

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ  
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«САМАРСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ  
УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ АКАДЕМИКА С.П. КОРОЛЕВА»  
(САМАРСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)

*В.А. БОЧКАРЕВ*

## ОСНОВЫ ТЕОРИИ КОЛЕБАНИЙ. ЛАБОРАТОРНЫЙ ПРАКТИКУМ

Рекомендовано редакционно-издательским советом федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего образования «Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П. Королева» в качестве практикума для обучающихся по основным образовательным программам высшего образования по специальности 11.05.01 Радиоэлектронные системы и комплексы и по направлениям подготовки 11.03.01 Радиотехника, 12.03.04 Биотехнические системы и технологии, 12.03.05 Лазерная техника и лазерные технологии

САМАРА  
Издательство Самарского университета  
2020

ISBN 978-5-7883-1532-4

© Самарский университет, 2020

УДК 534.01(075)  
ББК 22.213я7  
Б866

Рецензенты: канд. техн. наук, доц. А. С. Н е ч а е в,  
канд. техн. наук, доц. И. В. Л о ф и ц к и й

*Бочкарев, Валерий Александрович*

**Б866 Основы теории колебаний. Лабораторный практикум:** практикум / *В.А. Бочкарев*; Министерство науки и высшего образования Российской Федерации, Самарский университет. – Самара: Издательство Самарского университета, 2020. – 1 CD-ROM (3,8Мб) – Загл. с титул. экрана. – Текст: электронный.

**ISBN 978-5-7883-1532-4**

В практикуме приведены необходимые теоретические и методические положения для выполнения лабораторных работ по курсу «Основы теории колебаний» в компьютерной среде OrCAD-PSpice.

Для студентов, обучающихся по специальности 11.05.01 Радиоэлектронные системы и комплексы и по направлениям подготовки 11.03.01 Радиотехника, 12.03.04 Биотехнические системы и технологии, 12.03.05 Лазерная техника и лазерные технологии.

Подготовлено на кафедре радиотехники.

УДК 534.01(075)  
ББК 22.213я7

**Минимальные системные требования:**

PC, процессор Pentium, 160 МГц;  
Microsoft Windows XP и выше; мышь; дисковод CD-ROM;  
Adobe Acrobat Reader.

Редактор А.С. Никитина  
Компьютерная верстка А.С. Никитиной

Подписано для тиражирования 21.09.2020.  
Объем издания 3,8Мб.  
Количество носителей 1 диск. Тираж 10 экз.

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ  
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«САМАРСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ  
УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ АКАДЕМИКА С.П. КОРОЛЕВА»  
(САМАРСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)

443086, САМАРА, МОСКОВСКОЕ ШОССЕ, 34.

---

Издательство Самарского университета.  
443086, Самара, Московское шоссе, 34.

# Содержание

<b>ВВЕДЕНИЕ</b> .....	<b>5</b>
<b>ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №1. ИССЛЕДОВАНИЕ НЕЛИНЕЙНОЙ КОЛЕБАТЕЛЬНОЙ СИСТЕМЫ С ОДНОЙ СТЕПЕНЬЮ СВОБОДЫ В ОКРЕСТНОСТИ СОСТОЯНИЯ РАВНОВЕСИЯ</b> .....	<b>6</b>
1.1. КЛАССИФИКАЦИЯ ОСОБЫХ ТОЧЕК НА ФАЗОВОЙ ПЛОСКОСТИ .....	6
1.2. УНИВЕРСАЛЬНАЯ СХЕМА ДЛЯ ИЗУЧЕНИЯ ОСОБЫХ ТОЧЕК .....	12
1.3. ОСНОВНЫЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ПО ВЫПОЛНЕНИЮ ЛАБОРАТОРНОЙ РАБОТЫ .....	15
1.4. ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ .....	16
Содержание отчета .....	17
Контрольные вопросы .....	17
<b>ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 2. ИССЛЕДОВАНИЕ РЕЖИМОВ АВТОНОМНОЙ НЕЛИНЕЙНОЙ СИСТЕМЫ</b> .....	<b>19</b>
2.1. РЕЖИМЫ РАБОТЫ АВТОГЕНЕРАТОРА НА ТУННЕЛЬНОМ ДИОДЕ .....	19
2.2. ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ .....	22
Содержание отчета .....	23
Контрольные вопросы .....	23
<b>ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №3. ИССЛЕДОВАНИЕ ПРЕДЕЛЬНЫХ ЦИКЛОВ АВТОГЕНЕРАТОРА МЕТОДОМ ГАРМОНИЧЕСКОГО БАЛАНСА</b> .....	<b>24</b>
3.1. ЗАДАЧИ ИССЛЕДОВАНИЯ ПРЕДЕЛЬНЫХ ЦИКЛОВ .....	24
3.2. МЕТОД ГАРМОНИЧЕСКОГО БАЛАНСА ДЛЯ АНАЛИЗА ПРЕДЕЛЬНЫХ ЦИКЛОВ .....	24
3.3. ОПИСАНИЕ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЙ ЧАСТИ ЛАБОРАТОРНОЙ РАБОТЫ .....	28
3.4. ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ ЛАБОРАТОРНОЙ РАБОТЫ .....	30
Содержание отчета .....	32
Контрольные вопросы .....	32
<b>ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №4. ИССЛЕДОВАНИЕ АВТОГЕНЕРАТОРА С НЕПОСРЕДСТВЕННЫМ ВНЕШНИМ ВОЗДЕЙСТВИЕМ</b> .....	<b>34</b>
4.1. СИНХРОНИЗАЦИЯ ГЕНЕРАТОРОВ ГАРМОНИЧЕСКИХ КОЛЕБАНИЙ .....	34
4.2. ОПИСАНИЕ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЙ ЧАСТИ ЛАБОРАТОРНОЙ РАБОТЫ .....	35
4.3. ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ ЛАБОРАТОРНОЙ РАБОТЫ .....	36
Содержание отчета .....	37
Контрольные вопросы .....	38
<b>СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ</b> .....	<b>38</b>
<b>ПРИЛОЖЕНИЯ</b> .....	<b>39</b>
П1. РЕШЕНИЕ СИСТЕМ НЕЛИНЕЙНЫХ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ С ПОМОЩЬЮ ПРОГРАММЫ PSpICE .....	39
П2. ТЕКСТЫ ЗАДАНИЙ ДЛЯ ЛАБОРАТОРНОЙ РАБОТЫ № 1 .....	41
П3. ТЕКСТЫ ЗАДАНИЙ ДЛЯ ЛАБОРАТОРНОЙ РАБОТЫ № 2 .....	43
П4. РЕКОМЕНДАЦИИ ПО РАБОТЕ С ПРОГРАММОЙ PSpICE ПРИ ОТОБРАЖЕНИИ РЕЗУЛЬТАТОВ МОДЕЛИРОВАНИЯ .....	44
П5. ТЕКСТЫ ЗАДАНИЙ ДЛЯ ЛАБОРАТОРНОЙ РАБОТЫ № 3. ФУНКЦИИ ИЗМЕРЕНИЙ .....	45
П6. ТЕКСТЫ ЗАДАНИЙ ДЛЯ ЛАБОРАТОРНОЙ РАБОТЫ № 4 .....	48
П7. ОБРАЗЦЫ РАСПЕЧАТОК .....	50
П8. НЕЛИНЕЙНЫЕ КОЛЕБАТЕЛЬНЫЕ СИСТЕМЫ С ВНЕШНИМ ВОЗДЕЙСТВИЕМ .....	53
<b>П8.1. Области применения в радиотехнике</b> .....	<b>53</b>
<b>П8.2. Внешнее асинхронное воздействие на автогенератор</b> .....	<b>54</b>
<b>П8.3. Внешнее воздействие с частотой, близкой к частоте автономного генератора</b> .....	<b>56</b>
<b>П8.4. Синхронизация на кратных частотах (деление и умножение частоты)</b> .....	<b>60</b>

## ВВЕДЕНИЕ

Колебательная система (КС) любой физической природы (электрическая, механическая, акустическая, биологическая и др.) часто описывается обыкновенными дифференциальными уравнениями, половина суммарного порядка которых определяет число степеней свободы данной системы. Набор решений дифференциального уравнения при всевозможных начальных условиях дает полную картину поведения данной КС. Однако такой подход не продуктивен в КС с ярко выраженными нелинейностями или с большим числом степеней свободы. Поэтому часто анализ КС состоит в исследовании поведения системы в малой окрестности состояния равновесия (лаб. работа № 1), а также при больших отклонениях от состояния равновесия (лаб. работы № 2–4).

Настоящий практикум содержит необходимые теоретические положения и указания к выполнению цикла лабораторных работ по курсу «Основы теории колебаний» для студентов специальности 11.05.01 и направлений подготовки 11.03.01, 12.03.04, 12.03.05.

Цикл состоит из четырех работ. Первая работа предназначена для исследования фазовых траекторий и соответствующих им процессов в окрестности особой точки линейной динамической системы 2-го порядка при различных сочетаниях параметров последней. Вторая работа – исследование нелинейных колебаний и их фазовых портретов на примере LC-генератора с туннельным диодом. Третья работа имеет своей целью исследование существования и устойчивости предельных циклов автогенераторов с произвольным числом степеней свободы на базе метода гармонического баланса. В четвертой работе проводится исследование режимов синхронизации автогенератора на туннельном диоде.

Все работы выполняются в компьютерном классе с использованием программы анализа нелинейных схем OrCAD PSpice [3].

# ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №1. ИССЛЕДОВАНИЕ НЕЛИНЕЙНОЙ КОЛЕБАТЕЛЬНОЙ СИСТЕМЫ С ОДНОЙ СТЕПЕНЬЮ СВОБОДЫ В ОКРЕСТНОСТИ СОСТОЯНИЯ РАВНОВЕСИЯ

В данной работе исследуется колебательная система с одной степенью свободы при различных сочетаниях параметров КС.

В общем случае поведение системы с  $n$  степенями свободы *в малом* (т.е. при малых отклонениях от состояния равновесия) определяется на основе теоремы Ляпунова, согласно которой необходимо:

- 1) определить все точки равновесия (особые точки фазового пространства) нелинейной колебательной системы из условия отсутствия движения в этих точках;
- 2) линеаризовать систему в окрестности конкретной особой точки, то есть составить линейное дифференциальное уравнение порядка  $2n$ ;
- 3) найти корни характеристического (алгебраического) уравнения данной линейной системы  $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n$ ;
- 4) по виду корней  $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n$  характеристического уравнения определить, как будет себя вести система в окрестности данного состояния равновесия: если, например, все вещественные части корней  $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n$  отрицательны, то положение равновесия устойчиво. Если хотя бы один корень имеет положительную вещественную часть – равновесие неустойчиво.

Кроме того, корни  $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n$  определяют характер движений в окрестности состояния равновесия (апериодические затухающие или нарастающие процессы, колебательные затухающие или нарастающие процессы и т.п.).

Пусть дана нелинейная КС с одной степенью свободы, **линеаризованная** в окрестности одного из состояний равновесия. Тогда дифференциальное уравнение для свободных колебаний  $x(t)$  системы можно представить в следующем виде:

$$\frac{d^2x}{dt^2} + a \cdot \frac{dx}{dt} + b \cdot x = 0, \quad (1.1)$$

где  $a, b$  – коэффициенты, зависящие от параметров физической системы.

## 1.1. Классификация особых точек на фазовой плоскости

Особой точкой фазовой плоскости  $(x, y = \frac{dx}{dt})$  называют точку, в которой не определен угловой коэффициент касательной к фазовой траектории [1]. О характере особой точки следует судить по поведению фазовых траекторий в малой ее окрестности. Таким образом, если исходная система нелинейная, то ее необходимо линеаризовать и перейти к анализу линейного дифференциального уравнения 2-го порядка (1.1).

Приведем (1.1) к системе двух дифференциальных уравнений 1-го порядка:

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = y \\ \frac{dy}{dt} = -bx - ay \end{cases}, \quad (1.2)$$

которую представим в матричном виде:

$$\frac{dX}{dt} = AX, \quad (1.3)$$

где  $A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -b & -a \end{bmatrix}$ ;  $X = \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$ .

Из (1.2) следует выражение для углового коэффициента  $k$  [2]:

$$k = \frac{dy}{dx} = -\frac{ay + bx}{y}. \quad (1.4)$$

Видим, что в единственной точке равновесия  $x = 0, y = 0$  величина  $k$  не определена. Это означает, что через саму точку равновесия (особую точку) проходит более чем одна фазовая траектория, или не проходит ни одной.

Общее решение уравнения (1.3) записывается в виде:

$$\begin{cases} x(t) = C_1 \cdot e^{\lambda_1 t} + C_2 \cdot e^{\lambda_2 t} \\ y(t) = \lambda_1 \cdot C_1 \cdot e^{\lambda_1 t} + \lambda_2 \cdot C_2 \cdot e^{\lambda_2 t}, \end{cases} \quad (1.5)$$

где  $C_1, C_2$  – определяемые из начальных условий произвольные постоянные;  $\lambda_1, \lambda_2$  – корни характеристического уравнения  $\det(A - \lambda I) = \lambda^2 + a\lambda + b = 0$ , где  $I$  – единичная матрица;

$$\lambda_{1,2} = -\frac{a}{2} \pm \sqrt{\frac{a^2}{4} - b}. \quad (1.6)$$

Исключая время из (1.5), получим уравнение траекторий на фазовой плоскости  $(x, y)$  [2]:

$$(y - \lambda_1 \cdot x)^{\lambda_1} = C \cdot (y - \lambda_2 \cdot x)^{\lambda_2}, \quad (1.7)$$

где  $C$  – произвольная постоянная, определяемая из начальных условий.

Если перейти от исходных координат  $x, y$  к так называемым «нормальным (главным) координатам»:

$$u = y - \lambda_1 \cdot x, \quad v = y - \lambda_2 \cdot x, \quad (1.8)$$

то формула (1.7) для фазовых траекторий приобретает более наглядный вид:

$$u = C \cdot v^{\frac{\lambda_2}{\lambda_1}}. \quad (1.9)$$

Преобразование координат (1.8) одновременно приводит систему дифференциальных уравнений (1.2), (1.3) к виду<sup>1)</sup>:

$$\begin{cases} \frac{du}{dt} = \lambda_2 u \\ \frac{dv}{dt} = \lambda_1 v \end{cases} \quad (1.10)$$

с диагональной матрицей  $\Lambda = \begin{bmatrix} \lambda_2 & 0 \\ 0 & \lambda_1 \end{bmatrix}$ , причем характеристическое уравнение системы (1.10)

совпадает с характеристическим уравнением системы (1.3) (доказать самостоятельно).

Очевидно, что вид решения (1.5) и форма соответствующих ему фазовых траекторий целиком определяются значениями корней  $\lambda_1$  и  $\lambda_2$ . Характеристические корни, в свою очередь, полностью определяются соотношением коэффициентов  $a$  и  $b$ , согласно формуле (1.6).

Поэтому введем в рассмотрение плоскость коэффициентов  $(b, a)$  (рис. 1.1) и произведем разбиение ее по виду характеристических корней  $\lambda_1, \lambda_2$  [2].

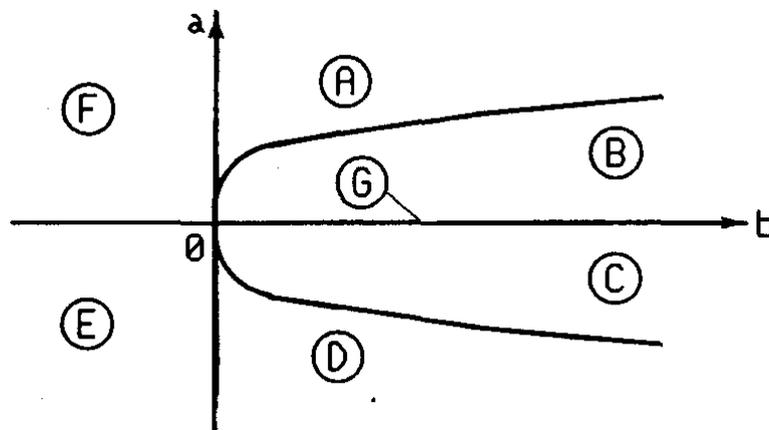


Рис. 1.1. Разбиение плоскости коэффициентов  $(b, a)$  по характеру особой точки:

A – устойчивые узлы; B – устойчивые фокусы; C – неустойчивые фокусы; D – неустойчивые узлы;  
E – левые седла; F – правые седла; G – линия центров

Как следует из (1.6), парабола  $b = a^2/4$  отделяет действительные корни от комплексных, причем комплексные корни сосредоточены внутри этой параболы.

Выясним возможные типы фазовых траекторий в зависимости от вида характеристических корней  $\lambda_1, \lambda_2$  [2].

**1.  $b > 0, b < a^2/4$ .** В этом случае оба корня  $\lambda_1, \lambda_2$ , согласно (1.6), получаются действительными и одного знака, причем пусть  $|\lambda_2| > |\lambda_1|$ . Выражение (1.9) фазовых траекторий

<sup>1</sup> Введем векторы

$\mathbf{x} = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}, \mathbf{u} = \begin{pmatrix} u \\ v \end{pmatrix}$  и матрицу преобразования  $\mathbf{T} = \begin{pmatrix} -\lambda_1 & 1 \\ -\lambda_2 & 1 \end{pmatrix}$ . Тогда  $\mathbf{u} = \mathbf{T}\mathbf{x}, \mathbf{x} = \mathbf{T}^{-1}\mathbf{u}$ . Следовательно

$$\frac{d\mathbf{x}}{dt} = \mathbf{A}\mathbf{x} \Rightarrow \mathbf{T}^{-1} \frac{d\mathbf{u}}{dt} = \mathbf{A}\mathbf{T}^{-1}\mathbf{u} \Rightarrow \mathbf{T}\mathbf{T}^{-1} \frac{d\mathbf{u}}{dt} = \mathbf{T}\mathbf{A}\mathbf{T}^{-1}\mathbf{u} \Rightarrow \frac{d\mathbf{u}}{dt} = \Lambda\mathbf{u} \Rightarrow \Lambda = \mathbf{T}\mathbf{A}\mathbf{T}^{-1} = \begin{pmatrix} \lambda_2 & 0 \\ 0 & \lambda_1 \end{pmatrix}.$$

в нормальных координатах  $(u, v)$  представляет семейство парабол степени  $\lambda_2/\lambda_1 > 1$ , проходящих через начало координат и касающихся оси  $v$  (рис. 1.2).

Начало координат является особой точкой, через которую проходит бесконечное множество траекторий типа парабол. Эта особая точка называется *узлом*. Направление движения легко определить из (1.10). Так, если  $\lambda_1$  и  $\lambda_2$  отрицательны ( $a > 0$ ), то все траектории сходятся в начале координат (устойчивый узел). Если  $\lambda_1$  и  $\lambda_2$  положительны ( $a < 0$ ), то  $u$  и  $v$  возрастают с течением времени. Изображающая точка удаляется от начала координат. Мы имеем дело с неустойчивым узлом. Распределение узлов показано на рис. 1.1.

Переход к исходным координатам  $x, y$  реализуем в соответствии с формулами (1.8).

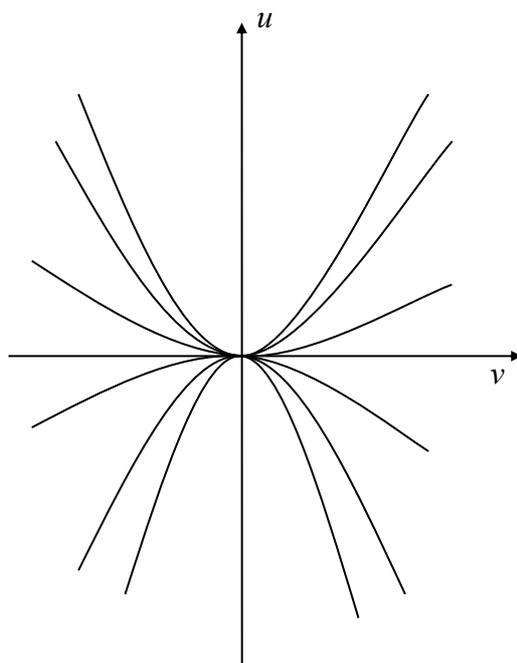


Рис. 1.2. Фазовые траектории в нормальных координатах в окрестности особой точки типа «узел»

Так, ось  $v$  ( $u = 0$ ) преобразуется в прямую  $y_1 = \lambda_1 \cdot x$ , а ось  $u$  ( $v = 0$ ) – в прямую  $y_2 = \lambda_2 \cdot x$ .

Причем прямая  $y_1$  служит касательной (в начале координат) для всех, кроме одной, фазовых траекторий, а прямая  $y_2$  служит касательной лишь для самой себя. Для более подробного анализа характера траекторий на плоскости  $(x, y)$  обычно пользуются уравнением изоклин с угловым коэффициентом касательных к траекториям  $k = dy / dx$ . Из (1.4) находим это уравнение:

$$y_k(x) = -\frac{b}{k+a} \cdot x. \quad (1.11)$$

На рис. 1.3 изображены фазовые портреты траекторий для устойчивого и неустойчивого узлов при  $|\lambda_2| > |\lambda_1|$ . Случай  $|\lambda_1| > |\lambda_2|$  проанализировать самостоятельно.

Все траектории рис. 1.3 пересекают один раз ось абсцисс (за исключением тех траекторий, которые заключены внутри сектора, образованного прямыми  $y_1 = \lambda_1 \cdot x$  и  $y_2 = \lambda_2 \cdot x$ ). Устойчивый узел соответствует аperiodическому затухающему процессу, а неустойчивый – аperiodическому нарастающему.

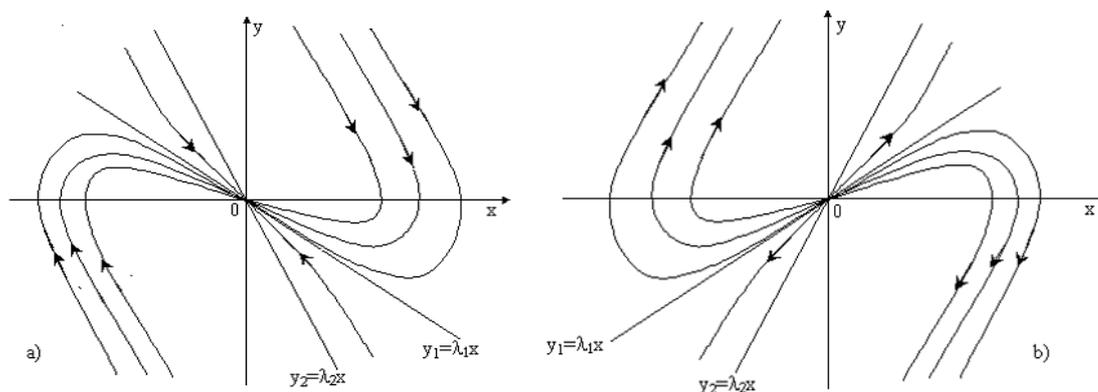


Рис. 1.3. Фазовые траектории в окрестности устойчивого (а) и неустойчивого (б) узлов

**2.  $b < 0$ .** В этом случае корни  $\lambda_1$  и  $\lambda_2$  действительны и разных знаков, т.к.  $b = \lambda_1 \cdot \lambda_2$ . Уравнения кривых на фазовой плоскости в нормальных координатах  $u$  и  $v$  следуют из (1.9) и имеют вид:

$$u = C \cdot v^{\frac{|\lambda_2|}{|\lambda_1|}}. \quad (1.12)$$

Это уравнение определяет семейство гипербол, имеющих обе оси координат асимптотами. Оси координат и в этом случае являются фазовыми траекториями; это будут единственные траектории, проходящие через начало координат (рис. 1.4). Начало координат и здесь является особой точкой. Особая точка такого типа носит название *седло* (линии уровня вблизи горной седловины ведут себя как раз таким образом) и является неустойчивой.

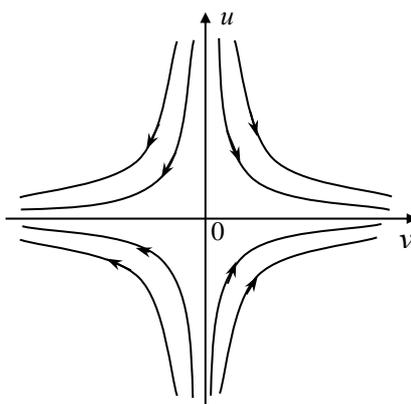


Рис. 1.4. Фазовые траектории в нормальных координатах в окрестности особой точки типа «седло»

Направления движений по фазовым траекториям определяются знаками корней  $\lambda_1$  и  $\lambda_2$ . Так, если  $\lambda_2 < 0$ , а  $\lambda_1 > 0$ , то, в соответствии с (1.10), имеем направления движений, показанные на рис. 1.4.

При переходе к координатам  $x$  и  $y$ , как и в случае узла, две ( $y_1 = \lambda_1 \cdot x$  и  $y_2 = \lambda_2 \cdot x$ ) траектории оказываются прямыми линиями, пересекающимися в начале координат. Они называются *сепаратрисами*. В зависимости от соотношения величин  $\lambda_1$  и  $\lambda_2$  различают симметричное седло ( $|\lambda_1| = |\lambda_2|$  при  $a = 0$ ), правое седло ( $\lambda_1 < |\lambda_2|$  при  $a > 0$ ) и левое седло ( $\lambda_1 > |\lambda_2|$  при  $a < 0$ ). Зоной седла на плоскости  $(b, a)$  является, таким образом, вся левая полуплоскость  $b < 0$  (рис. 1.1). На рис. 1.5 изображены фазовые траектории  $y(x)$ , соответствующие правому и левому седлам.

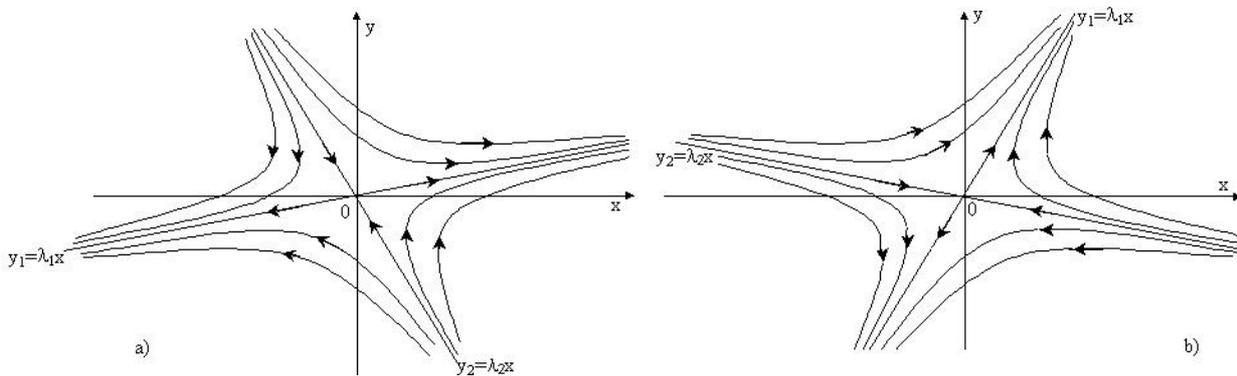


Рис. 1.5. Фазовые траектории в окрестности правого (а) и левого (б) седел

**3.  $a^2 / 4 - b < 0$ .** Корни  $\lambda_{1,2}$  являются комплексно сопряженными:  $\lambda_{1,2} = \sigma \pm i\omega$ , где  $\sigma = -a / 2$ ,  $\omega = \sqrt{b - a^2 / 4}$ .

Воспользуемся общей записью фазовых траекторий в форме (1.7) и представим нормальные координаты в полярной системе координат:

$$\begin{cases} u = y - \lambda_1 x = y - \sigma x - j\omega x = \rho \cdot e^{-j\varphi} \\ v = y - \lambda_2 x = y - \sigma x + j\omega x = \rho \cdot e^{j\varphi}, \end{cases} \quad (1.13)$$

где  $\rho^2 = (y - \sigma x)^2 + \omega^2 x^2$ ;  $\operatorname{tg}\varphi = \frac{\omega \cdot x}{y - \sigma \cdot x}$ .

Подставляя (1.13) в (1.7) и выполняя элементарные преобразования, получаем уравнения фазовых траекторий в очень простой форме:

$$\rho(\varphi) = \rho_0 \cdot e^{\frac{\sigma}{\omega}\varphi}, \quad (1.14)$$

где  $\rho_0$  – начальное положение изображающей точки на фазовой плоскости  $(u, v)$ . Мы получили уравнение логарифмической спирали, которая при  $a > 0$  закручивается к началу координат (*устойчивый фокус*), а при  $a < 0$  раскручивается (рис. 1.5.1). В этом случае начало координат является *неустойчивым фокусом*. Решение  $x(t)$  в случае устойчивого фокуса является затухающим колебательным процессом с частотой  $\omega$ , а в случае неустойчивого фокуса – колебательным процессом, амплитуда которого неограниченно возрастает с течением времени.

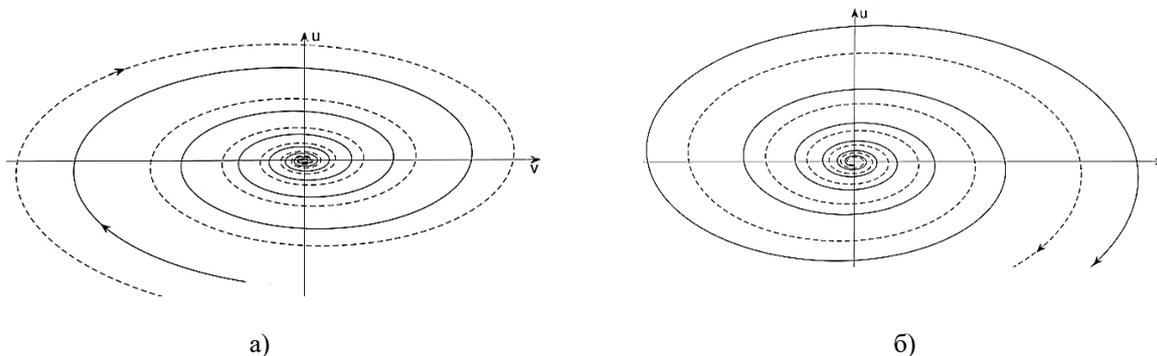


Рис. 1.5.1. Фазовые траектории в окрестности устойчивого (а) и неустойчивого (б) фокусов

Зона фокусов на плоскости коэффициентов  $(b, a)$  (рис. 1.1) заключена между ветвями параболы  $b = a^2 / 4$ .

В частном случае  $a = 0$  корни  $\lambda_{1,2}$  становятся чисто **мнимыми**, через особую точку в начале координат не проходит ни одна фазовая траектория. Траектории в окрестности особой точки представляют собой включенные друг в друга замкнутые кривые (эллипсы в нашем случае) и охватывающие эту точку. Такая особая точка называется *центром*. На рис. 1.1 центры сосредоточены на полуоси  $b > 0$ . Центр соответствует незатухающему колебательному процессу с частотой  $\sqrt{b}$  и амплитудой  $\rho_0$ .

Итак, в рассматриваемой линейной системе с одной степенью свободы возможны шесть типов особых точек в зависимости от коэффициентов  $a$  и  $b$  характеристического уравнения:

- 1) устойчивый узел ( $a > 0, a^2 - 4b > 0$ ) при  $\lambda_{1,2} < 0$ ;
- 2) неустойчивый узел ( $a < 0, a - 4b > 0$ ) при  $\lambda_{1,2} > 0$ ;
- 3) седло ( $b < 0$ ) при  $\lambda_1 \cdot \lambda_2 < 0$ ;
- 4) устойчивый фокус ( $a > 0, a^2 - 4b < 0$ ) при  $Re\lambda_{1,2} < 0$ ;
- 5) неустойчивый фокус ( $a < 0, a^2 - 4b < 0$ ) при  $Re\lambda_{1,2} > 0$ ;
- 6) центр ( $a = 0, b > 0$ ) при  $Re\lambda_{1,2} = 0$ .

## 1.2. Универсальная схема для изучения особых точек

Все рассмотренные типы особых точек фазовой плоскости для системы с одной степенью свободы можно получить, используя нелинейную колебательную систему с туннельным диодом (рис. 1.6-а). Вольтамперная характеристика (ВАХ) туннельного диода и нагрузочная прямая изображены на рис. 1.6-б.

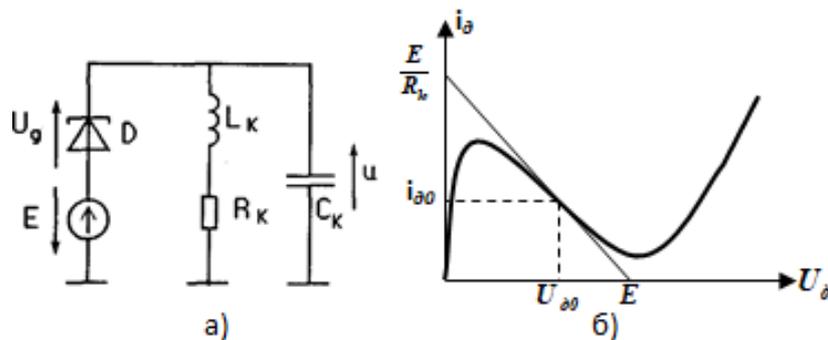


Рис. 1.6. а – схема генератора на туннельном диоде; б – ВАХ туннельного диода

Для генерации периодических колебаний необходимо (но не достаточно), чтобы рабочая точка  $(U_{д0}, I_{д0})$  находилась на падающем участке ВАХ диода.

Операторное уравнение схемы имеет вид [2]:

$$E - U_{д} - Z(p) \cdot i_{д}(U_{д}) = 0, \quad (1.15)$$

$$\text{где } Z(p) = \frac{(pL_{к} + R_{к}) \cdot \frac{1}{pC_{к}}}{pL_{к} + R_{к} + \frac{1}{pC_{к}}} = \frac{pL_{к} + R_{к}}{L_{к}C_{к} \cdot p^2 + R_{к}C_{к} \cdot p + 1}. \quad (1.16)$$

Для исследования состояния равновесия (особой точки) применим метод Ляпунова, суть которого в данном случае сводится к линеаризации нелинейного элемента (диода) в малой окрестности рабочей точки и составлению линейного дифференциального уравнения для отклонений от состояния равновесия. Итак,

$$i_{\text{д}} = I_{\text{д}0} + \left. \frac{di_{\text{д}}}{dU_{\text{д}}} \right|_{U_{\text{д}}=U_{\text{д}0}} \cdot (U_{\text{д}} - U_{\text{д}0}) = I_{\text{д}0} + g \cdot (U_{\text{д}} - U_{\text{д}0}), \quad (1.17)$$

где  $g = \left. \frac{di_{\text{д}}}{dU_{\text{д}}} \right|_{U_{\text{д}}=U_{\text{д}0}}$  – крутизна ВАХ в рабочей точке.

Подставляя (1.17) в (1.15) и вводя новую переменную  $u = U_{\text{д}} - U_{\text{д}0}$  (отклонение от состояния равновесия), получим

$$u + Z(p) \cdot g \cdot u + [Z(p) \cdot I_{\text{д}0} - E + U_{\text{д}0}] = 0. \quad (1.18)$$

Так как выражение в квадратных скобках равно нулю (покажите самостоятельно), то операторное уравнение линеаризованной схемы примет вид:

$$\left( p^2 + \frac{R_K \cdot C_K + L_K \cdot g}{L_K \cdot C_K} p + \frac{1 + R_K \cdot g}{L_K \cdot C_K} \right) \cdot u = 0, \quad (1.19)$$

которому соответствует характеристическое уравнение:

$$\lambda^2 + \frac{R_K \cdot C_K + L_K \cdot g}{L_K \cdot C_K} \cdot \lambda + \frac{1 + R_K \cdot g}{L_K \cdot C_K} = 0. \quad (1.20)$$

Сравнивая (1.1) и (1.20), видим, что коэффициенты  $a$  и  $b$  уравнения (1.1) связаны с параметрами схемы  $L_K$ ,  $C_K$ ,  $R_K$  и  $g$  соотношениями:

$$a = \frac{R_K \cdot C_K + L_K \cdot g}{L_K \cdot C_K}; \quad b = \frac{1 + R_K \cdot g}{L_K \cdot C_K}. \quad (1.21)$$

При вариации параметров линеаризованной схемы характер особой точки и связанных с ней фазовых траекторий будет изменяться. Таким образом, выбирая определенные сочетания параметров  $L_K$ ,  $C_K$ ,  $R_K$ ,  $g$ , можно получить все рассмотренные в предыдущем параграфе виды особых точек и изучить соответствующие им движения.

Введем следующие обозначения:

$$R = g \cdot R_K; \quad \omega_0^2 = \frac{1}{L_K \cdot C_K}; \quad Q = \sqrt{\frac{L_K}{R_K}}. \quad (1.22)$$

Здесь  $\omega_0$  – резонансная частота контура,  $Q$  – добротность контура,  $R$  – безразмерный коэффициент, который может быть как отрицательным, так и положительным, в зависимости от знака дифференциальной проводимости диода в рабочей точке.

С учетом (1.22) коэффициенты  $a$  и  $b$  из (1.21) преобразуются к виду:

$$a = \frac{\omega_0}{Q} \cdot (1 + R \cdot Q^2); \quad b = \omega_0^2 \cdot (1 + R). \quad (1.23)$$

Для исследования характера особой точки построим диаграмму, подобную рис. 1.1, но в координатах  $(Q, R)$  при фиксированной  $\omega_0$ , причем  $Q > 0$ ,  $-\infty < R < \infty$ . Эта диаграмма представлена на рис. 1.7.

Характерные кривые, разделяющие зоны типов особой точки, определяются из соотношений коэффициентов  $a$  и  $b$ , приведенных в самом конце параграфа 1.1.

Границы фокусов находим из уравнения  $a^2 - 4b = 0$ . Откуда следует уравнение, связывающее  $R$  и  $Q$ :

$$\frac{\omega_0^2}{Q^2} \cdot (1 + R \cdot Q^2)^2 - 4\omega_0^2 \cdot (1 + R) = 0.$$

После раскрытия скобок и приведения подобных членов уравнение примет вид:

$$(1 - R \cdot Q^2)^2 - 4 \cdot Q^2 = 0. \quad (1.24)$$

Это уравнение распадается на два:

$$1 - R \cdot Q^2 - 2 \cdot Q = 0 \quad \text{и} \quad 1 - R \cdot Q^2 + 2 \cdot Q = 0.$$

Итак, верхняя граница фокусов определяется выражением (кривая 1 на рис. 1.7):

$$R = \frac{1}{Q^2} + \frac{2}{Q}, \quad (1.25)$$

а нижняя граница фокусов – выражением:

$$R = \frac{1}{Q^2} - \frac{2}{Q}, \quad (1.26)$$

которое определяет кривую 2 на рис. 1.7.

Границы седел находятся из условия  $b = 0$ , что эквивалентно соотношению (кривая 4 на рис. 1.7):

$$R = -1. \quad (1.27)$$

Наконец, линия центров 3, которая определяется соотношениями  $a = 0$ ,  $b > 0$  и разделяет зону фокусов на устойчивые и неустойчивые фокусы, определяется из системы уравнений:

$$1 + R \cdot Q^2 = 0; \quad 1 + R > 0. \quad (1.28)$$

Решение этой системы  $R = -Q^{-2}$ ,  $R > -1$  показывает, что особые точки типа центра находятся на линии  $R = -Q^{-2}$  в зоне фокусов, т.е. при  $R > -1$ . Эта же самая линия, проходя в зоне седел ( $R < -1$ ), делит ее на левые и правые седла.

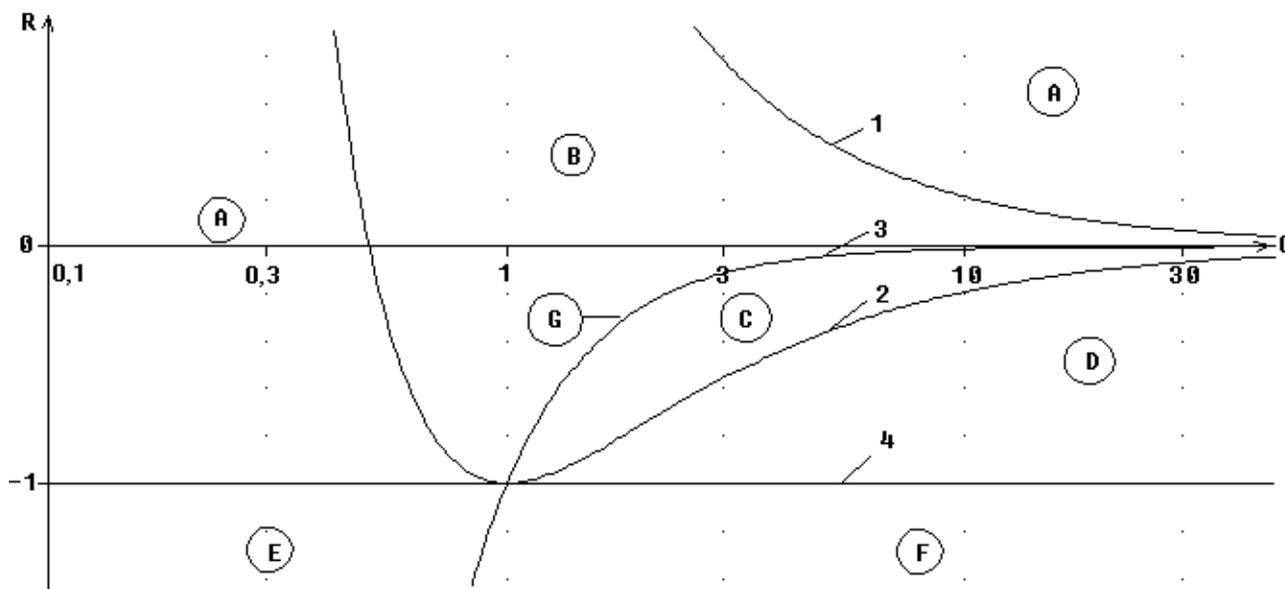


Рис. 1.7. Диаграмма особых точек линеаризованной схемы автогенератора:  
 А – зона устойчивых узлов; В – зона устойчивых фокусов; С – зона неустойчивых фокусов;  
 D – зона неустойчивых узлов; E – левые седла; F – правые седла; G – линия центров

### 1.3. Основные рекомендации по выполнению лабораторной работы

Исходными данными являются величины  $f_0$  – резонансная частота и добротность контура  $Q$ , взятые из таблицы вариантов (табл. 1.1). Далее, пользуясь диаграммой, формируемой PSpice-программой *diagram.cir*, текст которой дан в Приложении П.2, выбирается ряд значений  $R = R_k \cdot g$ , которые позволят получить фазовые портреты всех рассмотренных типов.

Для получения и закрепления навыков интегрирования систем нелинейных дифференциальных уравнений с помощью программы PSpice воспользуемся методом непосредственного моделирования дифференциальных уравнений, который изложен в [Приложении П.1](#).

Тогда модель нашей системы, определяемая дифференциальным уравнением второго порядка (1.19), описывается двумя управляемыми источниками тока, двумя конденсаторами единичной емкости и двумя сопротивлениями с очень большими номинальными значениями. Такое описание исследуемой системы представлено в текстах программ моделирования особых точек *focus.cir*, *nodes.cir*, *saddles.cir*, приведенных в Приложении П.2.

При моделировании узлов и седел форма фазовых траекторий существенно зависит от выбора начальных условий, задаваемых директивой **.IC**. Поэтому необходимо воспользоваться программой *separat.cir* (Приложение П.2), с помощью которой выводятся графики прямых (сепаратрис)  $y_1 = \lambda_1 \cdot x$  и  $y_2 = \lambda_2 \cdot x$ , где  $\lambda_1$ ,  $\lambda_2$  – корни уравнения (1.20). Эти прямые позволяют корректно задавать начальные условия для получения требуемого характера фазовой траектории.

## 1.4. Порядок выполнения работы

Лабораторная работа выполняется в следующей последовательности:

1. Из табл. 1.1 выберите значения  $f_0$  и  $Q$ , соответствующие вашему варианту.

Таблица 1.1. Варианты заданий

№ варианта	$f_0$ , КГц	$Q$
1	5	10
2	10	20
3	15	30
4	5	20
5	10	10
6	15	20
7	5	30
8	10	30

2. Откройте файл *diagram.dat* и, фиксируя заданное значение  $Q$ , определите значения параметра  $R$ , соответствующие особым точкам типа *устойчивый узел*, *устойчивый фокус*, *центр*, *неустойчивый фокус*. Значения  $R$  для центра записать со всеми десятичными знаками, для фокусов – выбрать ближе к линии центров  $G$  (рис. 1.7).

3. Задайте начальные условия:

а) Для *устойчивого узла* выберите из рис. 1.3-а конкретную фазовую траекторию и используйте графики сепаратрис  $y_1 = \lambda_1 \cdot x$  и  $y_2 = \lambda_2 \cdot x$ , отредактируйте директиву *.param* в задании *separats.cir* (см. Приложение П.2, п.2) и проведите расчет.

б) Для *центров* и *фокусов* начальные условия произвольные, но не нулевые.

4. Откройте файл задания *nodes.cir* (см. Приложение П.2, п.3) для анализа *устойчивых узлов*. Отредактируйте директиву *.param*, задайте начальные условия в директиве *.ic* ( $V(1)$  – абсцисса координатной системы фазовой плоскости,  $V(2)$  – ордината), установите время анализа переходного процесса в директиве *.tran* (ориентировочное значение  $Ta = 3 / f_0$ ). Рассчитайте задание. На экране постпроцессора выведите две координатные сетки. На верхней должны быть фазовая траектория  $V(2) = f(V(1))$  и сепаратрисы  $V(10)$ ,  $V(20)$ . На нижней координатной сетке – временная диаграмма напряжения  $V(1)$ . В [Приложении П.4, п.1](#) даны пояснения, как это сделать.

5. Загрузите задание *focus.cir* для исследования *устойчивых фокусов*, *центров*, *неустойчивых фокусов* (см. Приложение П.2, п.4). Отредактируйте директиву *.param*, установите время анализа переходного процесса в директиве *.tran* (ориентировочное значение  $Ta = 15 \div \div 20 / f_0$ ). В директиве *.step param R List* задайте три значения  $R$ , найденные в п.0 для *устойчивых фокусов*, *центров* и *неустойчивых фокусов* соответственно. Выполните расчет и, по очереди загружая командой **File/Open** секции результатов расчета, сформируйте 3 экрана. На каждом экране выводятся две координатные сетки: а) фазовая траектория  $V(2) = f(V(1))$ , б) временная диаграмма напряжения  $V(1)$ . Пояснения в [Приложении П.4, п.1](#).

6. Распечатайте полученные результаты (4 экрана) на одной странице формата А4 альбомной ориентации (см. Приложение П.4, п.0). Ознакомьтесь с *образцом распечатки*.

### Содержание отчета

1. Принципиальная схема автогенератора на туннельном диоде и ВАХ диода. Эквивалентная схема замещения генератора в малой окрестности рабочей точки. Параметры эквивалентной схемы выразить через величины  $g, R, \omega_0, Q$ .

2. Исходные данные к лабораторной работе ( $f_0, Q$ , а также значения параметра  $R$  для четырех заданных типов особых точек).

3. Фазовые портреты и временные диаграммы для заданных типов особых точек (4 экрана на одной странице распечатки):

- устойчивый узел;
- устойчивый фокус;
- центр;
- неустойчивый фокус.

4. Выводы по работе (цель работы, анализ полученных результатов).

### Контрольные вопросы

1. Классификация колебательных систем.

2. Методы составления дифференциальных уравнений радиотехнических колебательных систем.

3. Представление движения в фазовом пространстве. Изоклины. Особые точки и их классификация.

4. Определение особой точки фазовой плоскости. Какова связь между состоянием равновесия колебательной системы и особой точкой фазовой плоскости?

5. Как найти координаты особой точки на фазовой плоскости по заданному дифференциальному уравнению системы?

6. Через какие особые точки не проходит ни одной фазовой траектории, проходят две траектории, проходит бесконечное множество траекторий?

7. Доказать, что характеристические уравнения систем (1.2) и (1.10) совпадают.

8. Типы особых точек, соответствующие им фазовые траектории и временные диаграммы.

9. Вывести уравнение (1.14).

10. Объяснить разбиение плоскости коэффициентов ( $b, a$ ) на характерные зоны по типу особых точек, опираясь на значения корней  $\lambda_{1,2}$  характеристического уравнения.

11. Привести уравнение (1.3) к диагональной форме (1.10).

12. Объяснить разбиение плоскости параметров ( $Q, R$ ) на характерные зоны по типу особых точек с учетом связи этих параметров с коэффициентами  $a, b$  характеристического уравнения.

13. Непосредственное моделирование дифференциальных уравнений с помощью программы PSpice.

14. Покажите, что в формуле (1.18) выражение в квадратных скобках равно 0.
15. Состояния равновесия динамических систем. Устойчивость по Ляпунову состояния равновесия. Сущность метода Ляпунова для исследования устойчивости состояния равновесия.
16. Какие из известных вам особых точек являются устойчивыми и почему?
17. Как определить временную диаграмму процесса по заданной фазовой траектории?
18. Последовательность выполнения лабораторной работы.

## ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 2. ИССЛЕДОВАНИЕ РЕЖИМОВ АВТОНОМНОЙ НЕЛИНЕЙНОЙ СИСТЕМЫ

Целью работы является изучение характера движения нелинейной динамической системы второго порядка при вариации ее параметров.

Очень важную роль в топологии фазового пространства играют замкнутые фазовые траектории, к которым с течением времени сколь угодно близко подходят (или, наоборот, отходят от них) другие, соседние с ними траектории. Таким замкнутым в фазовом пространстве траекториям соответствуют во временной области периодические колебания, форма которых определяется в основном видом нелинейности, а сами эти траектории называются *предельными циклами* (устойчивыми или неустойчивыми соответственно) [2].

Помимо вида нелинейности на структуру фазового пространства влияет подбор параметров системы. При некоторых значениях параметров небольшие их изменения не приводят к качественным изменениям картины фазовых траекторий, система оказывается «грубой» [1] не реагирует заметным образом на вариации параметров в определенных пределах. Наоборот, возможны такие значения параметров (их называют *бифуркационными*), малейшие отклонения от которых приводят к качественному изменению структуры фазового пространства. Системы, пришедшие на грань бифуркации, называют особенными [2].

Отыскание особых траекторий системы и исследование структуры фазовых траекторий в окрестности особых точек, установление существования и локализация предельных циклов, а также рассмотрение возможных бифуркаций составляют предмет анализа нелинейных динамических систем. Ясно, что такой анализ становится более наглядным и результативным, если фазовое пространство двумерное, что соответствует системе с одной степенью свободы.

В данной лабораторной работе исследуется схема автогенератора на туннельном диоде (рис. 1.6) средствами программы PSpice. Макромодель туннельного диода *DT* занесена в библиотечный файл *rus.lib*. Тексты программ анализа автогенератора *td.cir*, *trigger.cir* также представлены в [Приложении П.3](#).

### 2.1. Режимы работы автогенератора на туннельном диоде

Характер процессов в автогенераторе определяется формой ВАХ нелинейного элемента и параметрами схемы  $R_k$ ,  $L_k$ ,  $C_k$ ,  $E$  (рис. 1.6). Воспользуемся обозначениями [параграфа 1.2](#) и составим дифференциальные уравнения относительно напряжения  $U$  и тока  $i = i_{Lk}$ :

$$\frac{du}{dt} = \frac{dU_{\text{д}}}{dt} = \frac{1}{C_k} \cdot (i - i_{\text{д}}) = P(U_{\text{д}}, i); \quad (2.1)$$

$$\frac{di}{dt} = \frac{1}{L_k} \cdot (E - i \cdot R_k - U_{\text{д}}) = S(U_{\text{д}}, i). \quad (2.2)$$

Анализ схемы удобно проводить на фазовой плоскости  $(U_{\text{д}}, i)$ , построив изоклины вертикальных и горизонтальных касательных [4].

**1. Изоклина вертикальных касательных** ( $P(U_D, i) = 0$ ). Ее уравнение, согласно (2.1):

$$\frac{dU_D}{dt} = \frac{1}{C_K} \cdot (i - i_D) = P(U_D, i) = 0.$$

Так как  $\frac{1}{C_K} \neq 0$ , то

$$i_D = i_D(U_D). \quad (2.3)$$

Изоклина вертикальных касательных совпадает с вольт-амперной характеристикой туннельного диода, построенной на фазовой плоскости ( $U_D, i$ ).

**2. Изоклина горизонтальных касательных** ( $S(U_D, i) = 0$ ). Согласно (2.2):

$$\frac{di}{dt} = \frac{1}{L_K} \cdot (E - i \cdot R_k - U_D) = S(U_D, i) = 0. \quad (2.4)$$

Так как  $\frac{1}{L_K} \neq 0$ , то

$$U_D = E - i \cdot R_k. \quad (2.5)$$

Изоклина горизонтальных касательных совпадает с нагрузочной прямой.

Для определения направления движения изображающей точки по фазовой траектории воспользуемся уравнениями (2.1) и (2.2). Из (2.1) следует, что движение точки, находящейся выше изоклины вертикальных касательных ( $P = 0$ ), происходит в сторону увеличения  $U_D$ , а ниже изоклины вертикальных касательных – в сторону уменьшения  $U_D$ . Аналогично, из (2.2) следует, что движение изображающей точки справа от изоклины горизонтальных касательных ( $S = 0$ ) происходит в сторону уменьшения тока  $i$ , а слева от изоклины горизонтальных касательных – в сторону увеличения тока  $i$ .

Точки пересечения изоклин вертикальных и горизонтальных касательных являются *особыми точками*, поскольку оказывается неопределенным угловой коэффициент

$$k = \frac{di}{dU_D} = \frac{S(U_D, i)}{P(U_D, i)} = \frac{0}{0}.$$

В зависимости от выбора величин  $E$  и  $R_k$  изоклина горизонтальных касательных может занимать различные положения на фазовой плоскости. На рис.2.1 изображены возможные положения изоклины горизонтальных касательных. Очевидно, могут существовать только одна или три особые точки.

Рассмотрим режимы работы схемы автогенератора на туннельном диоде, которым соответствуют положения нагрузочной прямой, изображенные на рис. 2.1.

1. Изоклина горизонтальных касательных пересекает ВАХ диода в единственной особой точке **1** на рис. 2.1-а, Если особая точка находится в зонах С или D на [рис. 1.7](#), то вокруг нее существует устойчивый предельный цикл. Это значит, что в схеме возникают незатухающие периодические колебания (*режим автогенератора*). В противном случае особая точка 1 устойчива и колебания в схеме затухают.

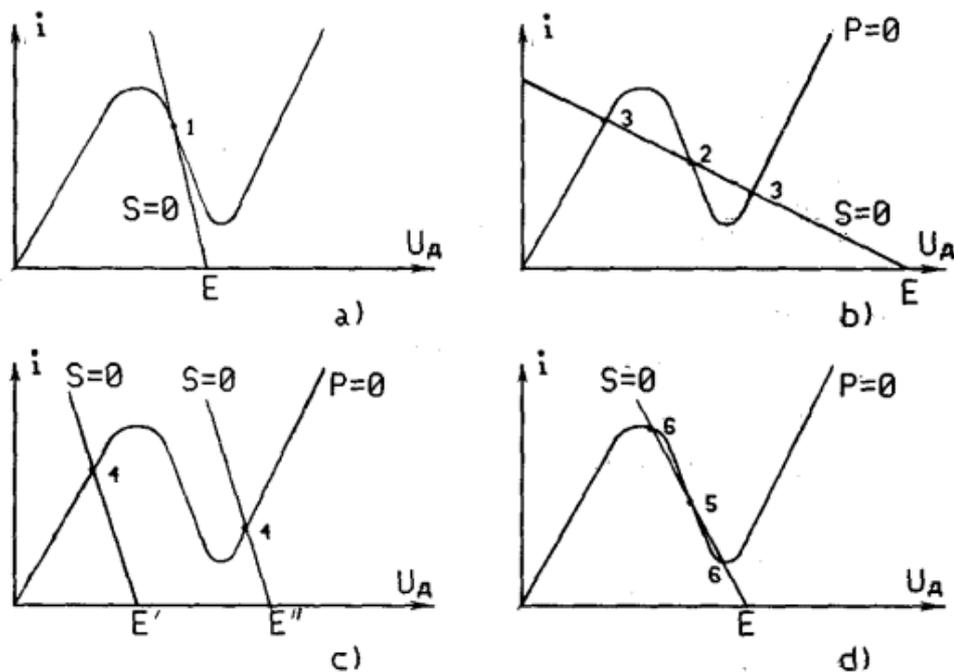


Рис. 2.1. Возможные положения изоклины горизонтальных касательных

2. Изоклина горизонтальных касательных пересекает ВАХ диода в точке **4** на рис. 2.1-с ( $g > 0$ ). Так как при  $R > 0$  существуют только устойчивые узлы или фокусы (см. рис. 1.7), то периодические колебания в схеме отсутствуют, однако, если при помощи запускающего импульса достаточной длительности сместить нагрузочную прямую на падающий участок ВАХ, то особая точка из положения **4** сместится в положение **1** и в схеме могут возникнуть автоколебания. Следовательно, точка **4** соответствует *режиму ждущего генератора*.

3. Изоклина горизонтальных касательных пересекает ВАХ диода в трех точках (точки **5** и **6** на рис. 2.1-d) на падающем участке ВАХ. Точка **5** является особой точкой типа «седло», а особые точки **6** при малых значениях добротности  $Q$  и  $R < 0$  (зоны А, В на рис. 1.7) – устойчивые узлы или фокусы. Схема будет находиться в *режиме триггера* с двумя устойчивыми состояниями равновесия в точках **6**. В отсутствие запускающего импульса триггер находится в одном из устойчивых состояний, определяемом параметрами схемы. Для переброса триггера из одного устойчивого состояния равновесия в другое необходимо подать запускающее напряжение в виде короткого импульса. Это приводит к смещению изоклины горизонтальных касательных  $S = 0$  параллельно самой себе на величину запускающего напряжения. По окончании действия запускающего импульса изоклина горизонтальных касательных вернется в исходное положение, а триггер перейдет в другое устойчивое состояние равновесия.

При больших значениях добротности  $Q$  (зоны С или D на рис. 1.7) точки **6** могут оказаться неустойчивыми фокусами или узлами соответственно. Схема будет находиться в *режиме автогенератора*.

4. Изоклина горизонтальных касательных пересекает ВАХ диода в трех точках (точка **2** и точки **3** на рис. 2.1-b). Точка **2** – седло, точки **3** – устойчивые особые точки, т.к. они находятся на нарастающих участках ВАХ ( $R > 0$ ). Такое взаимное расположение изоклин вертикальных и горизонтальных касательных соответствует *режиму триггера* с двумя устойчивыми состояниями равновесия.

## 2.2. Порядок выполнения работы

**Примечание.** Результаты расчетов по пунктам 3–5 рекомендуется вывести на одной странице распечатки (6 экранов). Смотрите *образец распечатки*.

Лабораторная работа выполняется в следующей последовательности.

1. Из таблицы вариантов (табл. 2.1) по указанию преподавателя выберите значения  $f_0$  и  $R$ .

Таблица 2.1. Варианты заданий

№ варианта	$f_0$ , кГц	$R$
1	5	-0,3
2	10	-0,5
3	15	-0,7
4	5	-0,5
5	10	-0,3
6	15	-0,5
7	5	-0,7
8	10	-0,7

2. Откройте файл *diagram.dat* и, фиксируя заданный уровень  $R$  командой **Trace/Add Trace**, определите значения параметра  $Q$ , соответствующие особым точкам типа *устойчивый узел*, *устойчивый фокус*, *неустойчивый фокус* (для синусоидального режима значение  $Q$  должно быть чуть правее линии центров  $G$ ), *неустойчивый узел* (релаксационный режим,  $Q = 20$ ).

3. Откройте файл *vax.dat* и выведите графики ВАХ  $I(Xd.Gd)$  и дифференциальной проводимости  $D(I(Xd.Gd))$ . Определите параметры рабочей точки  $U_{до}$ ,  $I_{до}$ ,  $g$  (рабочая точка выбирается на падающем участке ВАХ при  $U_{до} = 0,1В$ ) и отметьте их на графиках (команда **Plot/Label/Mark**).

4. В программу расчета переходных процессов *td.cir* (см. Приложение П.3) введите следующие исходные данные:  $I_{до}$ ,  $U_{до}$ ,  $R$ ,  $Q$ ,  $f_0$ ,  $g$ ; задайте время анализа ( $Ta = 10 \div 20 / f_0$ ); в директиве *.step param Q List* задайте 4 значения  $Q$ , найденные в п.2, и запустите программу на счет.

5. Загружая по очереди командой **File/Open** секции результатов расчета, сформируйте 4 экрана. На каждом экране выводятся две координатные сетки: а) графики тока  $I(L_k)$  и изолинии вертикальных (ток диода  $i(Xd.Gd)$ ) и горизонтальных (макрос  $id(R)$ ) касательных *в функции от напряжения  $V(2,1)$*  на туннельном диоде; б) временная диаграмма переходного процесса  $V(C_k)$ . Пояснения см. в [Приложении П.4](#).

6. Подберите значения  $R$  и  $Q$  для триггерного режима работы схемы и запустите задание *trigger.cir* (см. Приложение П.3, п.3). На двух координатных сетках экрана выведите временные диаграммы напряжения генератора запускающих импульсов  $V(30)$  и тока в катушке индуктивности  $I(L_k)$ .

7. Распечатайте полученные результаты (6 экранов) на одной странице формата А4 альбомной ориентации (см. Приложение П.4, п.2).

8. *Только после того, как получите распечатку*, составьте таблицу значений параметров схемы автогенератора  $R_k$ ,  $L_k$ ,  $C_k$ ,  $E$  для триггерного, синусоидального и релаксационного режимов работы схемы. Эти значения можно найти в выходном файле (меню **View/Output File**), запуская задания *trigger.cir* и *td.cir* при соответствующих значениях добротности  $Q$  (см. п.2).

## Содержание отчета

1. Исходные данные к лабораторной работе ( $f_0$ ,  $R$ , значения  $Q$  для выбранных типов особых точек, параметры рабочей точки диода).
2. Временные диаграммы, фазовые портреты и графики, полученные в п. 3–6 (6 экранов на одной странице распечатки). *Примерный вид распечатки.*
3. Таблица значений параметров схемы автогенератора ( $E$ ,  $L_k$ ,  $R_k$ ,  $C_k$ ), рассчитанных для синусоидального, релаксационного и триггерного режимов работы схемы.
4. Выводы по работе (цель работы, краткий анализ результатов по распечатке).

## Контрольные вопросы

1. Обобщенная модель трехточечных автогенераторов и ее операторное уравнение.
2. Уравнение автономного генератора на туннельном диоде. Обобщенная модель и обобщенное символическое уравнение автогенератора.
3. Описание движения в колебательных системах. Уравнения Лагранжа как способ описания движения.
4. Линейные колебательные системы с обратной связью и их устойчивость. Уравнения баланса амплитуд и фаз.
5. В чем различие систем, анализируемых в предыдущей и настоящей лабораторных работах?
6. Пояснить явление бифуркации, используя для этого диаграмму на [рис. 1.7](#), а также графики фазовых траекторий и соответствующие им временные диаграммы, полученные для различных типов особых точек.
7. Порядок расчета схемы автогенератора по заданным  $Q$ ,  $R$ ,  $f_0$ .
8. Показать, что особая точка **2** на [рис. 2.1-b](#) является седлом.
9. Пояснить режимы работы рассмотренной схемы:
  - ждущий режим и его реализация;
  - триггерный режим.
10. Классификация особых траекторий. Устойчивость движения по Ляпунову.
11. Классификация предельных циклов.
12. Мягкий и жесткий режимы самовозбуждения.
13. Как изменятся временные диаграммы, если в директиве `.tran` убрать параметр `SKIPBP`?
14. Последовательность выполнения данной лабораторной работы.

## **ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №3. ИССЛЕДОВАНИЕ ПРЕДЕЛЬНЫХ ЦИКЛОВ АВТОГЕНЕРАТОРА МЕТОДОМ ГАРМОНИЧЕСКОГО БАЛАНСА**

### **3.1. Задачи исследования предельных циклов**

Предельные циклы вместе с особыми точками и усами седел (сепаратрисами) составляют скелет фазового портрета системы [5]. После того, как этот скелет построен, т.е. найдены особые траектории и исследована их устойчивость, достройка фазового портрета, состоящая в выяснении характера обычных траекторий, чаще всего не встречает затруднений, во всяком случае, для систем второго порядка. К тому же часто задача исследования состоит именно в нахождении особых траекторий, например, когда автоколебания составляют основной режим работы схемы. Мы знаем, каким образом найти положение особых точек и выяснить их устойчивость. Проведение аналогичной программы для предельных циклов требует решения двух основных задач:

- а) нахождение предельных циклов;
- б) исследование их устойчивости.

Решение этих задач для предельных циклов несравненно труднее, чем для особых точек. Точное нахождение предельного цикла, являющегося периодическим, но, вообще говоря, несинусоидальным колебанием, требует определения амплитуд и фаз всех его гармоник, а также неизвестной заранее частоты первой гармоники. В нелинейной системе возможно существование нескольких предельных циклов, что еще больше затрудняет задачу. Поэтому очень редко можно получить точное (аналитическое) решение задачи. Как правило, применяют различные приближенные методы нахождения периодических движений в нелинейных системах.

Строгое исследование устойчивости предельного цикла также сопряжено с очень большими трудностями. В данном случае, как и при исследовании устойчивости особой точки, можно составить дифференциальное уравнение для малых отклонений от предельного цикла. Оно будет линейным с периодическими коэффициентами, исследование которого весьма сложно. На практике применяются большей частью приближенные нестрогие приемы суждения об устойчивости предельного цикла, один из которых будет рассмотрен в следующем параграфе.

Ниже излагается широко распространенный в радиотехнике и управлении метод приближенного анализа автоколебаний, известный под названием «метод гармонического баланса».

### **3.2. Метод гармонического баланса для анализа предельных циклов**

Математические основы этого метода были разработаны Н.М. Крыловым и Н.Н. Боголюбовым. В теории автоматического регулирования этот метод в весьма удобном для приложений графоаналитическом виде был впервые применен Л.С. Гольдфарбом [5].

Для вывода уравнений гармонического баланса воспользуемся представлением колебательной системы в виде схемы (рис. 3.1). Здесь  $i(u)$  – нелинейный, управляемый напряжением

$u$ , источник тока (туннельный диод);  $Z(p)$  – управляющее сопротивление в операторной форме. Тогда дифференциальное уравнение колебательной системы примет следующий вид:

$$u = Z(p) \cdot i(u). \quad (3.1)$$

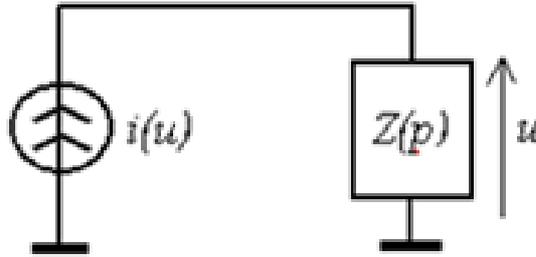


Рис. 3.1. Обобщенная схема АГ на туннельном диоде

Полагая далее, что для приближенного расчета параметров *стационарного* режима (амплитуды и частоты автоколебаний) достаточно учесть влияние лишь 1-й гармоники управляемого тока  $i$ , будем искать решение уравнения (3.1) в виде гармонического колебания

$$u = U \cdot e^{j\omega t}. \quad (3.2)$$

Здесь  $U = U \cdot e^{j\varphi_U}$  – комплексная амплитуда,  $\omega$  – частота автоколебаний. Тогда

$$i(u) = I_1(U) \cdot e^{j\omega t}, \quad (3.3)$$

где  $I_1(U) = I_1(U) \cdot e^{j\varphi_I}$  – комплексная амплитуда 1-й гармоники управляемого тока (*гармоническая* или *колебательная характеристика*).

Подставляя (3.2), (3.3) в (3.1) и используя известное соотношение  $Z(p)e^{j\omega t} = e^{j\omega t}Z(j\omega)$ , получим  $U = Z(j\omega) \cdot I_1(U)$ , откуда

$$Z(j\omega) \cdot S_1(U) = 1, \quad (3.4)$$

где  $S_1(U) = \frac{I_1(U)}{U}$  – *средняя крутизна* колебательной характеристики,  $Z(j\omega)$  – комплексное сопротивление параллельного колебательного контура.

Фактически средняя крутизна является комплексным коэффициентом передачи нелинейного звена  $i(u)$  по первой гармонике управляемого тока.

Из (3.4) получаем уравнения гармонического баланса:

$$\begin{cases} |Z(j\omega) \cdot S_1(U)| = 1, \\ \varphi_z(\omega) + \varphi_s(\omega) = \varphi_z(\omega) + \varphi_I(\omega) - \varphi_U(\omega) = 0 \end{cases}. \quad (3.4-a)$$

Из второго уравнения находят частоту автоколебаний  $\omega_g$ , затем из первого уравнения (после подстановки в него  $\omega = \omega_g$ ) – амплитуды установившихся колебаний.

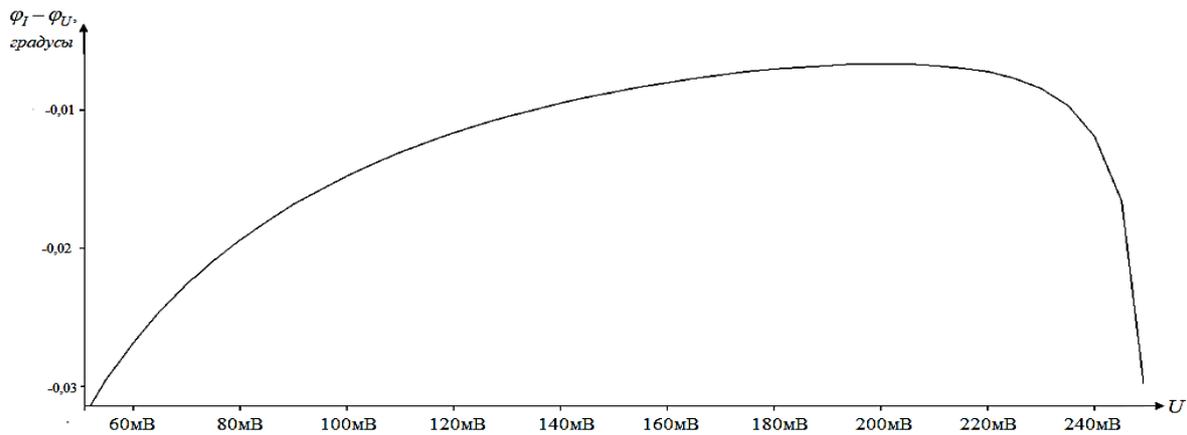


Рис. 3.1-а. Зависимость фазы средней крутизны от амплитуды  $U$

Учитывая, что в схеме с туннельным диодом  $\varphi_I$  отличается от  $\varphi_U$  на сотые доли градуса (рис. 3.1-а), второе уравнение упрощается и получаем окончательно:

$$\begin{cases} |Z(\omega_\Gamma) \cdot S_1(U)| = 1 \\ \varphi_z(\omega_\Gamma) = 0 \end{cases} \quad (3.5)$$

В зависимости от вида  $S_1(U)$  и величины сопротивления  $Z_{\text{res}} = Z(\omega_\Gamma)$  в системе могут существовать несколько предельных циклов, среди которых будут как устойчивые, так и неустойчивые.

Метод гармонического баланса вытекает непосредственно из уравнений (3.5). Для его применения необходимо выполнить следующие расчеты.

1. Сначала необходимо построить фазо-частотные и амплитудно-частотные характеристики функции  $Z(j\omega)$ . На рис. 3.2-а показаны результаты расчета указанных характеристик для автогенератора на туннельном диоде (рис. 1.6). На верхней координатной сетке выведена

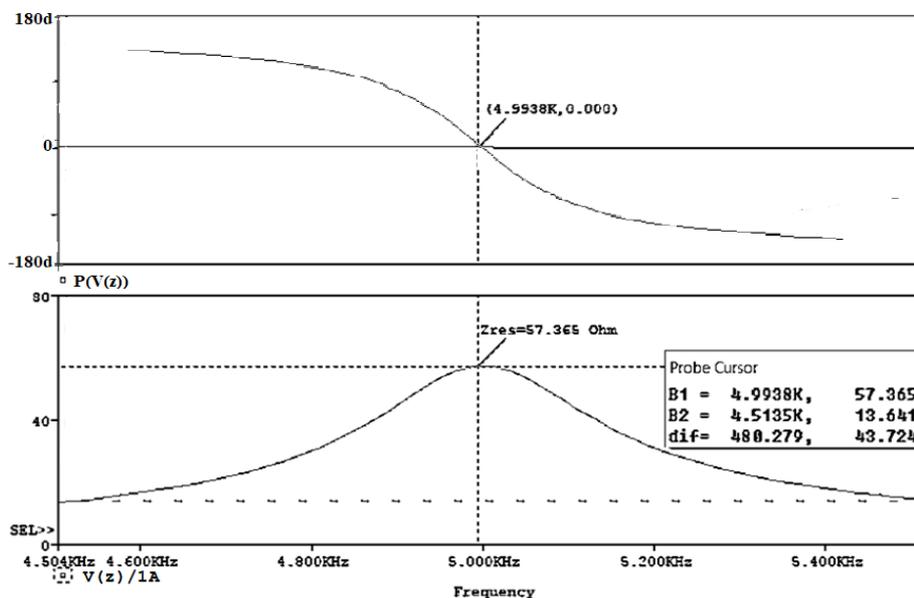


Рис. 3.2-а. Определение частоты колебаний  $\omega_\Gamma$  и сопротивления  $Z_{\text{res}}$

зависимость  $P(Z(j\omega))$  от частоты (ФЧХ). На нижней координатной сетке – зависимость  $|Z(j\omega)|$  от частоты (АЧХ). Колебательный контур настроен на частоту  $f_0 = 5\text{кГц}$ . Частота автоколебаний  $f_{\Gamma}$  находится как точка пересечения ФЧХ с нулевым уровнем. В данном случае  $f_{\Gamma} = 4,9938\text{кГц}$  и  $Z_{\text{res}} = Z(\omega_{\Gamma}) = 57,365\text{ Ом}$ .

2. Снять зависимость  $S_1(U)$  нелинейного звена по первой гармонике управляемого тока при входном гармоническом воздействии

$$u(t) = U \cdot \sin(2\pi f_s t) \quad (3.6)$$

для разных величин  $U$  из диапазона возможных значений. Обычно считают нелинейный элемент малоинерционным, т. е. его ВАХ практически не зависит от частоты. Поэтому частоту входного воздействия  $f_s$  можно выбрать произвольно, например,  $f_s = 1\text{МГц}$ . Комплексный характер  $S_1(U)$  следует из самого определения средней крутизны. Действительно, первая гармоника управляемого (выходного) тока определяется соответствующими коэффициентами ряда Фурье:

$$I_1(U) = I_{1r} + jI_{1i},$$

$$I_{1r} = \frac{2}{T} \cdot \int_0^T i(u(t)) \cdot \sin\omega_s t \cdot dt;$$

где 
$$I_{1i} = \frac{2}{T} \cdot \int_0^T i(u(t)) \cdot \cos\omega_s t \cdot dt; \quad (3.7)$$

$$T = \frac{2\pi}{\omega_s} = \frac{1}{f_s}.$$

Тогда, с учетом (3.6), действительная и мнимая части средней крутизны  $S_1(U)$  находятся из выражений:

$$\begin{aligned} \text{Re } S_1 &= \frac{2}{TU} \cdot \int_0^T i(U \cdot \sin\omega_c t) \cdot \sin\omega_s t \cdot dt; \\ \text{Im } S_1 &= \frac{2}{TU} \cdot \int_0^T i(U \cdot \sin\omega_c t) \cdot \cos\omega_s t \cdot dt. \end{aligned} \quad (3.8)$$

*Амплитуды предельных циклов* определяются как точки пересечения кривой  $Z(\omega_{\Gamma}) \cdot |S_1(U)|$  с единичным уровнем. Как видим (рис. 3.2-б), в системе возможны два предельных цикла с амплитудами  $U_1$  и  $U_2$ . Итак, при увеличении амплитуды единичный уровень пересекается кривой  $Z(\omega_{\Gamma}) \cdot |S_1(U)|$  дважды: сначала снизу при  $U = U_1$ , затем сверху при  $U = U_2$ .

3. Наконец остается определить устойчивость найденных предельных циклов. Для этого можно воспользоваться методом К.Ф. Теодорчика [5], который формулируется следующим образом: если при увеличении амплитуды график зависимости  $|Z(j\omega_{\Gamma}) \cdot S_1(U)|$  достигает единичного уровня сверху вниз, то соответствующий предельный цикл устойчив. Если же при увеличении  $U$  единичный уровень пересекается снизу вверх, то предельный цикл неустойчив.

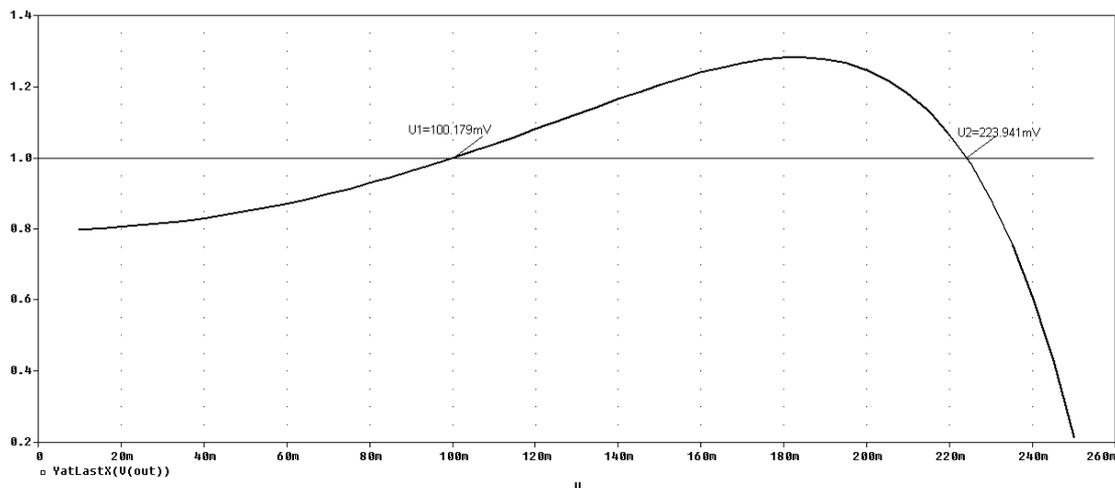


Рис. 3.2-б. Определение предельных циклов

Из рис. 3.2-б при этом следует, что предельный цикл с меньшей амплитудой  $U_1$  неустойчив, а с большей  $U_2$  – устойчив. Таким образом, в данной колебательной системе имеет место *жесткий режим* самовозбуждения. Фазовый портрет системы при этом содержит устойчивую особую точку (состояние равновесия) и вокруг нее – две concentric замкнутые кривые (предельные циклы). Внешний предельный цикл устойчив, внутренний – неустойчив. Остальные фазовые траектории не являются замкнутыми.

### 3.3. Описание экспериментальной части лабораторной работы

Применим метод гармонического баланса к исследованию автогенератора на туннельном диоде (рис. 3.3-а) в *жестком* режиме самовозбуждения. Для этого рабочую точку (точку равновесия) следует выбрать на нижнем сгибе ВАХ диода на участке с отрицательной крутизной (рис. 3.3-б). При этом, естественно, параметры  $R$ ,  $Q$ ,  $f_0$  колебательного контура должны быть такими, чтобы состояние равновесия являлось особой точкой типа *устойчивый фокус*. Тогда при включении питания схема не сможет войти в режим автоколебаний.

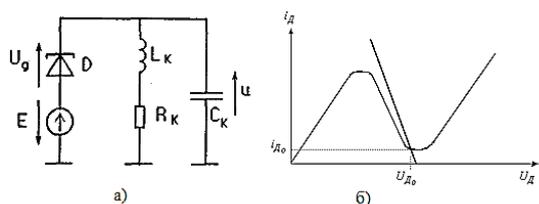


Рис. 3.3. Схема АГ и выбор рабочей точки туннельного диода

равновесия) следует выбрать на нижнем сгибе ВАХ диода на участке с отрицательной крутизной (рис. 3.3-б). При этом, естественно, параметры  $R$ ,  $Q$ ,  $f_0$  колебательного контура должны быть такими, чтобы состояние равновесия являлось особой точкой типа *устойчивый фокус*. Тогда при включении питания схема не сможет войти в режим автоколебаний.

В соответствии с методом гармонического баланса **сначала** необходимо построить графики  $Z(j\omega)$  в частотной области, по которым можно определить частоту автоколебаний  $f\bar{t}$  и сопротивление контура  $Z_{\text{res}} = Z(\omega\bar{t})$ . **Затем** снять зависимость средней крутизны  $S_1(U)$  по первой гармонике тока туннельного диода от амплитуды  $U$  входного синусоидального воздействия (3.6) и найти амплитуды устойчивого и неустойчивого предельных циклов.

Первая часть задачи – вычисление комплексного резонансного сопротивления колебательного контура АГ  $Z(j\omega)$  – решается путем запуска задания  $Z\_jw.cir$  (см. Приложение П.5, п.1), в котором проводится расчет схемы рис. 3.4 в частотной области (директива *.ac*).

Вторая часть задачи – снятие зависимости  $S_1(U)$  – решается с помощью схем рис. 3.5-а,б (файл задания **S1\_U.cir** из Приложения 5, п.2).

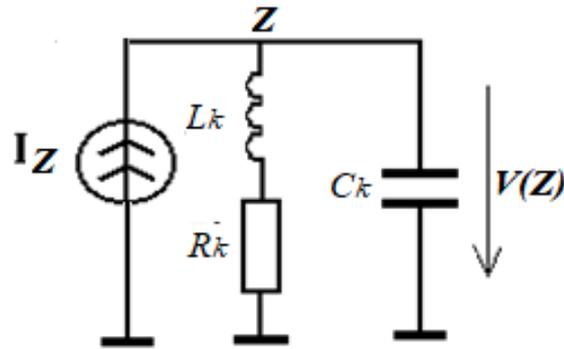


Рис. 3.4. Схема для определения  $Z(j\omega)$

Независимый источник э.д.с.  $V_{ak}$  генерирует синусоидальный сигнал (3.6) с фиксированной амплитудой  $U_i$ , частотой  $F_s = 1\text{МГц}$  и постоянной составляющей  $U_{до}$ . Управляемый источник  $G_{VD}$  формирует ток, равный по величине отношению тока туннельного диода к амплитуде  $U_i$  синусоидального сигнала. Далее схема (рис. 3.5-б) выделяет первую гармонику напряжения  $V(2)$  (численно равного току  $i(G_{VD})$ ) и вычисляет модуль  $|S_1(U)|$ . Повторный расчет для различных значений  $U_i, i = 1, 2, \dots$ , даст зависимость  $S_1(U)$  в заданном диапазоне амплитуд входного воздействия.

В постпроцессоре PSpice из графиков, подобных изображенным на рис. 3.2-а и рис. 3.2-б, находят приближенные значения частоты автоколебаний и амплитуд предельных циклов.

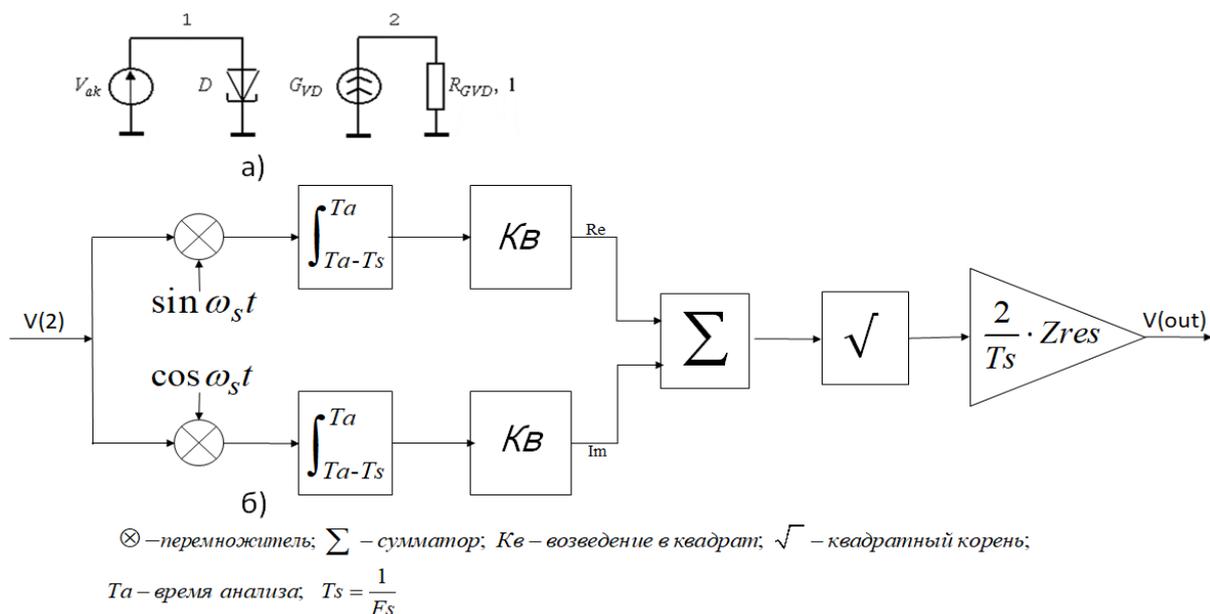


Рис. 3.5. Схемы для определения зависимости  $S_1(U)$

### 3.4. Порядок выполнения лабораторной работы

Перечислим задачи, которые необходимо решить в процессе выполнения лабораторной работы:

- а) обеспечить жесткий режим возбуждения автогенератора на туннельном диоде;
- б) определить частоту автоколебаний и приближенные значения амплитуд устойчивого и неустойчивого предельных циклов методом гармонического баланса;
- в) из временных диаграмм автогенератора найти точное значение амплитуд  $U_1$ ,  $U_2$  неустойчивого и устойчивого предельных циклов;
- г) подобрать длительность импульса запуска автогенератора.

*Лабораторная работа выполняется в следующей последовательности.*

1. Из таблицы вариантов (табл. 3.1) по указанию преподавателя выберите значения  $f_0$ ,  $Q$  и начальное значение  $R$ .

Таблица 3.1. Варианты заданий

№	$f_0$ , МГц	$Q$	$R$
1	5	10	$-9 \cdot 10^{-3}$
2	10	20	$-2 \cdot 10^{-3}$
3	20	30	$-0,9 \cdot 10^{-3}$
4	5	20	$-2 \cdot 10^{-3}$
5	10	10	$-9 \cdot 10^{-3}$
6	20	20	$-2 \cdot 10^{-3}$
7	5	30	$-0,9 \cdot 10^{-3}$
8	10	30	$-0,9 \cdot 10^{-3}$

2. Откройте файл *vax.dat* и выведите графики ВАР  $I(Xd.Gd)$  и дифференциальной проводимости  $D(I(Xd.Gd))$  (**Window/Display Control/BAX**). Определите и запомните параметры рабочей точки  $I_{до} = 1,1839$  мА,  $g = -13,917$  мСм (рабочая точка выбирается по заданному напряжению смещения  $U_{до} = 0,25$ В). Точное значение  $U_{до} = 0,25$ В можно установить при включенном курсоре командой поиска **sfxv(.25)**

3. Проведите исследование предельных циклов автогенератора методом гармонического баланса:

3.a. Внесите необходимые изменения в файле *Z\_jw.cir*: задайте численные значения параметров  $R$ ,  $Q$ ,  $f_0$ ; укажите диапазон частот в директиве *.ac*: 50 расчетных точек в линейном масштабе, и запустите моделирование.

3.b. В графическом постпроцессоре выведите графики  $P(V(z))$  и  $V(z)/1A$  в функции от частоты. В режиме курсора – команда поиска **sflc(0)** на графике  $P(V(z))$  – определите частоту генерации  $f_{Г}$ , а на графике  $V(z)/1A$  – сопротивление контура  $Z_{res}$  (см. рис. 3.2-а).

3.c. В PSpice откройте файл *SI\_U.cir*, присвойте численное значение, полученное в предыдущем пункте, параметру  $Z_{res}$ . Запустите расчет.

3.d. По завершении расчета включите режим Performance Analysis. Выведите график (рис. 3.2-б) зависимости  $S_1(U)$  с помощью функции измерений **YatLastX(V(out))**. Найдите значения  $U_1$  и  $U_2$ , которые соответствуют пересечению графика с единичным уровнем (команда поиска *sfle(1)*).

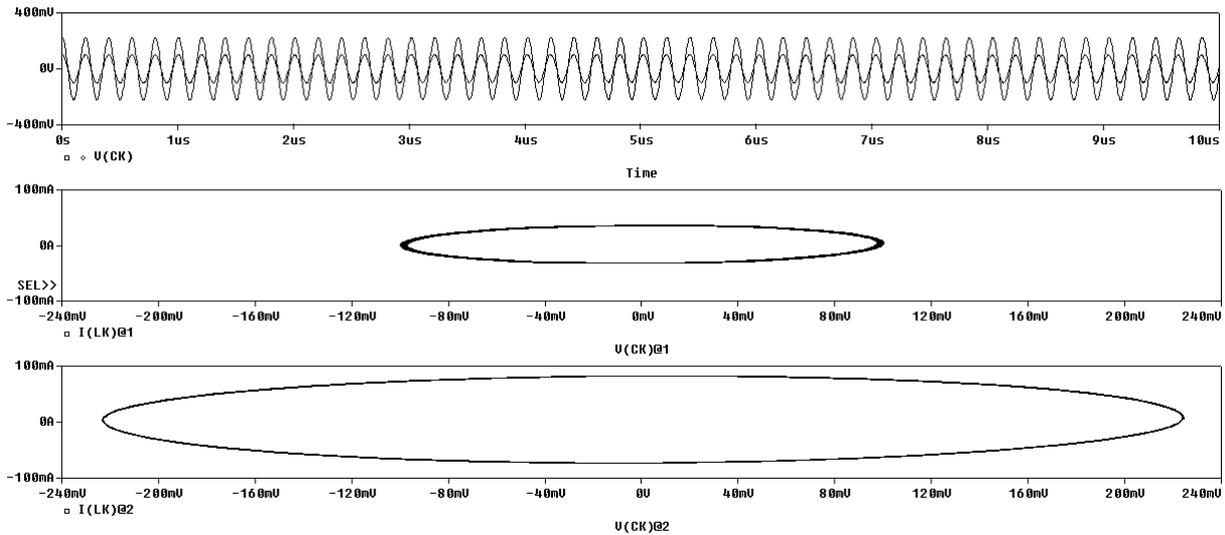


Рис. 3.6. Временные диаграммы и фазовые траектории неустойчивого и устойчивого предельных циклов

4. Загрузите файл *td.cir* (см. Приложение П.5, п.3). Внесите необходимые изменения в директиве *.param* файла задания. Длительность интервала анализа примите равной  $50/f_0$ . Проведите расчет для двух значений начального напряжения на контуре  $U_{Ck0}$ , равным амплитудам  $U_1$  и  $U_2$  неустойчивого и устойчивого предельных циклов (*.step param UCk0 list*). Подключив все (All) секции расчета, сформируйте 1 экран графиков (рис. 3.6). На экране должно быть три координатные сетки: а) временная диаграмма переходных процессов  $V(Ck)$  для устойчивого и неустойчивого предельных циклов; б, в) графики тока  $I(Lk)$  в функции от напряжения  $V(Ck)$  на колебательном контуре для устойчивого и неустойчивого предельных циклов. *Уточните, при необходимости, амплитуду  $U_1$  неустойчивого предельного цикла.*

5. Подберите длительность  $\tau_u$  запускающего прямоугольного импульса, генератор которого включен последовательно с источником напряжения смещения. После окончания импульса запуск амплитуда напряжения на контуре автогенератора должна стремиться к амплитуде *устойчивого* предельного цикла. Загрузите файл *pulse.cir* (см. Приложение П.5, п.4), внесите необходимые изменения в задании (значение амплитуды  $A$  импульса должно быть равно 0,1 В; длительность интервала анализа задайте равной  $50/f_0$ ) и запустите расчет. Выберите подходящую длительность запускающего импульса в режиме **Performance Analysis** по графику функции измерений *LastAmpl(V(Ck))*. Для отчета выведите на экран три координатные сетки. На верхней должен быть график функции измерений *LastAmpl(V(Ck))*, на средней – напряжение генератора запускающего импульса  $V(20)$ , на нижней координатной сетке – временная диаграмма напряжения на контуре автогенератора для найденной величины  $\tau_u$  (рис. 3.7).

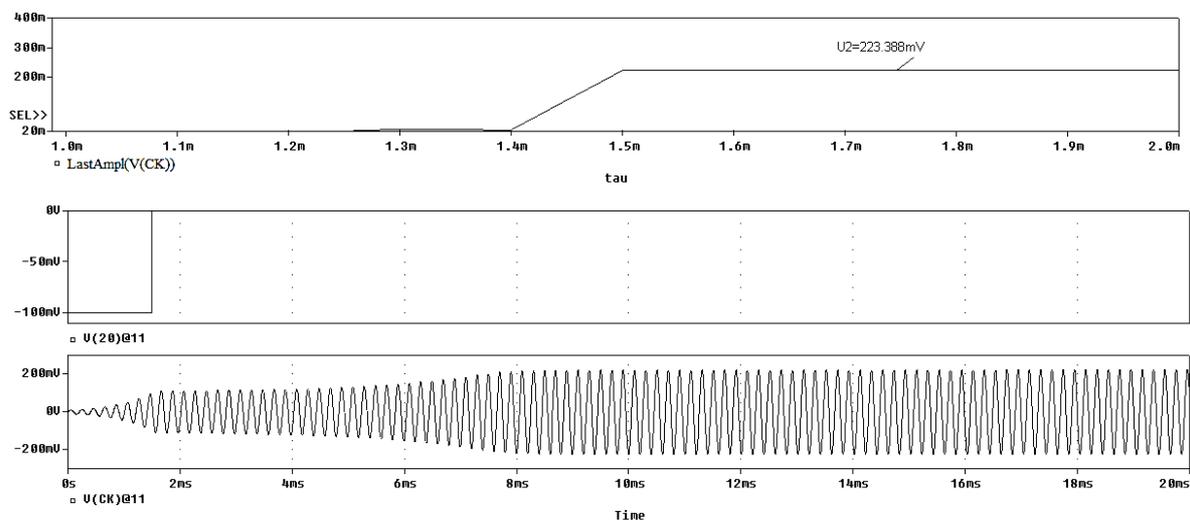


Рис. 3.7. К определению длительности запускающего импульса

## Содержание отчета

1. Таблица исходных данных и результатов расчета (по форме табл. 3.2).

Таблица 3.2. Исходные данные и результаты расчета

Исходные данные						Результаты расчета					
$f_0$	$Q$	$R$	$I_{до}$	$U_{до}$	$g$	$Z_{res}$	$f_r$	$U_1$	$U_2$	$A$	$\tau_{и}$

Здесь  $U_1$  – уточненное значение амплитуды неустойчивого предельного цикла;

$U_2$  – уточненное значение амплитуды устойчивого предельного цикла;

$A$  – амплитуда запускающего импульса;

$\tau_{и}$  – длительность запускающего импульса.

### 2. Графики:

а) зависимости тока диода и дифференциальной проводимости диода от напряжения на диоде, полученные в п.2;

б) графики для определения частоты автоколебаний и амплитуд предельных циклов (см. рис. 3.2-а, рис. 3.2-б);

в) фазовые траектории и временные диаграммы для неустойчивого и устойчивого предельных циклов (см. п.4 и рис. 3.6);

г) временные диаграммы запускающего импульса и напряжения на контуре автогенератора (см. п.5 и рис. 3.7).

3. Выводы по работе (цель работы, анализ результатов расчета).

## Контрольные вопросы

1. Приближенные методы анализа нелинейных колебательных систем. Метод Ван дер Поля.
2. Основные положения метода гармонического баланса. Определение частоты автоколебаний и амплитуд предельных циклов.

3. Реализация метода гармонического баланса. Пояснить, используя рис. 3.3–3.5.
4. Устойчивые, неустойчивые и полустойчивые предельные циклы и их идентификация методом гармонического баланса.
5. Мягкий и жесткий режимы самовозбуждения, их особенности. Фазовые портреты систем с мягким и жестким самовозбуждением. Реализация этих режимов в автогенераторе на туннельном диоде.
6. Сравнить мягкий и жесткий режимы самовозбуждения с точки зрения их помехоустойчивости к импульсным помехам.
7. В чем отличие жесткого режима самовозбуждения от ждущего режима? Пояснить, используя фазовые портреты соответствующих режимов.
8. Как будет изменяться амплитуда неустойчивого предельного цикла, если изменять напряжение смещения  $V_E$  туннельного диода?
9. Как найти минимальную длительность запускающего импульса по временной диаграмме  $V_{СК}(t)$ ?
10. Как влияет полярность запускающего импульса на работу исследуемой схемы автогенератора?
11. Исследование автогенератора на туннельном диоде в мягком режиме методом С.И. Евтянова.
12. Исследование автогенератора на туннельном диоде в жестком режиме методом С.И. Евтянова.
13. Пояснить последовательность выполнения лабораторной работы.

## ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №4. ИССЛЕДОВАНИЕ АВТОГЕНЕРАТОРА С НЕПОСРЕДСТВЕННЫМ ВНЕШНИМ ВОЗДЕЙСТВИЕМ

Подключение к автономному генератору внешнего синусоидального источника э.д.с. с частотой  $f_c$  приводит к тому, что на нелинейный элемент (туннельный диод) действует сумма двух колебаний – внешнего воздействия с частотой  $f_c$  и собственных колебаний АГ с частотой  $f_{\Gamma}$ . В результате ток нелинейного элемента будет содержать колебания комбинационных частот  $f_{\text{комб}} = n f_c \pm m f_{\Gamma}$ , где  $m, n$  – целые числа. Знак «плюс» определяет *гармоники* частот  $f_c$  и  $f_{\Gamma}$ , знак «минус» – *субгармоники*. Теоретически количество комбинационных частот бесконечно, но практически максимальные значения  $m$  и  $n$  определяются степенью полинома  $p = n + m$ , аппроксимирующего активный участок ВАХ нелинейного элемента автогенератора.

Если колебание внешнего воздействия в виде гармоники или субгармоники частоты  $f_c$  попадает в полосу пропускания колебательного контура АГ, то говорят о *синхронном режиме* работы генератора (захватывание частоты  $f_c$ , ее умножение или деление). В противном случае наступает *асинхронный режим*, когда частота колебаний автогенератора не меняется, если нелинейный элемент безынерционный, но изменяется амплитуда автоколебаний. Этот режим применяют для управления амплитудой автоколебаний путем изменения амплитуды внешнего воздействия.

### 4.1. Синхронизация генераторов гармонических колебаний

Синхронизация генераторов на основной или кратной частоте широко применяется для стабилизации частоты сравнительно мощных автогенераторов; по существу, при этом происходит усиление эталонных колебаний, а также когерентное преобразование частоты – ее деление или умножение, если частоты кратны [2]. При определенных условиях частота синхронизируемого автогенератора оказывается точно равной или кратной частоте внешнего эталонного колебания.

*Явление синхронизации* заключается в том, что генератор под действием синхронизирующей э.д.с. изменяет фазу генерируемых колебаний так, что она отличается от фазы синхронизирующей э.д.с. на постоянную величину. В результате частота генерируемых колебаний становится точно равной, либо точно кратной частоте синхронизирующей э.д.с. Возможны следующие режимы синхронизации: на основной частоте (*захватывание частоты*), на гармонике (*умножение частоты*), на субгармонике (*деление частоты*) и при дробном отношении частот.

*Явление захватывания частоты* состоит в том, что генератор создает колебания не с собственной частотой  $f_{\Gamma 0}$ <sup>2)</sup>, а с частотой  $f_{\Gamma}$ , точно равной частоте  $f_c$  синхронизирующей э.д.с.:  $f_{\Gamma} = f_c$ . Захватывание частоты возникает тогда, когда собственная частота генератора и частота синхронизирующей э.д.с. близки:  $f_{\Gamma 0} \approx f_c$ .

В *режиме умножения частоты* генератор создает колебания с частотой  $f_{\Gamma}$ , точно в  $n$  раз большей частоты  $f_c$ :  $f_{\Gamma} = n f_c$ , где  $n = 2, 3, \dots$

---

<sup>2)</sup>  $f_{\Gamma 0}$  – так называемая *собственная частота*, равная частоте генерируемых колебаний в отсутствие внешней синхронизирующей э.д.с. и определяемая только параметрами схемы автогенератора.

Режим умножения частоты имеет место, если собственная частота колебаний близка к частоте  $m$ -й гармоники синхронизирующей э.д.с., т.е.  $f_{Г0} \approx n f_c$ .

В режиме деления частоты генератор формирует колебания с частотой  $f_{Г}$ , точно в  $m$  раз меньшей частоты  $f_c$ :  $f_{Г} = f_c / m$ , где  $m = 2, 3 \dots$ . Режим деления имеет место, если собственная частота колебаний генератора близка к соответствующей комбинационной частоте (субгармонике) синхронизирующей э.д.с.:  $f_{Г0} \approx f_{комб} = f_c / m$ .

Синхронизация (захватывание, умножение, деление) наступает в узкой области частот, называемой *полосой синхронизации* (*полосой захватывания, умножения, деления* соответственно) [4]. Вне полосы синхронизации, но в непосредственной близости от нее, устанавливается *режим биений*, при котором на собственные колебания накладываются колебания, вызванные синхронизирующим напряжением. Генерируемые колебания при этом модулированы по амплитуде и частоте. Средняя частота близка к частоте собственных колебаний  $f_{Г0}$ .

Более подробное исследование явлений, возникающих в автогенераторах с асинхронным и синхронным внешними воздействиями, см. в Приложении П8.

## 4.2. Описание экспериментальной части лабораторной работы

Обобщенная функциональная схема лабораторной установки показана на рис. 4.1.

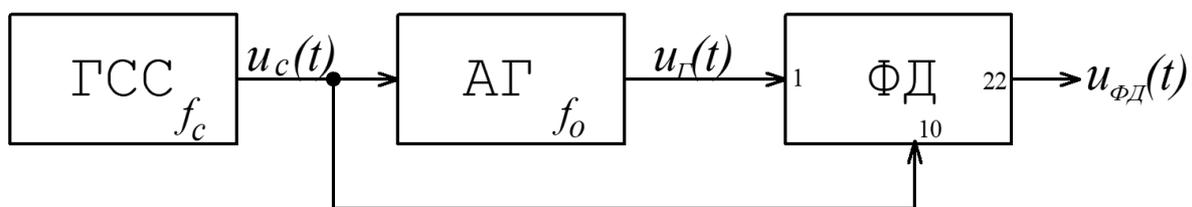


Рис. 4.1. Функциональная схема лабораторной установки

- ГСС – генератор синусоидального синхросигнала  $u_c(t)$  с частотой  $f_c$ ;
- АГ – автогенератор на туннельном диоде с резонансной частотой  $f_0$  колебательного контура, формирующий колебания  $u_{Г}(t)$  с частотой  $f_{Г}$ ;
- ФД – фазовый детектор, напряжение на выходе которого  $u_{ФД}(t)$  пропорционально разности фаз колебаний  $u_c(t)$  и  $u_{Г}(t)$ . Частота среза ФНЧ ФД равна  $Fsr$

В синхронном режиме с помощью схемы (рис. 4.1) определяются собственная частота колебаний АГ и ширина полосы синхронизации (см. задание *sync\_1.cir* в Приложении П.6, п.1); анализируются процессы изменения разности фаз колебаний  $u_c(t)$  и  $u_{Г}(t)$  внутри и вне полосы синхронизации (задание *sync\_2.cir* в Приложении П.6, п.2), а также процесс захватывания фазы синхронизирующей э.д.с. автогенератором на туннельном диоде (задание *sync\_delay.cir* в Приложении П.6, п.3).

При исследовании асинхронного режима фазовый детектор ФД отключен и анализируется влияние амплитуды асинхронного воздействия  $u_c(t)$  на амплитуду и частоту колебаний напряжения  $u_{Г}(t)$  на контуре АГ (задание *async.cir* в Приложении П.6, п.4.).

Во всех анализируемых режимах независимый источник внешней синусоидальной э.д.с. ( $V_{ext}$  или  $E_{ext}$ ) включен последовательно с источником  $VE$  постоянного смещения туннельного диода. Рабочая точка выбрана на нелинейном участке ВАХ. Параметры рабочей точки:

$U_{d0} = 0,15\text{В}$ ,  $I_{d0} = 4,2642\text{мА}$ ,  $g = -53,582\text{мА/В}$ . Значения  $R$  и  $Q$  подобраны таким образом, чтобы обеспечить режим мягкого самовозбуждения автогенератора при отсутствии внешнего синхронизирующего воздействия (амплитуда  $U$  сигнала внешнего воздействия равна нулю).

Прежде, чем приступить к выполнению работы, ознакомьтесь с требованиями к оформлению отчета (см. ниже пункт «Содержание отчета») и с образцом распечатки.

### 4.3. Порядок выполнения лабораторной работы

Лабораторная работа выполняется в следующей последовательности.

1. Из таблицы вариантов (табл. 4.1) по указанию преподавателя выберите исходные данные.

Таблица 4.1. Варианты заданий

№	Режим синхронизации						Асинхронный режим			
	$f_{\Gamma}$ , МГц	$Q$	$R \cdot 10^{-3}$	$U$ , мВ	$n = f_{\Gamma}/f_c$	$F_{sr}$ , КГц	$f_0$ , МГц	$Q$	$R \cdot 10^{-3}$	$f_{as}/f_0$
1	1	10	-20	40	1	100	1	20	-5	1,6
2	10	10	-20	40	2	100	10	20	-5	1,6
3	5	10	-20	40	0,5	200	5	20	-5	1,6
4	12	10	-20	60	2	200	12	20	-5	1,6
5	2	10	-20	40	2	100	2	20	-5	1,6
6	2,5	10	-20	80	0,5	100	2,5	20	-5	1,6
7	10	10	-20	30	1	100	10	20	-5	1,6
8	25	10	-20	40	1	1 000	25	20	-5	1,6

2. Загрузите в программу PSpice файл *sync\_1.cir* (см. Приложение П.6, п.1). Модифицируйте численные значения параметров директивы *.param* в соответствии с вариантом задания. Установите интервал анализа в директиве *.tran*, равный  $250/f_{\Gamma}$ .

3. Настройте генератор на требуемую частоту автоколебаний  $f_{\Gamma}$  в автономном режиме. Для этого:

- а) Положите  $U = 0$  (источник синхросигнала отключен).

- б) С помощью директивы *.step* задайте пределы изменения резонансной частоты контура  $f_0 \in [f_{\Gamma} - f_{\Gamma}/Q, f_{\Gamma} + f_{\Gamma}/Q]$  (20 точек в выбранном диапазоне). Масштаб линейный.

- в) Запустите задание на счет. После завершения расчета подключите все секции (Available Sections – All), активируйте режим Performance Analysis и выведите зависимость  $f_{\Gamma}(f_0)$ , используя для этого функцию измерений **Fosc20(V(Ck))**. В качестве резонансной частоты  $f_{01}$  выберите ту, которая соответствует частоте автоколебаний, равной заданной  $f_{\Gamma}$ .

4. Подключите источник синхронизирующего колебания путем задания в директиве *.param* амплитуды  $U$  синхросигнала из табл. 4.1. Варьируя резонансную частоту  $f_0$  с помощью директивы *.step*, рассчитайте схему тем же методом, что и в пункте 3-б, но в пределах  $f_0 \in [f_{01} - 0,25f_{\Gamma}/Q, f_{01} + 0,25f_{\Gamma}/Q]$ , где  $f_{01}$  – резонансная частота контура, найденная в пункте 3-в. Постройте график зависимости частоты автоколебаний  $f_{\Gamma}$  от резонансной частоты  $f_0$  и определите полосу синхронизации  $\Delta F$ , а также два значения ( $f_1$  и  $f_2$ ) резонансной частоты  $f_0$ . Значение  $f_1$  выбирается вне полосы синхронизации, значение  $f_2$  в середине этой полосы. Выведите в это

же окно временную диаграмму напряжения  $V(Ck)$  в полосе синхронизации (см. [образец распечатки](#), секция А) и оцените время установления стационарного режима  $T_{уст}$ .

5. Загрузите задание `sync_2.cir` (см. Приложение П.6, п.2) для исследования поведения автогенератора на резонансных частотах  $f_1$  и  $f_2$  колебательного контура. Отредактируйте директиву `.param` в соответствии с табл. 4.1. В директиве `.step param f0 list` укажите значения частот  $f_1$  и  $f_2$ . Время анализа в директиве `.tran` задайте равным  $200/f_1$ . После окончания расчета подключите все секции (Available Sections – All) и выведите временные диаграммы напряжений на контуре АГ  $V(Ck)$  и на выходе фазового детектора  $V(22)$  внутри и вне полосы синхронизации (см. [образец распечатки](#), секция В).

6. Исследуйте процессы захватывания начальной фазы синхронизирующей э.д.с. автогенератором для двух задержек включения синхросигнала:  $\tau_1 \geq T_{уст}$ ,  $\tau_2 = \tau_1 + 20,5 / f_1$ . Откройте файл `sync_delay.cir` (см. Приложение П.6, п.3) и отредактируйте директиву `.param` в соответствии с табл. 4.1 (*частота  $f_0$  должна быть равна резонансной частоте в полосе синхронизации  $f_2$* ). В директиве `.step param tau list` перечислите значения  $\tau_1$  и  $\tau_2$ . Время анализа переходного процесса установите равным  $200/f_1$ . Рассчитайте задание, подключите все секции (Available Sections – All) и выведите на экран одно из напряжений на контуре  $V(Ck)$ , два напряжения синхросигнала  $V(10)$  и два напряжения на выходе фазового детектора  $V(22)$  (см. [образец распечатки](#), секция С). По графикам определите время  $T_\phi$  захватывания фазы синхронизирующей э.д.с.

7. Исследуйте влияние асинхронной э.д.с. на автоколебания. Загрузите файл `async.cir` (см. Приложение П.6, п.4) и отредактируйте директиву `.param` в соответствии с данными табл. 4 для асинхронного режима. Время анализа должно быть не менее  $100/f_0$ . После окончания расчета подключите все секции (Available Sections – All), активируйте режим Performance Analysis и выведите зависимость амплитуды (целевая функция `LastAmpl(V(Ck))`) и частоты автоколебаний (целевая функция `Fosc20(V(Ck))`) от амплитуды внешнего асинхронного синусоидального воздействия  $U$  (см. [образец распечатки](#), секция D). По графикам определите допустимый диапазон изменения амплитуды внешнего воздействия  $\Delta U$ .

## Содержание отчета

1. Таблица исходных данных и результатов расчета (по форме табл. 4.2).

Таблица 4.2. Исходные данные и результаты расчета

Исходные данные						Результаты расчета					
$f_1$ , МГц	$f_2$ , МГц	$I_{до}$	$U_{до}$	$g$	$n$	$f_{01}$ , МГц	$\Delta F$	$T_{уст}$	$T_\phi$	$f_{ас}$ , МГц	$\Delta U$ , мВ

2. Графические зависимости (см. [образец распечатки](#)).

Здесь  $f_{01}$  – частота генерируемых колебаний в отсутствие внешней синхронизирующей э.д.с. (собственная частота колебаний АГ);

$\Delta F$  – ширина полосы синхронизации;

$T_{уст}$  – время установления стационарного режима;

$T_\phi$  – время захватывания фазы синхронизирующей э.д.с.;

$f_{ас}$  – частота внешнего асинхронного синусоидального воздействия;

$\Delta U$  – допустимый диапазон изменения амплитуды внешнего воздействия.

3. Выводы по работе (цель работы, пояснения к полученным графикам).

## Контрольные вопросы

**Рекомендация:** при подготовке ответов изучите [приложение 8](#).

1. Области применения нелинейных колебательных систем с непосредственным внешним воздействием.
2. Внешнее асинхронное воздействие на одноконтурный автогенератор (анализ).
3. Внешнее воздействие с частотой, близкой к частоте автогенератора (анализ).
4. В чем заключается явление синхронизации?
5. Дать характеристику режимов синхронизации.
6. Какие требования должны предъявляться к ВАХ нелинейного элемента, чтобы обеспечить деление частоты на 3?
7. Как будет выглядеть временная диаграмма напряжения на контуре автогенератора, если в некоторый момент времени фаза синхронизирующего сигнала изменится скачком на  $170^\circ$ ? На  $260^\circ$ ?
8. Нарисовать зависимость частоты автоколебаний  $f_T$  от частоты синхронизирующей э.д.с.  $f_c$  внутри и вне полосы синхронизации для режимов захватывания, умножения и деления частоты.
9. Изобразить функциональную схему фазового детектора, который использовался при выполнении данной лабораторной работы, по описанию макромодели *PhaseDet* (см. [Приложение П.6. п.2](#)).
10. Пояснить графики, полученные в результате расчетов синхронного режима.
11. Пояснить графики, полученные в результате расчета асинхронного режима.
12. В чем отличие спектров напряжения на контуре  $V(Ck)$  при  $U = 0$  и  $U > \Delta U$  ( $U$  – амплитуда асинхронного внешнего воздействия)?
13. Опишите последовательность выполнения лабораторной работы.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Андронов, А.А. Теория колебаний / А.А. Андронов, А.А. Витт, С.Э. Хайкин; редактор Н.А. Железцов. – 2-е изд. Москва: Наука, 1981. – 914 с.: то же [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=123658>
2. Капранов, М.В. Теория колебаний в радиотехнике: учебное пособие для вузов / М.В. Капранов, В.Н. Кулешов, Г.М. Уткин. – Москва: Наука. Главная редакция физико-математической литературы, 1984. – 320 с.
3. Разевиг, В.Д. Система проектирования OrCAD 9.2: учебное пособие / В.Д. Разевиг. – Москва: Солон-Р, 2001. – 528с.: ил.
4. Самойло, К.А. Радиотехнические цепи и сигналы. Элементы теории колебаний: учебное пособие / К.А. Самойло. – Москва: МИРЭА, 1992. – 78 с.
5. Фельдбаум, А.А. Методы теории автоматического управления / А.А. Фельдбаум, А.Г. Бутковский. – Москва: Наука, 1971. – 744 с.

## ПРИЛОЖЕНИЯ

### П1. Решение систем нелинейных дифференциальных уравнений с помощью программы PSpice

Как известно, дифференциальное уравнение  $n$ -го порядка в большинстве случаев сводится к системе  $n$  дифференциальных уравнений 1-го порядка в канонической форме:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = f_1(x_1, x_2, \dots, x_n) \\ \dot{x}_2 = f_2(x_1, x_2, \dots, x_n) \\ \dots\dots\dots \\ \dot{x}_n = f_n(x_1, x_2, \dots, x_n) \end{cases}, \quad (\text{П1.1})$$

где  $x_1, x_2, \dots, x_n$  – неизвестные функции времени, а  $f_1, \dots, f_n$  – заданные линейные или нелинейные функциональные зависимости. Уравнения (П1.1) можно представить в виде:

$$\begin{cases} x_1 = \int f_1 dt + k_1 \\ x_2 = \int f_2 dt + k_2 \\ \dots\dots\dots \\ x_n = \int f_n dt + k_n \end{cases}, \quad (\text{П1.2})$$

где  $k_1, k_2, \dots, k_n$  – константы, определяемые начальными условиями.

Отсюда следует эквивалентная электрическая схема, моделирующая систему (П1.2) и изображенная на рис. П1.1.

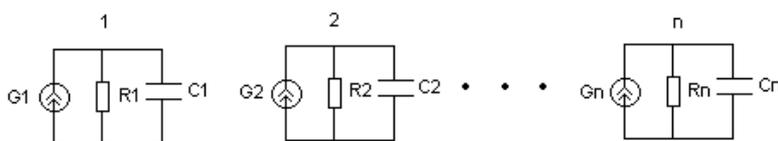


Рис. П1.1. Моделирование системы  $n$  дифференциальных уравнений

На этой схеме  $G_i, i = 1, n$  – управляемые источники токов, токи в которых изменяются по закону  $G_i = f_i(x_1, x_2, \dots, x_n)$ ;  $C_i$  – конденсаторы с единичной емкостью; сопротивления  $R_i$  должны быть подключены по требованиям синтаксиса языка PSpice. Чтобы исключить их влияние на точность решения,  $R_i$  должны быть выбраны очень большими.

Таким образом, задавая начальные условия  $k_1, k_2, \dots, k_n$  (по директиве **.IC**) и интервал анализа, можно получить решение исходной системы дифференциальных уравнений, которое представляется совокупностью узловых напряжений  $V(1) = x_1, V(2) = x_2, \dots, V(n) = x_n$ . Эти решения выводятся в виде таблиц и/или графиков.

**Пример П1.1.** Составим программу решения нелинейного дифференциального уравнения 2-го порядка (уравнение Ван дер Поля):

$$\frac{d^2x}{dt^2} - \varepsilon \cdot (1 - x^2) \frac{dx}{dt} + x = 0. \quad (\text{П1.3})$$

Величина параметра  $\varepsilon = 10$ , интервал анализа равен 100 секундам; начальные условия:  $x(0) = 1$ ;  $x'(0) = -0,5$ .

Обозначим  $y = dx / dt$ . Тогда из (П1.3) получим систему двух дифференциальных уравнений 1-го порядка:

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = y \\ \frac{dy}{dt} = \varepsilon \cdot (1 - x^2) \cdot y - x \end{cases} \quad (\text{П1.4})$$

Откуда  $f_1(x, y) = y$ ,  $f_2(x, y) = \varepsilon \cdot (1 - x^2) \cdot y - x$ . Напряжения в узлах  $V(1) = x$ ,  $V(2) = y$ .

Текст PSpice-программы примет вид (вывод результатов в графический постпроцессор Probe):

```
Van-Der-Pol
.Options itl5=0 reltol=1E-4
.Param e=10
G1 0 1 Value={V(2)}
G2 0 2 Value={e*(1-V(1)*V(1))*V(2)-V(1)}
R1 0 1 100G
R2 0 2 100G
C1 1 0 1
C2 2 0 1
.Ic V(1)=1 V(2)=-.5
.Tran 1ms 100s SKIPBP
.Probe V(1) V(2)
```

Данный подход моделирования динамических систем, заданных системой дифференциальных уравнений, легко обобщается на неканонические формы записи уравнений. Например, при неявной форме дифференциального уравнения  $n$ -го порядка:

$$F(x^{(n)}, x^{(n-1)}, \dots, x', x) = 0.$$

Рассмотренный метод позволяет найти решение, если функция  $F$  включает хотя бы один линейный аддитивный член, содержащий производную.

## П2. Тексты заданий для лабораторной работы № 1

### 1. Диаграмма особых точек (diagram.cir)

```
Diagram Of Roots
.param Q=1
Vfhi 1 0 {1/(Q*Q)+2/(Q)}
Vflw 2 0 {1/(Q*Q)-2/(Q)}
Vlim 3 0 {-1/(Q*Q)}
Vsed 4 0 -1
r1 1 0 100g
r2 2 0 100g
r3 3 0 100g
r4 4 0 100g
.dc dec param Q .1 40 50
.probe V(1) V(2) V(3) V(4)
```

### 2. Программа вывода графиков сепаратрис (separats.cir)

```
Separatrices
.param R=120m Q=20 f0=10kHz
Vx 3 0 1
.func fp(x) x*pi*f0/Q*(-(1+R*Q*Q)+Sqrt((1-R*Q*Q)*(1-R*Q*Q)-4*Q*Q))
.func fg(x) x*pi*f0/Q*(-(1+R*Q*Q)-Sqrt((1-R*Q*Q)*(1-R*Q*Q)-4*Q*Q))
Ey1 1 0 Value={fp(V(3))}
Ey2 2 0 Value={fg(V(3))}
r1 1 0 1g
r2 2 0 1g
r3 3 0 1g
.Dc Vx -10 10 .1
.probe V(1) V(2)
.end
```

### 3. Программа анализа особых точек типа узел (nodes.cir)

```
Phase's Portrait Of Nodes
.param R=120m Q=20 f0=10kHz
.Options reltol=1E-5 itl5=0
Gx 0 1 value={V(2)}
Gy 2 0 value={2*pi*f0/Q*(1+R*Q*Q)*V(2)+4*pi*pi*f0*f0*(1+R)*V(1)}
rx 1 0 1g
ry 2 0 1g
C1 1 0 1
C2 2 0 1
***** Separatrices V(10) V(20) *****
.Func ff(x) x*pi*f0/Q*(-(1+r*Q*Q)+Sqrt((1-R*Q*Q)*(1-R*Q*Q)-4*Q*Q))
.Func gg(x) x*pi*f0/Q*(-(1+r*Q*Q)-Sqrt((1-R*Q*Q)*(1-R*Q*Q)-4*Q*Q))
Ey1 10 0 Value={ff(V(1))}
Ey2 20 0 Value={gg(V(1))}
r1 10 0 1g
r2 20 0 1g
*****
.Ic V(1)=-1 V(2)=1meg
.Tran 1u 300u SKIPBP
.Probe V(1) V(2) V(10) V(20)
```

4. Программа анализа особых точек типа фокус (*focus.cir*)

```
Phase's Portrait Of Focus
.Param R=-.1 Q=20 f0=10KHz
.Options reltol=1E-5 itl5=0
Gx 0 1 value={V(2)}
Gy 2 0 value={2*pi*f0/Q*(1+R*Q*Q)*V(2)+4*pi*pi*f0*f0*(1+R)*V(1)}
rx 1 0 1g
ry 2 0 1g
C1 1 0 1
C2 2 0 1
.Ic V(1)=-5m V(2)=1m
.Step param R List -1m -2.5m -3.5m
.Tran 1u 2m SKIPBP
.Probe V(1) V(2)
```

5. Программа анализа особых точек типа седло (*saddles.cir*)

```
Phase's Portrait Of Saddles
.Param R=-2 Q=.3 f0=5KHz
.Options reltol=1E-5 itl5=0
Gx 0 1 value={V(2)}
Gy 2 0 value={2*pi*f0/Q*(1+R*Q*Q)*V(2)+4*pi*pi*f0*f0*(1+R)*V(1)}
rx 1 0 1g
ry 2 0 1g
C1 1 0 1
C2 2 0 1
***** Separatrices V(10) V(20) *****
.Func ff(x) x*pi*f0/Q*(-(1+r*Q*Q)+Sqrt((1-R*Q*Q)*(1-R*Q*Q)-4*Q*Q))
.Func gg(x) x*pi*f0/Q*(-(1+r*Q*Q)-Sqrt((1-R*Q*Q)*(1-R*Q*Q)-4*Q*Q))
Ey1 10 0 Value={ff(V(1))}
Ey2 20 0 Value={gg(V(1))}
r1 10 0 1g
r2 20 0 1g
*****
.Ic V(1)=-.03 V(2)=3k
.Tran 1u 300u SKIPBP
.Probe V(1) V(2) V(10) V(20)
```

### П3. Тексты заданий для лабораторной работы № 2

1. *ВАХ туннельного диода (vax.cir)*

```
Volt-Ampere-Characteristique
.lib nom.lib
XD 1 0 DT
Vak 1 0 1V
.dc Vak -10m 500mv 5m
.probe
.end
```

2. *Программа анализа переходных процессов (td.cir)*

```
TD-Autogenerateur
.param Q=10 f0=5KHz R=-.5 Udo=100m Ido=7.536m g=-72.971m
.options reltol=1E-5 itl5=0 list
.lib nom.lib
Xd 2 1 DT
Ck 1 0 {1/(2*pi*f0*Q*R/g)}
Lk 1 3 {Q*R/(2*pi*f0*g)}
Rk 3 0 {R/g}
VE 2 0 {Udo+Ido*R/g}
.step param Q List 0.53 1.23 1.503 20
.tran 1u 10m UIC
.probe V(2,1) V(2) I(Lk) I(Xd.Gd) V(Ck)
.end
```

3. *Программа анализа триггерного режима (trigger.cir)*

```
TD-Autogenerateur
.param Q=.5 f0=5KHz R=-1.5 Udo=100m Ido=7.536m g=-72.971m a=.5
.options reltol=1E-5 itl5=0 list
.lib nom.lib
Xd 2 1 DT
Ck 1 0 {1/(2*pi*f0*Q*R/g)}
Lk 1 3 {Q*R/(2*pi*f0*g)}
Rk 3 0 {R/g}
VE 2 30 {Udo+Ido*R/g}
Vpls+ 30 20 PULSE(0 {a} 1m 1us 1us 20us)
Vpls- 20 0 PULSE(0 {-a/2} 5m 1us 1us 20us)
.tran 1u 10m UIC
.probe V(2,1) V(2) I(Lk) v(30) I(Xd.Gd) V(Ck)
.end
```

## П4. Рекомендации по работе с программой PSpice при отображении результатов моделирования

### 1. Отображение фазовых траекторий на экране графического постпроцессора PSpice AD

При выводе результатов моделирования в окно графического постпроцессора переменная по осям абсцисс на всех координатных сетках данного окна устанавливается одна и та же (по умолчанию). Так, при анализе по директиве *.tran* (режим Time Domain) это будет время (Time), при анализе в частотной области по директиве *.ac* (режим AC Sweep/Noise) – это частота (Frequency). При расчетах по директиве *.dc* (режим DC Sweep) переменная оси абсцисс определяется первым варьируемым параметром директивы *.dc*.

Однако можно создать в окне вывода результатов несколько координатных сеток с *разными* переменными по осям абсцисс. Для этого сначала командой **Plot/Add Plot to Window** создается необходимое количество координатных сеток. Затем, щелкнув по координатной сетке, у которой надо изменить переменную по оси абсцисс, выполнить последовательно команды **Plot/Un synchronize X Axis**, **Plot/Axis Settings/ Axis Variables** и выбрать требуемую переменную из списка доступных переменных координатного базиса. После чего можно ввести переменную по оси ординат командой **Trace/Add Trace**.

**Пример.** Пусть требуется создать в окне графического постпроцессора две координатные сетки. На первой должна быть зависимость напряжения  $V(2)$  от напряжения  $V(1)$ , которые рассчитывались по директиве *.tran*. На второй координатной сетке – временная диаграмма процесса  $V(1)$  – зависимость напряжения  $V(1)$  от времени.

Итак, выполняем следующую последовательность команд:

1. **Plot/Add Plot to Window.**
2. **Plot/Un synchronize X Axis.**
3. **Plot/Axis Settings/ Axis Variables.** Выбираем переменную  $V(1)$ , **ОК**, **ОК**.
4. **Trace/Add Trace.** Выбираем переменную  $V(2)$ , **ОК**.
5. Щелчок по нижней координатной сетке, **Trace/Add Trace**, выбираем переменную  $V(1)$ , **ОК**.

**Примечание.** Для многократного использования созданной системы координатных сеток с заданными переменными по осям абсцисс и ординат, но при расчетах с другими исходными данными, или при последовательном отображении различных секций результатов моделирования (см., например, параграф 1.4, п.0), рекомендуется сохранить атрибуты экрана командой **Window/Display Control**. Далее в строке New Name ввести имя экрана, например *focus*, и нажать кнопки **Save**, затем **Close**.

### 2. Вывод на печать результатов моделирования из программы PSpice AD

В модуле PSpice существует возможность печати на одной странице листа заданного формата до 9 сформированных пользователем активных экранов. Эти экраны (окна графического постпроцессора) могли быть созданы и при отображении результатов расчетов в разных заданиях на моделирование. Процедура печати в данном случае очень проста:

- Убедиться, что в активных окнах присутствуют все требуемые для печати результаты расчета. Лишние окна закрыть.
- В меню **File** выбрать пункт **Page Setup** и задать требуемое число экранов в строке **Number**, а также ориентацию страницы – альбомную (Landscape) или портретную (Portrait).
- Включить режим просмотра страницы (**File/Print Preview**) и, если результат удовлетворительный, нажать кнопку **Print**.

## П5. Тексты заданий для лабораторной работы № 3. Функции измерений

### 1. ФЧХ и АЧХ LC-контура (*Z\_jw.cir*)

```
Z_Frequency
.param Q=20 f0=5MegHz R=-2m g=-13.917m
.options reltol=1E-5 itl5=0 list
.lib nom.lib
Ck z 0 {1/(2*pi*f0*Q*R/g)}
Lk z 2 {Q*R/(2*pi*f0*g)}
Rk 2 0 {R/g}
Iin 0 z ac 1
.ac lin 50 4.5megHz 5.5megHz
.probe V[z]
.end
```

### 2. Снятие передаточной характеристики нелинейного элемента (*SI\_U.cir*)

```
Transient Caracateristique-Hard
.options itl5=0 reltol=1e-5
.param Zres=57.365 Fs=1megHz U=.05 ID0=1.1839m UD0=.25
.lib nom.lib
XD 1 0 DT
Vak 1 0 sin({UD0} {U} {Fs})
GVD 0 2 value={i(vak)/U}
Rgyd 2 0 1
Ereal Re 0 value={sdt(v(2)*stp(time-1/Fs)*sin(2*pi*Fs*time))}
Eimg Im 0 value={sdt(v(2)*stp(time-1/Fs)*cos(2*pi*Fs*time))}
Eout out 0 value={2*Fs*Zres*sqrt(v(Re)^2+v(Im)^2)}
Erad rad 0 value={atan(v(Im)/v(Re))}
.step param U 10m 250m 5m
*.four 1megHz 1 i(GVD)
.tran 0 2us 0 1ns
.probe ;V[out] V[rad]
.end
```

### 3. Программа анализа схемы автогенератора на туннельном диоде (*td.cir*)

```
TD Hard Autogenerateur
.param Q=20 f0=5megHz R=-2m g=-13.917m Udo=.25 Ido=1.1839m UCko=0
.options reltol=1E-5 itl5=0 list
.lib nom.lib
XD 2 1 DT
Ck 1 0 {1/(2*pi*f0*Q*R/g)} IC={UCko}
Lk 1 3 {Q*R/(2*pi*f0*g)} IC={Ido}
Rk 3 0 {R/g}
```

```

VE 2 0 {Udo+Ido*(R/g)}
.step param Ucko list 100.2m .224
.tran 0 10us UIC; TSTOP=50/f0
.probe V(CK) I(LK) V(2,1) i(Xd.Gd) V(2)
.end

```

#### 4. Программа подбора длительности запускающего импульса (*pulse.cir*)

```

Pulse Width Finder
.param Q=10 f0=10KHz R=-9m g=-13.917m Udo=.25 Ido=1.839m
+ A=0.1V tau=100u
.options reltol=1E-5 itl5=0 list
.lib nom.lib
XD 2 1 DT
Ck 1 0 {1/(2*pi*f0*Q*R/g)}
Lk 1 3 {Q*R/(2*pi*f0*g)}
Rk 3 0 {R/g}
VE 2 20 {Udo+Ido*(R/g)}
Vpulse 20 0 pulse(0 {-A} 0ms 1us 1us {tau})
.step param tau 100u 2000u 50u
.tran 1u 10ms
.probe V(CK) I(LK) v(20)
.end

```

#### 5. Функции измерений, используемые в лабораторной работе

##### ➤ **LastAmpl(1) = (y1-y2)/2**

**\*#Desc#\*** Определяет амплитуду колебаний в конце интервала

**\*#Desc#\*** анализа

\*

**\*#Arg1#\*** Имя сигнала

\*

\* Использование:

\* LastAmpl(Имя сигнала)

\*

{

**1| search backward /end/ peak !1**

**search backward /end/ trough !2;**

}

##### ➤ **YatLastX(1)=y1**

**\*#Desc#\*** Определяет значение ординаты  $Y$  в последней точке диапазона по оси  $X$

**\*#Arg1#\*** Имя сигнала

\* Использование:

\* YatLastX(Имя сигнала)

\*

{

**1| search forward Xvalue (100%) !1 ;**

}

##### ➤ **Fosc20(1)=20/(x1-x2)**

- \* Вычисляет частоту периодического колебания за 20 последних периодов
- \* Период – временной интервал между двумя соседними пересечениями
- \* сигналом Arg1 среднего уровня.

\*#Arg1#\* Имя сигнала

\* Использование:

\* Fosc20(*Имя сигнала*)

\*

{

**1| Search forward (50%,100%) max !5**

**Search forward (50%,100%) min !6**

**Search backward /end/ level((y5+y6)/2,p) !1**

**Search backward /x1/ for 20: level (y1,p) !2;**

}

## П6. Тексты заданий для лабораторной работы № 4

1. Программа для определения полосы синхронизации автогенератора на туннельном диоде (*sync\_1.cir*)

```
TD-Autogenerator(synchronisation)
.param Q=10 f0=10.255megHz R=-20m g=-53.582m Udo=.15 Ido=4.2642m
+ U=30mV fc=10megHz
.options reltol=1E-4 itl5=0 list
.lib nom.lib
XD 2 1 DT
Ck 1 0 {1/(2*pi*f0*Q*R/g)}
Lk 1 3 {Q*R/(2*pi*f0*g)}
Rk 3 0 {R/g}
VE 2 10 {Udo+Ido*(R/g)}
Vext 10 0 sin(0 {U} {fc})
.step param f0 9.905meg 10.405meg .05meg
.tran 1n 20us SKIPBP
.probe V(CK)
```

2. Программа для исследования процессов внутри и вне полосы синхронизации автогенератора на туннельном диоде (*sync\_2.cir*)

```
TD-Autogenerator(synchronisation)
.param Q=10 f0=10.255megHz R=-20m g=-53.582m Udo=.15 Ido=4.2642m
+ U=30mV fc=10megHz Fsr=.1meg n=1
.options reltol=1E-4 itl5=0 itl4=20 list
.lib nom.lib
XD 2 1 DT
Ck 1 0 {1/(2*pi*f0*Q*R/g)}
Lk 1 3 {Q*R/(2*pi*f0*g)}
Rk 3 0 {R/g}
VE 2 10 {Udo+Ido*(R/g)}
Vext 10 0 sin(0 {U} {fc})
Xph_det 10 1 22 23 PhaseDet params: fsr={Fsr} n={n} ;Phase Detector
.step param f0 list 9.8meg 10.255meg
.tran 1n 20us SKIPBP
.probe V(CK) V(10) V(22)
```

```
.subckt PhaseDet in1 in2 out outdif params: fsr=10kHz n=1
* in1-вход синхросигнала, in2-вход для напряжения с контура АГ,
* out - выход ФД, outdif - производная по времени от вых. сигнала ФД
emult 20 0 value={v(in1)*if(n<=1,1,v(in1))*sgn(V(in2))}
x 20 out LPF2 params: fc={Fsr}
*** differ
C_DIFFER out 233 1
V_DIFFER 233 0 0v
E_DIFFER outdif 0 VALUE {1.0 * I(V_DIFFER)}
*
.ends
```

3. Программа для исследования процесса захватывания частоты автогенератором на туннельном диоде (*sync\_delay.cir*)

```
TD-Autogenerator(synchronisation)
.param Q=10 f0=10.155megHz R=-20m g=-53.582m Udo=.15 Ido=4.2642m
```

```
+ U=30mV fc=10megHz Fsr=.1meg tau=7us n=1
.options reltol=1E-4 itl5=0 itl4=20 list
```

```
.lib nom.lib
XD 2 1 DT
Ck 1 0 {1/(2*pi*f0*Q*R/g)}
Lk 1 3 {Q*R/(2*pi*f0*g)}
Rk 3 0 {R/g}
VE 2 10 {Udo+Ido*(R/g)}
Eext 10 0 value={if(tau<=0,0,U)*stp(time-tau)*sin(2*pi*fc*time)}
Xph_det 10 1 22 23 PhaseDet params: fsr={Fsr} n={n};Phase Detector
.step param tau list 4us 5.95us
.tran 1n 100us SKIPBP
.probe V(CK) V(10) V(22)
```

```
.subckt PhaseDet in1 in2 out outdif params: fsr=10kHz n=1
* in1-вход синхросигнала, in2-вход для напряжения с контура АГ,
* out - выход ФД, outdif - производная по времени от вых. сигнала ФД
emult 20 0 value={v(in1)*if(n<=1,1,v(in1))*sgn(V(in2))}
x 20 out LPF2 params: fc={Fsr}
*** differ
C_DIFFER out 233 1
V_DIFFER 233 0 0v
E_DIFFER outdif 0 VALUE {1.0 * I(V_DIFFER)}
*
.ends
```

#### 4. Программа анализа асинхронного режима автогенератора на туннельном диоде (async.cir)

```
TD-Autogenerator (Asynchrone)
.param Q=20 f0=10.097megHz R=-5m g=-53.582m Udo=.15 Ido=4.2642m
+ U=0mV fas=16megHz
.options reltol=1E-4 itl5=0 list
.lib nom.lib
XD 2 1 DT
Ck 1 0 {1/(2*pi*f0*Q*R/g)}
Lk 1 3 {Q*R/(2*pi*f0*g)}
Rk 3 0 {R/g}
VE 2 10 {Udo+Ido*(R/g)}
Vext 10 0 sin(0 {U} {fas})
.step param U 0 160mV 12mV
.tran 1n 10us SKIPBP
.probe V(CK)
```

## П7. Образцы распечаток

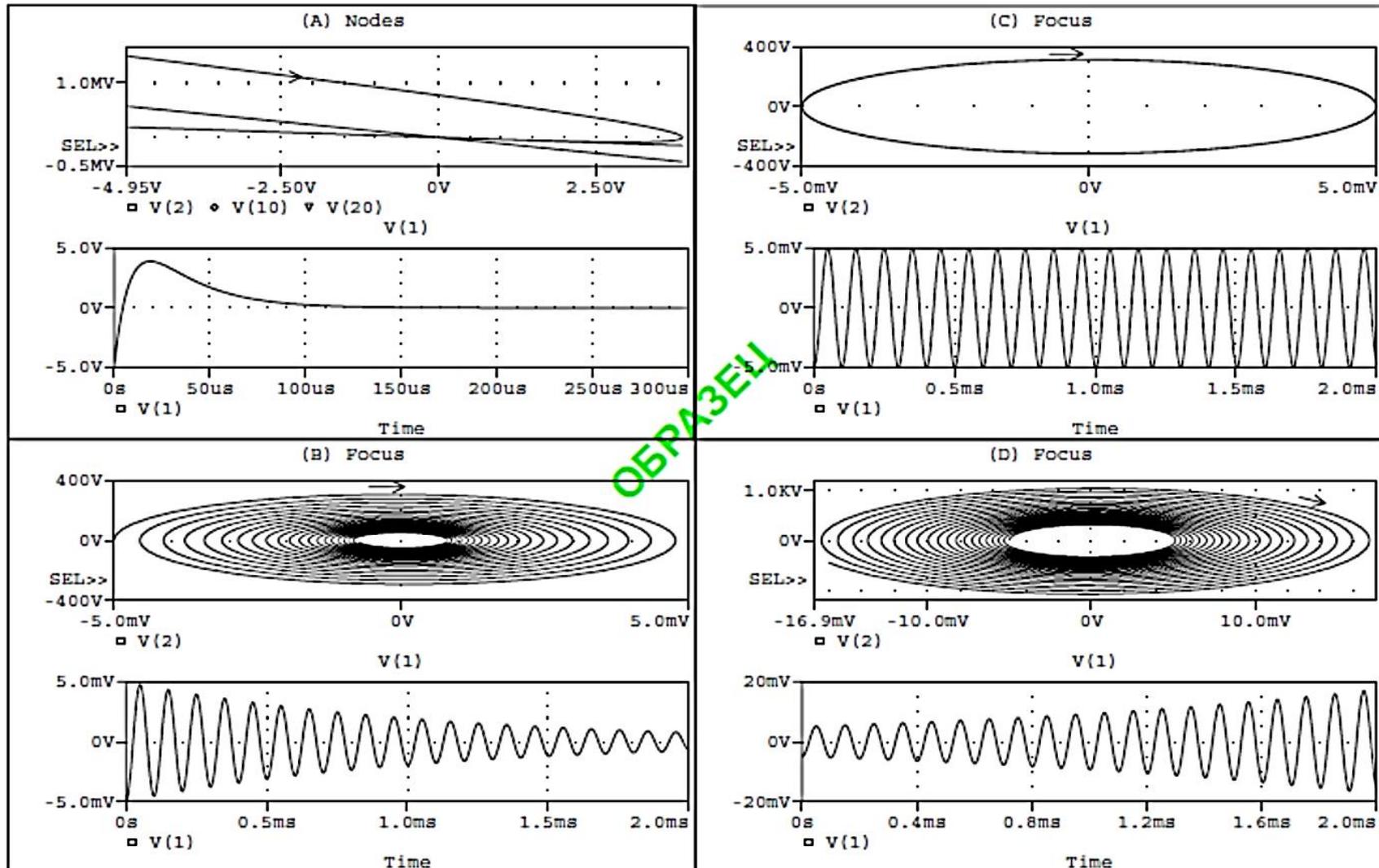


Рис. П7.1. Образец распечатки к 1-й лабораторной работе

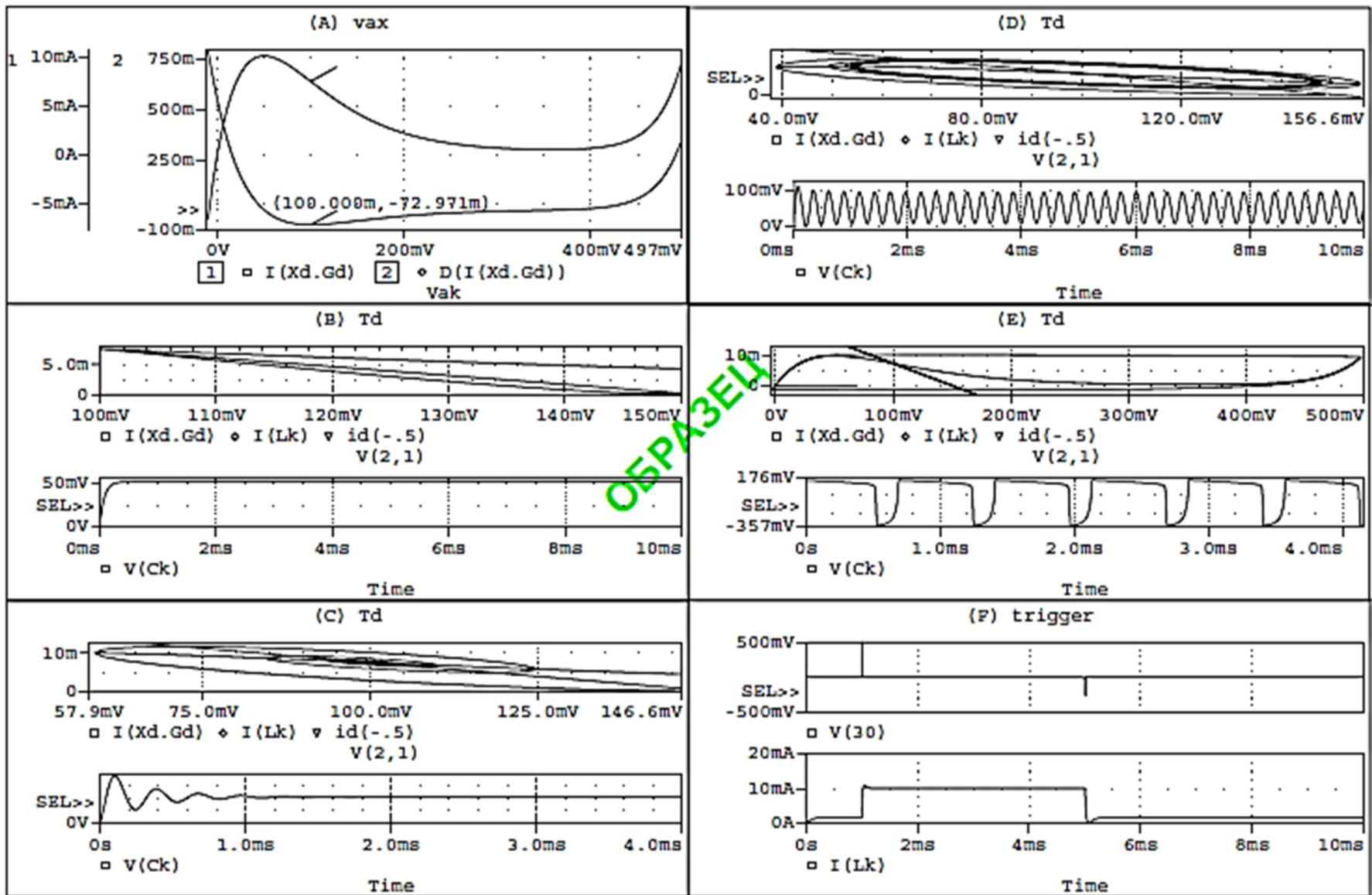


Рис. П7.2. Образец распечатки ко 2-й лабораторной работе

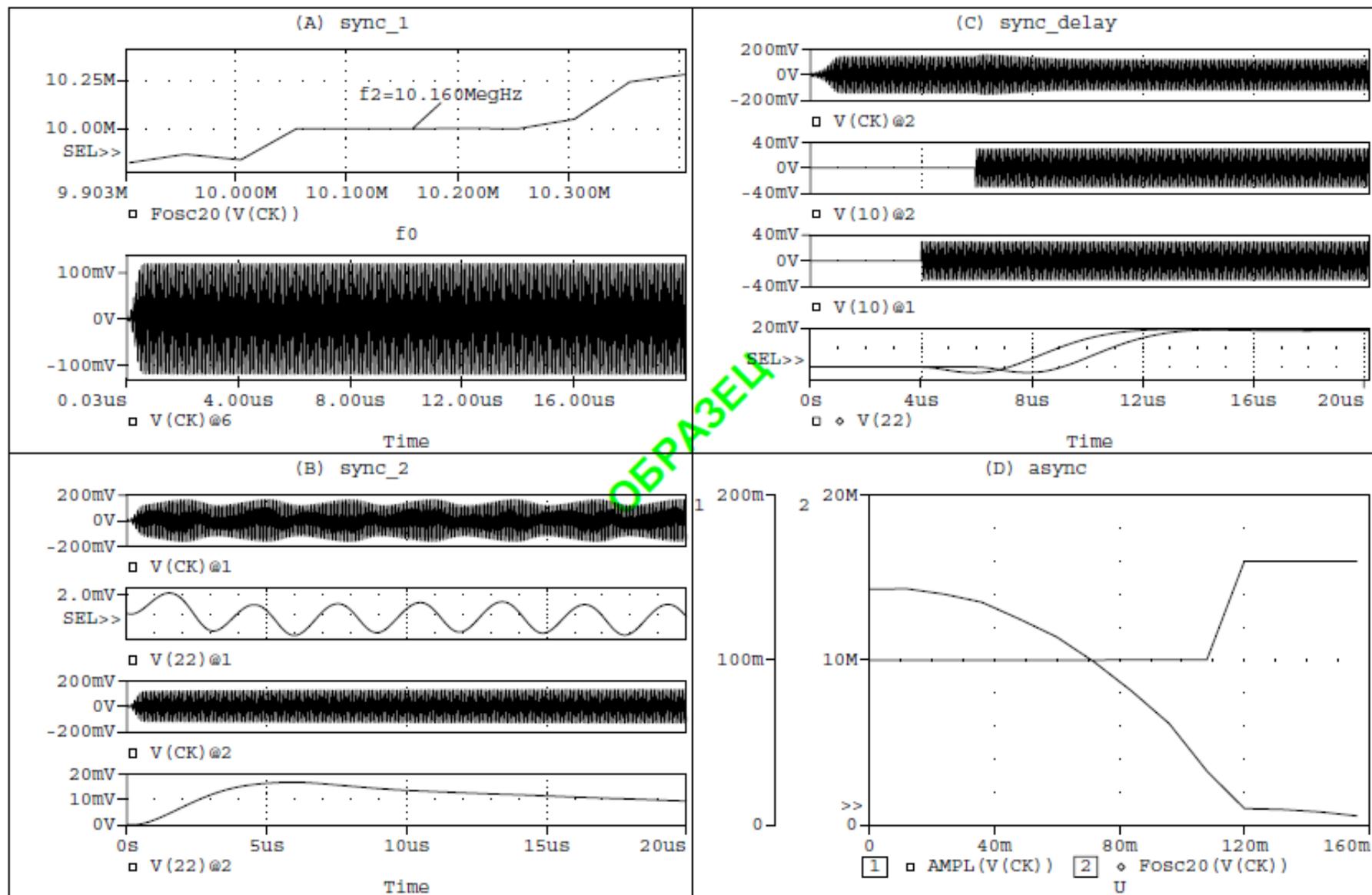
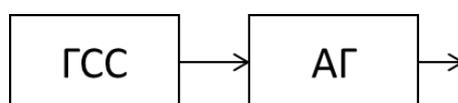


Рис. П7.3. Образец распечатки к 4-й лабораторной работе

## П8. Нелинейные колебательные системы с внешним воздействием

### П8.1. Области применения в радиотехнике [2]

• Одним из способов создания мощных генераторов прецизионных колебаний является использование внешнего воздействия эталонного сигнала *ГСС* относительно малой мощности на достаточно мощный, но сам по себе не прецизионный автогенератор *АГ*. В этом случае частота синхронизируемого генератора оказывается точно равной или кратной частоте внешнего эталонного колебания. Синхронизация генераторов на основной или кратной частоте широко применяется для стабилизации частоты сравнительно мощных генераторов; по существу, при этом происходит усиление эталонных колебаний, а также когерентное преобразование частоты — ее деление или умножение, если частоты кратны.



• Когерентная синхронизация двух и более автогенераторов, работающих на общую нагрузку — излучатель *И* (рис. П8.1-а), обеспечивает суммирование мощностей этих генераторов, тем более эффективное, чем более точно сфазированы генераторы с эталонным сигналом и между собой. Аналогичное сложение мощностей когерентно работающих автогенераторов с излучателями *И1*, *И2*, ..., *И<sub>n</sub>* возможно непосредственно в эфире, с одновременным формированием диаграммы направленности, а также управлением последней путем изменения фазирования генераторов (рис. П8.1-б).

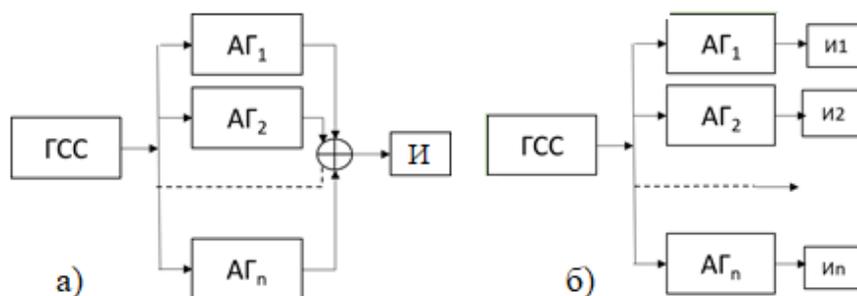


Рис. П8.1. Когерентная синхронизация двух и более АГ

• При воздействии на генератор двух и более источников эталонных колебаний возможна синхронизация на любой из комбинационных частот, возникающих за счет нелинейных свойств активного элемента. Причем возможна перестройка синхронизации с одной комбинационной частоты на другую с целью, например, получения набора выбираемых стабильных частот.

• Частным случаем внешнего воздействия на автоколебательные системы является *асинхронное* внешнее воздействие, когда соотношение внешней частоты и собственной частоты автоколебательной системы таково, что не создается гармоник или комбинационных составляющих, попадающих в полосу прозрачности колебательной системы и вызывающих эффект синхронизации колебаний автогенератора. Влияние внешнего асинхронного воздействия на практике может быть использовано для управления амплитудой и частотой колебаний в автоколебательной системе, в частности в современных генераторах на диодах Ганна и ЛПД, где такой способ управления колебаниями легко реализуется.

## П8.2. Внешнее асинхронное воздействие на автогенератор

Рассмотрим влияние внешнего асинхронного воздействия на амплитуду одноконтурного автогенератора. Поскольку уравнения одноконтурных автогенераторов, собранных на различных активных элементах, имеют одинаковую структуру, можно без существенного ограничения общности рассмотреть схему, где автогенератор состоит из колебательного контура и нелинейного двухполюсника  $N$  (рис. П8.2) [2].

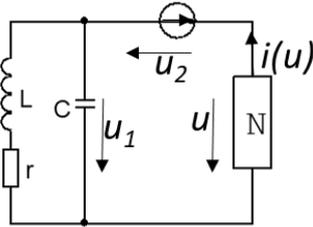


Рис. П8.2. Асинхронное воздействие на АГ

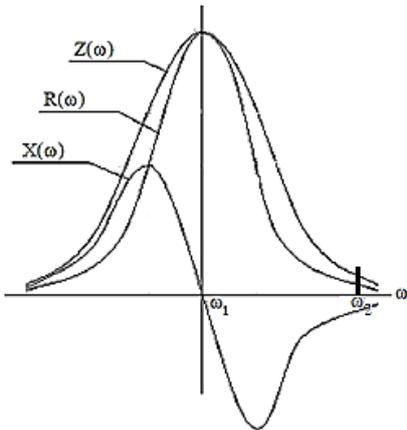


Рис. П8.3. Частотные характеристики колебательного контура

Внешнее воздействие, представленное гармоническим колебанием  $u_2 = U_2 \cos \omega_2 t$ , включено последовательно с колебательным контуром, причем  $\omega_2, 2\omega_2, \dots$  и комбинационные частоты не попадают в полосу прозрачности колебательного контура (рис. П8.3), и вместе с напряжением на контуре  $u_1$  действует на нелинейный активный элемент ( $u = u_1 + u_2$ ). Пусть

$$u_1 = U_1 \cos(\omega_1 t + \psi_1), \quad \omega_1 = \frac{1}{\sqrt{LC}}.$$

При условии узкополосности избирательного эвена укороченные дифференциальные уравнения С.И. Евтянова представленной системы имеют вид [2]:

$$\begin{aligned} (Z_1 = R_1 + jX_1, X_1 = 0): \\ \begin{cases} T_1 \frac{dU_1}{dt} = I_{a1} R_1 - U_1 \\ T_1 U_1 \frac{d\psi_1}{dt} = I_{p1} R_1 \end{cases} \end{aligned} \quad (\text{П8.1})$$

Здесь  $T_1 = \frac{2}{\omega_1 \delta} = \frac{2Q}{\omega_1} = \frac{2}{\Delta\omega}$ ;  $\delta = \frac{r}{\omega_1 L} = \frac{1}{Q}$ ;  $\Delta\omega$  – ширина полосы пропускания контура,

$Q$  – добротность колебательного контура;

$R_1 = \frac{\omega_1 L}{\delta}$  – резонансное сопротивление контура.

В простейшем случае  $I_{p1} = 0$  (безынерционный нелинейный элемент) второе уравнение в (П8.1) можно не учитывать. Остается вычислить  $I_{a1}$  – амплитуду первой гармоники тока  $i(u)$  на частоте  $\omega_1$ . Пусть  $i(u) = \alpha u - \gamma u^3$ , ( $\alpha, \gamma > 0$ ) – «мягкая» ВАХ.

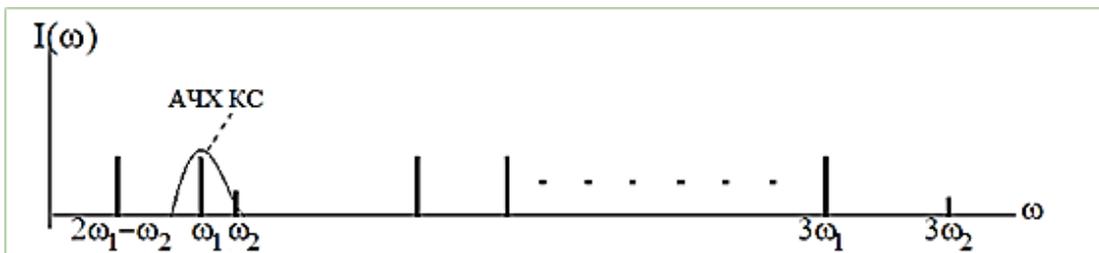


Рис. П8.4. Спектр тока нелинейного элемента

Пусть также  $u = U_1 \cos \omega_1 t + U_2 \cos \omega_2 t \Rightarrow$

$$i(u) = \alpha u - \gamma u^3 = \alpha(U_1 \cos \omega_1 t + U_2 \cos \omega_2 t) - \gamma(U_1 \cos \omega_1 t + U_2 \cos \omega_2 t)^3 =$$

$$= \alpha U_1 \cos \omega_1 t + \alpha U_2 \cos \omega_2 t -$$

$$- \gamma \left[ U_1^3 \cos^3 \omega_1 t + 3U_1 U_2^2 \cos \omega_1 t \cdot \cos^2 \omega_2 t + 3U_1^2 U_2 \cos^2 \omega_1 t \cdot \cos \omega_2 t + U_2^3 \cos^3 \omega_2 t \right] =$$

$$= \underline{\alpha U_1 \cos \omega_1 t} + \alpha U_2 \cos \omega_2 t - \gamma \left[ \frac{3}{4} U_1^3 \cos \omega_1 t + \frac{1}{4} U_1^3 \cos 3\omega_1 t + \frac{3}{2} U_1 U_2^2 \cos \omega_1 t (1 + \cos 2\omega_2 t) + \right.$$

$$\left. + \frac{3}{2} U_1^2 U_2 \cos \omega_2 t (1 + \cos 2\omega_1 t) + \frac{3}{4} U_2^3 \cos \omega_2 t + \frac{1}{4} U_2^3 \cos 3\omega_2 t \right].$$

(В соответствии с тригонометрическими формулами понижения степени)

$$\cos^2 \alpha = \frac{1 + \cos 2\alpha}{2}$$

$$\cos^3 \alpha = \frac{3 \cos \alpha + \cos 3\alpha}{4}$$

Итак, ток нелинейного элемента  $i(t)$  содержит синусоиды следующих частот (рис. П8.4):

$$2\omega_1 - \omega_2, \omega_1, \omega_2, 2\omega_2 - \omega_1, 3\omega_1, \omega_2 + 2\omega_1, \omega_1 + 2\omega_2, 3\omega_2.$$

Тогда амплитуда 1-й гармоники тока нелинейного элемента:

$$I_{a1}(U_1, U_2) = \alpha U_1 - \frac{3}{4} \gamma U_1^3 - \frac{3}{2} \gamma U_1 U_2^2 = \left( \alpha - \frac{3}{2} \gamma U_2^2 \right) U_1 - \frac{3}{4} \gamma U_1^3. \quad (\text{П8.2})$$

В установившемся режиме

$$T_1 \frac{dU_1}{dt} = I_{a1}(U_1, U_2) R_1 - U_1 = 0 \Rightarrow I_{a1}(U_1, U_2) = \frac{U_1}{R_1}. \quad (\text{П8.3})$$

Увеличение амплитуды  $U_2$  внешнего асинхронного воздействия приводит к уменьшению амплитуды автоколебаний  $U_1$ , а при  $U_2 \geq U_{2\text{кр}}$  происходит срыв автоколебаний ( $U_1 = 0$ ).

Очевидно,  $U_{2\text{кр}}$  можно найти из условия:

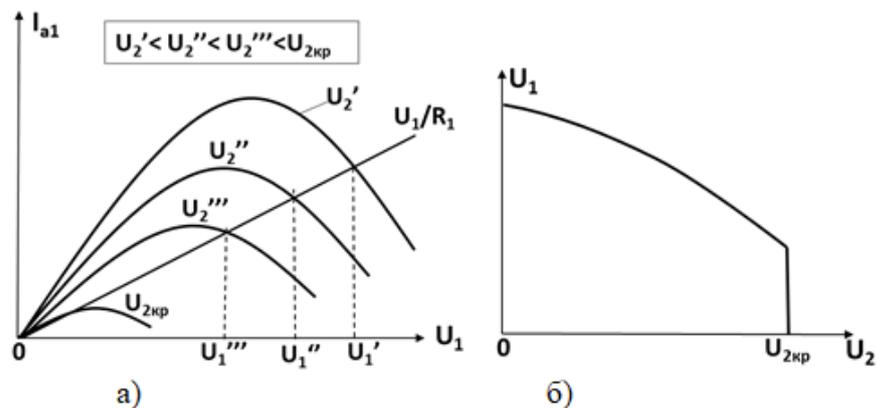


Рис. П8.5. Влияние амплитуды внешнего воздействия на амплитуду автоколебаний:

- а) графическое решение уравнения (П8.3);  
 б) закон управления амплитудой автоколебаний

$$\frac{dI_{a1}}{dU_1} \Big|_{U_1=0} = \frac{1}{R_1};$$

т.е.  $\alpha - \frac{3}{2}\gamma U_2^2 - \frac{9}{4}\gamma U_1^2 \Big|_{U_1=0} = \frac{1}{R_1}.$  (П8.4)

Откуда 
$$U_{2кр}^2 = \frac{\alpha R_1 - 1}{1,5 \gamma R_1}$$

Из графиков (рис. П8.5) следует, что с увеличением амплитуды внешнего воздействия амплитуда напряжения автоколебаний уменьшается и при  $U_2 \geq U_{2кр}$  обращается в нуль, т. е. колебания подавляются. Такое явление называется **явлением асинхронного тушения колебаний автогенератора**. Физически это явление объясняется уменьшением средней крутизны по первой гармонике за счет увеличения амплитуды внешнего воздействия из-за кубического члена аппроксимированной характеристики нелинейности.

Можно показать, что для «жесткой» характеристики нелинейности, представленной полиномом 5-й степени  $i(u) = \alpha u + \gamma u^3 - \epsilon u^5$ , в определенном интервале значений амплитуды внешнего воздействия наблюдается рост амплитуды автоколебаний – асинхронное возбуждение автоколебаний – за счет положительного кубического слагаемого характеристики нелинейности. С дальнейшим увеличением амплитуды внешнего воздействия асинхронное возбуждение сменяется асинхронным тушением колебаний из-за возрастающего влияния слагаемого пятой степени характеристики нелинейности.

### П8.3. Внешнее воздействие с частотой, близкой к частоте автономного генератора

Если частота внешнего воздействия близка к частоте колебаний автономного автогенератора, в полосу прозрачности колебательной системы попадает составляющая тока с частотой внешнего воздействия, что приводит к изменению не только амплитуды автоколебаний, но и частоты.

Рассмотрим в качестве примера схему (рис. П8.6), где внешнее воздействие представлено источником тока  $i_2$ , подключенным к колебательному контуру автогенератора ( $N$  – нелинейный двухполюсник-управляемый источник тока) [2].

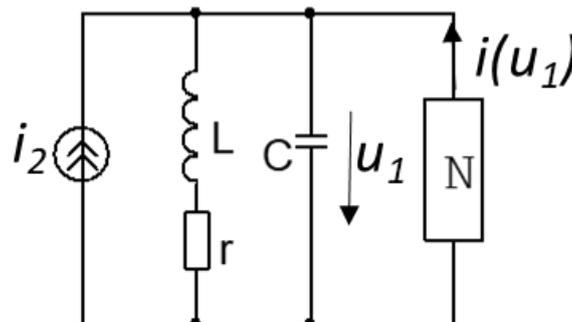


Рис. П8.6. Синхронное воздействие на АГ

Пусть  $\omega_1 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ ;  $\delta = \frac{r}{\omega_1 L} = \frac{1}{Q}$ ;  $T_1 = \frac{2}{\omega_1 \delta} = \frac{2}{\Delta\omega}$  – время установления колебаний;

$R_1 = \frac{\omega_1 L}{\delta}$  – резонансное сопротивление контура,

и в отсутствие внешнего воздействия  $i_2$  частота колебаний АГ равна  $\omega_1$ .

Частота внешнего воздействия  $\omega_2$  отличается от резонансной частоты  $\omega_1$  на величину *малой* расстройки  $\Omega = \omega_2 - \omega_1$ , то есть

$$\omega_2 = \omega_1 + \Omega.$$

Запишем далее выражения для напряжения  $u_1(t)$  на контуре АГ и тока внешнего воздействия

$$u_1 = U_1 \cos(\omega_1 t + \psi_1); \quad i_2 = I_2 \cos(\omega_2 t + \psi_2). \quad (\text{П8.5})$$

Определим условие, при котором частота колебания  $\omega_{\text{кол}}$  напряжения  $u_1$  *станет равной* частоте внешнего воздействия  $\omega_2$ , то есть:

$$\omega_{\text{кол}} = \frac{d}{dt}(\omega_1 t + \psi_1) = \omega_2 = \frac{d}{dt}(\omega_2 t + \psi_2) \quad \Leftarrow (\omega_1, \omega_2, \psi_2) = \text{const}$$

$$\frac{d}{dt}(\omega_2 t + \psi_2) - \frac{d}{dt}(\omega_1 t + \psi_1) = 0 \Rightarrow \frac{d}{dt}(\omega_2 t + \psi_2 - \omega_1 t - \psi_1) = 0 \Rightarrow$$

$$\boxed{\frac{d\phi}{dt} = \dot{\phi} = 0} \quad \text{или} \quad \phi = \text{const}, \quad (\text{П8.6})$$

$$\text{где} \quad \phi = \omega_2 t + \psi_2 - \omega_1 t - \psi_1 \quad (\text{П8.7})$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \omega_{\text{кол}} = \omega_1 + \frac{d\psi_1}{dt} = \omega_1 + \dot{\psi}_1 \\ \omega_{\text{кол}} = \omega_2 - \dot{\phi} \end{array} \right. \Rightarrow \boxed{\dot{\psi}_1 = \omega_2 - \omega_1 - \dot{\phi} = \Omega - \dot{\phi}} \quad (\text{П8.8})$$

**Выводы:** 1. Колебания  $u_1(t)$  на контуре АГ и  $i_2(t)$  внешнего воздействия синхронизируются во времени (разность фаз между ними постоянна).

2. Частота колебаний  $\omega_{\text{кол}}$  напряжения  $u_1(t)$  становится равной частоте  $\omega_2$  высокостабильного внешнего воздействия независимо от величины малой расстройки  $\Omega$ .

Таким образом, необходимо выяснить:

1) возможно ли выполнение условия (П8.6) в принципе;

2) какова должна быть максимально допустимая расстройка частот  $\Omega_{\Gamma}$  для создания синхронного режима.

Введем полную фазу  $\tau_1 = \omega_1 t + \psi_1$ , тогда из (П8.7) следует  $\omega_2 t + \psi_2 = \tau_1 + \phi$ .

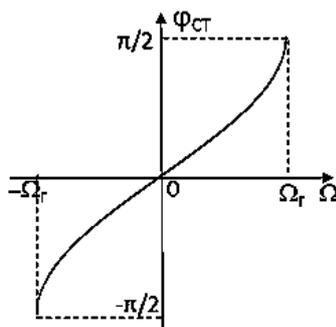


Рис. П8.7. Зависимость стационарного значения разности фаз от начальной расстройки частот

Перепишем (П8.5) с учетом этих обозначений:

$$\begin{aligned} u_1 &= U_1 \cos \tau_1; \quad i_2 = I_2 \cos(\tau_1 + \varphi); \\ i_2 &= I_2 \cos(\tau_1 + \varphi) = I_{2a} \cos \tau_1 - I_{2p} \sin \tau_1, \end{aligned} \quad (\text{П8.9})$$

$$\text{где } I_{2a} = I_2 \cos \varphi, \quad I_{2p} = I_2 \sin \varphi. \quad (\text{П8.10})$$

Имея в виду, что символическое уравнение АГ с внешним воздействием в нашем случае приобретает вид  $u_1 = Z(p)[i_1(u_1) + i_2]$ , напомним укороченные уравнения С.И. Евтянова:

$$T_1 \frac{dU_1}{dt} + U_1 = (I_{1a} + I_{2a})R_1 - I_{1p} + I_{2p})X_1;$$

$$T_1 U_1 \frac{d\psi_1}{dt} = (I_{1p} + I_{2p})R_1 + (I_{1a} + I_{2a})X_1,$$

где  $R_1, X_1$  – вещественная и мнимая части резонансного сопротивления колебательного контура.

Учитывая, что  $X_1 \approx 0$  (на резонансной частоте), а  $I_{1p} \approx 0$  в предположении безынерционности нелинейного элемента  $N$ , получим:

$$\begin{cases} T_1 \frac{dU_1}{dt} + U_1 = (I_{1a}(U_1) + I_2 \cos \varphi)R_1 \\ T_1 U_1 \frac{d\psi_1}{dt} = I_2 R_1 \sin \varphi \end{cases}. \quad (\text{П8.11})$$

Так как  $I_2 \ll I_{1a}$ , будем в дальнейшем рассматривать только второе уравнение из (П8.11):

$$\dot{\psi}_1 = \frac{d\psi_1}{dt} = \frac{I_2 R_1}{T_1 U_1} \sin \varphi; \quad \boxed{\Omega_\Gamma = \frac{I_2 R_1}{T_1 U_1}} \Rightarrow \dot{\psi}_1 = \Omega_\Gamma \sin \varphi.$$

Из соотношения (П8.8) следует дифференциальное уравнение для скорости изменения разности фаз  $\Phi$ :

$$\boxed{\dot{\Phi} = \Omega - \Omega_\Gamma \sin \Phi} \quad (\text{П8.12})$$

Приравнявая производную по времени нулю, получим зависимость (рис. П8.7) стационарного значения разности фаз двух колебаний от величины расстройки  $\Omega = \omega_2 - \omega_1$ :

$$\Phi_{ст} = \arcsin \frac{\Omega}{\Omega_\Gamma}. \quad (\text{П8.13})$$

Итак, синхронный режим возможен только если начальная расстройка частот  $|\Omega| \leq \Omega_\Gamma$ .

Уравнение (П8.12) удобно представить (рис. П8.8) траекториями на фазовой плоскости  $(\dot{\Phi}, \Phi)$ .

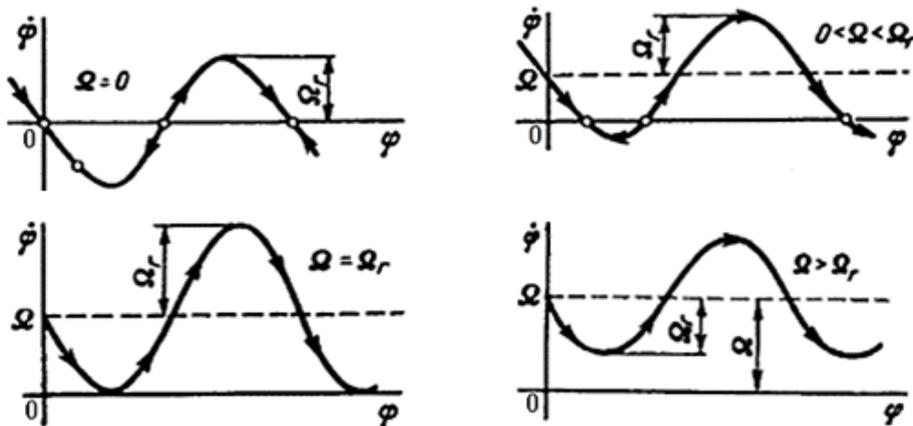


Рис. П8.8. Принцип формирования устойчивой стационарной разности фаз  $\Phi_{ст}$

Так, при  $\Omega = 0$  в зависимости от начальной разности фаз  $\varphi(0) = \varphi(t=0)$  процесс  $\varphi(t)$  выглядит по-разному (рис. П8.9-а,б), что легко объясняется рисунком П8.9-в – зависимостью частоты автоколебаний  $\omega_{\text{кол}} = \omega_2 - \dot{\varphi}$  напряжения  $u_1(t)$  от разности фаз  $\varphi$ .

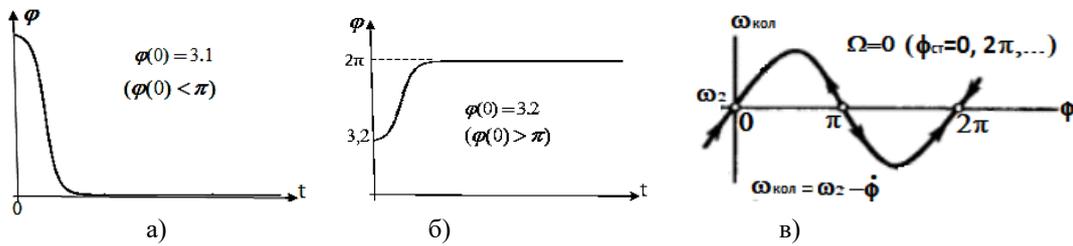


Рис. П8.9. Процессы установления разности фаз и частоты автоколебаний

При  $\Omega > \Omega_{\Gamma}$  уже нет стационарных значений разности фаз  $\varphi$ . Наступает режим *биений*. В этом режиме у напряжения  $u_1(t)$  на контуре АГ меняются периодически амплитуда и частота (рис. П8.10).

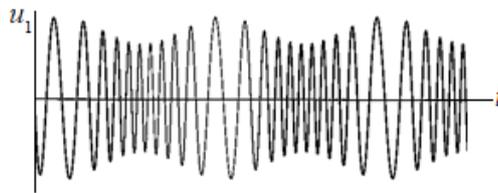


Рис. П8.10. Режим биений

Полную картину дают графики зависимостей частоты колебаний автогенератора  $\omega_{\text{кол}}$  от частоты  $\omega_2$  внешнего воздействия при  $\omega_1 = \text{const}$  (рис. П8.11-а), и от резонансной частоты  $\omega_1$  при  $\omega_2 = \text{const}$  (рис. П8.11-б).

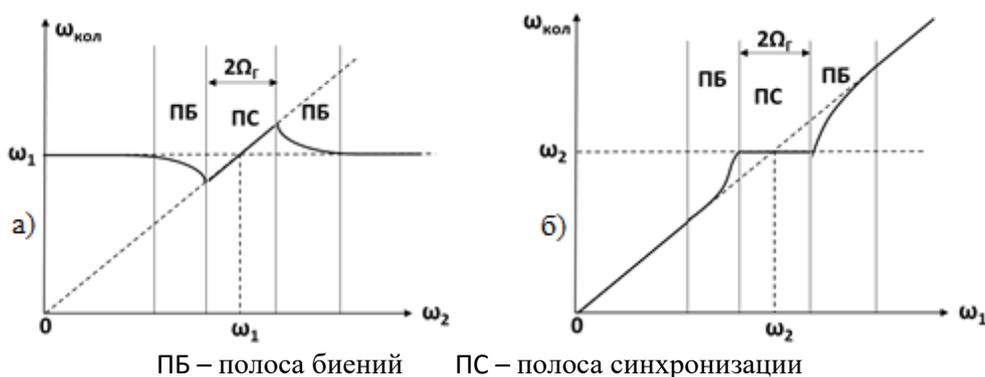


Рис. П8.11. Графики зависимости частоты автоколебаний:  
а) от  $\omega_2$  при  $\omega_1 = \text{const}$ ; б) от  $\omega_1$  при  $\omega_2 = \text{const}$

**ВЫВОД.** Таким образом, если колебательный контур настроен на частоту  $\omega_1 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ , а у внешнего (эталонного) воздействия частота  $\omega_2$ , то при  $|\Omega = \omega_2 - \omega_1| < \Omega_{\Gamma}$  частота колебаний напряжения на контуре  $\omega_{\text{кол}} \rightarrow \omega_2$  и становится равной  $\omega_2$ . Это явление называется *затягиванием (захватыванием) частоты автогенератора*. Колебания  $u_1(t)$  и  $i_2(t)$  отличаются при этом только постоянной фазой  $\varphi_{\text{ст}}$  (П8.13).

#### П8.4. Синхронизация на кратных частотах (деление и умножение частоты)

Если на активный нелинейный элемент автогенератора кроме основного колебания действует внешняя сила с частотой  $\omega_2$ , приближенно кратной частоте  $\omega_1$  автономного генератора, в активном элементе возникнут гармонические и комбинационные составляющие тока на частотах  $\omega_{\text{комб}} = k\omega_2 \mp m\omega_1$ , часть которых попадает в полосу пропускания контура и, следовательно, влияет на процессы в автогенераторе. Механизм этого влияния такой же, как при синхронизации внешним током на близкой частоте, и все выводы, полученные для режима захватывания, остаются справедливыми для режимов умножения и деления частоты (рис. П8.12)

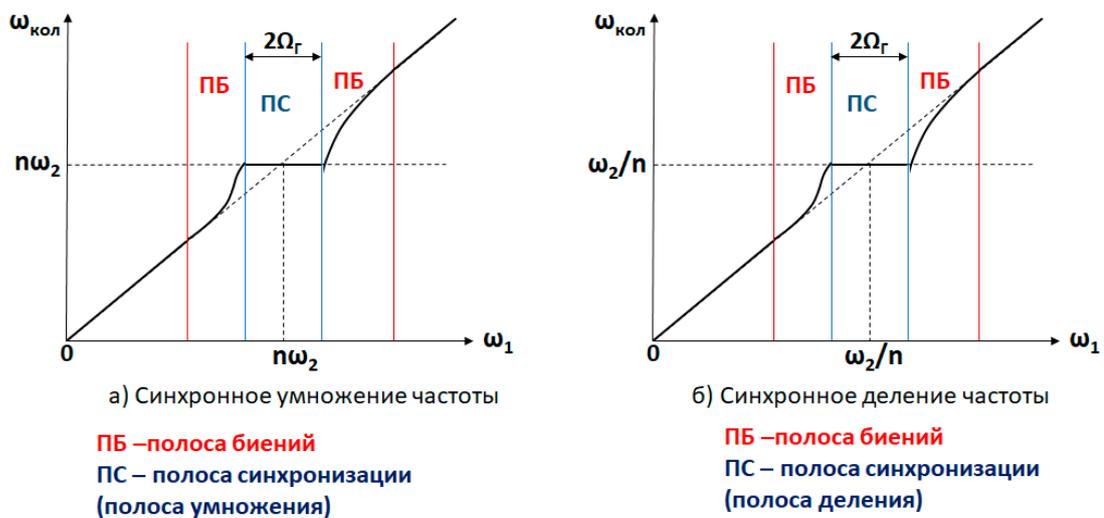


Рис. П8.12. Графики зависимости частоты автоколебаний от резонансной частоты контура в режимах умножения и деления частоты