega(a_\omega),$ с	$M_\gamma,$ с ⁻²
1	0,00	2,00	0..2	0..2	0..2	0,090
2	0,01	1,95	0..2	0..2	0..2	0,085
3	0,02	1,90	0..2	0..2	0..2	0,080
4	0,03	1,85	0..2	0..2	0..2	0,075
5	0,04	1,80	0..2	0..2	0..2	0,070
6	0,05	1,75	0..2	0..2	0..2	0,065
7	0,06	1,70	0..2	0..2	0..2	0,060
8	0,07	1,65	0..2	0..2	0..2	0,055
9	0,08	1,60	0..2	0..2	0..2	0,050
10	0,09	1,55	0..2	0..2	0..2	0,045
11	0,10	1,50	0..2	0..2	0..2	0,040
12	0,09	1,45	0..2	0..2	0..2	0,035
13	0,08	1,40	0..2	0..2	0..2	0,030
14	0,07	1,35	0..2	0..2	0..2	0,025
15	0,06	1,30	0..2	0..2	0..2	0,020
16	0,05	1,25	0..2	0..2	0..2	0,015
17	0,04	1,20	0..2	0..2	0..2	0,010

№ варианта	$C_{\gamma\dot{\gamma}},$ с ⁻¹	$C_{\gamma\delta},$ с ⁻²	$b_s,$ с ⁻¹	$b_\gamma(a_\gamma)$	$b_\omega(a_\omega),$ с	$M_\gamma,$ с ⁻²
18	0,03	1,15	0..2	0..2	0..2	0,080
19	0,02	1,10	0..2	0..2	0..2	0,075
20	0,01	1,05	0..2	0..2	0..2	0,070
21	0,02	1,00	0..2	0..2	0..2	0,065
22	0,03	0,95	0..2	0..2	0..2	0,060
23	0,04	0,90	0..2	0..2	0..2	0,055
24	0,05	0,85	0..2	0..2	0..2	0,050
25	0,06	0,80	0..2	0..2	0..2	0,045
26	0,07	0,75	0..2	0..2	0..2	0,040
27	0,08	0,70	0..3	0..3	0..3	0,035
28	0,09	0,65	0..3	0..3	0..3	0,030
29	0,10	0,60	0..3	0..3	0..3	0,025
30	0,05	0,55	0..3	0..3	0..3	0,020

4. ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ

Задача 1. Стабилизация крена статическим АС

1. Взять исходные данные согласно номеру задания.
2. Ввести исходные данные в программу StabKren.Com ($b_s = 0$).
3. Подобрать минимально возможные значения коэффициентов a_γ, a_ω для обеспечения требуемого качества переходного процесса (10).
4. Зарисовать (распечатать) переходные процессы по γ, ω и δ_γ . Записать значения передаточных чисел a_γ, a_ω . Определить характеристики переходного процесса по углу крена γ .
5. Подготовить отчет на стандартном бланке.

Задача 2. Стабилизация крена астатическим АС

Стабилизация крена астатическим АС та же, что и в задаче 1, только с добавлением коэффициента b_s . По окончании работы оформить отчет.

5. ЧИСЛЕННЫЙ ПРИМЕР

Примем следующие исходные данные:

$$C_{\gamma\dot{\gamma}}=0.05 \text{ c}^{-1}; \quad C_{\gamma\delta}=1.0 \text{ c}^{-2}; \quad M_{\gamma}=0.05 \text{ c}^{-2};$$

$$b_s=\{0..5\}; \quad b_{\gamma}(a_{\gamma})=\{0..3\} \text{ c}^{-1};$$

$$b_{\omega}(a_{\omega})=\{0..2.5\} \text{ c}$$

Подставив данные значения в программу StabKren.Com (рис.5, 7), получим переходные процессы (рис. 6, 8).

Лабораторная работа № 1 -
по курсу "Динамика полета"

Уравнение возмущенного движения РН по каналу крена:

$$\ddot{\gamma} + C_{\gamma\dot{\gamma}}\dot{\gamma} + C_{\gamma\delta}\delta_{\gamma} = M_{\gamma}$$

$$\omega = \dot{\gamma}$$

где: $C_{\gamma\dot{\gamma}}$ - коэф., характеризующий аэродинамическое демпфирование колебаний РН по крену, $C_{\gamma\delta}$ - коэф., характеризующий эффективность управляющих двигателей, M_{γ} - относительный возмущающий момент, δ_{γ} - угол поворота управляющих двигателей.

Уравнения АС:

- *статический АС:*

$$\delta_{\gamma} = a_{\gamma}\gamma + a_{\omega}\omega$$

- *астический АС:*

$$\delta_{\gamma} = b_s \int_0^t \gamma dt + b_{\gamma}\gamma + b_{\omega}\omega$$

Введите исходные данные:

Ф.И.О. - Иванов И.И.
№ группы - 1416

$M_{\gamma} \text{ (c}^{-2}\text{) } - 0.05$	$b_s \text{ (c}^{-1}\text{) } - 0$
$C_{\gamma\delta} \text{ (c}^{-2}\text{) } - 1$	$b_{\gamma}(a_{\gamma}) - 2$
$C_{\gamma\dot{\gamma}} \text{ (c}^{-1}\text{) } - 0.05$	$b_{\omega}(a_{\omega}) \text{ (c) } - 1.5$

Обеспечение устойчивости летательного аппарата по крену в процессе полета

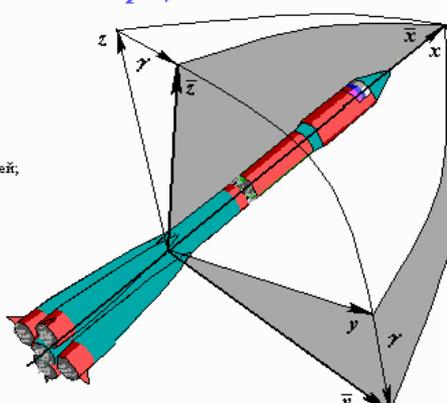


Рис. 5. Ввод исходных данных в программу StabKren.Com для статического АС

Из рис. 6 видно, что $T_n = 1.65$ с; $T_{cp} = 5.5$ с; $\nu = 11$ %, что удовлетворяет требованиям НЛГ (10).

Лабораторная работа № 1 -
по курсу "Динамика полета"

Обеспечение устойчивости летательного аппарата по крену в процессе полета

Уравнение возмущенного движения РН по каналу крена:

$$\ddot{\gamma} + C_{\gamma\dot{\gamma}}\dot{\gamma} + C_{\gamma\delta}\delta_{\gamma} = M_{\gamma}$$

$$\omega = \dot{\gamma}$$

где: $C_{\gamma\dot{\gamma}}$ - коэф., характеризующий аэродинамическое демпфирование колебаний РН по крену; $C_{\gamma\delta}$ - коэф., характеризующий эффективность управляющих двигателей; M_{γ} - относительный возмущающий момент; δ_{γ} - угол поворота управляющих двигателей.

Уравнения АС:

- статический АС:

$$\delta_{\gamma} = a_{\gamma}\gamma + a_{\omega}\omega$$

- астатический АС:

$$\delta_{\gamma} = b_s \int \gamma dt + b_{\gamma}\gamma + b_{\omega}\omega$$

Введите исходные данные:

Ф.И.О. - Иванов И.И.	
№ группы - 1416	
M_{γ} (с ⁻²) - 0.05	b_s (с ⁻¹) - 2
$C_{\gamma\dot{\gamma}}$ (с ⁻²) - 1	b_{γ} (a_{γ}) - 2
$C_{\gamma\delta}$ (с ⁻¹) - 0.05	b_{ω} (a_{ω}) (с) - 1.5

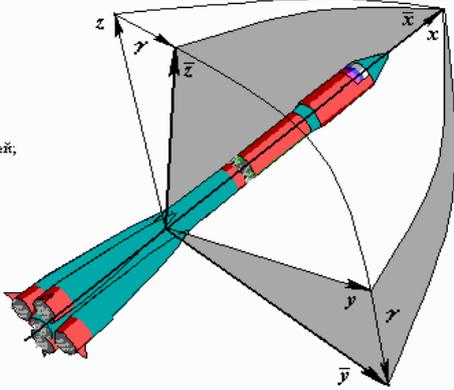


Рис. 7. Ввод исходных данных в программу StabKren.Com для астатического АС

6. ВОПРОСЫ К ЗАЧЕТУ

1. Принцип действия АС.
2. Понятие устойчивости движения.
3. Различия в реакции ЛА с разными АС при постоянном возмущающем моменте.
4. Показатели качества переходного процесса.

**РАСЧЕТ ОБЛАСТЕЙ УСТОЙЧИВОСТИ
ЛЕТАТЕЛЬНОГО АППАРАТА
В ПЛОСКОСТИ ТАНГАЖА (РЫСКАНИЯ)**

Цель работы: Исследование областей устойчивости летательного аппарата в плоскости тангажа (рыскания) методом D-разбиения и выбор параметров автомата стабилизации.

ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ

1. Ознакомление с физической постановкой задачи.
2. Выбор исходных данных согласно коду варианта задания.
3. Построение областей устойчивости по каналу тангажа (рыскания) в параметрах автомата стабилизации для различных моментов времени полета (решение задачи на ПЭВМ).
4. Определение области параметров автомата стабилизации, обеспечивающей устойчивость летательного аппарата в плоскости тангажа (рыскания) на заданном участке полета.
5. Выбор численных значений параметров автомата стабилизации из заданной области устойчивости.
6. Подготовка отчета по лабораторной работе на стандартном бланке.
7. Сдача зачета по лабораторной работе.

Продолжительность лабораторной работы составляет 4 часа: первые два часа отводятся для выполнения пунктов 1-3, второй час – на выполнение пунктов 4-7.

1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Устойчивость движения летательного аппарата (ЛА) есть его свойство реагировать малыми изменениями кинематических параметров движения на малые возмущения. Существует много различных определений устойчивости движения, наиболее распространенным из которых является определение устойчивости, данное А.А. Ляпуновым. Исходя из этого определения, система "летательный аппарат – автомат стабилизации" будет устойчивой, если корни характеристического полинома системы имеют отрицательные вещественные части (рис.1).



Рис. 1. Положение области устойчивости на комплексной плоскости

При этом рассматривается свободное возмущенное движение системы при некоторых произвольных начальных отклонениях от невозмущенного движения. Поэтому под устойчивостью невозмущенного движения ЛА понимается его способность вернуться на программную (невозмущенную) траекторию после прекращения действия возмущений. При расчете и проектировании автомата стабилизации (АС) летательного аппарата (ЛА) обычно исследуют влияние различных конструктивных параметров ЛА и параметров АС на устойчивость системы

ЛА – АС. С этой целью строят области устойчивости по двум параметрам при фиксированных значениях остальных параметров (рис.2). Плоскость исследуемых параметров подвергается так называемому D-разбиению с помощью кривой, являющейся границей области, характеристический полином которой имеет корни с отрицательной вещественной частью.

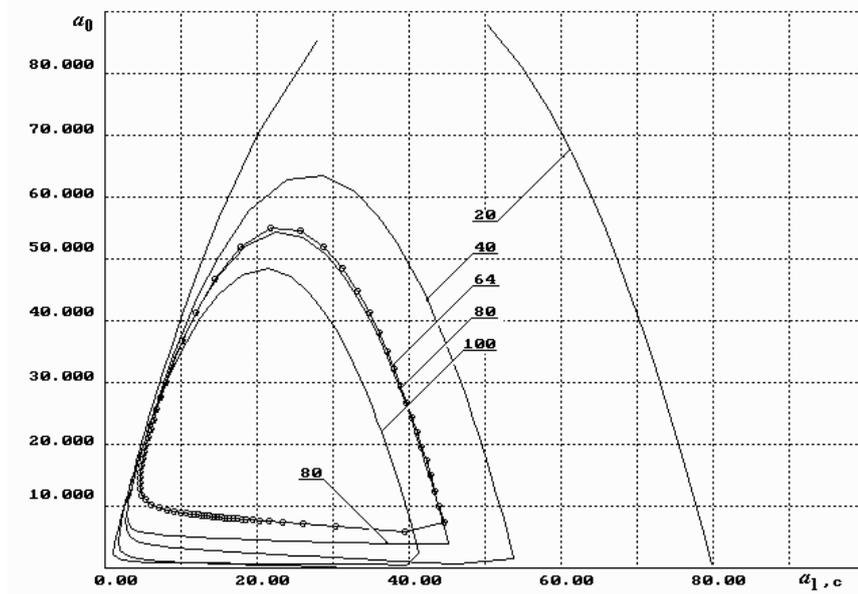


Рис. 2. Области устойчивости параметров a_0, a_1 АС в функции времени

Рассматривая устойчивость движения ЛА в плоскости тангажа (рыскания), линеаризованные уравнения возмущенного движения запишем в виде [1, 2]:

$$\begin{aligned} \ddot{y} + C_{Y\vartheta} \vartheta + C_{Y\dot{y}} \dot{y} + C_{Y\delta} \delta &= 0, \\ \ddot{\vartheta} + C_{\vartheta\vartheta} \vartheta + C_{\vartheta\dot{y}} \dot{y} + C_{\vartheta\delta} \delta &= 0. \end{aligned} \quad (1)$$

Дополним систему уравнений (1) линеаризованным уравнением АС:

$$\tau_2 \ddot{\delta} + \tau_1 \dot{\delta} + \delta = a_0 \vartheta + a_1 \dot{\vartheta} + a_2 y + a_3 \dot{y}, \quad (2)$$

где $C_{Y\vartheta}, C_{YY}, C_{Y\delta}, C_{\vartheta\vartheta}, C_{\vartheta Y}, C_{\vartheta\delta}$ – коэффициенты, характеризующие собственную динамику ЛА; $\vartheta, \dot{\vartheta}$ – отклонение угла тангажа, угловой скорости от программных значений; y, \dot{y} – линейное отклонение центра масс ЛА и ее скорости от программных значений; δ – угол отклонения управляющих двигателей в плоскости тангажа (рыскания); a_0, a_1, a_2, a_3 – передаточные числа АС по соответствующим входным сигналам; τ_2, τ_1 – коэффициенты, характеризующие динамические свойства АС.

Области устойчивости строятся на плоскости параметров АС a_0 и a_1 на основе метода D-разбиения по характеристическому полиному системы уравнений (1), (2).

Суть метода D-разбиения состоит в следующем:

1. На основе уравнений (1) и (2) создается матрица замкнутой системы "ЛА – АС" возмущенного движения системы [2]:

$$\begin{vmatrix} (p^2 + pC_{YY}) & C_{Y\vartheta} & C_{Y\delta} \\ pC_{\vartheta Y} & (p^2 + C_{\vartheta\vartheta}) & C_{\vartheta\delta} \\ (a_2 + pa_3) & (a_0 + pa_1) & (-p^2\tau_2 - p\tau_1 - 1) \end{vmatrix} \equiv 0. \quad (3)$$

2. Вычисляется характеристический полином созданной матрицы (3):

$$\sum_{i=0}^6 p^i x_i \equiv 0, \quad (4)$$

где x_i - коэффициенты характеристического полинома, равные:

$$x_6 = \tau_2;$$

$$x_5 = \tau_1 + \tau_2 C_{YY};$$

$$x_4 = \tau_1 C_{Y\vartheta} + \tau_2 C_{\vartheta\vartheta} + 1;$$

$$\begin{aligned}
x_3 &= \tau_1 C_{YY} + \tau_2 (C_{YY} C_{99} - C_{9Y} C_{Y9}) + C_{YY} + C_{Y8} a_3 + C_{98} a_1; \\
x_2 &= C_{99} + C_{Y8} a_2 + \tau_1 (C_{YY} C_{99} - C_{9Y} C_{Y9}) + C_{98} a_0 - \\
&\quad - a_1 (C_{9Y} C_{Y8} - C_{98} C_{YY}); \\
x_1 &= C_{YY} C_{99} - C_{9Y} C_{Y9} + a_3 (C_{Y8} C_{99} - C_{98} C_{Y9}) - \\
&\quad - a_0 (C_{9Y} C_{Y8} - C_{98} C_{YY}); \\
x_0 &= a_2 (C_{Y8} C_{99} - C_{98} C_{Y9}).
\end{aligned}$$

3. Введем подстановку $p = j\omega$ и разрешим уравнение характеристического полинома (4) относительно параметров АС a_0 и a_1 , получим

$$\begin{aligned}
a_0 S(\omega) + a_1 Q(\omega) + R(\omega) &= 0; \\
A(\omega) &= A_1(\omega) + jA_2(\omega); \\
A &= S, Q, R,
\end{aligned} \tag{5}$$

где S, Q, R – элементы характеристического полинома (4).

4. Приравняв в уравнении (5) нулю отдельно действительную и мнимую части ($A_1(\omega), A_2(\omega)$), вычислим параметрическое уравнение линии D-разбиения в плоскости параметров a_0 и a_1 :

$$\begin{cases} a_0 S_1(\omega) + a_1 Q_1(\omega) + R_1(\omega) = 0, \\ a_0 S_2(\omega) + a_1 Q_2(\omega) + R_2(\omega) = 0, \end{cases} \tag{6}$$

где $S_1(\omega) = C_{98} \omega^2$;

$$S_2(\omega) = \omega (C_{9Y} C_{Y8} - C_{98} C_{YY});$$

$$Q_1(\omega) = -\omega^2 (C_{9Y} C_{Y8} - C_{98} C_{YY});$$

$$Q_2(\omega) = C_{98} \omega^3;$$

$$\begin{aligned}
R_1(\omega) &= \omega^6 \tau_2 - \omega^4 (\tau_2 C_{99} + \tau_1 C_{YY} + 1) + \omega^2 (C_{99} + a_2 C_{Y8} + C_{YY} + \\
&\quad + \tau_1 (C_{YY} C_{99} - C_{9Y} C_{Y9})) + a_2 (C_{98} C_{Y9} - C_{Y8} C_{99});
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
R_2(\omega) &= -\omega^5 (\tau_1 + \tau_2 C_{YY}) + \omega^3 (\tau_1 C_{99} + a_3 C_{Y8} + \tau_2 (C_{YY} C_{99} - C_{9Y} C_{Y9})) + \\
&\quad + \omega (C_{YY} C_{99} - C_{9Y} C_{Y9} + a_3 (C_{Y8} C_{99} - C_{98} C_{Y9})).
\end{aligned}$$

5. Запишем систему уравнений (6) в матричной форме:

$$\begin{vmatrix} S_1 & Q_1 & R_1 \\ S_2 & Q_2 & R_2 \end{vmatrix} = 0, \quad (7)$$

тогда

$$a_0 = \frac{\Delta a_0}{\Delta} = \frac{-R_1 Q_2 + R_2 Q_1}{S_1 Q_2 - S_2 Q_1}, \quad (8)$$
$$a_1 = \frac{\Delta a_1}{\Delta} = \frac{-S_1 R_2 + S_2 R_1}{S_1 Q_2 - S_2 Q_1}.$$

6. Изменяя частоту ω , вычисляем значения кривой $(a_0(\omega), a_1(\omega))$.

7. При построении графика области устойчивости (рис.2) по оси абсцисс откладывается a_1 , по оси ординат – a_0 . Далее производится штриховка кривой D-разбиения по следующему правилу. Если при движении по этой кривой в сторону возрастания ω главный определитель системы (6) отрицателен, то кривую штрихуют справа. Замкнутая область, покрытая наибольшим числом штриховок, будет областью устойчивости, если таковая в рассматриваемый момент времени имеется.

8. После определения границы области устойчивости (рис.2) производится выбор численных значений параметров АС (a_0, a_1) – значений рабочей точки (a_0, a_1) .

9. Рабочая точка должна находиться в области устойчивости, и при этом на некотором удалении от границы области устойчивости. Это расстояние определяется как запас устойчивости ($K_{уст}$) по параметрам a_0, a_1 и выражается в % относительно границы области устойчивости. Реально $K_{уст}$ лежит в пределах 10 - 30 %. Для исследования устойчивости системы ЛА-АС по времени полета строятся несколько областей устойчивости для нескольких участков полета. После совмещения полученных областей устойчивости определяется область, обеспечивающая устойчивость на заданном участке полета (рис.2), внутри которой выбирается рабочая точка (a_0, a_1) .

2. МОДЕЛИРОВАНИЕ ПЕРЕХОДНЫХ ПРОЦЕССОВ ПО КРЕНУ ЛА НА ПЭВМ

Моделирование задачи начинается с выбора численных значений исходных данных согласно коду варианта (табл.1). Моделирование областей устойчивости производится с помощью уравнений (1), (2), (8) для трех фиксированных моментов времени: t_1 , t_2 и t_3 .

Исследование устойчивости системы ЛА-АС по тангажу (рысканию) производится на ПЭВМ программой Oblast.Com из среды DOS.

При запуске данной программы на экране монитора высвечивается диалоговая панель (рис. 3).

Лабораторная работа № 2 -
по курсу "Динамика полета"

Уравнения возмущенного движения РН по каналу тангажа:
- уравнение линейных ускорений:
$$\ddot{y} + C_{yv} v + C_{yy} \dot{y} + C_{y\delta} \delta = \theta$$

- уравнение угловых ускорений:
$$\ddot{\delta} + C_{v\delta} v + C_{v\dot{y}} \dot{y} + C_{v\delta} \delta = \theta$$

Линеаризованное уравнение АС:
$$\tau_2 \ddot{\delta} + \tau_1 \dot{\delta} + \delta = a_0 v + a_1 \dot{v} + a_2 y + a_3 \dot{y}$$

Расчет областей устойчивости летательного аппарата в плоскости тангажа (рыскания)

Введите исходные данные:

Ф.И.О. -		
№ группы -		$a_2 (м) -$
$C_{yv} (c^{-2}) -$	$C_{yv} (м c^{-2}) -$	$a_3 (c.м^{-1}) -$
$C_{yy} (м^{-1}c^{-1}) -$	$C_{yy} (c^{-1}) -$	$\tau_1 (c) -$
$C_{v\delta} (c^{-2}) -$	$C_{v\delta} (м c^{-2}) -$	$\tau_2 (c^2) -$

Рис. 3. Диалоговая панель программы Oblast.Com

Ввод исходных данных производится в окно "**Введите исходные данные**". После ввода каждого параметра – нажать клавишу <Enter>.

После того как будут введены все исходные данные для выбранного участка полета, программа высветит на экран монитора область устойчивости по каналу тангажа (рыскания) в плоскости параметров АС (a_0, a_1) и исходные данные (рис. 5, 6). После сохранения рисунка программа повторит расчет для следующего участка полета.

3. ВАРИАНТЫ ЗАДАНИЙ

Как отмечено в пункте 1, на определение численных значений a_0 и a_1 рабочей точки наложено ограничение по запасу устойчивости, общее для всех вариантов:

$$10\% \leq K_{уст} \leq 30\% \quad (9)$$

Коэффициенты уравнений (1), (2) задаются в соответствии с вариантами исходных данных на курсовую работу.

4. ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ

1. Взять исходные данные согласно номеру задания;
2. Ввести исходные данные для заданного участка времени в программу Oblast.Com.
3. Зарисовать (распечатать) область устойчивости в плоскости a_0, a_1 .
4. Повторить пункты 2, 3 для следующих участков времени.
5. Определить по рисункам область устойчивости в плоскости a_0, a_1 , неизменную на всем протяжении полета.
6. Определить численные значения рабочей точки с учетом (9).
7. Подготовить отчет на стандартном бланке.

5. ЧИСЛЕННЫЙ ПРИМЕР

Примем следующие исходные данные:

$$C_{99} = -0.75; -1.55; -0.37 \text{ с}^{-2};$$

$$C_{9Y} = -0.0004; -0.001; -0.006 \text{ м}^{-1}\text{с}^{-1};$$

$$C_{98} = 0.12; 0.2; 0.21 \text{ с}^{-2};$$

$$C_{Y9} = 18.50; 20.55; 20.30 \text{ мс}^{-2};$$

$$C_{YY} = 0.020; 0.035; 0.027 \text{ с}^{-1};$$

$$C_{Y8} = 1.05; 1.55; 1.70 \text{ мс}^{-2};$$

$$a_2 = -0.00076; -0.00076; -0.00076 \text{ м}^{-1};$$

$$a_3 = -0.01; -0.01; -0.01 \text{ см}^{-1};$$

$$\tau_1 = 0.20; 0.20; 0.20 \text{ с};$$

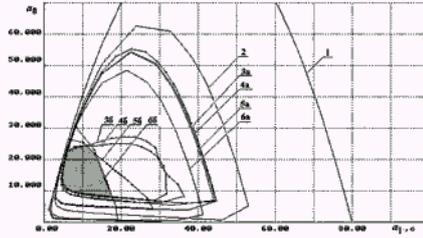
$$\tau_2 = 0.025; 0.025; 0.25 \text{ с}^2;$$

Подставив данные значения в программу Oblast.Com (рис. 4), получим области устойчивости (рис. 5, 6, 7).

На основе анализа областей устойчивости (верхняя часть рис. 5–7) можно сделать вывод, что для времени t_2 (рис. 5) нижняя граница области устойчивости смещена вверх относительно границ для других участков времени полета (рис. 6–7). Поэтому выбор рабочей точки производим по области устойчивости для t_2 . Учитывая (9), получим $a_0 = 9.8$, $a_1 = 8$ с для $K_{уст} = 30\%$.

Уравнения возмущенного
движения РН по каналу тангажа:
- уравнение линейных ускорений:
$$\ddot{y} + C_{yv} \dot{v} + C_{yy} \dot{y} + C_{y\delta} \delta = 0$$

- уравнение угловых ускорений:
$$\ddot{\delta} + C_{v\delta} \dot{v} + C_{v\dot{y}} \dot{y} + C_{v\delta} \delta = 0$$



Линеаризованное уравнение АС:

$$\tau_2 \ddot{\delta} + \tau_1 \dot{\delta} + \delta = a_0 v + a_1 \dot{v} + a_2 y + a_3 \dot{y}$$

Введите исходные данные:

Ф.И.О. - Иванов И.И.

№ группы - 1407

$C_{y\delta}$ (с⁻²) - -1.55

$C_{\dot{y}y}$ (м⁻¹с⁻¹) - -0.001

$C_{v\delta}$ (с⁻²) - 0.2

$C_{y\delta}$ (м с⁻²) - 20.55

C_{yy} (с⁻¹) - 0.035

$C_{y\dot{y}}$ (м с⁻²) - 1.55

a_2 (м) - -0.00076

a_3 (с м⁻¹) - -0.01

τ_1 (с) - 0.2

τ_2 (с²) - 0.025

Рис. 4. Ввод исходных данных в программу Oblast.Com

```
Иванов И.И.      1407
N группы
Cuu  ||| -1.55000E+0000 1/(с2)
Cuy  ||| -1.00000E-0003 1/(мс)
Cub  |||  0.00000E-0001 1/(с2)
Cyu  |||  0.55000E+0001 1/(с2)
Cvd  |||  5.00000E-0002 1/(мс)
Cvδ  |||  1.55000E+0000 1/(с2)
```

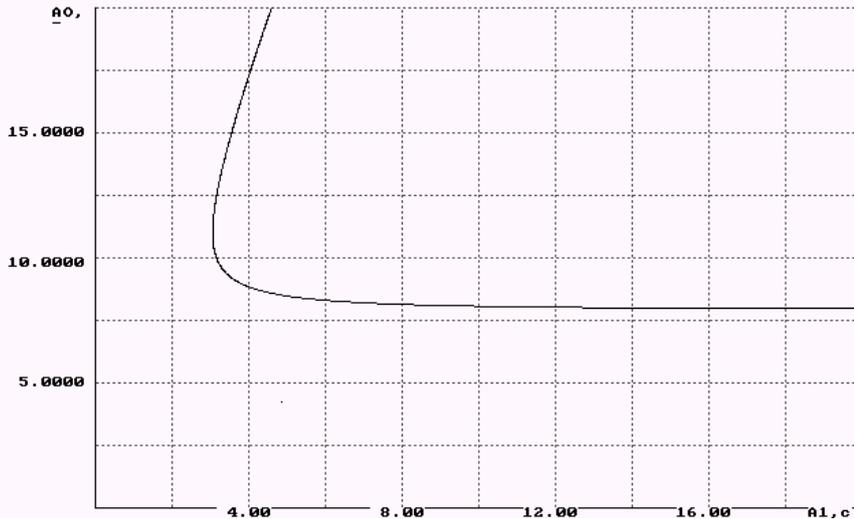


Рис. 5. Область устойчивости параметров АС для времени полета t_2

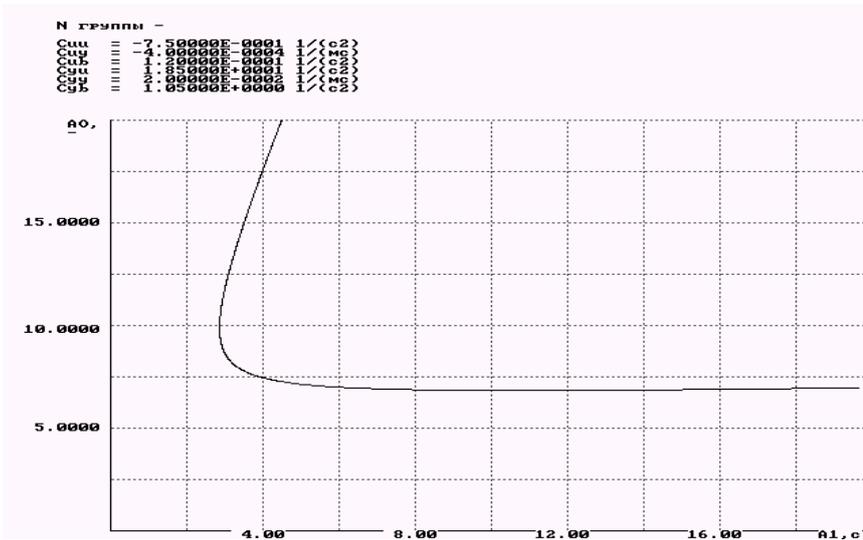


Рис. 6. Область устойчивости параметров АС для времени полета t_1

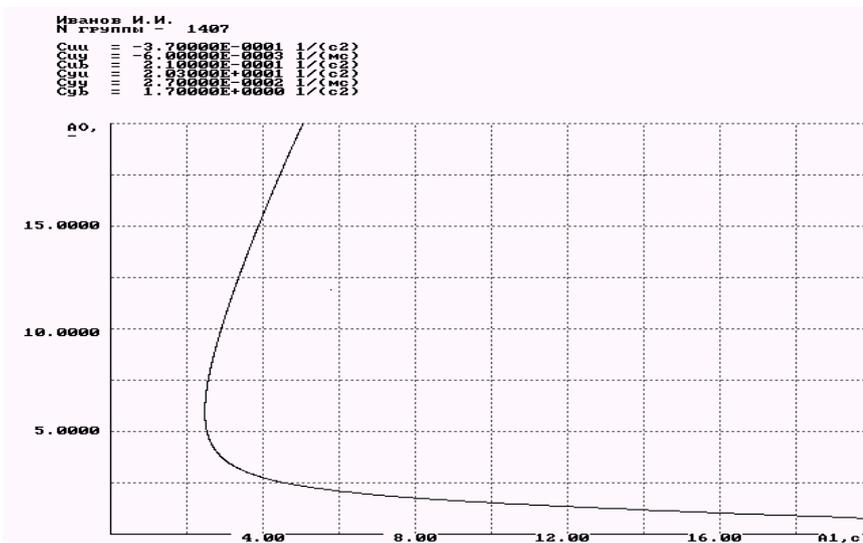


Рис. 7. Область устойчивости параметров АС для времени полета t_3

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Белоконов, В.М. Расчет летных характеристик летательных аппаратов с применением ЭВМ: учеб. пособие / В.М. Белоконов, В.А. Вьюжанин. – Куйбышев: КуАИ, 1987. – 68с.
2. Динамика ракет: учебник для студентов вузов. – 2-е изд., перераб. и доп. / К.А. Абгарян, Э.Л. Калязин, В.П. Мишин [и др.]; под общ. ред. В.П. Мишина.– М.: Машиностроение, 1990. – 464 с.

Учебное издание

**ДИНАМИКА ПОЛЕТА
ЛЕТАТЕЛЬНОГО АППАРАТА**

Лабораторный практикум

Составители: ***Белоконов Виталий Михайлович,
Давыдов Игорь Евгеньевич
Титов Борис Александрович***

Редактор Т. К. К р е т и н и н а
Компьютерная верстка Т. Е. П о л о в н е в а

Подписано в печать 24.06.08. Формат 60x84 1/16.
Бумага офсетная. Печать офсетная.
Усл. печ. л. 2,0.

Тираж 50 экз. Заказ . Арт. С-52/2008.

Самарский государственный
аэрокосмический университет.
443086 Самара, Московское шоссе, 34.

Изд-во Самарского государственного
аэрокосмического университета.
443086 Самара, Московское шоссе, 34.

