

МИНИСТЕРСТВО ВЫСШЕГО И СРЕДНЕГО СПЕЦИАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ РСФСР

Куйбышевский ордена Трудового Красного Знамени  
авиационный институт имени С.П.Королева

ВЫЧИСЛЕНИЕ ВНУТРЕННИХ УСИЛИЙ В СЕЧЕНИЯХ  
КОРПУСА ЛЕТАТЕЛЬНОГО АППАРАТА

Учебно-методические указания  
к курсовому проекту по расчету  
летательных аппаратов на прочность

Автор-составитель В.И.Леонов

КУЙБЫШЕВ 1983

УДК 629.7.015

Л е о н о в В.И. Вычисление внутренних усилий в сечениях корпуса летательного аппарата: Учебно-методические указания. - Куйбышев: КуАИ, 1983. 32с.

В учебно-методических указаниях по выполнению курсового проекта по расчету летательного аппарата на прочность рассматривается методика расчета продольной и перерезывающей сил и изгибающего момента в поперечном сечении корпуса летательного аппарата, основанная на табличной алгоритмизации. Внутренние силовые факторы вычисляются в так называемых расчетных сечениях.

Иллюстраций 12, таблиц 4, библиография 4 назв.

Рецензенты - профессор, д.ф.-м.н. Быковцев Г.И.,  
доцент, к.т.н. Беликов А.Н.

Утверждены на редакционно-издательском  
совете института

## ВВЕДЕНИЕ

Настоящие учебно-методические указания по выполнению курсового проекта по расчету летательного аппарата на прочность посвящены вычислению внутренних силовых факторов в поперечном сечении корпуса летательного аппарата. Летательный аппарат рассматривается как балка, нагруженная распределенными и сосредоточенными силами. Излагается методика расчета продольной и перерезывающей сил и изгибающего момента, основанная на табличной алгоритмизации, позволяющей эффективно использовать для проведения вычислений ЭКВМ типа "Электроника МК-56".

Внутренние усилия и моменты в поперечном сечении корпуса летательного аппарата отыскиваются в виде суммы составляющих, обусловленных аэродинамическими и массовыми силами, а также силами гидростатического давления и наддува баков и тяги двигателя. Приведены формулы, позволяющие производить контроль правильности вычислений на каждом этапе. Все силовые факторы вычисляются в так называемых расчетных сечениях корпуса. По их значениям строятся эпюры изменения внутренних усилий и моментов по длине корпуса летательного аппарата. Расчетные формулы приводятся без вывода; их вывод можно найти в учебной литературе, список которой представлен в конце. В приложении приведены геометрические и аэродинамические характеристики некоторых тел вращения, необходимые для проведения расчетов.

### I. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ОСНОВНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК ЛЕТАТЕЛЬНОГО АППАРАТА В РАСЧЕТНЫЙ МОМЕНТ ВРЕМЕНИ

#### I.1. Масса и угол атаки летательного аппарата

Масса  $m$  летательного аппарата в расчетный момент времени  $t$  определяется как

$$m = m_0 - t(\dot{m}_{гор} + \dot{m}_{ок}). \quad (I.1)$$

Здесь  $m_0$  - начальная масса летательного аппарата (масса в момент старта);  $\dot{m}_{гор} = \left| \frac{dm_{гор}}{dt} \right|$ ,  $\dot{m}_{ок} = \left| \frac{dm_{ок}}{dt} \right|$  - массовый расход горючего и окислителя соответственно.

Угол атаки  $\alpha$  (рис. I.1) определяется по формуле

$$\alpha = \alpha_0 + \Delta\alpha. \quad (I.2)$$

Через  $\alpha_0$  обозначен программный угол атаки;  $\Delta\alpha$  - дополнительный угол, возникающий вследствие поперечного порыва ветра:

$$\Delta\alpha = \frac{u}{V}, \quad (I.3)$$

где  $V$  - скорость полета летательного аппарата в данный момент времени;  $u$  - скорость ветра.

Ориентировочные значения максимальных скоростей ветра на различных высотах представлены в приложении I. Там же приведены значения плотности воздуха  $\rho$  и скорости звука  $a$ .

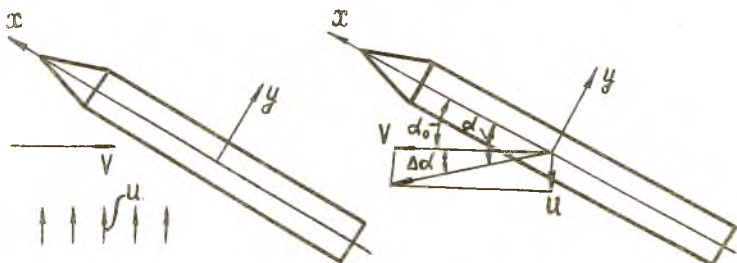


Рис. I.1. Изменение угла атаки при действии на летательный аппарат порыва ветра

### I.2. Массовый момент инерции и координаты центра масс летательного аппарата

Расстояние  $\xi_c$  от носка до центра масс летательного аппарата (рис. I.2) равно

$$\xi_c = \frac{\sum m_i \xi_i}{m}, \quad (I.4)$$

где  $m = \sum m_i$  - масса летательного аппарата;  $m_i$ ,  $\xi_i$  - массы и координаты центров масс отдельных участков и грузов.

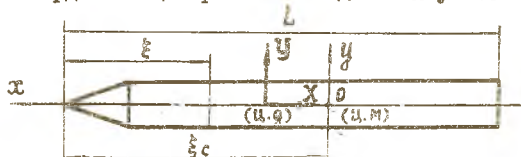


Рис. I.2. Положение центра масс летательного аппарата

Массовый момент инерции  $J_z$  летательного аппарата относительно плоскости  $y\bar{z}$  может быть найден так:

$$J = J' - m \xi_c^2, \quad J' = \sum m_i \xi_i^2 + \sum J_i. \quad (1.5)$$

Здесь  $J'$  - момент инерции летательного аппарата относительно поперечной плоскости, проходящей через носок;  $J_i$  - массовый момент инерции отдельного груза или участка корпуса массой  $m_i$  относительно поперечной плоскости, проходящей через его собственный центр масс.

Обычно бывает известны расстояние центра масс незаправленного летательного аппарата от носка -  $\xi_0$ , его масса -  $m_0$  и его массовый момент инерции относительно носка  $J'_0$ . Поэтому для нахождения  $\xi_c$  и  $J$  необходимо учесть массу топлива в баках.

Рассмотрим вначале расчет уровней жидкости в топливных баках. Высота столба жидкости в коническом баке (рис. 1.3 а) может быть определена по формулам

$$H = \frac{z_2 - z_0}{\operatorname{tg} \beta}, \quad z_0 = \sqrt[3]{z_2^3 - \frac{3}{\pi} V_k \operatorname{tg} \beta},$$

где  $z_2$  - радиус основания бака,  $\beta$  - угол конусности,  $z_0$  - радиус поперечного сечения бака на уровне поверхности топлива,  $V_k$  - объем топлива в конической части бака. Если  $m_T$  - масса топлива в баке, а  $V_g$  - объем части топлива, заключенного в днище, то  $V_k = \frac{m_T}{\rho} - V_g$ , где  $\rho$  - плотность топлива.

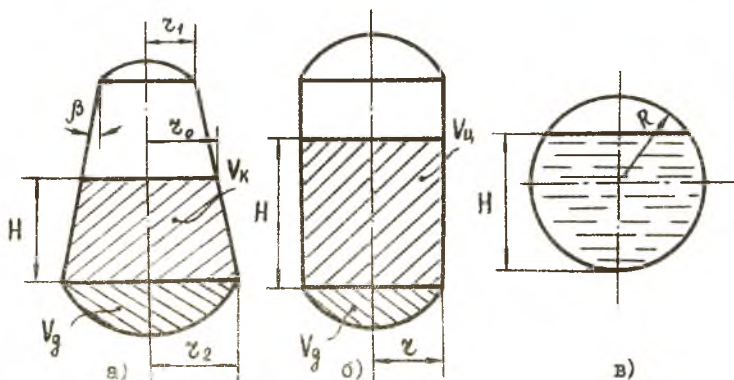


Рис. 1.3. К расчету уровней жидкости в баках

Для цилиндрического бака (рис. I.3 б)

$$H = \frac{V_u}{\pi r^2},$$

где  $r$  - радиус бака,  $V_u = \frac{m_T}{\rho} - V_g$  - объем топлива в цилиндрической части.

Параметр  $\eta = \frac{H}{R}$ , характеризующий высоту столба жидкости в сферическом баке радиуса  $R$  (рис. I.3 в), можно найти по формуле

$$\eta = 1 \pm \cos\left(60^\circ + \frac{\varphi}{3}\right).$$

Здесь  $\varphi$  определяется равенством

$$\cos \varphi = \left| \frac{3V}{2\pi R^3} - 1 \right|,$$

где  $V$  - объем топлива в баке; знак плюс в формуле для  $\eta$  берется, если топливо заполняет более половины бака, минус - в противном случае.

Если в баке (рис. I.4) топливо омывает верхнее совмещенное днище (уровень  $a-a$ ), то для упрощения расчетов можно принять, что поверхность топлива только касается совмещенного днища (уровень  $b-b$ ). Из этого условия определим приведенную плотность топлива

$$\rho' = \frac{m_T}{V_u + V_g}$$

После расчета уровней топлива необходимо определить положение центров масс отдельных участков топлива (в днищах баков и в самих баках) и вычислить их массовые моменты инерции относительно носка летательного аппарата.

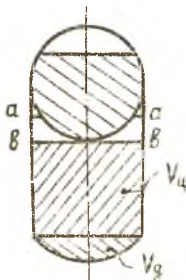



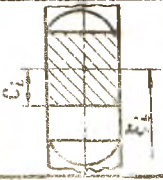
Рис. I.4. Баk с совмещенным верхним днищем

Формулы для определения координат центров масс, объемов и массовых моментов инерции  $J_i$  некоторых тел вращения приведены в приложении 2.

Характеристики всех участков топлива рекомендуется вычислять по формуле, представленной в виде таблицы I.I. В столбце 3 дается схема расположения участка по длине летательного аппарата с обозначением размеров  $\zeta_i$  и  $\xi_i$ , характеризующих положение его центра массы. Содержимое Ю и I3

Таблица I.1

К методу деления центра масс и массового момента инерции  
летательного аппарата

№ п/п	Наименование	Схема	Объем $V_i$	Плотность $\rho_i$	Высота уровня хвостовых костей $H_i$	Масса $m_i$	Координата центра масс $C_i$	Расстояние от центра масс до носки $\xi_i$	$m_i \xi_i$	$m_i \xi_i^2$	Собственный массовый момент инерции $J_i$	$J_i' = J_i + m_i \xi_i^2$
I	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
1.	Толщина в двух баках горючего I-ой ступени											
2.	Толщина в кварцовой чашке (коническая) часть I-ой ступени											
	$m = \dots$											
	$J_c = \dots$											
	$J = \dots$											
												$\Sigma m_i \xi_i^2$

столбцов суммируется, и после добавления соответствующих величин, относящихся к незаправленному летательному аппарату, по формулам (I.4) и (I.5) определяются положение центра масс и массовый момент инерции летательного аппарата в данный момент времени. Эти вычисления проводятся под таблицей.

## 2. ВЫЧИСЛЕНИЕ ПРОДОЛЬНОЙ СИЛЫ В РАСЧЕТНЫХ СЕЧЕНИЯХ КОРПУСА ЛЕТАТЕЛЬНОГО АППАРАТА

### 2.1. Расчетные сечения

Корпус летательного аппарата рассматривается как балка, нагруженная распределенными и сосредоточенными силами. Для расчета его на прочность необходимо в каждом поперечном сечении знать внутренние силовые факторы — осевую силу  $N$ , поперезывающую силу  $Q$  и изгибающий момент  $M$ . Положительные направления  $N$ ,  $Q$  и  $M$  показаны на рис. 2.1. Таким образом, необходимо построить эпюры  $N$ ,  $Q$  и  $M$  вдоль корпуса летательного аппарата. Построение эпюр ведется по так называемым расчетным сечениям. Корпус разбивается ими на определенное количество участков. Соответствующим сечениям присваиваются номера  $0, 1, 2, \dots, n$ . В качестве расчетных сечений будем принимать:

1) сечения, где происходят изменения геометрической формы корпуса летательного аппарата, жесткостных характеристик и т.д.;

2) сечения, в которых к корпусу летательного аппарата крепятся грузы, днища баков, двигательные установки и т.д.;

3) сечения, совпадающие с уровнем жидкости в несущих топливных баках.

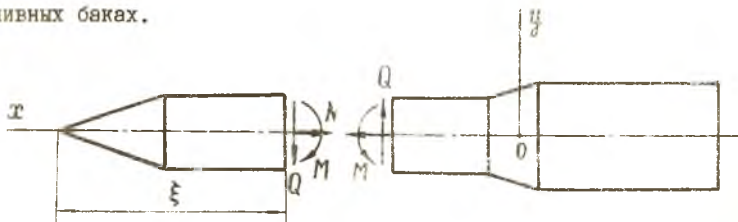


Рис. 2.1. Силовые факторы в сечении корпуса летательного аппарата



Кроме того, если длина участка корпуса между указанными сечениями  $l_i > 3d$ , то вводится дополнительное расчетное сечение посредине участка. Здесь  $d$  - наибольший диаметр корпуса летательного аппарата на рассматриваемом участке.

Для каждого расчетного сечения  $K$  необходимо проводить расчеты значений силовых факторов слева (точка  $K'$ ) и справа (точка  $K''$ ) от сечения. Исключения составляют начальное и конечное сечения.

Значение осевой силы  $N(\xi)$  в произвольном сечении корпуса летательного аппарата будем искать в виде суммы

$$N(\xi) = N_a(\xi) + N_m(\xi) + N_p(\xi) + N_o(\xi) + N_p(\xi). \quad (2.1)$$

Здесь  $N_a(\xi)$  - составляющая осевой силы, обусловленная аэродинамическими силами, действующими на отсеченную часть конструкции;  $N_m(\xi)$  - величина, характеризующая влияние на осевую силу массы отсеченной части;  $N_p(\xi)$  - величина, учитывающая массу топлива в отсеченной части;  $N_o(\xi)$  - вклад в осевую силу, обусловленный давлением наддува баков;  $N_p(\xi)$  - вклад от тяги двигателя.

Согласно принятому правилу знаков положительная осевая сила  $N$  вызывает растягивающие напряжения в сечениях корпуса летательного аппарата.

## 2.2. Расчет продольных аэродинамических нагрузок и осевых сил $N_a(\xi)$ , обусловленных ими

Осевая сила, обусловленная аэродинамическими силами, действующими на отсеченную часть конструкции  $N_a(\xi)$ , может быть вычислена по формуле

$$N_o(\xi) = - \int_0^{\xi} q_{ax} d\xi, \quad (2.2)$$

где  $q_{ax}$  - погонная продольная аэродинамическая нагрузка.

Продольная аэродинамическая сила  $X$  определяется как сумма волнового сопротивления и силы трения

$$X = X_g + X_f. \quad (2.3)$$

Волновое сопротивление  $X_g$  равно

$$X_g = \sum X_{g_i}, \quad (2.4)$$

где через  $X_{g_i}$  обозначены значения волнового сопротивления отдельных участков корпуса; суммирование осуществляется по всем участкам

Для некоторых типичных участков корпуса летательного аппарата значения  $X_{g_i}$ , а также распределение  $X_{g_i}$  по длине  $q_{axb}$  представлены в приложении 3. Эти величины вычисляются для всех участков корпуса (столбец 5 в таблице 2.1).

Сопротивление трения  $X_f$  определяется как

$$X_f = \alpha X_g, \quad (2.5)$$

где опытный коэффициент  $\alpha$  имеет значение порядка 0,2-0,6.

Распределение  $X_f$  по длине корпуса приближенно вычисляется по формуле

$$q_{axf} = \frac{X_f}{F} z. \quad (2.6)$$

Здесь  $F$  - площадь половины продольного сечения летательного аппарата (рис. 2.2),  $z$  - текущий радиус поперечного сечения корпуса.

Результаты расчетов заносятся в столбец 6 таблицы 2.1. Погонная аэродинамическая нагрузка  $q_{ax}$  получается в результате суммирования

$$q_{ax} = q_{axb} + q_{axf}. \quad (2.7)$$

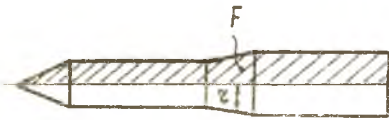


Рис. 2.2. К расчету  $q_{axf}$

Пусть требуется найти интеграл с переменным верхним пределом вида

$$\varphi(\xi) = \int_0^{\xi} f(\xi) d\xi.$$

Если значение интеграла  $\varphi(\xi_i) = \varphi_i$  в некоторой точке  $\xi = \xi_i$  известно, то по методу трапеций можно найти его величину  $\varphi_{i+1}$  в соседней точке  $\xi = \xi_i + \Delta \xi_i$ :

Таблица 2.1

Вычисление продольной силы в расчетных сечениях корпуса летательного аппарата

№ уч-за-ства	Длина уч-за-ства	$X_{Bi}$	Расчетное сечение	$q_{axb}$	$q_{axf}$	$-q_{ax} = -(q_{axb} + q_{axf})$	$N_a(\xi)$	$q_m$	$\int_0^{\xi} q_m d\xi$	$m_i$	$\sum m_i$
I	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
I			0								
			I'								
			I''								
2			2'								
⋮											
i			$(i-1)''$								
			i'								
⋮											
$X_B = \sum X_{Bi}$											
		⑩ + ⑫	$N_m(\xi)$	$P_{pxi} = -11,2(m_g + m_{kz})$	$\sum P_{pxi}$	$\pi_x p g V^{*H}$	$N_p(\xi) = ⑮ + ⑰$	$N_0(\xi)$	$N_p(\xi)$	$N(\xi) = ⑮ + ⑰ + ⑱ + ⑳$	
I	0	13	14	15	16	17	18	19	20	21	
	I'										
	I''										
2	2'										

$$\varphi_{i+1} = \varphi_i + \Delta\varphi_i, \quad \Delta\varphi_i = \frac{\Delta\xi_i}{2} (f_i + f_{i+1}), \quad (2.8)$$

где  $f_i$  и  $f_{i+1}$  - значения подынтегральной функции в соответствующих точках.

С учетом специфики разбиения корпуса летательного аппарата по длине расчетными сечениями (рис. 2.3) формулы (2.8) можно записать для  $i$ -того участка корпуса в следующем виде:

$$\begin{aligned} \varphi''_{i-1} &= \varphi'_{i-1} \\ \varphi'_i &= \varphi''_{i-1} + \frac{f''_{i-1} + f'_i}{2} l_i. \end{aligned} \quad (2.9)$$

В формулах (2.9)  $\varphi'_i = \varphi(\xi'_i)$ ,  $f'_i = f(\xi'_i)$  - соответственно значения интеграла и подынтегральной функции в точке слева от сечения  $i$ ;  $\varphi''_i = \varphi(\xi''_i)$ ,  $f''_i = f(\xi''_i)$  - значения интеграла и подынтегральной функции в точке справа от сечения  $i$ .

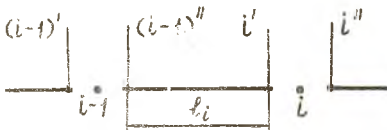


Рис. 2.3. Разбиение корпуса летательного аппарата расчетными сечениями на участки

Здесь  $l_i$  - длина летательного аппарата.

Численное интегрирование функции  $q_{ax}$  в соответствии с (2.2) по формулам (2.9) проводится в столбце 8 таблицы 2.1. По полученным значениям  $N_a(\xi)$  строится эпюра и делается проверка для крайнего сечения корпуса, где должно выполняться равенство  $N_a(L) = X$ .

### 2.3. Расчет $N_m(\xi)$

Осевая сила, обусловленная действием массы отсеченной части конструкции, находится по формуле

$$N_m(\xi) = -n_x g \left( \int_0^{\xi} q_m d\xi + \sum m_i \right), \quad (2.10)$$

где  $q_m$  - погонная масса конструкции;  $g$  - ускорение силы тяжести;  $m_i$  - масса сосредоточенных грузов. Знак  $\sum$  в формуле (2.10) означает суммирование в пределах отсеченной части.

Задавшись значением  $X$  по формуле (2.3), можно подсчитать  $X$  и вычислить продольную перегрузку летательного аппарата

$$n_x = \frac{P-X}{mg}. \quad (2.11)$$

где  $P$  - тяга двигателя.

В столбце 9 таблицы заносятся заданные значения погонной массы корпуса  $q_m$  для всех расчетных сечений. Численное интегрирование этой величины проводится по формулам (2.9) в столбце 10. Значения масс всех грузов, прикрепленных к корпусу, записываются в 11 столбце.

Если в сечении  $l$  к корпусу прикреплен груз, то значение его массы условимся заносить в строку, соответствующую расчетному сечению справа, то есть точке  $l''$ . В столбце 12 производится последовательное подсуммирование величин, содержащихся в столбце 11. В таблице 13 производится сложение содержащихся 10 и 12 столбцов, после чего находится значение  $N_m(\xi)$  в соответствии с формулой (2.10). По полученным значениям строится эпюра  $N_m(\xi)$  вдоль корпуса и осуществляется проверка

$$N_m(L) = -n_x g \cdot m^*,$$

где  $m^*$  - масса незаполненной топливом конструкции летательного аппарата.

#### 2.4. Расчет $N_p(\xi)$

Осевая сила, обусловленная массой топлива в отсеченной части конструкции, вычисляется по формуле

$$N_p(\xi) = \sum P_{pxi} + \int_0^{\xi} q_{px} d\xi. \quad (2.12)$$

Первое слагаемое в (2.12) представляет собой сумму усилий на отсеченную часть со стороны задних днищ баков, обусловленных давлением столба жидкости и подсчитываемых как

$$P_{pxi} = -n_x g (m_{gi} + m_{ci}), \quad (2.13)$$

где  $m_{gi}$  - масса топлива в объеме днища бака (рис. 2.4);  $m_{ci}$  - масса топлива в объеме цилиндра с основанием, совпадающим с задним основанием бака и высотой, равной высоте столба жидкости в пределах обечайки бака. Эти величины подсчитываются для всех баков летательного аппарата и заносятся в столбец 15 таблицы 2.1 на соответствующие места, а в столбце 16 производится последовательное их подсуммирование.

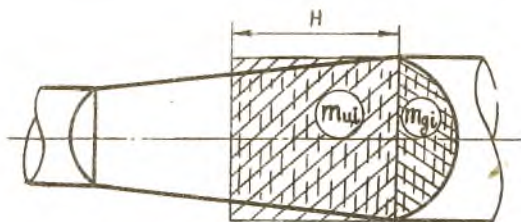


Рис. 2.4. К определению усилия на корпус со стороны заднего дна бака, обусловленного давлением столба жидкости

Второе слагаемое в (2.12) учитывает продольную составляющую от давления жидкости на обечайку в коническом баке; для цилиндрического бака это слагаемое отсутствует.

Эта величина может быть найдена так:

$$\int_0^{\xi} q_{рх} d\xi = n_x \rho g V^* \quad (2.14)$$

где  $V^*$  — фиктивный объем, равный разности объемов цилиндра высотой  $h$  с основанием  $\chi$  и усеченного конуса, ограниченного сечением  $\xi_H$  и  $\xi$  (рис. 2.5). Эти значения вычисляются в расчетных сечениях и заносятся в столбец I7 табл. 2.1.

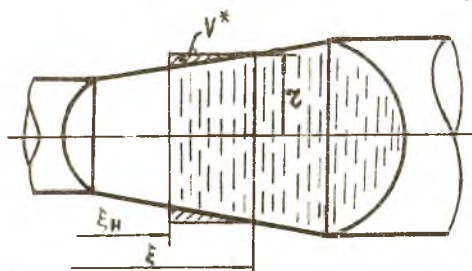


Рис. 2.5. К определению предельной силы от давления жидкости в коническом баке

Складывая в соответствии с (2.12) содержимое I6 и I7 столбцов, получаем значения  $N_p(\xi)$ . Далее строим эпюру изменения этой величины по длине корпуса летательного аппарата и осуществляем проверку для крайнего сечения, где должно выполняться соотношение

$N_p(L) = -n_x g (m - m^*)$ . Если в летательном аппарате отсутствуют конические баки, то I7 и I8 столбцы в таблице 2.1 будут отсутствовать, а содержимое I6 столбца и будет являться величиной  $N_p(\xi)$

### 2.5. Расчет $N_o(\xi)$ и $N_p(\xi)$

Осевая сила, обусловленная давлением наддува баков  $\rho_o$ , в пределах бака может быть вычислена по формуле

$$N_o(\xi) = \pi r^2 \rho_o, \quad (2.15)$$

где  $r$  - текущий радиус поперечного сечения бака.

Значения  $N_o(\xi)$  подсчитываются в расчетных сечениях, проходящих через несущие баки, и заносятся в столбец 19 таблицы 2.1, после чего строятся эпюры изменения  $N_o(\xi)$  вдоль корпуса летательного аппарата.

Осевая сила от тяги двигателя определяется по формуле

$$N_p(\xi) = \sum P \quad (2.16)$$

и заносятся в столбец 20 таблицы 2.1. В формуле (2.16)  $P$  - тяга двигателя.

Завершающим этапом вычисления продольной силы в расчетных сечениях корпуса летательного аппарата является суммирование согласно (2.1) содержимого 8, 14, 18, 19 и 20 столбцов таблицы 2.1 и построение эпюры  $N(\xi)$  вдоль корпуса. Контролем правильности построения эпюры  $N(\xi)$  служит равенство нулю осевой силы в крайнем правом сечении корпуса летательного аппарата, т.е.  $N(L) = 0$ .

## 3. ВЫЧИСЛЕНИЕ ПЕРЕРЕЗЫВАЮЩЕЙ СИЛЫ И ИЗГИБАЮЩЕГО МОМЕНТА В РАСЧЕТНЫХ СЕЧЕНИЯХ КОРПУСА ЛЕТАТЕЛЬНОГО АППАРАТА

### 3.1. Нормальная перегрузка в расчетных сечениях корпуса

Для летательного аппарата, имеющего участки различной формы (рис. 3.1), удобно найти сначала нормальные аэродинамические силы, создаваемые на отдельных участках, а результирующую нормальную аэродинамическую силу  $Y$  определить как сумму

$$Y = \sum Y_i. \quad (3.1)$$

Координата  $\xi_a$  центра давления в этом случае равна

$$\xi_a = \frac{\sum Y_i \xi_i}{Y}. \quad (3.2)$$

Здесь  $\xi_i$  - расстояние от носка до точек приложения результирующих  $Y_i$  отдельных участков; сумма берется по всем

участкам. Приближенные формулы для вычисления  $Y_i$  и положения центра давления некоторых характерных участков корпуса летательного аппарата приведены в приложении 4. Там же представлено распределение нормальной аэродинамической нагрузки  $q_{ay}$  по длине каждого участка.

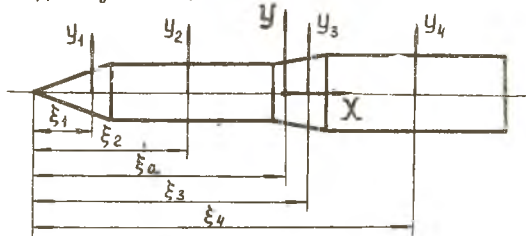


Рис. 3.1. К определению нормальной аэродинамической силы  $Y$

Для всех участков корпуса подсчитываются величины  $Y_i$ ,  $C_i$ , записываются выражения для погонной нормальной нагрузки  $q_{ay}$ , и результаты заносятся в таблицу 3.1. Согласно формулам (3.1) и (3.2) находим  $Y$  и  $\xi_a$ . Нормальную перегрузку в центре масс летательного аппарата подсчитаем по формуле

$$n_y = \frac{P \cdot \delta + Y}{mg} \quad (3.3)$$

где  $\delta$  - угол между направлением вектора тяги  $P$  и осью летательного аппарата (угол отклонения рулей).

Угловое ускорение, с которым вращается летательный аппарат, можно подсчитать как

$$\varepsilon_z = \frac{M_z}{Y} \quad (3.4)$$

Момент внешних сил относительно центра масс летательного аппарата  $M_z$  вычисляется по формуле



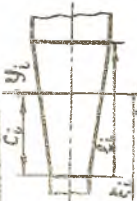
$$M_z = Y(\xi_c - \xi_a) + P\delta(\xi_c - \xi_g) \quad (3.5)$$

Здесь  $\xi_g$  - расстояние от носка до точки приложения вектора тяги двигательной установки. Условно будем считать в качестве точки приложения вектора тяги центр массы двигательной установки. Угловое ускорение  $\varepsilon_z$  и момент  $M_z$  положительны в том случае, если их векторы направлены в положительную сторону оси  $Z$ , то есть ускорение и момент направлены в сторону увеличения угла атаки (рис. 3.2).



Таблица 3.1.

Нахождение нормально-го, нагрузки и центра давления летательного аппарата

№ п/п	Форма участка корпуса летательного аппарата	Схема	Значение равнодействующей нормальных сил на участке $Y_i$	Расстояние от начала участка до его центра давления $C_i$	Расстояние от носка до центра давления участка корпуса $\xi_i$	$Y_i \xi_i$	Выражение для погонной нагрузки $q_{ay}$ на участке
1	2	3	4	5	6	7	8
1.	Конус						$\frac{2Y_i}{\xi_i^2} \xi_i$
2.	Цилиндр						$\frac{Y_i}{\xi_i}$
3.	Усеченный конус						$\frac{2Y_i}{\xi_i} \frac{c_1 + c_2}{2}$
			$\sum Y_i$			$\sum Y_i \xi_i$	

$Y = \dots$        $\xi_a = \dots$        $\eta_y = \dots$        $\xi_z = \dots$

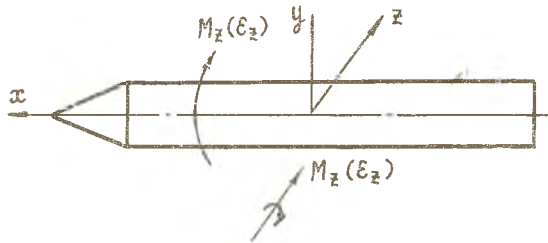


Рис. 3.2. Положительные направления момента внешних сил  $M_z$  и углового ускорения  $\epsilon_z$

Нормальная перегрузка  $n_{iy}$  в произвольном сечении, отстоящем на расстоянии  $x_i = \xi_c - \xi_i$  от центра масс летательного аппарата, определяется выражением

$$n_{iy} = n_y + \frac{\epsilon_z}{g} x_i. \quad (3.6)$$

Так же, как и при вычислении осевой силы, величину перегрузывающей силы и изгибающего момента в любом сечении корпуса летательного аппарата представим в виде суммы

$$Q(\xi) = Q_a(\xi) + Q_m(\xi) + Q_p(\xi) + Q_r(\xi) \quad (3.7)$$

$$M(\xi) = M_a(\xi) + M_m(\xi) + M_p(\xi) + M_r(\xi), \quad (3.8)$$

где

$Q_a(\xi)$ ,  $M_a(\xi)$  - перегрузывающая сила и изгибающий момент, обусловленные действием аэродинамической нагрузки;

$Q_m(\xi)$ ,  $M_m(\xi)$  - перегрузывающая сила и изгибающий момент, обусловленные массовыми силами незаполненной топливом конструкции летательного аппарата;

$Q_p(\xi)$ ,  $M_p(\xi)$  - перегрузывающая сила и изгибающий момент, отражающие влияние массы топлива в баках;

$Q_r(\xi)$ ,  $M_r(\xi)$  - перегрузывающая сила и изгибающий момент, учитывающие вклад нормальной составляющей тяги двигателя.

Перегрузывающая сила считается положительной, если она уравновешивает для отсеченной части конструкции положительную внешнюю нагрузку, т.е. нагрузку, направленную вдоль оси  $y$ . Изгибающий момент считается положительным, если он вызывает растяжение в точках с положительными значениями координаты  $y$ . Положительные направления перегрузывающей силы и изгибающего момента в сечении корпуса показаны на рис. 2.1.

### 3.2. Расчет $Q_a(\xi)$ и $M_a(\xi)$

Сила  $Q_a(\xi)$ , обусловленная действием аэродинамической нагрузки, подсчитывается как

$$Q_a(\xi) = \int_0^{\xi} q_{ay} d\xi, \quad (3.9)$$

где  $q_{ay}$  - распределенная нормальная аэродинамическая нагрузка. Изгибающий момент

$$M_a(\xi) = - \int_0^{\xi} Q_a(\xi) d\xi. \quad (3.10)$$

Вычисление перерезывающих сил и изгибающих моментов в расчетных сечениях корпуса летательного аппарата будем снова производить в табличной форме (табл. 3.2). Во всех расчетных сечениях вычислим значения  $q_{ay}$  (столбец 4). Для нахождения  $Q_a(\xi)$  и  $M_a(\xi)$ , согласно (3.9) и (3.10), проведем численное интегрирование по формулам (2.9) и результаты занесем в столбцы 5 и 6 таблицы 3.2 соответственно. Построим эпюры изменения  $Q_a(\xi)$  и  $M_a(\xi)$  вдоль корпуса летательного аппарата и сделаем проверку для крайнего правого сечения при  $\xi = L$ , где должны выполняться соотношения

$$\begin{aligned} Q_a(L) &= Y \\ M_a(L) &= -(L - \xi_a) Y. \end{aligned}$$

### 3.3. Расчет $Q_m(\xi)$ и $M_m(\xi)$

Перерезывающая сила, учитывающая влияние распределенной массы конструкции  $q_m$  и сосредоточенных масс  $m_i$ , записывается как

$$Q_m(\xi) = -g \left[ \int_0^{\xi} q_m \left( n_y + \frac{\xi_z}{g} x \right) d\xi + \sum m_i \left( n_y + \frac{\xi_z}{g} x_{m_i} \right) \right]. \quad (3.11)$$

Здесь  $x_{m_i} = \xi_c - \xi_{im}$  - расстояние от центра масс летательного аппарата до центра масс  $i$ -того груза (рис. 3.3); знак  $\sum$  означает суммирование в пределах отсеченной части. Вычисление  $Q_m(\xi)$  согласно формуле (3.11) производится в столбцах с 7 по 20 таблицы 3.2.

Таблица 3.2

Вычисление перерезывающей силы и изгибающего момента в расчетных сечениях корпуса летательного аппарата

№ участка	Длина участка	Расчетное сечение	$q_{ay}$	$Q_a(\xi)$	$M_a(\xi)$	$\xi_i$	$x_i = \xi_i - \xi_i$	$n_{iy} = n_{iy} + \frac{c z}{g} x_i$	$q_m$	$q_m \cdot n_{iy}$
I	2	3	4	5	6	7	8	9	10	II
I		0								
		I'								
		I''								
2		2'								
$\int_{\xi_0}^{\xi_1} q_m (n_{iy} + \frac{c z}{g} x_i) d\xi$	$m_i$	$\xi_{im}$	$x_{mi} = \xi_i - \xi_{im}$	$n_{miy} = n_{iy} + \frac{c z}{g} x_{mi}$	$m_i n_{miy}$	$\sum m_i n_{miy}$			$Q_m(\xi) = -q \cdot \xi$	
12	13	14	15	16	17	18	19	20		

$\int_0^{\xi} Q_m(\xi) d\xi$	$y_i$	$- \varepsilon_z y_i$	$\alpha_i$	$- g \alpha_i \cdot (17)$	$\sum M_i$	$M_m(\xi) =$ $= -(21) + (25)$	$q_p n_{iy}$	$\int_0^{\xi} q_p (n_{iy} + \frac{\varepsilon_z}{g} x) d\xi$
21	22	23	24	25	26	27	28	29
								30
$m_{gi}$	$x_{gi} = \xi - \xi_{ig}$	$n_{iy} + \frac{\varepsilon_z}{g} x_{gi}$	$m_{gi} (n_{iy} + \frac{\varepsilon_z}{g} x_{gi})$	$\sum m_{gi} (n_{iy} + \frac{\varepsilon_z}{g} x_{gi})$	$\sum M_{gi}$	$(30) + (35)$	$Q_p(\xi) = -g \cdot (36)$	
31	32	33	34	35	36	37		
$\int_0^{\xi} Q_p(\xi) d\xi$	$y_{gi}$	$- \varepsilon_z y_{gi}$	$c_i$	$c_i g m_{gi} (n_{iy} + \frac{\varepsilon_z}{g} x_{gi})$	$M_{i,p} = (40) + (42)$	$\sum M_{i,p}$	$M_p(\xi) = - (38) + (44)$	
38	39	40	41	42	43	44	45	
$Q_p(\xi) = P \cdot \delta$	$\int_0^{\xi} Q_p(\xi) d\xi$	$P \delta \cdot a_p$	$M_p(\xi) = - (47) + (48)$	$Q(\xi) = (5) + (20) + (57) + (46)$	$M(\xi) = (6) + (27) + (45) + (49)$			
46	47	48	49	50	51			

Изгибающий момент  $M_m(\xi)$  в любом сечении корпуса можно подсчитать по формуле

$$M_m(\xi) = - \left( \int_0^{\xi} Q_m(\xi) d\xi + \sum M_{im} \right),$$

$$M_{im} = -\varepsilon_z \mathcal{J}_i - g m_i \left( n_y + \frac{\varepsilon_z}{g} x_{mi} \right) a_i, \quad (3.12)$$

где  $\mathcal{J}_i$  - массовый момент инерции  $i$ -того груза;  $a_i$  - расстояние от центра масс груза до плоскости его крепления к корпусу ( $a_i > 0$ , если центр масс удален от плоскости крепления в положительном направлении оси  $x$ , см. рис. 3.3).

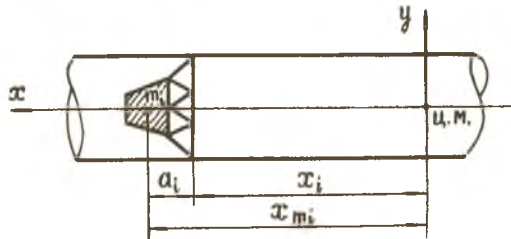


Рис. 3.3. К нахождению  $Q_m(\xi)$  и  $M_m(\xi)$

Вычисление  $M_m(\xi)$  выполняется в столбцах с 21 по 27 таблицы 3.2. По результатам вычислений строим эпюры  $Q_m(\xi)$  и  $M_m(\xi)$  и проводим проверку правильности вычислений для крайнего сечения, где должны выполняться соотношения

$$Q_m(L) = -g m_o \left[ n_y + \frac{\varepsilon_z}{g} (\xi_c - \xi_o) \right]$$

$$M_m(L) = -(L - \xi_o) Q_m(L) + \varepsilon_z \mathcal{J}_o.$$

Здесь  $\xi_o$  - расстояние от носка до центра масс незаполненного топливом летательного аппарата;  $\mathcal{J}_o$  - его собственный момент инерции (относительно его же центра масс).

### 3.4. Расчет $Q_p(\xi)$ и $M_p(\xi)$

Перерезывающая сила в сечении корпуса летательного аппарата, учитывающая влияние массы топлива, имеет вид

$$Q_p(\xi) = -g \left[ \int_0^{\xi} q_p \left( n_y + \frac{\varepsilon_z}{g} x \right) d\xi + \sum m_{gi} \left( n_y + \frac{\varepsilon_z}{g} x_{gi} \right) \right], \quad (3.13)$$

где  $q_p = \pi z^2 \rho$  - погонная масса топлива;  $m_{gi}$  - масса топлива в объеме днища;  $x_{gi}$  - расстояние от центра масс топлива в объеме днища до центра масс летательного аппарата;  $\rho$  - плотность топлива;  $z$  - радиус поперечного сечения корпуса летательного аппарата.

Вычисление  $Q_p(\xi)$  согласно формуле (3.13) проводится в столбцах с 28 по 37 таблицы 3.2.

Изгибающий момент  $M_p(\xi)$  можно вычислить по формуле

$$M_p(\xi) = - \left( \int_0^{\xi} Q_p(\xi) d\xi + \sum M_{ip} \right) \quad (3.14)$$

$$M_{ip} = -\varepsilon_z y_{gi} + c_i g m_{gi} \left( n_y + \frac{\varepsilon_z}{g} x_{gi} \right).$$

Здесь  $y_{gi}$  - массовый момент инерции топлива, находящегося в днище, относительно плоскости, проходящей через его центр масс и параллельной плоскости  $yz$ ;  $c_i$  - расстояние от центра масс топлива в объеме днища бака до плоскости крепления его к корпусу. Эти величины имеются в таблице I.1, рассмотренной нами ранее. Расчет  $M_p(\xi)$  в соответствии с формулой (3.14) проводится в столбцах с 38 по 45 таблицы 3.2. По полученным результатам строятся эпюры  $Q_p(\xi)$ ,  $M_p(\xi)$  и проводится проверка для конечного сечения при  $\xi = L$ , где должны выполняться соотношения

$$Q_p(L) = -mg n_y - Q_m(L)$$

$$M_p(L) = (L - \xi_c) mg n_y + \varepsilon_z Y - M_m(L).$$

### 3.5. Расчет $Q_p(\xi)$ и $M_p(\xi)$

Сила, обусловленная нормальной составляющей тяги  $P$ , имеет вид

$$Q_p(\xi) = P \cdot \delta. \quad (3.15)$$

Эта сила прикладывается в том сечении, где двигательная установка крепится к корпусу. Изгибающий момент, вызванный

нормальной составляющей тяги, можно подсчитать как

$$M_p(\xi) = - \int_0^{\xi} Q_p(\xi) d\xi - P\delta a_p, \quad (3.16)$$

где  $a_p$  - расстояние от точки приложения вектора тяги двигателя до плоскости крепления его к корпусу ( $a_p > 0$ , если точка приложения вектора тяги удалена от плоскости крепления в положительном направлении оси  $X$ ). Напомним, что по нашему предположению вектор тяги двигателя  $P$  приложен в центре масс двигательной установки. Вычисление  $Q_p(\xi)$  и  $M_p(\xi)$  по формулам (3.15) и (3.16) проводится в столбцах с 46 по 49 таблицы 3.2. По найденным значениям строятся эпюры и проводится проверка для крайнего сечения, где должны выполняться соотношения

$$Q_p(L) = P\delta$$

$$M_p(L) = -(L - \xi_g)P\delta.$$

Здесь  $\xi_g$  - расстояние от носка до точки приложения нормальной составляющей тяги двигателя.

Выполняя сложение содержимых столбцов 5, 20, 37, 46, а также столбцов 6, 27, 45 и 49, согласно (3.7) и (3.8) получим суммарные значения перерезывающей силы и изгибающего момента во всех расчетных сечениях корпуса летательного аппарата. По найденным значениям строятся эпюры  $Q(\xi)$  и  $M(\xi)$ . При правильном вычислении значений  $Q$  и  $M$  в крайнем сечении при  $\xi = L$  они должны равняться нулю.

#### Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Справочная книга по расчету самолета на прочность. / М.Ф.Астахов, А.В.Караванов и др. - М., Оборонгиз, 1954. - 708с.
2. Ахмедьянов И.С., Савельев Л.М. Нагрузки летательных аппаратов: Учеб. пособие. - Куйбышев: КуАИ, 1979. - 70 с.
3. Основы строительной механики ракет. /Л.И.Балабух, К.С.Колесников и др. - М.: Высшая школа, 1969. - 494 с.
4. Фигуровский В.И. Расчет на прочность беспилотных летательных аппаратов. - М.: Машиностроение, 1973. - 360 с.




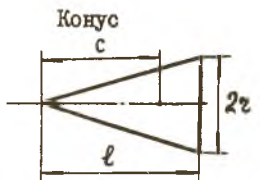


Приложение I

Ориентировочные значения плоскости  $\rho$ , скорости звука  $a$  и максимальной скорости ветра  $U$  на различных высотах

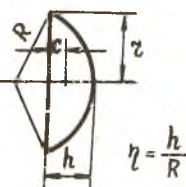

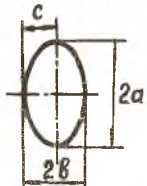
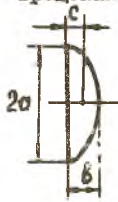
$H, \text{км}$	$\rho, \text{кг} \cdot \text{м}^{-3}$	$a, \text{м} \cdot \text{сек}^{-1}$	$U, \text{м} \cdot \text{сек}^{-1}$	$H, \text{км}$	$\rho, \text{кг} \cdot \text{м}^{-3}$	$a, \text{м} \cdot \text{сек}^{-1}$	$U, \text{м} \cdot \text{сек}^{-1}$
0	1,23	340	4	11	0,34	299	65
0,2	1,21	339	6	12	0,30	295	60
0,4	1,18	338	8	13	0,26	295	52
0,6	1,16	337	10	14	0,22	295	48
0,8	1,13	336	12	15	0,19	295	40
1,2	1,08	335	13	16	0,16	295	37
1,6	1,04	334	14	17	0,14	295	34
2,0	1,00	332	15	18	0,12	295	32
2,4	0,95	331	16	19	0,10	295	30
2,8	0,91	329	18	20	$0,85 \cdot 10^{-1}$	295	28
3,2	0,87	327	20	22	$0,62 \cdot 10^{-1}$	295	26
3,6	0,84	326	22	24	$0,43 \cdot 10^{-1}$	295	22
4,0	0,80	325	24	26	$0,33 \cdot 10^{-1}$	297	24
4,4	0,76	323	26	28	$0,24 \cdot 10^{-1}$	300	26
4,8	0,73	322	28	30	$0,18 \cdot 10^{-1}$	304	28
5,2	0,71	321	30	35	$0,38 \cdot 10^{-2}$	313	40
5,6	0,67	319	32	40	$0,26 \cdot 10^{-2}$	321	45
6,0	0,64	317	36	45	$0,18 \cdot 10^{-2}$	330	50
6,4	0,61	316	39	50	$0,59 \cdot 10^{-3}$	332	54
6,8	0,58	314	43	55	$0,45 \cdot 10^{-3}$	330	60
7,2	0,56	313	45	60	$0,32 \cdot 10^{-3}$	318	52
7,6	0,53	311	48	65	$0,20 \cdot 10^{-3}$	307	48
8,0	0,51	310	52	70	$0,59 \cdot 10^{-4}$	295	44
8,4	0,48	308	54	75	$0,41 \cdot 10^{-4}$	283	40
8,8	0,46	307	57	80	$0,29 \cdot 10^{-4}$	272	36
9,0	0,43	306	60	85	$0,12 \cdot 10^{-4}$	272	32
10,0	0,39	302	75	90	$0,49 \cdot 10^{-5}$	272	30

Приложение 2

Объемы, координаты центров масс и массовые моменты инерции относительно плоскости, проходящей через центр масс и перпендикулярной к оси вращения, для некоторых тел (m - масса тела)

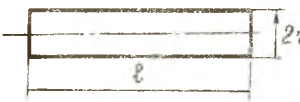
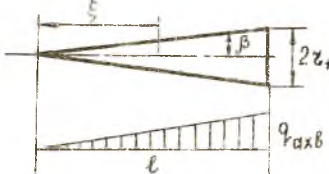
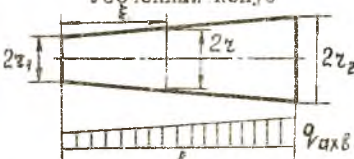

Форма тела	Объем V	Координата центра масс c	Массовый момент инерции J
<p>I</p> 	$\pi r^2 l$	$\frac{l}{2}$	$\frac{m l^2}{12}$
<p>Конус</p> 	$\frac{1}{3} \pi r^2 l$	$\frac{2}{3} l$	$\frac{3}{80} m l^2$
<p>Усеченный конус</p>  <p><math>K = \frac{r_1}{r_2}</math>    <math>K_0 = 1 + K + K^2</math></p>	$\frac{1}{3} \pi r_2^2 l K_0$	$\frac{l(3+2K+K^2)}{4K_0}$	$\frac{3}{80} m l^2 [1 + \frac{K}{K_0} (2 + 5 \frac{K}{K_0})]$
<p>Шар</p> 	$\frac{4}{3} \pi R^3$	R	$\frac{2}{5} m R^2$

Продолжение приложения 2

1	2	3	4
<p>Шаровой сегмент</p>  <p><math>\eta = \frac{h}{R}</math></p>	$\frac{\pi h}{6} (3z^2 + h^2)$ <p>или</p> $\frac{\pi h^2 R}{3} (3 - \eta)$	$\frac{h}{2} \frac{2z^2 + h^2}{3z^2 + h^2}$ <p>или</p> $\frac{h}{4} \frac{4 - \eta}{3 - \eta}$	$\frac{1}{80} m h^2 \frac{40 - 24\eta + 3\eta^2}{(3 - \eta)^2}$
<p>Полушар</p> 	$\frac{2}{3} \pi R^3$	$\frac{3}{8} R$	$\frac{19}{320} m R^2$
<p>Эллипсоид вращения</p> 	$\frac{4}{3} \pi a^2 b$	$b$	$\frac{2}{5} m b^2$
<p>Половина эллипсоида вращения</p> 	$\frac{2}{3} \pi a^2 b$	$\frac{3}{8} b$	$\frac{19}{320} m b^2$

Приложение 3

Волновое сопротивление отдельных участков корпуса летательного аппарата ( $q$  - скоростной напор,  $\alpha$  - угол атаки)

Форма участка	Волновое сопротивление $\chi_B$	Погонная нагрузка $q_{axB}$
<p>Цилиндр</p> 	0	0
<p>Конус</p> 	$(2\beta^2 + \alpha^2) q S_1$ $S_1 = \pi z_1^2$	$\frac{2 \chi_B}{l^2} \xi$
<p>Усеченный конус</p> 	$q (2\beta^2 + \alpha^2) (S_2 - S_1)$ $S_1 = \pi z_1^2$ $S_2 = \pi z_2^2$	$\frac{2 \chi_B}{l} \frac{z}{z_1 + z_2}$
<p>Параболоид вращения</p> 	$\left( \frac{3}{8} \frac{z_1^2}{l^2} + \alpha^2 \right) q S_1$ $S_1 = \pi z_1^2$	$\frac{6 \chi_B}{l} \frac{\xi}{l} \left( 1 - \frac{\xi}{l} \right)$

Приложение 4

Нормальные аэродинамические силы для отдельных участков корпуса летательного аппарата ( $q$  - скоростной напор,  $\alpha$  - угол атаки)

Форма участка	Нормальная сила $Y$	Расстояние $C$ до центра давления	Погонная нагрузка $q_{ay}$
<p>Цилиндр</p>	$1,5\alpha^2 \lambda q S$ $\lambda = \frac{l}{2r}$ $S = \pi r^2$	$\frac{l}{2}$	$\frac{Y}{l}$
<p>Конус</p>	$2q\alpha S_1$ (для $M > 2$ ) $3q\alpha S_1$ (для $1 < M \leq 2$ ) $S_1 = \pi r_1^2$	$\frac{2}{3} l$	$\frac{2Y}{l^2} \xi$
<p>Усеченный конус</p>	$2q\alpha (S_2 - S_1)$ (для $M > 2$ ) $3q\alpha (S_2 - S_1)$ (для $1 < M \leq 2$ ) $S_1 = \pi r_1^2$ $S_2 = \pi r_2^2$	$\frac{l}{3} \left(1 + \frac{r_2}{r_1 + r_2}\right)$	$\frac{2Y}{l} \frac{r}{r_1 + r_2}$
<p>Параболоид вращения</p>	$2q\alpha S_1$ (для $M > 2$ ) $3q\alpha S_1$ (для $1 < M \leq 2$ ) $S_1 = \pi r_1^2$	$\frac{l}{2}$	$\frac{6Y}{l} \frac{\xi}{l} \left(1 - \frac{\xi}{l}\right)$

СО Д Е Р Ж А Н И Е

	стр.
Введение .....	3
1. Определение основных характеристик летательного аппарата в расчетный момент времени .....	3
1.1. Масса и угол атаки летательного аппарата .....	3
1.2. Массовый момент инерции и координаты центра масс летательного аппарата .....	4
2. Вычисление продольной силы в расчетных сечениях корпуса летательного аппарата .....	8
2.1. Расчетные сечения .....	8
2.2. Расчет продольных аэродинамических нагрузок и осевых сил $N_a(\xi)$ , обусловленных ими .....	9
2.3. Расчет $N_m(\xi)$ .....	12
2.4. Расчет $N_p(\xi)$ .....	13
2.5. Расчет $N_o(\xi)$ и $N_p(\xi)$ .....	15
3. Вычисление перегревающей силы и изгибающего момента в расчетных сечениях корпуса летательного аппарата..	15
3.1. Нормальная перегрузка в расчетных сечениях корпуса .....	15
3.2. Расчет $Q_a(\xi)$ и $M_a(\xi)$ .....	19
3.3. Расчет $Q_m(\xi)$ и $M_m(\xi)$ .....	19
3.4. Расчет $Q_p(\xi)$ и $M_p(\xi)$ .....	22
3.5. Расчет $Q_p(\xi)$ и $M_p(\xi)$ .....	23
Литература .....	24
Приложение 1 .....	25
Приложение 2 .....	26
Приложение 3 .....	28
Приложение 4 .....	29