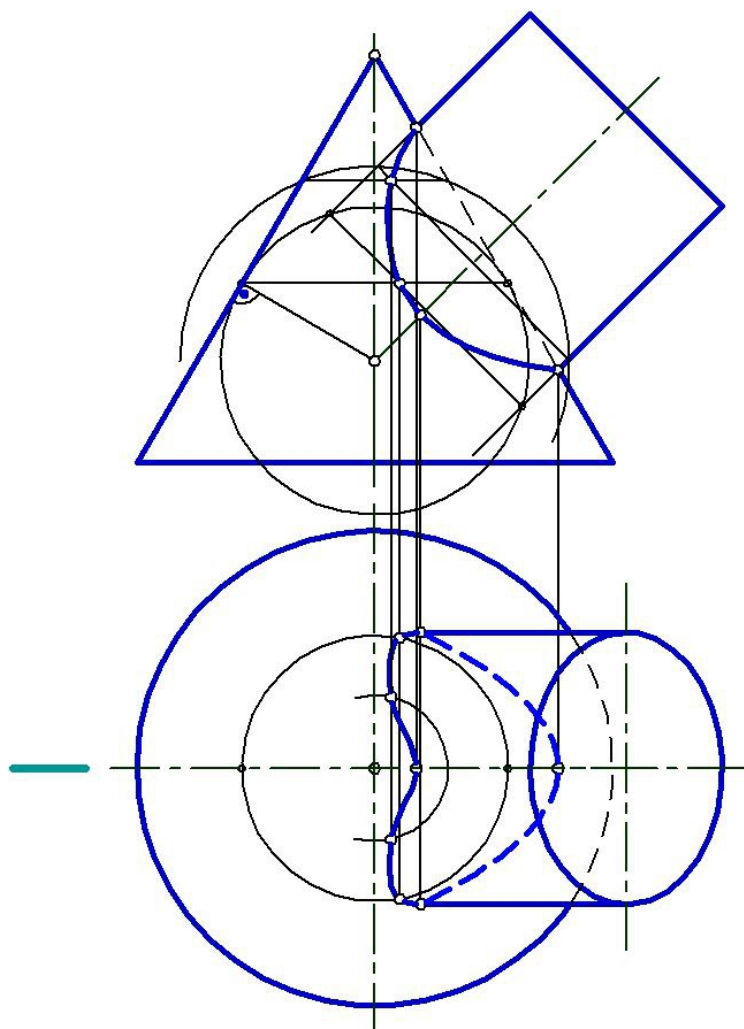


ГОСУДАРСТВЕННОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ  
ВЫСШЕГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«САМАРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ АЭРОКОСМИЧЕСКИЙ  
УНИВЕРСИТЕТ имени академика С.П. КОРОЛЕВА»

## НАЧЕРТАТЕЛЬНАЯ ГЕОМЕТРИЯ

**Примеры решения типовых задач  
и задания для контрольных работ**



Самара 2005

ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО ПО ОБРАЗОВАНИЮ  
ГОСУДАРСТВЕННОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО  
ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«САМАРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ АЭРОКОСМИЧЕСКИЙ  
УНИВЕРСИТЕТ имени академика С.П. КОРОЛЕВА»

## **НАЧЕРТАТЕЛЬНАЯ ГЕОМЕТРИЯ**

**Примеры решения типовых задач  
и задания для контрольных работ**

Методические указания  
для студентов-заочников

Самара 2005

Составитель *Н.В. Савченко*

УДК 515.629.7(075)

**Начертательная геометрия. Примеры решения типовых задач и задания для контрольных работ:** Метод. указания для студентов-заочников/ Самар. гос. аэрокосм. ун-т; Сост. *Н.В. Савченко*. – Самара, 2005. 48 с.

Настоящие методические указания содержат рекомендации к решению задач по курсу «Начертательная геометрия», индивидуальные задания, типовые чертежи и список литературы, которые помогут студентам самостоятельно проработать материал и выполнить контрольные работы по установленной программе.

Указания предназначены для студентов заочной формы обучения. Разработаны на кафедре инженерной графики СГАУ.

Печатаются по решению редакционно-издательского совета Самарского государственного аэрокосмического университета.

Рецензент д-р техн. наук, проф. В.А. Григорьев

\*\*\*

Начертательная геометрия – одна из основных дисциплин, составляющих основу инженерного образования. Являясь теоретической базой построения чертежей, она в большей степени, чем другие дисциплины, развивает пространственное инженерное мышление. Знание ее законов, умение применять ее выводы к решению практических задач – необходимое условие подготовки квалифицированного инженера.

По учебному плану курс начертательной геометрии изучается студентами-заочниками путем прослушивания обзорных лекций, решения типовых геометрических задач на практических занятиях и самостоятельного выполнения ряда контрольных работ.

Для проверки усвоения курса проводится экзамен.

В настоящем пособии приводится рабочая программа курса, излагается содержание контрольных работ и даются указания к их выполнению. Также пособие имеет приложения, которые содержат образцы выполнения и оформления контрольных работ, а также графические условия задач, разработанные на кафедре инженерной графики СГАУ.

### **Рабочая программа курса начертательной геометрии**

**Тема 1.** Методы проецирования.

1. Центральное и параллельное проецирование.
2. Основные свойства параллельного проецирования.

**Тема 2.** Точка, прямая, плоскость.

1. Пространственная модель координатных плоскостей проекций. Комплексный чертеж Монжа. Проецирование точки на две и три плоскости.
2. Прямая, ее положение относительно плоскостей проекций.
3. Плоскость, способы ее задания. Классификация плоскостей.

**Тема 3.** Метрические и позиционные задачи.

1. Взаимное положение прямых.
2. Принадлежность прямой и точки плоскости.
3. Пересечение прямой с плоскостью.
4. Пересечение плоскостей.
5. Натуральная длина отрезка прямой, углы наклона его к плоскостям проекций. Метод прямоугольного треугольника.
6. Проецирование прямого угла. Перпендикулярность прямых и плоскостей.

**Тема 4.** Способы преобразования комплексного чертежа.

1. Четыре основные задачи.
2. Метод замены плоскостей проекций.
3. Вращение вокруг линии уровня.



**Тема 5. Поверхности.**

1. Пересечение прямой с поверхностью.
2. Пересечение плоскости с поверхностью.
3. Построение развертки многогранника.
4. Пересечение поверхностей.

**Тема 6. Аксонометрическое проецирование.**

Таблица 1

**Перечень контрольных работ для студентов,  
имеющих полный срок обучения**

№ темы	Содержание работы	Формат листа	Кол-во листов
	<b>1 курс, 1 семестр</b> <b>Контрольная работа №1</b> <b>«Метрические и позиционные задачи»</b>		2
1, 2, 3	Взаимное расположение плоскостей	A3	1
4	Способы преобразования чертежа	A3	1
5	<b>Контрольная работа №2</b> <b>«Поверхности»</b>		2
	Пересечение многогранника плоскостью и построение раз- вертки	A3	1
	Пересечение поверхностей	A3	1

Таблица 2

**Перечень контрольных работ для студентов, имею-  
щих сокращенный срок обучения**

№ темы	Содержание работы	Формат листа	Кол-во листов
	<b>1 курс, 1 семестр</b> <b>Контрольная работа №1</b> <b>«Метрические и позиционные задачи»</b>		2
1, 2, 3	Взаимное расположение плоскостей	A3	1
4	Способы преобразования чертежа	A3	1
5	<b>Контрольная работа №2</b> <b>«Поверхности»</b>		2
	Пересечение многогранника плоскостью и построение раз- вертки	A3	1
	Пересечение поверхности вращения плоскостью	A3	1

Таблица 3.

## Варианты заданий

№ в-та	А			В			С			D		
	x	y	z	x	y	z	x	y	z	x	y	z
1	70	10	60	40	50	10	10	20	30	20	60	65
2	20	45	25	25	5	60	65	30	5	55	45	70
3	90	20	20	30	10	50	10	50	10	60	55	60
4	30	50	80	50	20	55	0	10	40	40	80	20
5	65	10	20	10	20	0	0	60	60	20	70	70
6	100	30	10	60	10	60	20	50	20	90	50	70
7	50	60	10	80	10	35	10	25	45	65	65	60
8	60	20	10	35	0	45	10	80	0	70	60	50
9	95	20	25	20	10	50	65	65	5	80	60	60
10	60	5	35	50	40	5	20	15	50	25	0	0
11	30	15	50	85	50	40	55	80	0	30	60	65
12	74	40	0	35	20	50	15	50	40	60	60	45
13	30	10	50	10	50	0	90	25	15	65	60	55
14	90	50	20	60	15	50	20	70	40	30	0	0
15	85	15	40	40	55	0	20	10	20	15	40	55
16	90	30	10	40	20	35	30	70	0	70	80	50
17	60	15	35	20	15	50	50	40	5	55	55	55
18	10	30	40	75	5	40	30	0	5	50	35	50
19	80	40	70	60	5	20	30	90	50	90	55	35
20	20	20	45	60	5	35	45	45	5	65	45	60
21	10	25	5	40	50	60	60	5	20	60	50	0
22	20	10	40	50	60	10	80	20	55	30	65	65
23	75	35	30	30	45	50	15	60	10	70	65	70
24	85	50	20	45	5	55	20	25	5	25	50	50
25	70	60	10	40	10	50	10	30	20	20	65	60
26	30	10	10	10	50	50	90	25	25	65	55	60
27	90	10	30	40	35	20	30	0	70	70	50	80
28	30	80	50	50	55	20	0	40	10	40	20	80
29	50	10	30	80	60	10	10	20	50	65	70	50
30	60	35	5	50	5	40	20	50	15	25	0	0

# ОБЩИЕ МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

## Методика решения задач

Задачи, решаемые в контрольных работах комплексные, состоящие из ряда элементарных позиционных и метрических задач. Решение их можно разбить на следующие этапы:

1. Проработка соответствующих разделов курса по лекциям и учебнику. (Список рекомендуемой литературы приведен в конце настоящего пособия).
2. Анализ задачи.
3. Составление плана решения.
4. Выполнение решения на комплексном чертеже.
5. Проверка полученных результатов.

Ниже приводятся указания к решению задач, подобных задачам контрольной работы.

## Требования к оформлению контрольных работ

Контрольные работы выполняются на отдельных листах чертежной бумаги ватман формата А3 (297мм×420мм). Все построения ведутся карандашом с применением чертежных инструментов. Линии построений должны быть сохранены. Окончательное решение обводится цветным карандашом.

Необходимо следовать Государственным стандартам на линии и шрифты (ГОСТ 2.203-68 и ГОСТ 2.304-81 ЕСКД). При этом проекции заданных и найденных фигур вычерчиваются сплошными основными линиями (толщина 0,8 – 1,0мм); оси проекций, линии связи, линии вспомогательных построений – сплошные тонкие (толщина 0,3 – 0,5 мм).

При выполнении данных контрольных работ следует использовать обозначения, приведенные в Приложении 1. Образцы оформления контрольных работ приведены в Приложении 2.

## Порядок приема контрольных работ

Каждая контрольная работа строго в установленные сроки передается на рецензирование. Студент получает от преподавателя за хорошо или удовлетворительно выполненную работу карточку с отметкой о зачете контрольной работы, либо замечания по работам которые должны быть устранены.

На рецензирование принимаются только полностью скомплектованные и оформленные работы.

***При отсутствии зачтенных контрольных работ студент до экзамена не допускается!***

## УКАЗАНИЯ К РЕШЕНИЮ КОНТРОЛЬНЫХ РАБОТ

### Контрольная работа №1. «Метрические и позиционные задачи»

В контрольной работе №1 необходимо решить 4 комплексные задачи, каждая из которых выполняется отдельным построением независимо друг от друга.

Координаты точек  $ABCD$  следует брать из таблицы 3 в соответствии с номером варианта.

**Задача 1.** Провести плоскость  $\Theta$ , параллельную заданной плоскости  $\Sigma(ABC)$  и удаленную от нее на расстоянии 30 мм.

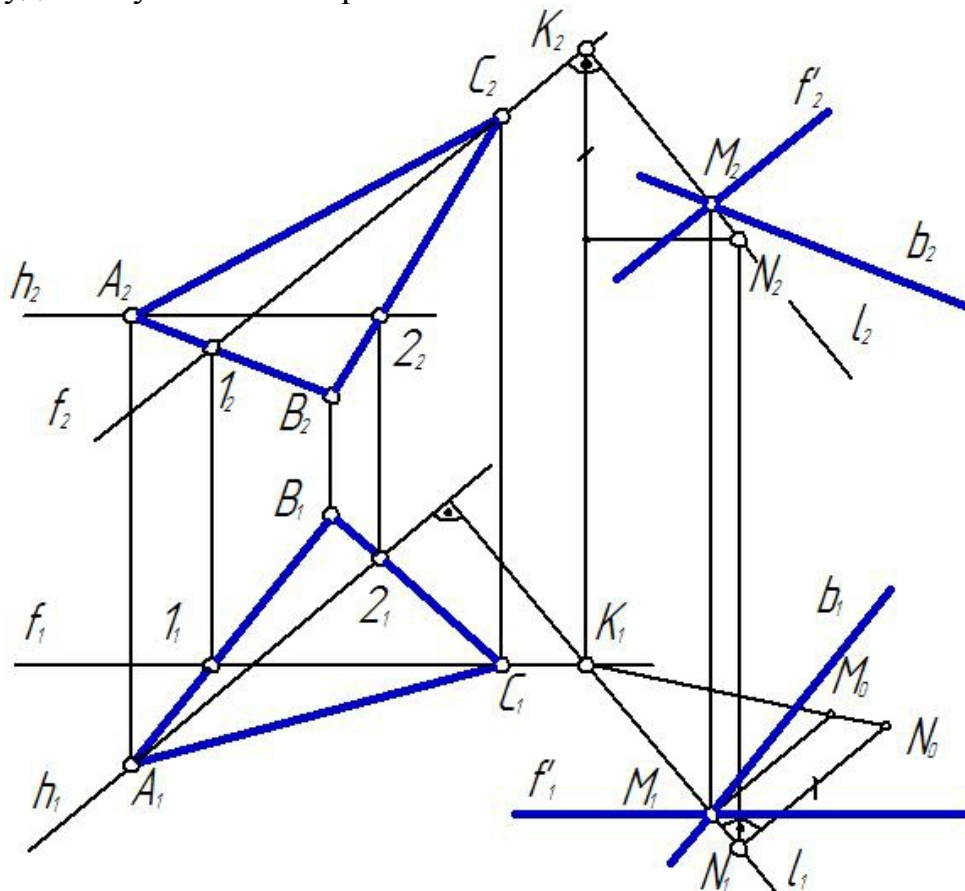


Рис. 1. Построение параллельных плоскостей

#### Анализ задачи:

Для того чтобы построить плоскость на определенном расстоянии от заданной плоскости, необходимо найти точку, отстоящую от нее на этом расстоянии. Следовательно, в укрупненном виде ход решения задачи будет выглядеть следующим образом:

1. Из любой точки, принадлежащей пл.  $\Sigma(ABC)$ , необходимо восстановить перпендикуляр.
2. Найти на перпендикуляре точку, отстоящую от плоскости  $\Sigma(ABC)$  на расстоянии 30 мм.

3. Провести через полученную точку плоскость  $\Theta$ , параллельную плоскости  $\Sigma(ABC)$ .

**Решение:**

1. Построение перпендикуляра к плоскости  $\Sigma$ .
  - 1) В плоскости  $\Sigma$  проводятся линии уровня – горизонталь  $h$  и фронталь  $f$ .
  - 2) Выбирается точка  $K$ , принадлежащая плоскости  $\Sigma$ .
  - 3) Через точку  $K$  проводится перпендикуляр  $l$  к плоскости  $\Sigma$ . Фронтальная проекция перпендикуляра должна быть перпендикулярна фронтальной проекции фронтали, а горизонтальная проекция – перпендикулярна горизонтальной проекции горизонтали ( $l_2 \perp f_2; l_1 \perp h_1$ ).
2. Нахождение точки, отстоящей от плоскости на расстоянии 30 мм:
  - 1) На перпендикуляре выбирается произвольная точка  $M$  и методом прямоугольного треугольника находится натуральная длина отрезка  $MK$ .
  - 2) На гипотенузе прямоугольного треугольника (истинной величине отрезка  $MK$ ) откладывается заданное расстояние 30 мм, измеряемое отрезком  $K_1N_0$ , и, используя свойство параллельных проекций (отношение отрезков прямых линий равно отношению их проекций) строятся проекции точки  $N$ .
3. Через точку  $N$  проводится плоскость  $\Theta$ , параллельная заданной плоскости.

**Задача 2.** Через точку  $D$  провести плоскость  $\Omega$ , перпендикулярную заданной плоскости  $\Sigma(ABC)$  и проходящую через одну из ее вершин. Найти линию пересечения двух плоскостей.

**Анализ задачи:**

1. Искомая плоскость  $\Omega$  должна удовлетворять двум условиям: быть перпендикулярной заданной плоскости и проходить через одну из ее вершин.

Одна плоскость перпендикулярна другой, если она содержит перпендикуляр к этой плоскости. Следовательно, чтобы заданные условия были соблюдены, необходимо новую плоскость задать двумя пересекающимися прямыми, одна из которых будет отвечать условию перпендикулярности, а другая - проходить через вершину  $\Delta ABC$ .

2. Линия пересечения двух плоскостей определена, если известны две точки, принадлежащие как первой, так и второй плоскости. Т.к. плоскость  $\Omega$  содержит прямую, проходящую через вершину  $\Delta ABC$ , одна общая точка двух пересекающихся плоскостей определена изначально. Следовательно, для построения линии пересечения необходимо найти только одну общую точку.

**Решение:**

1. Построение плоскости  $\Omega(m \cap n)$ :
  - 1) В плоскости  $\Sigma(ABC)$  проводятся произвольные фронталь  $f$  и горизонталь  $h$ .
  - 2) Из точки  $D$  опускается перпендикуляр  $m$  к плоскости  $\Sigma(ABC)$  ( $m_2 \perp f_2; m_1 \perp h_1$ ).
  - 3) Через точку  $D$  и одну из вершин  $\Delta ABC$  (например, точку  $A$ ) проводится прямая  $n$ .

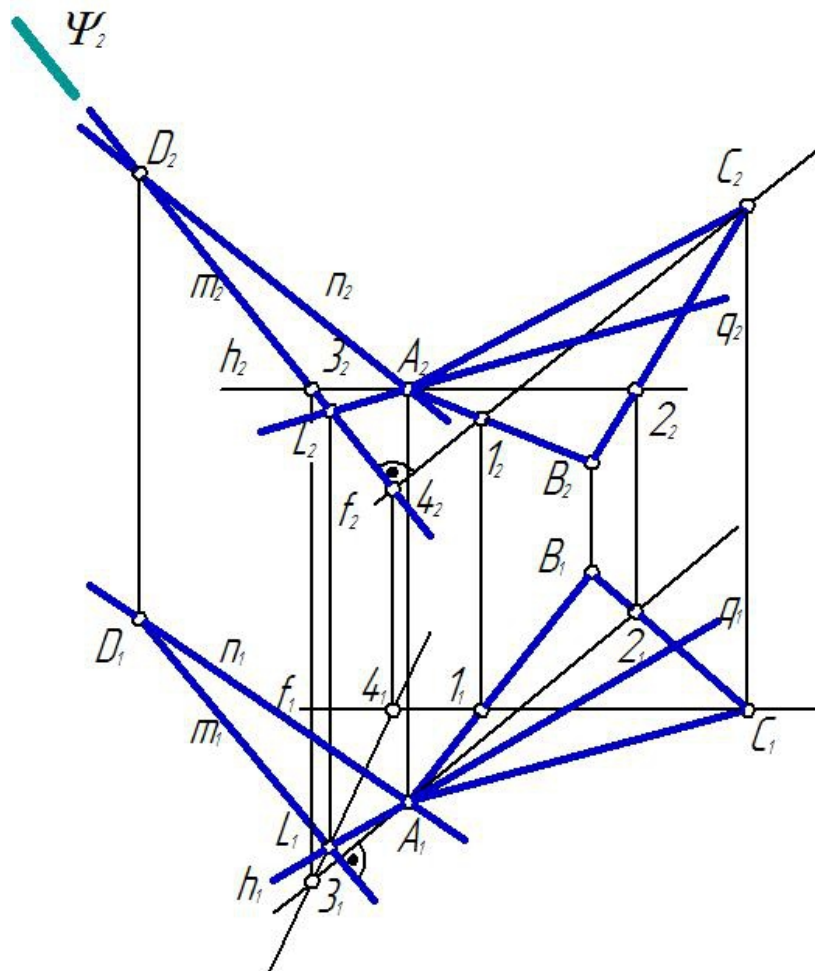


Рис. 2 Построение перпендикулярных плоскостей

2. Построение линии пересечения плоскости  $\Sigma(ABC)$  и плоскости  $\Omega(m \cap n)$ :

- 1) Через прямую  $m$  проводится дополнительная проецирующая плоскость  $\Psi$  ( $\Psi_2$ ).
- 2) Плоскости  $\Sigma(ABC)$  и  $\Psi$  ( $\Psi_2$ ) пересекаются по прямой (3-4).
- 3) На пересечении прямой (3-4) и прямой  $m$  находится точка  $L$ , являющаяся точкой пересечения прямой  $m$  с плоскостью  $\Sigma(ABC)$ .
- 4) Прямая  $q$ , проходящая через точки  $A$  и  $L$ , является линией пересечения плоскостей  $\Sigma(ABC)$  и  $\Omega(m \cap n)$ .

**Задача 3.** Методом вращения вокруг линии уровня определить натуральную величину  $\Delta ABC$ .

**Анализ задачи:**

Плоская фигура проецируется без искажения на ту плоскость проекций, которой она параллельна. Т.к.  $\Sigma(ABC)$  – плоскость общего положения, то комплексный чертеж следует преобразовать таким образом, чтобы она заняла положение, параллельное одной из плоскостей проекций. Наиболее рациональным преобразованием является вращение вокруг линии уровня (горизонтали или фронтали), т.к. при этом необходимо найти новое положение только для одной точки плоскости. Новое положение плоскости будет задано новым положением этой точки и осью вращения.

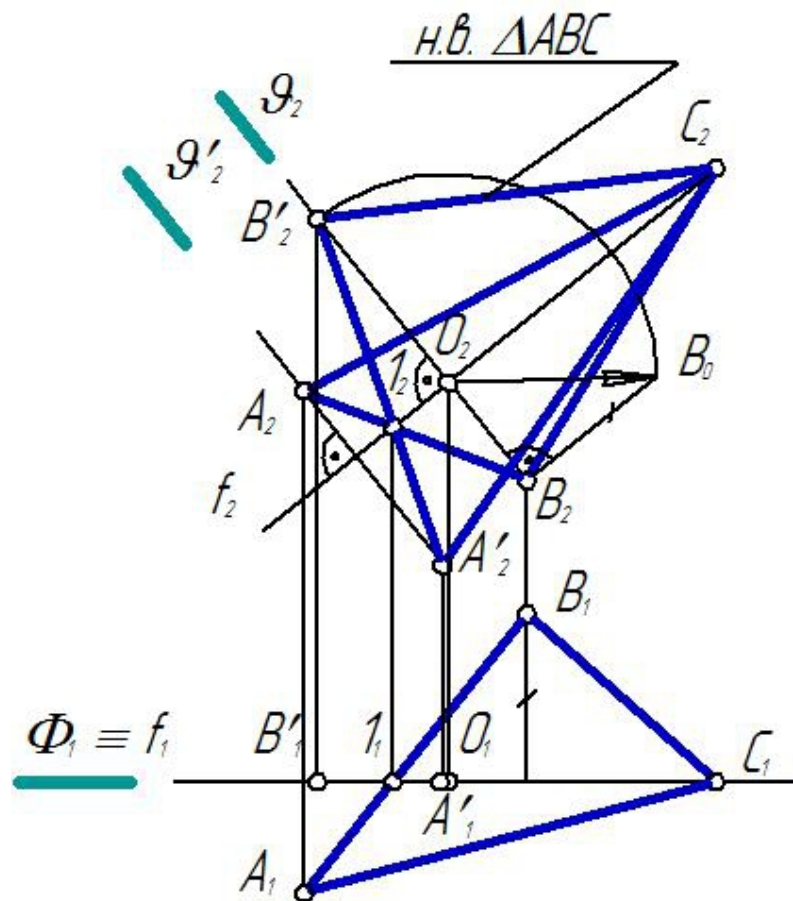


Рис. 3. Определение натуральной величины  $\Delta ABC$

**Решение:**

1. В плоскости  $\Delta ABC$  через вершину  $C$  необходимо провести фронталь  $f$ .
2.  $\Delta ABC$  поворачивается вокруг оси  $f$  до совмещения с фронтальной плоскостью  $\Phi$  ( $\Phi_1$ ). Точки  $C$  и  $I$  остаются неподвижными. Вокруг фронтали вращается точка  $B$ :
  - 1) Через точку  $B$  проводится фронтально-проецирующая плоскость  $\mathcal{G}$  ( $\mathcal{G}_2$ ), перпендикулярная оси вращения ( $\mathcal{G}_2 \perp f_2$ ).
  - 2) На пересечении плоскости  $\mathcal{G}$  ( $\mathcal{G}_2$ ) с фронталью  $f$  находится центр вращения – точка  $O$ .
  - 3) Методом прямоугольного треугольника определяется натуральная величина радиуса вращения

$$R_B = |OB| = |O_2B_0|$$

- 4) Точка  $B$  поворачивается в плоскость  $\Phi$  ( $\Phi_1$ ) и занимает положение  $B'$ .
- 5) Положение проекции точки  $A'_2$  определяется как точка пересечения следа плоскости  $\mathcal{G}$  ( $\mathcal{G}'_2$ ) с фронтальной проекцией линии  $(B'-I)$ .
3. Плоскость  $\Delta A'B'C$  параллельна фронтальной плоскости проекций. Следовательно проекция  $A'_2B'_2C_2$  является натуральной величиной  $\Delta ABC$ .

**Задача 4.** Методом замены плоскостей проекций определить натуральную величину угла между плоскостями  $\Sigma(ABC)$  и  $E(ABD)$ .

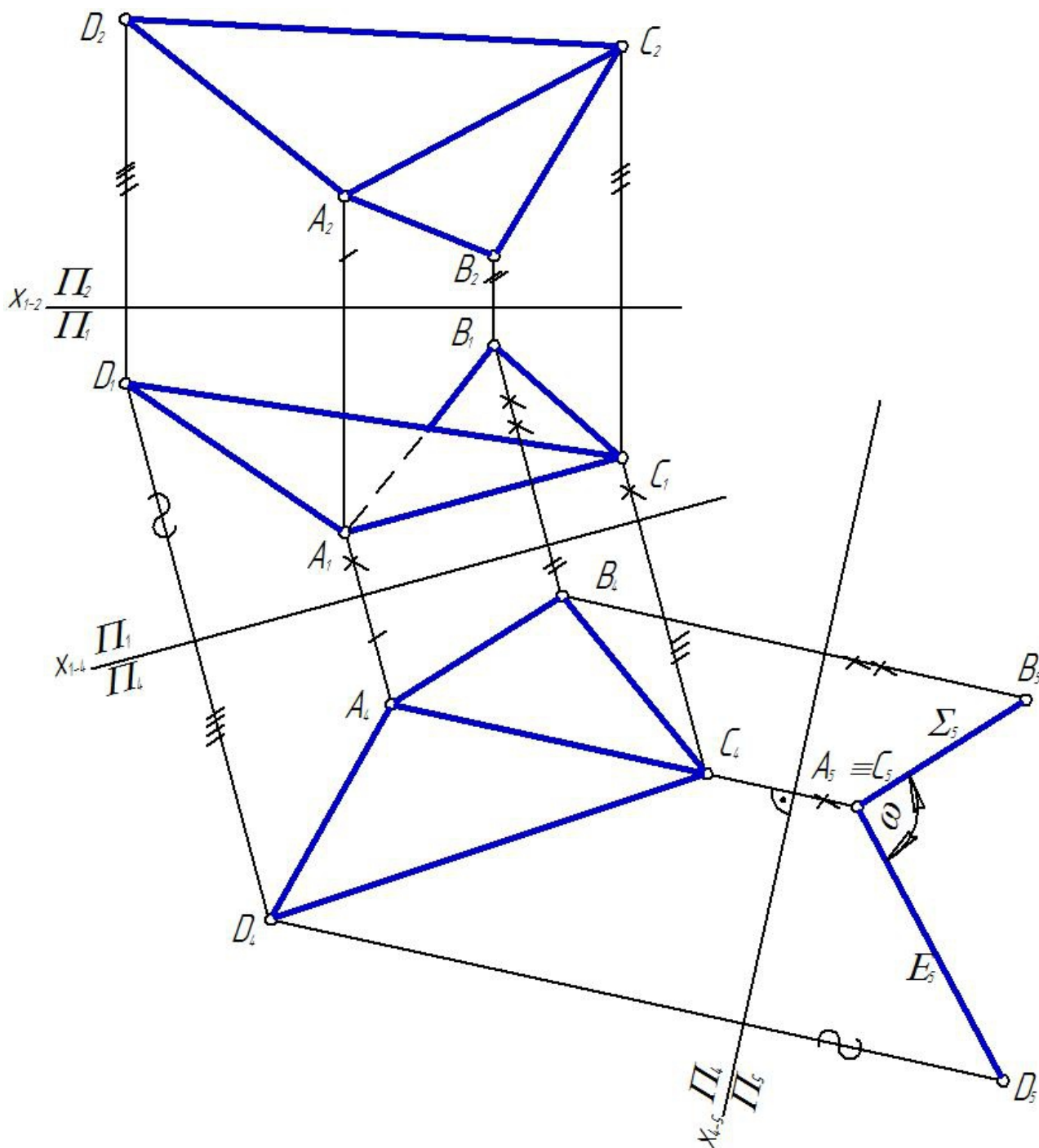


Рис. 4. Определение натуральной величины двугранного угла

**Анализ задачи:**

Натуральную величину двугранного угла можно найти, если обе плоскости  $\Sigma(ABC)$  и  $E(ABD)$  будут перпендикулярны какой-либо плоскости проекций. Заданные плоскости являются плоскостями общего положения. Для того, чтобы они стали проецирующими необходимо сделать проецирующей по отношению



к какой-либо плоскости проекций линию их пересечения. Т.к. Прямая  $AB$  - прямая общего положения, то необходимо сделать две последовательные замены плоскостей проекций. С помощью первого преобразования сделать прямую  $AB$  линией уровня, с помощью второго – преобразовать ее в проецирующую прямую.

**Решение:**

1. Проводятся оси проекций.
2. Заменяется система плоскостей  $\frac{\Pi_2}{\Pi_1} \rightarrow \frac{\Pi_4}{\Pi_1}$ . Новая плоскость  $\Pi_4$  выбирается параллельно отрезку  $AB$ . Для этого новую ось проекций строят параллельно горизонтальной проекции этого отрезка  $x_{1-4} \parallel A_1 B_1$ .
3. Для построения новых проекций точек необходимо провести линии связи перпендикулярно оси  $x_{1-4}$  и отложить на них расстояния равные расстоянию от точек до горизонтальной плоскости проекций  $|A_2 x_{1-2}| = |A_4 x_{1-4}|$ .
4. Заменяется система плоскостей  $\frac{\Pi_1}{\Pi_4} \rightarrow \frac{\Pi_5}{\Pi_4}$ . Новая плоскость  $\Pi_5$  выбирается перпендикулярно отрезку  $AB$ . Для этого новую ось проекций строят перпендикулярно проекции этого отрезка  $x_{4-5} \perp A_4 B_4$ . Проводятся линии связи, на которых откладываются расстояния измеренные от горизонтальных проекций точек до оси  $x_{4-5}$  ( $|A_1 x_{1-4}| = |A_5 x_{4-5}|$ ).
5. Угол  $\omega$  - угол между следами плоскостей  $\Sigma_5$  и  $E_5$  является искомым.

## **Контрольная работа №2. «Поверхности»**

По теме № 5 решаются две графические работы: «Построение линии пересечения многогранника плоскостью», «Построение линии пересечения поверхности вращения плоскостью» или «Пересечение поверхностей», выполняемые на отдельных листах формата А3. Варианты заданий приведены в приложениях № 3, 4, 5.

### **Графическая работа № 1: «Построение линии пересечения многогранника плоскостью»:**

**Задано:**

1. Многогранник (призма или пирамида) в системе двух плоскостей проекций.
2. Секущая плоскость общего или частного положения.

**Требуется:**

1. Построить сечения заданной поверхности плоскостью методом ребер или граней.
2. Определить натуральную величину сечения.
3. Построить развертку нижней отсеченной части поверхности.

Построение линии пересечения поверхности с плоскостью начинают с нахождения особых (опорных) точек. Для многогранника это точки пересечения

ребер и сторон его основания с заданной плоскостью (если построение ведется «способом ребер») или линии пересечения граней и основания многогранника с плоскостью (если построение ведется «способом граней»).

Для улучшения наглядности изображения необходимо показать видимость:

- 1) сечения относительно поверхности многогранника и выделить его цветным карандашом;
- 2) поверхности относительно заданной плоскости;
- 3) геометрических элементов, которыми задана плоскость относительно поверхности многогранника.

Видимые линии показываются сплошными толстыми линиями, невидимые – пунктиром.

Видимость определяется методом конкурирующих точек.

Натуральную величину сечения следует определять вращением вокруг линии уровня, другие необходимые для построения развертки натуральные величины – методом замены плоскостей проекций или методом прямоугольного треугольника.

**Пример:** Построить линию пересечения трехгранной пирамиды  $SABC$  плоскостью общего положения  $\Sigma (h \cap f)$ . Построить развертку нижней отсеченной части пирамиды.

#### **Анализ задачи:**

Основание пирамиды принадлежит горизонтальной плоскости проекций, его горизонтальная проекция является натуральной величиной.

Плоскость задана таким образом, что пересекает только боковую поверхность пирамиды. Следовательно, сечение будет иметь треугольную форму. Т.к. горизонталь плоскости  $h$  проходит через одну из вершин основания, то одна из точек сечения известна – точка  $C$ . Остальные точки сечения можно найти с помощью дополнительных секущих плоскостей.

#### **Решение:**

1. Построение линии сечения:

- 1) Через ребро  $SA$  проводится вспомогательная плоскость  $\Lambda (\Lambda_2)$ .
- 2) Плоскость  $\Lambda (\Lambda_2)$  пересекается с плоскостью  $\Sigma (h \cap f)$  по прямой  $(1-2)$ .
- 3) Прямая  $(1-2)$  пересекается с ребром  $SA$  в точке  $K$ .
- 4) Третья точка сечения (точка  $N$ ) находится с помощью плоскости  $\Lambda' (\Lambda'_2)$ , проходящих через ребро  $SB$ .

2. Нахождение натуральной величины сечения:

- 1) В качестве оси вращения выбирается горизонталь плоскости  $h$ .
- 2) Точки вершин сечения  $K$  и  $N$  вращаются в горизонтально-проецирующих плоскостях  $\Theta (\Theta_1)$  и  $\Theta' (\Theta'_1)$ , перпендикулярных оси вращения.
- 3) Точка  $O (O_1; O_2)$  – центр радиуса вращения точки  $K$ . Методом прямоугольного треугольника находят радиус вращения этой точки.

$$R_K = |KO| = |K_0O_1|$$

- 4) При построении натуральной величины сечения  $CKN$  использована горизонтальная проекция точки  $5$ , являющейся точкой пересечения прямой, проходящей через отрезок  $KN$  с горизонталью  $h$ .

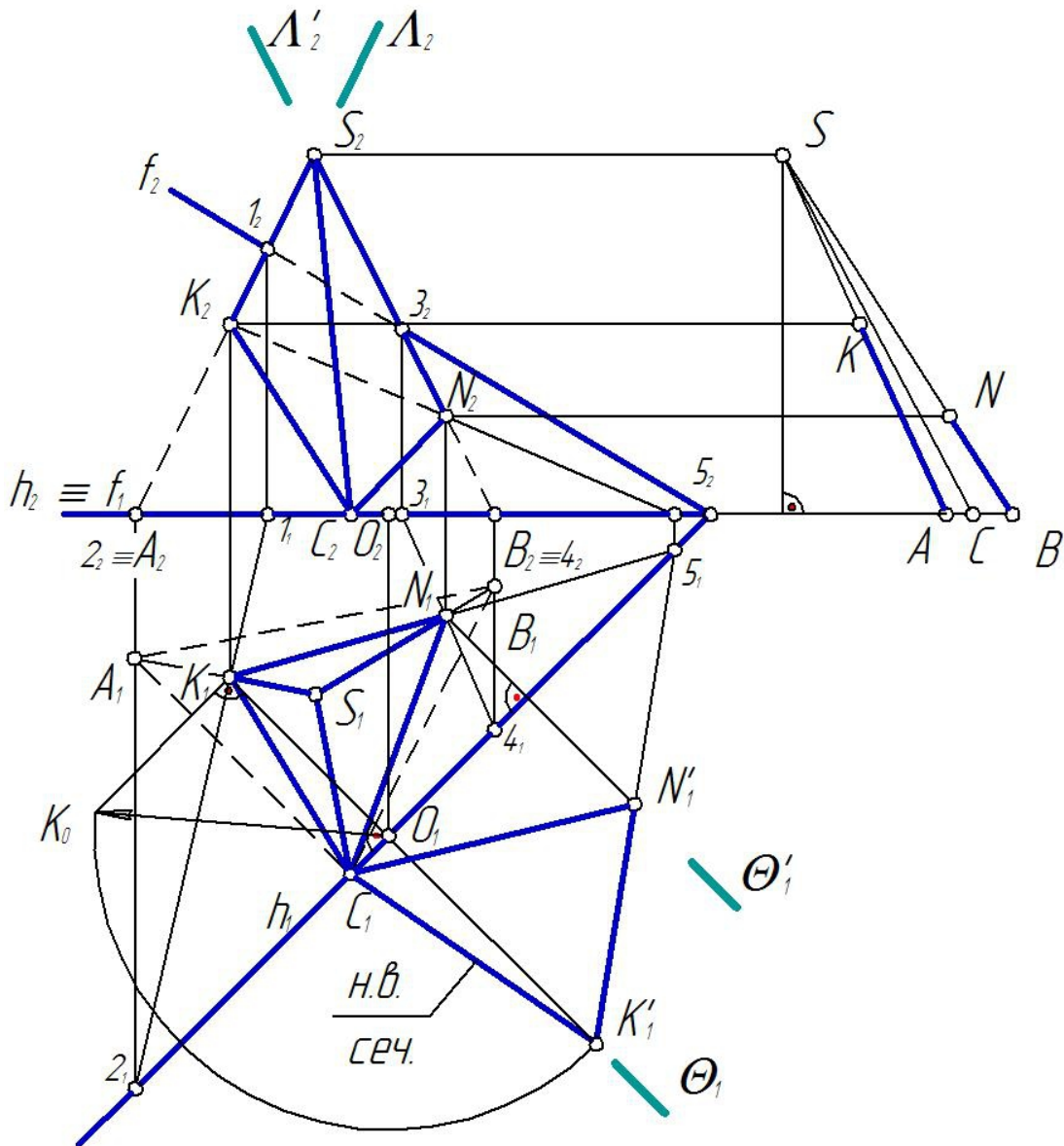


Рис 5. Построение сечения пирамиды  $SABC$  плоскостью  $\Sigma (h \cap f)$

### 3. Построение развертки:

- 1) Методом прямоугольного треугольника находятся длины ребер пирамиды. Т.к. разность высот от концов отрезка до горизонтальной плоскости проекций  $\Pi_l$  у всех трех ребер одна и равна высоте пирамиды, катет прямоугольного треугольника, равный этой величине, целесообразней начертить в стороне от изображения, правее фронтальной проекции пирамиды. Второй катет равен горизонтальным проекциям ребер. Для определения натуральной величины отрезков  $AK$  и  $BN$ , необходимо провести горизонтальные вспомогательные линии до пересечения с гипотенузами прямоугольных треугольников.
- 2) Развертка строится способом треугольников с использованием приема засечек.

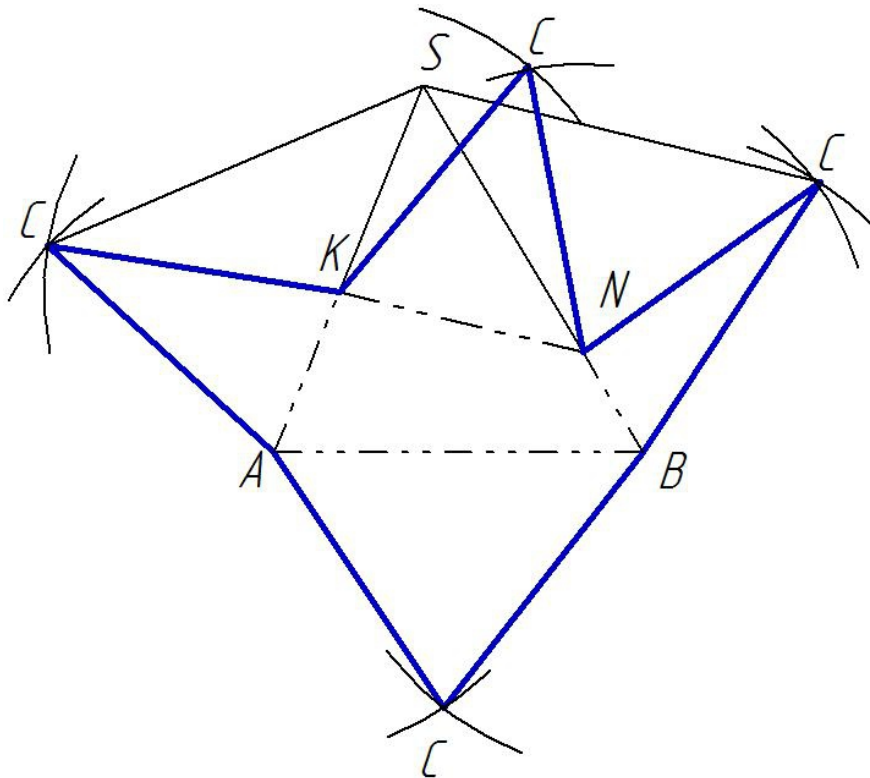


Рис. 6. Развертка нижней отсеченной части поверхности пирамиды

**Графическая работа №2: «Построение линии пересечения поверхности вращения плоскостью»** (только для сокращенной формы обучения)

**Задано:**

1. Поверхность вращения (цилиндр, конус или сфера) в системе двух плоскостей проекций.
2. Секущая плоскость общего или частного положения.

**Требуется:**

1. Построить сечения заданной поверхности плоскостью.
2. Определить видимость сечения, поверхности и плоскости.
3. Определить натуральную величину сечения методом замены плоскостей проекций.

Для поверхности вращения характерными точками сечения являются следующие пары точек:

- высшая и низшая точки сечения;
- ближайшая и наиболее удаленная точки;
- точки границы видимости.

Точки, принадлежащие сечению, находят с помощью дополнительных секущих плоскостей:

1. Выбирается плоскость частного положения, пересекающая поверхность по простым линиям (окружностям или прямым).
2. Находятся линия пересечения дополнительной плоскости с поверхностью и заданной плоскостью.

3. Определяются точки пересечения линий пересечения, являющиеся искомыми точками.

**Пример:** Построить линию пересечения цилиндра плоскостью общего положения  $\Sigma (h \cap f)$ .

**Анализ задачи:**

Заданная плоскость пересекает только боковую поверхность цилиндра, следовательно, сечение будет иметь форму эллипса. Т.к. цилиндр проецирующийся на  $\Pi_1$ , то горизонтальная проекция его сечения совпадает с горизонтальным очерком поверхности. Фронтальная проекция сечения строится исходя из принадлежности точек сечения заданной плоскости.

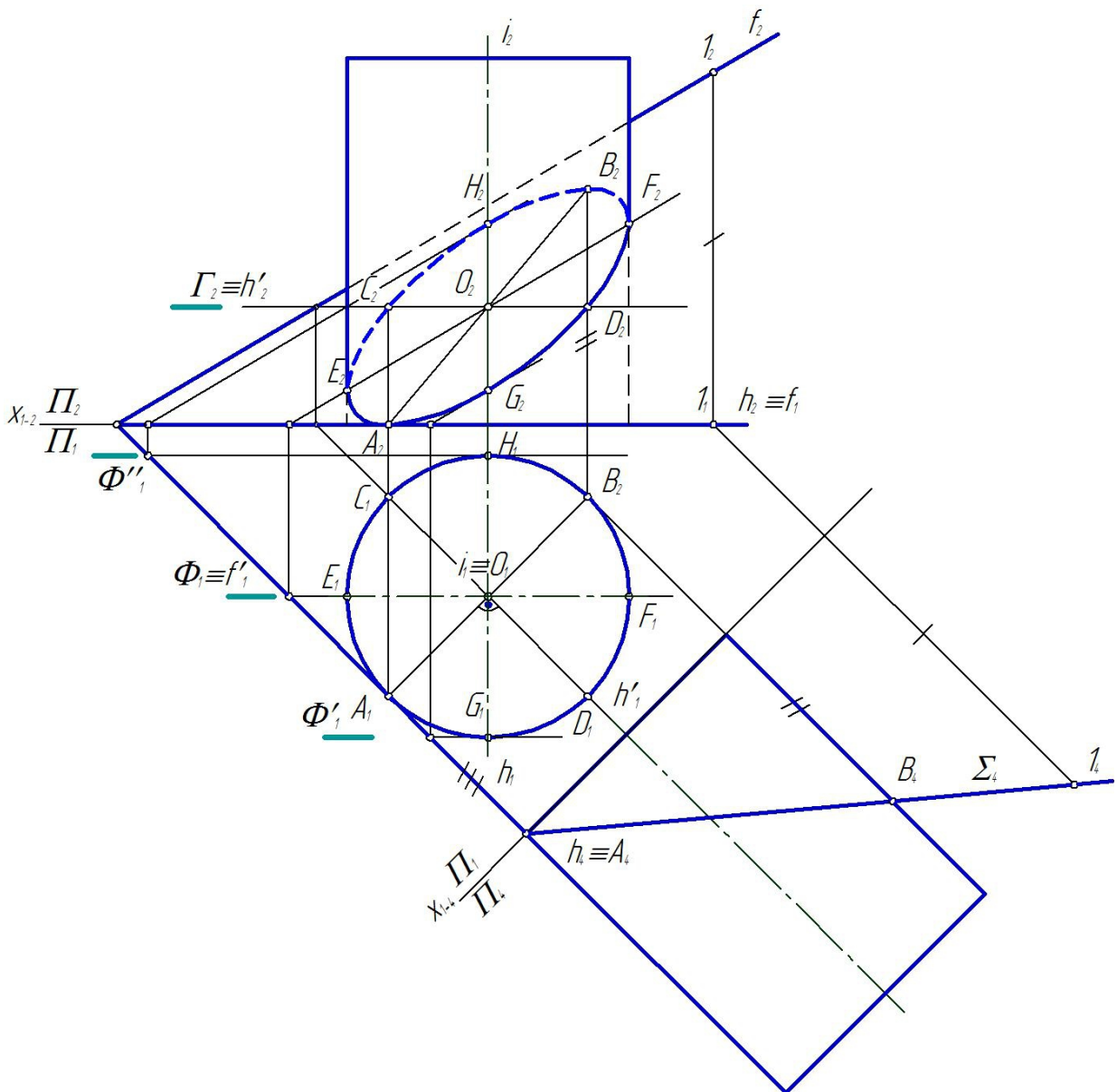


Рис. 7. Пересечение цилиндра плоскостью

**Решение:**

1. Построение точек большой оси эллипса  $AB$ :  
Высшая и низшая точки сечения находятся преобразованием заданной плоскости общего положения в проецирующую методом замены плоскостей проекций.
  - 1) Новая плоскость проекций  $\Pi_4$  должна быть перпендикулярна плоскости  $\Sigma(h \cap f)$ . Для этого ось проекции  $x_{1-4}$  чертится перпендикулярно горизонтальной проекции горизонтали.
  - 2) На пересечении следа плоскости  $\Sigma_4$  с очерком цилиндра находятся проекции точек большой оси эллипса.
2. Построение точек малой оси эллипса  $CD$ :
  - 1) Ось  $AB$  пересекает ось вращения  $i$  в точке  $O$ , которая является центром сечения.
  - 2) Через точку  $O$  проводится дополнительная горизонтальная плоскость  $\Gamma(\Gamma_2)$ , которая пересекает заданную плоскость  $\Sigma(h \cap f)$  по горизонтали  $h'$ .
  - 3) На пересечении горизонтального очерка цилиндра с горизонтальной проекцией прямой  $h_1'$  находятся проекции точек малой оси, фронтальные проекции точек определяются по линиям связи на следе плоскости  $\Gamma(\Gamma_2)$ .
3. Построение точек границы видимости  $E, F$  ведется с помощью фронтальной плоскости  $\Phi(\Phi_1)$ , проходящей через ось симметрии поверхности и пересекающей заданную плоскость по фронтали  $f'$ .
4. Ближайшая и наиболее удаленная точки  $H$  и  $G$  находятся также с помощью фронтальных плоскостей, касательных к поверхности цилиндра.
5. Полученные фронтальные проекции точек соединяются между собой с учетом видимости.
6. Определяется видимость цилиндра относительно плоскости и видимость плоскости относительно поверхности цилиндра.
7. Заменой плоскостей проекций находится натуральная величина сечения. Т.к. плоскость  $\Sigma(h \cap f)$  должна быть параллельна новой плоскости проекций, ось  $x_{4-5}$  строят параллельно следу плоскости  $\Sigma_4$ .

**Графическая работа №2: «Построение линии пересечения поверхностей»** (только для полной формы обучения)

Задания приведены в приложении № 5. К моменту выполнения графической работы должны быть проработаны все темы рабочей программы.

**Задано:** Две поверхности в системе двух плоскостей проекций.

**Требуется:** Определить линию пересечения поверхностей. Определить видимость линии сечения, а также видимость поверхностей относительно друг друга.

Задача решается способом вспомогательных секущих поверхностей, в качестве которых могут быть выбраны плоскости или сферы. Дополнительные

поверхности должны пересекать заданные поверхности по графически простым линиям (прямым или окружностям).

Построение линии пересечения следует начинать с нахождения характерных точек сечения: точек, проекции которых лежат на очерках заданных поверхностей; крайних правых и левых, высших и низших, ближайших и наиболее удаленных точек; точек границ видимости. Затем, если необходимо, находят промежуточные точки сечения.

Построение линии пересечения ведется по следующему алгоритму:

1. Вводится дополнительная поверхность  $\Theta$ , пересекающая заданные поверхности  $\Phi$  и  $\Phi'$  по линиям  $q$  и  $q'$ .
2. Находятся точки пересечения линий  $q$  и  $q'$ .
3. Указанные операции повторяют необходимое число раз, получая множество точек.
4. Через полученные точки строят линию пересечения с учетом видимости.

В качестве дополнительных секущих поверхностей используются сферы, если соблюдается ряд условий:

- 1) пересекающиеся поверхности являются поверхностями вращения;
- 2) оси поверхностей пересекаются;
- 3) поверхности имеют общую плоскость симметрии, параллельную одной из плоскостей проекций.

**Пример 1:** Построить линию пересечения конуса и трехгранной призмы.

#### **Анализ задачи:**

Задачу целесообразно решать с помощью дополнительных секущих плоскостей. Каждая из граней призмы пересекает боковую поверхность конуса, поэтому линия пересечения  $q$  распадается на три составляющие  $q'$ ,  $q''$ ,  $q'''$ , каждая из них имеет форму гиперболы.

Т.к. одна из заданных поверхностей (призма  $ABCA'B'C'$ ) проецирующая, решение задачи значительно упрощается: горизонтальная проекция линии пересечения  $q$  совпадет с горизонтальным очерком призмы  $A_1B_1C_1$ . Фронтальную и профильную проекции линии пересечения следует искать исходя из принадлежности их другой заданной поверхности (конусу).

#### **Решение:**

Линии  $q'$  и  $q'''$  симметричны, поэтому рассматривается построение только линии  $q'$ .

1. Построение низших точек сечения  $A$ ,  $B$ ,  $C$ :

Основание призмы вписано в основание конуса, поэтому горизонтальные проекции точек лежат на пересечении горизонтальных проекций оснований  $A_1$ ,  $B_1$ ,  $C_1$ .

2. Построение высших точек сечения  $D$ ,  $L$ :

- 1) Вводится дополнительная горизонтально-проецирующая плоскость  $\Sigma(\Sigma_I)$ , перпендикулярная грани  $ACA'C'$ , пересекающая конус по образующей  $I-S$ , а грань призмы по линии  $2-2'$ . На пересечении этих линий находится верхняя точ-



ка линии пересечения  $q'$  - точка  $D$ .

2) Верхняя точка линии сечения  $q''$  - точка  $L$  определяется построением на профильной плоскости проекций (профильная проекция точки  $L_3$  - точка пересечения профильных очерков поверхностей).

3. Построение точек, лежащих на границе видимости:

Точка  $E$  находится с помощью фронтальной плоскости уровня  $\Phi(\Phi_1)$ , которая пересекает поверхность конуса по очерковой образующей. Горизонтальная проекция этой точки находится на пересечении следа плоскости с горизонтальным очерком призмы, а фронтальная проекция лежит на фронтальном очерке конуса.

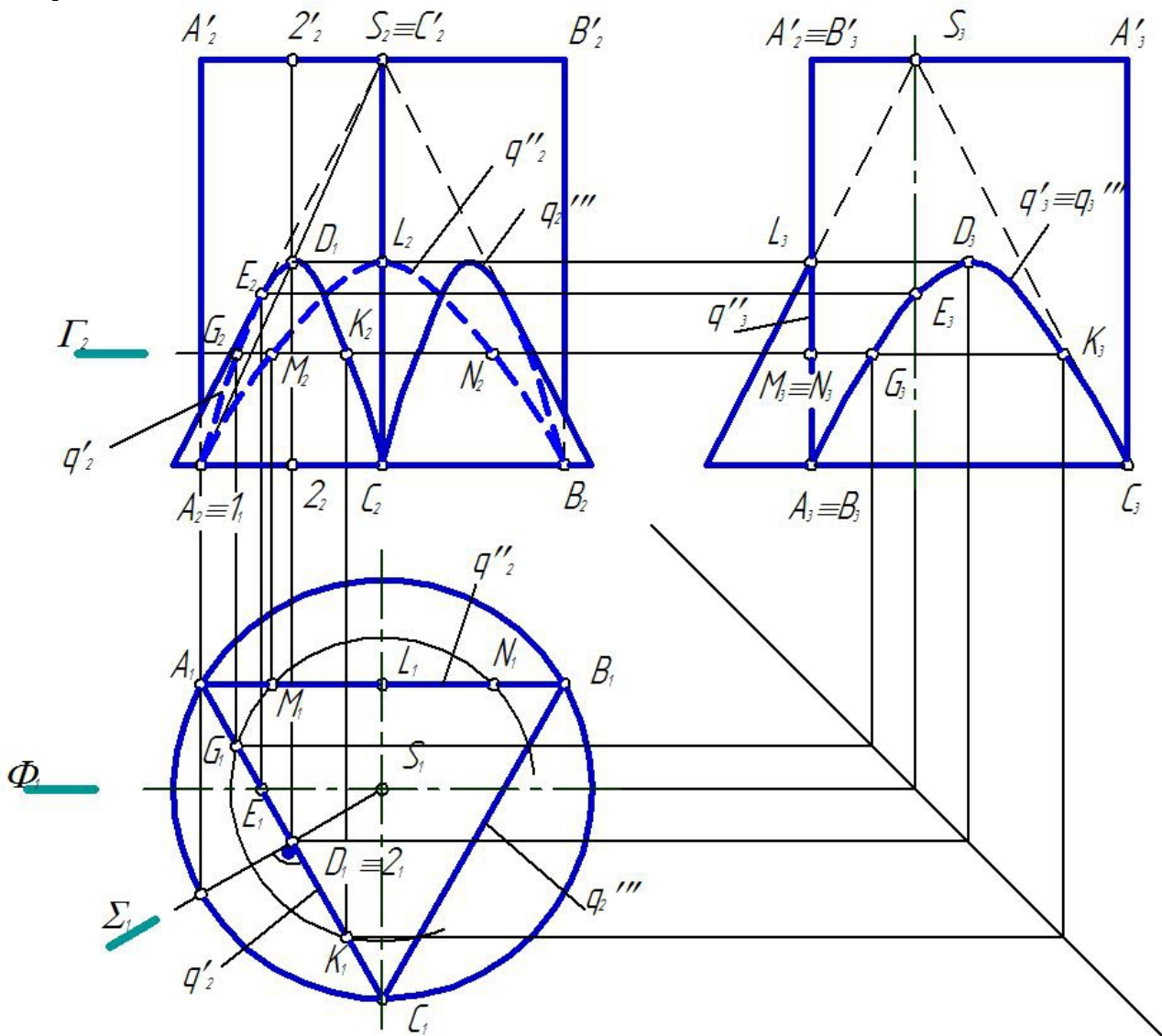


Рис. 8. Метод секущих плоскостей

4. Построение промежуточных точек:

Точки  $G, K, M, N$  строятся с помощью горизонтальной плоскости  $\Gamma(\Gamma_2)$ , которая пересекает конус по окружности. Горизонтальные проекции этих точек находятся на пересечении горизонтальной проекции окружности с горизонтальным очерком призмы.

5. Полученные точки соединяются между собой с учетом видимости сечения.



**Пример 2:** Построить линию пересечения конуса и наклонного цилиндра.

**Анализ задачи:**

Пересекающиеся поверхности являются поверхностями пересечения, их оси пересекаются, плоскость  $\Phi(\Phi_1)$  является плоскостью симметрии. Задачу целесообразно решать методом секущих сфер, центр которых должен находиться в точке пересечения осей  $O$ . При решении этой задачи первоначально строится фронтальная проекция линии пересечения, т.к. плоскость  $\Phi(\Phi_1)$  параллельна фронтальной плоскости проекций.

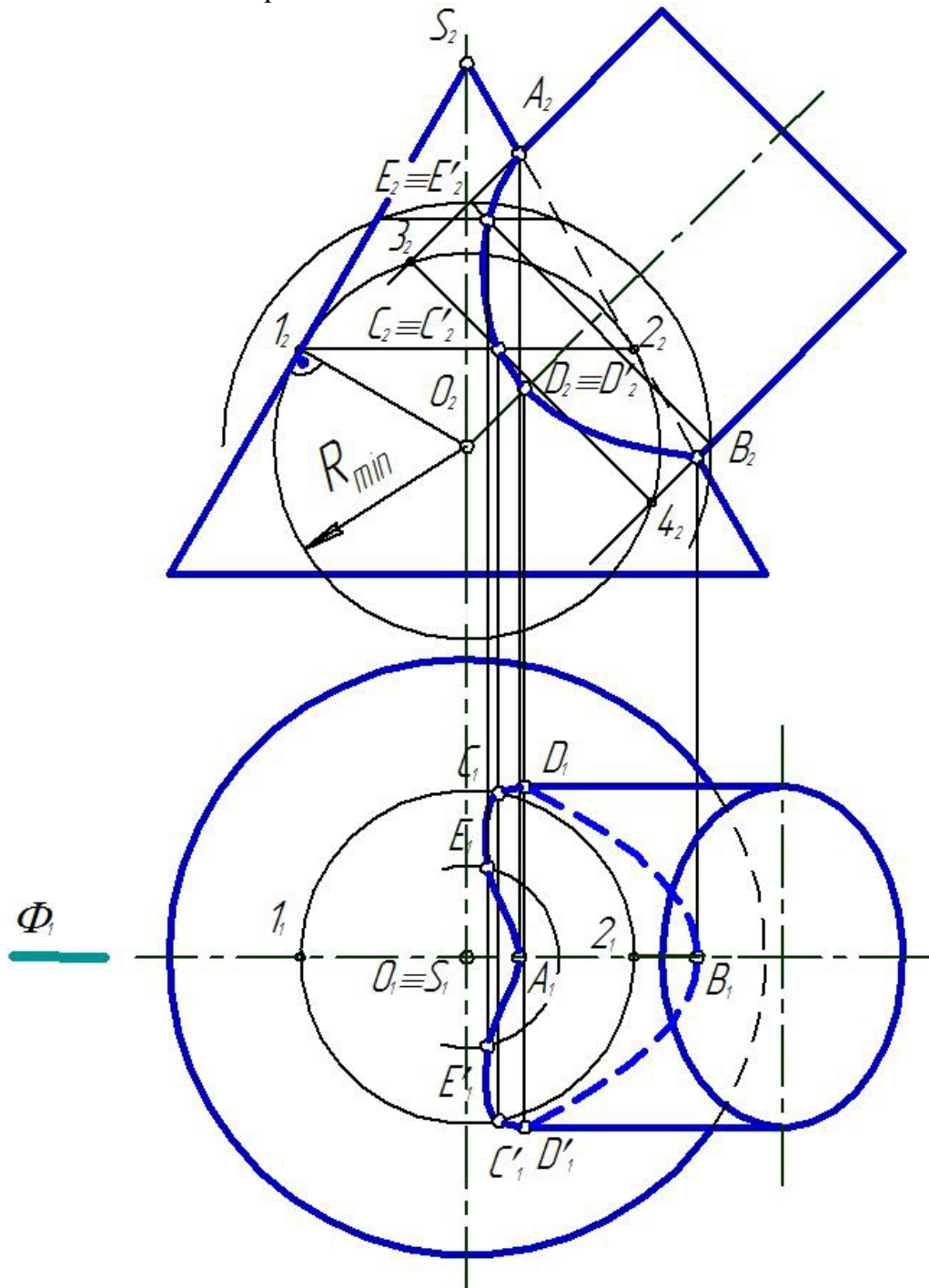


Рис. 9. Метод секущих сфер

**Решение:**

1. Определение высшей и низшей точек сечения  $A$  и  $B$ :

Фронтальные проекции этих точек лежат на пересечении фронтальных очерков поверхностей, а горизонтальные – на следе плоскости  $\Phi(\Phi_1)$ .

2. Построение секущей сферы с минимальным радиусом:

1) Из фронтальной проекции точки  $O$  проводится перпендикуляр к очерковой образующей конуса.

2) Строится сфера  $R_{\min} = |1O| = |1_2O_2|$ .

3) Сфера пересекает конус и цилиндр по окружностям, проецирующимся на фронтальную плоскость проекций в отрезки  $1_2 - 2_2$  и  $3_3 - 4_2$ . На пересечении этих окружностей находятся точки линии пересечения  $C$  и  $C'$ . Фронтальные проекции этих точек находятся на пересечении проекций  $1_2 - 2_2$  и  $3_3 - 4_2$ , а горизонтальные находятся с помощью линии связи на горизонтальной проекции линии пересечения сферы с конусом.

3. Промежуточные точки  $E$  и  $E'$  находятся аналогично.

4. Строится фронтальная проекция линии пересечения.

5. Точки границы видимости  $D$  и  $D'$  (ближайшая и наиболее удаленная точки):

1) Строятся фронтальные проекции точек, лежащие на пересечении фронтальной проекции линии пересечения с фронтальной проекцией образующих цилиндра.

2) По линии связи определяются их горизонтальные проекции.

6. Полученные горизонтальные проекции точек соединяются с учетом видимости.

### **Список рекомендуемой литературы:**

1. Бубенников А.В. Начертательная геометрия. М.: Высшая школа, 1985
2. Гордон В.О., Семенцов-Огиевский М.А. Курс начертательной геометрии. – М.: Машиностроение, 2000 г.
3. Нартова Л.Г., Якунин В.И. Начертательная геометрия: Учебник для вузов. М.: Дрофа, 2003
4. Фролов С.А. Начертательная геометрия. М.: Машиностроение, 1983

**Условные обозначения**

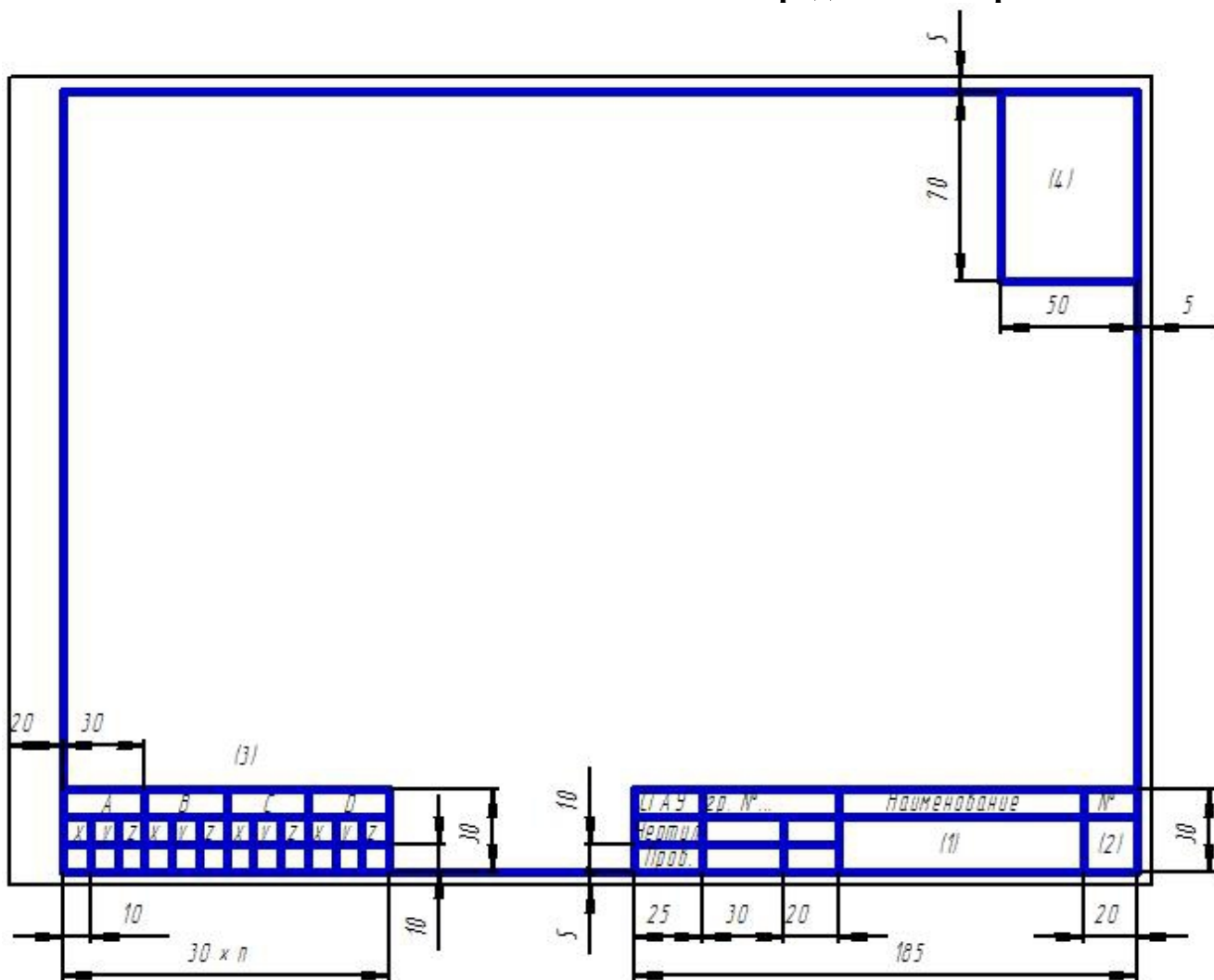
1. Плоскости проекций:  
 $\Pi_1$  - горизонтальная плоскость проекций;  
 $\Pi_2$  - фронтальная плоскость проекций;  
 $\Pi_3$  – профильная плоскость проекций.
2. Точки – прописные буквы латинского алфавита или арабские цифры (промежуточные точки):  $A, B, C...$  или  $1, 2, 3...$
3. Проекции точек:  
 $A_1, B_1, C_1...1_1, 2_1, 3_1...$  - горизонтальные проекции точек;  
 $A_2, B_2, C_2...1_2, 2_2, 3_2...$  - фронтальные проекции точек;  
 $A_3, B_3, C_3...1_3, 2_3, 3_3...$  - профильные проекции точек.
4. Прямые – строчные буквы латинского алфавита:  $a, b, c...$
5. Проекции прямых:  
 $a_1, b_1, c_1...$  - горизонтальные проекции прямых;  
 $a_2, b_2, c_2...$  - фронтальные проекции прямых;  
 $a_3, b_3, c_3...$  - профильные проекции прямых.
6. Отрезки прямых:  $AB, CD ...$
7. Линии уровня:  
 $h$  – горизонтальная прямая;  
 $f$  - фронтальная прямая;  
 $p$  - профильная прямая.
8. Плоскости – прописные буквы греческого алфавита:  $\Theta, \Sigma, \Psi...$
9. Следы плоскостей:  
 $\Theta_1, \Sigma_1, \Psi_1...$  - горизонтальный;  
 $\Theta_2, \Sigma_2, \Psi_2...$  - фронтальный;  
 $\Theta_3, \Sigma_3, \Psi_3...$  - профильный.
10. Расстояния:  
 $/AB/$  - между точками  $A$  и  $B$ ;  
 $/A\Psi/$  - между точкой  $A$  и плоскостью  $\Psi$ .
11. Углы – строчные буквы греческого алфавита:  $\alpha, \beta, \gamma...$

**Символы**

- $\equiv$  - совпадение;
- $//$  - параллельность;
- $\perp$  - перпендикулярность;
- $\bullet$  - скрещивающиеся прямые;
- $\cap$  - пересекающиеся прямые;
- $\in$  - принадлежность точки;
- $\subset$  - принадлежность прямой;
- $\notin, \not\subset$  - отрицание принадлежности.

30	30	20	55	35	35	35	10	15	35	30
СГАУ		Кафедра инженерной графики		КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 1 по начертательной геометрии		"Метрические и позиционные задачи"		Вариант № 31		Выполнил
№14		№10		№10		№14		№10		Романов И.С.
										группа № 2118 З
										Сергеев К.П.
										№10
										Поверил
										№10
										1 семестр
										2004-2005 учебный год

## Продолжение приложения 2



### Примечания:

- 1 – наименование графической работы, например: «Пересечение поверхностей»
- 2 - № контрольной работы / № варианта
- 3 – координаты точек (только для контрольной работы № 1, листа № 1)
- 4 – графическое условие (только для контрольной работы № 2)

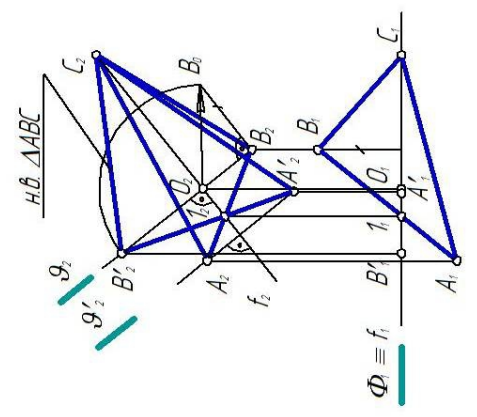
1

A	B	C	D		
X	Y	Z	X	Y	Z

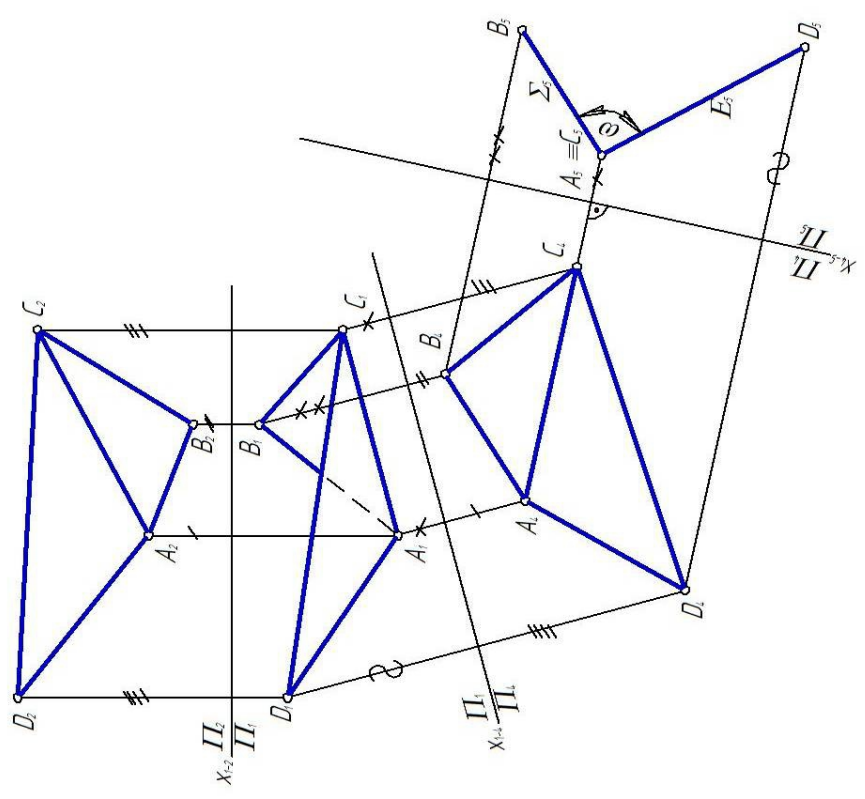
2

СТАУ	гр. №...	Наименование	№
Чертил		Взаимное положение	1-31
Проб.		плоскостей	

3

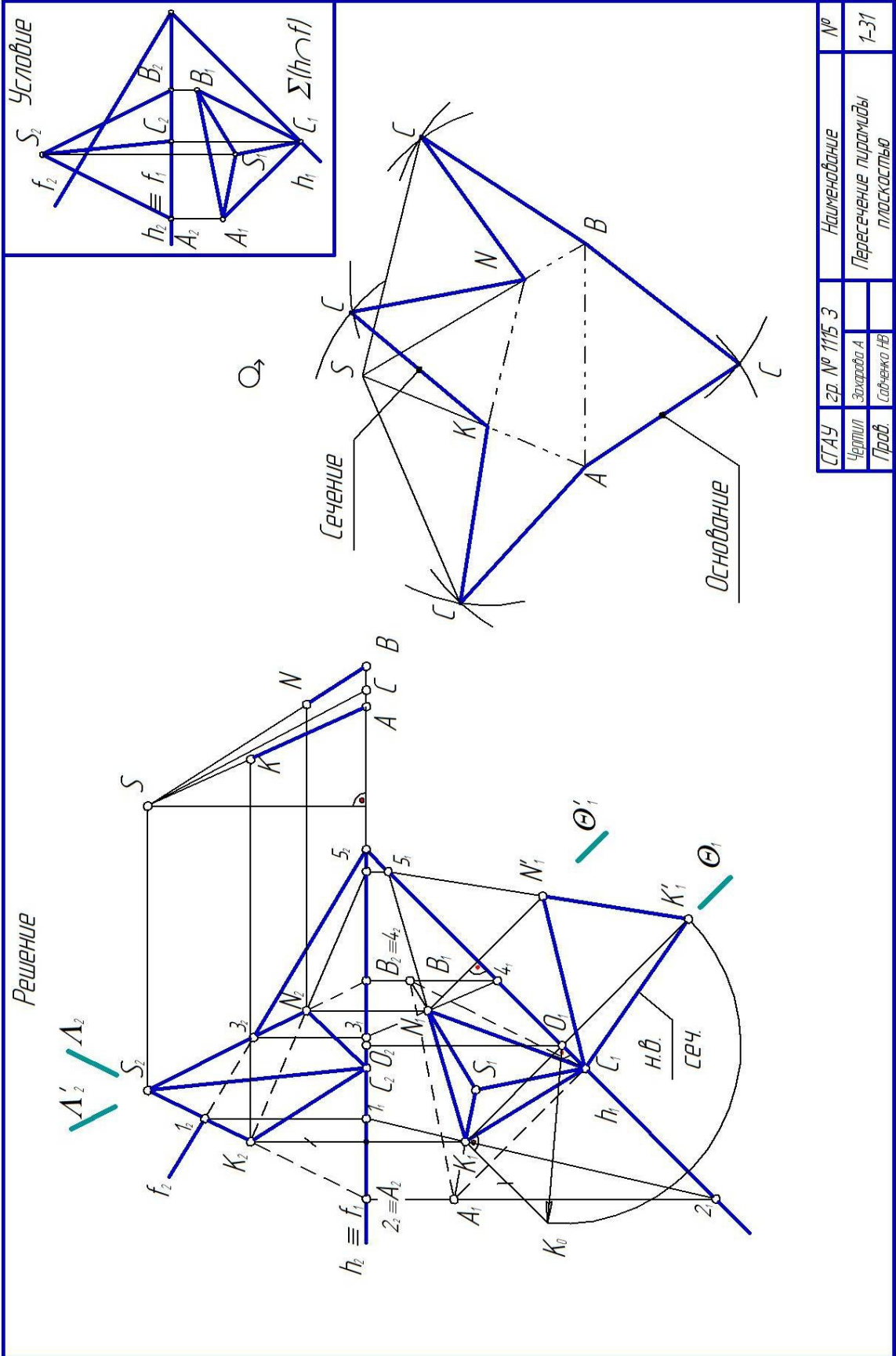


4



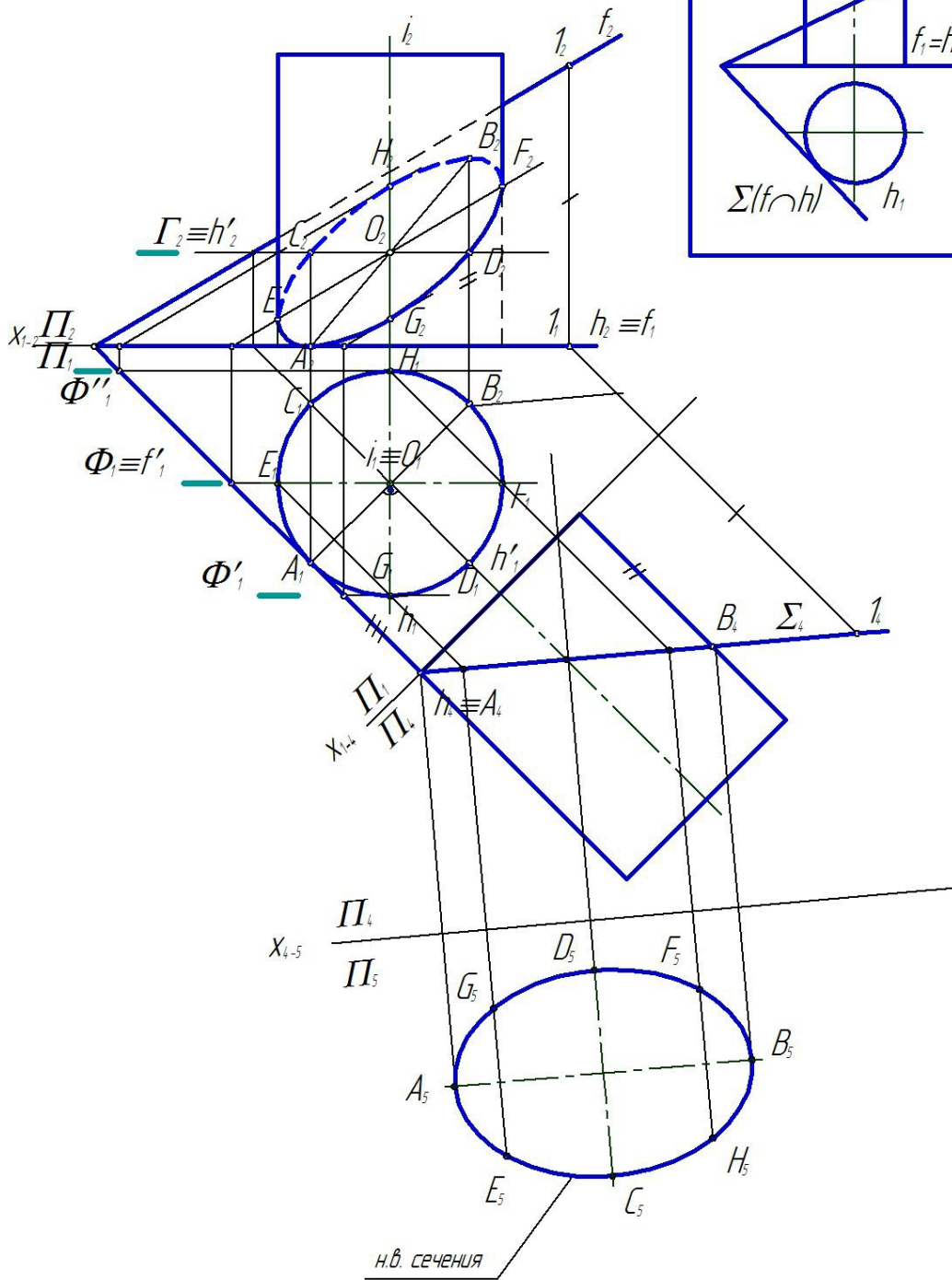
СТАУ	гр № 115 З.	Наименование	№
Чертил	Заварова А	Способы преобразования	1-31
Проб.	Собченко ИВ	комплексного чертежа	





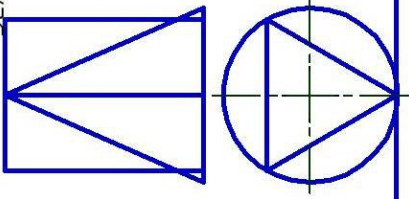
СГАУ	гр. № 115 3	Наименование	№
Чертил	Зюхарова А	Пересечение пирамиды плоскостью	1-31
Проб.	Сабченко НВ		

Решение

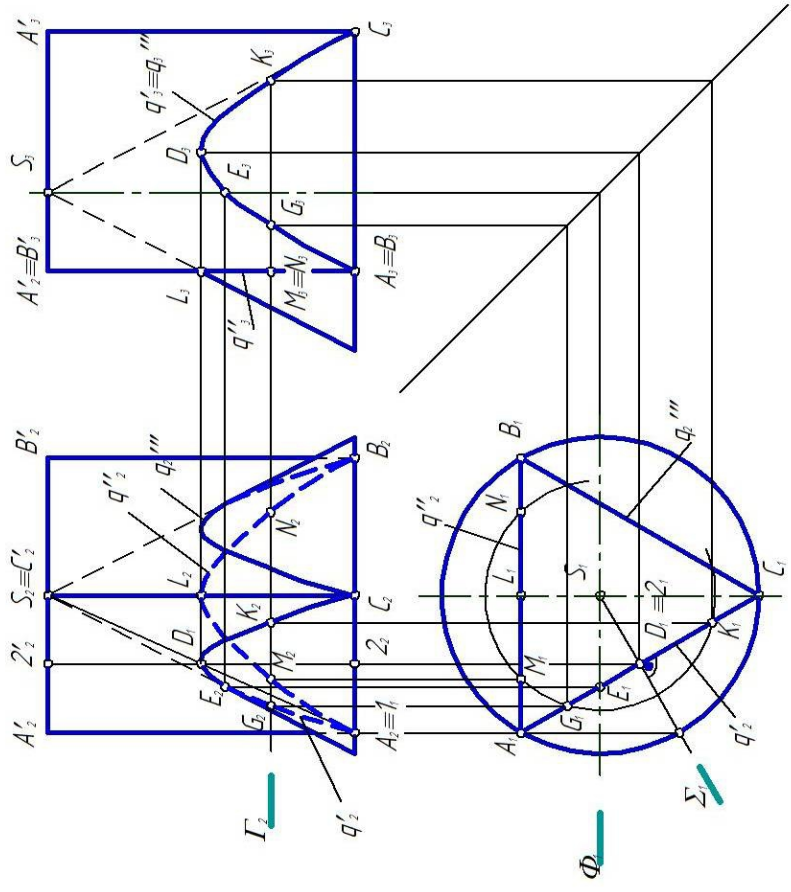


СГАУ	гр. № 1115 3	Наименование	№
Чертл	Захарова А	Пересечение цилиндра	2-31
Пров.	Савченко НВ	плоскостью	

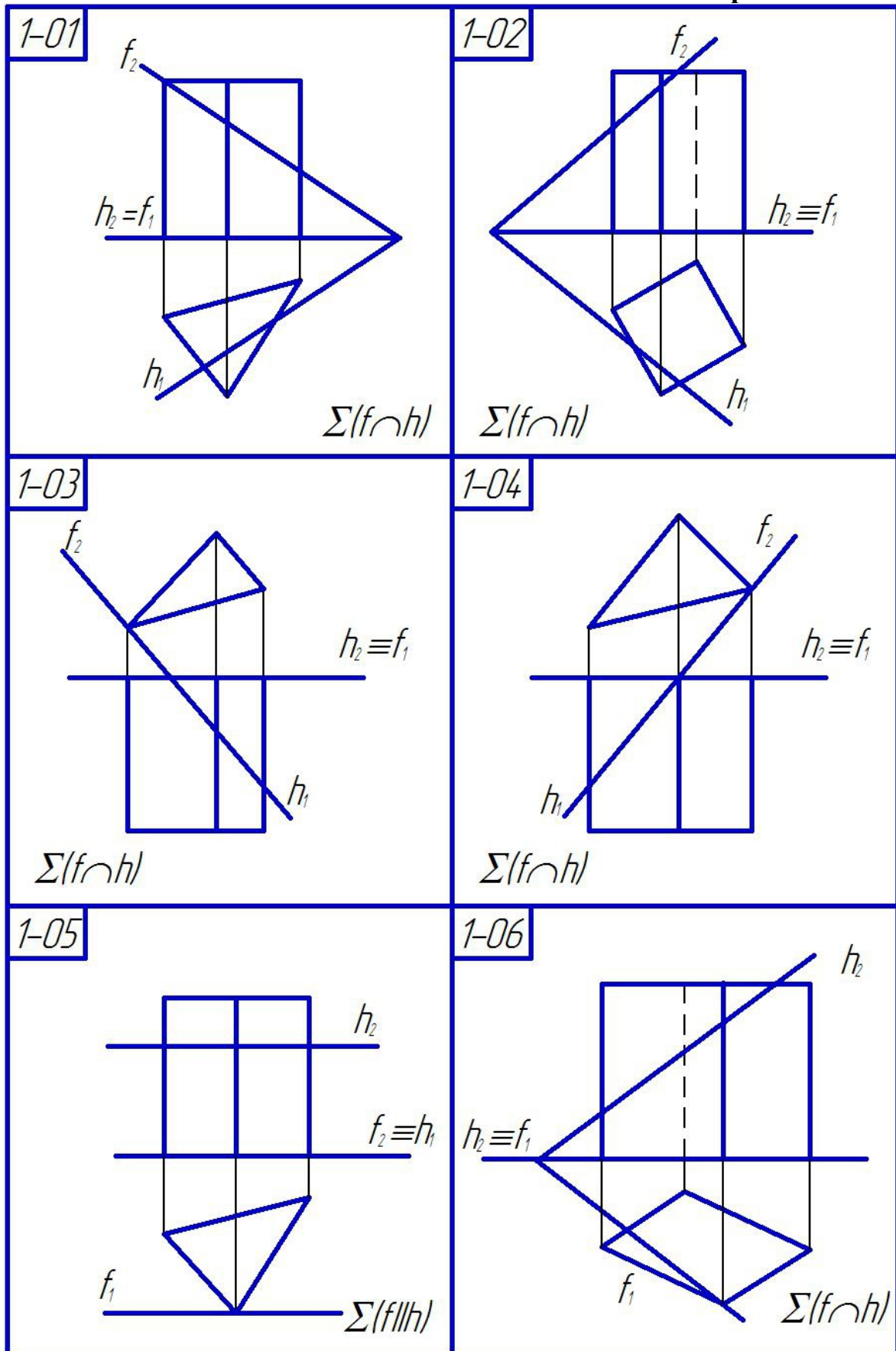
Условие



Решение

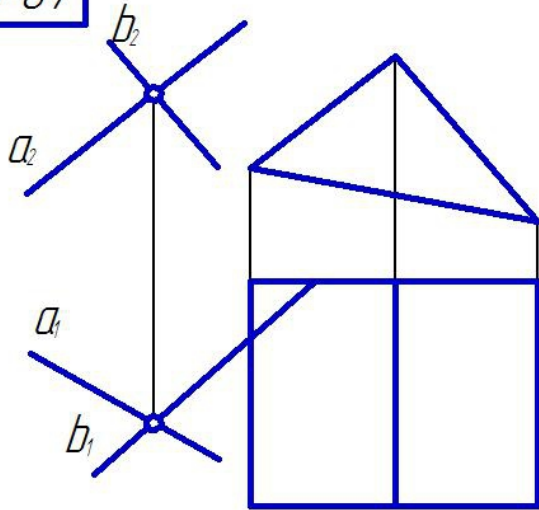


СТАУ	гд. № 1115 3	Наименование	№
Чертил	Захарова А	Пересечение поверхностей	2-31
Проб.	Собченко НВ		



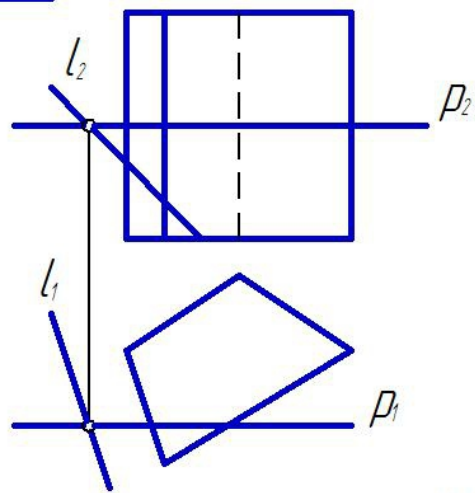
<sup>1</sup> Задания составлены из базы задач кафедры инженерной графики.

1-07



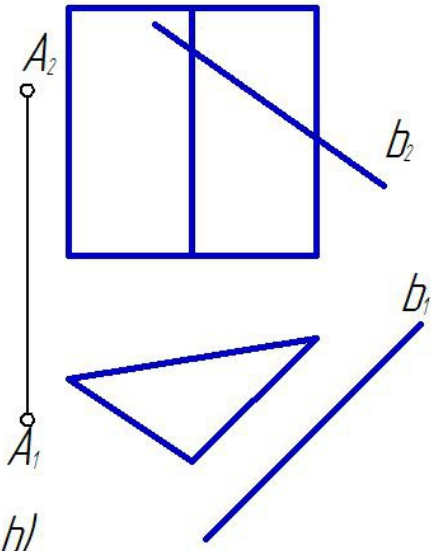
$\Sigma(a \cap b)$

1-08



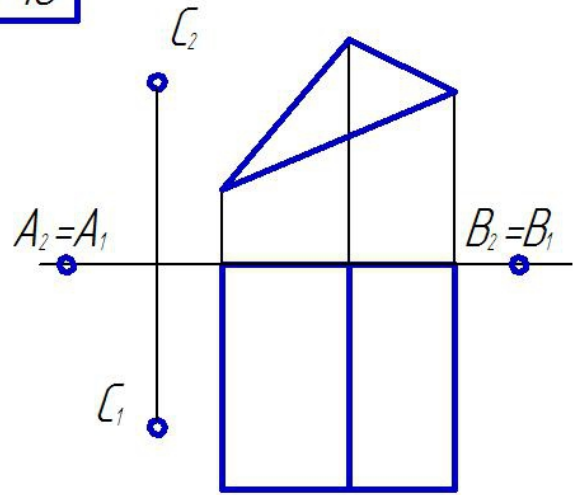
$\Sigma(p \cap l)$

1-09



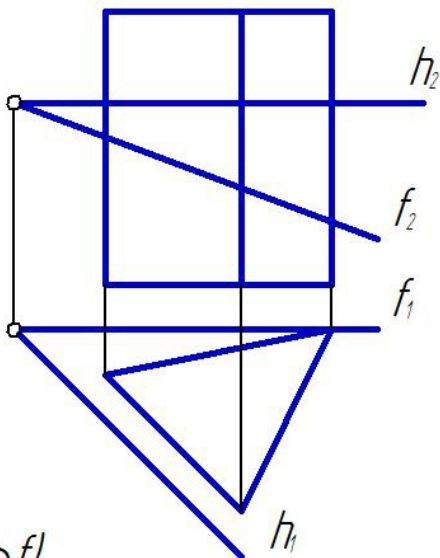
$\Sigma(A, b)$

1-10



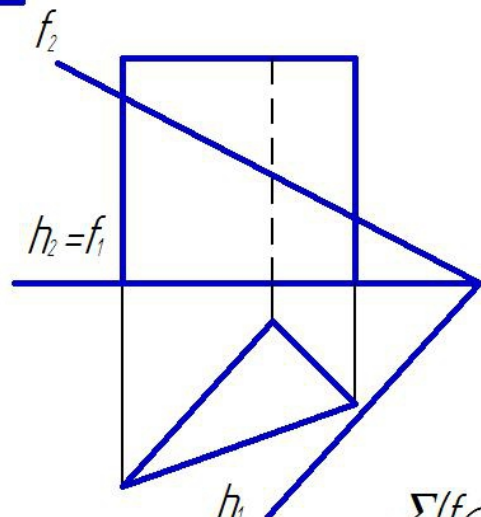
$\Sigma(ABC)$

1-11



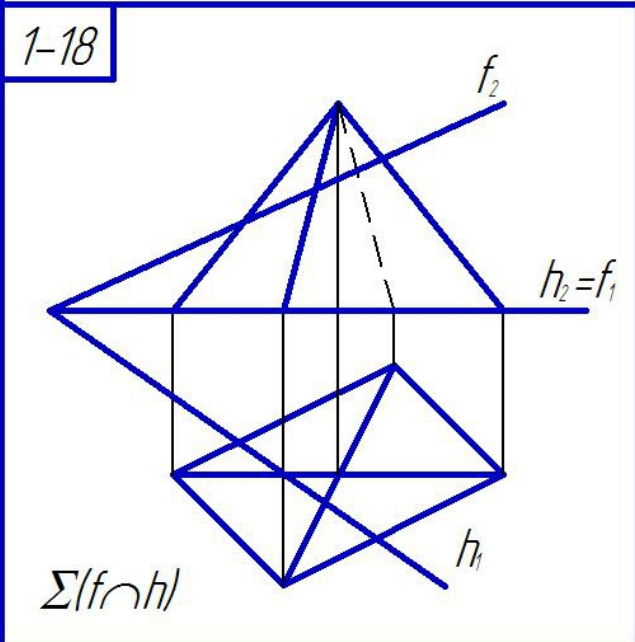
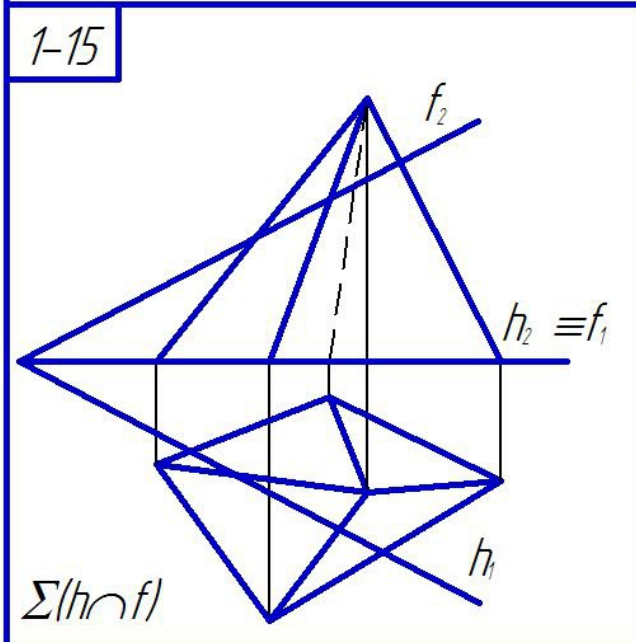
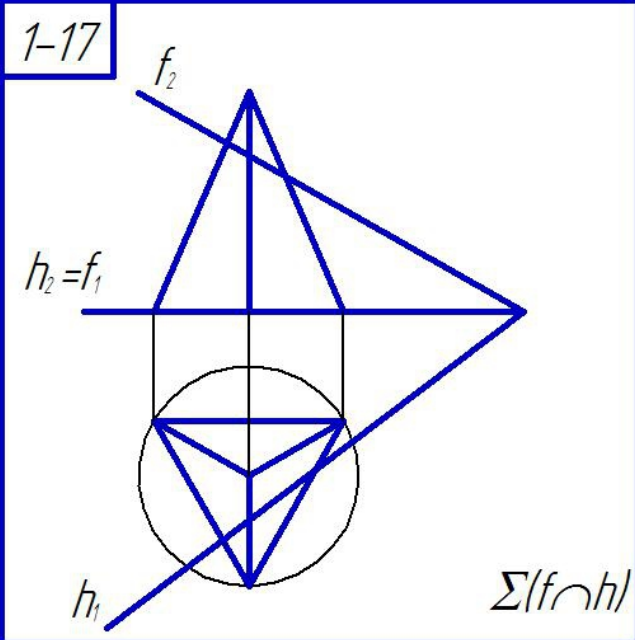
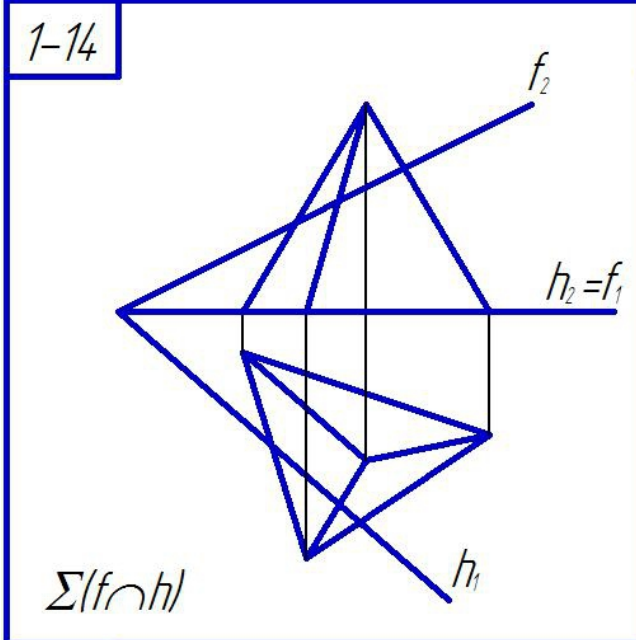
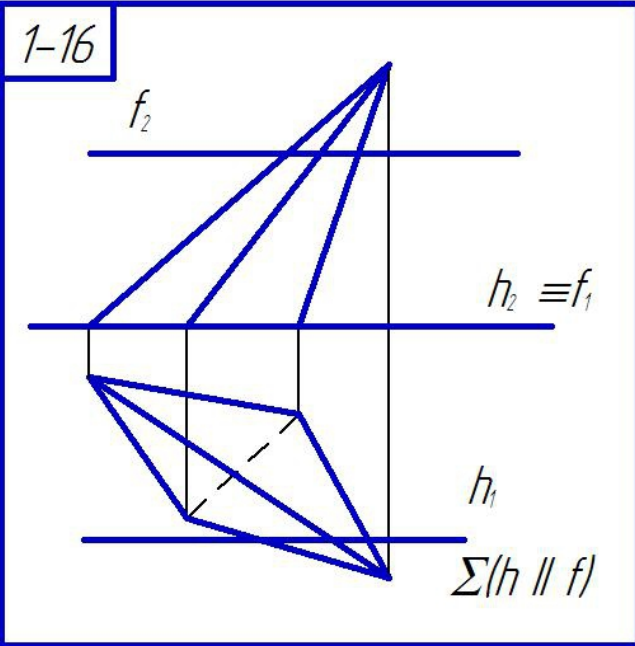
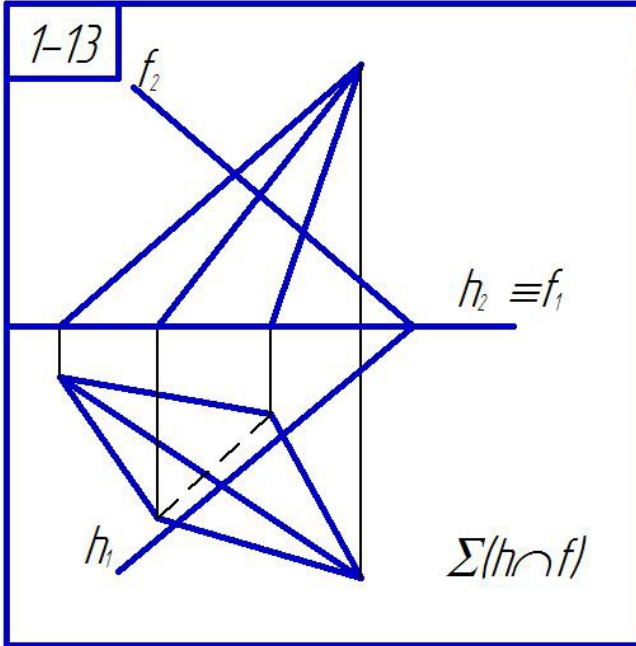
$\Sigma(h \cap f)$

1-12

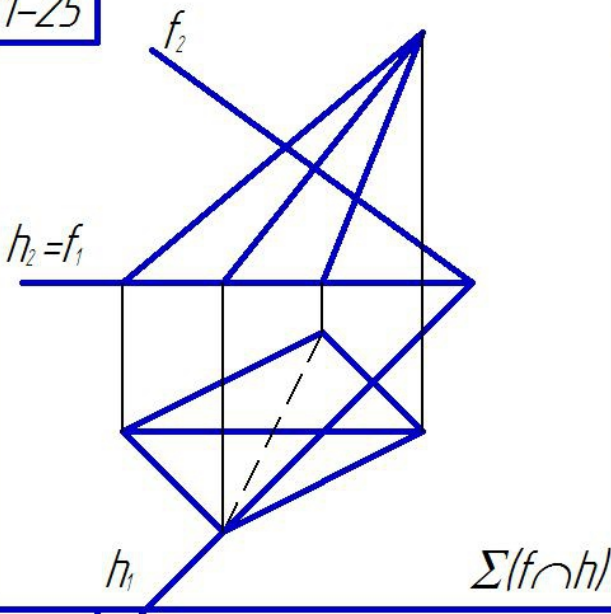


$\Sigma(f \cap h)$

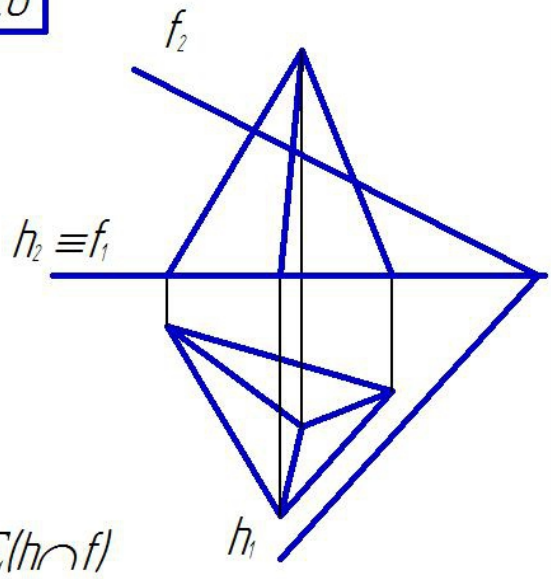




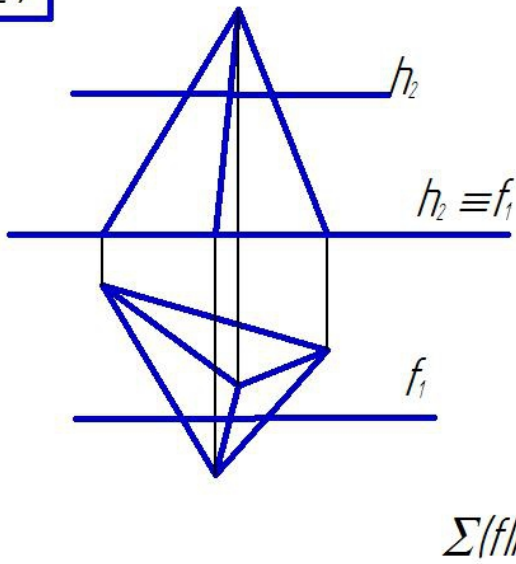
1-25



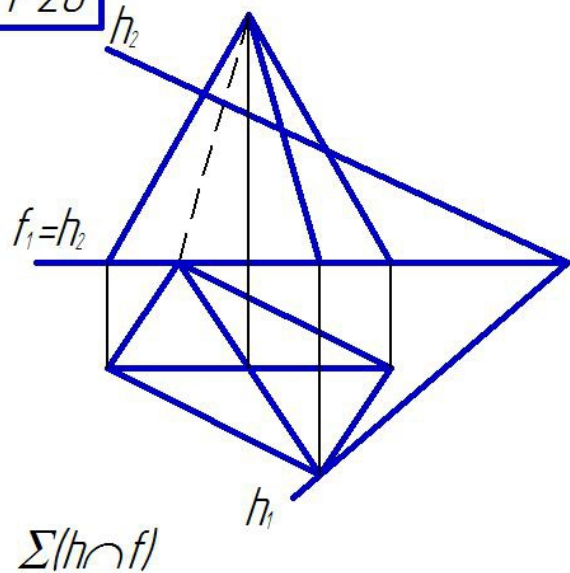
1-26



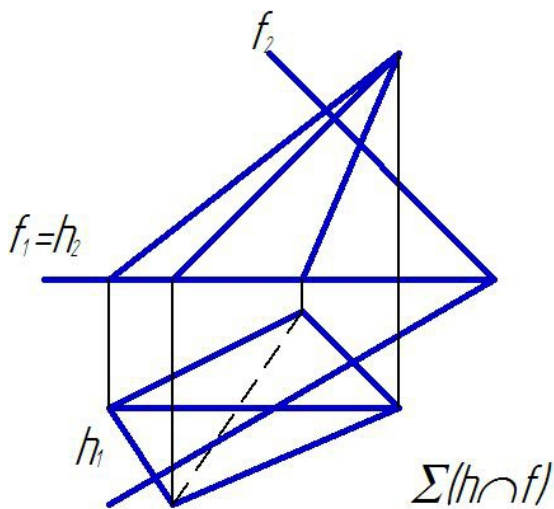
1-27



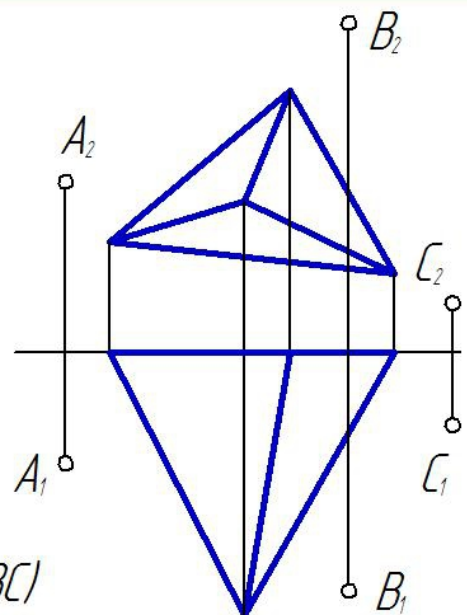
1-28

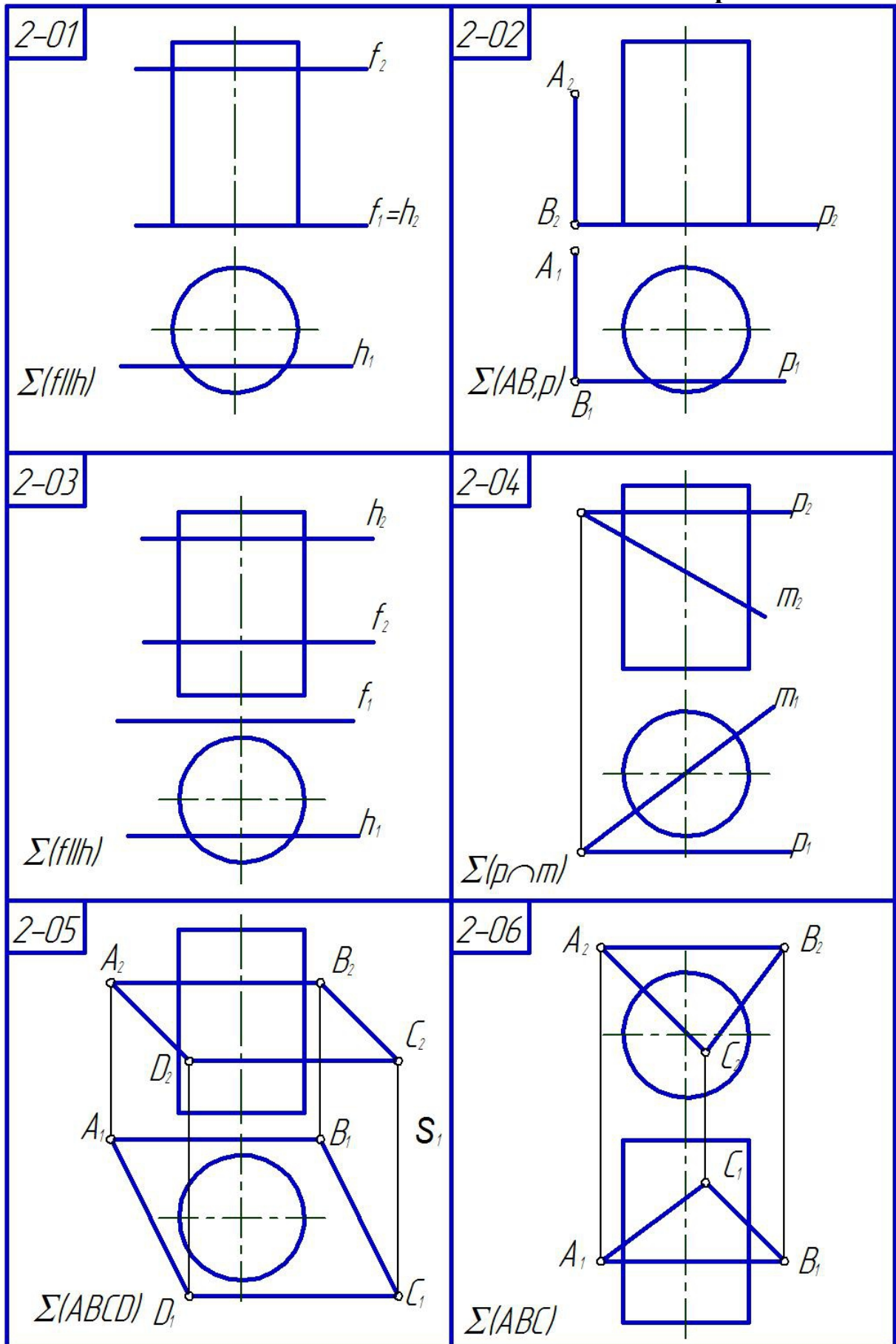


1-29



1-30

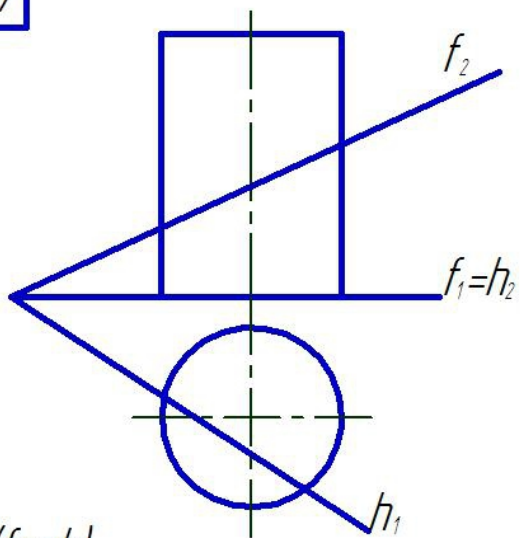




<sup>2</sup> Задания составлены из базы задач кафедры инженерной графики.

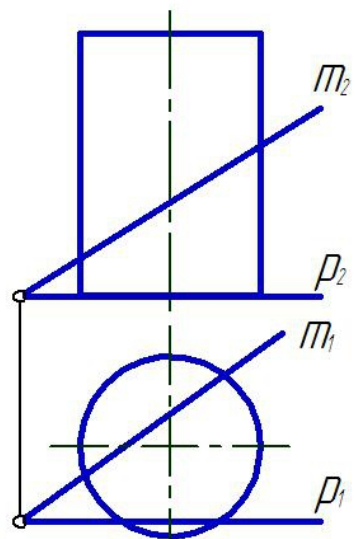


2-07



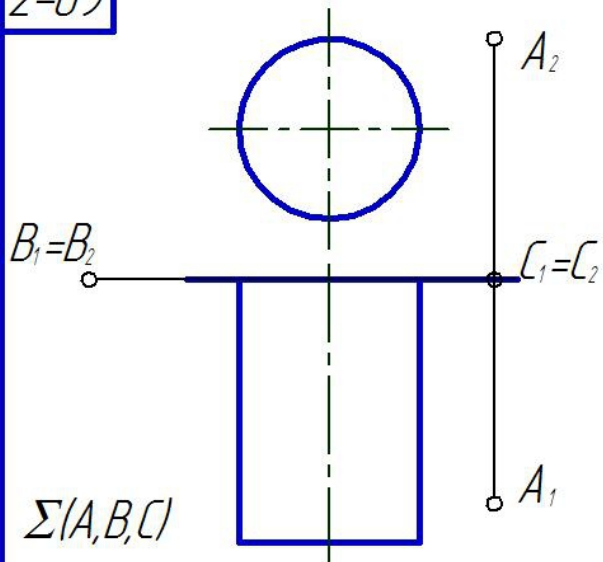
$\Sigma(f \cap h)$

2-08



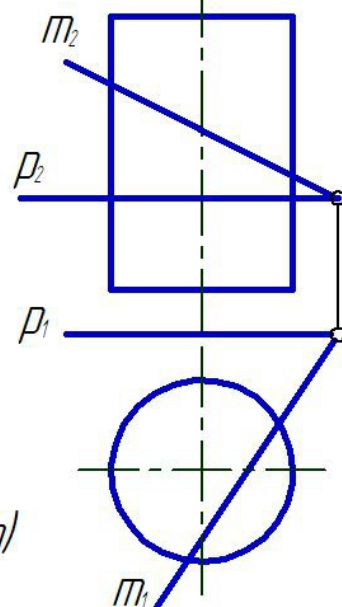
$\Sigma(\rho \cap m)$

2-09



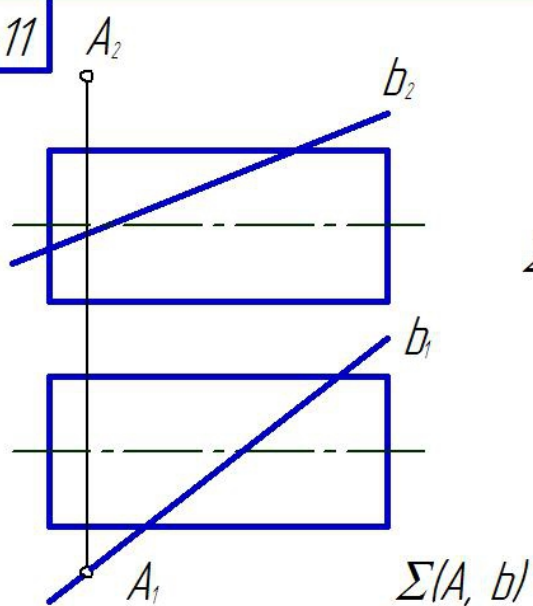
$\Sigma(A, B, C)$

2-10



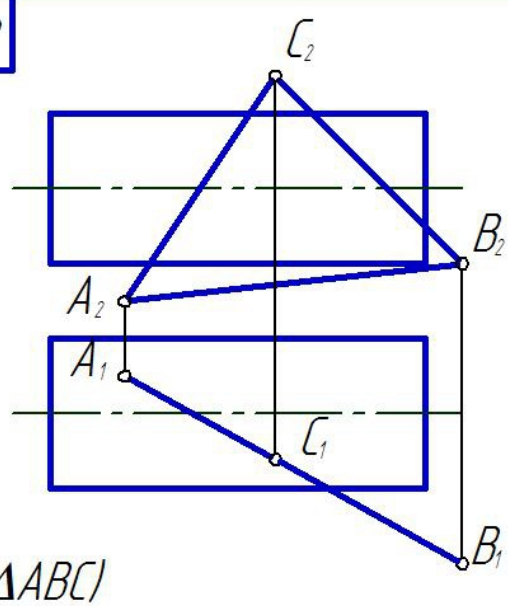
$\Sigma(\rho \cap m)$

2-11



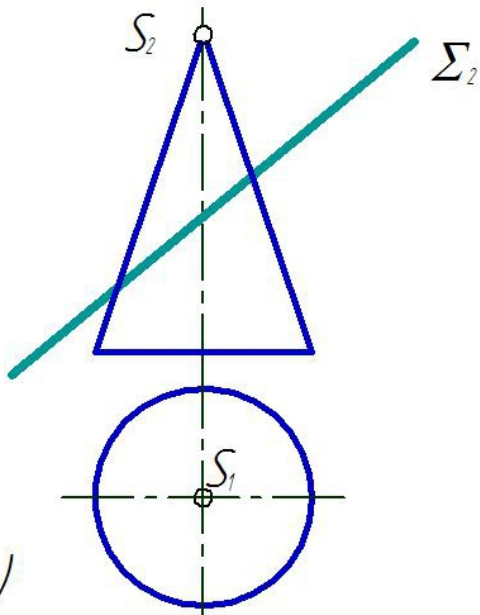
$\Sigma(A, b)$

2-12

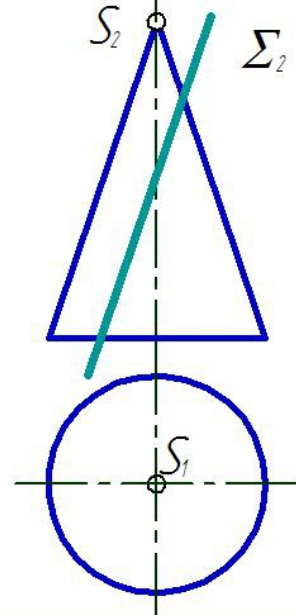


$\Sigma(\Delta ABC)$

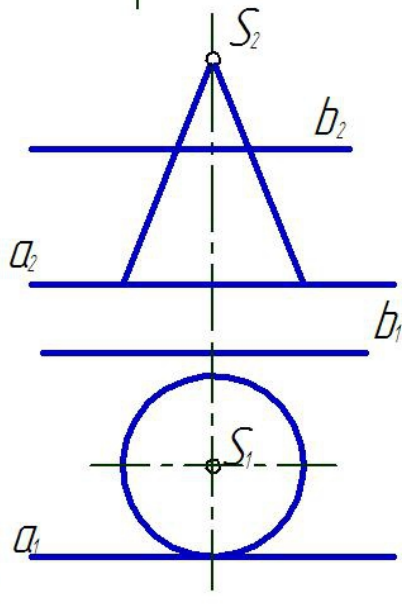
2-13



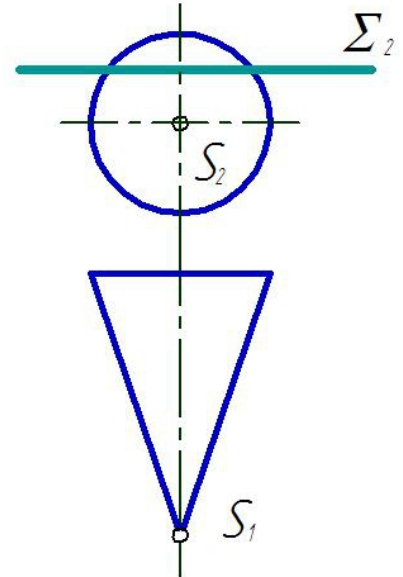
2-14



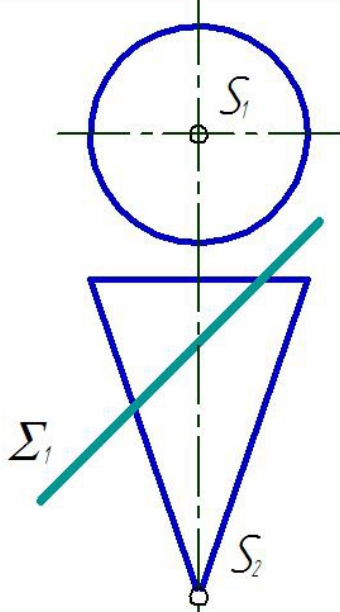
2-15



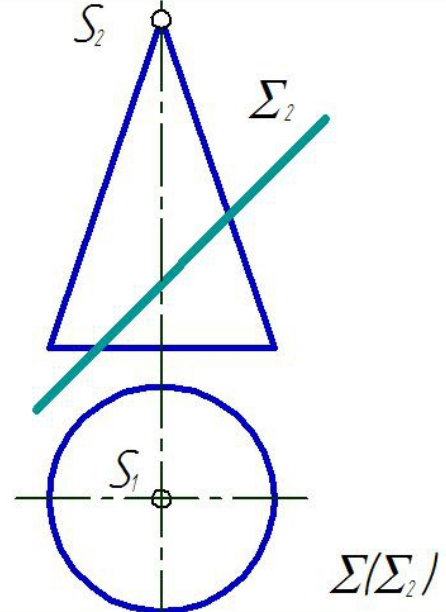
2-16



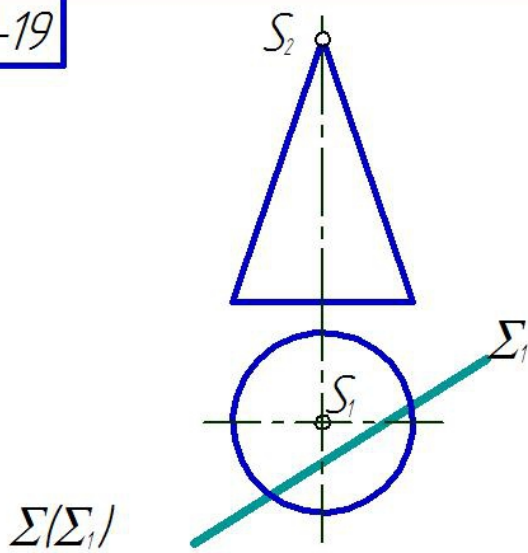
2-17



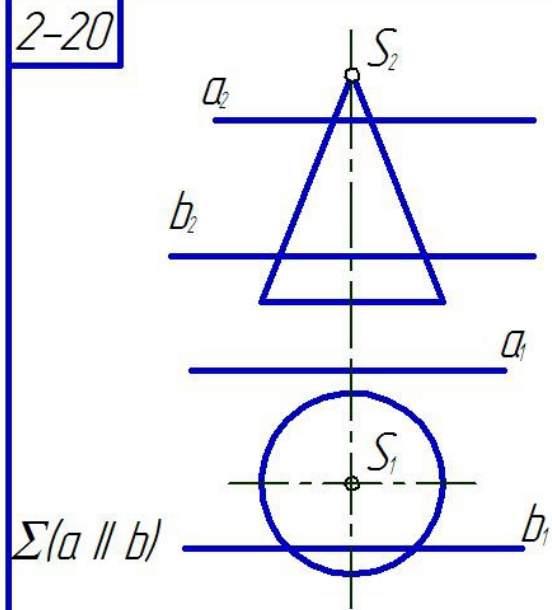
2-18



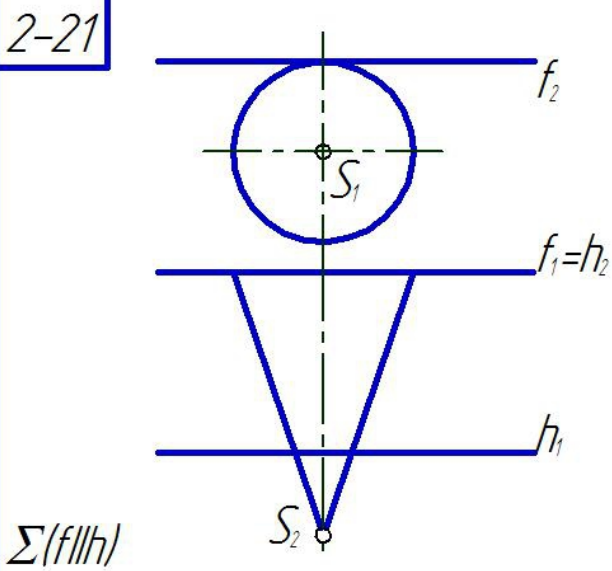
2-19



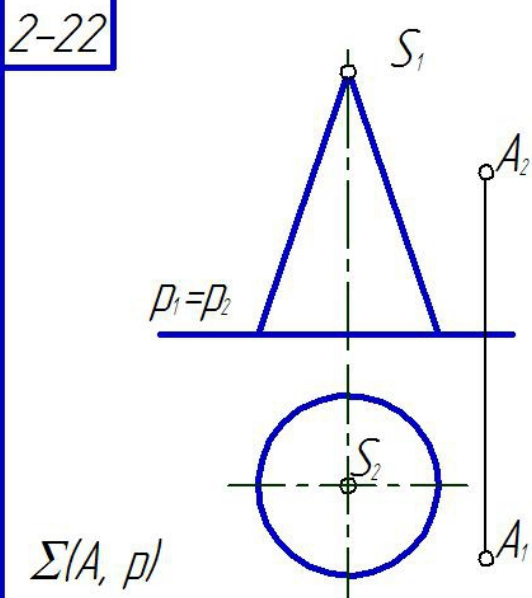
2-20



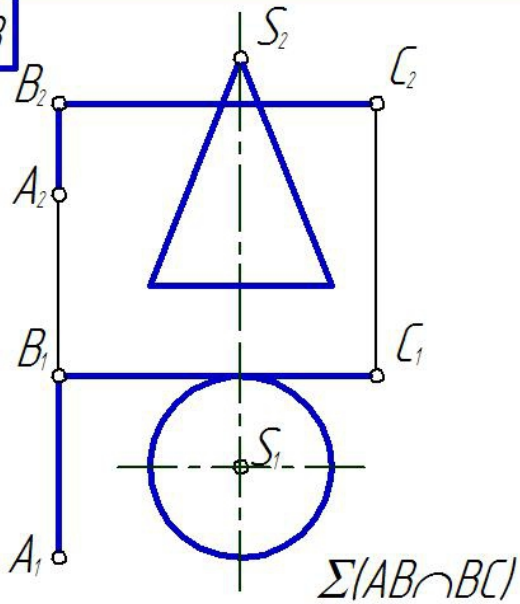
2-21



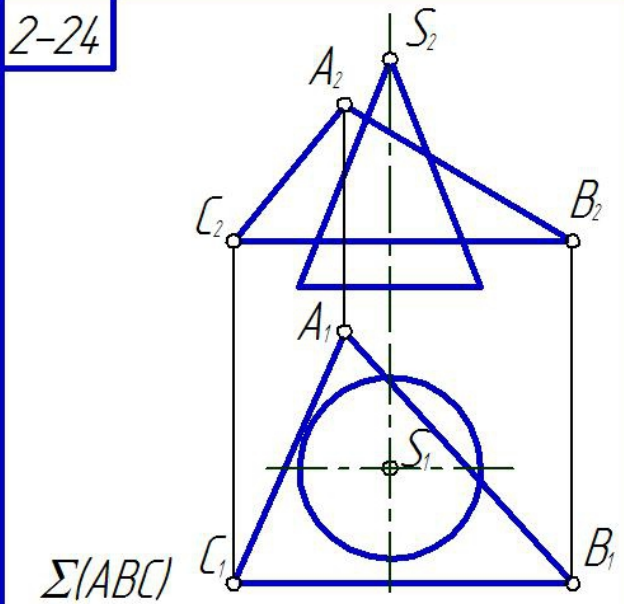
2-22



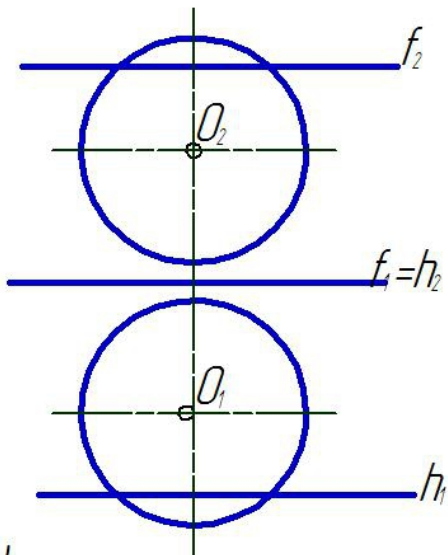
2-23



2-24

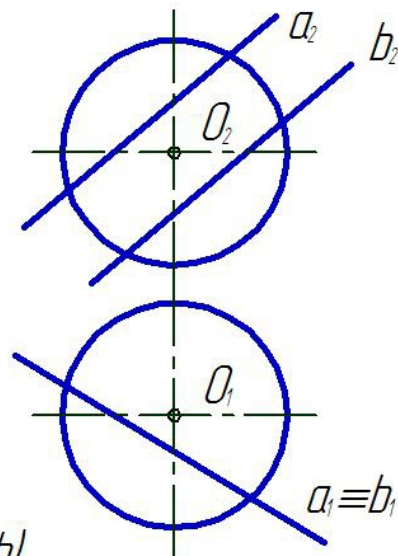


2-25



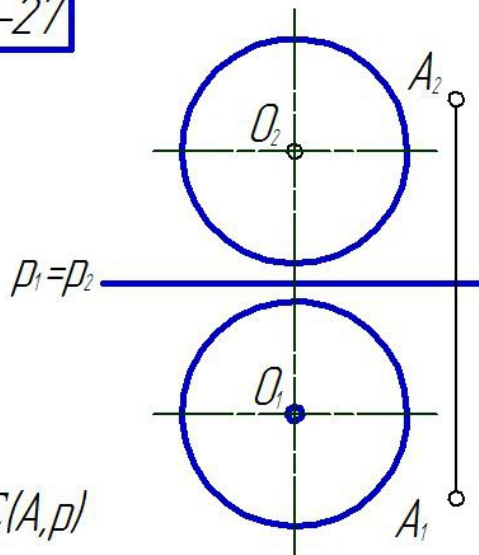
$\Sigma(f||h)$

2-26



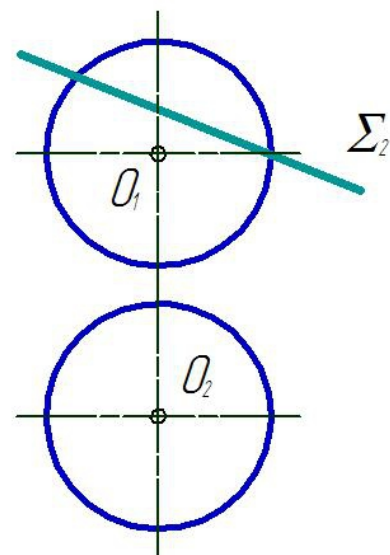
$\Sigma(a || b)$

2-27



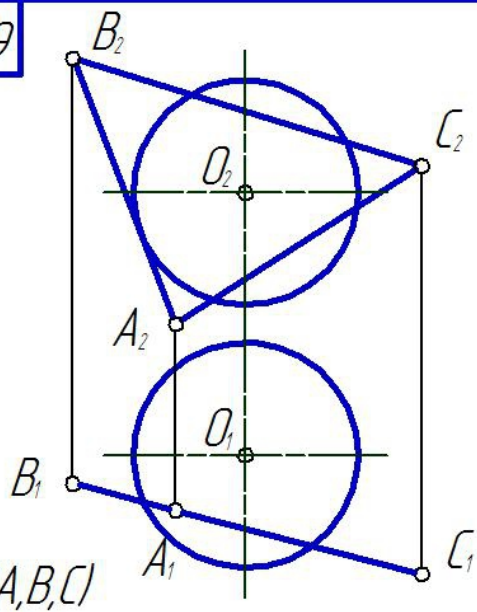
$\Sigma(A,p)$

2-28



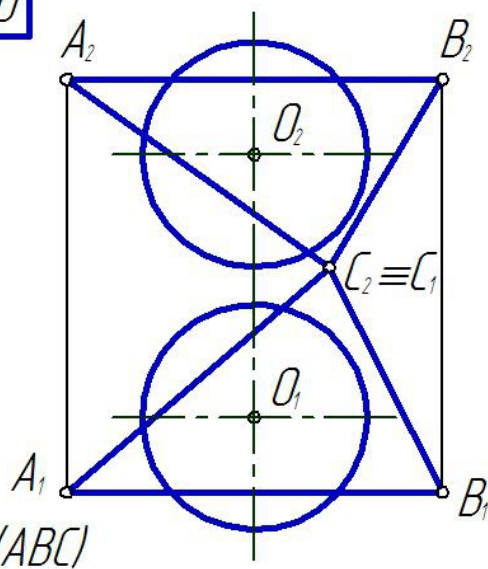
$\Sigma(\Sigma_2)$

2-29



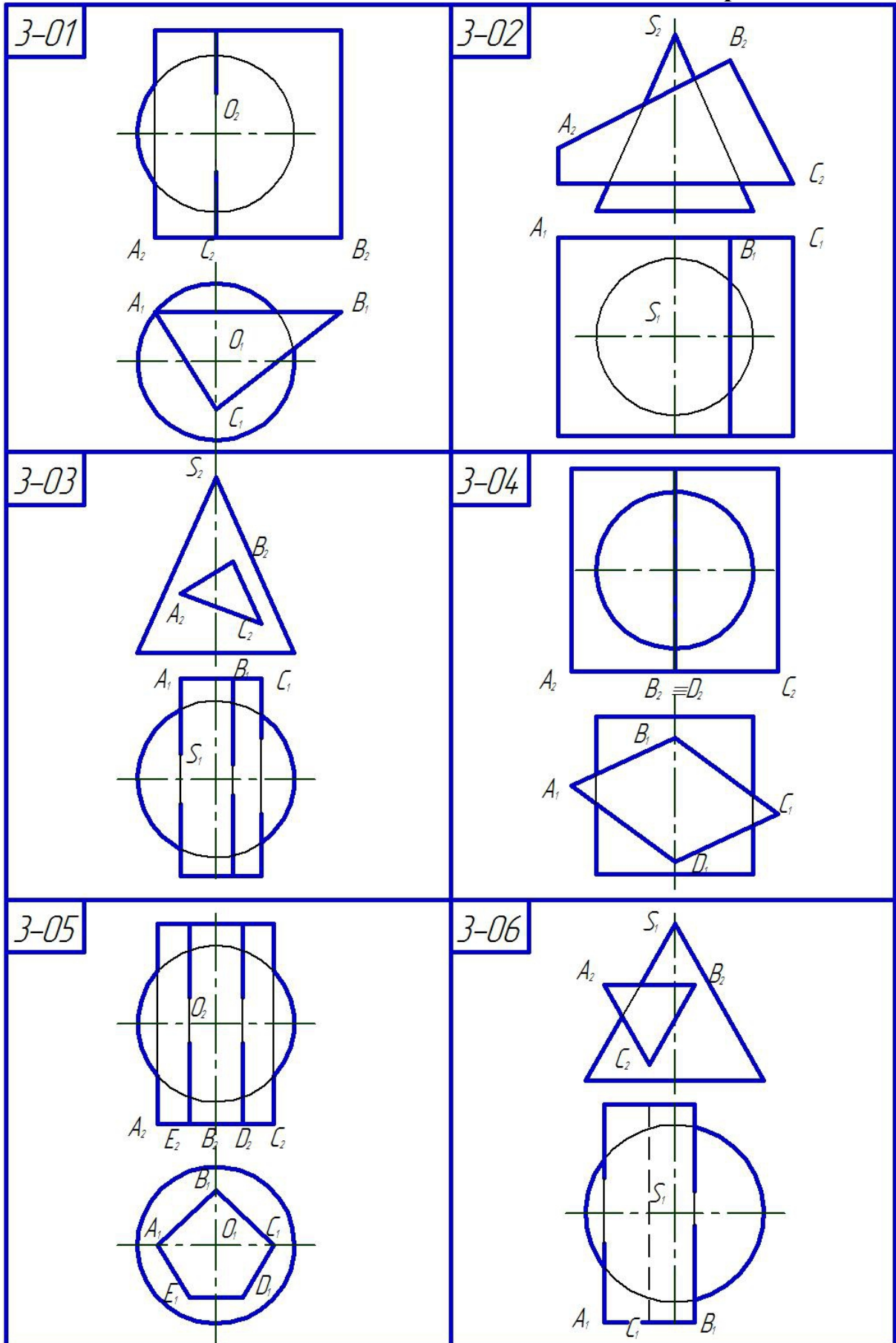
$\Sigma(A,B,C)$

2-30



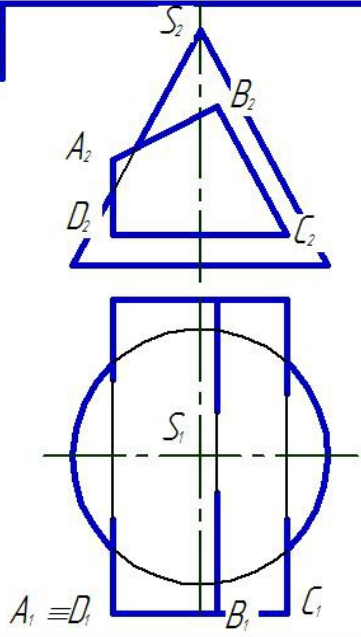
$\Sigma(ABC)$



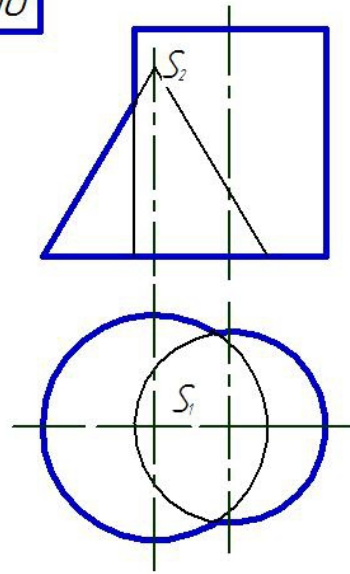


<sup>3</sup> Задания составлены из базы задач кафедры инженерной графики.

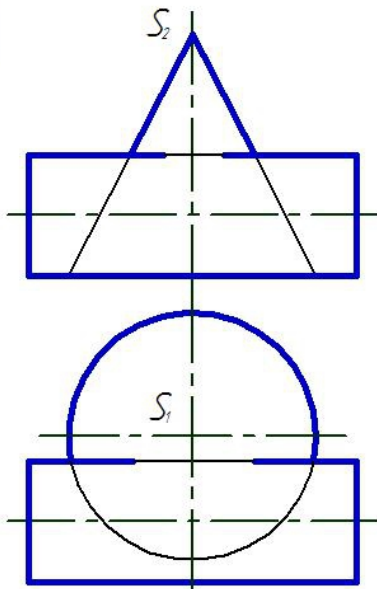
3-07



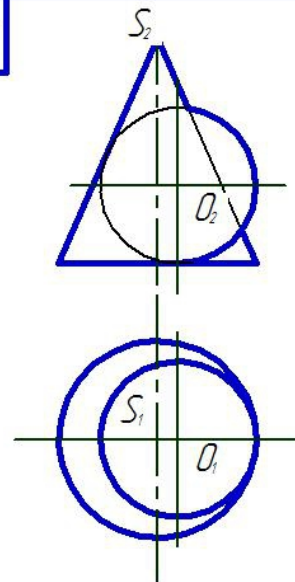
3-08



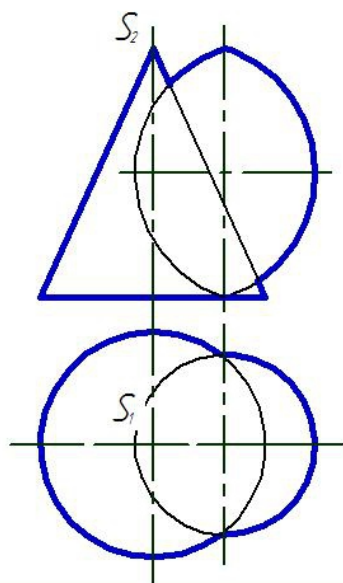
3-09



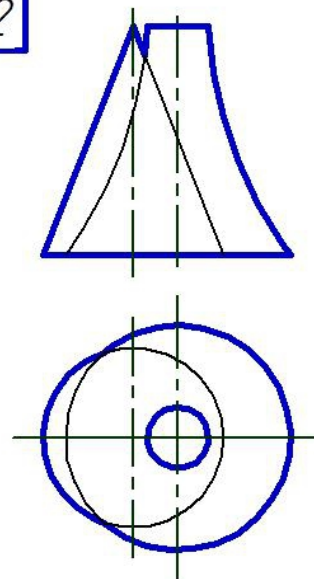
3-10



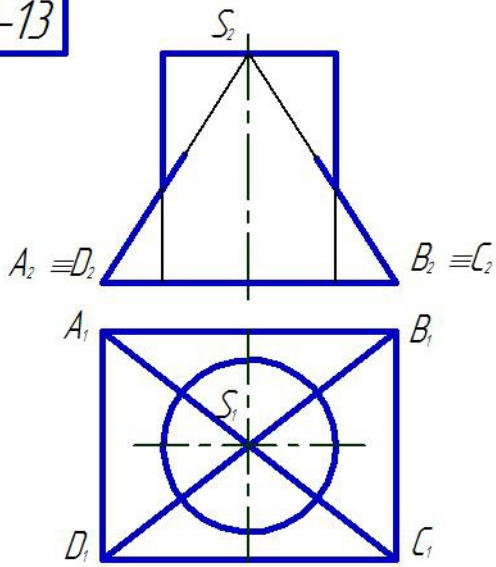
3-11



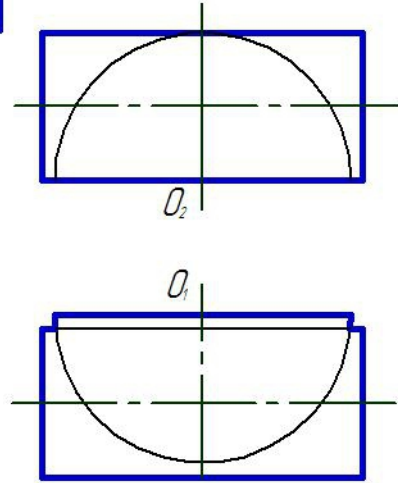
3-12



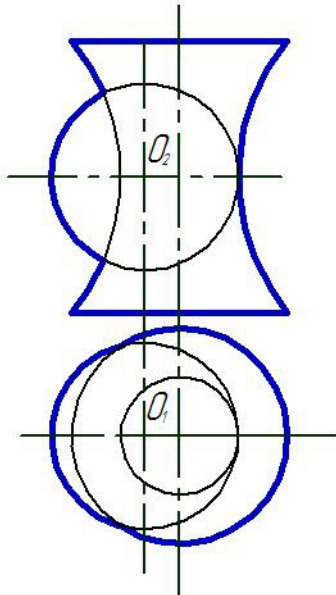
3-13



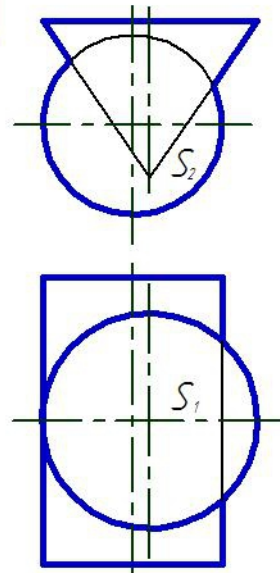
3-14



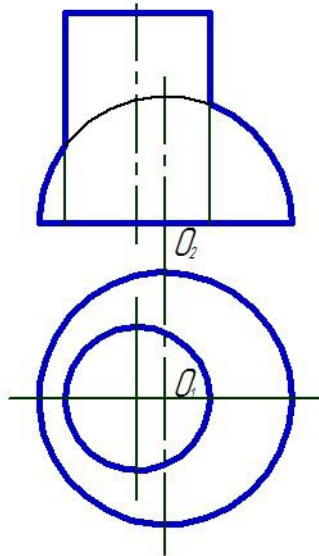
3-15



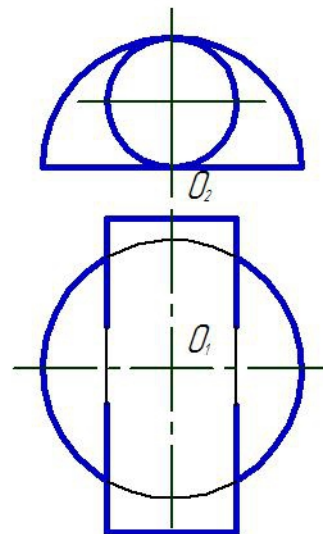
3-16



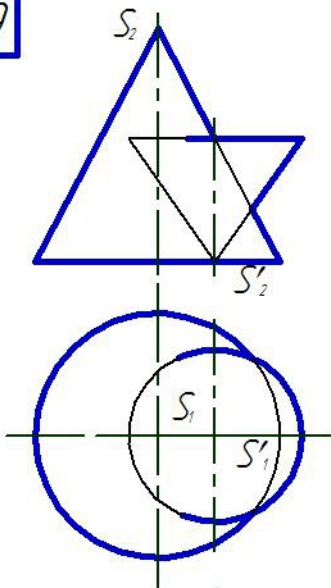
3-17



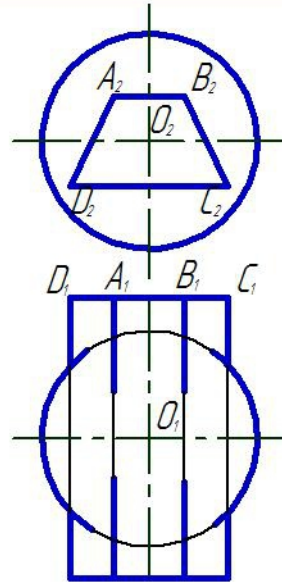
3-18



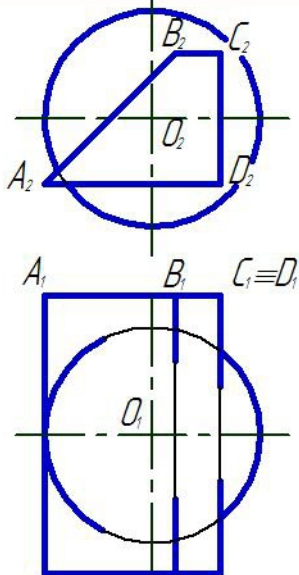
3-19



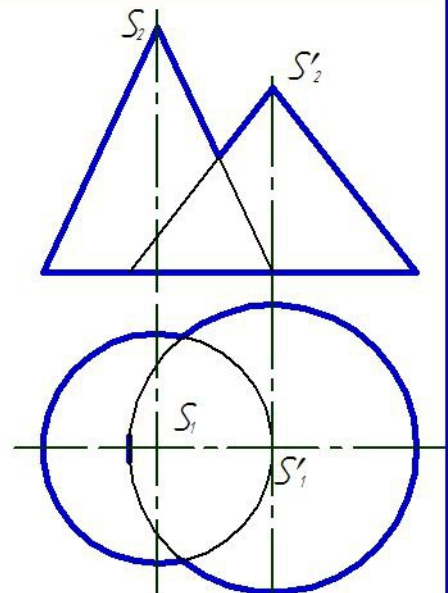
3-20



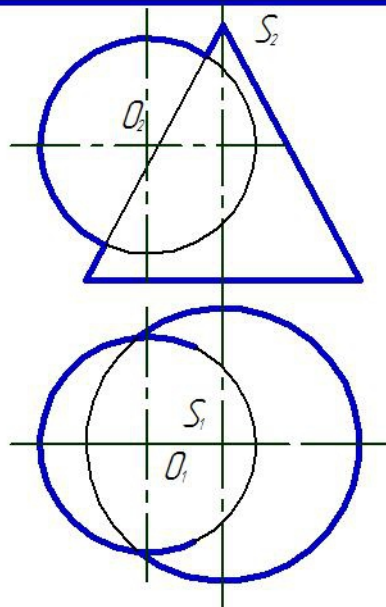
3-21



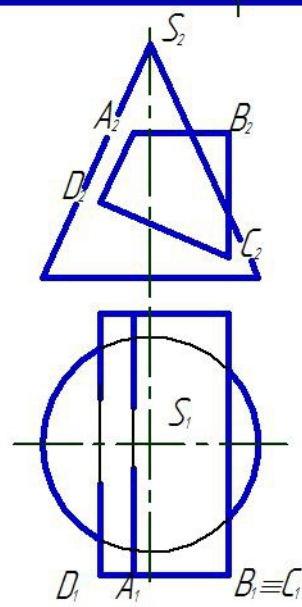
3-22



3-23

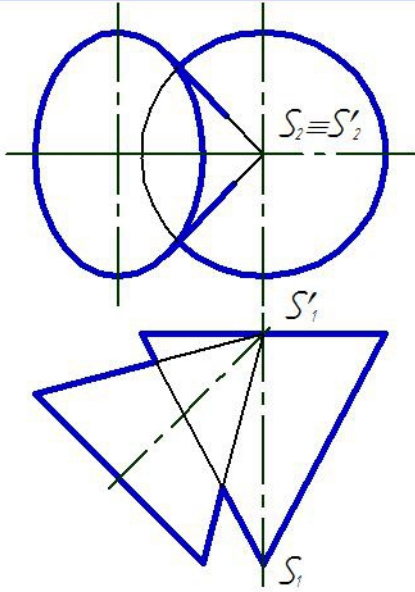


3-24

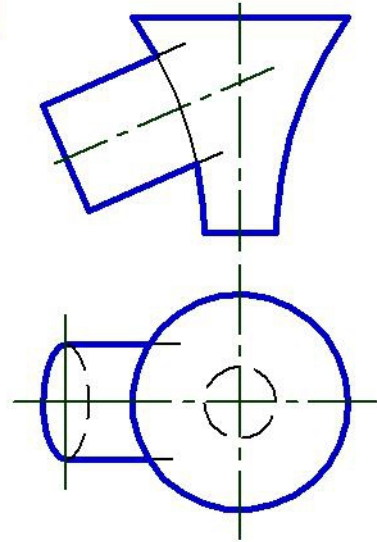




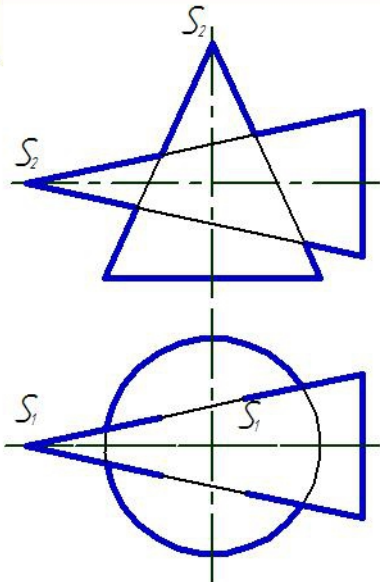
3-25



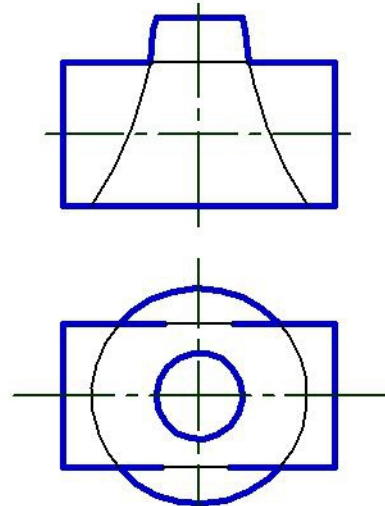
3-26



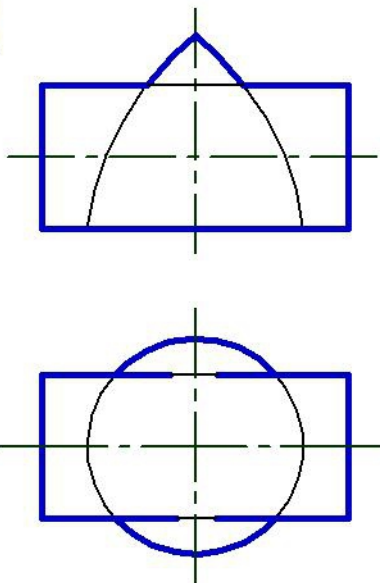
3-27



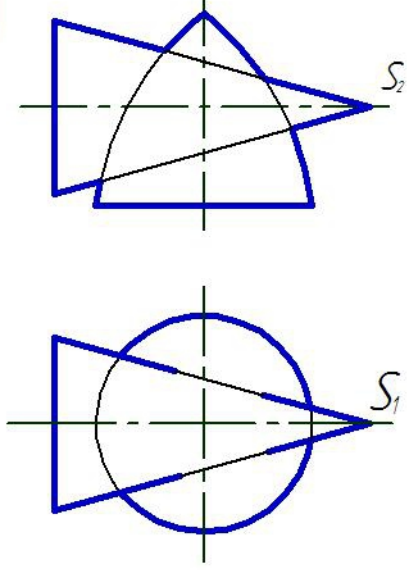
3-28



3-29



3-30



## СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ.....	3
Рабочая программа курса начертательной геометрии.....	3
ОБЩИЕ МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ.....	6
Методика решения задач.....	6
Требования к оформлению контрольных работ.....	6
Порядок приема контрольных работ.....	6
УКАЗАНИЯ К РЕШЕНИЮ КОНТРОЛЬНЫХ РАБОТ.....	7
<i>Контрольная работа №1. «Метрические и позиционные задачи».....</i>	<i>7</i>
Контрольная работа №2. «Поверхности».....	12
Рекомендуемая литература:.....	21
Приложение 1.....	22
Приложение 2.....	23
Приложение 3.....	30
Приложение 4.....	35
Приложение 5.....	40

*Учебное издание*

**НАЧЕРТАТЕЛЬНАЯ ГЕОМЕТРИЯ**  
**Примеры решения типовых задач**  
**и задания для контрольных работ**

*Методические указания*

*Составитель Савченко Нелли Вячеславовна*

Редактор Т.К. Кретинина

Компьютерная верстка И.И. Спиридонова

Подписано в печать 25.0705 Формат 60x84 1/16.

Бумага офсетная. Печать офсетная.

Усл.печ.л. 2,8. Усл.кр.-отт. 2,9. Уч.-изд.л. 3,0

Тираж 300 экз. Заказ 9. Арт. С-2(ДЗ)/2005

Самарский государственный аэрокосмический университет.  
443086 Самара, Московское шоссе, 34.

---

РИО Самарского государственного аэрокосмического университета.  
443086 Самара, Московское шоссе, 34.