

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ
«САМАРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Механико-математический факультет

**МЕЖДИСЦИПЛИНАРНЫЙ ЭКЗАМЕН
«МАТЕМАТИКА»**

*Утверждено редакционно-издательским советом университета в качестве
программы государственного экзамена по направлению
010100.62 (01.03.01) «Математика»*

Самара
Издательство «Самарский университет»
2014

УДК 510
ББК 22.1

Рецензент д-р физ.-мат. наук, проф. А. Н. Панов

Междисциплинарный экзамен «Математика»: программа государственного экзамена по направлению 010100.62 (01.03.01) «Математика» / сост. Р. М. Рудман, Е. А. Савинов. – Самара: Изд-во «Самарский университет», 2014. – 12 с.

Программа государственного экзамена составлена на основании Федерального государственного образовательного стандарта высшего профессионального образования и Порядка проведения государственной итоговой аттестации по программам бакалавриата, специалитета и магистратуры. Она включает комплексные экзаменационные вопросы по образовательным дисциплинам естественнонаучного и профессионального циклов, результаты освоения которых имеют определяющее значение для профессиональной деятельности выпускников.

Предназначена для студентов, обучающихся по направлению 010100.62 (01.03.01) «Математика».

УДК 510
ББК 22.1

© Рудман Р. М., Савинов Е. А.,
составление, 2014
© Самарский государственный
университет, 2014
© Оформление. Издательство
«Самарский университет», 2014

Введение

Государственный экзамен является составной частью государственной итоговой аттестации. Целью государственного экзамена является установление соответствия уровня подготовленности обучающегося к решению профессиональных задач требованиям федерального государственного образовательного стандарта высшего образования и разработанной на основе стандарта образовательной программы.

Программа междисциплинарного экзамена составлена на основании Федерального государственного образовательного стандарта высшего профессионального образования по направлению подготовки 010100 «Математика», утвержденного приказом Министерства образования и науки Российской Федерации № 8 от 13 января 2010 г. (зарегистрировано в Минюсте РФ 10 февраля 2010 г. № 16367), Порядка проведения государственной итоговой аттестации по программам бакалавриата, программам специалитета и программам магистратуры.

Государственный экзамен проводится с целью определения общекультурных и профессиональных компетенций бакалавра по направлению подготовки 010100.62 «Математика», определяющих его подготовленность к решению профессиональных задач, установленных ФГОС, способствующих его устойчивости на рынке труда.

Государственный экзамен призван дать возможность установить уровень образованности, полноту знаний и навыков, приобретенных выпускником в рамках образовательной программы направления; уровень интеллектуальных способностей бакалавра, его творческие возможности для дальнейшего продолжения образования в магистратуре или производственной деятельности.

Государственный экзамен проводится по нескольким образовательным дисциплинам и (или) модулям естественнонаучного и профессионального циклов образовательной программы, результаты освоения которых имеют определяющее значение для профессиональной деятельности выпускников. При этом проверяются как теоретические знания, так и практические навыки выпускника. Государственный экзамен включает комплексные экзаменационные вопросы и задания, соответствующие избранным дисциплинам, отражающие, прежде всего, фундаментальные составляющие этих дисциплин, в том числе задания междисциплинарного характера.

Государственный экзамен проводится Государственной аттестационной комиссией в сроки, предусмотренные рабочими учебными планами по направлению, после освоения образовательной программы в полном объеме.

Государственный экзамен проводится в устной форме.

Результаты государственного экзамена определяются оценками «отлично», «хорошо», «удовлетворительно», «неудовлетворительно». Оценки «отлично», «хорошо», «удовлетворительно» означают успешное прохождение государственного аттестационного испытания.

При разработке программы междисциплинарного государственного экзамена по направлению подготовки 010100.62 (01.03.01) «Математика » использовались утверждённые рабочие программы дисциплин: «Математический анализ», «Алгебра», «Аналитическая геометрия», «Комплексный анализ», «Дифференциальные уравнения», «Функциональный анализ», «Теория вероятностей, случайные процессы», «Уравнения с частными производными», «Численные методы».

Перечень вопросов, выносимых на государственный экзамен

Математический анализ

1. Доказательство счетности множества рациональных чисел, несчетности множества действительных чисел.
2. Теорема Вейерштрасса о пределе монотонной ограниченной последовательности.
3. Вывод первого и второго замечательных пределов.
4. Признаки сходимости рядов с неотрицательными членами, сравнение признаков Коши и Даламбера.
5. Вывод табличных производных и доказательство правил дифференцирования.
6. Доказательство формулы Тейлора с остаточным членом в форме Пеано. Другие формы остаточного члена.
7. Доказательство интегрируемости по Риману функции, непрерывной на отрезке.
8. Доказательство формулы Ньютона-Лейбница.
9. Доказательство необходимого и достаточного условий локального экстремума функции нескольких переменных.
10. Доказательство признака Вейерштрасса равномерной сходимости функционального ряда.
11. Основные теоремы дифференциального исчисления: теоремы Ферма, Коши, Лагранжа, Роля.
12. Доказательство аддитивности интеграла Римана и теоремы о среднем.
13. Доказательство леммы Бореля.
14. Доказательство теоремы о дифференцируемости скалярной функции нескольких переменных с непрерывными частными производными. Производная векторной функции нескольких переменных (отображения).
15. Доказательство теоремы о существовании неявной функции одной переменной. Неявные функции нескольких переменных (скалярные и векторные).
16. Вычисление кратного интеграла по брусу.
17. Разложение функций в ряд Тейлора.
18. Признак Дини поточечной сходимости ряда Фурье.

Алгебра и аналитическая геометрия

1. Определитель, его свойства. Правило Крамера.
2. Ранг матрицы, его вычисление. Критерий совместности системы линейных уравнений.
3. Решение однородных систем линейных уравнений, фундаментальная система решений.
4. Действия с матрицами, существование обратной матрицы.
5. Линейное пространство, базис, размерность. Подпространство.
6. Линейный оператор, его матрица в заданном базисе.
7. Собственные значения и собственные векторы линейного оператора. Характеристический многочлен.
8. Подобие матриц. Характеристические многочлены подобных матриц. Приведение к жордановой нормальной форме (без доказательства).
9. Квадратичные формы, их матрицы, эквивалентность квадратичных форм. Приведение к диагональному виду.
10. Закон инерции квадратичных форм, критерий положительной определенности.
11. Н.О.Д. многочленов. Алгоритм Евклида.
12. Евклидово пространство, ортонормированный базис.
13. Скалярное, векторное, смешанное произведение векторов, геометрическое приложение.
14. Уравнения плоскости и прямой в пространстве.
15. Канонические уравнения эллипса, гиперболы, параболы с выводом одного из них.

Комплексный анализ

1. Комплексные числа, модуль, аргумент, формула Муавра. Извлечение корней n -ой степени из комплексного числа.
2. Степенной ряд. Теорема Абеля.
3. Голоморфные функции. Условия Коши-Римана.
4. Интегральная теорема Коши. Формула Коши.
5. Дробно-линейная функция.
6. Ряд Лорана. Теорема о разложении и вычислении коэффициентов.
7. Основная теорема о вычетах.
8. Классификация изолированных особых точек.

Дифференциальные уравнения

1. Теорема существования и единственности решения задачи Коши для уравнений и систем.
2. Линейные уравнения первого порядка и приводящиеся к ним (уравнения Бернулли, Риккати).
3. Решение линейных уравнений высших порядков с постоянными коэффициентами.
4. Решение линейных систем с постоянными коэффициентами.
5. Устойчивость линейных систем с постоянными коэффициентами.
6. Устойчивость по первому приближению.
7. Особые точки линейных автономных систем на плоскости.

Функциональный анализ

1. Нормированные пространства. Банаховы пространства. Примеры.
2. Пространство линейных ограниченных операторов и его полнота.
3. Гильбертово пространство. Общий вид линейного функционала в гильбертовом пространстве.

Теория вероятностей, случайные процессы

1. Классическое определение вероятности.
2. Случайные величины и их функции распределения. Примеры (биномиальное, равномерное, Пуассона, Гаусса).
3. Неравенство Чебышева.
4. Закон больших чисел в форме Чебышева.

Уравнения с частными производными

1. Классификация линейных дифференциальных уравнений с частными производными второго порядка с двумя независимыми переменными.
2. Постановка основных задач для волнового уравнения, уравнения теплопроводности и уравнения Лапласа
3. Корректность постановки задачи Коши для уравнения колебаний струны.

Численные методы

1. Задача интерполяции. Интерполяционный многочлен Лагранжа.
2. Квадратурные формулы: прямоугольников, трапеций, Симпсона, Ньютона-Котеса, оценка погрешностей этих формул.
3. Прямые методы решения систем линейных алгебраических уравнений. Метод Гаусса. Метод прогонки.
4. Итерационные методы решения систем линейных алгебраических уравнений. Методы Якоби и Зейделя, условия сходимости.
5. Методы приближенного решения задачи Коши для обыкновенных дифференциальных уравнений. Метод Рунге-Кутты.
6. Разностные схемы для одномерного уравнения теплопроводности. Явная и неявная схемы, их аппроксимация и устойчивость.

Рекомендации обучающимся по подготовке к государственному экзамену

При подготовке к сдаче государственного экзамена, с учетом того, что проверяются как теоретические знания, так и практические навыки выпускника, студентам рекомендуется пользоваться следующей учебной литературой. Список литературы составлен с учетом списка дисциплин учебного плана, вопросы по которым выносятся на экзамен.

Перечень рекомендуемой литературы

Математический анализ

1. Алякин В. А. Введение в математический анализ: учеб. пособие для вузов / В. А. Алякин, Р. Ф. Узбеков; Самарский государственный университет, Механико-математический факультет, Кафедра функционального анализа и теории функций. Самара: Самарский университет, 2009. 60 с.
2. Архипов Г.И., Садовничий В.А., Чубариков В.Н. Лекции по математическому анализу. М.: Дрофа, 2003.
3. Виноградова И.А., Олехник С.Н., Садовничий В.А. Задачи и упражнения по математическому анализу. Кн. 1. М.: Высшая школа, 2002; Кн. 2. М.: Высшая школа, 2002.
4. Демидович Б. П. Сборник задач и упражнений по математическому анализу: Учеб. пособие для вузов / Б. П. Демидович. Москва: АСТ, 2005 - 558с.
5. Новиков С. Я. Числовые ряды : учеб. пособие для вузов / С. Я. Новиков, М. А. Лапшина; Самарский государственный университет, Механико-математический факультет, Кафедра функционального анализа и теории функций. Самара: Самарский университет, 2009. 52 с.
6. Решетняк Ю.Г. Курс математического анализа. Кн. I-IV. Новосибирск: Изд-во ИМ, 1999-2001.

Алгебра и геометрия

1. Беклемишев Д. В. Курс аналитической геометрии и линейной алгебры: учебник для вузов / Д. В. Беклемишев. 12-е изд., испр. М.: Физматлит, 2008. 308 с.: ил.
2. Глухов М. М. Алгебра и аналитическая геометрия: учебник для вузов / М. М. Глухов. М.: Гелиос АРВ, 2005. 392 с.
3. Зуланке Р., Онищик А.Л., Алгебра и геометрия в 3 томах. Том 1: Введение. М.: МЦНПО, 2004. 408 с.
4. Ильин В.А., Позняк Э.Г. Линейная алгебра. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2002. 320 с.
5. Кокарев В.Н. Сборник задач по аналитической геометрии / В.Н. Кокарев; Самарский гос. ун-т, Мех.-мат. фак., Каф. алгебры и геометрии. Самара: Универс-груп, 2006. 48 с.
6. Кострикин А.И. Введение в алгебру: учебник для ун-тов. М.: Физматлит, 2004. 271 с.
7. Кострикин А.И., Манин Ю.И. Линейная алгебра и геометрия. М.: Лань, 2008. 304 с.
8. Курош А. Г. Курс высшей алгебры : учеб. для вузов / А. Г. Курош. - 17-е изд., стер. СПб. : Лань, 2008. 431 с.: ил.
9. Мусхелишвили Н.И. Курс аналитической геометрии: [учебник для мл. курсов ун-тов] / Н.И. Мусхелишвили. СПб.: Лань, 2002. 655 с.

10. Панов А.Н. Задачи по линейной алгебре и геометрии. Самара: Самарский университет, 2006. 38 с.

11. Панов А.Н. Методы решения задач по курсу «Линейная алгебра и геометрия»: учеб. пособие для 2 курса специальности "Математика" / А.Н. Панов, И.В. Кулагина; Самарский гос. ун-т, Мех.-мат. фак., Каф. алгебры и геометрии. Самара: Универс групп, 2006. 57 с.

12. Проскуряков И. В. Сборник задач по линейной алгебре: учеб. пособие для вузов / И. В. Проскуряков. 12-е изд., стер. СПб.: Лань, 2008. 476 с.

13. Смирнов Ю. М. Курс аналитической геометрии: учебное пособие для вузов / Ю. М. Смирнов. М.: Едиториал УРСС, 2005. 224 с.

14. Федорчук В.В. Курс аналитической геометрии и линейной алгебры. М.: НЦ ЭНАС, 2003. 328 с.

Комплексный анализ

1. Волковыский Л. И. Сборник задач по теории функций комплексного переменного: учебное пособие для вузов / Л. И. Волковыский, Г. Л. Лунц, И. Г. Араманович. М.: Физматлит, 2006. 312 с.

2. Привалов И.И. Введение в теорию функций комплексного переменного. М.: Наука, 2004.

3. Свешников А. Г. Теория функций комплексной переменной: учеб. для вузов / А. Г. Свешников, А. Н. Тихонов. М.: Физматлит, 2004. 335 с.

Дифференциальные уравнения

1. Демидович Б. П. Лекции по математической теории устойчивости : учеб. пособие для вузов / Б. П. Демидович. 3-е изд., стер. СПб.: Лань, 2008. 480 с.

2. Тихонов А. Н. Дифференциальные уравнения: учеб. для вузов / А. Н. Тихонов, А.Б. Васильева, А.Г. Свешников. М.: Физматлит, 2005. 253 с.

3. Филиппов А. Ф. Сборник задач по дифференциальным уравнениям: [Для ун-тов и техн. вузов с повыш. мат. программой] / А. Ф. Филиппов. М.; Ижевск: Регулярная и хаотическая динамика, 2004. 175 с.

Функциональный анализ

1. Асташкин С. В. Функциональный анализ : учеб. пособие для вузов / С.В. Асташкин, Р. Ф. Узбеков; Самарский государственный университет, Механико-математический факультет, Кафедра функционального анализа и теории функций. Самара: Самарский университет, 2009. 44 с.

2. Изометрическая теория классических банаховых пространств: Метод. указания / Самарский гос. ун-т, Каф. функционального анализа и теории функций; Сост. В. А. Кушманцева. Самара: Самарский университет, 2008. 26 с.

3. Новиков С. Я. Последовательности функций в симметричных пространствах / С. Я. Новиков; Самарский гос. ун-т. Самара: Самарский университет, 2008. 252 с. : ил.

4. Треногин В. А. Функциональный анализ: учебник для вузов / В. А. Треногин. М.: Физматлит, 2007. 488 с.

Теория вероятностей, случайные процессы

1. Белов А. А. Теория вероятностей и математическая статистика: учеб. для вузов / А. А. Белов, Б. А. Баллод, Н. Н. Елизарова. Ростов н/Д. : Феникс, 2008. 318 с.
2. Боровков А. А. Теория вероятностей. М.: Книжный дом «ЛИБРОКОМ», 2009.
3. Гмурман В. Е. Теория вероятностей и математическая статистика: учеб. пособие для вузов / В. Е. Гмурман. 12-е изд., перераб. М. : Высшее образование, 2008. 479 с. : ил.
4. Гнеденко Б. В. Курс теории вероятностей. М.: Едиториал УРСС, 2005.
5. Сборник задач по теории вероятностей, математической статистике и теории случайных функций: учеб. пособие для вузов / под общ. ред. А. А. Свешникова. 4-е изд., стер. СПб.: Лань, 2008. 445 с. : ил., табл.
6. Ширяев А. Н. Вероятность. М.: Наука, 2003.

Уравнения с частными производными

1. Владимиров В. С. Уравнения математической физики: учебник для вузов / В. С. Владимиров, В. В. Жаринов. М.: Физматлит, 2004. 400 с.
2. Новиков С. Я. Числовые ряды : учеб. пособие для вузов / С. Я. Новиков, М. А. Лапшина; Самарский государственный университет, Механико-математический факультет, Кафедра функционального анализа и теории функций. - Самара : Самарский университет, 2009. 52 с.

Численные методы

1. Бахвалов Н.С. Численные методы / Н.С. Бахвалов, Г.М. Кобельков, Н.П.Жидков. М.: Лаборатория базовых знаний, 2003. 616 с.
2. Волков Е. А. Численные методы : учеб. пособие для вузов / Е.А.Волков. 5-е изд., стер. СПб. : Лань, 2008. 248 с.: граф., табл.
3. Демидович Б. П. Основы вычислительной математики: учеб. пособие для вузов / Б. П. Демидович, И. А. Марон. 7-е изд., стер. СПб.:Лань, 2009. 672 с.: табл.
4. Копченова Н. В. Вычислительная математика в примерах и задачах: учеб. пособие для вузов / Н. В. Копченова, И. А. Марон. 3-е изд., стер. СПб.: Лань, 2009. 368 с.: табл.
5. Костомаров Д. П. Вводные лекции по численным методам: учеб. пособие для вузов / Д. П. Костомаров, А. П. Фаворский. М.: Университетская книга, 2006. 184 с.
6. Самарский А.А. Введение в численные методы. Учебное пособие для вузов. М.: Лань, 2005. 288 с.

Учебное издание

**МЕЖДИСЦИПЛИНАРНЫЙ ЭКЗАМЕН
«МАТЕМАТИКА»**

*Программа государственного экзамена по направлению
010100.62 (01.03.01) «Математика»*

Составители: Р. М, Рудман, Е. А. Савинов

Публикуется в авторской редакции
Титульное редактирование *Т. И. Кузнецовой*
Компьютерная верстка, макет *Н. П. Бариновой*

Подписано в печать 21.01.2014. Формат 60x84/16. Бумага офсетная. Печать оперативная.
Усл.-печ. л. 0,7; уч.-изд. л. 0,75. Гарнитура Times. Тираж 100 экз. Заказ № 2434.
Издательство «Самарский университет», 443011, г. Самара, ул. Акад. Павлова, 1.
Тел. 8 (846) 334-54-23
Отпечатано на УОП СамГУ