

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ  
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

**Федеральное государственное автономное образовательное  
учреждение высшего образования  
«САМАРСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ  
УНИВЕРСИТЕТ имени академика С.П. КОРОЛЕВА»**

## **БИОТЕХНИЧЕСКИЕ СИСТЕМЫ ИМПЕДАНСОМЕТРИИ**

*Методические указания к лабораторной работе*

САМАРА 2016

УДК 57.087

Составитель: А.А. Федотов

**Биотехнические системы импедансометрии:** Метод. указания / – Самар. нац. исследов. ун-т; сост. А.А. Федотов; Самара, 2016. 30 с.

В методических указаниях приведены основные сведения о методах измерения электрического импеданса биологических тканей, особенностях построения измерительных схем, функциональной идентификации с помощью метода Боде на основе данных о частотной характеристике электрического импеданса биологических тканей. Приведены порядок выполнения работы и требования к отчету.

Методические указания предназначены для магистрантов, обучающихся по направлениям 12.04.04 «Биотехнические системы и технологии» и 03.04.01 «Прикладные математика и физика», и выполняющих лабораторные работы по дисциплине «Теория биотехнических систем». Подготовлены на кафедре лазерных и биотехнических систем.

Табл. 1. Ил. 22. Библиогр. 5 назв.

Рецензент: к.т.н., доцент И.А. Кудрявцев

**Цель работы:** изучение методов определения электрического импеданса биологических сред, исследование характеристик электрического импеданса биологических тканей в зависимости от внешних факторов воздействия.

## 1 ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ РАБОТЫ

В последние годы измерения электрического импеданса широко используются для получения информации о внутренней структуре биологических тканей (определение уровня дегидратации организма человека, определение компонентного состава мышечной ткани, определение состояния клеточных структур). Актуальным направлением использования приборов для измерения электрического импеданса является их включение в состав систем гемодиализа, а также создание приборов экспресс-определения состава крови. Важным направлением развития указанных приборов является также оценка концентрации клеточных суспензий с целью определения состояния жизнедеятельности клеточных суспензий в медицине клеточных технологий. Данная задача требует экспресс-определения электрического импеданса в широком диапазоне частот.

Электрический импеданс – это комплексная величина, характеризующая электрические свойства биологического объекта при протекании через него электрического тока и определяемая, как отношение создаваемого на объекте напряжения к силе тока, протекающего в данном объекте. В общем виде, импеданс определяется по формуле:

$$Z(j\omega) = \frac{U(j\omega)}{I(j\omega)} \quad (1)$$

где:  $Z(j\omega)$  – электрический импеданс;  $U(j\omega)$  – напряжение;  $I(j\omega)$  – ток, протекающий в исследуемом объекте.

Величина, обратная электрическому импедансу, называется проводимостью биологического объекта или адмиттансом

$$Y(j\omega) = \frac{I(j\omega)}{U(j\omega)} \quad (2)$$

где:  $Y(j\omega)$  – адмиттанс биологического объекта.

В зарубежной литературе наряду с понятиями «импеданс» и «адмиттанс» используется также понятие «иммитанс», являющееся более общей характеристикой, как импеданса, так и адмиттанса.

Как было упомянуто выше, электрический импеданс является комплексной величиной, состоящей из активной и реактивной составляющей. Таким образом

$$Z(j\omega) = R(\omega) + jX(\omega) = \operatorname{Re} [Z(j\omega)] + j \operatorname{Im} [Z(j\omega)] \quad (3)$$

где:  $R(\omega)$  – активная составляющая импеданса (резистанс);  $\operatorname{Im}(\omega)$  – реактивная составляющая импеданса (реактанс).

При исследовании биологических тканей значительная часть постоянного тока проходит по заполняющей межклеточной жидкости, импеданс которой относительно мал. Кроме того, сечение межклеточных промежутков является непостоянной величиной.

При пропускании постоянного тока через живые клетки и ткани было установлено, что сила тока не остается постоянной, а сразу же после наложения потенциала начинает непрерывно падать и, наконец, устанавливается на уровне, который во много раз ниже, чем исходный. Это объясняется тем, что при прохождении постоянного тока через биологическую систему в ней возникает нарастающая до некоторого предела электродвижущая сила противоположного направления. Наблюдаемое явление аналогично тому, что происходит в растворах электролитов. Для них характерно явление поляризации, т.е. образование при прохождении постоянного тока дополнительных зарядов за счет накопления ионов обратного знака.

Для моделирования проведения тока живыми клетками прибегают к эквивалентным схемам, т.е. к таким комбинациям омического сопротивления и емкости, которые в первом приближении могут моделировать электрические параметры исследуемого объекта. На практике используются последовательные, параллельные и последовательно-параллельные схемы замещения биологических тканей.

Наиболее упрощенной является параллельная схема замещения (рисунок 1), называемая также моделью Гельмгольца. В данной модели резистивные свойства биологической ткани представлены сопротивлением  $R$ , а емкостные – конденсатором  $C$ .

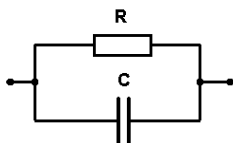


Рисунок 1 – Параллельная схема замещения

При моделировании электрического импеданса подкожных тканей наиболее оптимальным является использование последовательно-параллельной схемы замещения (рисунок 2), получившей название модели Коула.

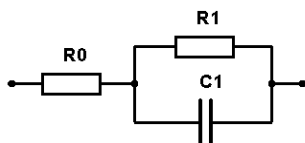


Рисунок 2 – Последовательно-параллельная схема замещения

При анализе электрического импеданса биологических жидкостей используются схема Фрике-Морзе и схема Шванна (рисунки 3 и 4).

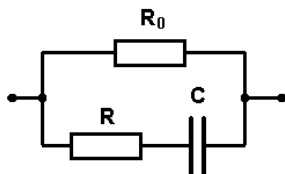


Рисунок 3 – Схема Фрике-Морзе:  $R_0$  – сопротивление межклеточной жидкости;  $R$  – сопротивление содержимого клетки;  $C$  – емкость мембраны

Приведенные схемы в определенной степени могут служить моделями проведения тока живыми тканями. Однако, ни одна из них не может в точности воспроизводить закономерности, присущие сложным биологическим системам.

Частотные свойства импеданса в основном отображаются двумя способами. Для примера рассмотрим модель Коула (рисунок 2). Им-

педанс такой схемы является комплексной величиной и может быть записан в виде:

$$Z(j\omega) = R_{eq}(\omega) + jX_{eq}(\omega) \quad (4)$$

где:  $R_{eq}(\omega)$ ,  $X_{eq}(\omega)$  – эквивалентные активная и реактивная составляющие импеданса.

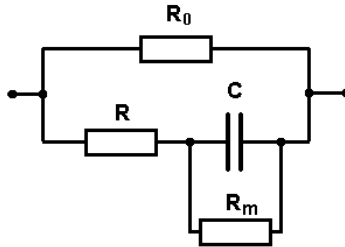


Рисунок 4 – Схема Шванна:  $R_0$  – сопротивление межклеточной жидкости;  $R$  – сопротивление содержимого клетки;  $R_m$  – сопротивление мембраны;  $C$  – емкость мембраны

Другой вариант представления импеданса

$$Z = Ze^{j\varphi} \quad (5)$$

где:  $|Z|$  и  $\varphi$  – соответственно, модуль, и фазовый угол импеданса.

$$|Z| = \sqrt{R^2 + X^2} \quad (6)$$

$$\varphi = \arctg\left(\frac{X}{R}\right) \quad (7)$$

Величины  $R_{eq}(\omega)$ ,  $X_{eq}(\omega)$ ,  $|Z|$ ,  $\varphi$  зависят от частоты (рисунок 5).

Графики соответствующих зависимостей приведены на рисунке 5 (в данном примере  $R_e=R_i=400$  Ом,  $C_m=4$  нФ). По горизонтальной оси отложены значения десятичного логарифма частоты, которая меняется от 1 Гц до  $10^8$  Гц. Величины  $X_{eq}$  и  $\varphi$  на самом деле отрицательные, и на графиках показаны их абсолютные величины. Стоит отметить, что

влияние емкости, характеризуемое величинами  $X_{eq}$  и  $\varphi$ , стремится к нулю, как на низких, так и на высоких частотах.

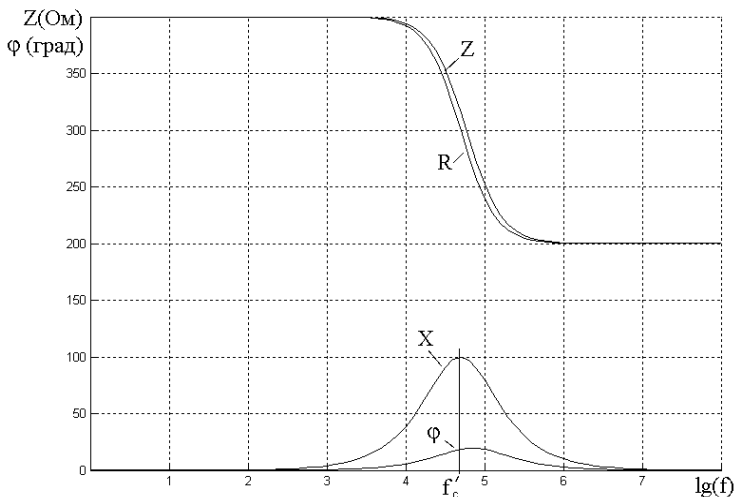


Рисунок 5 – Частотные зависимости параметров импеданса модели Фрике – Морзе

Другой способ отображения частотных свойств электрического импеданса – диаграмма Весселя, называемая также графиком Найквиста и импедансным локусом, на которой отображаются пары значений  $R_{eq}$ ,  $X_{eq}$ , получаемые при разных частотах. Для модели Фрике-Морзе при изменении частоты от нуля до бесконечности диаграмма Весселя имеет вид полуокружности (рисунок 6).

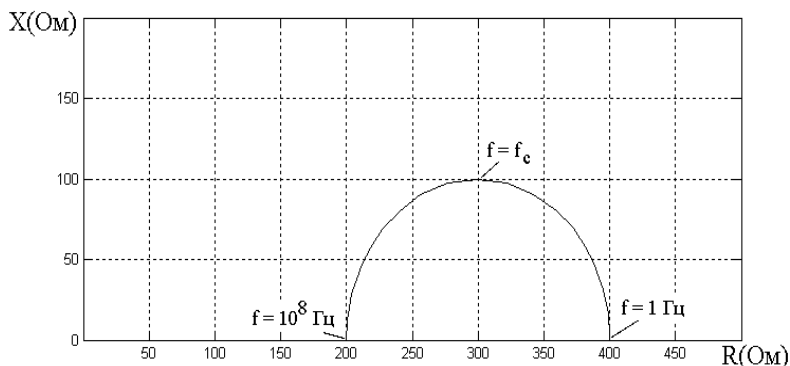


Рисунок 6 – Диаграмма Весселя для модели Фрике-Морзе

Точное определение сопротивления живых клеток и тканей сильно затруднено, из-за чувствительности их к действию электрического тока: у одних – в большей степени, например, у таких легко возбудимых тканей, как нервы и мышцы, у других – в меньшей степени. Этим вызвана необходимость использования в работе малого напряжения, что снижает точность наиболее часто используемого метода мультиметрического сканирования импеданса. Необходимо использование метода, позволяющего осуществлять тестирование биологического объекта в течение малого промежутка времени и позволяющего определить параметры электрического импеданса в широком диапазоне частот.

### 1.1 Обзор методов измерения электрического импеданса

Потенциометрический метод измерения электрического импеданса основан на измерении падения напряжения на исследуемом объекте в режиме заданного тестирующего тока. На рисунке 7а приведена упрощенная двухэлектродная схема измерения электрического импеданса на основе потенциометрического метода измерения. Напряжение с выхода генератора  $G$  преобразуется в электрический ток с помощью сопротивления  $R1$  и поступает на исследуемый объект, имеющий электрический импеданс  $Zx$ .

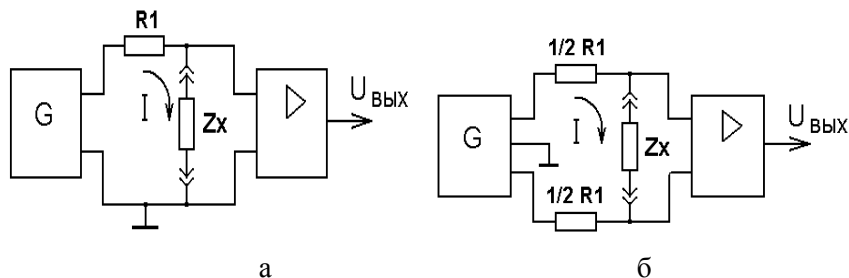


Рисунок 7 – Двухэлектродная схема измерения электрического импеданса на основе потенциометрического метода измерения: а – с несимметричным выходом генератора, б – с симметричным выходом генератора

Падение напряжения на исследуемом объекте определится выражением:



$$U_{\text{ВЫХ}} = \frac{|Z_X| \cdot U_G}{(R1 + |Z_X|)K} \quad (8)$$

где:  $|Z_X|$  – модуль электрического импеданса объекта;  $U_G$  – напряжение на выходе генератора;  $K$  – коэффициент усиления усилителя.

При условии, что  $R1 \ll |Z_X|$ , выражение (8) примет вид:

$$U_{\text{ВЫХ}} = \frac{Z_X \cdot U_G}{K \cdot R1} \quad (9)$$

Основным недостатком схемы, приведенной на рисунке 7а является искажение показаний, если объект оказывается заземленным в другой точке, кроме электрода. В этом случае используется схема измерения электрического импеданса с симметричным выходом генератора (рисунок 7б). Вместо резистора R1 к выходам генератора подключаются два резистора  $\frac{1}{2} R1$ . Усилитель сигналов имеет симметричный вход. Кроме того, наличие симметричного входа позволяет исключить действие синфазных помех.

Другой разновидностью схем измерения электрического импеданса на основе потенциометрического метода измерения является схема, использующая в своей основе векторный измеритель (рисунок 8). Частота генератора может меняться в широких пределах с помощью переключателя диапазонов и ручки плавной настройки. Режим постоянного напряжения выбирается для импедансов, превышающих 1 кОм, а режим постоянного тока – для более низких значений.

Синусоидальный сигнал с генератора поступает на исследуемый объект  $Z_X$ . Сигналы, несущие информацию о величине тока и напряжения в исследуемом объекте предварительно усиливаются усилителями. Амплитудный детектор определяет действующие величины тока и напряжения на исследуемом объекте.

На основании данных о величине тока и напряжения в исследуемом объекте рассчитывается модуль электрического импеданса исследуемого объекта. Фазовый детектор определяет разность фаз между напряжением и током в исследуемом объекте. В соответствии с вели-

чиной фазового угла и модуля электрического импеданса исследуемого объекта определяются составляющие импеданса исследуемого объекта.

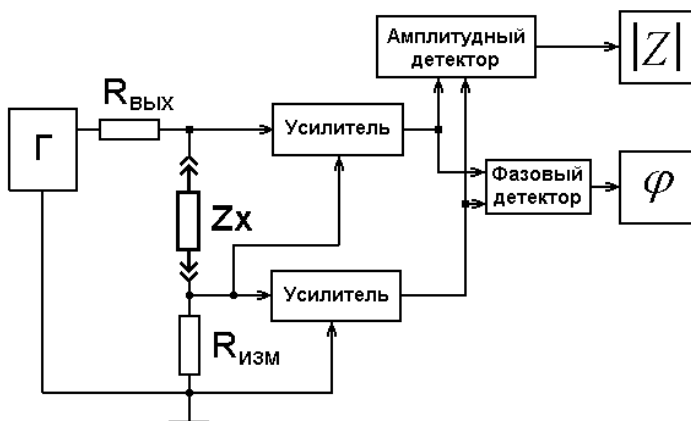


Рисунок 8 – Схема измерения электрического импеданса с помощью векторного измерителя

Функция преобразования измерительного преобразователя на основе векторного измерителя аналогична функции преобразования двухэлектродного измерительного преобразователя, построенного на основе потенциометрического метода измерения.

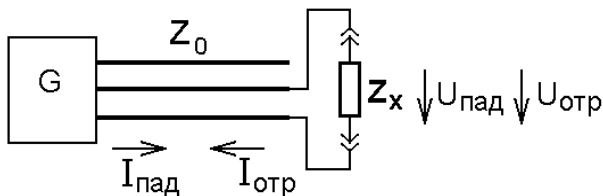


Рисунок 9 – Измерительная схема на основе линии с распределенными параметрами

При исследовании клеточных объектов и субклеточных структур импедансные свойства наиболее сильно проявляются в области частот порядка  $10^6 - 10^9$  Гц. В этих случаях используются измерительные схемы (рисунок 9), представляющие собой линию с распределенными параметрами, и исследования электрического импеданса осуществля-

ются путем измерения соотношений между падающей и отраженной от исследуемого биологического объекта волны.

Величина электрического импеданса, определяемого с помощью данной измерительной схемы, выражается формулой:

$$Z = \frac{U_{\text{ПАД}} + U_{\text{ОТР}}}{U_{\text{ПАД}} - U_{\text{ОТР}}} Z_0 \quad (10)$$

где:  $Z_0$  – волновое сопротивление линии;  $U_{\text{ПАД}}$  – сигнал падающей волны;  $U_{\text{ОТР}}$  – сигнал отраженной волны.

Учитывая, что коэффициент отражения волны определяется как

$$r = \frac{U_{\text{ПАД}}}{U_{\text{ОТР}}} \quad (11)$$

Выражение (10) в этом случае примет вид

$$Z = \frac{1+r}{1-r} Z_0 \quad (12)$$

где:  $r$  – коэффициент отражения волны.

**Достоинством** измерительных схем на основе потенциометрических методов измерения применительно к исследованиям электрического импеданса биологических тканей является простота конструкции и адекватность воздействия.

**Недостатком** данных измерительных схем являются возможные изменения электрических характеристик исследуемого объекта вследствие длительного протекания электрического тока, а также зависимость от величины приложенного напряжения.

## 1.2 Мостовые методы измерения

Измерительные схемы электрического импеданса на основе мостовых методов измерения состоят из источника тестирующего сигнала, мостовой схемы измерения и усилителя. Схема измерения электрического импеданса на основе мостовых методов, предназначенная для измерения активных сопротивлений, показана на рисунке 10.

При условии, что внутреннее сопротивление источника тестирующего сигнала  $R_s \ll R_{1-4}$ , напряжение на выходе измерительного преобразователя будет определяться выражением:

$$U_{\text{ВЫХ}} = K \cdot e_s \frac{R_x R_3 - R_1 R_4}{(R_x + R_1)(R_3 + R_4)} \quad (13)$$

где:  $R_x$  – активная составляющая импеданса исследуемого объекта;  $R_1, R_3, R_4$  – сопротивления плеч моста;  $e_s$  – входное напряжение тестирующего сигнала;  $K$  – коэффициент усиления усилителя.

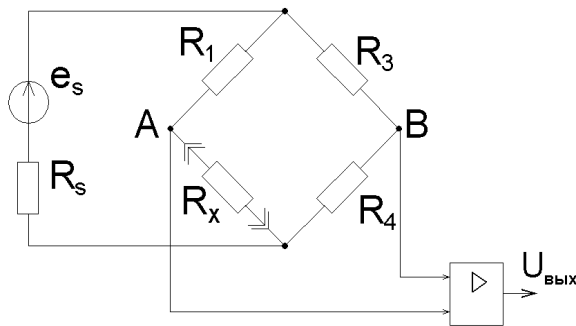


Рисунок 10 – Схема измерения электрического импеданса с помощью резистивного моста

Предположим, что  $R_1=R_x=R_3=R_4=R_0$ , и сопротивление исследуемого объекта определяется, как  $R_x=R_0+\Delta R$ . Тогда напряжение на выходе данной измерительной схемы примет вид:

$$U_{\text{ВЫХ}} = K \cdot e_s \frac{\Delta R}{4R_0 \left( 1 + \frac{\Delta R}{2R_0} \right)} \quad (14)$$

Выражение (14) имеет нелинейную зависимость от изменения активной составляющей импеданса исследуемого объекта  $\Delta R$ . Кроме того, каждый резистор подвержен влиянию некоторой величины  $j$  с крутизной  $S_j$ , т. е.

$$R = R_0 + S_j \cdot \Delta j \quad (15)$$

При работе на малом участке характеристики измерительной схемы вариации резисторов можно упростить до величин второго порядка малости. Напряжение на выходе измерительной схемы в этом случае будет определяться выражением:

$$U_{\text{ВЫХ}} = \frac{e_s}{4} \cdot \frac{\Delta R_2 - \Delta R_1 + \Delta R_3 - \Delta R_4}{R_0} \quad (16)$$

Схема измерения электрического импеданса на основе мостовой схемы, предназначенного для измерения резистивной и емкостной составляющих импеданса, показана на рисунке 11.

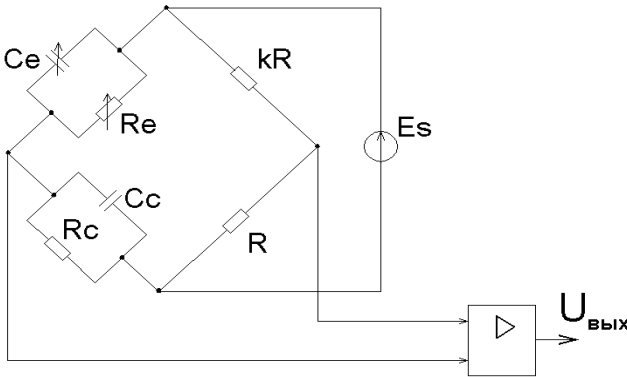


Рисунок 11 – Измерительный преобразователь электрического импеданса на основе моста Нернста

Если  $R_c = R/k$ , а  $C_c = C_e \cdot k$ , то при изменении резистивно-емкостного сопротивления  $Z_c$  на  $\Delta Z_c$  напряжение на выходе измерительной схемы будет определяться выражением:

$$U_{\text{ВЫХ}} = K_U \cdot e_s \frac{k}{(k+1)^2} \frac{\Delta Z_c}{Z_{c0} \cdot \frac{\Delta Z_c}{(k+1)Z_{c0}}} \quad (17)$$

Допустим, что  $\Delta Z_c \ll (k+1) Z_c$ , тогда:

$$U_{\text{ВЫХ}} = K_U \cdot e_s \frac{k}{(k+1)^2} \frac{\Delta Z_c}{Z_c} \quad (18)$$

В случае, если исследуемый объект имеет только емкостную составляющую, т.е.  $R_C = 0$ , тогда используется мост Саути (в нем отсутствуют сопротивления  $R_c$  и  $R_e$ ). При этом напряжение на выходе:

$$U_{\text{ВЫХ}} = e_S \frac{C_E - C_C}{C_E + C_C} \quad (19)$$

Допустим, что  $C_c = C_0 + \Delta C$ ;  $C_e = C_0$ , тогда напряжение на выходе измерительной схемы на основе моста Саути определится как:

$$U_{\text{ВЫХ}} = -\frac{e_S}{4} \cdot \frac{\Delta C}{C_0 \left(1 + \frac{\Delta C}{2C_0}\right)} \quad (20)$$

Измерительные схемы биоэлектрического импеданса, построенные на основе мостовых методов, широко используются в приборах импедансной плетизмографии, а также в биоимпедансных анализаторах состава тела.

**Достоинством** измерительных схем биоэлектрического импеданса, построенных на основе мостовых методов, является высокая точность измерения импеданса на различных частотах.

**Недостатки:**

- малый динамический диапазон измерений.
- точность измерений зависит от чувствительности схемы определения равновесия моста;
- зависимость результатов измерения от напряжения источника питания.

### 1.3 Резонансные методы измерения

Измерительные схемы биоэлектрического импеданса на основе резонансных методов измерения применяются главным образом на высоких частотах, так как на низких частотах резонансные явления выражены более слабо, вследствие чего точность измерения снижается.

Принцип действия резонансного метода измерения параметров электрического импеданса поясняется схемой (рисунок 12). Схема

измерения состоит из генератора высокой частоты ( $\Gamma$ ), измерительного колебательного контура (LC), включающего в себя образцовые индуктивность и емкость. Колебательный контур LC питается от измерительного генератора, частоту которого можно плавно изменять до тех пор, пока не наступит резонанс. Момент резонанса определяется по величине напряжения, а резонансная частота – по шкале генератора. Настройку контура в резонанс можно произвести и при фиксированной частоте генератора, изменением параметров колебательного контура.

В зависимости от того, какую составляющую импеданса исследуемого объекта требуется измерить, подключается либо образцовая индуктивность, либо емкость. Для определения активной составляющей к колебательному контуру подключается образцовое сопротивление  $R$ . Таким образом, по достижении резонансной частоты можно определить как активную, так и реактивную составляющие импеданса исследуемого объекта.

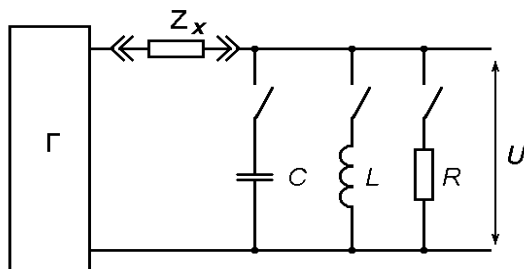


Рисунок 12 – Схема измерения биоэлектрического импеданса резонансным методом

Измерительные преобразователи электрического импеданса, построенные на основе резонансных методов, используются только на высоких частотах и, следовательно, их использование затруднено при определении электрического импеданса биологических сред в широком диапазоне частот.

#### **1.4 Методы измерения биоэлектрического импеданса на основе анализа переходной функции**

Принцип работы измерительных схем на основе анализа переходной функции заключается в измерении реакции исследуемого объекта на однократный прямоугольный импульс воздействующего тока заданной амплитуды, преобразовании полученных результатов из временной области в частотную область, с помощью преобразования Лапласа и определении электрического импеданса в требуемом частотном диапазоне. Процесс измерения, т.е. воздействия на измеряемую схему, длится доли секунды, что позволяет проводить измерения в достаточно большом динамическом диапазоне амплитуд тока.

Импульсная импедансометрия основана на использовании методов функциональной идентификации. Начальным этапом решения задачи идентификации является нахождение передаточной функции исследуемой схемы на основании анализа ее реакции на тестовое воздействие. Передаточная функция системы, рассмотренная в пространстве состояний выбранного функционального класса систем, позволяет определить частотную характеристику электрического импеданса.

Для решения этой задачи необходимо наличие экспериментальных данных о поведении системы при тестовых воздействиях.

Расчет частотной характеристики системы путем цифрового время-частотного преобразования переходной функции наиболее просто осуществляется при подаче на вход объекта импульсного тест-воздействия вида дельта-функции или единичной ступенчатой функции.

Следует отметить, что ступенчатый входной сигнал часто является наиболее приемлемым для тестирования биологических объектов. Он формируется, например, путем включения (или выключения) воздействия постоянного уровня интенсивности на входе объекта. Формирование импульсного воздействия часто затруднено из-за необходимости увеличения амплитуды тест-воздействия при сокращении его длительности, которое может быть ограничено нелинейными свойствами объекта, проявляющимися при высоких интенсивностях воздействия.

Структурная схема измерительного преобразователя на основе метода импульсной импедансометрии показана на рисунке 13.



Для определения частотной характеристики электрического импеданса схемы, производится её тестирование однократным единичным ступенчатым импульсом электрического тока заданной амплитуды. Реакция системы преобразуется из временной области в частотную область, и в результате определяется частотная характеристика электрического импеданса в необходимом диапазоне частот.

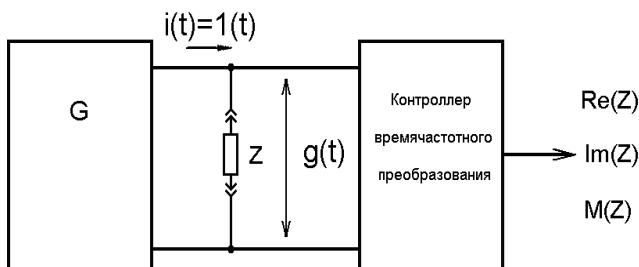


Рисунок 13 – Схема измерения электрического импеданса на основе метода импульсной импедансометрии

Зависимость величины биоэлектрического импеданса от частоты, определяемого методом импульсной импедансометрии имеет вид:

$$Z(j\omega) = j \cdot \omega \cdot F\{g(t)\} \quad (21)$$

где:  $F\{g(t)\}$  – преобразование Фурье;  $g(t)$  – переходная функция биоэлектрического импеданса.

Таким образом, частотная характеристика электрического импеданса исследуемого объекта может быть получена на основе данных о напряжении на исследуемом объекте при воздействии на него тестирующим импульсом тока.

Достоинства данного метода:

- возможность определение параметров импеданса исследуемого объекта в широком диапазоне частот;
- малое время измерения;
- процесс воздействия тестирующим током на исследуемый объект осуществляется в течение короткого времени.

Недостатки: высокие требования к метрологическим характеристикам измерительного оборудования

## 1.5 Классификация методов измерения электрического импеданса

Таким образом, применительно к исследованиям электрических свойств биологических объектов, можно представить следующую классификацию методов измерения электрического импеданса (рисунок 14).



Рисунок 14 – Классификация методов измерения электрического импеданса биологических тканей

Таким образом, учитывая достоинства и недостатки методов измерения электрического импеданса, можно сделать вывод, что оптимальным является использование метода импульсной импедансометрии. Приборы, использующие данный метод, имеют малое время измерения (воздействия электрическим током) на исследуемый объект, что особенно важно при определении электрического импеданса биологических структур.

## 1.6 Определение передаточной функции системы на основе анализа ее частотной характеристики

Существует ряд методов для определения передаточной функции по известной частотной характеристике.

Наиболее простым и наглядным методом является графоаналитический метод идентификации Боде.

Метод основан на представлении искомой передаточной функции в виде произведения передаточных функций элементарных звеньев, имеющих известные частотные характеристики, аппроксимирующие частотную характеристику исследуемого объекта.

Передаточная функция стационарной линейной системы может быть записана в виде:

$$H(p) = \frac{Y(p)}{X(p)} = \frac{b_m p^m + b_{m-1} p^{m-1} + \dots + b_1 p + b_0}{a_n p^n + a_{n-1} p^{n-1} + \dots + a_1 p + a_0} \quad (22)$$

Для физически реализуемых систем выполняется условие:  $m < n$ .  
В случае  $p = 0$ :

$$H(p) = H(0) = \frac{b_0}{a_0} = K_0 \quad (23)$$

где:  $K_0$  – статический коэффициент усиления системы.

Полюсы передаточной функции являются отрицательными, так как частотная характеристика может быть измерена только у устойчивых систем. Числитель и знаменатель передаточной функции можно представить в виде произведения многочленов, имеющих вещественные, нулевые или комплексно-сопряженные корни:

$$H(p) = \frac{K_0 p^q \prod_{i=1}^{\ell} (T_i p + 1) \prod_{g=1}^r (T_g p^2 + 2T_g \xi_{g,k} p + 1)}{p^\alpha \prod_{h=1}^{\beta} (T_h p + 1) \prod_{k=1}^{\gamma} (T_k^2 p^2 + 2T_k \xi_{k,k} p + 1)} \quad (24)$$

где:  $q + \ell + 2r = m$ ,  $\alpha + \delta + 2\gamma = n$ ,  $T_{i,h}$  – постоянная времени звеньев 1-го порядка;  $T_{g,k}$  – период собственных колебаний звеньев 2-го порядка;  $\xi_{g,k}$  – декремент затухания звеньев 2-го порядка.

При переходе к частотной характеристике путем замены  $p \rightarrow j\omega$  и логарифмировании, амплитудная (АЧХ) и фазовая (ФЧХ) частотная характеристики системы приобретают вид:

$$\begin{aligned} \lg|H(j\omega)| &= \lg K + q \lg|j\omega| + \sum_{i=1}^l \lg|j\omega T_i + 1| + \\ &+ \sum_{g=1}^{\gamma} \lg|1 - \omega^2 T_g^2 + j\omega 2T_g \xi_g| - \alpha \lg|j\omega| - \\ &- \sum_{h=1}^{\beta} \lg|j\omega T_h + 1| - \sum_{k=1}^{\gamma} \lg|1 - \omega^2 T_k^2 + j\omega 2T_k \xi_k| \end{aligned} \quad (25)$$

$$\begin{aligned} \varphi(\omega) = \text{Arg}[H(j\omega)] &= q \frac{\pi}{2} + \sum_{i=1}^{\ell} \text{Arg}(j\omega T_i + 1) + \\ &+ \sum_{g=1}^r \text{Arg}(1 - \omega^2 T_g^2 + 2T_g \xi_g j\omega) - \alpha \frac{\pi}{2} - \\ &- \sum_{h=1}^{\beta} \text{Arg}(j\omega T_h + 1) - \sum_{k=1}^{\gamma} \text{Arg}(1 - \omega^2 T_k^2 + 2T_k \xi_k j\omega) \end{aligned} \quad (26)$$

Таким образом, в рассматриваемой области выражения для АЧХ и ФЧХ системы можно рассматривать как алгебраическую сумму соответствующих выражений для характеристик элементарных звеньев.

Метод идентификации системы с помощью частотных диаграмм Боде основан на том, что график частотной характеристики системы, представленный в логарифмическом масштабе, аппроксимируют кусочно-линейной ломанной (т.е. суммой прямых), участки которой соответствуют графикам (асимптотам) частотных характеристик элементарных звеньев. Тогда передаточную функцию системы можно представить в виде произведения передаточных функций звеньев, графики частотных характеристик которых использованы для аппроксимации частотной характеристики системы.

Прямые, аппроксимирующие графики АЧХ и ФЧХ элементарных звеньев имеют определенный вид.

1. Статическое звено вида:  $H(p) = K$

Выражение для АЧХ, соответствующее данной передаточной функции запишется в виде:

$$20 \lg|H(j\omega)| = K[\text{дБ}]$$

График АЧХ представляет собой прямую, параллельную оси частот (рисунок 15).

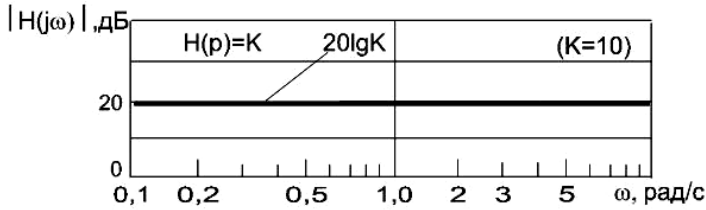


Рисунок 15 – График АЧХ статического звена

2. Звено первого порядка, имеющее передаточную функцию вида:

$$H(p) = (1 + pT)^{\pm 1} \quad (27)$$

Графики АЧХ звена первого порядка имеют вид, показанный на рисунке 16.

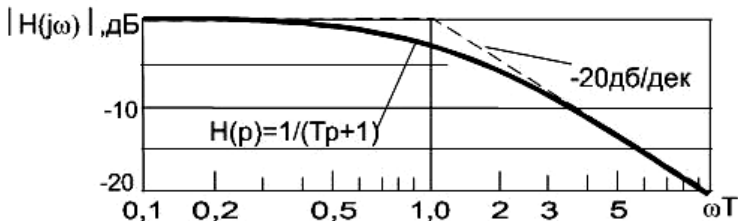
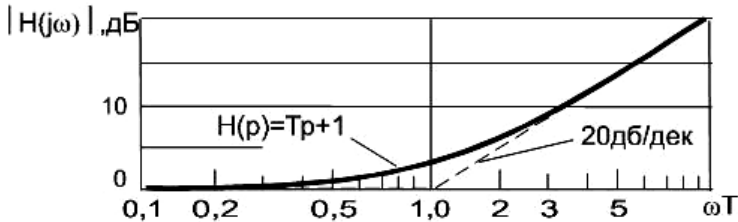


Рисунок 16 – График АЧХ звеньев первого порядка

В области **нижних** частот:  $\omega T \ll 1$ :

$$20\lg(1 + \omega^2 T^2)^{1/2} \rightarrow 20\lg 1 = 0[\text{дБ}]$$

В области **верхних** частот:  $\omega T \gg 1$ :

$$20\lg(1 + \omega^2 T^2)^{1/2} \rightarrow 20\lg \omega T$$

Положение точки сопряжения асимптот на оси частот указывает на частоту среза и постоянную времени звена, определяемые из условия:  $\omega T = 1$ , тогда:  $|H(j\omega)| = 3\text{дБ}$ .

ФЧХ звена первого порядка имеет вид, показанный на рисунке 17.

График ФЧХ проходит через точку  $[\pi/4, 1]$  и может быть аппроксимирован в области нижних частот – осью частот, в области верхних частот – прямой, параллельной оси частот и отстоящей от нее на  $\pi/2$ .

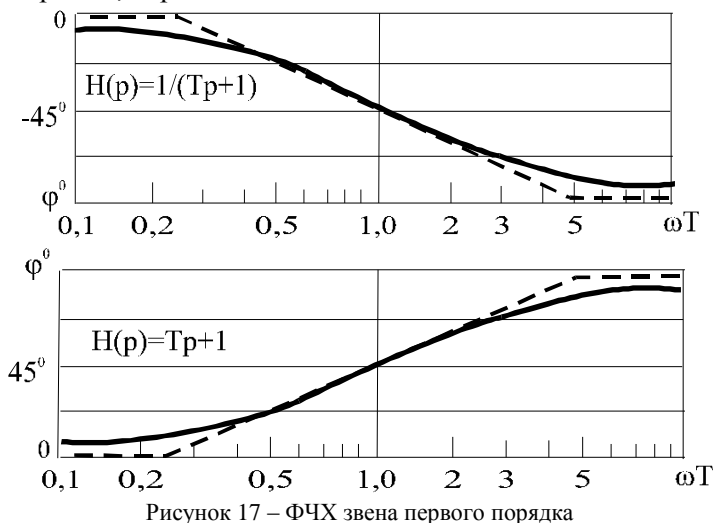


Рисунок 17 – ФЧХ звена первого порядка

3. Звено второго порядка, имеющее передаточную функцию вида:

$$H(p) = (T^2 p^2 + 2T\xi p + 1) \quad (28)$$

Амплитудная частотная характеристика звена второго порядка имеет вид, показанный на рисунке 18.

В области нижних частот:  $\omega T \ll 1$ :

$$20 \lg |H(j\omega)| \rightarrow 20 \lg 1 = 0 [\text{дБ}]; \quad \varphi(\omega) = 0$$

В области верхних частот:  $\omega T \gg 1$ :

$$20 \lg |H(j\omega)| \rightarrow 20 \lg (\omega T)^{-2} = -40 \lg \omega T; \quad \varphi(\omega) = -\pi$$

График АЧХ может быть аппроксимирован в области нижних частот – осью частот, в области верхних частот – прямой, проходящей через точку  $[1, 0]$  с углом наклона равным 40 дБ/дек.

Положение на оси частот точки сопряжения асимптот указывает на частоту среза и постоянную времени звена.

Таким образом, при  $\omega T = 1$ :

$$20 \lg |H(j\omega)| = 20 \lg \left[ \frac{1}{2\xi\omega T} \right] \quad \varphi(\omega) = -\frac{\pi}{2}$$

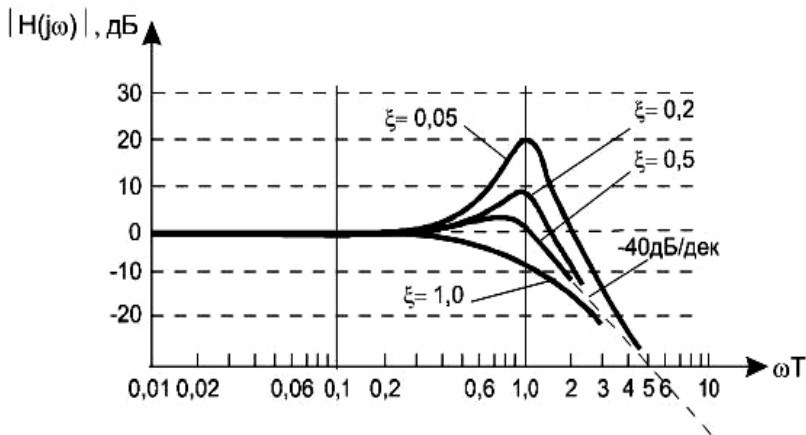


Рисунок 18 – АЧХ звена второго порядка

График ФЧХ звена второго порядка проходит через точку  $[-\pi/2, 1]$  и может быть аппроксимирован в области нижних частот – осью частот, в области верхних частот – прямой, параллельной оси частот и отстоящей от нее на величину  $-\pi$ .

В области средних частот АЧХ и ФЧХ зависят от величины декремента затухания  $\xi$ .

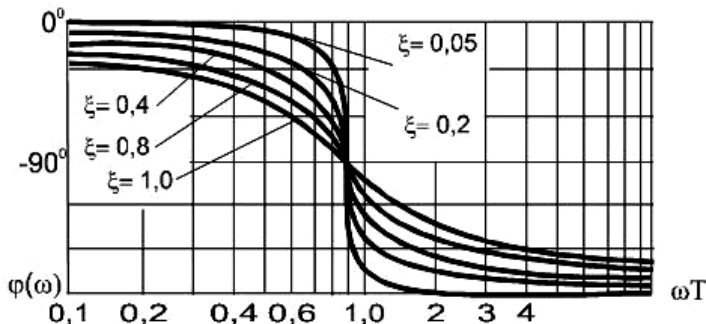


Рисунок 19 – ФЧХ звена второго порядка

Таким образом, если на основе экспериментов определена частотная характеристика системы и требуется найти ее передаточную функцию, то необходимо:

1. Построить графики АЧХ и ФЧХ в логарифмическом масштабе.
2. Аппроксимировать графики характеристик набором асимптот для АЧХ и ФЧХ элементарных звеньев.
3. Определить частоты среза и записать передаточную функцию системы в виде разложения Боде.

В качестве примера применения метода Боде для получения передаточной функции биологического звена БТС, рассмотрим моделирование процессов распространения тока в биологических тканях при чрескожной электронейростимуляции.

В результате тестирования участка биологической ткани ступенчатым стимулом, обработки экспериментальных данных и расчета на ПЭВМ частотной характеристики можно построить в логарифмическом масштабе АЧХ и ФЧХ исследуемого объекта (рисунок 20).

Таблица 1 – Результаты расчета частотной характеристики

$\omega$ , 1/мс	0,1	1,0	10	100
Z, дБ·кОм	14,4	11,4	-4,8	-12,3
$\varphi$ , градус	-5,4	-45,2	-59,6	-11,2

Для определения передаточной функции исследуемого объекта выражающей операторную форму импеданса биологической ткани необходимо в соответствии с методом Боде аппроксимировать полученную частотную характеристику набором асимптот, соответствующих графикам частотных характеристик элементарных звеньев, и определить частоты среза.

График частотной характеристики исследуемого участка биологических тканей можно аппроксимировать несколькими асимптотами.

Первая асимптота – прямая параллельная оси частот, проходящая на уровне 14,4 дБ·кОм – соответствует передаточной функции  $H_1(p)$  в области низких частот:

$$H_1(p) = K = 14,4 \text{ дБ} \cdot \text{кОм} = 5,22 \text{ кОм}$$

Вторая асимптота – прямая с наклоном -20 дБ/дек – соответствует передаточной функции  $H_2(p)$  в области средних частот:

$$H_2(p) = (1 + T_2 p)^{-1}$$



где:  $T_2 = \omega_2^{-1}$

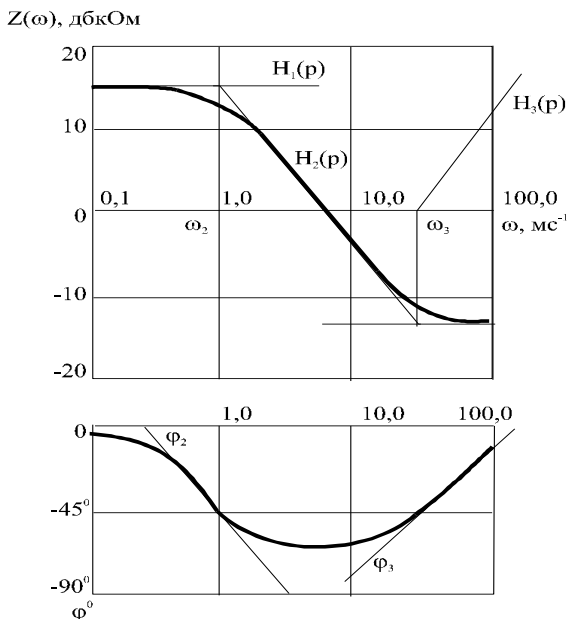


Рисунок 20 – АЧХ и ФЧХ исследуемого участка биологической ткани

Частота среза  $\omega_2$  соответствует точке пересечения асимптот, аппроксимирующих частотную характеристику в области низких и средних частот:

$$\omega_2 = 1 \text{мс}^{-1}, T_2 = 1 \text{мс}$$

Для получения на графике АЧХ в области высоких частот прямой, параллельной оси частот, проходящей на уровне  $-12,3$  дБ кОм необходимо введение третьего звена  $H_3(p)$ , имеющего асимптоту в виде прямой с наклоном  $+20$  дБ/дек:

$$H_3(p) = (1 + T_3 p)$$

где:  $T_3 = \omega_3^{-1}$ .

Частота среза  $\omega_3$  соответствует точке пересечения асимптот, аппроксимирующих частотную характеристику в области средних и высоких частот:

$$\omega_3 = 20 \text{мс}^{-1}, T_3 = 0,05 \text{мс}$$

Передаточная функция исследуемого объекта равна произведению передаточных функций элементарных звеньев

$$Z(p) = H_1(p)H_2(p)H_3(p)$$

$$Z(p) = \frac{5,22(1+0,05p)}{1+p} [\text{кОм}]$$

Для графика ФЧХ получаем набор асимптот и частот среза повторяющий анализ АЧХ.

Рассмотренный пример показывает, что графоаналитический метод Боде для определения передаточной функции системы обладает наглядностью, но достаточно трудоемок. Метод позволяет легко определить порядок передаточной функции системы, однако частоты среза определяются приближенно.

### 1.7 Синтез эквивалентной схемы замещения на основе данных о передаточной функции электрического импеданса

Передаточная функция системы может быть представлена в виде:

$$H(p) = d_0 + \sum_{i=1}^n b_i (p - a_i)^{-1} \quad (29)$$

где:  $b_i = \left. \frac{N(p)}{D'(p)} \right|_{p=a_i}$  ;  $d_0 = \lim_{p \rightarrow \infty} (H(p))$ .

Электрическая эквивалентная схема замещения в этом случае будет иметь вид, показанный на рисунке 21.

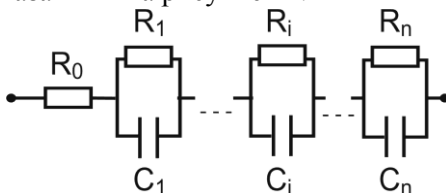


Рисунок 21 – Электрическая эквивалентная схема замещения тканей

При этом нетрудно заметить, что  $R_0 = d_0$ ,  $b_i = \frac{1}{C_i}$ ,  $a_i = -\frac{1}{R_i C_i}$

## 2 Описание экспериментального стенда

В данной работе исследуются характеристики электрического импеданса яичного белка, электрические свойства которого близки к свойствам мозговой ткани. Для определения параметров электрического импеданса используется метод импульсной импедансометрии. Схема эксперимента по определению параметров электрического импеданса приведена на рисунке 22.

Генератор измерительного тест-сигнала 1 формирует ток, имеющий вид ступенчатой функции Хевисайда, с амплитудой  $I_t$ , подаваемый в цепь электродов 4. Напряжение, возникающее на электродах, поступает на регистратор 3, в роли которого выступает цифровой осциллограф и далее посредством порта USB 5, поступает на персональный компьютер 6 для дальнейшей обработки с целью получения частотной характеристики исследуемого объекта и синтеза эквивалентной схемы замещения. На протяжении всего эксперимента с помощью температурного датчика 2 измеряется температура исследуемой биологической ткани.

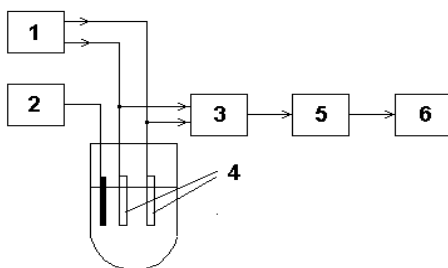


Рисунок 22 – Структурная схема эксперимента

## 3 ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ

1. Собрать экспериментальный стенд в соответствии со схемой рисунка 3. В качестве генератора измерительного тест-сигнала используется генератор прямоугольных импульсов типа ГСС-10 с подключением на выходе резистора (около 100 кОм) для обеспе-

чения режима генератора тока. Регистратором служит осциллограф Velleman PS64.

2. Определить частотную характеристику экспериментального стенда, используя для идентификации метод переходных функций. Найти частотный диапазон измерений стенда, в котором погрешность определения частотной характеристики исследуемого объекта, обусловленная собственным импедансом стенда, не превышает 10 %.
3. Исходя из требуемого частотного диапазона исследования объекта, определить параметры тест-сигнала.
4. Провести тестирование исследуемой биологической ткани в условиях лаборатории. Зарегистрировать по осциллографу переходные функции объектов. Зарегистрировать значения температуры окружающей среды.
5. Провести тестирование исследуемой биологической ткани для различных температур (шаг изменения температуры – 5 °С, максимальная температура нагрева 60° С). С целью нагрева использовать емкость с горячей водой соответствующей температуры. Зарегистрировать по осциллографу переходные функции объектов. Зарегистрировать значения температуры исследуемой биологической ткани.
6. Определить передаточные функции электрического импеданса исследуемой биологической ткани посредством использования для идентификации метода Боде. Для первого приближения модели следует ограничиться использованием элементарных звеньев с порядком не выше первого.
7. Определить эквивалентные схемы замещения исследуемой биологической ткани для различных температурных условий.
8. Построить графики изменения величин параметров эквивалентных схем замещения от температуры исследуемой биологической ткани.

#### 4 СОДЕРЖАНИЕ ОТЧЕТА

1. Цель работы.

2. Структурная схема метода импульсной импедансометрии.
3. Переходные функции исследуемой биологической ткани и соответствующие им частотные характеристики для различных температурных условий.
4. Передаточные функции биологической ткани и соответствующие им электрические эквивалентные схемы замещения.
5. Графики изменения параметров эквивалентных схем в зависимости от температуры биологической ткани
6. Выводы о полученных результатах, сопоставление с теорией.

### **Библиографический список**

1. Grimnes, S. Bioimpedance and bioelectricity basics [Текст]: / S. Grimnes, O. Martinsen – London, Academic Press, 2000. 265 p.
2. Эйкхофф, П. Современные методы идентификации систем [Текст]: [Пер. с англ.] / П. Эйкхофф, А. Ванечек, Е. Савараги. – М.: Мир, 1983. – 400 с.
3. Калакутский, Л.И. Моделирование биоэлектрического импеданса методом синтеза эквивалентных схем замещения [Текст] / Акулов С.А., Калакутский Л.И. // Биомедицинские технологии и радиоэлектроника. – 2007. – № 7. – С.35–39.
4. Федотов, А.А. Математическое моделирование и анализ погрешностей измерительных преобразователей биомедицинских сигналов [Текст] / А.А. Федотов, С.А. Акулов. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2013. – 280 с.
5. Федотов, А.А. Измерительные преобразователи биомедицинских сигналов систем клинического мониторинга [Текст] / А.А. Федотов, С.А. Акулов. – М.: Радио и связь, 2013. – 248 с.

*Учебное издание*

**БИОТЕХНИЧЕСКИЕ СИСТЕМЫ ИМПЕДАНСОМЕТРИИ**

*Методические указания*

Составитель: Федотов Александр Александрович

Самарский национальный исследовательский университет  
имени академика С.П. Королева  
443086 Самара, Московское шоссе, 34